



線形物品税, 非線形所得税体系の最適性

宮川, 敏治

(Citation)

国民経済雑誌, 188(5):63-78

(Issue Date)

2003-11

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00055891>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00055891>



線形物品税，非線形所得税体系の最適性

宮 川 敏 治

本稿では、「社会的厚生を最大にする税体系を求める」という問題設定において、分析の出発点として税体系を線形物品税と非線形所得税に限定することの理論的根拠を与える。具体的には、各消費者の選好や賃金獲得能力は私的情報であり、計画者もしくは政府はその分布しか知ることができないという情報上の制約が存在する状況では、線形物品税と非線形所得税が競争均衡を通じて実現できる資源配分の集合と誘因両立的メカニズムの計画者が実現できる資源配分が等しいことを証明する。

キーワード 最適課税論，メカニズムデザイン，線形物品税，非線形所得税

1 はじめに

最適課税論では、市場経済の下で社会的厚生を最大にする税体系を求めるという問題を設定して、その租税体系がもつ性質の考察が行われている。さて、その最適課税論で考察されている税体系は、最も一般的なものであっても、非線形所得税と各消費財に異なる線形の税率を許す物品税が共存する税体系である。Diamond and Mirrlees (1971) に始まる最適物品税論では、各消費財に線形の税率を課する物品税体系が考察され、Mirrlees (1971) に始まる最適所得税論では、(労働) 所得を課税ベースとした非線形の所得税体系が考察されている。非線形所得税と線形物品税の両方を同時に扱ったものとして Atkinson and Stiglitz (1976), Saez (2002) が挙げられる。これらの課税はすべて、生産者が直面する価格と消費者が直面する価格を乖離させるために、生産者価格と消費者価格が同一であることを通じた限界変形率と限界代替率の一致というパレート効率的な資源配分が満たす条件の成立を不可能にする。その結果、社会的厚生を最大化する際に、効率と公正のトレード・オフが発生することになる。

一方、純粹に理論的な見地に立てば、最適課税論で考察されている税体系よりも優れた税体系が存在する。それは、「厚生経済学の第二定理」が教える定額税体系 (lump-sum tax system) である。厚生経済学の第二定理とは、「選好と生産技術の凸性が満たされる状況では、任意のパレート効率的な資源配分は、適当な初期賦存量の再分配を通じて競争均衡によって達成することができる」というものであり、この「適当な初期賦存量の再分配」が定額税体系に対応する。定額税体系は、パレートの意味での効率性を損なうことなく、公正の問題に

対応した資源配分を選択することができる税体系である。

では、「社会的厚生を最大にする税体系を求める」という問題設定において、分析の出発点として税体系を非線形所得税と線形物品税に限定することはどのような根拠をもつのであろうか。この問いに対して、純粋に理論的な観点から、最適課税論において非線形所得税と線形物品税から分析を始める根拠を提示することが本稿の目的である。その根拠とは、情報上の制約の存在である。つまり、各消費者の選好や賃金獲得能力は、その消費者のみが知りうる私的情報であり、計画者もしくは政府はその分布しか知ることができないという情報上の制約が存在する状況では、非線形所得税と線形物品税の組み合わせの中から社会的厚生を最大にする税体系を考察することは、実現可能な税体系の中から最も望ましい税体系を考察していることになることを示す。具体的には、上記の情報制約が存在する状況では、線形物品税と非線形所得税によって達成される資源配分よりも優れた配分を実現する政策手段は存在しないことを証明する。

この事実を証明しようという問題意識に基づいた研究は既にいくつか存在している。まず、Hammond (1979, 1987), Champsaur and Laroque (1981), Roberts (1984), Mas-Colell (1985), Makowski, Ostroy and Segal (1999) は、生産の存在しない純粋交換経済の設定で上記の情報制約が存在するならば、定額税による再分配が分権的な市場機構では達成不可能であることを誘因両立的メカニズム (incentive compatible mechanism) の考察を通じて示した¹。さらに、Dierker and Haller (1990), Guesnerie (1995) は情報制約の存在する状況で、誘因両立的な資源配分メカニズムを設計する計画者が実現可能な資源配分の集合と線形課税、非線形課税を設計する政府が実現できるそれとが同一であることを示した。

前者の諸研究は純粋交換経済を想定しており、最適課税論で取り扱われている生産を含んだモデルとは少し距離がある。一方、後者の諸研究は生産が含まれたモデルを考察しているが、最適課税論で考察されているモデルよりもかなり一般的な設定で分析が行われている。本稿では、実際に最適課税論で用いられているモデルの中で最も一般的な状況を考察している Atkinson and Stiglitz (1976) の1生産要素(労働)、 n 消費財モデルを設定し、Dierker and Haller と Guesnerie と同様の推論にしたがって線形物品税と非線形所得税が競争均衡を通じて実現できる資源配分の集合とメカニズムの計画者が実現できる資源配分が等しいことを証明する。これは、情報制約が存在する下で社会的厚生の意味で望ましい税体系を選択するという場合、最適課税論が行っているように線形物品税と非線形所得税のみを考察対象にするということに理論的根拠を与えるものである。また、本稿は、Dierker and Haller (1990), Guesnerie (1995) の内容をより簡明なかたちで紹介することも意図している。

2 モデル

ここでは, Atkinson and Stiglitz (1976) で想定されている n 消費財と余暇が存在する経済を考える。以下の設定は, Mirrlees (1971) による最適所得税論での余暇と 1 消費財のモデルの n 消費財モデルへの拡張と解釈できるものである。第 0 財を余暇, 第 1 財から第 n 財までを消費財とする。さらに, すべての消費者について第 1 財から第 n 財の初期賦存量はゼロで, 余暇時間の賦存量は $L > 0$ であるとする。余暇を l と表せば, $L - l$ は労働供給を表すことになる。また, 第 j 財の消費は x_j と表す。この表記法を使えば, 各消費者の消費集合は, $X^{\text{def}} = \{(l, x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid l \in [0, L]\}$ と定義される。以下では, 記号の簡単化のために, $x^{\text{def}} = (x_1, \dots, x_n)$ と表すことにする。

各消費者は, 所得獲得能力 (労働 1 単位あたりの賃金率) と選好の違いによって特徴づけられるとする。消費者の所得獲得能力の集合を $\Theta^{\text{def}} = \{\theta \in \mathbb{R}_+ \mid \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta}\}$, ただし, $\underline{\theta} > 0$, $\bar{\theta} < \infty$, と定義する。各消費者の選好は消費集合 X から $\mathbb{R}$ への関数, いわゆる効用関数によって表されとする。ここでは特に, $\theta \in \Theta$ の能力の消費者が, 例えば, $(l, x) \in X$ の余暇と消費の組み合わせを選択したならば, その効用水準は $u(l, x, \theta) \in \mathbb{R}$ で表すことにする。すなわち, 同じ所得獲得能力をもつ消費者は同じ選好をもつと仮定する。

