



隠れた行動と情報における効率性に関する分析

宮原, 泰之

(Citation)

国民経済雑誌, 190(5):27-39

(Issue Date)

2004-11

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00055963>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00055963>



隠れた行動と情報における 効率性に関する分析

宮 原 泰 之

本稿では、隠れた行動と隠れた情報が存在する場合について、ひとりのプリンシパルとふたりのエージェントの関係における効率性を研究する。プリンシパルとエージェント間でコミュニケーションは可能であるが、プリンシパルはコミュニケーションの後にエージェントの報酬体系を設計する状況を考える。このとき、効率性を達成することはできないことを明らかにする。

キーワード 隠れた行動、隠れた情報、コミュニケーション、
プリンシパル・エージェント関係

1 は じ め に

契約理論 (contract theory) は情報の非対称性を扱う理論であり、特に企業内のインセンティブ問題の分析に応用されている。¹⁾ 企業内のインセンティブ問題を分析する場合、契約理論では経営者と従業員が契約関係を結ぶというモデル化を行う。通常、経営者はプリンシパル (principal) と呼ばれ、従業員はエージェント (agent) と呼ばれる。プリンシパルはエージェントと契約を結び、プリンシパルは自分の代わりにエージェントに仕事を遂行してもらう。そのときの契約とは、賃金契約のことを意味する。エージェントは与えられた契約の下で自分の期待効用を最大にするように行動する。そのため、プリンシパルはエージェントの仕事に対する誘因を考慮しながら、プリンシパルの期待効用または企業の期待利潤を最大にするように契約を設計しなければならない。

しばしば、プリンシパルとエージェントの間に情報の非対称性が存在する。例えば、従業員であるエージェントのほうが、需要や生産費用などの現場情報をよく理解しているかもしれない。また、経営者であるプリンシパルは従業員の日々の作業をモニターすることが時間的にも物理的にも可能ではないために、従業員が仕事に投入する努力は従業員の私的情報 (private information) となるかもしれない。このように、従業員のほうが生産に関わる情報をよく知っているかもしれない。従業員は経営者が現場情報を正確には知ることはできないことを踏まえ、企業全体の観点からすると最適ではない行動や情報の利用、つまり、機会

主義的な行動をしてしまうかもしれない。よって、プリンシパルはこのような情報の非対称性の影響を考慮して契約を適切に設計する必要がある。

標準的な契約理論において、契約はすべてが起こる前に設計される。つまり、現場情報が実現する前、そして、エージェントが努力を投入する前に契約の設計が行われる。例えば、次のような状況を分析している。プリンシパルはあるプロジェクトを実行したいと考えている。エージェントはふたり存在しており、努力の費用は異なっている。努力費用は現場情報であると解釈でき、エージェントは現場情報を知っているがプリンシパルは知らない。プロジェクトの成功する確率はエージェントが投入する努力に依存する。プリンシパルは努力費用の小さいエージェントに努力を投入してもらいたいと考えている。そこで、契約は現場情報が実現する前に設計される。契約には、現場情報が実現したときに、エージェントは現場情報に関する情報をプリンシパルに報告するように義務付けられており、報告された内容に応じて、賃金の支払いが行われることが約束されている。しかし、プリンシパルは現場情報を知らないので、エージェントは実際の情報とは異なる情報を報告することも可能である。適切に設計された契約の下では、現場情報を正直に報告することがエージェントにとって最適となる。つまり、プリンシパルは現場情報を正確に聞き出すことができるということである。そして、締結された契約にしたがって、プリンシパルは報告された情報に応じて、エージェントに賃金の支払いをする。

Myerson (1982) は一般的に直接メカニズム (direct mechanism) と呼ばれるものを利用することによって、現場情報を引き出すことが可能であることを示している。第3.1節で、直接メカニズムの設計の方法を利用して、本稿のモデルにおけるプリンシパルが得られる最大の期待利潤が明らかにされる。

