



## 被支配戦略と論理

久本, 久男

---

(Citation)

国民経済雑誌, 182(4):35-46

(Issue Date)

2000-10

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00045098>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00045098>



# 被支配戦略と論理

久 本 久 男

## 1 は じ め に

「決定」を問題対象とする研究分野では、主体の意思決定プロセスに関し陽表的であろうと陰伏的であろうと何らかの仮定をおかざるをえない。ゲーム理論においても、ゲーム状況が与えられ、均衡を論じようとするとき、ゲームのプレーヤに対し知識、推論ルール、情報処理能力等について何らかの仮定を要請することになる。知識については共有知識 (common knowledge)、私的情報の分析により、情報処理能力については均衡の計算複雑さや満足化原理により、部分的ではあるにしてもプレーヤに要請される仮定と含意をゲーム理論は陽表的に論じようとしてきた。しかし、ゲーム理論の知識や推論ルールに関する研究を他分野、たとえば、様相論理学の一分野である認識論理<sup>1</sup>から見ると、推論ルールについての研究は緒に<sup>2</sup>ついたばかりであり、知識や情報処理能力についても十分とは言えない。

そこで、小論ではつぎのことを目的としたい：

1) これまで社会科学とあまり関係がないと考えられてきた認識論理、とくに、クリプキ意味論 (Kripke semantics) と構文論 (syntax) としてのタブロー法 (tableau method) を紹介する。

2) ゲーム理論の認識論理としてタブロー法を利用するときの問題点を指摘する。

この目的に沿って、小論の構成をつぎのようにする。第1節では、知識、信念の概念を議論するとともにクリプキ意味論を解説する。そして、Aumann [1976] が示した知識概念の限界を示す。第2節では、タブロー法を解説する。第3節では、ゲーム理論の認識論理としてタブロー法を利用する際に問題となる諸点を列挙する。

## 2 認識とクリプキ意味論

研究の当面の目的は、被支配戦略の逐次消去法 (iterated elimination of dominated strategies) が可解であるゲームをプレイするプレーヤが使う論理と認識である。このため、少なくとも、つぎのような特徴をもつ論理を用意する必要がある：

- 一階述語論理 (first-order logic)：プレーヤが複数の戦略の中からある戦略を選択することを表すため、
- 様相論理 (modal logic) としての認識論理 (epistemic logic)：プレーヤの知識、信念を

表すため、

- 有限論理 (finitary logic) : (無限) 共有知識を直接議論する必要があるため。<sup>3</sup>

これらの論理の詳細については、小野 [1994], Popkorn [1994], Fitting [1983] を参照願いたい。小論では、論理学の標準的な手法にしたがって、最小限必要なことからのみ説明する。まず、プレーヤが使う語彙もしくは記号の集まりである言語を一般的に定義する。

定義 [言語 (language)] :

つぎの記号の集合を言語とよぶ。<sup>4</sup>

- 対象変数  $x, y, z, \dots$
- 対象定数  $c, d, \dots$
- 論理結合子  $\wedge, \vee, \supset, \neg, K_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )
- 量化記号  $\forall, \exists$
- 関数記号  $f, g, \dots$
- 述語記号  $P, Q, \dots$

形式的な意味は後に述べるとして、この段階では、それぞれの記号の意味を直感的に理解すれば十分である。たとえば、全称記号  $\forall x$  は「あらゆる  $x$  について」、存在記号  $\exists x$  は「...を満たす  $x$  がある」等である。さらに、 $K_i$  は「プレーヤ  $i$  は...を知っている (もしくは、信じている)」を意味する。また、ここでは述語記号が少なくとも一つ存在することを仮定する。なぜならば、もし述語記号が存在しなければ、つぎに定義する論理式が事実上無定義になるので、このように仮定する。そして、対象定数、対象変数、関数記号、述語記号はたかだか可付番 (countable) とする。

つぎに、論理式を構成するために、項、原始論理式、論理式の順序で定義する。ただし、論理式を帰納的に定義していることに留意していただきたい。

定義 [項 (term)] :