$(\Theta, \mathcal{B}, \mu)$ をこの経済の消費者の能力についての測度空間とする。ただし, $\mathcal{B}$ は Θ の σ -加法族 (σ -algebra) であり, μ はアトムレス (atomless) な確率測度である。確率測度に関して次の仮定をおく。

仮定 1. 測度 μ のサポートが Θ 自身である。

さらに, 消費者の効用関数については次の仮定をおく。

仮定 2. (i) 任意の $(l, x) \in X$ に対して, $u(l, x, \theta)$ は θ に関して可積分である。(ii) 任意の $\theta \in \Theta$ に対して, $u(l, x, \theta)$ は X 上で, 連続, 増加的, 準凹, X の内点で狭義準凹, 狭義単調増加, 2 回連続微分可能関数である。

この経済の生産技術については, 消費者から供給される労働を唯一の生産要素として各消費財が生産されとする。この生産技術については規模に関する収穫一定を仮定する。すなわち, 各消費財が固定係数にしたがって労働投入によって生産されとする。具体的には, 固定係数を $(p_1, \dots, p_n)$ とし, 総労働 y_0 と各財の生産 $y_1, \dots, y_n$ の間には,

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 + \dots + p_n y_n \leq y_0 \quad (1)$$

の関係が成立するとする。

ここでは, 余暇, または, 労働, および, 各消費財の取引について次のような制約をおく。まず, 各消費財 1, $\dots$, n は, 消費者と生産者の間, および, 消費者間で自由に取引が可能であるとする。つまり, ある消費者が大量に消費財を生産者から購入し, 他の消費者に再販する

ことを許す。一方、余暇、または、労働については、生産者と消費者の間でのみ取引が可能であり、消費者間で取引することはできないと仮定する。この仮定は、現実の消費財の性質、および、労働の性質を考えればそれほど的外れな仮定ではないであろう。また、最適課税論のモデルでは暗黙にこの仮定が採用されている。

最後に、この経済における情報上の制約について触れておこう。各消費者の特性を表す θ は、それをもつ消費者のみが知ることができる消費者の私的情報 (private information) であり、他の消費者、および、政府は、 θ の経済全体での分布、つまり、 μ しか知ることができないとする。賃金率 θ の消費者が $(L-l)$ の労働を供給した場合、その所得は $\theta(L-l)$ となるが、他の消費者および政府は、 θ と $L-l$ のそれぞれの値を知ることができず、所得 $\theta(L-l)$ しか観測できない。一方、消費財については、その価格、および、取引量は観測可能であると仮定する。

さて、効用関数を余暇と消費に関する関数と定義したが、以下の考察においては所得と消費の関数として表現しておく方が便利である。賃金率が θ 、労働供給が $L-l$ ならば、所得が $\theta(L-l)$ となることを考慮して、効用関数を次のように再定義しておく。すなわち、 $U(I, x, \theta) \stackrel{\text{def}}{=} u(L-l/\theta, x, \theta) = u(l, x, \theta)$ 、ただし、 $I \stackrel{\text{def}}{=} \theta(L-l)$ と定義する。以下では、消費者の効用関数として所得と効用の関数である効用関数を用いて分析を進めていく。

3 誘因両立メカニズムの設計

まず、ある計画者を想定し、その計画者が各消費者の特性 θ が μ にしたがって分布していることは知っているが、その特性のプロファイルは知らない下で、制度を設計するという状況を次の消費者と計画者の間の2段階ゲームで表現しよう。

Step A: 各消費者 ($\theta \in \Theta$) がメッセージ空間 (戦略空間) $M(\theta)$ の中からメッセージ $m(\theta)$ を計画者に伝達する。計画者はすべての消費者からのメッセージの組 $m = (m(\theta))_{\theta \in \Theta}$ に基づき、すべての消費者に対して所得と消費の組 (配分) を助言する。ただし、この所得と消費の組は、生産可能性フロンティアに属するものが計画者によって選択されているとする。さらに、消費者は、計画者が助言する所得と消費の組を選択することが前提とされる。この意味で、計画者の助言は拘束力をもつことが仮定されている。

Step B: Step A での配分 (所得と消費の組) の下で、消費者間で消費財の交換を行う。この段階ゲームの結果は、Step A で与えられた配分を初期賦存量とした消費財の純粋交換経済での競争均衡によって与えられる。

Step B は、消費財が消費者間で自由に交換可能であることから導かれる自然なゲームである。Step A では、消費者も計画者も Step B の結果については完全予見であると仮定する。

上記の2段階ゲームで、消費者のメッセージの組に対して所得と消費の組、いわゆる配分、を与える可積分写像 h とメッセージ空間 $((M(\theta))_{\theta \in \Theta})$ のことを一般に「メカニズム」と呼び、計画者が設計する制度を抽象的に表現しているものとされる。また、メッセージ集合 $M(\theta)$ は任意であり、かつ、 h はメッセージから配分への単なる写像であればよいので、このメカニズムは計画者が設定できるありとあらゆる制度を表現していると解釈される。したがって、上記の2段階ゲームでさまざまなメカニズムに対応して得られるベイジアン・ナッシュ均衡で実現される配分の集合が、計画者によって実現可能な配分の集合を表すことになる。このようなゲーム形式で計画者の制度設計を表現する分析は、Hurwicz (1973), Myerson (1979) によって始められ、「メカニズム・デザイン」と呼ばれている。

さて、本稿では、上記の Step A, B からなる2段階ゲームで実現される資源配分の集合と所得税と物品税によって競争市場の下で達成される資源配分の集合を比較する。しかしながら、Step A, B の2段階ゲームで実現される資源配分の集合は、Myerson (1979, 1985) の顕示原理 (revelation principle) により、メカニズムのメッセージ集合 $M(\theta)$ を消費者の特性の集合 Θ に限定した以下に示す Step A*, B* の2段階ゲームを設定し、 $\theta \in \Theta$ の消費者がその真の特性 θ を報告する戦略がベイジアン・ナッシュ均衡となるようなメカニズムによって実現される。つまり、次の Step A*, B* からなる2段階ゲームを考え、真の特性の報告が各消費者にとって均衡戦略となるメカニズムに限定しても一般性を失わないことになる。

Step A*: 各消費者が、能力の集合 Θ の中からある能力水準 $\hat{\theta}$ を計画者に報告する。計画者はすべての消費者から報告された能力水準の組合わせに基づき各消費者に所得と消費の組 (配分) を割当てる。この配分は生産可能性集合のフロンティアに属するとする。

