



チェーンストア・パラドックスとは何か

末廣, 英生

(Citation)

国民経済雑誌, 188(1):49-79

(Issue Date)

2003-07

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00055868>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00055868>



チェンストア・パラドックスとは何か

末 廣 英 生

Selten (1978) は、チェンストア・ゲームには、(1)ゲーム理論によるとプレイヤーが互いに合理的ならすべての市場で参入が起こると予測されるが、(2)実際には人は攻撃的価格行動をとって参入を阻止する、というパラドックスがあると論じた。この問題提起は、完全情報ゲームにおける backward induction の妥当性の問題に一般化され、(1)の理論化と(2)の実証研究をもたらした。本稿は、この2つの研究成果をサーベイし、チェンストア・パラドックスがゲーム理論に突きつけた問題の現状を整理する。

キーワード チェンストア・パラドックス, 完全情報ゲーム, backward induction, 合理性の共有知識

1 Selten のチェンストア・パラドックス

利害が相互の決定に依存し合う人々が、あらかじめ定められたルールの下でそれぞれの決定を行う場合に、各個人の決定がしばしば安定的なパターンを示すことは誰もが認める事実である。この事実を、人の合理性に関する簡単な仮説によって説明しようとする研究が、ゲーム理論である。

ある種のゲームでは、

[1] 人が安定的行動パターンを示すのは、「合理的に考えればそれ以外の行動は考えられない」からである、

と多くの人が感じている。例えば、チェス・プロブレム（チェスで、将棋における詰め将棋にあたるゲーム）では、実際に、チェスのルールの下で人は「正しい詰め手」を打つ、という安定的な行動が見られる。多くの人が、その理由を [1] に帰すことができると感じている。

そう感じるだけでなく、もしも次の2つが成り立つことが示せたとしよう。

[2] チェス・プロブレムには、自分に「相手の手によらず勝つことのできる手」があるかあるいは「相手の手によらず引き分けにできる手」があるという意味での「正しい手」があるか、あるいは相手に「相手の手によらず勝つことのできる手」があるという意味での「正しい手」があるかのいずれかである、すなわち少なくとも一方に「正しい手」がある。

[3] チェス・プロブレムにおいて, [2] の意味で自分に「正しい手」があれば, 人はいかなる盤面においてもその「正しい手」が教える選択をする。

ならば, チェス・プロブレムで安定的な行動が見られるのはそのチェス・プロブレムに存在している「正しい手」が常に行われることの結果である, と言うことができる。

この説明の説明力は, はたして[2][3]が成立するかどうかにかかっている。[2]は論理的事実の問題であり, [3]は経験的事実の問題である。そして, ゲーム理論の歴史上最初の成果の1つは[2]が成立することを論証した次の定理である。

Zermelo (1913) の定理: 任意のチェス・プロブレムについて[2]は正しい。

Aumann (1989) の紹介によれば, この定理は, ルールによって許されている手番の最大数 n に関する数学的帰納法で証明される。それを, 手番最大数 n のある盤面に直面している人にとっての「正しい手」は, その時の選択がもたらす盤面から出発する手番最大数 $n-1$ のチェス・プロブレムにおいて, 相手から見た相手である自分に「正しい手」が存在する, という盤面をもたらす選択である, と解釈することはたやすい。この解釈を, その1例であるチェスに限らない完全情報ゲーム一般に拡大すると, ある手番での「正しい選択」はその選択がもたらす次の手番以降ですでに確定している各プレーヤーにとっての「正しい戦略」がもたらす結果のなかで自分にとって最も望ましい結果をもたらす選択である, ということができる。そして, チェスについて[2]を問うのと同様, 任意に与えられた完全情報ゲームにその様な戦略が存在するかどうかを問うことができる。すなわち, 完全情報ゲームを, プレーヤー集合 I , プレーヤー i の決定ノードの集合 X_i , ターミナルノードの集合 Z , ノード x がノード x' の前にあることを表す2項関係 $x < x'$, およびプレーヤー i の利得関数 $u_i: Z \rightarrow R$ で記述する。決定ノード x に対し $A(x) \equiv \{x' | x < x' \text{ and } \forall x'' < x'; x'' \neq x \rightarrow x'' < x\}$ をその直後のノードの集合とすると, プレーヤー i の戦略は, 各 $x \in X_i$ にある $s_i(x) \in A(x)$ を対応させる計画 $s_i = (s_i(x))_{x \in X_i} \in S_i \equiv \prod_{x \in X_i} A(x)$ のことである。すべてのプレーヤーの戦略プロファイル $s = (s_i)_{i \in I}$ に対し, あるノード x から出発して, 各プレーヤー i が自分の手番 $x \in X_i$ が達せられたなら $s_i(x)$ を選択するということの結果達せられるターミナルノードを $z(s|x)$ と書く。ならば, 今述べた意味での正しい戦略のプロファイル $s^* = (s_i^*)_{i \in I}$ とは

$$[BI] \quad \forall i \in I, \forall x \in X_i, \forall s_i \in S_i; u_i(z(s_i^*, s_{-i}^*|x)) \geq u_i(z(s_i, s_{-i}^*|x))$$

を満たす戦略プロファイルのことである。すると Zermelo (1913) の定理に対応する次が成り立つ。

Kuhn (1953) の定理: すべてのプレーヤー i に対し $z \neq z'$ なら $u_i(z) \neq u_i(z')$ であるような任意の完全情報ゲームには, 条件[BI]を満たす戦略プロファイルがただ1つ存在する。完全情報ゲームに一意存在するこの戦略プロファイルを backward induction solution という。

チェスにおいて、Zermelo (1913) の定理により[2]が正しいなら、人は、[3]が正しいか否かを詳しく調べることなく、チェスのある盤面で安定的な行動が見られるのはその盤面に存在している「正しい手」が常に実行されることの結果であるという結論を受け入れてしまうかもしれない。「正しい手」が存在するならば、人が合理的でありさえすれば、その合理性の形式が何であっても、その「正しい手」を実行することになるだろう、と予想されるからである。実際、チェス・プロブレムにおいて多くの人が[1]を正しいと感じているのは、このようにしてであると推測される。

同様に、任意に与えられた完全情報ゲームで人が安定的な行動を示すのは、そのゲームに backward induction solution が存在し、人がその「正しい戦略」を実行することの結果である、という結論を受け入れることに何らの問題もないように思われる。しかし、Selten (1978) は、次のチェーンストア・ゲームを考察して、この結論が「間違っている」と論じた。20の独立した市場の各々に1店舗づつ所有するチェーンストア経営者（プレーヤー C）が、市場1、市場2の順に20回の同じ市場参入ゲームにさらされる。1つの市場の参入ゲームは図1で表される。潜在的参入者（この市場が市場 k ならプレーヤー E_k ）が参入するか（IN）しないか（OUT）を選択する。参入しなければ、その市場でのチェーンストア経営者の利得は5、潜在的参入者の利得は1である。潜在的参入者が参入した場合、続いてチェーンストア経営者は、協調的価格戦略（CO）か攻撃的価格戦略（AG）のいずれかを選択する。参入が起こって協調的価格戦略がとられたなら、チェーンストア経営者の利得は2、参入者の利得は2である。参入が起こって攻撃的価格戦略がとられたなら、チェーンストア経営者の利得は0、参入者の利得は0である。潜在的参入者 E_k は、各市場ごとに別人であり、自分が参入できる市場 k での市場参入ゲームの結果のみに関心がある。チェーンストア経営者は、20の市場の利得合計に関心がある。そして、1人のチェーンストア経営者と20人の潜在的参入者の計21人のプレーヤーは、すべての市場のすべての逐次選択の結果をその都度観察することができる。このゲームについて、Selten (1978) は、次の3つを主張した。

[4] チェーンストア・ゲームは Kuhn (1953) の定理の前提を満たす完全情報ゲームで、ただ1つの backward induction solution がある。それは、すべての市場で潜在的参入者は IN をとりチェーンストア経営者は CO をとる、というものである。これが、ゲーム理論による予測である。

[5] しかし、実際に自分自身がチェーンストア経営者なら、十分最後の市場に近づくまでは（例えば最後の3市場を除く市場17までは）参入があったなら攻撃的価格戦略をとる。それを見れば潜在的参入者は参入しないことを選択し、結果的に自分は高い利得を手にできるだろう。友人や同僚に聞いたところ、誰もが同じ考えである。数学の訓練を受けた人だけは backward induction solution の論理を理解できるが、その様な人でも、いざ自分自

身がチェーンストア経営者の立場なら攻撃的価格戦略をとると答える。

[6] チェーンストア・ゲームで人が示す[5]の意味で安定的な行動パターンを説明するためには、人の行動が安定的なパターンを示す原因を、合理性という単独仮説で説明するよりは、それがルーティーン、イマジネーション、合理性の3層構造のどこかで決まるという仮説で説明した方がうまく説明できる。

[4]に言う「ゲーム理論の予測」と[5]に言う「実際に起こること」との不一致が、チェーンストア・パラドックスと呼ばれる問題である。人は、頭では[4]を強く信じ、心では[5]を強く信じており、一方を一方で説き伏せることができない、と感じている。

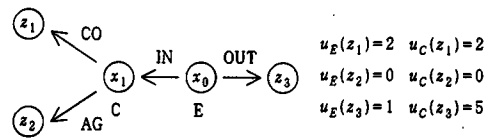


図1

チェーンストア・パラドックスの下での[6]の主張は、もしそれが正当ならば、ゲーム理論に深刻な問題を突きつけることになる。なぜなら、それはまず[1]の形式でのゲーム理論を放棄してしまうことを意味するからである。しかし、その主張の前提である[4]と[5]の論点には、それ自身に問題がある。第1に、[4]は backward induction solution が合理性仮説に基づく予測であると想定しているが、[3]に言うチェス・プロブレムを一般の完全情報ゲームに、「正しい手」を backward induction solution に置き換えた

[3'] 任意の完全情報ゲームにおいて、一意に backward induction solution が存在するならば、人はいかなる決定ノードにおいてもそれが教える選択をする。

がどのような形式の合理性仮説によって正しいと予測されるかは、それまでゲーム理論でちゃんと研究されたことはなかった。第2に、[5]で Selten はチェーンストア・ゲームで人は backward induction solution に従わないと論じているが、その正しさが経験的事実として問われるべきであるにもかかわらず、単に個人的な内省や、友人・同僚の内省に訴えているに過ぎない。

Selten (1978) が発表されてから、この2つの問題について多くの研究がなされた。以下では、その中のごく少数の代表的研究に絞って、チェーンストア・パラドックスがゲーム理論に突きつけた問題が現在どのような状況にあるかを整理する。

2 合理性のモデル

2.1 必要なモデル

Selten (1978) の主張[4]の問題点に関する研究から整理しよう。[3']を論じるゲーム理論

の基本的なアプローチは、[1]の直感を検証可能なモデルで表すというものである。そのために具体的にどのようなモデルが必要かを、Stalnaker (1998) が論じた図2のゲームを用いて確認することから始める。このゲームの backward induction solution は、プレーヤー A は戦略 (R, r) をとりプレーヤー B は戦略 R をとる、というものである。ところが、[1]で互いが合理的に考えるというとき、その様な考えとして、プレーヤー A が次のように述べたとしよう。

[7] もし私が R をとればプレーヤー B は D をとると考えるから、私は合理的に最初から D をとるつもりである。これは、私とプレーヤー B の共通の考えである。だから、ここでもし私が R をとると、それは私にとってもプレーヤー B にとっても全く想定外の行動である。その場合、私としては本当はプレーヤー B が R をとってくればその後自分は合理的に r をとるつもりでいたとしても、プレーヤー B が私は d をとる可能性があると考えて D をとるとするのは合理的である。