- あらゆる対象変数、対象定数は項である。
- $f$  が  $m$  変数関数記号、 $t_1, \dots, t_m$  が項であるならば、 $f(t_1, \dots, t_m)$  も項である。

定義 [原子論理式 (atomic formula)] :

$P$  が  $m$  変数述語記号、 $t_1, \dots, t_m$  が項であるならば、 $P(t_1, \dots, t_m)$  を原始論理式とよぶ。

定義 [論理式 (formula)] :

- あらゆる原始論理式は論理式である。
- $A, B$ が論理式ならば、 $A \wedge B, A \vee B, A \supset B, \neg A$ は論理式である。
- $A$ が論理式ならば、任意の $i(i=1, 2, \dots, n)$ について $K_i A$ も論理式である。
- $x$ が対象変数、 $A$ が論理式ならば $(\forall x)A, (\exists x)A$ も論理式である。

人々の認識の形式化にはいくつかの方法が提案されている。その中で、もっとも構造が明らかにされている方法は可能世界アプローチをとるクリプキモデルである。このアプローチにしたがえば、プレーヤの認識をつぎのように形式化できる。世界のある状態を可能世界 (possible world)  $\omega$ 、この可能世界の集合を $W$ とする。ここでは、意思決定者が想像する可能世界すべての集まりを可能世界の集合と理解してもらえば十分である。そして、可能世界の集合 $W$ 上に二項関係 $R$ を定義する。たとえば、2つの世界 $\omega_0, \omega_1$ について $\omega_0 R \omega_1$ が成立するとは、可能世界 $\omega_0$ から見れば、可能世界 $\omega_1$ は生じる可能性があることを意味する。さらに、一般的には、それぞれの可能世界でそれぞれの対象定数、関数記号、述語記号を利用してと想定することも可能である。しかし、ここではこれらは同一の記号が利用され、各可能世界ごとに対象変数の定義域が不変の場合を考える。そして、不変の定義域を $C$ とする。<sup>5</sup>可能世界、可能世界の集合、到達可能性を表す二項関係に関する哲学的解釈は他書に委ね、形式的にクリプキフレームとクリプキモデルを標準的方法にしたがって定義する。<sup>6</sup>

定義 [クリプキフレーム (Kripke constant domain augmented frame)] :

空集合ではない集合 $W$ 、その上で定義された二項関係 $R$ と定義域 $C$ からできる組 $(W, R, C)$ を様相論理に対するクリプキフレームという。また、複数の二項関係 $R_1, R_2, \dots, R_n$ が $W$ 上で定義されているならば、 $(W, R_1, R_2, \dots, R_n, C)$ を多様相論理 (multi-modal logic) に対するクリプキフレームという。

定義 [クリプキモデル (Kripke constant domain first-order model)] :

論理式の集合を $F$ 、クリプキフレームを $(W, R_i, C)$ とする。また、 $\models$ を可能世界と論理式の二項関係 (すなわち、 $\models \subseteq W \times F$ ) とする。このとき、二項関係 $\models$ がつぎのような条件を帰納的に満たすならば、4つの組 $(W, R_i, C, \models)$ を様相論理に対するクリプキモデルという。ただし、 $\omega, \hat{\omega}$ は可能世界、 $A, B$ は論理式である。<sup>7</sup>

- 原子論理式 $P$ に対して、 $\omega \models P \iff P$ は $C$ において真
- $\omega \models A \wedge B \iff \omega \models A$  かつ  $\omega \models B$
- $\omega \models A \vee B \iff \omega \models A$  または  $\omega \models B$
- $\omega \models A \supset B \iff \omega \models A$  でないか、または  $\omega \models B$

- $\omega \Vdash \neg A \iff \omega \nVdash A$  でない
- $\omega \Vdash \forall x A(x) \iff$  すべての  $a \in C$  に対して  $\omega \Vdash A(a)$
- $\omega \Vdash \exists x A(x) \iff$  ある  $a \in C$  に対して  $\omega \Vdash A(a)$
- $\omega \Vdash K_i A \iff \omega R_i \hat{\omega}$  となるすべての  $\hat{\omega}$  に対して  $\hat{\omega} \Vdash A$

