



# 様相論理におけるシーケント計算とタブロー法

久本, 久男

---

(Citation)

国民経済雑誌, 189(2):33-41

(Issue Date)

2004-02

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00055907>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00055907>



# 様相論理における シークエント計算とタブロー法

久 本 久 男

冠頭タブロー法は分析的方法であるので、様相論理において比較的理解容易なシンタクスである。冠頭タブロー法のタブロールールを利用して、タブロールールと証明に関して同等な冠頭シークエント推論ルールをつくる。そして、冠頭シークエント計算体系を提案する。この体系は統合的方法であるが、冠頭タブロー法に基礎づけられているので、各推論ルールを直感的に理解できる。

キーワード 様相論理, シンタクス, 冠頭タブロー法, 冠頭シークエント推論  
ルール

様相論理学の一分野である認識論理やダイナミック論理の観点から、決定、ゲーム状況を再構築する研究が進みつつある。そして、論理を議論するとき、一般に2つのアプローチがある。論理式と文が表している意味や真偽を基礎に論理を研究するアプローチを意味論、セマンティクス (semantics) という。他方、論理式と文を意味や真偽をもつものではなく、単に記号の列と考える。そして、その記号操作としての推論、証明構造を研究するアプローチをシンタクス (syntax) という。シンタクスには大別して2つの方法、すなわち、統合的方法 (synthetic procedure) と分析的方法 (analytic procedure) がある。

統合的方法の代表的な方法はゲンツェン (Gentzen, G) のシークエント計算である。シークエント計算を様相論理のレベルまで拡張し、クリプキモデルと健全性、完全性の関係にある推論ルールをつくれれば、各推論ルールは何らかの根拠を持つことになる。これまでのシンタクスは、少なくとも、このようなアプローチを利用してきた。このアプローチにおいて、論理学のユーザーの観点から見て、命題論理、(一階) 述語論理のレベルでは、シークエント計算の推論ルールは直感的理解に沿っている。しかし、様相論理のレベルでは、各推論ルールの根拠がそれほど理解しやすいとはいえない。他方、分析的方法の代表的な方法はタブロー法である。この方法は統合的方法と比較して簡単である。また、ユーザーの観点から見て、タブロールールは直感的に理解できる。

すると、理解容易なタブロー法を利用して様相論理のためのシークエント計算を再構築す

る発想が生まれる。命題論理、(一階)述語論理のレベルでは、Smullyan [1995] (Chapter XI) が、ブロックタブロー (block tableaux) を利用して、タブロー法と証明に関して同等なシークエント計算体系を提案している。さらに、Fitting [1983] (Chapter 3, section 6) は、この方法を様相論理まで拡張し、様相論理のためのシークエント計算体系を提案している。しかし、Fitting が提案する推論ルールはタブロー法における Branch Modification Rules (Fitting [1983] pp 35) を利用するため、それほど理解容易な推論ルールとはいえない。そこで、小論ではつぎのような方法にしたがって、理解容易な推論ルールをもつ冠頭シークエント計算 (prefixed sequent calculus) を提案する：

1. クリプキモデルの各可能世界に対応する記号を導入し、到達可能性を表す二項関係を陽表的に取り扱う冠頭タブロー法 (prefixed tableau system) を利用する。
2. Smullyan [1995] (Chapter XI) の方法にしたがって、冠頭タブロー法を基礎に冠頭シークエント計算体系をつくる。ただし、簡単化のため、命題論理のみを含む様相論理で、クリプキモデル  $K$  のみに分析対象を限定する。

この目的に沿って、小論の構成をつぎのようにする。第1節では、クリプキモデル  $K$  のためのタブロー法を解説する。第2節では、冠頭タブロー法から冠頭シークエント計算における推論ルールを構成する。第3節では、冠頭シークエント計算体系と証明図の具体例を示す。

## 1 クリプキモデルとタブロー法

決定、ゲーム状況を分析することが最終目的であるので、小論では様相論理の対象となる人をプレーヤとよぶ。

まず、プレーヤが使う語彙もしくは記号の集まりである言語を一般的に定義する。

定義 [言語 (language)]：

つぎの記号の集合を言語とよぶ。<sup>1</sup>

●命題変数  $P, Q, R, \dots$

●論理結合子  $\wedge, \vee, \supset, \neg, K$

つぎに、論理式をつぎのように帰納的に定義する。

定義 [論理式 (formula)]：

●あらゆる命題変数は論理式である。

● $A, B$  が論理式ならば、 $A \wedge B, A \vee B, A \supset B, \neg A$  は論理式である。

● $A$  が論理式ならば、 $KA$  も論理式である。

様相論理のセマンティックスにおいて、もっとも構造が明らかにされている方法は可能世界アプローチをとるクリプキモデルである。可能世界  $\omega$ 、可能世界の集合  $W$ 、到達可能性を表す二項関係  $R$  に関する哲学的解釈は他書に委ね、形式的にクリプキフレームとクリプキモデ

