<レフェリー付き論文> ミンスキー的循環

二宮，健史郎

(Citation)
国民経済雑誌,184(2):15-29

(Issue Date)
2001-08

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00051005

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00051005

ミンスキー的循環

二 宮 健史郎*

レフェリー付き論文
初稿受付日　2000年4月4日　　採択決定日　2001年2月28日

Minsky はケインズ理論を再評価し，資本主義経済に内在する複雑な金融構造が景気循環を引き起こすことを強調する金融不安定性仮説を提唱した。そして，Minsky の金融不安定性仮説が金融的な内生的景気循環論であることから，カルドア型循環モデルを適用した研究が多く行われた。しかしながら，これらの諸研究は利子率と負債の動態が整合的に論じられているとは言い難い。本稿では，Rose (1969)，置塩 (1986) の利子率の決定式をカルドア型循環モデルに導入することにより，利子率と負債の動態が整合的である動学モデルを構築する。そして，Hopf の分岐定理を適用することにより，Minsky が重視した負債荷重の変化による経済の循環を検討する。本稿のモデルの特徴は，従来のカルドア型循環モデルとは異なり，経済の循環において負債荷重の変化が重要な役割を果たしているということにある。

キーワード　ミンスキー，金融の不安定性，負債荷重，Hopf 分岐

I はじめに

Minsky はケインズ理論を再評価し，資本主義経済に内在する複雑な金融構造が景気循環を引き起こすことを強調する金融不安定性仮説を提唱した。そして，Taylor and O'Connell (1985) は，難解な Minsky の議論を簡単なマクロ経済モデルに展開し，Franke and Semmler (1989) (1991) は Minsky が重視した負債の動態を導入して金融的循環を論じた[1]。さらに，Minsky の金融不安定性仮説が金融的な内生的景気循環論であることから，カルドア型循環モデルを適用した研究も多く行われた。例えば，Semmler (1987) は「S字型貯蓄関数」を，Skott (1994) はカタストロフィー理論を適用して金融的循環を論じている。

これらの諸研究は極めて興味深いが，利子率の動態が考慮されていないか，或は，利子率が貨幣市場の需給均衡 (LM 方程式) で決定されると定式化されている[2]。言い換えれば，利子率と負債の動態が整合的に論じられていないということである。例えば，企業の負債荷重は貸手，及び借手のリスクに影響を与え，利子率の動態に影響を与えると考えられる。足立

(1994) は，利子率が貸付市場と株式市場の需給均衡で決定されると定式化し，企業の負債荷重が利子率の決定に影響することを論じている。しかしながら，足立 (1994) は経済の循環を論じていない。

他方，Rose (1969) は，貸付資金説に基づく動学モデルを提示し，金融的要因による経済の不安定性，循環を論じている。また，置塩 (1986) は，利子率が債券市場の需給で決定される IS-BB 分析を提示している。本稿の目的は，利子率の決定に関する Rose (1969)，置塩 (1986) の議論をカルドア型循環モデルに適用することにより，利子率と負債の動態を整合的に論じ，Minsky が重視した負債荷重の変化による経済の循環を検討することにある。

本稿の構成は以下の通りである。まず，第II節では，カルドア型循環モデルにおける金融的側面を検討する。第III節では，Rose (1969)，置塩 (1986) の利子率決定式をカルドア型循環モデルに導入し，金融の不安定性の議論との関連を検討する。そして，負債の動態を考慮し，Minsky 的な金融的循環を論じる。第IV節はまとめである。

II カルドア型循環モデルの金融的側面

まず，我々は，カルドア型循環モデルの金融的側面を検討しよう。カルドア型循環モデルは，以下のような方程式体系で構成される。

$$\dot{Y}=\alpha(C+I-Y) \quad \alpha>0 \tag{1}$$

$$\dot{K}=I-\sigma K \quad \sigma>0 \tag{2}$$

$$C=C(Y) \quad 0<C_Y<1 \tag{3}$$

$$I=I(Y,K,i) \quad I_Y>0 \quad I_K<0 \quad I_i<0 \tag{4}$$

$$M/p=L(Y,i) \quad L_Y>0 \quad L_i<0 \tag{5}$$

ここで，Y：所得，C：消費，I：投資，K：資本ストック，i：名目利子率，M：名目貨幣供給，p：物価水準[3]，α：財市場の調整パラメータ，σ：資本減耗率，である。そして，(1)は財市場の不均衡調整メカニズム，(2)は資本ストック K の増加率が新投資から資本減耗分を差し引いたものであるということを示している。(4)は投資関数であり，投資が資本ストック K の減少関数になるというカルドア理論と整合的である。(5)は貨幣市場の需給均衡式である。

(5)を利子率 i で解けば，

$$i=i(Y) \quad i_Y(=\varphi)>0 \tag{5'}$$

が得られる。そして，(1)～(4)及び(5)′を整理すれば，動学体系 (S_a)