ならば、この考えの中で誰もが合理的でしかも共通の考えを持っているにもかかわらず、プレーヤー A は最初から D をとることになる。

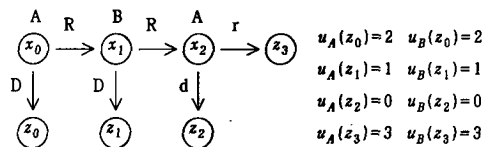


図2

[7]の考えの中で最も重要な役割を果たしているのが、プレーヤー A が D をとることをプレーヤー A もプレーヤー B も共通に予想しているが、その予想の正当性は、プレーヤー A が R をとることによって事態がその予想外の経過を示した場合、つまり反事実的事態 (counterfactual) に直面したときの、ノード x_1 とノード x_2 におけるプレーヤー B とプレーヤー A の行動の合理性についての共通理解に支えられている、ということである。[7]が、[1]に言う互いに合理的に考えるケースにあたるのか、したがって[3']は間違っているのかどうかを論じるには、反事実的事態に直面したプレーヤーの合理性に関する共通理解ということを記述するモデルが必要である。

2.2 行動のモデル

人の合理性を論ずるモデルを、選択の帰結（あるいはより一般的には世界）に関する人の認識のモデルと、その認識に基づく行動のモデルとに分解して構築する、というのがゲーム理論での標準的なアプローチである。行動モデルに関する限り、その説明力に限界があることは認めた上で、ゲーム理論ではただ1つの標準モデルが受け入れられていると言ってよい。

すなわち、各プレーヤー i は、プレイとは独立に、起こりうる結果に関する彼固有の選好を持っており、それを利得関数 $u_i: Z \rightarrow R$ として測定することができると想定した上で、次の仮説を置く。³

[逐次合理性 (sequential rationality) 又は実在合理性 (substantive rationality) 仮説]⁴
 プレーヤー i は、彼のいかなる決定ノード $x \in X_i$ でも、そのノード x が達せられたときに持つ彼の他のプレーヤーの戦略選択に関する認識をある確率空間 (Ω, Σ, μ) 上の確率変数 $s_{-i} \equiv (s_j)_{j \neq i}: \Omega \rightarrow \prod_{j \neq i} S_j$ で表すとき、

$$\sum_{\omega \in \Omega} \mu(\omega) u_i(z(s_i, s_{-i}(\omega)|x))$$

を最大にする戦略が教える行動をとる。

2.3 認識のモデル

行動のモデルとは対照的に、選択の結果に関する認識のモデルに関して、ゲーム理論には未だ1つの標準モデルと言うべきものがない。しかし、有力な代替モデルが3つある。第1は Hintikka (1962) によって提唱された方法で、「認識する」ことを「知る」ことで置き換え、⁵ 知るといふ現象が持つ基本性質を満たす認識だけを合理的認識とみなすものである。各プレーヤー $i \in I$ がプレイのためにそれを知ることに関心を持っているすべての対象について、その対象の事実の描写と、その対象に関する彼の知識を書き下したものを状態 (state) と言うことにする。あるプレーヤー i が知るといふ現象は、起こりうる状態の1つが現に起こり、その状態で描写されている彼の知識が起こるといふことである。起こりうる状態の集合を状態空間と言って、 Ω と書く。ある状態 $\omega \in \Omega$ に記述されているプレーヤー i の知識が、人が「知る」といふ現象と呼びうるものに該当するかどうかは、 ω に記述されている知識を次のやり方で再整理してみると、うまく判定できる。 Ω の部分集合すべてからなる族 2^Ω は、 ω に記述されるべきプレーヤー i の知識の対象のすべてである。事象 $E \in 2^\Omega$ について、状態 ω でプレーヤー i が E を知っているというのは、 ω に記述されている彼の知識に照らして、現に起こっている状態は集合 E の要素であることを知っている、言い換えればそれが E に属さない状態ではないということを知っている、ということだとする。 ω に書かれている知識によると、すべての事象 $E \in 2^\Omega$ 1つ1つについて、 ω でプレーヤー i が E を知っているか知っていないかのどちらかであり、そのどちらであるかが ω に記述されている。そこで、逆に任意に事象 $E \in 2^\Omega$ を固定すると、集合

$$K_i(E) = \{\omega \in \Omega \mid \omega \text{ でプレーヤー } i \text{ は } E \text{ を知っている}\}$$

が確定している。この対応によって、 E に $K_i(E)$ を対応させる関数 $K_i: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ が確定している。この関数をプレーヤー i の知識関数 (knowledge operator) という。 ω に記述されているプレーヤー i の知識が知識と呼びうるものに該当するのは、プレーヤー i の知識関数が

次の性質を満足する場合であるとしてよい。

$$[K1] \quad E \subseteq F \rightarrow K_i(E) \subseteq K_i(F)$$

$$[K2] \quad K_i(\cap_{\lambda \in \Lambda} E_\lambda) = \cap_{\lambda \in \Lambda} K_i(E_\lambda)$$

$$[K3] \quad K_i(\Omega) = \Omega$$

$$[K4] \quad K_i(E) \subseteq E$$

$$[K5] \quad K_i(E) \subseteq K_i(K_i(E))$$

$$[K6] \quad \neg K_i(E) \subseteq K_i(\neg K_i(E))$$

Hintikka (1962) の方法で図 2 のゲームに関するプレーヤー A の考え [7] を記述するとは、プレイに先立ってある状態空間 Ω , [K1] から [K6] を満たすプレーヤー A の知識関数 $K_A: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ とプレーヤー B の知識関数 $K_B: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ があって、ある状態 $\omega \in \Omega$ を固定して, [7] に現れる「考える」「つもりである」をすべて「知っている」で置き換えることである。

第 2 のモデルは Samet (1996) によって提唱された方法で、反事実的事態の自分の世界認識をそれが起こる前に認識している内容を直接記述するものである。各プレーヤー $i \in I$ がプレイのためにそれを知ることに関心を持っているすべての対象について、その対象の事実の描写と、その対象についての可能性に関するすべての事象について、現にそれが起きているか否かに関わらず、もしその事象が起きたとした場合に彼がその対象について持つ知識、すなわち現に彼が置かれた状況で想定するすべての仮想的知識 (hypothetical knowledge) を書き下したものを状態 (state) と言うことにする。起こりうる状態の集合を状態空間と言って、 Ω と書く。 $\omega \in \Omega$ に記述されている彼の仮想的知識を、各事象のペア $(E, F) \in 2^\Omega \times 2^\Omega$ ごとに確定している状態集合

$H_i(E, F) = \{\omega \in \Omega \mid E \text{ が起きたなら } F \text{ を知っている, とプレーヤー } i \text{ は } \omega \text{ で考えている}\}$ の観点から整理する。 (E, F) に $H_i(E, F)$ を対応させる関数 $H_i: 2^\Omega \times 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ をプレーヤー i の仮想的知識関数 (hypothetical knowledge operator) という。 ω に記述されているプレーヤー i の仮想的知識が仮想的知識と呼びうるものに該当するのは、プレーヤー i の仮想的知識関数が次の性質を満足する場合であるとしてよい。

$$[H1] \quad H_i(E, F) = H_i(\Omega, H_i(E, F))$$

$$[H2] \quad H_i(E, F) = H_i(E, H_i(\Omega, F))$$

$$[H3] \quad \neg H_i(E, F) = H_i(E, \neg H_i(\Omega, F))$$

$$[H4] \quad \cap_{\lambda \in \Lambda} H_i(E, F_\lambda) = H_i(E, \cap_{\lambda \in \Lambda} F_\lambda)$$

$$[H5] \quad H_i(E, \neg H_i(\Omega, \neg E)) = \Omega$$

$$[H6] \quad \neg H_i(\Omega, \neg E) \cap H_i(E, F) = \neg H_i(\Omega, \neg E) \cap H_i(\Omega, F)$$

$$[H7] \quad H_i(\Omega, E) \subseteq E$$

Samet (1996) の方法で [7] を記述するとは, [7] に現れる「考える」「つもりである」をす

べて「無条件に知っている」で置き換え、「もし私が R をとるなら……考える、つもりである」をすべて「もし私が R をとるなら……知っている」で置き換えることである。

第3のモデルは Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) によって提唱された方法で、反事実的事態の自分の世界認識を、条件論理 (conditional logic) の認識として間接的に記述するものである。各プレーヤー $i \in I$ がプレイのためにそれを知ることに関心を持っているすべての対象について、その対象の事実の描写と、その対象についての可能性に関するすべての事象について事象 E が起きたなら事象 F が起きていると考えるか否かという推論の妥当性判断と、その対象に関する彼の知識を書き下したものを状態 (state) と言うことにする。起こりうる状態の集合を状態空間と言って、 Ω と書く。 $\omega \in \Omega$ に記述されているプレーヤー i の知識は彼の知識関数 $K_i: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ で整理することができ、それは [K1] から [K6] を満たすべきと考えてよい。他方、 ω に記述されている彼の推論妥当性判断を、各事象のペア $(E, F) \in 2^\Omega \times 2^\Omega$ ごとに確定している状態集合

$L_i(E, F) = \{\omega \in \Omega \mid E \text{ が起きたなら } F \text{ が起きている, とプレーヤー } i \text{ は } \omega \text{ で考えている}\}$ の観点から整理する。 (E, F) に $L_i(E, F)$ を対応させる関数 $L_i: 2^\Omega \times 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ をプレーヤー i の推論関数 (conditional logic operator) という。 ω に記述されているプレーヤー i の推論妥当性判断が条件論理と呼びうるものに該当するのは、プレーヤー i の推論関数が次の性質を満足する場合であるとしてよい。

$$[L1] \quad L_i(E, E) = \Omega$$

$$[L2] \quad E \neq \phi \rightarrow L_i(E, \phi) = \phi$$

$$[L3] \quad E \cap L_i(E, F) = E \cap F$$

$$[L4] \quad E \neq \phi \rightarrow L_i(E, \neg F) = \neg L_i(E, F)$$

$$[L5] \quad \bigcap_{\lambda \in \Lambda} L_i(E, F_\lambda) = L_i(E, \bigcap_{\lambda \in \Lambda} F_\lambda)$$

Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) の方法で [7] を記述するとは、[7] に現れる「考える」「つもりである」をすべて「知っている」で置き換え、「もし私が R をとるなら……考える、つもりである」をすべて「もし私が R をとるなら……知っているという推論は妥当と判断する」で置き換えることである。

これら代替的な3つのモデルは相互に全く無関係ではないことが知られている。第1に, Samet (1996) のモデルでプレーヤー i の仮想的知識関数 $H_i: 2^\Omega \times 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ が [H1] から [H7] を満たすなら, $K_i(E) = H_i(\Omega, E)$ で生成される関数 $K_i: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ は明らかに条件 [K1] から [K6] を満たす。従って, 少なくとも解釈の上で, Samet (1996) のモデルは Hintikka (1962) のモデルを含んでいる。第2に, Samet (1996) のモデルと Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルの間には, 次の対応関係がある。

Halpern (1999) の定理 4.2: 推論関数 $L_i: 2^\Omega \times 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ が [L1] から [L5] を満たすなら,

$H_i(E, F) = L_i(\neg K_i(\neg E), K_i(F))$ で生成される関数 $H_i: 2^{\Omega} \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ は [H1] から [H7] を満たし、逆もまたしかりである。

従って、少なくとも解釈と事実適合性の問題を別とすれば、Samet (1996) のモデルと Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルは同内容である。