このように、標準的な契約理論のモデルにおいては現場情報が実現する前に、エージェントの賃金または報酬体系は決定される。契約が締結された後は、プリンシパルが行うことは締結された契約を履行するのみである。つまり、報酬体系は現場情報が実現する前に設計されており、エージェントから報告された情報を元にプリンシパルが報酬体系を再設計することは行わないものと想定している。²⁾ 契約が締結されるとゲームが構築されることになるが、そのときプリンシパルにプレーヤーとしての役割はない。プリンシパルが契約を設計した後にすべきことは契約を履行するのみである。

しかし、現実ではあるプロジェクトを実行しようとするとき現場から様々な情報を集めた後に、そのプロジェクトを実行するためのインセンティブ契約が設計されている。つまり、標準的な契約理論の設定とは異なり、エージェントから情報を聞き出した後に、報酬体系の設計を行うのである。³⁾ 本稿ではそのような状況を隠れた行動 (hidden action) と隠れた情報 (hidden information) が存在する場合について分析する。

本稿ではひとりのプリンシパルとふたりのエージェントが存在する状況を分析する。そして、現場情報をエージェントの努力費用パラメータと解釈する。また、それぞれのエージェントの努力費用はエージェント間では観察可能であるが、プリンシパルは観察できないと仮定する。エージェントの努力費用がエージェント間で観察可能であるとき、標準的な契約理論のモデルでは、エージェントが異なるメッセージを報告した場合には両方のエージェントを罰することが可能であるため、効率性を達成することができる。つまり、報酬体系はメッセージを受け取る前に設計され、プリンシパルが契約に確約 (commit) することが可能であるため、エージェントを罰することが可能となるのである。一方、メッセージを受け取った後にプリンシパルが報酬体系を設計する場合⁴⁾には、両方のエージェントを罰することは不可能となる。なぜなら、プリンシパルは受け取ったメッセージをもとに真の現場情報に関して信念 (belief) を形成するため、異なるメッセージを受け取ったとしても、両方のエージェントを罰しないことが得になるかもしれないからである。このため、プリンシパルは真の現場情報を聞き出すことができず、効率性を達成することはできない。これが、本稿の主要な結果である。

本稿の構成は以下の通りである。次節で基本モデルを設定する。3節ではベンチマークとして、契約理論の分野で標準的な契約設計問題を示す。4節が本稿の主要分析となる部分である。標準的な契約設計問題と異なり、コミュニケーションのあとにプリンシパルが報酬体系の設計を行う場合を分析する。5節はいくつかの拡張について言及する。

2 基本モデル

ひとりのプリンシパル (経営者) とふたりのエージェント (労働者) から構成される企業を考える。

エージェントは同時に努力を選択するものとする。エージェント i の努力を $e_i \in \{0, 1\}$ と書くことにする。 $e_i = 1$ は高い努力を表し、 $e_i = 0$ は低い努力をあらわしている。エージェント i が選択した努力はエージェント i のみが知ることができ、プリンシパルと他のエージェント j ($j \neq i$) はエージェント i の努力を観察することはできないと仮定する。

エージェントが選択した努力の組み合わせが $e = (e_1, e_2)$ であるときのプロジェクトの成功確率を $p_{x(e)}$ と書く。よって、プロジェクトが失敗する確率は $1 - p_{x(e)}$ となる。ここで、 $x(e) = \max\{e_1, e_2\}$ である。つまり、すべての e について、 $x(e) \in \{0, 1\}$ である。 $0 < p_0 < p_1 < 1$ であると仮定する。よって、プロジェクトの成功確率を高めるためにはひとりのエージェントが努力を投入すれば十分である。⁵⁾ プロジェクトが成功したときにプリンシパルが受け取る利潤は $B > 0$ であり、失敗した場合の利潤はゼロであるとする。プリンシパルは危険中立的であると仮定する。