ルを標準的方法にしたがって定義する<sup>2</sup>。

定義 [クリプキフレーム]：

空集合ではない集合  $W$ ，その上で定義された二項関係  $R$  からできる組  $(W, R)$  を様相論理に対するクリプキフレームという。

定義 [クリプキモデル]：

論理式の集合を  $F$ ，クリプキフレームを  $(W, R)$  とする。また， $\models$  を可能世界と論理式の二項関係（すなわち， $\models \subseteq W \times F$ ）とする。このとき，二項関係  $\models$  がつぎのような条件を帰納的に満たすならば，3つの組  $(W, R, \models)$  を様相論理に対するクリプキモデルという。ただし， $\omega, \hat{\omega}$  は可能世界， $A, B$  は論理式である。

- 命題変数  $P$  に対して， $\omega \models P \iff P$  は  $\omega$  で真
- $\omega \models A \wedge B \iff \omega \models A$  かつ  $\omega \models B$
- $\omega \models A \vee B \iff \omega \models A$  または  $\omega \models B$
- $\omega \models A \supset B \iff \omega \models A$  でないか，または  $\omega \models B$
- $\omega \models \neg A \iff \omega \not\models A$  ではない
- $\omega \models KA \iff \forall \hat{\omega} (\omega R \hat{\omega} \implies \hat{\omega} \models A)$

われわれは，クリプキモデル  $K$  を分析対象にするので，公理型もしくは恒真な論理式のスキーマをこれ以上付け加える必要はない。

最後に，シンタックスの一方法であるタブロー法を紹介する。タブロー法は反駁システム (refutation system) である。まず，証明すべき論理式を偽と仮定する。そして，その論理式からつぎつぎとより簡単な論理式をタブロールールにしたがって「整合的」になるように作っていく。複数のより簡単な論理式が生じる場合もあるので，タブロールールにしたがえば，偽と仮定した証明すべき論理式をルートとするツリー構造ができる。そして，このツリー構造のあらゆるパス (path) で矛盾が生じれば，タブロー法の証明は終わる。すなわち，証明すべき論理式を偽と仮定し，それと「整合的な」場合をすべて考えてみる。そのすべての場合について矛盾するのであれば，証明すべき論理式は偽ではなく真（じつは，恒真）であるということになる。しかし，真偽はセマンティクスの概念であるので，シンタックスではこれに代わる記号を導入すれば便利である。この記号を導入する方法が符号つき論理式 (signed formula) の方法である。また，クリプキモデルの各可能世界に対応する記号を導入し，到達可能性を表す二項関係を陽表的に取り扱う方法を冠頭タブロー法 (prefixed tableau system) とよぶ。小論では符号つき論理式を対象とする冠頭タブロー法を紹介する。タブロー法の詳細については Smullyan [1995], Fitting [1983] を参照願いたい。また，クリプキモデルに対するタブロー法の健全性 soundness や完全性 completeness については，Fitting [1983] を参照願いたい。

各タブロールールの中で  $A, B$  は論理式を表す。各論理式の前につく符号  $T, F$  は単なる記

号である。そして、 $TA$  ならば論理式  $A$  は真、 $FA$  ならば論理式  $A$  は偽と解釈できる。しかし、これはあくまでもシンタクスの記号であり、タブロー法とクリプキモデルの関係（すなわち、タブロー法の健全性 soundness や完全性 completeness）が明確でない限りクリプキモデルの真偽に対応するものではない。つぎに、符号つき論理式の前についている  $\sigma$  は任意の整数列である。これは先ほど述べたようにクリプキモデルの可能世界に対応していると解釈してもらえばよい。