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y)+I(Y,K,i(Y))-Y] \tag{S_a.1}$$

$$\dot{K}=I(Y,K,i(Y))-\sigma K \tag{S_a.2}$$

が得られる。

動学体系（S_a）の定常均衡解は，

$$C(Y^*)+I(Y^*,K^*,i(Y^*))=Y^* \tag{6}$$
$$I(Y^*,K^*,i(Y^*))=\sigma K^*$$

を満たす(Y^*, K^*)であり，均衡点で評価された動学体系（S_a）のヤコビアンは，

$$J_a=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$f_{11}=\alpha[I_Y-(1-C_Y)+I_i\varphi] \quad f_{12}=\alpha I_K<0 \quad f_{21}=I_Y+I_i\varphi \quad f_{22}=I_K-\sigma<0$$

である。

そして，動学体系（S_a）の特性方程式は，

$$\lambda^2+a_1\lambda+a_2=0 \tag{8}$$

であり，

$$-a_1=traceJ_a=f_{11}+f_{22}=\alpha[I_Y-(1-C_Y)+I_i\varphi]+I_K-\sigma \tag{9}$$
$$a_2=det\,J_a=f_{11}f_{22}-f_{12}f_{22}=-\alpha[I_Y-(1-C_Y)+I_i\varphi]\sigma-\alpha(1-C_Y)I_K \tag{10}$$

である。

ここで，以下の仮定が置かれる。

【仮定１】

動学体系（S_a）の均衡点において以下の条件が成り立つ。

$$I_Y+I_i\varphi>1-C_Y$$

仮定１は，均衡点において，限界投資性向（$I_Y+I_i\varphi$）が限界貯蓄性向（$1-C_Y$）を上回ることを意味している。これは，カルドア型循環モデル特有の仮定である。また，我々は，資本減耗率σは十分小さいと仮定する。この時，$a_2>0$である。そして，$a_1=0$を満たすαをα_{a0}とし，Hopf の分岐定理（Appendix 1）を適用することによって，$\alpha=\alpha_{a0}$の近傍で閉軌道の存在を証明することができる。

（５）を見れば分かるように，上述のカルドア型循環モデルに導入されている金融部門は，貨幣市場の需給均衡式である。しかしながら，仮定１を見れば分かるように，このような金融部門は動学体系（S_a）の安定性，及び循環には重要な影響を与えていない。動学体系（S_a）においては，所得Yの上昇に伴い利子率iが上昇する。利子率iの上昇は投資Iの増加を抑制するので，所得Yの上昇もまた抑制される。この意味において，動学体系（S_a）に導入されている金融部門は，経済を安定化させるように作用しているということができる。さらに，経済の循環に関して重要な役割を果たしているのは，投資Iが資本ストックKの減少関数であるという定式化である。言い換えれば，カルドア型循環モデルは実物的な循環モデルであるということである。

III 負債の動態と経済の循環

III－1 利子率の決定と負債の動態

以上のように，カルドア型循環モデルに導入されている金融部門は経済を安定化させるように作用しており，金融的要因による経済の不安定性を論じることはできない。また，経済の循環に関して重要な役割を果たしているのは，投資Iが資本ストックKの減少関数であるという想定である。言い換えれば，金融的要因はその循環に関して重要な役割を果たしていないということである。

Minsky の金融不安定性仮説，及びその後の理論的展開においては，負債の動態が重要な要素として検討されている[4]。しかしながら，それらのモデルにおいて，利子率の決定と負債の動態が整合的に論じられているとは言い難い。我々は，Rose (1969)，置塩 (1986) の議論をカルドア型循環モデルに適用し，金融的要因による経済の不安定性，循環を論じる。

まず，利子率の決定を検討しよう。Rose (1969) は，

$$EB=-EX-EM=-[I-S+L-M]=0 \tag{11}$$

で利子率iが決定されると定式化し，金融的な経済の不安定性，循環を論じた。ここで，EB：債券の超過需要，EX：財の超過需要，EM：貨幣の超過需要，S：貯蓄，L：貨幣需要，である。(11)は，利子率iが債券市場の需給均衡 ($EB=0$) で決定されるということを意味している。置塩 (1986) もまた(５)を批判し，債券市場の需給均衡で利子率が決定される IS-BB 分析を提示している[5]。

ここで，(11)には，貯蓄$S(=Y-C)$，投資Iが含まれている。貯蓄S，投資Iは，財市場の要素であることは言うまでもない。しかしながら，それらは同時に金融市場とも深く関っている。(11)の$S-(L-M)$は貸付資金の供給，Iは貸付資金の需要を表わしている。つまり，投資Iは貸付資金の需要，貯蓄Sは貸付資金の供給の一部であり，それが一致していない場合には利子率の動態にも影響を与えるということである。さらに，企業の負債荷重は貸手，及び借手のリスクに影響を与えるので，投資及び貨幣需要の変化を通じて利子率の動態にも影響を与えると考えられる。