Step B*: Step B と同じゲームを行う。

このようなメッセージ空間を各経済主体の特性そのものに限定したメカニズムは「直接メカニズム (direct mechanism)」と呼ばれ、さらに、真の特性を報告することが均衡戦略となるようなメカニズムは「誘因両立的な直接メカニズム」と呼ばれる。

ここで、Step A* の $\theta \in \Theta$ の消費者の所得と消費の組を与える直接メカニズムを $\Pi_{\theta \in \Theta} \Theta = \Theta \times \Theta \times \dots$ から $[0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$ への写像 $F^A(\cdot, \theta) = (I^A(\cdot, \theta), f^A(\cdot, \theta))$ で与える。そして、 $\theta \in \Theta$ の消費者の報告を $\hat{\theta}$ 、それ以外の消費者の報告を $\hat{\theta}_{-\theta}$ とすれば、そのときの特性 θ の消費者に割当てられる所得と消費の組は、 $F^A(\hat{\theta}, \hat{\theta}_{-\theta}, \theta)$ と表される。

さて、ここではこの直接メカニズムに対して、「匿名性 (anonymity)」の制約を課すことにする。まず第1に、 F^A は報告された特性のみに依存して、真の特性 θ 自体には依存しないとする。このことは、ここではそれぞれがもつ能力水準によって制度が実現する結果が影響を受けないことを表しているが、別の表現をすれば、これは制度が消費者の名前や肌の色などに依存しないことを意味しており、妥当な制約であろう。また、第2に、上記の表現では、

F^A は $\hat{\theta}_{-i}$ のプロフィールに依存するかたちになっているが、ここでは、 F^A はプロフィール自体に依存するのではなく $\hat{\theta}_{-i}$ の (確率) 分布のみに依存するとする²。この2つの性質を満たすメカニズムのことを「匿名性をもつメカニズム」と呼ぶことにする。この匿名性をもつメカニズムであれば、報告された特性を消費者間で置換したとしても、実現される所得と消費の組は、置換前の所得と消費の組を単に置換したものとなる。

さらに、ここでは真の特性を報告するメカニズムのみに注目するので、均衡において現れる $\hat{\theta}_{-i}$ の分布がこの経済での能力の分布 μ となる。この能力分布 μ はすべての経済主体の間で共通知識と仮定したので、メカニズムは明示的には分布 μ に依存しないかたちで表現することにする。したがって、Step A^* の直接メカニズムは写像 $F^A: \Theta \rightarrow [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$ 、つまり、 $F^A(\theta) = (I^A(\theta), f^A(\theta)) \in [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$ と表すことにする。ただし、 $I^A(\theta), f^A(\theta)$ はそれぞれ、Step A^* において θ の報告を行った消費者に対して割り当てられる所得、消費財を表している。

さらに、Step A^* のメカニズムが F^A であるときの、Step B^* での競争均衡価格の集合を Π^F とする。具体的には、ある消費財価格 π が Step B^* の競争均衡価格である、すなわち、 $\pi \in \Pi^F$ であるとは、

(i) 任意の $\theta \in \Theta$ に対して、 $x^B(\theta)$ が

$$\max_{x^B} U(I^A(\theta), f^A(\theta) + x^B, \theta) \text{ sub.to } \pi x^B \leq 0 \quad (2)$$

の解となる。

(ii) $\int_{\Theta} x^B(\theta) d\mu = 0$ を満たす。

という2つの条件を満たす可測関数 $x^B: \Theta \rightarrow \mathbb{R}^n$ が存在することを意味する。

次に、Step A^* で各消費者が直面する最大化問題は、

$$\max_{\hat{\theta}} U(I(\hat{\theta}), f^A(\hat{\theta}) + x^B, \theta) \text{ sub.to } \pi x^B \leq 0, \pi \in \Pi^F \quad (3)$$

と表すことができる。この最大化問題を $P(F^A, \pi, \theta)$ と呼ぶことにする。ここで、 F^A は、各消費者 $\theta \in \Theta$ が真の能力 θ を報告することが最適となるメカニズムであるので、次の条件 (iii), (iv) が満たされている。

(iii) 任意の $\theta \in \Theta$ に対して、 $\hat{\theta} = \theta$ が問題 $P(F^A, \pi, \theta)$ の解となる $\pi \in \Pi^F$ が存在する。

(iv) $\int_{\Theta} f^A(\theta) d\mu = \int_{\Theta} I^A(\theta) d\mu$ となる。

ここで、(iii) は真の能力を報告することが最適行動であることを意味する条件であり、(iv) は $(I^A(\theta), f^A(\theta))_{\theta \in \Theta}$ が生産可能性フロンティアに属することを意味している。

以上の記号法を用いれば、各消費者にとって真の特性 (能力) を報告することが最適となるメカニズム F^A の下での2段階ゲームの結果は、 $(I(\theta), x(\theta)) = (I^A(\theta), f^A(\theta) + x^B(\theta))$ で、 $F^A(\theta) = (I^A(\theta), f^A(\theta))$ は (iii) (iv) を満たし、かつ、 $x^B(\theta)$ はある $\pi \in \Pi^F$ に対して、

$$\max_{x^B} U(I^A(\theta), f^A(\theta) + x^B, \theta) \text{ sub.to } \pi x^B \leq 0$$

の解となる可測関数 $(I, x) : \Theta \rightarrow [0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n$ で表されることになる。

次の節に入る前に、「匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズム」および「匿名性をもつ誘因両立的な顕示ゲーム」の形式的な定義を与えておこう。

定義 1 (匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズム). Step A^*, B^* からなる 2 段階ゲームの Step A^* が匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズムであるとは、そのメカニズム F^A が上記の条件 (iii), (iv), すなわち、

(iii) 任意の $\theta \in \Theta$ に対して、 $\hat{\theta} = \theta$ が問題 $P(F^A, \pi, \theta)$ の解となる $\pi \in \Pi^F$ が存在する。

(iv) $p \cdot \int_{\Theta} f^A(\theta) d\mu = \int_{\Theta} I^A(\theta) d\mu$ となる。

を満たすことを意味する。さらに、匿名性をもつ誘因両立的な顕示ゲームとは上記の誘因両立的な直接メカニズムで構成される Step A^*, B^* からなる 2 段階ゲームのことを意味する。

4 租税体系の設計

次に、競争的な市場経済の下で消費財に対する線形物品税、労働所得に対する非線形所得税を設計する政府を考えよう。この場合には、政府がある租税体系を設定し、その下で各消費者は効用最大化行動、生産者は利潤最大化行動をとり、それぞれの市場の需要と供給が一致するように価格が調整されるというかたちで資源配分が決定されることになる。

消費財に対する線形物品税と労働所得に対する非線形所得税が存在する下での、消費者の予算制約式は、

$$qx \stackrel{\text{def}}{=} q_1 x_1 + \cdots + q_n x_n \leq I - T(I) \quad (4)$$