エージェント i の努力に関する費用 (不効用) 関数は $c_i(e_i, \theta^i)$ で表されるものとする。ここで、 θ^i はエージェントの費用環境を表している。費用環境はエージェントの費用パラメータの組み合わせ $\theta^i = (\theta_1^i, \theta_2^i)$ を表している。実現可能なタイプの集合を Θ とし、以下では、 $\Theta = \{\theta^1, \theta^2\}$ を考える。ここで、 $\theta^1 = (\underline{\theta}, \bar{\theta})$ 、 $\theta^2 = (\bar{\theta}, \underline{\theta})$ であり、 $\bar{\theta} > \underline{\theta} > 0$ を満たすと仮定する。費用環境 $\theta^1 = (\underline{\theta}, \bar{\theta})$ のとき、エージェント 1 の高い努力に対する費用は $\underline{\theta}$ であり、エージェント 2 の高い努力に対する費用は $\bar{\theta}$ であることを表している。費用環境 θ^2 についても同様に解釈する。エージェントの費用関数は $c_i(e_i, \theta^i) = \theta_i^i e_i$ と表される。つまり、費用環境 θ^i においては、 $i=j$ のとき $c_i(1, \theta^i) = \underline{\theta}$ であり、 $i \neq j$ のとき、 $c_i(1, \theta^i) = \bar{\theta}$ であるとする。また、すべての $i=1, 2, \theta \in \Theta$ について、 $c_i(0, \theta) = 0$ であるとする。

エージェントの費用パラメータの実現は完全に相関するので、費用環境が実現したとき、エージェントの費用パラメータはエージェント間で共通知識となる。一方、プリンシパルはエージェント費用環境を観察することはできないと仮定する。費用環境 $\theta^1 = (\underline{\theta}, \bar{\theta})$ は $q \in (1/2, 1)$ の確率で実現し、 $\theta^2 = (\bar{\theta}, \underline{\theta})$ は $1-q$ の確率で実現する。

エージェントは危険中立的であると仮定する。つまり、費用環境が θ^i のときに、努力 e_i を選択して、賃金 w を受け取るとき、エージェント i の効用は $w - c_i(e_i, \theta^i)$ と表される。エージェントには富の制約があり、プリンシパルはエージェントに罰金を課することはできないと仮定する。つまり、プリンシパルがエージェントに支払う賃金は $w \geq 0$ を満たさなければならない。

以下では、仮定 1 を満たすものとする。

$$\text{仮定 1} \quad \frac{p_1 \underline{\theta}}{(p_1 - p_0)^2} < B < \frac{2p_1 \underline{\theta}}{(p_1 - p_0)^2}.$$

本稿におけるモデルは隠れた情報 (hidden information) と隠れた行動 (hidden action) の両方の影響を考慮する。プリンシパルが費用環境 θ^i を観察可能であると仮定した場合は、標準的なモラルハザードの問題に相当する。以下の分析のための準備として、費用環境 θ^i を固定した場合の最適契約を示しておく。プロジェクトが成功したときにエージェント i に支払う賃金を $\bar{w}_i$ 、プロジェクトが失敗したときに支払う賃金を $\underline{w}_i$ と表すことにする。($\bar{w}_1, \underline{w}_1$), ($\bar{w}_2, \underline{w}_2$) を賃金プロファイルと呼ぶことにする。ゲームは以下の手順で行われるとする。

1. プリンシパルはエージェントに契約 $w(\theta^i) = ((\bar{w}_1, \underline{w}_1), (\bar{w}_2, \underline{w}_2))$ を提示する。
2. 利潤が実現したとき、契約にしたがって賃金がエージェントに支払われる。

この契約設計問題において、プリンシパルは以下の制約付き最大化問題を解くことになる。

$$\begin{aligned} & \max_{e^i, (\bar{w}_j, \underline{w}_j)_{j=1,2}} p_{x(e^i)} (B - \bar{w}_1 - \bar{w}_2) + (1 - p_{x(e^i)}) (-\underline{w}_1 - \underline{w}_2) \\ \text{s.t.} \quad & e_j^i \in \arg \max_{\tilde{e}_j} p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)} \bar{w}_j + (1 - p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)}) \underline{w}_j - c(\tilde{e}_j, \theta^i), \forall j = 1, 2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\bar{w}_j, w_j \geq 0, \forall j=1, 2. \quad (2)$$

制約式(1)は誘因両立性条件 (incentive compatibility condition) を表している。エージェントが選択する努力は観察可能ではないので、自発的にプリンシパルの好む努力を選択するように契約を設計しなければならない。制約式(2)はエージェントの富の制約を表している。