我々は，寡占経済を想定し，価格決定がマーク・アップ原理により行われると仮定する。つまり，価格pは，

$$p=\frac{(1+\tau)WN}{Y} \tag{12}$$

で決定されるということである。ここで，τ：マーク・アップ率，W：名目賃金率，N：雇用量，である。

さらに，家計には，労働者家計と資産家家計があると想定する。労働者家計が受け取る実

質賃金所得 Q は，(12)を考慮すれば，

$$Q=\frac{WN}{p}=\frac{1}{1+\tau}Y \tag{13}$$

である。さらに，実質粗利潤 Π は，

$$\Pi=Y-Q=\frac{\tau}{1+\tau}Y \tag{14}$$

であり，このうち $\delta(0<\delta<1)$ の割合が資産家家計に分配され，残余が企業の内部留保となると仮定する。故に，資産家家計に分配される実質所得 R は，

$$R=\delta\Pi=\frac{\delta\tau}{1+\tau}Y \tag{15}$$

であり，企業の内部留保 V は，

$$V=(1-\delta)\Pi=\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau}Y=V(Y)\quad V'>0 \tag{16}$$

と定式化される。

消費関数 C は，

$$C=c(Q+R)+C_0=c\left(\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right)Y+C_0=C(Y)\quad 0<c<1\quad C_0>0 \tag{17}$$

のように，労働者家計，資産家家計の実質所得に対して線形であると仮定する。ここで，c は限界消費性向であり，労働者家計，資産家家計で共通であるとする。また，C_0 は自発的消費である。

(17)を考慮すれば，経済全体の貯蓄関数 S は，

$$S=Y-C(Y)=\frac{(1-c)+(1-\delta c)\tau}{1+\tau}Y-C_0=sY-C_0=S(Y) \tag{18}$$

$$s=[(1-c)+(1-\delta c)\tau]/(1+\tau)=1-c[(1+\delta\tau)/(1+\tau)]$$

と定式化される。さらに，投資関数 I は，

$$I=I(Y,K,B,i)\quad I_Y>0\quad I_K<0\quad I_B<0\quad I_i<0 \tag{19}$$

を仮定する。ここで，$I_B<0$ は，負債荷重の増大により企業が投資を抑制すると言うことを示している。これは，Minsky の言う「借手のリスク」に対応するものであると考えられる。

次に，貨幣需要を検討しよう。簡単化のため，家計は資産 ω を保有し，それを貨幣と債券に配分すると想定する。以上のように想定すれば，家計の貨幣需要 M^d，債券需要 B^d は，それぞれ，

$$M^d=\varepsilon(Y,B,i)\omega=L(Y,B,i) \tag{20}$$

$$B^d=(1-\varepsilon(Y,B,i))\omega=B^d(Y,B,i) \tag{21}$$

$$\omega = M + B \quad \varepsilon_Y >< 0 \quad \varepsilon_i < 0 \quad \varepsilon_B > 0$$

$$L_Y = \varepsilon_Y \omega >< 0 \quad L_B = \varepsilon_B \omega > 0 \quad L_i = \varepsilon_i \omega < 0$$

と定式化される。(20)(21)は，家計の資産選択を表わしている。ここで，$\varepsilon\,(0<\varepsilon<1)$ は，貨幣需要に向けられる割合である。そして，$\varepsilon_Y<0$ は，所得 Y の上昇が企業の倒産確率を低下させるので，家計が債券需要を増加，貨幣需要を減少させると言うことを示している。これは，Minsky の言う「貸手のリスク」を表わしていると考えられる。このような効果が相対的に強い場合，貨幣需要は所得 Y の減少関数になる可能性があるということである ($L_Y<0$)。$\varepsilon_B>0$ もまた「貸手のリスク」を表わしていると考えられる。つまり，負債 B の増大は企業の倒産確率を上昇させると考えられるので，家計は債券よりも貨幣を選好するということである。

貨幣供給は，貨幣が預金を含む内部貨幣であると考え，Rose (1969) に従って

$$M = M(Y, i) \quad M_Y > 0 \quad M_i < 0 \tag{22}$$

を仮定する。つまり，所得 Y の増加によって経済に対する確信が高まると貨幣供給は増加し，利子率 i の上昇が銀行貸出の増加をもたらすということである。$M_Y>0$ もまた「貸手のリスク」に対応していると考えられる。

我々は，Rose (1969)，置塩 (1986) に従い，利子率 i が債券市場の需給均衡 ($EB=0$) で決定されると想定する。(18)(19)(20)(22)を(11)に代入すれば，

$$EB = -[I(Y, K, B, i) - S(Y) + L(Y, B, i) - M(Y, i)] = 0 \tag{23}$$

が得られ，(23)を利子率 i で解けば，

$$i = i(Y, K, B) \tag{24}$$

$$i_Y = -\frac{I_Y - s + m_Y}{I_i + L_i - M_i} = \varphi >< 0 \quad m_Y = L_Y - M_Y$$

$$i_B = -\frac{I_B + L_B}{I_i + L_i - M_i} \quad i_K = -\frac{I_K}{I_i + L_i - M_i} < 0$$