と表される。ただし、 q_i は第 i 消費財の消費者価格であり、 $T(\cdot)$ は非線形所得税関数である。 I は所得であり、 θ の消費者が l の余暇消費をした場合、その所得は $I = \theta(L - l)$ となる。

ここで、消費者 $\theta \in \Theta$ の効用最大化問題は、所得と消費財に関する効用関数を用いれば、

$$\max_{I, x} U(I, x, \theta) \text{ sub.to } qx \leq I - T(I)$$

となる。この問題の解の集合を $D(q, T, \theta) \subset [0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n$ と表すことにする。ここでは、競争均衡と両立可能な租税体系、すなわち、その租税体系に対応する競争均衡が存在するような租税体系のことを「許容可能な租税体系」と呼ぶことにする。具体的には、許容可能な租税体系は次のように定義することができる。

定義 2 (許容可能な租税体系). 許容可能な租税体系とは、以下の条件を満たす組 (p, q, T) のことを意味する。

(i) $D(q, T, \theta)$ の可測選択 $(I^*(q, T, \theta), x^*(q, T, \theta)) \in D(q, T, \theta)$ が存在する。³

(ii) $(I^*(q, T, \theta), x^*(q, T, \theta))$ は、

$$(q - p) \int_{\Theta} x^*(q, T, \theta) d\mu + \int_{\Theta} T(I^*(q, T, \theta)) d\mu = 0 \quad (5)$$

を満たす。ただし、 $p \in \mathbb{R}_+^1$ は生産者価格であり、ここでは生産技術の固定係数に一致する。

さらに、上記の条件を満たす $(I^*(q, T, \theta), x^*(q, T, \theta))_{\theta \in \Theta}$ を許容可能な租税体系 (q, T, θ) の結果 (outcome) と呼ぶことにする。この許容可能な租税体系による結果の集合が、競争市場の下で租税体系を用いて政府が達成することができる資源配分の集合を表すことになる。

上記の (i) (ii) を満たす租税体系が対応する競争均衡をもつことを確認しておこう。まず、(i) は、利潤分配が存在しなければ各消費者 $\theta \in \Theta$ に関して $(I^*(q, T, \theta), x^*(q, T, \theta))$ が予算制約式 $qx \leq I - T(I)$ の下での効用最大化の解となっていることを意味する。すなわち、 $(I^*(q, T, \theta), x^*(q, T, \theta))$ が消費者の主体均衡条件を満たすことになる。ここで、各消費者の効用関数は狭義単調増加関数と仮定したので、 $qx^*(q, T, \theta) = I^*(q, T, \theta) - T(I(q, T, \theta))$ が成立する。これをすべての消費者について総計すれば、

$$\int_{\Theta} qx^*(q, T, \theta) d\mu = \int_{\Theta} I^*(q, T, \theta) d\mu - \int_{\Theta} T(I^*(q, T, \theta)) d\mu \quad (6)$$

が得られる。この式と定義 2 (ii) の (5) を考慮すれば、 $p \int_{\Theta} x^*(q, T, \theta) d\mu = \int_{\Theta} I^*(q, T, \theta) d\mu$ となる。これは、 p を生産技術の固定係数とみれば、 $\left(\int_{\Theta} x^*(q, T, \theta) d\mu, \int_{\Theta} I^*(q, T, \theta) d\mu \right)$ が生産可能性フロンティアに属することを意味する。しかし、この式は p を生産者が直面する生産者価格とすれば、 $\left(\int_{\Theta} x^*(q, T, \theta) d\mu, \int_{\Theta} I^*(q, T, \theta) d\mu \right)$ が生産者の利潤を最大にする総労働需要と消費財供給の組合わせであることを示している。また、生産技術が規模に関して収穫一定であるので、利潤はゼロとなっている。さらに、このとき、各消費財の需要と供給、および、労働の需要と供給は等しくなっていることになる。つまり、生産者の主体均衡条件も満たされ、かつ、需要と供給の一致が成立することになる。以上の考察によって、(i) (ii) を満たす租税体系にはそれに対応する競争均衡が存在することが確認されたことになる。

5 同 値 定 理

さて、いよいよ本節では誘因両立的なメカニズムを用いて計画者が達成できる資源配分の集合と許容可能な租税体系を用いて政府が達成できる資源配分の集合を比較しよう。以下の 2 つの定理が示すように、本稿のような情報制約が存在する下では、メカニズムの計画者と租税体系の設計者である政府が達成できる資源配分の集合は等しくなる。誘因両立的なメカニズムを通じて達成される資源配分の集合は、情報制約が存在する下で分権的な制度を通じて達成できるすべての資源配分を表していると考えられるので、この定理は線形物品税と非線形所得税の組合わせからなる許容可能な租税体系を分析対象として議論を始めることに理論的根拠を与えることになる。つまり、本稿のような情報制約が存在する状況では、

定額税が利用できないと仮定して線形物品税と非線形所得税のみを考察の対象とすることは、社会的厚生を最大にする租税体系を求めるという問題設定からはなんら一般性を失わないことになるのである。

では、まず最初に資源配分集合の同値性を示す前半部分の定理を証明しよう。

定理1. 任意の線形物品税と非線形所得税からなる許容可能な租税体系による結果が与えられているとする。そのとき、同じ結果を導く匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズム、言い換えれば、誘因両立的な顕示ゲームが存在する。

証明 任意の許容可能な租税体系 $(\bar{p}, \bar{q}, \bar{T})$ を選択する。許容可能な租税体系の定義2より、 $(\bar{q}-\bar{p}) \int_{\Theta} x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu + \int_{\Theta} T(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta)) d\mu = 0$ を満たす $D(\bar{q}, \bar{T}, \theta)$ の可測選択 $(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ が存在する。ここでは、 $\bar{q}, \bar{T}$ は固定されているので、可測選択 $(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ は Θ から $[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n$ への写像とみなすことができる。

ここで、写像 $F: \Theta \rightarrow [0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n$ を $\bar{F}(\theta) = (\bar{I}(\theta), \bar{f}(\theta)) \stackrel{\text{def}}{=} (I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ と定義する。この $\bar{F}$ が匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズムとなることを示せば、 $\bar{F}$ の定義より、 $(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ が誘因両立的な顕示ゲームの結果として実現され、定理の主張が証明できたことになる。 $\bar{F}$ が匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズムであることを示すには、具体的には、