定義 [ $\alpha$  ルール (conjunctive rules)] :

$$\frac{\sigma\alpha}{\sigma\alpha_1 \quad \sigma\alpha_2}$$

ツリー図で言えば、 $\sigma\alpha$  に対応するノード (node) から 1 つのエッジ (edge) があり、つぎのノード上に  $\sigma\alpha_1$  がある。そして、そのノードからまた 1 つのエッジがあり、つぎのノード上に  $\sigma\alpha_2$  がある。そして、 $\alpha, \alpha_i$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\alpha$         | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ |
|------------------|------------|------------|
| $T(A \wedge B)$  | $TA$       | $TB$       |
| $F(A \vee B)$    | $FA$       | $FB$       |
| $F(A \supset B)$ | $TA$       | $FB$       |
| $T\neg A$        | $FA$       |            |
| $F\neg A$        | $TA$       |            |

$\alpha$  ルールはつぎのように考えることができる。 $\alpha$  が  $T(A \wedge B)$  としよう。このとき、可能世界  $\sigma$  では  $T(A \wedge B)$  である。すると、「整合的」であるならば、同じ可能世界  $\sigma$  で  $TA$  かつ  $TB$  が満たされなければならない。したがって、ノード間を結ぶエッジは  $\alpha$  ルールの中で矛盾が起らないという意味で「整合性」を表している。

定義 [ $\beta$  ルール (disjunctive rules)] :

$$\frac{\sigma\beta}{\sigma\beta_1 \quad \sigma\beta_2}$$

ツリー図で言えば、 $\sigma\beta$  に対応するノードから 2 つのエッジがあり、エッジ先の 2 つのノード上にそれぞれ  $\sigma\beta_1$  と  $\sigma\beta_2$  がある。そして、 $\beta, \beta_i$  はつぎのいずれかの場合である。

| $\beta$          | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
|------------------|-----------|-----------|
| $F(A \wedge B)$  | $FA$      | $FB$      |
| $T(A \vee B)$    | $TA$      | $TB$      |
| $T(A \supset B)$ | $FA$      | $TB$      |

$\beta$ ルールはつぎのように考えることができる。 $\beta$ が  $T(A \vee B)$  としよう。このとき、可能世界  $\sigma$  では  $T(A \vee B)$  である。すると、「整合的」であるためには、同じ可能世界  $\sigma$  で  $TA$  もしくは  $TB$  が満たされればよい。いずれかが満たされればよいので、ノード間を結ぶエッジは2つできる。

定義 [ $\nu$ ルール]：

$$\frac{\sigma\nu}{\sigma'\nu_0}$$

ただし、 $\sigma'$  は1)  $\sigma$ ,  $n$  ( $n$  は任意の整数) であり、かつ、2) ツリー構造のルートから  $\nu$ ルールを適用する直前の符号つき論理式までのパスにおいてすでにあらわれたことがある整数列である。そして、 $\nu, \nu_0$  はつぎのようである。

$$\begin{array}{c|c} \nu & \nu_0 \\ \hline TKA & TA \end{array}$$

定義 [ $\pi$ ルール]：

$$\frac{\sigma\pi}{\sigma'\pi_0}$$

ただし、 $\sigma'$  は1) ある整数  $n$  が存在して  $\sigma, n$  であり、かつ、2) ツリー構造のルートから  $\pi$ ルールを適用する直前の符号つき論理式までのパスにあらわれたことがある整数列において最初から始まる任意の部分列 (initial segment) にはならない。そして、 $\pi, \pi_0$  はつぎのようである。

$$\begin{array}{c|c} \pi & \pi_0 \\ \hline FKA & FA \end{array}$$

## 2 冠頭シークエント計算 (prefixed sequent calculus) の発想

ここで、 $U$  と  $V$  を、それぞれクリプキモデルの可能世界に対応すると解釈可能な整数列が付く符号のない論理式 (prefixed unsigned formula) の有限な集合とする。冠頭シークエントとは  $U \longrightarrow V$  と表現される式のことである。そして、この直感的意味は、「集合  $U$  の要素がすべて真であるならば、集合  $V$  の少なくとも1つの要素は真である」。厳密に言えば、つぎのようになる。 $\sigma_i, \omega_i$  を整数列、 $X_i, Y_i$  を符号のない論理式とする。そして、

$$U = \{\sigma_1 X_1, \sigma_2 X_2, \dots, \sigma_n X_n\},$$

$$V = \{\omega_1 Y_1, \omega_2 Y_2, \dots, \omega_m Y_m\}$$

としよう。このとき、クリプキモデルにおける任意の二項関係  $\models$  に対して、冠頭シークエン

ト  $U \longrightarrow V$  と  $\lceil (\sigma_1 X_1 \text{ かつ } \sigma_2 X_2 \text{ かつ } \dots \text{ かつ } \sigma_n X_n) \text{ ならば } (\omega_1 Y_1 \text{ または } \omega_2 Y_2 \text{ または } \dots \text{ または } \omega_m Y_m) \rceil$  は同じ真偽値をとると定義する。ただし、 $\sigma X$  が真とは  $\sigma \models X$ ,  $\sigma X$  が偽とは  $\sigma \not\models X$  とする。すると、冠頭シーケント  $U \longrightarrow V$  が偽となるのは、集合  $U$  の要素がすべて真であり、かつ、集合  $V$  のすべての要素が偽の場合のみである。われわれは、後にこの結果を利用する。