が得られる。

ここで，m_Y は経済の金融的側面を表わしている。そして，(24)は利子率 i が所得 Y の減少関数となる可能性があることを示している。さらに，φ の符号，大きさを決定しているのは，$I_Y - s$，m_Y 等であることが分かる。つまり，所得 Y の上昇により「貸手のリスク」が大きく低下 ($m_Y<0$ で，その絶対値が大きい)，或は，所得 Y の下落により「貸手のリスク」が大きく上昇するならば，利子率 i は所得 Y の減少関数となる可能性もあると言うことである[6]。また，i_B の符号は，「借手のリスク」(I_B) と「貸手のリスク」(ε_B) の相対的大きさに依存するということを示している。借手のリスクは，貸手のリスクに比して小さいと考えられるので，我々は $i_B>0$ を仮定する。

次に，負債の動態を検討しよう。企業は，投資Iを行うために内部留保Vを使用し，不足する分を借入（負債Bの増加$\dot{B}$）で補うと想定する。故に，負債Bの動態は，

$$\dot{B}=I(Y,K,B,i)-V(Y)=I(Y,K,B,i)-\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau}Y \tag{25}$$

と定式化される。

III－2　資本ストックKが一定の場合

以上の議論により，負債の動態を考慮した動学モデルを提示しよう。まず，我々は資本ストックKが一定（$K=\bar{K}$）である簡単なケースを検討しよう。(1)(17)(19)(24)(25)より，資本ストックKが一定である場合の動学体系（S_b）は，

$$\dot{Y}=\alpha\left[c\left(\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right)Y+C_0+I(Y,\bar{K},B,i(Y,\bar{K},B))-Y\right] \tag{S_b.1}$$

$$\dot{B}=I(Y,\bar{K},B,i(Y,\bar{K},B))-\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau}Y \tag{S_b.2}$$

と定式化される。

動学体系（S_b）の定常均衡解は，

$$c\left(\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right)Y^*+C_0+I(Y^*,\bar{K},B^*,i(Y^*,\bar{K},B^*))=Y^* \tag{26}$$

$$I(Y^*,\bar{K},B^*,i(Y^*,\bar{K},B^*))=\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau}Y^*$$

を満たす（Y^*, B^*）である。

ここで，以下の仮定を置く。

【仮定2】

動学体系（S_b）の均衡点において次の条件が成り立つ。

$$I_Y+I_i\varphi>s$$

この仮定は，仮定1と同様，均衡点において限界投資性向が限界貯蓄性向を上回ることを意味している。

均衡点で評価された動学体系（S_b）のヤコビアンは，

$$J_b=\begin{bmatrix}h_{11} & h_{12}\\ h_{21} & h_{22}\end{bmatrix} \tag{27}$$

$$h_{11}=\alpha[I_Y+I_i\varphi-s]>0 \quad h_{12}=\alpha(I_B+I_i i_B)<0$$

$$h_{21}=I_Y+I_i\varphi-\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau} \quad h_{22}=I_B+I_i i_B<0$$

である。そして，その特性方程式は，

$$\lambda^2+b_1\lambda+b_2=0 \tag{28}$$

であり，

$$-b_1=traceJ_b=h_{11}+h_{22}=\alpha[I_Y+I_i\varphi-s]+(I_B+I_ii_B) \tag{29}$$

$$b_2=detJ_b=h_{11}h_{22}-h_{12}h_{21}=-\alpha\left[\frac{(1-c)(1+\delta\tau)}{1+\tau}\right](I_B+I_ii_B)>0 \tag{30}$$

である。

ここで，我々は，

$$q=I_Y-s=I_Y-\left(1-c\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right) \tag{31}$$

と定義する。qは経済の実物的側面を表わしている。(29)より，任意の$q(=q_b)$，$\alpha(=\alpha_b)$について $b_1(=-traceJ_b)=0$ を満たすm_Yをm_{Yb}とすれば，

$$m_{Yb}=-\frac{L_i-M_i}{I_i}q_b-\frac{(I_i+L_i-M_i)(I_B+I_ii_B)}{\alpha_bI_i} \tag{32}$$

が得られる。

以上の想定により，以下の命題１が導かれる。

【命題１】

$m_Y>m_{Yb}$ならば動学体系（S_b）は安定，$m_Y<m_{Yb}$ならば不安定となる。

(証明)

$m_Y>m_{Yb}$ならば，$b_1>0$ である。また，$b_2>0$ である。故に，$m_Y>m_{Yb}$ならば，Routh-Hurwitz の条件は満たされる。逆に，$m_Y<m_{Yb}$ならば$b_1<0$ となり，Routh-Hurwitz の条件は満たされない。 □

命題１は，金融的要因のみによって動学体系（S_b）が不安定になる可能性があることを示している。

さらに，動学体系（S_b）において，Hopf の分岐定理を適用することにより，以下の命題２を証明することができる。ここで，$b_1(=-traceJ_b)=0$ を満たすαをα_{b0}と定義すれば，

$$\alpha_{b0}=-\frac{I_B+I_ii_B}{I_Y-s}>0 \tag{33}$$

である。

【命題２】

任意のq，m_Yに対してαを分岐パラメータに選んだとき，$\alpha=\alpha_{b0}$において Hopf 分岐が

発生し，α_{b0} の近傍のパラメータのある範囲において動学体系（S_b）の非定常的な周期解が存在する。[7]