- [i] $\bar{F}$ が可測、かつ、 $\bar{F}(\theta) = (\bar{I}(\theta), \bar{f}(\theta))$ が生産可能性フロンティアに属すること、
 - [ii] $\bar{q} \in \Pi^{\bar{F}}$ 、つまり、 $\bar{q}$ が $\bar{F}$ の下での Step B^* での競争均衡価格となること、
 - [iii] 各消費者 $\theta \in \Theta$ が真の能力を報告することが問題 $P(\bar{F}, \bar{q}, \theta)$ の最適解となること、つまり、真の能力の報告が最適戦略となること、
- を示せばよい。

まず、[i] から証明しよう。 $\bar{F}$ が可測であることは、 $\bar{F}$ の定義より $\bar{F}(\theta) = (I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ であり、さらに、 $(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ が可測であることより導かれる。一方、 $(\bar{p}, \bar{q}, \bar{T})$ は許容可能な租税体系であるので、

$$(\bar{q}-\bar{p}) \int_{\Theta} x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu + \int_{\Theta} T(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta)) d\mu = 0 \quad (7)$$

が成立している。また、効用関数が狭義単調増加的であるので、任意の $\theta \in \Theta$ に対して、 $\bar{q}x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) = I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) - T(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ となる。これを θ に関して集計すれば、

$$\bar{q} \int_{\Theta} x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu + \int_{\Theta} I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu - \int_{\Theta} T(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta)) d\mu \quad (8)$$

となる。(7)と(8)より $\bar{p} \int_{\Theta} x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu = \int_{\Theta} I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta) d\mu$ が得られる。これは $(\bar{I}(\theta), \bar{f}(\theta)) = (I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ が生産可能性フロンティアに属することを意味する。

次に、[ii] を証明しよう。まず、 $(I^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta), x^*(\bar{q}, \bar{T}, \theta))$ は許容可能な租税体系の結

果であるので、これは、問題

$$\begin{aligned} \max_{I, x} U(I, x, \theta) \\ \text{sub.to } (I, x) \in B(\bar{q}, \bar{T}) \stackrel{\text{def}}{=} \{(I, x) \in [0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n \mid \bar{q}x \leq I - \bar{T}(I)\}, \\ (I, x) \in [0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (9)$$

の解である。 $\bar{F}$ の定義より、 $\bar{F}(\theta)$ が上の問題の解ということになる。

さて、ここで Step A* での直接メカニズムが $\bar{F}$ で、かつ、Step B* での競争均衡価格が $q \in \Pi^{\bar{F}}$ のときの、Step B* の消費者 $\theta \in \Theta$ の直面する問題は

$$\max_{x^B} U(I, x, \theta) \text{ sub.to } I = \bar{I}(\theta), x = \bar{f}(\theta) + x^B, qx^B \leq 0 \quad (10)$$

と表現される。 $\Gamma(q) \stackrel{\text{def}}{=} \{(I, x) \mid qx \leq 0, I = 0\}$ と定義すれば、この問題の制約は $\bar{F}(\theta) + \Gamma(\bar{q})$ と表すことができる。

実は、 $B(\bar{q}, \bar{T}) \cap \{[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n\}$ と $\bar{F}(\theta) + \Gamma(\bar{q})$ の間には、 $\bar{F}(\theta) + \Gamma(\bar{q}) \subset B(\bar{q}, \bar{T}) \cap \{[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n\}$ という包含関係が成立する。この関係が成立すれば、 $\bar{F}(\theta)$ は問題(9)の解であるので、問題(10)の解でもあることになり、 $\bar{q}$ の下で Step B* で消費財の取引を行わないという均衡の存在、つまり、 $\bar{q} \in \Pi^{\bar{F}}$ が示されたことになる。したがって、上の包含関係を証明しよう。

まず、 $(I, x) \in \bar{F}(\theta) + \Gamma(\bar{q})$ とする。すると、 $I = \bar{I}(\theta)$ 、かつ、 $x = \bar{f}(\theta) + \bar{x}^B$ となるような $(0, \bar{x}^B) \in \Gamma(\bar{q})$ が存在する。さらに、 Γ の定義より、 $I = \bar{I}(\theta)$ 、 $x = \bar{f}(\theta) + \bar{x}^B$ 、 $\bar{q}\bar{x}^B \leq 0$ となる。この (I, x) が $B(\bar{q}, \bar{T})$ に入ることを示すには、 $\bar{q}x \leq I - \bar{T}(I)$ が成立することを示せばよい。ところが、

$$\bar{q}x - (I - \bar{T}(I)) = \bar{q}(\bar{f}(\theta) + \bar{x}^B) - (\bar{I}(\theta) - \bar{T}(\bar{I}(\theta))) \quad (11)$$

であり、 $(\bar{I}(\theta), \bar{f}(\theta))$ は許容可能な租税体系の結果なので、 $\bar{q}\bar{f}(\theta) - (\bar{I}(\theta) - \bar{T}(\bar{I}(\theta))) \leq 0$ となり、さらに、 $\bar{q}\bar{x}^B \leq 0$ である。したがって、上の(11)は非正の値をとる。これより、 $\bar{q}x \leq I - \bar{T}(I)$ となり、 $(I, x) \in B(\bar{q}, \bar{T}) \cap \{[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n\}$ となる。

最後に、[iii]を証明しよう。まず、 $C^{\bar{F}} \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\theta \in \Theta} \bar{F}(\theta)$ と定義する。「各消費者が真の特性を報告することが問題 $P(\bar{F}, \bar{q}, \theta)$ の解となる」ということは、これまでに導入した表記法を用いれば、

(a) 各消費者 $\theta \in \Theta$ について、 $\hat{\theta} = \theta$ が、問題

$$\max_{\hat{\theta}} U(I, x, \theta) \text{ sub.to } (I, x) \in \{C^{\bar{F}} + \Gamma(\bar{q})\} \cap \{[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n\} \quad (12)$$

の解であるということである。ところが、この(a)は、

(b) $\bar{F}(\theta)$ が、問題

$$\max_{I, x} U(I, x, \theta) \text{ sub.to } (I, x) \in \{C^{\bar{F}} + \Gamma(\bar{q})\} \cap \{[0, \bar{\theta}L] \times \mathbb{R}^n\} \quad (13)$$

の解である、

ということと同値である。なぜなら, (a)のように問題(12)の解が $\hat{\theta} = \theta$ ならば, 2段階ゲームの Step A^* において消費者 θ に $\bar{F}(\theta)$ が与えられることになる。このとき [ii] で考察したように, $\bar{q} \in \Pi^{\bar{F}}$ の下では, Step B^* で消費財の交換を行わないことが均衡となる。したがって, $x^B = 0$ である。つまり, (b)の問題(13)において解が $\bar{F}(\theta)$ であることを意味する。逆に, (b)のように問題(13)の解が $\bar{F}(\theta)$ ならば, $x^B = 0$ となる。これは, (a)の問題(12)の解が $\hat{\theta} = \theta$ であることを意味する。したがって, [iii] を証明するには, (b)が成立することを示せばよい。