2.4 合理性の共有は常に可能か

ここに整理した人の行動を記述する標準モデルと人の認識を記述する代替的なモデルを組み合わせた研究によって、プレーヤー間に逐次合理性に関する共通の認識があれば [3'] が本当に成立するかということについて、2つのことがわかっている。第1に、プレーヤー間の逐次合理性に関する共通の認識のおかげであるプレイが実現しているとして、あるプレーヤーが反事実的事態に直面した場合に、彼がその事態を理解する上でもこのプレーヤー間の逐次合理性に関する共通認識に基づいた理解が成立する、という意味で合理性に関する共通認識が実在することはほとんどの完全情報ゲームではありえない。この事実、インフォーマルには Binmore (1987), Bicchieri (1988), Basu (1990), Reny (1992) らによって繰り返し指摘されてきた。そして、Reny (1993) は、人の世界認識に関する Samet (1996) のモデルに対応するモデルを用いて、次を証明した。

Reny (1993) の定理: すべてのプレーヤー i に対し $z \neq z'$ なら $u_i(z) \neq u_i(z')$ であるような多くの完全情報ゲームにおいて、そのノードが達せられたことを条件とする被支配戦略が命じる行動を除くすべての行動が rationalizable であるような戦略集合プロフィールは存在しない。

あるノードのある行動が rationalizable でなければ逐次合理的ではありえないから、逐次合理性に関する共通認識は現象的であって実在的ではないということがわかったことになる。従って、プレーヤー間に逐次合理性に関する共通の認識があれば [3'] が成立するだろうというアプローチは、反事実的事態においてその様な共通認識が成立していることを要求しているのではなく、プレイに先立ってそれが成立していることを要求しているということになる。

2.5 合理性が共有されれば backward induction solution が起こるか

第2に、プレイに先立ってプレーヤー間に逐次合理性に関する共通の認識が成立したとして、その時 [3'] の成立が保証されるかという問題に対して、異なる結果を主張する代表的な研究が4つある。⁶ Aumann (1995) は、プレーヤーの認識を記述する Hintikka (1962) のモデルで、プレーヤーがプレイのためにそれを知ることに関心を持っている対象を戦略プロフィールとして、各状態 $\omega \in \Omega$ にその時現にプレーヤーによって採用されている戦略プロフィール $s(\omega) = (s_i(\omega))_{i \in I}$ を対応させ、現に採用している戦略が教える行動をとることが逐次合理的

であることが状態 ω でプレーヤー間の共有知識となっているときには $s(\omega)$ が backward induction solution か、を尋ねた。すなわち、プレーヤー i が彼のある決定ノード $x \in X_i$ で逐次合理性仮説を満たす状態の集合を

$$R(x) = \cap_{s_i \in S_i} K_i(\{\omega \in \Omega \mid u_i(z(s_i, s_{-i}(\omega) \mid x)) > u_i(z(s(\omega) \mid x))\})$$

とし、すべてのプレーヤーが逐次合理性仮説を満たす状態の集合 $R = \cap_{i \in I} \cap_{x \in X_i} R(x)$ を構成する。各事象 $E \in 2^\Omega$ に $K(E) = \cap_{i \in I} K_i(E)$ を対応させる関数 $K: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ によって、帰納的に

$$K^{n+1}(E) = K(K^n(E)) \quad (n=1, 2, \dots)$$

を構成し、すべてのプレーヤーが逐次合理性仮説を満たしていることがプレーヤー間の共有知識 (common knowledge) である状態の集合を $CK(R) = \cap_{n=1}^{\infty} K^n(R)$ で定義する。ならば、次が成り立つ。

Aumann (1995) の定理：任意の完全情報ゲームにおいて、 $\omega \in CK(R)$ ならば、 $s(\omega)$ は [BI] を満たす。

Samet (1996) は、プレーヤーの認識を記述する仮想的知識のモデルで、プレーヤーがプレイのためにそれを知ることに関心を持っている対象をプレイとして、各状態 $\omega \in \Omega$ にその時現にプレーヤーによって行われる選択の結果達されるターミナルノード $z(\omega)$ を対応させ、状態 ω でプレーヤーが持つ仮想的知識の中で逐次合理性仮説が共有されているとき $z(\omega)$ が backward induction solution のプレイに一致するかどうかを尋ねた。すなわち、プレーヤー i が彼のある決定ノード $x \in X_i$ で逐次合理性仮説を満たす状態の集合は、ノード x が達せられるという事象を $[x] = \{\omega \in \Omega \mid x < z(\omega)\}$ と略記すると、

$$R(x) = [x] \cap [\cap_{r \in R} \cap_{x' \in A(x)} (H_i(\Omega, (\neg[x']) \cup \{\omega \in \Omega \mid u_i(z(\omega)) < r\}) \cap H_i([x'], (\neg[x']) \cup \{\omega \in \Omega \mid u_i(z(\omega)) \geq r\}))]$$

で定義できる。事象 $R(x)$ がプレーヤー間の共有の仮想的知識 (common hypothesis of rationality) である状態の集合を、帰納的に

$$CH(x, x, R(x)) = R(x)$$

$$CH(x', x, R(x)) = H_j([x''], (\neg[x'']) \cup CH(x'', x, R(x)))$$

for $x', x'' < x$ s.t. $x' \in X_j$ and $x'' \in A(x')$

で定義する。ならば次が成り立つ。

Samet (1996) の定理：すべてのプレーヤー i に対し $z \neq z'$ なら $u_i(z) \neq u_i(z')$ である任意の完全情報ゲームにおいて、そのイニシャルノード x_0 に対し $\omega \in \cap_{i \in I} \cap_{x \in X_i} CH(x_0, x, R(x))$ ならば、[BI] を満たす s^* に対し $z(\omega) = z(s^* \mid x_0)$ である。

Stalnaker (1996), Stalnaker (1998) は、プレーヤーの認識を記述する Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルで、Aumann (1995) と全く同じ問題、すなわち

プレーヤーがプレイのためにそれを知ることに関心を持っている対象を戦略プロファイルとして、各状態 $\omega \in \Omega$ にその時現にプレーヤーによって採用されている戦略プロファイル $s(\omega) = (s_i(\omega))_{i \in I}$ を対応させ、現に採用している戦略が教える行動をとることが逐次合理的であることが状態 ω でプレーヤー間の共有知識となっているとき $s(\omega)$ が backward induction solution か、という問題を調べた。ここで、推論関数 $L_i : 2^{\Omega} \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ は、次の方法で代替的に表現できることが知られている。

Halpern (1999) の定理3.1 : $f_i : \Omega \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ が条件

$$[S1] \quad f_i(\omega, E) \subseteq E$$

$$[S2] \quad E \neq \emptyset \rightarrow \exists \omega' \in \Omega \text{ s.t. } f_i(\omega, E) = \{\omega'\}$$

$$[S3] \quad \omega \in E \rightarrow f_i(\omega, E) = \{\omega\}$$

を満たすならば、 $L_i(E, F) = \{\omega \in \Omega \mid f_i(\omega, E) \subseteq F\}$ で生成される関数 $L_i : 2^{\Omega} \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ は [L1] から [L5] を満たし、逆もまたしかりである。

この $f_i : \Omega \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ は、選出関数 (selection function) と呼ばれ、状態 ω においてプレーヤー i は事象 E が起きたならその時起きている状態の最有力候補を $f_i(\omega, E)$ と考える、ということを表す関数と解釈できる。推論関数のかわりに選出関数によってプレーヤーのプレイに関する推論を代替的に表現するとき、推論の妥当性について追加的に次の性質を要求することは自然である。

$$[S4] \quad x < z(s(f_i(\omega, [x]))) \mid x_0$$

$$[S5] \quad x < z(s(\omega)) \mid x_0 \rightarrow f_i(\omega, [x]) = \omega$$

$$[S6] \quad \forall x' \text{ s.t. } x < x' \text{ or } x' = x; z(s(\omega) \mid x') = z(s(f_i(\omega, [x]))) \mid x'$$

他方、次の性質は、必ずしも自明ではない。

$$[S7] \quad \omega' \in \Pi_i(f(\omega, [x]))$$

$$\rightarrow \exists \omega'' \in \Pi_i(\omega) \text{ s.t. } \forall x' \text{ s.t. } x < x' \text{ or } x' = x; z(s(\omega') \mid x') = z(s(\omega'') \mid x')$$

ここに、 $\Pi_i(\omega)$ は、Hintikka (1962) のモデルで知識関数 $K_i : 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ が [K1] から [K6] を満たすときに、 Ω の分割 Π_i でその要素のうち ω を含むものを $\Pi_i(\omega)$ と書くときに

$$K_i(E) = \{\omega \in \Omega \mid \Pi_i(\omega) \subseteq E\}$$

がなりたつ分割としてその存在が知られている分割の、 ω を含む要素のことである。少なくとも [S1] から [S6] を満たす選出関数 $f_i : \Omega \times 2^{\Omega} \rightarrow 2^{\Omega}$ を用いて、プレーヤー i が逐次合理的である状態の集合を

$$R_i = \{\omega \in \Omega \mid \forall x \in X_i, \forall s_i \in S_i, \exists \omega' \in \Pi_i(f(\omega, [x])) \\ \text{s.t. } u_i(z(s(\omega') \mid x)) \geq u_i(z(s_i, s_{-i}(\omega') \mid x))\}$$

と表せる。これによって、すべてのプレーヤーが逐次合理的である状態の集合は $R = \bigcap_{i \in I} R_i$ である。これに対し、次が成り立つ。

Stalnaker (1996)/Halpern (2001) の定理：すべてのプレーヤー i に対し $z \neq z'$ なら $u_i(z) \neq u_i(z')$ である完全情報ゲームにおいて、 $s: \Omega \rightarrow S$ が定まっているある状態空間 Ω で、すべてのプレーヤーの推論関数が同一でそれに対応する選出関数 $f: \Omega \times 2^n \rightarrow 2^n$ が追加的性質の[S4]から[S6]を満たし、かつ

$$\exists \omega \in CK(R) \text{ s.t. } s(\omega) \text{ は [BI] を満たさない}$$

となるものが存在する。

Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理：任意の完全情報ゲームにおいて、すべてのプレーヤーの推論関数が同一でそれに対応する選出関数 $f: \Omega \times 2^n \rightarrow 2^n$ が追加的性質の[S4]から[S7]を満たすならば、 $\omega \in CK(R)$ なら $s(\omega)$ は[BI]を満たす。

2.6 対立する結果と継続戦略に関する認識の独立性条件

ここに整理された4つの主要研究は、Stalnaker (1996)/Halpern (2001) とそれ以外の3研究とで、結果が全く反対になっている。Stalnaker (1996)/Halpern (2001) の定理と Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理を比較すると、プレーヤーの認識を Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルで記述するとき、すべてのプレーヤーが逐次合理的であることが共有知識であれば backward induction solution のプレイが保証されるか否かは、反事実的事態におけるプレーヤーの世界認識が条件[S7]を満たすかどうかによることがわかる。[S7]は、状態 ω において、プレーヤー i が、ある自分の決定ノード x が達せられるとした場合に各プレーヤーが従っている x 以降の戦略の可能性として認めるものは、すべてのプレイに先だって可能性を認めている状態の1つで各プレーヤーが採用している戦略が x 以降に指定している継続戦略 (continuation strategy) である、ということを要求している。この性質を、継続戦略に関するプレーヤーの認識の独立性ということが出来る。

Aumann (1995) は、Stalnaker (1996), Stalnaker (1998) と全く同じ問題を、プレーヤーの認識を記述する異なるモデルである Hintikka (1962) のモデルで調べたものである。先に述べたように Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルと Samet (1996) のモデルは同内容であり、Samet (1996) のモデルは Hintikka (1962) のモデルを含むと解釈できるから、少なくとも解釈の上では、同じ結論を導いている Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理を Aumann (1995) の定理に関連づけることが可能である。Stalnaker (1998)/Halpern (2001) のモデルで、選出関数を $f(\omega, [x]) = \omega$ とせよ。ならば、それは明らかに[S4]から[S7]を満たす。従って、Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理により、 $\omega \in CK(R)$ なら $s(\omega)$ は[BI]を満たすはずである。ところが、この特別な選出関数の下では、Stalnaker (1998)/Halpern (2001) のモデルでのプレーヤー i が逐次合理的である状態の集合は