（証明）

Appendix 2

動学体系（S_b）における経済の循環は，動学体系（S_a）とは異なり負債 B の動態が重要な役割を果たしている。それは次のようなメカニズムである。ここで，所得 Y が上昇している局面を考えよう。所得 Y の上昇により投資 I は促進される。しかしながら，投資 I の促進は企業の負債 B を増大させ，家計の「貸手のリスク」を高めると考えられる。「貸手のリスク」の増大は債券需要を大きく減少させ，利子率 i を上昇させると考えられる。また，負債の増大により，企業の「借手のリスク」も上昇すると考えられる。その結果，投資 I は抑制され，景気が反転するのである。これは，金融的要因による経済の循環である。

さらに，命題1は，$m_Y<0$ でその絶対値が大きい場合，動学体系（S_b）が不安定になるということを示している。例えば，所得 Y の下落局面において「貸手のリスク」が大きく増大するならば，所得 Y が永続的に下落する状態が生まれる。これは，金融恐慌の局面を表わしていると考えられる。

III－3　資本ストック K が可変の場合

動学体系（S_b）は，投資 I を考慮しているにもかかわらず，資本ストック K は一定であると考えていた。ここでは，カルドア型循環モデルと同様，資本ストック K の動態を考慮した場合を検討しよう。

(2)(19)より，資本ストック K の動態は，

$$\dot{K}=I(Y,K,B,i)-\sigma K \tag{34}$$

と定式化される。

(1)(17)(19)(24)(25)及び(34)より，負債 B，資本ストック K の動態を考慮した動学体系（S_c）は，

$$\dot{Y}=\alpha\left[c\left(\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right)Y+C_0+I(Y,K,B,i(Y,K,B))-Y\right] \tag{S_c.1}$$

$$\dot{K}=I(Y,K,B,i(Y,K,B))-\sigma K \tag{S_c.2}$$

$$\dot{B}=I(Y,K,B,i(Y,K,B))-\frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau}Y \tag{S_c.3}$$

と定式化される。

動学体系（S_c）の定常均衡解は，

$$c\left(\frac{1+\delta\tau}{1+\tau}\right)Y^*+C_0+I(Y^*,K^*,B^*,i(Y^*,K^*,B^*))=Y^* \tag{35}$$

$$I(Y^*, K^*, B^*, i(Y^*, K^*, B^*)) = \sigma K^*$$
$$I(Y^*, K^*, B^*, i(Y^*, K^*, B^*)) = \frac{(1-\delta)\tau}{1+\tau} Y^*$$

を満たす（Y^*, K^*, B^*）である。仮定 2 は，動学体系（S_c）においても満たされると想定する。

均衡点で評価された動学体系（S_c）のヤコビアンは，

$$J_c = \begin{bmatrix} \alpha(e_{21}-s) & \alpha e_{32} & \alpha e_{33} \\ e_{21} & e_{32}-\sigma & e_{33} \\ e_{21}-\dfrac{(1-\delta)\tau}{1+\tau} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \tag{36}$$

$$e_{21} = I_Y + I_i\varphi \quad e_{32} = I_K + I_i i_K < 0 \quad e_{33} = I_B + I_i i_B < 0$$

である[8]。そして，その特性方程式は，

$$\lambda^3 + d_1\lambda^2 + d_2\lambda + d_3 = 0 \tag{37}$$

であり，

$$d_1 = -\alpha[I_Y + I_i\varphi - s] - (e_{32}-\sigma) - e_{33} \tag{38}$$

$$d_2 = \begin{vmatrix} e_{32}-\sigma & e_{33} \\ e_{32} & e_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha(e_{21}-s) & \alpha e_{33} \\ e_{21}-\dfrac{(1-\delta)\tau}{1+\tau} & e_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha(e_{21}-\sigma) & \alpha e_{32} \\ e_{21} & e_{32}-\sigma \end{vmatrix} \tag{39}$$

$$= -\alpha e_{33}\frac{(1-c)(1+\delta\tau)}{1+\tau} - \alpha e_{32}s - \alpha[I_Y + I_i\varphi - s]\sigma + e_{33}\sigma$$

$$d_3 = -detJ_c = -\alpha\left[\frac{(1-c)(1+\delta\tau)}{1+\tau}\right]e_{33}\sigma > 0 \tag{40}$$

である。

動学体系 (S_c) においても，Hopf の分岐定理を適用することにより以下の命題 3 を証明することができる。

【命題 3】

資本減耗率 σ は大きくないとする。この時，Hopf 分岐が発生する α の値 α_{c0} が少なくとも一つ存在し，α_{c0} の近傍のパラメータのある範囲において動学体系（S_c）の非定常的な周期解が存在する。