$\omega \Vdash A$  のとき、「プレーヤ  $i$  にとって可能世界  $\omega$  で論理式  $A$  は真である」という。したがって、プレーヤ  $i$  の認識を表す  $\omega \Vdash K_i A$  を言葉で表すとつぎのように言うことができよう。可能世界  $\omega$  から見て生じる可能性があるすべての可能世界  $\hat{\omega}$  において論理式  $A$  が真ならば、プレーヤ  $i$  は可能世界  $\omega$  で論理式  $A$  が真であることを知っている（もしくは、信じている）。また、多様相論理に対するクリプキモデル  $(W, R_1, R_2, \dots, R_n, C, \Vdash)$  も上記の様相論理に対するクリプキモデルと同様に定義することができる。

つぎに、様相論理において対応理論 (correspondence theory) はよく知られている理論である。<sup>8</sup> 結合子  $K_i$  の解釈と関連しているので、ここで紹介することにしよう。あるクラスの任意のクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$ 、任意のクリプキモデル  $(W, R_i, C, \Vdash)$  のもとで、任意の可能世界  $\omega$  で真となる論理式をクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な (valid) 論理式という。そして、つぎの形をした論理式をそれぞれ D, T, 4, B, 5 とよぶ。ただし、 $A$  は任意の論理式である。

- D  $K_i A \supset \neg K_i \neg A$
- T  $K_i A \supset A$
- 4  $K_i A \supset K_i K_i A$
- B  $A \supset K_i \neg K_i \neg A$
- 5  $\neg K_i \neg A \supset K_i \neg K_i \neg A$  (もしくは、 $\neg K_i A \supset K_i \neg K_i A$ )

それぞれの論理式の意味はクリプキモデルにおける結合子  $K_i$  の意味を考えれば理解できよう。しかし、直感的に言葉にしたがっても解釈できる。たとえば、Dにおいては、論理式  $A$  を知っている（もしくは、信じている）ならば、少なくとも  $A$  が真となる場合がある。Tにおいては、 $A$  を知っている（もしくは、信じている）ならば、 $A$  は真である。そして、4においては、 $A$  を知っている（もしくは、信じている）ならば、「 $A$  を知っている（もしくは、信じている）」ことを知っている（もしくは、信じている）。通常、「知る」ということを表すためには、すくなくとも T が成立している必要がある。D は T よりも弱い条件（すなわち、T ならば D）なので、「信じる」ということを表すための必要条件と考えられる。このとき、二項関係  $R_i$  と論理式の形の間につぎのような対応をつけることができる。

- Dがクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な論理式  $\iff R_i$  は継続的 (serial) (すなわち, どの  $\omega$  に対してもある  $\hat{\omega}$  が存在し  $\omega R_i \hat{\omega}$ ).
- Tがクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な論理式  $\iff R_i$  は反射的 (reflexive).
- 4がクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な論理式  $\iff R_i$  は推移的 (transitive).
- Bがクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な論理式  $\iff R_i$  は対称的 (symmetric).
- 5がクリプキフレーム  $(W, R_i, C)$  で恒真な論理式  $\iff R_i$  は反射的, 推移的, 対称的.

一般に, 二項関係  $R_i$  に上記のような条件を付けないクリプキフレームをフレーム K とよぶ. そして, 各条件を追加するにしたがって, KD, KT, K4, KD4, KT4 等のフレームとよばれている. KT4, KT4B (すなわち, 5) はとくにそれぞれフレーム S4, S5 と名付けられている. そして, フレーム K をもつクリプキモデルはモデル K もしくは K モデルとよばれる. 他のモデルもそのフレームの名前に応じて同様にモデルが名付けられている.

可能世界の集合  $W$  上の二項関係  $R_i$  が反射的, 推移的, 対称的であれば, 同値関係であるので,  $W$  上に分割 (partition) を作ることができる. したがって, Aumann [1976] が提唱した情報構造 (information structure) の解釈としてクリプキフレーム S5 を採用できる. T も条件にあるので, ここで論じられている意思決定者の認識は「信じる」というよりも「知る」ことである. すると, 5 が成り立つので, 論理式  $A$  を知らなければ「 $A$  を知らない」ことを知っているということになる. この点が「知る」という直感的意味と異なると考え, フレーム S5 は人の認識としては強すぎると言う批判がある.

