



〈雑録〉社債及年金ノ利廻率計算法(2)

原口, 亮平

(Citation)

經濟學商業學國民經濟雜誌, 10(3):493*-504

(Issue Date)

1911-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00051698>



社債及年金ノ利廻率 計算法(其二)

原口亮平

四、第三法

一六、本法ハ二種若クハ二種以上ノ利率(爾

$$i = .02 \quad 102.9 - 102 \\ .045 - .02 = 104.5 - 102$$

トシ、此比例式ヲ計算シテ i ノ位 $.029$ ヲ求メ得ベシ。斯ノ如ク與ヘラレタル元利 102.9 ヲ 104.5 ト 102 トノ間ニ挿入シテ、之ニ應ズル利率 $.029$ ヲ計算スルヲ補間法トイフ。

蓋シ多數ノ利息函數ハ甚ダ複雑セルモノニシテ、上記ノ如キ單純ナルモノ少シ。隨テ此假定ハ特ムベカラザルモノ、如シト雖モ、此等ノ函數ニハ皆多少此關係ノ存スルモノアルハ、認識スルコトヲ得ルナリ、例ヘバ複利法ニヨル 30 年後ノ元利合計ヲ觀ルニ

利率	元利合計	差
.03	2.4278	.1881
.0325	2.6104	.1964
.035	2.8068	.2107
.0375	3.0175	.2259
.04	3.2434	

ノ如ク、利率 $.0325$ ノ増シハ元利約 2 ノ増シヲ生ジ、隨テ元利合計ノ小數第一位マデハ、假定ノ關係アリ。更ニ其利率ノ間隙ヲ小ニスルトキハ同ジク 30 年ノ元利合計

利率	元利合計	差
.0301	2.43483	.00711
.0302	2.44144	.00712
.0303	2.44856	.00714
.0304	2.45570	.00716
.0305	2.46286	.00718
.0306	2.47004	

ニ於テハ小數第四位マデ、同様ノ關係アルコトヲ知ルベシ。隨テ此假定ニヨリ其試算率ノ間隔ヲ小ニスルトキハ可ナリ精密ナル利率ヲ決定シ得ベキコト明ナリトス。

設題、 30 年後ニ元金 1 ガ 2.45 トナルベキ利率ハ何程ナルカ。
解 前掲元利合計ニ就テ 2.45 ハ利率 $.03034$ ノ間ニア
ル故ニ、此間ニ所求ノ利率ヲ挿入スルトキハ

$$i = .0303 \quad 2.45 - 2.44856 \\ .0304 - .0303 = 2.45570 - 2.44856$$

トナリ之ヨリ

$$i = .0303202$$

ヲ得、此値ハ眞値ナリ。即小數第7位マテヲ求メ得タル也。

本計算法ハ前二法ノ如ク算式ニ困難ナル變化ヲ要セズ、但シ其適用ニ便ナラシムル爲メ次款ニ其範式ヲ示スベシ。

(附記 補間法ニ關スル一般ノ說明ハ “Interpolation by First Difference” — Chrystal's Text Book of Algebra, Part I, page 524 — ヲアリ。参照アレ。

一七、年金 第六款冒頭ニ掲ゲタル一般ナル

算例ニ就テ述ベンニ、利息表又ハ試算ニヨリ、 i' ナル利率ニ於ケル現價ハ a' ニシテ、 i'' ナル利率ニ於ケル現價ハ a'' ニシテ、且 a ハ a' ト a'' トノ中間ニアルコトヲ知ルトキハ、前款ノ假定ニヨ

リ

$$\frac{i - i'}{i' - i''} = \frac{a - a'}{a' - a''}$$

ヲ得。之ヨリ

$$i' = i + \frac{a - a'}{a'' - a'}(i' - i)$$

ナル範式ヲ生ズ、今之レガ適用ヲ示サンニ、前ト同ジク、 $n = 40$, $a = 15$ トスルハ、年金現價表ニテ $i' = .06$ ナルトキ $a' = 15.04629687$, $i'' = .0625$ ナルトキ $a'' = 14.58482868$, ナルコトヲ知リ、 i ヲ所求利率トスルン