(証明)

Appendix 3

命題 3 は，資本ストック K, 負債 B の両方の動態を考慮した場合においても，Hopf 分岐が

発生して閉軌道が生じることを示している。

IV おわりに

Minsky は，ケインズ理論を再評価し，資本主義経済に内在する複雑な金融構造が景気循環を引き起こすことを強調する金融不安定性仮説を提唱した。他方，Kaldor は，「S字型投資関数」を用いて内生的景気循環を説明した。Minsky と Kaldor 理論の統合はこれまでにも少なからず試みられている。しかしながら，それらの諸研究は，利子率の動態が考慮されていないか，或は，貨幣市場の需給均衡（LM 方程式）により利子率が決定されると定式化されている。言い換えれば，これらの諸研究は，利子率と負債の動態が整合的に論じられていないということである。

本稿では，Rose (1969)，置塩 (1986) の利子率の決定式（IS-BB 分析）をカルドア型循環モデルに導入し，利子率と負債の動態が整合的である動学モデルを提示した。そして，Hopf の分岐定理を適用することにより Minsky が重視した負債荷重の変化による経済の循環を検討した。本稿のモデルの特徴は，従来のカルドア型循環モデルとは異なり，経済の循環において負債荷重の変化が重要な役割を果たしているということである。

その循環のメカニズムは次のようなものである。ここで，所得 Y が上昇している局面を考えよう。所得 Y の上昇により投資 I は促進される。しかしながら，投資 I の促進は企業の負債 B を増大させ，家計の「貸手のリスク」を高めると考えられる。そして，債券需要が大きく減少し，利子率 i は上昇する。また，負債の増大により，企業の「借手のリスク」もまた上昇すると考えられる。その結果，投資 I は抑制され，景気が反転する。これは，金融的な要因による経済の循環である。さらに，所得 Y の下落局面において「貸手のリスク」が大きく増大するならば，所得 Y が永続的に下落する状態が出現する。これは，金融恐慌の局面を表わしていると考えられる。

最後に今後の検討課題を述べる。本稿では，物価水準や名目賃金率が不変であると仮定し議論を展開している。しかしながら，賃金の変化は，利潤の変化を通じて企業の財務構造に影響を与えると考えられる。また，物価水準の変化もまた貨幣の実質残高の変化を通じて利子率の動態に影響を与えるであろう。物価水準や名目賃金率の変化を考慮して金融不安定性を論じることは意味があることであると思われる。

【Appendix 1】

■ Hopf の分岐定理[9]

ε をパラメータとする微分方程式，

$$\dot{X}=f(X,\varepsilon),\ X\in R^n,\ \varepsilon\in R$$

を考えよう。この体系において，以下の①～③が満たされていると仮定する。

① この体系の均衡値 $x^*(\varepsilon)$ ($f(x^*;\varepsilon_0)=0$ を満たす x^*) は，ε の滑らかな連続関数である。

② この体系の特性方程式 $|\lambda I-Df(x^*(\varepsilon_0);\varepsilon_0)|=0$ は，$\varepsilon=\varepsilon_0$ において一組の純虚根 $\lambda(\varepsilon_0)$ を持ち，その他には実数部分がゼロになる根を持たない。ここで，$Df(x^*(\varepsilon_0);\varepsilon_0)$ は，$\varepsilon=\varepsilon_0$, $x=x^*(\varepsilon_0)$ におけるこのシステムのヤコービ行列である。

③ $\dfrac{d(Re\lambda(\varepsilon))}{d\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_0}\neq 0$ である。ここで，$Re\lambda(\varepsilon)$ は $\lambda(\varepsilon)$ の実数部分である。

このとき，次のような性質を持つ連続関数 $\varepsilon(v)$ が存在する。$\varepsilon(0)=\varepsilon_0$ であり，$v\neq 0$ を満たしたすべての小さな v に対して，上述の微分方程式体系の非定常的な周期解の連続な族 $x(t;v)$ が存在して，$v\to 0$ になるに従って均衡点 $x(\varepsilon_0)$ に退化する。循環の周期は，近似的に $2\Pi/\{Im\lambda(\varepsilon_0)\}$ によって与えられる。ここで，$Im\lambda(\varepsilon_0)$ は $\lambda(\varepsilon_0)$ の虚数部分である。

【Appendix 2】

■ 命題 2 の証明

2 変数の特性方程式 $\lambda^2+b_1\lambda+b_2=0$ が，1 組の純虚根 $\pm hi$(ここの i は，$i=\sqrt{-1}$, $h\neq 0$) を持つための必要十分条件は，$b_1=0$, $b_2>0$ が同時に成立することである。この時，特性根は，$\lambda_1,\lambda_2=\pm\sqrt{b_2}i$ である。故に，Hopf の分岐定理の条件②は，$b_1=0$, $b_2>0$ と同値である。

動学体系 (S_b) の特性方程式(28)は，$\alpha=\alpha_{b0}$ の時，$b_1(=-trace J_b)=0$ である。この時，$b_1=0$, $b_2>0$ を同時に満たし，1 組の純虚根を持つことがいえる。