### 3 タブロー法

論理を議論するとき, 2つのアプローチがある. 前節で解説したように, 論理式と文が表している意味や真偽を基礎に論理を研究するアプローチを意味論, セマンティクス (semantics) という. 他方, 論理式と文を意味や真偽をもつものではなく, 単に記号の列と考える. そして, その記号操作としての推論, 証明構造を研究するアプローチを構文論, シンタックス (syntax) もしくは証明論 (proof theory) という.

シンタックスには大別して2つの方法, すなわち, 統合的方法 (synthetic procedure) と分析的方法 (analytic procedure) がある. 統合的方法とは諸公理から出発する. そして, 使うことが許されているいろいろな推論ルールを利用して, 証明すべき論理式に到達する方法である. 代表的な方法としてはヒルベルト (Hilbert, D) の形式体系, ゲンツェン (Gentzen, G) のシークエント計算がある. 他方, 分析的方法とは, 統合的方法とは逆に証明すべき論理式から出発する. そして, 使うことが許されているいろいろな (分解) ルールを利用して, 論理式をより簡単な論理式につぎつぎと分解する方法である. 代表的な方法としてはタブロ

一法がある。それぞれの方法には他の方法と比較して長所、短所がある。小論で論じるタブロー法は、証明すべき論理式を分解するだけなので、統合的方法と比較して簡単である。しかし、効率性、エレガントな証明という観点から見れば、統合的方法に劣る場合が多い。

タブロー法は反駁システム (refutation system) の一つである。概要を述べるならば、まず、証明すべき論理式を偽と仮定する。そして、その論理式からつぎつぎとより簡単な論理式をタブロールールにしたがって作っていく。複数のより簡単な論理式が生じる場合もあるので、タブロールールにしたがえば、偽と仮定した証明すべき論理式をルートとするツリー構造ができる。そして、このツリー構造のあらゆるパス (path) で矛盾が生じれば、タブロー法の証明は終わる。すなわち、証明すべき論理式を偽と仮定し、それと「整合的な」場合をすべて考えてみる。そのすべての場合について矛盾するのであれば、証明すべき論理式は偽ではなく真 (じつは、恒真) であるということになる。しかし、真偽はセマンティクスの概念であるので、シンタクスではこれに代わる記号を導入する必要がある。この記号を導入する方法が符号つき論理式 (signed formula) の方法である。符号がつかない通常の論理式を符号のない論理式 (unsigned formula) とよび、それを利用する方法もある。この場合、ツリー構造のルートは証明すべき論理式の否定とすればよい。小論では符号つき論理式の方法を解説する。また、様相論理でクリプキモデルを対象とするタブロー法にも 2 種類ある。クリプキモデルの各可能世界に対応する記号を導入し、到達可能性を表す二項関係を陽表的に取り扱う方法を冠頭タブロー法 (prefixed tableau system) とよぶ。他方、到達可能性を表す二項関係を陰伏的に取り扱う方法もある。小論では到達可能性を表す二項関係を陽表的に取り扱う前者を紹介する。タブロー法の詳細については Smullyan [1995], Fitting [1983] を参照願いたい。ここでは、タブロールールのみを説明する。

各ルールの中で  $A, B$  は論理式を表す。各論理式の前につく符号  $T, F$  は単なる記号である。そして、 $TA$  ならば論理式  $A$  は真、 $FA$  ならば論理式  $A$  は偽と解釈できる。しかし、これはあくまでもシンタクスの記号であり、タブロー法とクリプキモデルの関係 (すなわち、タブロー法の健全性 soundness や完全性 completeness) が明確でない限りクリプキモデルの真偽に対応するものではない。つぎに、符号つき論理式の前に付いている  $\sigma$  は任意の整数列である。これは先ほど述べたようにクリプキモデルの可能世界に対応していると解釈してもらえばよい。