$R_i = \{\omega \in \Omega \mid \forall x \in X_i, \forall s_i \in S_i, \exists \omega' \in \Pi_i(\omega) \text{ s.t. } u_i(z(s(\omega')|x)) \geq u_i(z(s_i, s_{-i}(\omega')|x))\}$
 に帰着され、これは Aumann (1995) のモデルでのプレーヤー i が逐次合理的である状態の
 集合に他ならない。従って、Aumann (1995) の定理は、それ自身推論関数で記述したプレー
 ヤーの認識を取り扱っているわけではないが、解釈の上では、暗黙裏に継続戦略に関するプ
 レーヤーの認識の独立性を想定して Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理と同じ結果
 を得たものと見なすことができる。

他方、Samet (1996) の定理は、Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理と直接比較する
 ことができる。プレーヤーの認識の記述のための Stalnaker (1968), Stalnaker and
 Thomason (1970) のモデルと Samet (1996) のモデルの対応によって、Samet (1996) はプ
 レーヤーに直接[S4]から[S6]を要求していると見てよい。しかし、仮想的知識関数自体には
 [S7]にあたる性質が要求されてはいない。Stalnaker (1996)/Halpern (2001) の定理でプ
 レーヤーに要求している $CK(R)$ は[S7]を満たさない認識を許しているのに対し、Samet
 (1996) の定理でプレーヤーに要求している $\cap_{i \in I} \cap_{x \in X_i} CH(x_0, x, R(x))$ はイニシャルノード
 x_0 から任意の決定ノード $x \in X_i$ に至るパス上のすべてのプレーヤーに対し、プレーヤー i が
 x で達せられた時に持つ世界認識と同じ含意の世界認識を持つことを要求しており、これは
 それら x に至るパス上のプレーヤーの逐次合理的選択に[S7]と同じ効果を持つ。その結果、
 Stalnaker (1998)/Halpern (2001) の定理と同じ結論に達している。

以上のように、逐次合理性仮説と逐次合理性に関するプレイに先立つ共通の認識を明示的
 に組み合わせて[3']が成立するかを調べた代表的な4つの研究の結果を、プレーヤーの認識
 の記述のための Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルに帰着させ
 て比較することができる。その結果、逐次合理性の共有知識があるとき、継続戦略に関する
 プレーヤーの認識の独立性があるなら[3']が成立するが、そうでなければ成立するとは限ら
 ない、ということがわかった。

2.7 継続戦略に関する認識の独立性条件の例示

Halpern (2001) は、図2のゲームについてこの結論を具体的に説明している。Stalnaker
 (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルによって、状態空間を $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3,$
 $\omega_4, \omega_5\}$ 、プレーヤー A の知識関数を表す Ω の分割を $\Pi_A = \{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \{\omega_4\},$
 $\{\omega_5\}\}$ 、プレーヤー B の知識関数を表す Ω の分割を $\Pi_B = \{\{\omega_1\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \{\omega_4\}, \{\omega_5\}\}$ 、
 各状態で採用される戦略プロフィールが表1の通りで、プレーヤー A とプレーヤー B の共通
 の推論関数を表す選出関数が表2の通りであるとせよ。ならば、この選出関数は[S4]から[S
 6]を満たすが[S7]は満たさない。そして、 $\omega_1 \in CK(R)$ であるにもかかわらず、 $s(\omega_1)$ は[B
 I]を満たさない。実際、状態 ω_1 では、プレーヤー A が D を選んでプレイが終了する一方で、

行動に関するプレーヤーの認識について次が成り立っている。

[8] プレーヤー A が D を選んでプレイが終了するということが、プレイに関するプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通の予想である。

[9] プレーヤー A は、(本当はそうしないが仮の話として) もし R を選ぶとすれば、次のノード x_2 では r を選ぶつもりであり、この仮想状況での行動はプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通理解である。

[10] もしプレーヤー A とプレーヤー B の共通の予想に反してプレーヤー A が R を選ぶという反事実的事態が起こったなら、その時プレーヤー B は、次のノード x_2 での行動のその時のプレーヤー A のつもりは、 r を選ぶつもりである場合と d を選ぶつもりである場合との2つの可能性があると解釈し、プレーヤー B がこの解釈をとることはプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通理解である。

[11] もしプレーヤー A とプレーヤー B の共通の予想に反してプレーヤー A が R を選ぶという反事実的事態が起こったなら、プレーヤー B は D を選んでプレイが終了するということが、この反事実的事態が起きたとしたときのプレイに関するプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通の予想である。

これは、プレーヤーの合理性について次が成立しているということである。

[12] [8]に言うプレーヤー A のノード x_0 の行動計画は、[11]に言うプレーヤー A のプレイの予想に照らして逐次合理的であり、この事実はプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通理解である。

[13] [11]に言うプレーヤー B のノード x_1 の行動計画は、[10]に言うプレーヤー B のプレイの予想に照らして逐次合理的であり、この事実はプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通理解である。

[14] [9]に言うプレーヤー A のノード x_2 の行動計画は逐次合理的であり、この事実はプレーヤー A とプレーヤー B の (プレイに先立つ) 共通理解である。

図2についてプレーヤー A が述べる [7] は、この ω_1 におけるプレーヤー A のプレイの

ω	A		B
	x_0	x_2	x_1
ω_1	D	r	D
ω_2	R	r	D
ω_3	R	d	D
ω_4	R	r	R
ω_5	R	d	R

表1 ω での A の戦略, B の戦略

ω	$[x_0]$	$[x_1]$	$[x_2]$
ω_1	ω_1	ω_2	ω_4
ω_2	ω_2	ω_2	ω_4
ω_3	ω_3	ω_3	ω_5
ω_4	ω_4	ω_4	ω_4
ω_5	ω_5	ω_5	ω_5

表2 $f(\omega, [x])$

理解に他ならない。従って、図2のゲームでプレーヤー A が D を選んでプレイが終了したとき[7]と述べたなら、それは全く正当なプレイの理解とすることができる。

Halpern (2001) の例において、その選出関数が[S7]は満たさないというのは、ノード x_2 でプレーヤー A がとる行動に関するプレーヤー A とプレーヤー B の(プレイに先立つ)共通理解に、[9]で言うものと[10]で言うものの2種類があって、それが同じでないということである。[9]も[10]も、「もしプレーヤー A が R を選ぶなら」ノード x_2 でプレーヤー A はどう行動するか、についての理解を述べている。しかし、[9]は反事実的事態を引き起こす主体の、自ら選ぶ反事実的事態における自身の計画を述べたものであるのに対し、[10]は他者によって引き起こされる反事実的事態の解釈を述べたものである。現に反事実的事態が起きたとき、その事態を引き起こした当人の反事実的事態における計画が[9]で言うそれに同じであるか否かは、プレーヤー B には確かめるすべがない。したがって、[10]に言う解釈は、[9]で言う計画に関するプレーヤー B の(プレイに先立つ)理解から独立しうる。すなわち、異なりうる。

[10]に言う解釈は[9]で言う計画に関するプレーヤー B の(プレイに先立つ)理解から独立しうることは認めた上で、なお、現に反事実的事態が起きたとき、その事態を引き起こした当人の反事実的事態における計画は[9]で言うそれに同じである、と考えるべきだという要求が[S7]である。Aumann (1995) の定理における逐次合理性の共有知識と Samet (1996) の定理における逐次合理性に関するプレーヤー間の共有の仮想的知識とが要求しているのは、このことである。この要求が満たされていれば図2のゲームでは $R \rightarrow R \rightarrow r$ が起こるはずであり、Halpern (2001) の例においてはこの要求が満たされていないのでそれが起こらない。

3 チェーンストア・ゲームの実験

次に、Selten (1978) の主張[5]の問題点に関する研究を整理しよう。多くのゲームと同様、チェーンストア・ゲームで実際に何が起こるかを現実のチェーンストアのケースデータで確認することは大変難しい。従って、Selten (1978) の主張[5]の問題点を検証するには、実験室実験によるデータによるしかない。

意外なことに、チェーンストア・ゲームの実験研究は驚くほど少ない。その希少な実験研究の代表は、Jung, Kagel and Levin (1994) の次の実験である。⁸ 1グループ7人の被験者を3人のCプールと4人のEプールに分ける。図1の利得表で、 $u_E(z_1)=150$, $u_C(z_1)=160$, $u_E(z_2)=80$, $u_C(z_2)=70$, $u_E(z_3)=95$, $u_C(z_3)=300$ とした8市場バージョンのチェーンストア・ゲームを、Cプールからランダムに選ばれた1人をチェーンストア経営者とし、Eプールの4人をランダムに配列して市場1から市場4の潜在的参入者とし、Eプールの4人をもう一度ランダムに配列して市場5から市場8の潜在的参入者として、チェーンストア経営者

には潜在的参入者の配列がわからない状態でプレイさせる。(すべての被験者は、参加したチェーンストア・ゲームで彼が獲得した利得に比例した現金を受け取るになっている。)これを9回繰り返した後、Eプールの4人から選ばれた3人とCプールの3人を入れ替える。こうして作られたCプールとEプールとで、8市場バージョンのチェーンストア・ゲームを同じ手続きで9回繰り返す。それから、再びCプールとEプールの役割交換を行うという方法で、独立した3グループの各々から81組のデータを、もう1グループから75組のデータを生成した。この4グループの28人の被験者から1グループ7人を2グループ選び、後日、同じ手続きで1グループにつき72組のデータを生成した。このデータの31組目以降の42組のデータを2グループ分プールした84組のデータを、被験者が十分な学習を経た結果行われたプレイに関するデータとして採用した。Jung, Kagel and Levin (1994) は、得られたデータを次の形式でまとめた。

$p_k(\text{IN}|\text{IN} \rightarrow \text{AG})$ = 市場1から市場 $k-1$ で $\text{IN} \rightarrow \text{CO}$ が1度も起こっていないデータのうち、「1つ前の市場 $k-1$ で IN が起き、それから AG が起きた」データにしめる市場 k で IN が起こったデータの割合

$p_k(\text{IN}|\text{OUT})$ = 市場1から市場 $k-1$ で $\text{IN} \rightarrow \text{CO}$ が1度も起こっていないデータのうち、「1つ前の市場 $k-1$ で OUT が起きた」データにしめる市場 k で IN が起こったデータ

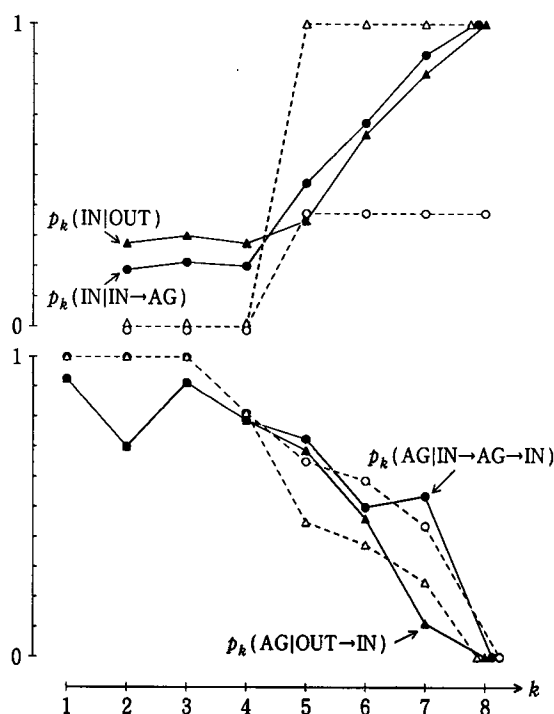


図 3

の割合

$p_k(\text{AG}|\text{IN} \rightarrow \text{AG} \rightarrow \text{IN})$ = 市場 1 から市場 $k-1$ で $\text{IN} \rightarrow \text{CO}$ が 1 度も起こっていないデータのうち、「1 つ前の市場 $k-1$ で IN が起き、それから AG が起き、それから市場 k で IN が起きた」データにしめる市場 k で AG が起こったデータの割合