さらに，特性根が複素数になる α の範囲では，$Re\lambda(\alpha)=trace J/2$ である。$Re\lambda(\alpha)$ は，$\lambda(\alpha)$ の実数部分である。(29)より，

$$\frac{d(Re\lambda(\alpha))}{d\alpha}\Big|_{\alpha=\alpha_{b0}}=\frac{I_Y+I_i\varphi-s}{2}\neq 0$$

である。故に，$\alpha=\alpha_{b0}$ の時，Hopf の分岐定理を適用するための条件①～③が全て満たされる。 □

【Appendix 3】

■ 命題 3 の証明

(39)より，

$$\lim_{\sigma\to 0} d_2=-\alpha e_{33}\frac{(1-c)(1+\delta\tau)}{1+\tau}-\alpha e_{32}s>0$$

である。故に，σ が十分に小さいならば，$d_2>0$ である。

また，

$$\lim_{\alpha\to 0} d_1d_2-d_3=[(e_{32}-\sigma)+e_{33}]e_{33}\sigma>0$$

である。故に，αが十分小さくなれば，$d_1d_2-d_3>0$ となる。

さらに，$d_1d_2-d_3$ の α^2 の係数を η とすれば，

$$\lim_{\sigma\to 0}\eta=[I_Y+I_i\varphi-s]\left[\frac{(1-c)(1+\delta\tau)}{1+\tau}e_{33}+e_{32}s\right]<0$$

である。つまり，σが十分小さいならば，$\eta<0$ となる。そして，σが十分小さいと仮定すれば，

$$\lim_{\alpha\to\infty}d_1d_2-d_3<0$$

である。

故に，σが十分小さいという想定のもと，αが十分大きくなれば $(\alpha\to\infty)$ $d_1d_2-d_3<0$ となり，逆に，十分小さくなれば $(\alpha\to 0)$ $d_1d_2-d_3>0$ となる。$d_1d_2-d_3$ はαの滑らかな連続関数だから，$d_1d_2-d_3=0$，かつ $\partial(d_1d_2-d_3)/\partial\alpha|_{\alpha=\alpha_{c0}}\neq 0$ となるようなαの値，α_{c0}が少なくとも一つ存在する。また，σが十分小さいという仮定により $d_2>0$ である。

3 変数の特性方程式，$\lambda^3+d_1\lambda^2+d_2\lambda+d_3=0$ が一組の純虚根 $\pm hi(i=\sqrt{-1},\ h\neq 0)$ を持つための必要十分条件は，$d_2>0$，及び $d_1d_2-d_3=0$ が同時に成立することである。この時，特性根λは具体的に，$\lambda=-d_1,\ \pm\sqrt{d_2}i$ と表される。故に，Hopf の分岐定理の条件②は，$d_2>0$，$d_1d_2-d_3=0$ が同時に成立することと同値である。そして，動学体系 (S_c) の特性方程式 (37) は，$\alpha=\alpha_{c0}$ で一組の純虚根 $\lambda_1=\sqrt{d_2}i,\ \lambda_2=-\sqrt{d_2}i$ を持つ。

Orlando の公式より，

$$\begin{aligned}d_1d_2-d_3&=-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_2+\lambda_3)(\lambda_3+\lambda_1)\\&=-2h_1(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)\end{aligned}$$

である。ここで，h_1 は複素根λの実部，h_2 は虚部の絶対値である。これをαで微分すれば，

$$\frac{\partial(d_1d_2-d_3)}{\partial\alpha}=-2\left[\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)+h_1\frac{\partial(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)}{\partial\alpha}\right]$$

となる。これに，$h_1=0$，$h_2=h$ を代入すれば，

$$\left.\frac{\partial(d_1d_2-d_3)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{c0}}=-2(\lambda_3^2+h^2)\left[\left.\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{c0}}\right]$$

が得られる。故に，

$$\left.\frac{\partial(d_1d_2-d_3)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{c0}}\neq 0 \quad ならば \quad \left.\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{c0}}\neq 0$$

である。よって，$\alpha=\alpha_{c0}$ で Hopf 分岐が発生するための条件①②③が全て満たされている。

□

謝　辞

＊本誌レフェリーより，懇切丁寧なコメントを頂いた。特に，価格の決定式，消費関数等の定式化に関する多くの重要な示唆により，本稿を大幅に改善することができた。記して感謝申し上げる。尚，本稿は平成12年度滋賀大学学長裁量経費，陵水学術後援会研究助成による研究成果の一部である。

注

1 この他，Minsky の金融不安定性仮説を数理モデルに展開したものは多数存在するが，Foley (1987), Jarsulic (1993) 等が興味深い。