つぎに、符号つき論理式を対象とする冠頭タブロー法における各タブロールールの書き換えを行う。この書き換えは1対1なので、ルールの混同は生じない。そして、書換規則における  $|S|$  をつぎのように定義する。先ほど定義した符号のない論理式の集合  $U$  における要素に符号  $T$  を付けた符号つき論理式の集合を  $\Gamma$ 、集合  $V$  の要素に符号  $F$  を付けた論理式の集合を  $\Delta$  としよう。すなわち、

$$\Gamma = \{\sigma_1 TX_1, \sigma_2 TX_2, \dots, \sigma_n TX_n\},$$

$$\Delta = \{\omega_1 FY_1, \omega_2 FY_2, \dots, \omega_m FY_m\}.$$

$$S = \Gamma \cup \Delta \text{ とすれば,}$$

$$|S| = U \longrightarrow V.$$

言い換えれば、集合  $S$  の要素において符号  $T$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の左に集め、符号  $F$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の右に集め、すべての符号  $T, F$  を消去するのである。もし符号  $T, F$  がクリプキモデルにおける二項関係  $\models$  によって与えられる真偽値に対応していれば、冠頭シーケント  $U \longrightarrow V$  は定義より偽となることに留意願いたい。つぎの表1が書換規則である。ただし、(1)  $S$  は整数列と符号がつく論理式 (prefixed signed formula) の有限な任意の集合である。そして、(2) タブロールールは前節で定義した記号を参照願いたい。また、(3)  $\nu$  ルールと  $\pi$  ルールにおける  $\sigma$  と  $\sigma'$  の関係は各ルールで定義した関係と同じである。

表1：書換規則

| (1) タブロー<br>ルール | (2) ブロックタブロー<br>ルール                                              | (3) 上下入れ替え                                                       | (4) 冠頭シーケント<br>推論ルール                                                   |
|-----------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$ ルール    | $\frac{S, \sigma\alpha}{S, \sigma\alpha_1, \sigma\alpha_2}$      | $\frac{S, \sigma\alpha_1, \sigma\alpha_2}{S, \sigma\alpha}$      | $\frac{ S, \sigma\alpha_1, \sigma\alpha_2 }{ S, \sigma\alpha }$        |
| $\beta$ ルール     | $\frac{S, \sigma\beta}{S, \sigma\beta_1 \quad S, \sigma\beta_2}$ | $\frac{S, \sigma\beta_1 \quad S, \sigma\beta_2}{S, \sigma\beta}$ | $\frac{ S, \sigma\beta_1  \quad  S, \sigma\beta_2 }{ S, \sigma\beta }$ |
| $\nu$ ルール       | $\frac{S, \sigma\nu}{S, \sigma'\nu_0}$                           | $\frac{S, \sigma'\nu_0}{S, \sigma\nu}$                           | $\frac{ S, \sigma'\nu_0 }{ S, \sigma\nu }$                             |
| $\pi$ ルール       | $\frac{S, \sigma\pi}{S, \sigma'\pi_0}$                           | $\frac{S, \sigma'\pi_0}{S, \sigma\pi}$                           | $\frac{ S, \sigma'\pi_0 }{ S, \sigma\pi }$                             |

書換規則を利用して、タブロールールから冠頭シーケント推論ルール ((1) $\Rightarrow$ (2) $\Rightarrow$ (3) $\Rightarrow$ (4)) を作る例を1つ紹介する。 $\alpha$  ルールにおいて  $\alpha = T(A \wedge B)$ ,  $\alpha_1 = TA$ ,  $\alpha_2 = TB$  としよう。ま