$p_k(\text{AG}|\text{OUT} \rightarrow \text{IN})$ = 市場 1 から市場 $k-1$ で $\text{IN} \rightarrow \text{CO}$ が 1 度も起こっていないデータのうち、「1 つ前の市場 $k-1$ で OUT が起き、それから市場 k で IN が起きた」データにしめる市場 k で AG が起こったデータの割合

それを図 3 に図示した (実線で結ばれた、塗りつぶされた丸、三角、四角がそれを表す)。図 3 にまとめられた実験結果は、次のことを示唆している。

- [15] すべての市場で $\text{IN} \rightarrow \text{CO}$ が起こるという backward induction solution の結果とは明らかに異なることが起きている。
- [16] 市場 1 から市場 4 では、無視できないが少ない割合で IN が起こり、その IN に対して完全ではないが非常に高い率で AG が起こった。
- [17] 市場 5 から市場 8 では、 IN の割合は単調に増大して 1 に至り、 AG の割合は単調に減少して 0 に至った。

4 チェーンストア・パラドックスとは何か

4.1 合理性仮説の下での代替的アプローチ

以上のサーベイから、次の結論に達する。プレーヤー間の逐次合理性に関する共通の認識が[3']を保証するかどうかの研究によれば、

- [R1] プレーヤーは逐次合理的である
- [R2] プレーヤー間に逐次合理性に関する共通認識が成立している
- [R3] プレーヤーの継続戦略に関する認識は独立性条件を満たす

の 3 条件が満たされれば[3']が成立する。そして、チェーンストア・ゲームの実験研究によれば、チェーンストア・ゲームにおいて確かに backward induction solution の結果ではないことが起こっており、しかもそれは全くランダムな行動が起こっているのではなくある別の安定的行動パターンが起こっているということである。従って、チェーンストア・ゲームで人は実際には[R1]から[R3]のいずれかを満たさないにもかかわらず安定的な行動パターンを示す、と言わざるを得ない。こうして、Selten (1978) が指摘した[4]と[5]によるチェーンストア・パラドックスは、ゲーム理論に対し、ゲームにおける人の安定的な行動パターンを[R1]から[R3]のいずれかを捨ててどう説明するか、という問題を突きつけたことになる。

この問題に対する Selten (1978) 自身の提案は[6]である。それは、[R1]から[R3]のすべてを捨てる、という提案に他ならない。確かに、人は、簡単なチェス・プロブレムに対して

[3] に同意する一方で、チェスそれ自体を巨大なチェス・プロブレムと見たときに[3]に同意しない。そして、後者の非同意の根拠として、複雑なゲームでは人は合理的推論に頼るよりはイマジネーションに訴えて決断する、ということは内省に照らして納得がいくからであろう。

しかし、イマジネーションの理論化は巨大な課題である。そして、チェスそれ自体のゲームの複雑さに較べれば、チェーンストア・ゲームの実験研究で用いられたゲームはきわめて簡単なゲームである。その様な簡単なゲームにおける人の行動を説明するには、説明原理自体を合理性仮説からイマジネーションに完全に代替するよりは、合理性仮説を手直しする方が妥当であると期待できるし、かつ合理性仮説で説明できる現象の理論としてのゲーム理論にとっても建設的であろう。

4.2 継続戦略に関する認識の独立性条件を捨てるアプローチ

合理性仮説を手直しする代替的なアプローチとして、2つが考えられる。第1は、[R1]と[R2]は維持し[R3]を捨てる、というアプローチである。そして、チェーンストア・ゲームに関する限り、[R3]を落とせば backward induction solution 以外の結果が[R1]と[R2]の下で起こりうることを示すことができる。

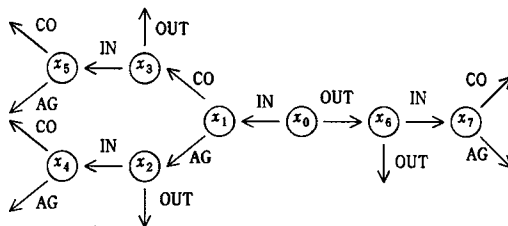


図 4

それを図 4 の 2 市場バージョンのチェーンストア・ゲームで例示しよう。図 2 のゲームに関する Halpern (2001) の方法と同じ方法で, Stalnaker (1968), Stalnaker and Thomason (1970) のモデルによって, 状態空間を $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega'_1, \omega_3, \omega_4, \omega'_4\}$, プレーヤー E_1 とプレーヤー C の知識関数を表す Ω の分割は $\Pi_{E_1} = \Pi_C = \{\{\omega_0\}, \{\omega_1\}, \{\omega'_1\}, \{\omega_3\}, \{\omega_4\}, \{\omega'_4\}\}$, プレーヤー E_2 の知識関数を表す Ω の分割を $\Pi_{E_2} = \{\{\omega_0\}, \{\omega_1, \omega'_1\}, \{\omega_3\}, \{\omega_4\}, \{\omega'_4\}\}$, 各状態で採用される戦略プロフィールが表 3 の通りで, すべてのプレーヤーの共通の推論関数を表す選出関数が表 4 の通りであるとせよ。状態 ω_0 では, [R1] と [R2] が成立しているが, OUT $\rightarrow$ IN $\rightarrow$ CO の結果が起こる。これは, 最初は参入が起こらず, 終わりの市場で参入が起こるという実験結果に対応する結果である。

完全情報ゲームにおける backward induction solution でない結果を説明する方法に

ω	E_1	E_2			C			
	x_0	x_2	x_3	x_6	x_1	x_4	x_5	x_7
ω_0	OUT	OUT	IN	IN	AG	CO	CO	CO
ω_1	IN	OUT	IN	IN	AG	CO	CO	CO
ω'_1	IN	OUT	IN	IN	AG	AG	CO	CO
ω_3	IN	OUT	IN	IN	CO	CO	CO	CO
ω_4	IN	IN	IN	IN	AG	CO	CO	CO
ω'_4	IN	IN	IN	IN	AG	AG	CO	CO

表3 ω での E_1 の戦略、 E_2 の戦略、 C の戦略

ω	$[x_0]$	$[x_1]$	$[x_2]$	$[x_3]$	$[x_4]$	$[x_5]$	$[x_6]$	$[x_7]$
ω_0	ω_0	ω_1	ω_1	ω_3	ω_4	ω_3	ω_0	ω_0
ω_1	ω_1	ω_1	ω_1	ω_3	ω_4	ω_3	ω_0	ω_0
ω'_1	ω'_1	ω'_1	ω'_1	ω_3	ω'_4	ω_3	ω_0	ω_0
ω_3	ω_3	ω_3	ω_1	ω_3	ω_4	ω_3	ω_0	ω_0
ω_4	ω_4	ω_4	ω_4	ω_3	ω_4	ω_3	ω_0	ω_0
ω'_4	ω'_4	ω'_4	ω'_4	ω_3	ω'_4	ω_3	ω_0	ω_0

表4 $f(\omega, [x])$

は、いくつかの問題がある。第1は、[R3]を落としてプレイに関するプレーヤーの認識に非独立性を許すとして、どのような非独立性を許すのが適切か、という問題である。図4のゲームで OUT→IN→CO の結果が起こることを説明できる表4の推論関数は、必ずしも適切とは言えない。なぜならそれは、状態 ω_0 では、もし市場1で IN という反事実的事態が起こったとき、チェーンストア経営者は、自分が AG をとりさえすれば次の市場2で潜在的参入者 E_2 は状態 ω_1 と状態 ω'_1 の可能性があると解釈して OUT を選ぶと期待する、ということが OUT→IN→CO の成立に最も重要な役割を果たしている。ところが、一方で、潜在的参入者 E_2 が認める2つの可能な状態 ω_1 と ω'_1 の唯一の違いはノード x_4 におけるチェーンストア経営者の行動である。他方で、潜在的参入者 E_2 がそのような認識を持つ原因となった、想定 OUT→IN→CO に対する反事実的事態を引き起こしたのは、チェーンストア経営者ではなく潜在的参入者 E_1 である。これは、つまり、[R3]を落として継続戦略に関するプレーヤーの認識に非独立性を許すと言うとき、反事実的事態を引き起こしたプレーヤーの行動に関する認識の非独立性ではなく、別のプレーヤーであるチェーンストア経営者の行動に関する非独立性ということである。プレイに先立ってはノード x_4 で CO が選ばれることが共通認識であったのが、現にノード x_2 が達せられるとプレーヤー E_2 はノード x_4 で AG が選ばれる可能性があると判断する。プレーヤー E_2 は、プレーヤー E_1 の反事実的行動によって、プレーヤー E_1 に関する理解を修正することを余儀なくされるだけでなく、プレーヤー C の行動を含めたプレイ全体の理解を根底から覆される、ということである。

この想定がいかなる意味で妥当か、という問題は今だゲーム理論の未解決問題である。反事実的事態がプレイの理解を根底から覆す仕方を、代替的なプレイの理解が存在する場合に限って認めるというのは、1つの有力な方法である。しかし、Suehiro (1992) はその方法によって完全情報ゲームを研究したが、それによれば backward induction solution の結果が起こることがわかった。従って、チェーンストア・パラドックスを[R3]に代わる説得的な仮説によって説明することは、今のところ成功に至っていない。

[R3]を落として合理性仮説を手直しするというアプローチの第2の問題は、それでも説明できない実験結果があるということである。Selten (1978) がチェーンストア・パラドックスによって backward induction solution の問題点を指摘したのに触発されて、Rosenthal (1981) は centipede game (ムカデ・ゲーム) と呼ばれるようになったクラスのゲームで、同じようなパラドックスが起きることを指摘した。図5は centipede game の例である。ムカデの長さによらず、図5の形で一般に

$$[CP] \quad u_A(z_{2n}) > u_A(z_{2n-1}), u_B(z_{2n-1}) > u_B(z_{2n}) \text{ for } n=1, 2, \dots$$

であるものを centipede game と言い、その backward induction solution は「すべてのノードで TAKE」である。従って、[3']が正しいなら、どのような centipede game でも、プレイヤー A が最初に TAKE をとってプレイが終了するはずである。Rosenthal (1981) は、図5でそうであるように、

$$u_A(z_{2n}) > u_A(z_{2n-2}), u_B(z_{2n+1}) > u_B(z_{2n-1}) \text{ for } n=1, 2, \dots$$

で、しかも $u_A(z_{2n}) - u_A(z_{2n-2})$ と $u_B(z_{2n+1}) - u_B(z_{2n-1})$ が十分大ならば、実際に人はムカデの終端近くを除くある程度の大きさの n まで PASS を選ぶだろう、と論じた。