2 Akashi and Asada (1985) は，Chang and Smyth (1971) に LM 方程式を導入し，金融部門が経済を安定化させる作用を持つと論じている。

3 本稿では，物価水準 p は一定であると仮定する。

4 Minsky の金融不安定性仮説において，負債比率の上昇はヘッジ金融，投機的金融，ポンツィ金融への移行過程を表わすものとして重視されている。

5 ワルラス法則は $EX+EB+EM=0$ で表わされる。置塩 (1986) は，財市場が不均衡である場合 ($EX\neq0$)，$EB+EM=0$ とはならないので(5)は誤りであるとしている。しかしながら，財市場が需給均衡 ($EX=0$) しているならば，利子率は貨幣市場の需給均衡 ($EM=0$) で決定されることを意味している。故に，財市場と貨幣市場の同時均衡で均衡産出量，利子率が決定される IS-LM 分析と，財市場と債券市場の同時均衡で決定される IS-BB 分析の均衡点は同じである。動学体系 (S_a) のようなカルドア型循環モデルでは，在庫調整により財市場は常に均衡していると仮定されている。

6 この点が金融的な経済の不安定性の発生に関して重要であるということは，Rose (1969), Taylor and O'Connell (1985)，足立 (1994) で指摘されている。

7 $\alpha<\alpha_{b0}$，$\alpha>\alpha_{b0}$ のいずれの領域に周期解が存在するかは，本稿の仮定からは確定できない。$\alpha<\alpha_{b0}$ の領域に周期解が存在するケースは「サブクリティカル (subcritical)」な分岐と呼ばれ，周期解そのものは不安定になる。逆に，$\alpha>\alpha_{b0}$ の領域に周期解が存在するケースは「スーパークリティカル (supercritical)」な分岐と呼ばれる。この場合，均衡解は局所的に不安定となり，周期解は安定になる。同様のことは，動学体系 (S_c) についても言える。

8 $I_K+I_i i_K=I_K(L_i-M_i)/(I_i+L_i-M_i)<0$

9 Hopf の分岐定理及び命題２，命題３の証明方法については浅田 (1997)，二宮 (2001) を参照。

参 考 文 献

Akashi, S. and Asada, T.(1986), "Money in Kaldorian Cycle Theory,"『経済研究』第37巻，第２号，pp. 169-177.

Asada, T.(1995), "Kaldorian Dynamics in an Open Economy," *Journal of Economics*, Vol. 62, pp. 33-54.

浅田統一郎 (1997)，『成長と循環のマクロ動学』日本経済評論社。

足立英之 (1994)，『マクロ動学の理論』有斐閣。

Chang, W. and Smyth, D.(1971), "The Existence and Persistence of Cycles in a Nonlinear

Model: Kaldor's 1940 Model Re-Examined," *Review of Economic Studies*, Vol. 38, pp. 37-44.

Foley, D.K. (1987), "Liquidity-Profit Rate Cycles in a Capitalist Economy," *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 8, pp. 363-376.

Franke, R. and Semmler, W. (1989), "Debt-Financing of Firms, Stability, and Cycles in a Dynamic Growth Model," Semmler, W. (ed.), FINANCIAL DYNAMICS AND BUSINESS CYCLES, M. E. Sharpe, Inc., pp. 38-64.

Franke, R. and Semmler, W. (1991), "A Dynamical Macroeconomic Growth Model with External Financing of Firms: A Numerical Stability Analysis," Nell, E. J. and Semmler, W. (eds.), NICHOLAS KALDOR AND MAINSTREAM ECONOMICS, Macmillan, pp. 335-359.

Jarsulic, M. (1990), "Debt and Macro Stability," *Eastern Economic Journal*, Vol. 15, No. 3, pp. 91-100.

Jarsulic, M. (1993), "The Implications of Financial Constraints and Debt for Macroeconomic Stability," *Economic Notes*, Vol. 22, No. 3, pp. 487-504.

Kaldor, N. (1940), "A Model of the Trade Cycle," *The Economic Journal*, Vol. 50, pp. 78-92.

Minsky, H. P. (1975), JOHN MAYNARD KEYNES, Columbia University Press. (堀内訳『ケインズ理論とは何か』岩波書店, 1999)

二宮健史郎 (2001),「カルドア型循環モデルと金融の不安定性」『ファイナンス研究』, No. 27.

置塩信雄 (1986),「利子率, 外国為替率の運動」『国民経済雑誌』第154巻, 第6号, pp. 49-69.

Rose, H. (1969), "Real and Monetary Factors in the Business Cycle," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 1, pp. 138-152.

Sasakura, K. (1994), "On the Dynamic Behavior of Schinasi's Business Cycle Model," *Journal of Macroeconomics*, Vol. 16, pp. 423-444.

Semmler, W. (1987), "A Macroeconomic Limit Cycle with Financial Perturbations," *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 8, pp. 469-495.

Skott, P. (1994), "On the Modeling of Systemic Financial Fragility," Dutt, A. K. (ed.), NEW DIRECTIONS IN ANALYTICAL POLITICAL ECONOMY, Edward Elgar Publishing Limited, pp. 49-76.

Taylor, L. and O'Connell, S. A. (1985), "A Minsky Crisis," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, pp. 871-886.