た, 整数列と符号がつく論理式 (prefixed signed formula) の有限な集合  $S$  と符号のない論理式の有限な集合  $U, V$  の関係は, 先ほど定義したとおりである。まず, (1)  $\alpha$  ルールにより,

$$\frac{\sigma T(A \wedge B)}{\sigma TA, \sigma TB}$$

すると, 書換規則(2)ブロックタブロールールは,

$$\frac{S, \sigma T(A \wedge B)}{S, \sigma TA, \sigma TB}$$

これを書換規則(3)上下を入れ替え反転させると,

$$\frac{S, \sigma TA, \sigma TB}{S, \sigma T(A \wedge B)}$$

符号  $T$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の左に集め, 符号  $F$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の右に集めて書換規則(4)冠頭シーケント推論ルールをつくると,

表 2 : 冠頭シーケント推論ルール

| (1) タブロールール  | ケ                                                       | ス | (4) 冠頭シーケント推論ルール                                                                                                     |
|--------------|---------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$ ルール | $\alpha = T(A \wedge B), \alpha_1 = TA, \alpha_2 = TB$  |   | $\frac{U, \sigma A, \sigma B \longrightarrow V}{U, \sigma(A \wedge B) \longrightarrow V}$                            |
| $\beta$ ルール  | $\beta = F(A \wedge B), \beta_1 = FA, \beta_2 = FB$     |   | $\frac{U \longrightarrow V, \sigma A \quad U \longrightarrow V, \sigma B}{U \longrightarrow V, \sigma(A \wedge B)}$  |
| $\alpha$ ルール | $\alpha = F(A \vee B), \alpha_1 = FA, \alpha_2 = FB$    |   | $\frac{U \longrightarrow V, \sigma A, \sigma B}{U \longrightarrow V, \sigma(A \vee B)}$                              |
| $\beta$ ルール  | $\beta = T(A \vee B), \beta_1 = TA, \beta_2 = TB$       |   | $\frac{U, \sigma A \longrightarrow V \quad U, \sigma B \longrightarrow V}{U, \sigma(A \vee B) \longrightarrow V}$    |
| $\alpha$ ルール | $\alpha = F(A \supset B), \alpha_1 = TA, \alpha_2 = FB$ |   | $\frac{U, \sigma A \longrightarrow V, \sigma B}{U \longrightarrow V, \sigma(A \supset B)}$                           |
| $\beta$ ルール  | $\beta = T(A \supset B), \beta_1 = FA, \beta_2 = TB$    |   | $\frac{U \longrightarrow V, \sigma A \quad U, \sigma B \longrightarrow V}{U, \sigma(A \supset B) \longrightarrow V}$ |
| $\alpha$ ルール | $\alpha = F \neg A, \alpha_1 = TA$                      |   | $\frac{U, \sigma A \longrightarrow V}{U \longrightarrow V, \sigma \neg A}$                                           |
| $\alpha$ ルール | $\alpha = T \neg A, \alpha_1 = FA$                      |   | $\frac{U \longrightarrow V, \sigma A}{U, \sigma \neg A \longrightarrow V}$                                           |
| $\nu$ ルール    | $\nu = TKA, \nu_0 = TA$                                 |   | $\frac{U, \sigma' A \longrightarrow V}{U, \sigma KA \longrightarrow V}$                                              |
| $\pi$ ルール    | $\pi = FKA, \pi_0 = FA$                                 |   | $\frac{U \longrightarrow V, \sigma' A}{U \longrightarrow V, \sigma KA}$                                              |



$$\frac{U, \sigma A, \sigma B \longrightarrow V}{U, \sigma(A \wedge B) \longrightarrow V}$$

ただし、たとえば  $U, \sigma A, \sigma B$  とは  $U \cup \{\sigma A\} \cup \{\sigma B\}$  のことである。これが、 $\alpha$  ルールにおける  $\alpha = T(A \wedge B)$ ,  $\alpha_1 = TA$ ,  $\alpha_2 = TB$  のケースと証明に関して同等な冠頭シークエント推論ルールである。

4つのタブロールールの各ケースについて同様の書き換えをすることができる。この書き換えによって得ることができる冠頭シークエント推論ルールをまとめると表2になる。

そして、冠頭シークエント推論ルールの名称を上から  $C_1, C_2, D_1, D_2, I_1, I_2, N_1, N_2, L_1, L_2$  と付けることができよう。 $C, D, I, N$  は, Conjunction, Disjunction, Implication, Negation の頭文字である。これらの冠頭シークエント推論ルールは、タブロールールの単なる書き換えなので、タブロールールに何も付け加えていないし、何も削除していない。相違点は、書換規則(3)上下入れ替えによって、証明図が上下反転することである。すなわち、タブロー法における証明図は偽と仮定した証明すべき論理式をルートとする下に広がっていくツリー構造になる。他方、冠頭シークエント推論ルールによる証明図は、証明すべき論理式のシークエントがルートになる上に広がっていくツリー構造になる。