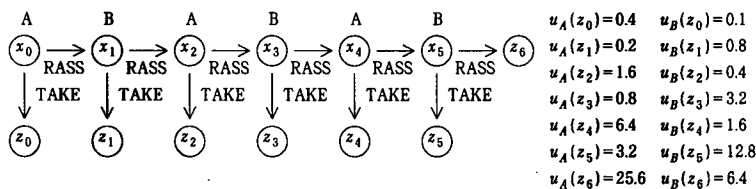


図 5

チェーンストア・パラドックスと同様、Rosenthal (1981) の主張は実際にデータで確認されねばならない。McKelvey and Palfrey (1992) は、図5の centipede game を用いて次の実験室実験を行った。20人の被験者からなる2グループと18人の被験者からなる1グループを作る。各グループについて、ランダムに半数をAプール、残りをBプールに分類する。Aプールの被験者をランダムに順序づけ、Bプールの被験者もランダムに順序づける。それからAプールの1番の被験者にBプールの1番の被験者をマッチさせ、Aプールの2番の被験者にBプールの2番の被験者をマッチさせという具合に、Aプールの被験者とBプールの被験者を1対1にもれなくマッチさせる。マッチされたペアごとに、互いに相手を特定できないままで、図5の centipede game を1回プレイする。(すべての被験者は、参加した centipede game で彼が獲得した利得に比例した現金を受け取るになっている。) 次に、Aプールの1番の被験者にBプールの2番の被験者をマッチさせるという具合に、マッチの順序を1つづらして、Aプールの被験者とBプールの被験者を新たに1対1にもれなくマッチさせ、マッチされたペアごとに図5の centipede game を1回プレイする。さらに同じ手順で

マッチの順序を1つずつずらすことによって、Aプールの各被験者が、Bプールのすべての被験者と1回だけもれなくマッチするまで続ける。これによって、被験者20人からなるグループによってすべて異なる10ペア・10回分の100プレイのデータが生成され、被験者18人からなるグループによってすべて異なる9ペア・9回分の81プレイのデータが生成され、計181プレイのデータが得られた。McKelvey and Palfrey (1992) はこのデータを

f_k = 全データにしめるターミナルノード z_k で終了したデータの割合

p_k = ノード x_k が達せられたデータにしめるノード x_k で TAKE がとられたデータの割合の形式でまとめた。それを図6に示した(実線で結ばれた塗りつぶされた丸がそれを示す)。

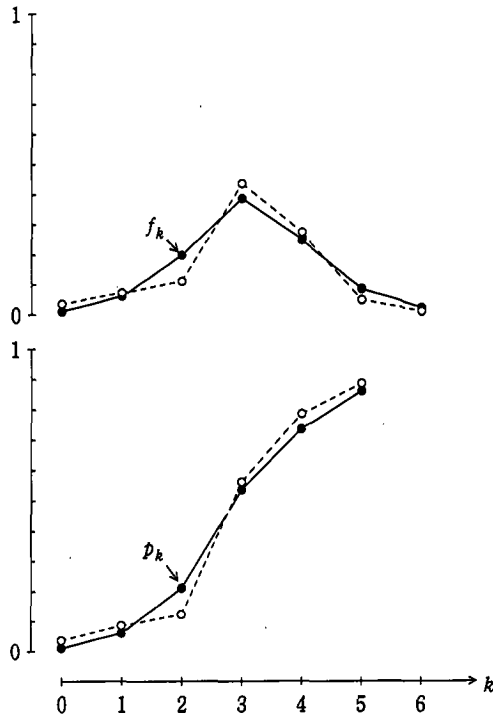


図6

この実験結果は Rosenthal (1981) の主張が正しいことを示している。

ところが、McKelvey and Palfrey (1992) の実験結果は、[R1]と[R2]の組み合わせでは説明できない。なぜなら、Aumann (1998) は、一般の完全情報ゲームに関する Aumann (1995) の定理と全く同じセットアップで、centipede game では現象的合理性の共有知識があれば backward induction solution が起こることを保証する次の定理を証明した。

Aumann (1998) の定理：任意の centipede game で、 $\omega \in CK(\cap_{i \in I} \cap_{x \in X_i} ((\neg[x] \cup R(x)))$ ならば $s(\omega)$ は[BI]を満たす。

現象的合理性は反事実的事態の生起が問題にならない限りでの合理性だから、もともと[R3]

は問題ではない。[R3]のあるなしにかかわらず backward induction solution が起こらねばならないのだから、[R1]と[R2]の組み合わせでは McKelvey and Palfrey (1992) の実験結果は説明できない。これは、[R3]を落として合理性仮説を手直しするというアプローチは、完全情報ゲーム全体にとっての有効性が疑わしいということである。

4.3 非合理的なプレーヤーの可能性を許すアプローチ

合理性仮説を手直しする第2のアプローチは、[R1]を

[R1']プレーヤーは逐次合理的である可能性がほぼ100%だが100%ではない

にゆめ、[R2]と[R3]を維持する、というアプローチである。このアプローチは、まさに Selten (1978) のチェーンストア・パラドックスを解く方法として直接 Kreps and Wilson (1982b) によって提案されたアプローチである。彼らは、わずかな確率 ρ でチェーンストア経営者が逐次合理的でないプレーヤーである可能性があり、その場合の逐次合理的でないという意味が彼が IN に対して必ず AG をとるという固定された行動パターンを示すことだとするとき、この可能性の存在はすべてのプレーヤーの共有知識だが、今プレイしているチェーンストア経営者が逐次合理的でないそれか否かは本人のみが自覚しうる、というゲームではただ1つのもっともらしい逐次均衡 (sequential equilibrium) が存在することを証明した。すなわち、図1の参入ゲームの利得の単位を $u_E(z_3)=0$, $u_E(z_2)=u_E(z_1)-1$, $u_C(z_2)=-1$, $u_C(z_1)=0$ となるよう取り直すと、 $0 < u_E(z_1) < 1$, $u_C(z_3) > 1$ ならばこの参入ゲームが市場1から市場 K まで繰り返し戦われるチェーンストア・ゲームのもっともらしい逐次均衡は次である。市場1から市場 $k-1$ までのプレイの結果を h_k とするとき、 h_k を見た市場 k の潜在的参入者 E_k が、自分の直面しているチェーンストア経営者が逐次合理的でないそれである可能性に付す確率を $\mu_k(h_k)$ とせよ。 $\mu_k(h_k)$ を、市場1では $\mu_k(h_k)=\rho$, 市場 $k \geq 2$ では、 h_k が IN を全く含まないときは $\mu_k(h_k)=\rho$, 少なくとも1回の IN を含むときはそのうち少なくとも1回 IN $\rightarrow$ CO が含まれる場合には $\mu_k(h_k)=0$, そうでなければ $\mu_k(h_k)=\max(\mu_{k-1}(h_{k-1}), [u_E(z_1)]^{K-k+1})$ で計算する。この $\mu_k(h_k)$ の計算値を用いて、市場 k での潜在的参入者 E_k の行動は、 $\mu_k(h_k) > [u_E(z_1)]^{K-k+1}$ なら OUT, $\mu_k(h_k) < [u_E(z_1)]^{K-k+1}$ なら IN, $\mu_k(h_k) = [u_E(z_1)]^{K-k+1}$ なら確率 $[u_C(z_3)]^{-1}$ で OUT となる。市場 k でのチェーンストア経営者 C の行動は、 h_k が少なくとも1回の IN $\rightarrow$ CO を含む場合には CO, そうでなければ $\mu_k(h_k) \geq [u_E(z_1)]^{K-k}$ なら AG, $\mu_k(h_k) < [u_E(z_1)]^{K-k}$ なら確率 $\frac{1-[u_E(z_1)]^{K-k}}{1-\mu_k(h_k)} \times \frac{\mu_k(h_k)}{[u_E(z_1)]^{K-k}}$ で AG となる。 ρ がどんな小さな正数であっても市場数 K が十分多ければ、

$$[KW] \quad [u_E(z_1)]^{K-k+2} < \rho < [u_E(z_1)]^{K-k+1}$$

を満たす k^* が存在し、この逐次均衡が実行されると、市場1から市場 k^*-1 では OUT がおこり、市場 k^* から以降はランダムな IN と、(それまで IN $\rightarrow$ CO が一度もない限り) IN に

対するランダムな AG が起こる。このプレイは、Selten (1978) が主張した[5]に他ならない。

Kreps and Wilson (1982b) の理論を、Jung, Kagel and Levin (1994) の実験データによって実証することができる。被験者の間で ρ が共有知識となっていると仮定する。図 3 にまとめられたデータの観察[16]と[17]によると、[KW]条件を満たす k^* は 5 と考えてよい。この推察が正しければ、データ上の市場 5 における IN に対する AG の割合は Kreps and Wilson (1982b) の理論値

$$\frac{1 - [u_E(z_1)]^{K-k}}{1 - \mu_k(h_k)} \times \frac{\mu_k(h_k)}{[u_E(z_1)]^{K-k}} = \frac{1 - [u_E(z_1)]^3}{1 - \rho} \times \frac{\rho}{[u_E(z_1)]^3}$$

に等しいはずである。この等式を満たす ρ を、データからの ρ の「推定値」 $\hat{\rho}$ とみなす。この $\hat{\rho}$ の「推定値」が正しいと仮定して Kreps and Wilson (1982b) の均衡プレイを計算した結果が図 3 の点線で結ばれた中抜きの丸、三角、四角である。実験データと Kreps and Wilson (1982b) の理論値を比較すると、少なくともチェーンストア経営者の行動は非常にうまく説明できることがわかる。Kreps and Wilson (1982b) の理論がプレイヤーの行動予測に用いた逐次均衡の理論は、[R2] と [R3] を一般のゲームに拡張したものに他ならないから、これは[R1']と[R2], [R3]を組み合わせれば、Selten (1978) のチェーンストア・パラドックスはある程度解決できることを意味する。

ただし、この結論に問題がないわけではない。第 1 に、Kreps and Wilson (1982b) の理論は、 ρ が正の値で実在しかつ被験者の間で共有知識となっているという仮定に決定的に依存している。その仮定は現に満たされているのだろうか。それを Camerer and Weigelt (1988) は次のような実験室実験のデータによって検証した。図 1 のゲームで、プレイヤー E_k をお金の貸し手 k 、プレイヤー C を借り手とし、OUT を貸さない、IN を貸す、CO を返済しない、AG を返済すると読み替えて、1 人の借り手が潜在的貸し手 1 から潜在的貸し手 K に対し逐次的に図 1 の貸し借りゲームを行う状況を考える。ここに、図 1 が貸し借りゲームを表すとするとその利得を $u_E(z_2) > u_E(z_3) > u_E(z_1)$ および $u_C(z_1) > u_C(z_3) > u_C(z_2)$ と想定するのが妥当である。Jung, Kagel and Levin (1994) の実験と同じ $K=8$ にとって、実験室実験を行う。この時、[R1']として、集められた被験者の中にわずかな確率 r で借り手として逐次合理的でない被験者がいる可能性があり、その場合の逐次合理的でないという意味が彼が IN に対して必ず AG をとる（つまり借りた金は必ず返す）という固定された行動パターンを示すことだとする。その上で、実験手順に次の操作を加える。被験者から選ばれた 8 人の貸し手に 1 人の借り手をランダムマッチさせる時に、確率 q で「IN に対して必ず AG をとる人工的な借り手」が選ばれ、残りの確率 $1-q$ で被験者の中から借り手が選ばれる。この手続きをあらかじめ被験者に周知させると、Kreps and Wilson (1982b) モデルの ρ は、実験の基礎パラ

メーター r , q によって $\rho = q + (1-q)r$ で与えられることになる。 r は未知パラメーターだが q は実験でコントロールされるパラメーターである。この実験を $q=0.33$ と $q=0.1$ の2種類のパラメーター値について行い、その各々の値の下で得られた実験データから、Jung, Kagel and Levin (1994) の実験結果の分析と全く同じ方法で ρ の「推定値」 $\hat{\rho}$ を計算する。その値を ρ の決定式に代入した $\hat{\rho} = q + (1-q)r$ からパラメーター r の値を逆算する。すると、 $q=0.33$ の実験ではその推定値は $\hat{\rho}=0.161$ となり、 $q=0.1$ の実験では $\hat{\rho}=0.172$ となった。両者はきわめて近い。実際、両者の中間の $r=0.17$ という同じ1つの値を用いて計算された Kreps and Wilson (1982b) 理論値は、 $q=0.33$ の実験データも $q=0.1$ の実験データもともにきわめてうまく説明できることがわかった。これから、Camerer and Weigelt (1988) は、被験者の間に、「生身の被験者」の間に逐次合理的でない被験者がいる可能性について、安定的な正值の r が存在していると結論づけた。