$$i = .06 + \frac{15 - 15.0463}{14.5848 - 15.0463} \times (.0625 - .06)$$

$$= .06251$$

即小數第5位ニ於テ少許ノ誤差顯ハル。

猶精密ナル利率ヲ計算セント欲セバ、茲ニ得タル利率 $.06251$ ヲ試算率トシテ範式(11)ヲ重用スベシ。即利率 $.06251$ ニ於ケル現價ハ對數

計算ニヨリ14.99882ナルヲ以テ、之ヲ a'' トスル

$$i' = .06 + \frac{15 - 15.04630}{14.99882 - 15.04630} \times (.060251 - .0$$

6) = .06024476ヲ得。此値ハ正值ナリトス。

一八、社債 其計算法ニ數種アリ。何レモ第七款ニ示シタル算例ニ就テ述ベントス。

(1) 試算率 i' 及 i'' ニ於ケル社債ノ現價ヲソレゾレ A' A'' トセヨ。即

$$A' = v'^n + \frac{g}{i'}(1 - v'^n)$$

及

$$A'' = v''^n + \frac{g}{i''}(1 - v''^n)$$

トセヨ。然ラバ前款ト同様ニ

$$i = i' + \frac{A - A'}{A'' - A'}(i'' - i') \quad (12)$$

ナル範式ヲ得ベシ。又此範式ニ於テ $i' = g$ ニ隨テ

$$A'' = 1 + \text{スルトキ}$$

$$i = i' + \frac{A - A'}{1 - A'}(g - i') = i' + (1 - \frac{1 - A}{1 - A})(g - i')$$

$$= g + (i' - g) \frac{1 - A}{1 - A'} = g + (i' - g)$$

$$\frac{1 - A}{1 - v'^n - \frac{g}{i'}(1 - v'^n)} = g + i' \frac{1 - A}{1 - v'^n} = g$$

$$+ \frac{k}{a'^n} \quad (13)$$

但 $k = (1 - A)$ 即現價ノ額面金高ニ對スル割引

高ヲ示シ、 $\frac{1}{a'^n} \left(\frac{i'}{1 - v'^n} \right)$ 即利率 i' ニ於ケル

賦金率ヲ示スモノトス。

此範式ハ簡單ニ年金賦金表ヲ以テ、利廻率ヲ求ムルニ適スルモノニシテ、其價格ノ割引高ヲ社債ノ存續スル期限内ニ償却スルニ適スル毎年ノ償却積立金ト、社債ノ毎年ノ配當金トノ和ヲ以テ、該社債ノ利潤ト看做スモノニシテ、試算

率 i ガ眞利率ニ接近スルトキハ、甚ダ有效ナリ

(□)第七款(B)ヨリ

$$A = v^n + \frac{g}{i}(1 - v^n)$$

ヲ得。之ヲ變ジテ

$$i = g \frac{1 - v^n}{A - v^n}$$

トナシ、此方程式ノ右邊ニ試算率 i 及 i'' ヲ適用シタル結果 I' 及 I'' ハ眞利率 i ノ補間ニ適スルニ因リ

$$\frac{i - i'}{i'' - i'} = \frac{i' - I'}{I'' - I'}$$

ナル關係アリ。但 $I' = g \frac{1 - v'^n}{A - v'^n}$; $I'' = \frac{1 - v''^n}{A - v''^n}$

ナリトス。之ヨリ

$$i = \frac{i'Y'' - I'v''}{I'' - I' - i'' + i} \quad (14)$$

ナル範式ヲ生ズ。

(ハ)前項ニ掲ゲタル方程式ヲ變ジテ

$$g = i \frac{A - v^n}{1 - v^n}$$

トシ、且

$$G' = i' \frac{A - v'^n}{1 - v'^n}; G'' = i'' \frac{A - v''^n}{1 - v''^n}$$

トスルトキハ、 G' 及 G'' ハ前項ト同様ニ配當率 g ノ補間ニ適スルニ因リ

$$\frac{i - i'}{i'' - i'} = \frac{g - G'}{G'' - G'}$$

ヲ得、コレヨリ

$$i = \frac{i'G'' - G'v'' + g(i' - i)}{G'' - G'} \quad (15)$$

ナル範式ヲ生ズ。

一九、今 $A = .93, g = .03, n = 30$ トシテ、前款諸範式ノ適用ヲ試ムルニ

$$i' = .0325 \pm \kappa \Delta \kappa' i'^0 = .38308768;$$

$$A' = .9525452;$$

$$I' = .03 \times \frac{1 - .383088}{.93 - .383088} = .033840;$$

$$G' = .0325 \times \frac{.93 - .383088}{1 - .383088} = .028812;$$

$$\text{又 } i'' = .035 \pm \kappa \Delta \kappa' i''^0 = .35627841;$$

$$A'' = .90803977;$$

$$I'' = .03 \times \frac{1 - .356278}{.93 - .356278} = .033660; G'' = .035 \times$$

$$\frac{.93 - .356278}{1 - .356278} = .031194;$$

範式(12) ヨリ

$$i = .0325 + \frac{.93 - .9525452}{.9080398 - .9525452} (.035 - .0325)$$

$$= .0337664$$

範式(13)ニ於テ $i' = .0325$ 隨テ $(a^i)^{-1} = .05268 \pm$

スレバ

$$i = .03 + (1 - .93) \times .05268 = .033687$$

範式(14) ヨリ

$$i = \frac{.0325 \times .033660 - .035 \times .033840}{.033660 - .033840 - .035 + .0325} = .03375.$$