定義 [ $\alpha$  ルール (conjunctive rules)]:

$$\frac{\sigma\alpha}{\sigma\alpha_1, \sigma\alpha_2}$$

ツリー図で言えば、 $\sigma\alpha$ に対応するノード (node) から1つのエッジ (edge) があり、つぎのノード上に  $\sigma\alpha_1$  がある。そして、そのノードからまた1つのエッジがあり、つぎのノード上に  $\sigma\alpha_2$  がある。そして、 $\alpha$ ,  $\alpha_i$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\alpha$         | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ |
|------------------|------------|------------|
| $T(A \wedge B)$  | $TA$       | $TB$       |
| $F(A \vee B)$    | $FA$       | $FB$       |
| $F(A \supset B)$ | $TA$       | $FB$       |
| $T\neg A$        | $FA$       |            |
| $F\neg A$        | $TA$       |            |

$\alpha$  ルールはつぎのように考えることができる。 $\alpha$  が  $T(A \wedge B)$  としよう。このとき、可能世界  $\sigma$  では  $T(A \wedge B)$  である。すると、「整合的」であるならば、同じ可能世界  $\sigma$  で  $TA$  かつ  $TB$  が満たされなければならない。したがって、ノード間を結ぶエッジは  $\alpha$  ルールの中で矛盾が起こらないという意味で「整合性」を表している。

定義 [ $\beta$  ルール (disjunctive rules)]:

| $\sigma\beta$                      |
|------------------------------------|
| $\sigma\beta_1 \mid \sigma\beta_2$ |

ツリー図で言えば、 $\sigma\beta$ に対応するノードから2つのエッジがあり、エッジ先の2つのノード上にそれぞれ  $\sigma\beta_1$  と  $\sigma\beta_2$  がある。そして、 $\beta$ ,  $\beta_i$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\beta$          | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
|------------------|-----------|-----------|
| $F(A \wedge B)$  | $FA$      | $FB$      |
| $T(A \vee B)$    | $TA$      | $TB$      |
| $T(A \supset B)$ | $FA$      | $TB$      |

$\beta$  ルールはつぎのように考えることができる。 $\beta$  が  $T(A \vee B)$  としよう。このとき、可能世界  $\sigma$  では  $T(A \vee B)$  である。すると、「整合的」であるためには、同じ可能世界  $\sigma$  で  $TA$  もしくは  $TB$  が満たされればよい。いずれかが満たされればよいので、ノード間を結ぶエッジは2つできる。

定義 [ $\gamma$  ルール]:

| $\sigma\gamma$    |
|-------------------|
| $\sigma\gamma(c)$ |

ただし、 $c$  は任意の対象定数もしくはパラメータである。パラメータは特定の対象定数にコミ

ットしないという意味しかない。そして、 $\gamma$ ,  $\gamma(c)$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\gamma$        | $\gamma(c)$ |
|-----------------|-------------|
| $T(\forall x)A$ | $TA(c)$     |
| $F(\exists x)A$ | $FA(c)$     |

対象定数もしくはパラメータ  $c$  の代入は標準的な代入方法（すなわち、自由変数への代入など）と同じである。そして、 $\gamma$  ルールは全称記号  $\forall$  や存在記号  $\exists$  の直感的意味をそのまま適用しているにすぎない。

定義 [ $\delta$  ルール] :

$$\frac{\sigma\delta}{\sigma\delta(c)}$$

ただし、ツリー構造のルートから  $\delta$  ルールを適用する直前の符号つき論理式までのパス上に現れないという意味で、 $c$  は新しいパラメータである。そして、 $\delta$ ,  $\delta(c)$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\delta$        | $\delta(c)$ |
|-----------------|-------------|
| $T(\exists x)A$ | $TA(c)$     |
| $F(\forall x)A$ | $FA(c)$     |