ところが、後に Neral and Ochs (1992) が全く同じ貸し借りゲームで利得を変えて追試したところ、安定的な正值の r が存在しているというこの Camerer and Weigelt (1988) の主張は有意に棄却された。Jung, Kagel and Levin (1994) も同じテストをチェーンストア・ゲームについて行い、Camerer and Weigelt (1988) の主張に懐疑的な結論を得ている。従って、Jung, Kagel and Levin (1994) の実験結果をもって、Kreps and Wilson (1982b) 理論がチェーンストア・パラドックスを解決したと断定するのには慎重でなければならない。

第2に、Jung, Kagel and Levin (1994) の実験で、確かに Kreps and Wilson (1982b) 理論はチェーンストア経営者の行動は非常にうまく説明できるが、潜在的参入者の行動は必ずしもそうではない。図3に示すとおり、理論は潜在的参入者の行動が市場1から市場4までは同じ行動で市場5から市場8は別の同じ行動という単純な切り替えを予測しているのに対し、実験データは市場5から市場8の参入割合が k の増加関数であることを示している。これは、Kreps and Wilson (1982b) 理論が本当に Jung, Kagel and Levin (1994) の実験結果を説明しているかどうかについて疑いを投げかけるものである。Neral and Ochs (1992) は、この疑いを、ゲームをチェーンストア・ゲームから Camerer and Weigelt (1988) の貸し借りゲームに置き換えて、次の方法で間接的に検証した。今、 $u_c(z_1)$ 以外のすべての利得が同じ2つの貸し借りゲームを被験者にプレイさせる。Kreps and Wilson (1982b) 理論によれば、逐次均衡の戦略で $u_c(z_1)$ の水準に依存するのは貸し手 k^* から貸し手 K までの貸す確率のみである¹²。つまり、 $u_c(z_1)$ に関する比較静学分析によれば次が成り立つ。

仮説1： $u_c(z_1)$ が高いゲームの方が、 k^* 以降の貸し手が貸す (IN) 確率は高まる。

仮説2： $u_c(z_1)$ の値によっては、借り手の行動は変わらない。

2つの実験のデータを比較したところ、このいずれの仮説も有意に棄却された。すなわち、 $u_c(z_1)$ が高いゲームの方が、 k^* 以降の貸し手が貸す確率は有意に低くなり、借り手が返済す

る (AG) 確率は有意に高くなる。このことから, Neral and Ochs (1992) は, Kreps and Wilson (1982b) 理論の説明力には深い疑いがあると結論づけた。

4.4 代替的アプローチの方法論上の問題点

以上, チェーンストア・パラドックスに直面して合理性仮説を手直しする 2 つの代替的アプローチを検討した。それらの研究成果によると, どちらのアプローチもチェーンストア・パラドックスを (部分的に) 解決できるが, その (一般) 妥当性には多くの疑問が残るというのが現在の研究状況だと言えることができる。

この事実に加えて, これら 2 つの代替的アプローチには, 方法論上の根本的な共通問題がある。[R1]と[R2]は維持し[R3]を捨てるという第 1 のアプローチでは, [R3]の要求から自由になった反事実的事態におけるプレーヤーのプレイに関する認識を, 研究者が設計して backward induction solution 以外のプレイが起こる現実を説明している。Kreps and Wilson (1982b) 理論に代表される第 2 のアプローチでは, 小さな可能性で存在が想定されている逐次合理性を満たさないプレーヤーがどのような不合理な行動をとるプレーヤーかを, 研究者が想定して backward induction solution 以外のプレイが起こる現実を説明している。もちろん, 研究者が想定すること自体は, その想定によって事実が説明できさえすれば問題はない。問題は, 異なるゲームで backward induction solution 以外のプレイが観察されたとき, それを説明するために研究者が用意しなければならない想定が, 異なるゲームごとに異なるということが必要になるかもしれないということである。

例えば, 図 5 の centipede game について, 次の 3 つのバリエーションを考える。第 1 に, 図 5 のゲームそれ自身で, McKelvey and Palfrey (1992) は backward induction solution 以外の結果が安定的に起こることを示した。その上で, 彼らは, このデータが Kreps and Wilson (1982b) 理論で説明できることを次のように示した。どのノードでも PASS をとるプレーヤーを逐次合理性を満たさないプレーヤーと想定し, その様なプレーヤーが被験者の中に混じっている確率を ρ とおく。すべての被験者は ρ の値について自己の主観的な推定値 $\hat{\rho}$ を持っている。ある被験者の $\hat{\rho}$ の値は, 未知パラメーター (α, β) のベータ分布の実現値であるとする。その被験者本人は $\hat{\rho}$ の値を知っているが, 自分と図 5 の centipede game を戦ういかなる相手の主観的推定値も直接知ることはできない。この状況で, すべての被験者は, 彼が経験する第 t 回目のプレイで, 自分のどの決定ノードでも, 同じ確率 ε_t で, 自分が意図した選択と反対の選択をしてしまう Selten (1975) の意味での trembling hand mistake の可能性に服する。この確率の大きさは, 学習プロセスを記述すると解釈できる 2 つのパラメーター ε, δ によって, t に応じて $\varepsilon_t = \varepsilon \exp[-\delta(t-1)]$ のように動く想定する。これらすべてが被験者の間で共有知識であったと仮定して定義されるゲームの逐次均衡を計算する。

その逐次均衡をこの β のランダム・サンプリングと trembling hand mistake の下で実行した結果得られたものが McKelvey and Palfrey (1992) のデータであると想定した下で、未知パラメーター $\alpha, \beta, \epsilon, \delta$ の値を最尤推定法で推定する。その推定値を用いて逐次均衡によるプレイ結果の理論値と各ノードごとの TAKE 確率理論値を算出したものが、図6の点線で結ばれた中抜き丸である。それは、データがきわめてうまく説明されていることを示している。

Fey, McKelvey and Palfrey (1996) は、図5の centipede game で $(u_A(z_0), u_B(z_0)) = (1.60, 1.60)$, $(u_A(z_1), u_B(z_1)) = (1.20, 2.00)$, $(u_A(z_2), u_B(z_2)) = (2.30, 0.90)$, $(u_A(z_3), u_B(z_3)) = (0.68, 2.52)$, $(u_A(z_4), u_B(z_4)) = (2.69, 0.51)$, $(u_A(z_5), u_B(z_5)) = (0.38, 2.82)$, $(u_A(z_6), u_B(z_6)) = (2.92, 0.28)$ としたゲームで実験室実験を行った。このゲームも[CP]を満たすから、やはり centipede game である。しかし、図6と比較できるよう同じ形式で図7にまとめた実験結果は、McKelvey and Palfrey (1992) の結果と全く異なった行動パターンを示している（ただし、この実験ではノード x_3 が達せられたデータ数は3、ノード x_4 が達せられたデータ数は1なので、 p_k のデータとして信頼できるのは $k \leq 2$ である）。この結果を最もうまく説明する[R1']と[R2], [R3]を組み合わせたモデルとして、Fey, McKelvey and Palfrey (1996) は、Kreps and Wilson (1982b) モデルではなく McKelvey and Palfrey (1995) の Quantal Response Model を採用すべきであると結論づけている。このモデルは、

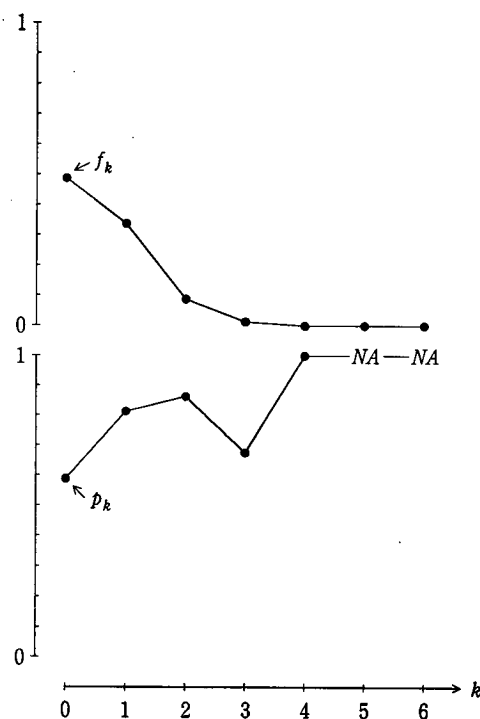


図7

プレーヤーが Selten (1975) の意味での trembling hand mistake に服する状況で、自分が意図した選択と反対の選択をしてしまう可能性が、それによる利得の減少が小さいほど大きい、¹³ というモデルである。

最後に、図 5 の centipede game で $u_A(z_{2n-2}) = u_A(z_{2n}) = 1$, $u_A(z_{2n-1}) = u_A(z_{2n+1}) = -1$, $u_B(z_{2n-2}) = u_B(z_{2n}) = -1$, $u_B(z_{2n-1}) = u_B(z_{2n+1}) = 1$ としたゲームも [CP] を満たすから、やはり centipede game である。このゲームを、 z_{2n-2} はプレーヤー A の勝ちという結果に、 z_{2n-1} はプレーヤー B の勝ちという結果に対応するあるチェス・プロブレムを表すと解釈することができるかもしれない。チェス・プロブレムに対しては人は [3] を認めるとすると、このゲームでは「正しい手」が打たれるだろう。それは「自分の番なら TAKE」という手である。これは、この centipede game の backward induction solution であり、それを実行するとプレーヤー A が最初に TAKE をとってプレイは終了する。すでに詳しく検討したように、この結果は、[R1] から [R3] があれば予測される。しかし、それを [R1'] と [R2], [R3] を組み合わせたモデルで説明することも可能である。そのモデルとは、Selten (1975) の trembling hand mistake のモデルである。

以上、図 5 の centipede game の 3 つのバリエーションについて、3 つの異なる結果とそれを最もうまく説明すると主張されている [R1'] と [R2], [R3] を組み合わせた 3 つの異なるモデルを示した。この 3 つのバリエーションはすべて [CP] を満たし、従ってプレーヤーの最適反応の構造は全く同じである。したがって、ここに我々は、最適反応が同じゲームで、人が実際に全く異なる行動パターンを示す事実を、異なる [R1'] のモデルで説明する、という事態に至っていることになる。もちろん最適反応の構造が同じなのだから、[R1'] のモデルの選択基準は、問題となっているゲームの最適反応の構造から独立している。このことは、ゲーム理論の方法論にとってきわめて深刻な意味を持つ。

なぜなら、ゲーム理論は「与えられたルールの下でゲームが戦われれば、人は安定的行動パターンを示す」ということを、問題にしているゲームのルールから独立した「人の合理性」という簡単な仮説によって説明しようとするものである。説明原理の方が固定していれば、逆に「ゲームのルールを変えることによって人の行動はどう変わるか」を問うことに意味が生じる。これは、ゲーム理論が、ルールの設計を通じて社会におこることを間接的にコントロールするという制度設計の基礎理論になりうる展望を与える。人の行動を予測するための [R1'] という付随的装置が、ゲームの最適反応の構造という「人の合理性」という説明原理と同じ原理で判定できるなら、たとえルールが違えば [R1'] のモデルの違いによって人の行動を説明する仕方が違っていても、それは結局最適反応という 1 つの簡単な原理で説明していることに変わりはない。説明原理は固定されていて、ルールが唯一の変数である。しかし、もし [R1'] のモデルの採用基準が最適反応の構造から独立しているなら、話が全く異なる。