範式(15) ヨリ

$$i = \frac{.0325 \times .031194 - .035 \times .028812 + .03 \times .031194 - .028812}{.031194 - .028812}$$

$$(.035 - .0325) = .033747.$$

以上ノ結果ヲ i ノ眞ノ値 .033747 ニ比較スルニ、此等ノ範式ハ何レモ實用上充分ナル精密ナル利廻率ヲ計算スルニ足ルヲ知ル。

五 結 論

二〇 參照ノ便ニ供スル爲、以上述べタル範式一覽表ヲ作ルトキハ、次ノ如シ。

範 式 一 覽 表

年 金			社 債		
現 價 a 及 期 間 n ナ 與 フ			現 價 A ノ 償 還 期 n 及 配 當 率 g ナ 與 フ		
算 法 番 號	i ナ 求 ム ル 範 式	範 式 番 號	i ナ 求 ム ル 範 式	範 式 番 號	例 算 A = .93 n = 30 g = .03
I	範 式 ナ シ		I	3	.033547
II	(a) $i' + i' \frac{a' - a}{a' - nv/n + 1}$ " (重 用) (b) $i' + i' \frac{a' - a}{a - nv/n + 1 + \frac{n(n+1)(a' - a)(v'/n + 1)}{2(a' - nv/n + 1)}}$	6 7	II	9 10	.033726 .033571
III	$i' + \frac{a - a'}{a' - a'} (i' - i')$ " (重 用)	11	III	12 13 14 15	.033766 .033687 .033750 .033747
i ノ 真 値 小 數 第 6 位 ヲ テ			i ノ 真 値 小 數 第 6 位 ヲ テ		
.030245			.033747		

注意(一)、各範式ヨリ得ベキノ誤差ハ、算例ニヨリ差違アリ。故ニ本例ノミヲ以テ、各範式ノ優劣ヲ判スルコト能ハザルモノトス。

注意(二)、本例ニ於テ得タル利廻率ヲ新試算率トシテ、各範式ヲ重用スルトキハ、一層精密ナル利廻率ヲ得ベシ。

注意(三)、利息表ノ助ヲ借りテ、利廻率ヲ計算スル場合ニハ各利率ノ間隔小ナル利息表ヲ選ブベシ、否ラザレバ、得タル結果ニ於テ誤差大ナルベシ。

注意(四)、各範式ハ何レモ其概算値ヲ與フルモノナレバ、コレガ驗シテ行フハ、最も必要ナルコトナリトス。

二、次ニ二三ノ算例ヲ解説シ、以テ本編ヲ結バントス。

(一)今回南滿洲鐵道會社發行ノ條件下ノ如シトイフ。然ラバ此發行價格ニテ應募スルトキハ幾何ノ利廻トナルベキカ。

一 發行價格 額面金額100ニ付98

二 利息 年4分5厘、每半年末拂。

三 償還 發行後10ケ年据置、爾後15ケ年限償還。

解、此社債ノ價格ハ額面金額ヨリ小ナリ。故

ニ其償還期ノ末即今後25ケ年ニ於テ爲サルモノト假定スベシ、今 $i = 5.0\%$ $= \frac{.045}{2} = .0225$ トシテ、範式(10)ヲ適用スルベシ

$$i = .0225 + .0225 \times \frac{1 - .98}{1 - .3287} = .023170$$

依テ所求利廻率ハ約年 $.023170 \times 2 = 4.6340\%$ ナリ。

(二)明治25年12月初日其元金ヲ償還シ、毎年6月初日及12月初日ニ其利息ヲ支拂フ、5分利附某市債アリ。43年9月初日之ヲ97圓替ニテ買入レンニハ、何程ノ利廻トナルベキカ。