パラメータ  $c$  の代入は標準的な代入方法と同じである。

定義 [ $\nu$  ルール] :

$$\frac{\sigma\nu}{\sigma'\nu_0}$$

ただし、 $\sigma'$  は分析対象とするクリプキモデル（たとえば、K, D, T, 4 など）における到達可能性に応じて条件が変わる。たとえば、対象とするモデルが K モデルならば、 $\sigma'$  は i)  $\sigma$ ,  $n$  ( $n$  は任意の整数) であり、かつ、ii) ツリー構造のルートから  $\nu$  ルールを適用する直前の符号つき論理式までのパスにおいてすでにあらわれたことがある整数列である。その他のモデルの条件については Fitting [1983] を参照願いたい。そして、 $\nu$ ,  $\nu_0$  はつぎのようである。

| $\nu$   | $\nu_0$ |
|---------|---------|
| $TK_iA$ | $TA$    |

定義  $[\pi$  ルール]:

$$\frac{\sigma \pi}{\sigma' \pi_0}$$

ただし,  $\sigma'$  は分析対象とするクリプキモデルに応じて条件が変わる. たとえば, 対象とするモデルが K モデルならば,  $\sigma'$  は i) ある整数  $n$  が存在して  $\sigma, n$  であり, かつ, ii) ツリー構造のルートから  $\pi$  ルールを適用する直前の符号つき論理式までのパスにあらわれたことがある整数列において最初から始まる任意の部分列 (initial segment) にはならない. その他のモデルの条件については Fitting [1983] を参照願いたい. そして,  $\pi, \pi_0$  はつぎのようである.

| $\pi$    | $\pi_0$ |
|----------|---------|
| $FK_i A$ | $FA$    |

#### 4 ゲーム理論とタブロー法

本節では, タブロー法をゲーム理論の認識論理として利用する際に生じてくるであろう問題を列挙する. Fitting [1983] は有限な一階述語様相論理においてタブロー法の健全性と完備性を証明している. そして, 分析に際して有用なメタ定理が多数ある. これがわれわれの出発点である.

##### 1) 有限論理

共有知識の定式化には 2 つの方法がある. 一つは, 有限な様相論理に共有知識オペレータを導入し, その不動点性の公理と推論ルールを設定する方法である. Fagin, Halpern, Moses and Verdi [1995] は, このアプローチを導入している. 他方, 共有知識を無限の認識階層として定式化するためには, 無限の様相論理を必要とする. Kaneko and Nagashima [1996], [1997] はこのアプローチを採用している. 被支配戦略の逐次消去法が可解であるゲームをプレイするプレーヤを前提する限り, 無限の共有知識は必要ではなく, 有限の知識の範囲内で議論をすることができる. しかし, 無限の共有知識を自然な意味で必要とするナッシュ均衡を分析射程に入れるならば, 上記の 2 つの方法が参考になる.

##### 2) 多様相論理におけるタブロー法の健全性と完備性

ゲームの理論では複数のプレーヤを前提とするので, 多様相論理とならざるを得ない. 先に述べたように, Fitting [1983] は有限な一階述語様相論理におけるタブロー法の健全性と完備性を示している. しかし, 多様相論理における健全性と完備性についての研究を筆者は

知らない。したがって、前節で解説したタブロー法を単純にゲームに適用しても分析結果の含意を正確に評価できない。タブロー法の健全性と完備性の分析が必要である。

### 3) 多様相論理におけるタブロー法

タブロー法は簡単であり、適用に際しそれがもっている含意を簡単に理解できる。これを利用して、タブロールールのいろいろな適用の方法がもつクリプキモデルにおける含意を Fitting [1983] は示している。これは、ゲーム理論においてプレーヤに要請される知識水準を分析する上で有用な指摘である。多様相論理におけるタブロー法の健全性と完備性を前提に、各種のメタ定理を分析する必要がある。

### 4) 決定

上記3つの問題は基本的に論理の問題である。これらが解決したとしても、ゲーム理論で使われている概念を述語等で表す必要がある。ゲームにおいて、i) プレーヤは他のプレーヤの戦略を予想し、ii) プレーヤが(狭い意味で)合理的であれば、それに対して最適戦略を選択する。そして、ナッシュ均衡では、i) 予想した他のプレーヤの戦略は彼らの最適戦略と一致する(予想の正当性)、ii) 各プレーヤは最適戦略を選択するという意味で安定している(self-enforcing)。プレーヤの(狭い意味での)合理性を前提とするならば、予想の正当性の保証とプレーヤの認識の関係を明確にすることが、均衡を分析するために極めて重要な論点になる。プレーヤの予想と認識はプレーヤの決定を分析する概念であるので、ゲーム理論の形式化に際して決定の述語化がキーポイントになる。