人の行動の説明原理は、ゲームのルールの中に含まれる最適反応の構造以外の要因に応じて、ルールとともに変わる。その結果、ゲーム理論はもはや制度設計の基礎理論の資格を失うかもしれない。

[R1']のモデルの採用基準となる、ゲームのルールの中に含まれる最適反応の構造以外の要因とは何か。図5の centipede game の3つのバリエーションについて、上でサーベイした研究から、人は、McKelvey and Palfrey (1992) の centipede game は $u_A(z_k) + u_B(z_k)$ が k の明確な増加関数であるのでプレーヤーの中に altruist (パレート改善をよとする行動をとるプレーヤー) が紛れ込む素地があるので、逐次合理的でないプレーヤーを「常に PASS」をとるプレーヤーとしてモデル化するのが妥当であるのに対し、Fey, McKelvey and Palfrey (1996) の centipede game とチェス・プロブレムの centipede game では $u_A(z_k) + u_B(z_k)$ が k によらず一定なので逐次合理的でない行動のモデルとして何らかの mistake しか考えられない、と論じるかもしれない。さらに、同じ constant sum の centipede game であっても、どう勝っても勝ちの良さが同じチェス・プロブレムでは勝てる時に勝とうとする傾向はおなじであるモデルが妥当であるのに対し、大きな k で「勝つ」方が良い Fey, McKelvey and Palfrey (1996) の centipede game では mistake の可能性が「勝ち方」に依存しているモデルが適している、と論じるかもしれない。しかし、このような分類をゲームごとに行って、その分類が比較的少数の[R1']のモデルで尽くされるという保証はない。チェス・プロブレムに関する[3]を説明するには Selten (1975) の trembling hand mistake という1つの[R1']のモデルで済むが、完全情報ゲーム一般に関する[3']を説明するためには限らない[R1']のモデルが必要ということになれば、ゲーム理論はその理論構造の根本的な再検討を迫られることになるであろう。

注

- 1 Schwalbe and Walker (2001) によれば、Zermelo (1913) の定理は最大手番数ルールのないチェスを対象としており、その証明は数学的帰納法によっていない。したがって、厳密に言うと、すぐ後で述べる backward induction solution が Zermelo (1913) によってチェスに限って証明されたというのは正確ではない。
- 2 両者を統合した有力なモデルもある。その代表例は Savage (1954) の主観確率モデルである。合理性のモデル化の2分法について、例えば Kreps (1988) を参照せよ。
- 3 ゲーム理論にこの仮説を最初に明示的に導入したのは、Kreps and Wilson (1982a) である。
- 4 実在合理性の対概念は現象合理性 (material rationality) である。実在合理性とは、それが発揮される機会があるなしにかかわらずプレーヤーに実在しているという意味での合理性のことである。それが実在すれば、プレーヤー i の決定ノード $x \in X_i$ が実際に達せられるか否かによらずに、もしそれが達せられたらその合理性が彼に何を命じるかを論ずることができる。これに対し、現象合理性とは、プレーヤーに本質としての合理性が備わっているか否かによらず、現象として

- 観察された限りでの合理性のことである。従って、現象合理性は、現に達せられた決定ノード $x \in X_i$ に限って問題にされるプレーヤー i の合理性である。
- 5 このモデルは、[3']を説明する目的に限らなければ、ゲーム理論のみならず選択理論一般で広く用いられている標準モデルである。その解説は、Fudenberg and Tirole (1991), Osborn and Rubinstein (1994) 等の標準的テキストに見ることができる。
 - 6 末廣 (1999) は、逐次合理性と backward induction solution の関係に関する Reny (1993), Aumann (1995), Ben-Porath (1997) の研究を、この事実の観点からサーベイしている。
 - 7 反事実的事態に関する予想に2種類の予想があること、それらは一応独立の予想として取り扱われるべきことは、Stalnaker (1998) で、例を挙げて詳しく論じられている。
 - 8 公刊されたチェーンストア・ゲームの実験研究には、もう1つ Sundari and Rapoport (1997) の実験がある。彼らは10市場バージョンのチェーンストア・ゲームと15市場バージョンのチェーンストア・ゲームの2つの実験を行っているが、1人の被験者は、前者ではチェーンストア経営者の役で1回、潜在的参入者として10回プレイし、後者ではチェーンストア経営者の役で1回プレイするかまたは潜在的参入者として10回プレイした。いずれの場合も、Jung, Kagel and Levin (1994) の実験に較べて1人の被験者のプレイの経験数が限られており、被験者の学習が十分起こったかどうかという問題がある。
 - 9 現象的合理性とは、 $\omega \in -[x]$ ならば $\omega \in R(x)$ を問わなくてよい、つまり実際に達せられないノードでの行動は逐次合理性を問わないということである。注4を見よ。
 - 10 von-Neumann-Morgenstern の期待効用関数はアフィン変換に関して同じ選好を表すから、この単位の取り直しは許される。
 - 11 逐次均衡の理論は Kreps and Wilson (1982a) で提唱された。
 - 12 von-Neumann-Morgenstern の期待効用関数のアフィン変換によれば、 $u_C(z_1)$ の変化は $u_C(z_3)$ の変化に同じで、先に Jung, Kagel and Levin (1994) の実験結果の分析で述べたとおり、プレーヤー E_k ($k=k^*, \dots, K$) の均衡戦略のみが $u_C(z_3)$ に依存する。
 - 13 このモデルは、もともと Selten (1978) のチェーンストア・パラドックスを説明する方法として Rosenthal (1981), Rosenthal (1989) でそのアイデアが述べられたもので、同じアイデアは Myerson (1978) によってナッシュ均衡の精緻化である proper equilibrium に導入された。

参 考 文 献

- Aumann, R. (1989), *Lectures on Game Theory*, Westview Press.
- Aumann, R. (1995), "Backward Induction and Common Knowledge of Rationality," *Games and Economic Behavior*, Vol. 8, pp. 6-19.
- Aumann, R. (1998), "On the Centipede Game," *Games and Economic Behavior*, Vol. 23, pp. 97-105.
- Basu, K. (1990), "On the Non-Existence of a Rationality Definition for Extensive Games," *International Journal of Game Theory*, Vol. 19, pp. 33-44.
- Ben-Porath, E. (1997), "Rationality, Nash Equilibrium and Backward Induction in Perfect Information Games," *Review of Economic Studies*, Vol. 64, pp. 23-46.
- Bicchieri, C. (1988), "Self-Refuting Theories of Strategic Interaction: A Paradox of Common

- Knowledge," *Erkenntnis*, Vol. 30, pp. 69-85.
- Binmore, K. (1987), "Modeling Rational Players, Part 1," *Journal of Economics and Philosophy*, Vol. 3, pp. 179-214.
- Camerer, C. and K. Weigelt (1988), "Experimental Tests of a Sequential Equilibrium Reputation Model," *Econometrica*, Vol. 56, pp. 1-36.
- Fey, M., R. D. McKelvey and T. R. Palfrey (1996), "An Experimental Study of Constant-sum Centipede Games," *International Journal of Game Theory*, Vol. 25, pp. 269-287.
- Fudenberg, D. and J. Tirole (1991), *Game Theory*, MIT Press.
- Halpern, J. Y. (1999), "Hypothetical knowledge and counterfactual reasoning," *International Journal of Game Theory*, Vol. 28, pp. 315-330.
- Halpern, J. Y. (2001), "Substantive Rationality and Backward Induction," *Games and Economic Behavior*, Vol. 37, pp. 425-435.
- Hintikka, J. (1962), *Knowledge and Belief*, Cornell University Press.
- Jung, Y. J., Kagel, J. H. and D. Levin (1994), "On the existence of predatory pricing: an experimental study of reputation and entry deterrence in the chain-store game," *Rand Journal of Economics*, Vol. 25, pp. 72-93.
- Kreps, D. (1988), *Notes on the Theory of Choice*, Westview Press.
- Kreps, D. and R. Wilson (1982a), "Sequential Equilibria," *Econometrica*, Vol. 56, pp. 863-894.
- Kreps, D. and R. Wilson (1982b), "Reputation and Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, Vol. 27, pp. 253-279.
- Kuhn, H. W. (1953), "Extensive Games and the Problem of Information," in Kuhn, H. W. and A. W. Tucker (eds.), *Contribution to the Theory of Games, Volume II*, Princeton University Press.
- McKelvey, R. D. and T. R. Palfrey (1992), "An Experimental Study of the Centipede Game," *Econometrica*, Vol. 60, pp. 803-836.
- McKelvey, R. D. and T. R. Palfrey (1995), "Quantal Response Equilibria for Normal Form Games," *Games and Economic Behavior*, Vol. 10, pp. 6-38.
- Myerson, R. (1978), "Refinements of the Nash Equilibrium Concept," *International Journal of Game Theory*, Vol. 7, pp. 73-80.
- Neral, J. and J. Ochs (1992), "The Sequential Equilibrium Theory of Reputation Building: A Further Test," *Econometrica*, Vol. 60, pp. 1151-1169.
- Osborn and Rubinstein (1994), *A Course in Game Theory*, MIT Press.
- Reny, P. (1992), "Rationality in Extensive-Form Games," *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 6, pp. 103-118.
- Reny, P. (1993), "Common Belief and the Theory of Games with Perfect Information," *Journal of Economic Theory*, Vol. 59, pp. 257-274.
- Rosenthal, R. (1981), "Games of Perfect Information, Predatory Pricing, and the Chain Store Paradox," *Journal of Economic Theory*, Vol. 25, pp. 92-100.
- Rosenthal, R. (1989), "A Bounded-Rationality Approach to the Study of Noncooperative Games,"

- International Journal of Game Theory*, Vol. 18, pp. 273-292.
- Samet, D. (1996), "Hypothetical Knowledge and Games with Perfect Information," *Games and Economic Behavior*, Vol. 17, pp. 230-251.
- Savage, L. J. (1954), *The Foundation of Statistics*, John Wiley and Sons.
- Schwalbe, U. and P. Walker (2001), "Zermelo and the Early History of Game Theory," *Games and Economic Behavior*, Vol. 34, pp. 123-137.
- Selten, R. (1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games," *International Journal of Game Theory*, Vol. 4, pp. 25-55.
- Selten, R. (1978), "The Chain Store Paradox," *Theory and Decision*, Vol. 9, pp. 127-159.
- Stalnaker, R. (1968), "A Theory of Conditionals," in N. Rescher (eds.) *Studies in Logical Theory*, Blackwell.
- Stalnaker, R. (1996), "Knowledge, belief, and counterfactual reasoning in games," *Economics and Philosophy*, Vol. 12, pp. 133-163.
- Stalnaker, R. (1998), "Belief revision in games: forward and backward induction," *Mathematical Social Sciences*, Vol. 36, pp. 31-56.
- Stalnaker, R. and R. Thomason (1970), "A Semantic Analysis of Conditional Logic," *Theoria*, Vol. 46, pp. 246-281.
- Suehiro, H. (1992), "A Mistaken Theories Refinement," mimeo.
- Sundari, J. A. and A. Rapoport (1997), "Induction and Deterrence in the Chain Store Game: How Many Potential Entrants are Needed to Deter Entry?," in Albers, W., W. Guth, P. Hammerstein, B. Moldovanu, and E. van Damme (eds.), *Understanding Strategic Behavior: Essays in Honor of Reinhard Selten*, Springer-Verlag.
- Zermelo, E. (1913), "Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels," *Proceedings of Fifth Congress of Mathematicians*, Cambridge University Press, pp. 501-504.
- 末廣英生 (1999), 「逐次合理性をめぐる諸問題」, 国民経済雑誌, 第179巻, pp. 35-50.