### 3 冠頭シークエント計算体系

タブロー法によって証明すべき論理式が恒真式となるためには、証明図のツリー構造において偽と仮定した証明すべき論理式をルートとするあらゆるパス (path) において矛盾が生じることが必要十分条件である。すなわち、パス上に表れる整数列と符号がつく論理式 (prefixed signed formula) のなかで、(1)整数列は同じ、(2)論理式部分は同じ、しかし、(3)符号が異なるものが少なくとも1組表れなければならない。たとえば、 $\sigma TX$  と  $\sigma FX$  である。冠頭シークエント推論ルールへの書換規則において、われわれは、符号  $T$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の左に集め、符号  $F$  のついた論理式を記号  $\longrightarrow$  の右に集めて冠頭シークエント推論ルールをつくった。したがって、(1)整数列は同じ、(2)論理式部分は同じ、符号のない論理式が記号  $\longrightarrow$  の両側に表れることになる。たとえば、 $U, \sigma X \longrightarrow V, \sigma X$ 。これは、シークエントの真偽値の定義から、クリプキモデルにおける任意の二項関係  $\Vdash$  に対してシークエントがつねに真 (すなわち、恒真) であることを意味する。したがって、前節の10個の冠頭シークエント推論ルール  $C_1, C_2, D_1, D_2, I_1, I_2, N_1, N_2, L_1, L_2$  につぎのようなスキーマを公理として加えれば、クリプキモデル  $K$  のための冠頭シークエント計算体系は完成する：

公理  $U, \sigma X \longrightarrow V, \sigma X$ 。

このようなスキーマを持つ公理からスタートして、前節の10個の冠頭シークエント推論ルールを駆使し、証明すべき論理式のシークエントに至らないとしよう。それは、タブロー法

における証明図のツリー構造において矛盾が生じないパスが少なくとも1つ存在することを意味する。

つぎに、冠頭シーケント推論ルールを利用した具体例を示そう。 $A, B$ は任意の論理式とする。クリプキモデル  $K$  において  $K(A \supset B) \supset (KA \supset KB)$  は有名な恒真式である。この論理式はつぎのような証明図となる：

$$\begin{array}{ll}
 1, 1A \longrightarrow 1, 1B, 1, 1A & 1, 1A, 1, 1B \longrightarrow 1, 1B \\
 1, 1A, 1, 1(A \supset B) \longrightarrow 1, 1B & \text{by } I_2 \\
 1, 1A, 1K(A \supset B) \longrightarrow 1, 1B & \text{by } L_1 \\
 1KA, 1K(A \supset B) \longrightarrow 1, 1B & \text{by } L_1 \\
 1KA, 1K(A \supset B) \longrightarrow 1KB & \text{by } L_2 \\
 1K(A \supset B) \longrightarrow 1KA \supset KB & \text{by } I_1 \\
 \longrightarrow 1K(A \supset B) \supset (KA \supset KB) & \text{by } I_1
 \end{array}$$

最後に、冠頭シーケント推論ルールを利用する際の問題点を2つ挙げよう。

1. 冠頭シーケント推論ルールだけではなく、一般に、統合的方法のシンタクスを利用する場合、具体的にどの公理からスタートすべきかすぐにはわからない。論理学のユーザーの観点から見て、これが問題点の1つである。
2. 冠頭シーケント推論ルールを利用するとき、公理の各論理式に適切な整数列を付ける必要がある。タブロー法から適切な整数列を見つけることができる。しかし、この方法では、タブロー法による証明をしてから、再度、全く同じことを冠頭シーケント推論ルールを利用して証明することになる。二度手間である。適切な整数列を付ける工夫が必要となる。

#### 注

- 1 ここでは、記号としての括弧 (,) について省略する。
- 2 様相論理における各種の哲学的解釈については野本 [1997] を参照。

#### 参考文献

- Fitting, M. [1983], *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logics*, D. Reidel Publishing Company.
- Smullyan, R. M. [1995], *First-Order Logic*, Dover Publications.
- 小野寛晰 [1994], 『情報科学における論理』, 日本評論社。
- 野本和幸 [1997], 『意味と世界』, 法政大学出版局。