ここで, [ii] で行った手続きと同様の手続きをとれば, $C^{\bar{F}} + \Gamma(\bar{q}) \cap \{[0, \theta L] \times \mathbb{R}^n\} \subset B(\bar{q}, \bar{T}) \cap \{[0, \theta L] \times \mathbb{R}^n\}$ が証明できて, (b)が成立する。□

次に同値定理の後半部分, すなわち, 定理1の逆を証明しよう。

定理2. 任意の匿名性をもつ誘因両立的な顕示ゲームの結果が与えられているとする。そのとき, 同じ結果を実現する許容可能な租税体系が存在する。

証明 任意の匿名性をもつ誘因両立的な直接メカニズム F , および, それに対応する Step B^* の競争均衡価格 $\pi \in \Pi^F$ を選択する。さらに, このゲームの結果を $(I(\theta), x(\theta))_{\theta \in \Theta}$ とする。誘因両立的な顕示ゲームの定義より, $(I(\theta), x(\theta)) = (I(\theta), f(\theta) + x^B(\theta))$ と表され, $x^B(\theta)$ は,

$$\max_{x^B} U(I(\theta), f(\theta) + x^B, \theta) \text{ sub.to } \pi x^B \leq 0, (I(\theta), f(\theta) + x^B) \in [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$$

の解であり, さらに, $\hat{\theta} = \theta$ が,

$$\max_{\hat{\theta}} U(I, x, \hat{\theta}) \text{ sub.to } x = f(\hat{\theta}) + x^B, I = I(\hat{\theta}), \pi x^B \leq 0, \pi \in \Pi^F$$

の解となっている。

まず, $C^F \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\theta \in \Theta} \{F(\theta)\} = \bigcup_{\theta \in \Theta} \{(I(\theta), f(\theta))\}$ と定義する。以下では, 消費財の価格体系として $q = \pi$ をとり, さらに, $B(q, T) = C^F + \Gamma(q)$ となるように T を選択する。この結果, 任意の誘因両立的な顕示ゲームの結果 $(I(\theta), x(\theta))$ が, 上のように選択された許容可能な租税体系 (q, T) の結果として実現されることになる。

さて, ある $(\tilde{I}, \tilde{x}) \in C^F$ を選択する。これは, C^F の定義より, $\tilde{I} = I(\tilde{\theta})$, かつ, $\tilde{x} = f(\tilde{\theta})$ を満たす $\tilde{\theta} \in \Theta$ が存在することを意味する。ここで, $\tilde{x} = f(\tilde{\theta})$ について次の補題が成立する。

補題1. $\tilde{x}$ は, 問題

$$\max_{\tilde{x}} \pi \tilde{x} \text{ sub.to } (\tilde{I}, \tilde{x}) \in C^F \quad (14)$$

の解である。

補題の証明 背理法を用いて証明する。まず, $\tilde{x}$ が問題(14)の解でないとする。そうすると, $(\tilde{I}, x') \in C^F$, かつ, $\pi x' > \pi \tilde{x}$ となる x' が存在することになる。 $(\tilde{I}, x') \in C^F$ であるので, $\tilde{I} = I(\theta')$, かつ, $x' = f(\theta')$ となるような $\theta' \in \Theta$ が存在する。さらに, $\pi f(\theta') > \pi f(\tilde{\theta})$ である。つまり, $\pi(f(\tilde{\theta}) - f(\theta')) < 0$ となる。

この事実は、 F が誘因両立的な直接メカニズムであることに矛盾する。なぜなら、上記の $\tilde{\theta}$ の特性をもつ消費者に注目し、その消費者の Step B^* での競争均衡での消費財の取引量を $x^B(\tilde{\theta})$ とすると、誘因両立的なメカニズムの定義より、 $\hat{\theta} = \tilde{\theta}$ が

$$\max_{\tilde{\theta}} U(I, x, \tilde{\theta}) \text{ sub.to } x = f(\tilde{\theta}) + x^B(\tilde{\theta}), I = I(\tilde{\theta}), \pi x^B(\tilde{\theta}) = 0$$

の解となっていなければならない。この問題の制約の最後の式が等式で成立することは効用関数の狭義単調増加性より導かれる。しかしながら、ここでの状況では、 $\tilde{\theta}$ の消費者が θ' を申告した場合、Step A^* で所得と消費財の組 $(I(\theta'), f(\theta')) = (I(\tilde{\theta}), f(\theta'))$ が与えられ、さらに、Step B^* において、 $f(\tilde{\theta}) - f(\theta') + x^B(\theta)$ の消費財を交換すれば、 $\tilde{\theta}$ を申告したときに得られる結果と同じ結果 $(I(\tilde{\theta}), f(\tilde{\theta}) + x^B(\tilde{\theta}))$ を得ることができる。さらに、Step B^* での消費財の交換は $\pi(f(\tilde{\theta}) - f(\theta')) < 0$ となっている。つまり、 $\tilde{\theta}$ の消費者にとって、 $\tilde{\theta}$ を報告するのではなく θ' を報告することによって同じ結果をより少ない予算で実現することができる。これは矛盾である。したがって、補題1が成立する。(補題の証明終わり)

ここで補題1での問題(14)の解での πx の値、すなわち、 $\pi \tilde{x} = \pi f(\tilde{\theta})$ の値を $V(\tilde{I})$ と定義する。さらに、任意の $\tilde{I}$ について T を

$$T(\tilde{I}) = \begin{cases} +\infty & \text{if } \{(\tilde{I}, x) \in C^F\} = \emptyset \\ \tilde{I} - V(\tilde{I}) & \text{if } \{(\tilde{I}, x) \in C^F\} \neq \emptyset \end{cases} \quad (15)$$

と定義する。このように定義された T と π の下では、任意の $\tilde{I}$ について

$$B(\pi, T) \cap \{I = \tilde{I} = I(\tilde{\theta})\} = F(\tilde{\theta}) + \Gamma(\pi) \quad (16)$$

が成立する。ただし、 $B(\pi, T) = \{(I, x) \mid \pi x \leq I - T(I)\}$ である。

まず、 $(I, x) \in B(\pi, T) \cap \{I = \tilde{I} = I(\tilde{\theta})\}$ とすると、この (I, x) について $\pi x \leq I(\tilde{\theta}) - T(I(\tilde{\theta}))$ となる。 T の定義より、これは $\pi x \leq V(I(\tilde{\theta}))$ を意味する。したがって、 $\pi(x - f(\tilde{\theta})) \leq 0$ となる。 $(I, x) = (I(\tilde{\theta}), f(\tilde{\theta}) + x - f(\tilde{\theta}))$ であるので、 $(I, x) \in F(\tilde{\theta}) + \Gamma(\pi)$ となる。逆に、 $(I, x) \in F(\tilde{\theta}) + \Gamma(\pi)$ であるならば、 $x = f(\tilde{\theta}) + x^B$, $I = I(\tilde{\theta})$, $\pi x^B \leq 0$ となる x^B が存在する。

$$\begin{aligned} \pi x - (I(\tilde{\theta}) - T(I(\tilde{\theta}))) &= \pi(f(\tilde{\theta}) + x^B) - (I(\tilde{\theta}) - T(I(\tilde{\theta}))) \\ &= \pi f(\tilde{\theta}) + \pi x^B - V(I(\tilde{\theta})) \\ &= \pi x^B \leq 0 \end{aligned}$$