### 5) その他

ゲームフォームに応じたゲームの形式化において戦略の形式化はそれほど簡単とはいえない。他方、プレーヤの推論プロセスを含む広い意味での限定合理性(bounded rationality)を分析対象とすると、論理のこれまでの研究は参考になるであろう。

### 注

- 1 共有知識については Aumann [1976]、私的情報を分析するベイジアンゲームについては Harsanyi [1967] を参照。また、均衡の計算複雑性については Gilboa and Zemel [1988]、繰返しゲームにおける満足化原理については Radner [1980] を参照。
- 2 共有知識をはじめとしてゲーム状況における認識論理の分析については Fagin, Halpern, Moses and Verdi [1995]、Kaneko and Nagashima [1996]、[1997]、Dekel and Gull [1997]、Bicchieri [1993] を参照。
- 3 ゲームにおける無限論理(infinitary logic)の必要性については Kaneko-Nagashima [1996]

を参照.

- 4 ここでは、記号としての括弧 (,) について省略する.
- 5 対象変数の定義域が不変であるモデルを定義域固定モデル (constant domain model) とよぶ. 他方、可能世界ごとに対象変数の定義域が可変であるモデルを定義域可変モデル (varying domain model) とよぶ. これらのモデルは、いわゆるバルカン論理式 (Barcan formula) と関連して論じられる. たとえば、Fitting [1983] を参照.
- 6 様相論理における各種の哲学的解釈については野上 [1997] を参照.
- 7 以下の点は標準的な一階述語論理にしたがう.
  - 一階述語論理なので項に関する解釈も構造 (structure) に含めてモデルを定義すべきであるが、項に関しては直感的な理解で十分と考え、ここでは省略する.
  - $A(a)$  における  $a$  は  $a \in C$  に対する名前 (name) である.
  - 一般にモデルは閉じた論理式に対して定義される. そして、束縛のない自由変数を含む論理式は閉包 (universal closure) によって閉じた論理式と解釈され、モデルの中で真偽が決まる.
- 8 命題論理における対応理論の詳細については Popkorn [1994] を参照.

#### 参 考 文 献

- Aumann, R. J. [1976], "Agreeing to Disagree," *Annals of Statistics* 4, 1236-1239.
- Bicchieri, C. [1993], *Rationality and Coordination*, Cambridge University Press.
- Binmore, K. [1990], *Essays on the Foundations of Game Theory*, Basil Blackwell.
- Dekel, E. and G. Gull [1997], "Rationality and knowledge in game theory," in *Advances in economics and econometrics: theory and application*, edited by D. Kreps and K. Wallis, Cambridge University Press.
- Fagin, R., J. Y. Halpern, Y. Moses and M. Y. Vardi [1995], *Reasoning about Knowledge*, MIT Press.
- Fitting, M. [1983], *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logics*, D. Reidel Publishing Company.
- Gilboa, I and E. Zemel [1988], "Nash and Correlated Equilibria: Some Complexity Consideration," Discussion Paper No. 777, The Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Northwestern University.
- Harsanyi, J. C. [1967], "Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Part I," *Management Science*, 14, 159-182.
- Kaneko, M. and T. Nagashima [1996], "Game Logic and its Applications I," *Studia Logica* 57, 325-354.
- Kaneko, M. and T. Nagashima [1997], "Game Logic and its Applications II," *Studia Logica* 58, 273-303.
- Popkorn, S. [1994], *First Steps in Modal Logic*, Cambridge University Press.
- Radner, R. [1980], "Collusive Behavior in Non-Cooperative Epsilon Equilibria in Oligopolies with Long but Finite Lives," *Journal of Economic Theory*, 22, 136-154.
- Smullyan, R. M. [1995], *First-Order Logic*, Dover Publications.

小野寛晰 [1994], 情報科学における論理, 日本評論社.

野本和幸 [1997], 意味と世界, 法政大学出版局.