解、所求ノ利廻率ヲ半年ニ付トスレバ、此市債ノ43年6月初日ニ於ケル價格ハ次式ノ如シ。

$$v_{25} + \frac{.025}{i} (1 - v_{25})$$

故ニ同年9月初日ニ於ケル價格ハ、之ヨリ3ケ月即半期ヲ經過セルニ依リ、之ニ半期間ノ元利率ヲ乗ジテ得ベシ。即

$$(1+i)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{.25}{i} + \frac{.025}{i} (1-i^{.25}) \right\}$$

ナリトス。サテ $.0275 \angle \frac{1}{2} \angle .025$ ナルコト明ナルニヨリ、

$$i = .0275$$

トシテ、第一試算ヲナストキハ、其價格ハ

$$(1+.0275)^{\frac{1}{2}} (1.0275)^{-.25} + \frac{.025}{.0275}$$

$$[1-.0275^{-.25}] = .9682744$$

トナリ、又

$$i = .025$$

トシテ第二試算ヲナストキハ、其價ハ

$$(1+.025)^{\frac{1}{2}} \times 1 = 1.0124228$$

トナル。範式(12)ニヨリ

$$i = .0275 + \frac{.97 - .968274}{1.012428 - .968274} (.025 - .0275)$$

$$= .0275 - .000098 = .027402$$

依テ所求ノ利廻率ハ年 $.027402 \times 2 = 5.4804\%$ ナリ。

(ハ)某會社次ノ各項ニ據リ社債ヲ募集スルアリ、其利廻率ハ何程トナルカ。

一、發行價額 額面 圓ニ付金95圓

一、利率 年6分

一、利子支拂期日 每半年末日

一償還 發行ノ時ヨリ3ケ年据置キ、其

後6ケ年間每半年ニ、社債總金額ノ $\frac{1}{12}$

ヅ、抽籤ニテ償還。

解、今所求ノ利廻率ヲ半ケ年ニ付 i トシ社債

金額ヲ1トスレバ、第一回ノ抽籤ニヨリテ、

償還セラル、社債ノ現價 A_1 ハ次ノ如シ

$$A_1 = \frac{1}{12} \left\{ i^7 + \frac{.03}{i} (1-i^7) \right\};$$

同ジク第2回ノ抽籤ニ依リテ、償還セラル、社

債ノ現價 A_2 ハ

$$A_2 = \frac{1}{12} \left\{ i^8 + \frac{.03}{i} (1-i^8) \right\}$$

同様ニ

$$A_3 = \frac{1}{12} \left\{ i^9 + \frac{.03}{i} (1-i^9) \right\}$$

〃 (下)	一行	「Probability」ノ誤
七六(下)	一行	以下本文算式ノ羅馬字體ヲ「イタリック」字體ニ改ム
〃 (下)	一行	「現價ガ」ハ直ニ次行「aナル」ニ接續ス
七七(上)	三行	「2 トス」ノ誤
〃	七行	$\left[\frac{n(n+1)(n+2)}{3!} \right] \times \left[\frac{n(n+1)(n+2)}{3!} \right]_{2s}$
〃	九行	ノ誤
〃	四行	(A)式ノ右端ニ「……」ヲ脱ス
七九(上)	七行	「K」ノ誤
〃	二行	「三行」ノ誤
七九(下)	四行	算式ノ右端ニ「(3)」ヲ脱ス
〃	一行	「二等シ……」以下行ヲ改ム
八〇(下)	九行	「トス」ノ誤
八一(上)	一行	「a=.93」ノ誤
〃 (下)	一行	「假」ノ誤
八二(上)	一行	「V」ノ誤
〃	一行	「S」ノ誤
〃	一行	「A」ノ誤
〃	一行	「(An)-1」ノ誤
八二(下)	九行	「員」ノ誤

〃	一行	「充分」ノ次ニ「小」ヲ脱ス
八三(下)	六行	「V」ノ誤
八四(上)	一行	「A」ノ誤
〃 (下)	四行	「V」ノ誤
〃	六行	右端「a-dv/n+1」ノ誤
八四(下)	一行	「p」ノ誤
八五(上)	八行	「(V)」ノ誤
〃	一行	「(1+V)」ノ誤
〃 (下)	八行	「a」ノ誤
八七(上)	二行	分母右端「Vn-1」ノ誤
〃	一行	「+0.35」ノ誤

前號所載ノ拙稿「失敗セル佛國ノ保護政策」中、第百十七頁下段中頃ニ「之ヲ以テアシユレー」ノ如キ保護貿易論者スラ云々ノ文句アリ。此内、保護貿易論者トセルハ誤リニ就キ、此六字ヲ除キ「之ヲ以テアシユレー」ト改ム(津村)