であるので、 $(I, x) \in B(\pi, T) \cap \{I = \tilde{I} = I(\tilde{\theta})\}$ である。したがって、(16)が成立することになる。

ここで、(16)の両辺について $\tilde{\theta}$ に関して和をとれば、 $B(\pi, T) = C^F + \Gamma(\pi)$ となる。その結果、誘因両立的な顕示ゲームの結果 $(I(\theta), x(\theta))$ は、 $D(\pi, T, \theta)$ に属することになる。

さらに、

$$\pi \int_{\theta} x(\theta) d\mu = \int_{\theta} I(\theta) d\mu - \int_{\theta} T(I(\theta)) d\mu, \pi \int_{\theta} x^B(\theta) = 0$$

が成立する。また、 $(I(\theta), f(\theta))_{\theta \in \theta}$ は生産可能性フロンティアに属するので、 $p \int_{\theta} f(\theta) d\mu = \int_{\theta} I(\theta) d\mu$ が成立する。この結果、 $(q-p) \int_{\theta} x(\theta) d\mu + \int_{\theta} T(I(\theta)) d\mu = 0$ となる。したがって、 (p, π, T) は $(I(\theta), x(\theta))_{\theta \in \theta}$ を結果としてもつ許容可能な租税体系である。□

6 線形物品税の根拠

これまででは、許容可能な租税体系として線形物品税と非線形所得税の組合わせに注目して考察を行ってきた。しかしながら、租税体系として最初から線形の物品税に限定することは、社会厚生を最大にする租税体系を求めるという立場からは、あまりにも強い制約が課されていると感じるかもしれない。より一般的に消費財に対しても非線形の課税を行うことが可能な設定で考察を行うべきと考えるであろう。ところが、以下の考察で明らかになるように、本稿のような情報制約と消費財の消費者間での交換を許す状況では、社会的厚生を最大にする最適な租税体系を求めるという立場からは、線形の物品税に考察の対象を限定しても何ら問題がないことになる。なぜなら、消費財に対しても非線形の課税を許した租税体系の下で競争均衡を通じて実現される資源配分はすべて、許容可能な線形の物品税と非線形の所得税によって実現することができることになるからである。以下では、この事実を証明しよう。

まず、消費財に対する非線形の課税と非線形の所得税が存在する下での消費者の予算制約式を

$$\xi(p_1 x_1, p_2 x_2, \dots, p_n x_n) \leq I - T(I)$$

と表現しよう。 ξ は、消費財に対する非線形の物品税をより一般的なかたちで表したものである。ただし、各消費者は、この予算制約式の下で各財の消費量と所得（労働供給）を選択した後、消費財を消費者間で交換することができる。この消費者間の消費財の取引は政府によって観察することができないため、課税は行われないことになる。この下で許容可能な完全非線形租税体系は次のように定義される。

定義3（許容可能な完全非線形租税体系）。次の条件を満たす $(I(p, \xi, T, \pi, \theta), x(p, \xi, T, \pi, \theta))_{\theta \in \theta} = (I^A(p, \xi, T, \pi, \theta), x^A(p, \xi, T, \pi, \theta) + x^B(p, \xi, T, \pi, \theta))_{\theta \in \theta}$ が存在するとき (p, ξ, T, π) を許容可能な完全非線形租税体系という。

(i) 各 $\theta \in \theta$ について、 $(I^A(p, \xi, T, \pi, \theta), x^A(p, \xi, T, \pi, \theta) + x^B(p, \xi, T, \pi, \theta))$ が、問題

$$\max_{I, x^A, x^B} U(I, x, \theta)$$

$$\text{sub.to } x = x^A + x^B, \xi(p_1 x_1^A, \dots, p_n x_n^A) \leq I - T(I), \pi x^B \leq 0, (I, x) \in [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$$

の解である。

(ii) この $(I^A(p, \xi, T, \pi, \theta), x^A(p, \xi, T, \pi, \theta))_{\theta \in \Theta}$ は,

$$\int_{\Theta} [\xi(p_1 x_1^A(p, \xi, T, \pi, \theta), \dots, p_n x_n^A(p, \xi, T, \pi, \theta)) - (p_1 x_1^A(p, \xi, T, \pi, \theta) + \dots + p_n x_n^A(p, \xi, T, \pi, \theta))] d\mu + \int_{\Theta} T(I^A(p, \xi, T, \pi, \theta)) d\mu = 0$$

を満たす。

(iii) さらに $(x^B(p, \xi, T, \pi, \theta))_{\theta \in \Theta}$ は, $\int_{\Theta} x^B(p, \xi, T, \pi, \theta) d\mu = 0$ を満たす。

定義において, (i) は消費者の主体均衡条件を表し, (ii) (iii) は市場均衡条件を表している。この許容可能な完全非線形租税体系の結果はすべて, ある許容可能な線形物品税と非線形所得税によって実現される。そのことを示すのが, 次の定理である。

定理3. 任意の許容可能な完全非線形租税体系の結果は, ある線形物品税と非線形所得税からなる許容可能な租税体系によって実現される。

証明 ここでは, 任意の許容可能な完全非線形租税体系の結果を実現する誘因両立的な顕示ゲームが存在することを示す。具体的には, ゲームの結果として許容可能な完全非線形租税体系の結果を導くような誘因両立的な Step A^* の直接メカニズムを構成することができることを示す。このことが証明できれば, 定理2より, その結果を実現する線形物品税と非線形所得税の組合わせによる許容可能な租税体系が存在することになり, 定理の主張が証明されたことになる。

まず, 任意の許容可能な完全非線形租税体系 (p, ξ, T, π) を選択し, その結果を $(I^A(\cdot, \theta), x^A(\cdot, \theta) + x^B(\cdot, \theta))_{\theta \in \Theta}$ と表すことにする。ただし, $(\cdot, \theta) = (p, \xi, T, \pi, \theta)$ である。

ここで, $F: \Theta \rightarrow [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n$ を $F(\theta) = (I(\theta), f(\theta)) \stackrel{\text{def}}{=} (I^A(\cdot, \theta), x^A(\cdot, \theta))$ と定義する。実は, この F の下で, 各 $\theta \in \Theta$ について, $\hat{\theta} = \theta$ が問題 $P(F, \pi, \theta)$ の解となる $\pi \in \Pi^F$ が存在し, さらに, $p \int_{\Theta} f(\theta) d\mu = \int_{\Theta} I(\theta) d\mu$ となることを示すことができる⁴。これは, 結果として $(I^A(\cdot, \theta), x^A(\cdot, \theta) + x^B(\cdot, \theta))$ を実現する誘因両立的な顕示ゲームが存在することを意味している。

まず, 許容可能な完全非線形租税体系の定義より, $(I(\theta), f(\theta) + x^B(\cdot, \theta)) = (I^A(\cdot, \theta), x^A(\cdot, \theta) + x^B(\cdot, \theta))$ が問題

$$\begin{aligned} & \max_{I, x^A, x^B} U(I, x^A + x^B, \theta) \\ & \text{sub.to } \xi(p_1 x_1^A, \dots, p_n x_n^A) \leq I - T(I), \pi x^B \leq 0 \end{aligned}$$

の解であるので, $x^B(\cdot, \theta)$ は, 問題

$$\max_{x^B} U(I(\theta), f(\theta) + x^B, \theta) \text{ sub.to } \pi x^B \leq 0$$

の解となる。さらに, $\int_{\Theta} x^B(\cdot, \theta) d\mu = 0$ を満たしている。以上の事実は, $\pi \in \Pi^F$ であることを示している。

また，許容可能な完全非線形租税体系の定義より， $p \int_{\Theta} f(\theta) d\mu = \int_{\Theta} I(\theta) d\mu$ ，つまり， $(I(\theta), f(\theta))_{\theta \in \Theta}$ が生産可能性フロンティアに属すること，が満たされるので，あとは，各 $\theta \in \Theta$ にとって， $\hat{\theta} = \theta$ が，問題

$$\begin{aligned} \max_{\hat{\theta}} U(I, x, \theta) \\ \text{sub.to } I = I(\hat{\theta}), x = f(\hat{\theta}) + x^B, \pi x^B \leq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

の解となることを示せば，ここでの証明が完了することになる。

定理 1 の証明で行った手続きと同様の手続きにしたがえば，上記の事実を示すことは， $(I(\theta), f(\theta) + x^B(\cdot, \theta))$ が問題

$$\begin{aligned} \max_{I, x} U(I, x, \theta) \\ \text{sub.to } (I, x) \in \{C^F + \Gamma(\pi)\} \cap \{[0, \theta L] \times \mathbb{R}^n\} \end{aligned} \quad (18)$$

の解であることを示すことと同値になる。ただし， $C^F = \bigcup_{\theta \in \Theta} F(\theta)$ であり， $\Gamma(\pi) = \{(0, x) \in [0, \theta L] \times \mathbb{R}^n \mid \pi x \leq 0\}$ である。

さらに，

$$B(\xi, T, \pi, p) \stackrel{\text{def}}{=} \{(I, x) \mid x = x^A + x^B, \xi(p_1 x_1^A, \dots, p_n x_n^A) \leq I - T(I), \pi x^B \leq 0\}$$

と定義すれば，定理 1 と同様に $\{C^F + \Gamma(\pi)\} \subset B(\xi, T, \pi, p)$ を示すことができる。この包含関係と許容可能な完全非線形租税体系の定義より， $(I^A(\cdot, \theta), x^A(\cdot, \theta) + x^B(\cdot, \theta))$ が

$$\max_{I, x} U(I, x, \theta) \text{ sub.to } (I, x) \in B(\xi, T, \pi, p) \cap \{[0, \theta L] \times \mathbb{R}^n\}$$

の解であるので， $(I(\theta), f(\theta) + x^B(\cdot, \theta))$ が問題(18)の解であることが示されたことになる。□

注

- 1 Champsaur and Laroque (1981) は，誘因両立的メカニズムよりも羨望のない配分 (no-envy allocation) の概念を用いて同様の事実を示している。誘因両立性と羨望のない配分の関係については Champsaur and Laroque (1981) を参照せよ。
- 2 ここでは連続体の消費者を考えているので， $\hat{\theta}_{-\theta}$ の分布は，すべての消費者によって報告された能力水準の分布と同一視できる。
- 3 対応 $\Gamma: X \rightarrow Y$ に対して，任意の $x \in X$ について $f(x) \in \Gamma(x)$ を満たす可測関数 $f: X \rightarrow Y$ が存在するとき， f は Γ の可測選択であるという。
- 4 問題 $P(F, \pi, \theta)$ の定義は，第 3 節を参照せよ。

参 考 文 献

Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1976), "The design of tax structure: Direct versus indirect taxation", *Journal of Public Economics* 6, 55-75.

- Champsaur, P. and G. Laroque (1981), "Fair Allocations in Large Economies", *Journal of Economic Theory* 25, 269-282.
- Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees (1971), "Optimal taxation and public production I: Production efficiency and II: Tax rules", *American Economic Review* 61, 8-27 and 261-278.
- Dierker, E. and H. Haller (1990), "Tax systems and direct mechanisms in large finite economies", *Journal of Economics* 52, 99-116.
- Guesnerie, R. (1995), *A Contribution to the Pure Theory of Taxation*, Cambridge University Press.
- Hammond, P. J. (1979), "Straightforward individual incentive compatibility in large economies", *Review of Economic Studies* 46, 263-283.
- Hammond, P. J. (1987), "Markets as constraints: Multilateral incentive compatibility in continuum economies", *Review of Economic Studies* 54, 399-412.
- Hurwicz, L. (1973), "The design of mechanism for resource allocation", *American Economic Review* 63, 1-30.
- Makowski, L., Ostroy, J. M. and U. Segal (1999), "Efficient incentive compatible economies are perfectly competitive", *Journal of Economic Theory* 85, 169-225.
- Mas-Colell, A. (1985), *The Theory of General Economic Equilibrium: Differential Approach*, Cambridge University Press.
- Mirrlees, J. A. (1971), "An exploration in the theory of optimum income taxation", *Review of Economic Studies* 38, 175-208.
- Myerson, R. B. (1979), "Incentive compatibility and the bargaining problem", *Econometrica* 47, 61-74.
- Myerson, R. B. (1985), "Baysian equilibrium and incentive-compatibility: an introduction", in L. Hurwicz, D. Schmeidler and H. Sonnenschein (eds.), *Social Goals and Social Organization*, Cambridge University Press.
- Roberts, K. (1984), "The theoretical limits to redistribution", *Review of Economic Studies* 51, 177-195.
- Saez, E. (2002), "The desirability of commodity taxation under non-linear income taxation and heterogeneous tastes", *Journal of Public Economics* 83, 217-230.