仮定1より、この最大化問題の解は一意である。この最大化問題の解を $e^* = (e_1^*, e_2^*)$, $w^*(\theta^i) = ((\bar{w}_1^i, \underline{w}_1^i), (\bar{w}_2^i, \underline{w}_2^i))$ と書き, $j \neq i$ とすると、最適解は以下で与えられる。

$$e_i^* = 1, e_j^* = 0, \bar{w}_i^i = \frac{\theta}{p_1 - p_0}, \underline{w}_i^i = 0, \bar{w}_j^i = \underline{w}_j^i = 0.$$

また、最適解におけるエージェントの期待効用を $U_i^*(\theta^i)$, $U_j^*(\theta^i)$ とすると、それぞれ以下で与えられる。

$$U_i^*(\theta^i) = \frac{p_0 \theta}{p_1 - p_0}, \quad U_j^*(\theta^i) = 0. \quad (3)$$

費用環境 θ^i における最適契約においては、エージェント i のみが高い努力を選択し、正の期待効用を得ることができる。一方、エージェント j ($j \neq i$) は低い努力を選択し、ゼロの期待効用を得る。

ある費用環境が実現した時点でのプリンシパルの期待利潤は $\Pi^* = p_1(B - \theta/(p_1 - p_0))$ となる。よって、費用環境が観察可能であるとき、費用環境が実現する前、つまり、事前の観点からのプリンシパルの期待利潤は Π^* に等しい。

3 ベンチマーク

ベンチマークとしてプリンシパルとエージェント間でコミュニケーションが可能であり、プリンシパルがコミュニケーションの前に契約を設計する場合の契約設計問題とコミュニケーションが可能ではない場合の契約設計問題を分析し、コミュニケーションが可能であることがプリンシパルの期待利潤を増加させることを確認する。

3.1 コミュニケーションの前に契約を設計する

コミュニケーションが可能であり、プリンシパルがコミュニケーションの前に契約を設計するものとする。このとき、プリンシパルは費用環境を観察することができないとしても、期待利潤 Π^* を得ることができることを示す。

コミュニケーションが可能な場合の契約とは、エージェントが利用可能なメッセージの集合とアナウンスされたメッセージに応じて与えられる賃金プロファイルの組 $(M, \{w(m)\}_{m \in M})$ のことである。 $M \equiv M_1 \times M_2$ はメッセージの組合せの集合であり、 M_j はエージェント j が選択可能なメッセージの集合を表している。 $w(m)$ はメッセージの組合せ $m \in$

M における賃金プロファイルのことである。つまり、 $w(m) \equiv ((\bar{w}_1, \underline{w}_1), (\bar{w}_2, \underline{w}_2))$ と表わされる。

以下の手順でゲームが行われるものとする。

1. プリンシパルはエージェントに契約 $(M, \{w(m)\}_{m \in M})$ を提示する。
2. 費用環境 θ^i が実現し、エージェントは同時にメッセージ $m_i \in M_i$ をアナウンスする。
エージェントがアナウンスしたメッセージは共有知識になり、立証可能であると仮定する。その後、エージェントは同時に努力を選択する。
3. 利潤が実現したとき、契約にしたがって賃金が発行され、エージェントに支払われる。

契約 $(M, \{w(m)\}_{m \in M})$ が与えられると、エージェントがプレーするゲームが定義されることになる。エージェント j の戦略は $(\mu_j(\theta), e_j(w(m), \theta))$ で表される。ここで、 $\mu_j(\theta)$ はエージェント j が費用環境 θ において選択するメッセージを表している。つまり、 $\mu_j: \Theta \rightarrow M_j$ である。そして、 $e_j(w(m), \theta)$ は費用環境 θ と賃金プロファイル $w(m)$ が与えられた下で、エージェント j が選択する努力を表している。このゲームにおいては均衡概念としてサブゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium) を採用するのが適切である。以下で示すような契約によって導出されるゲームのサブゲーム完全均衡では、それぞれの費用環境 θ^i において賃金プロファイル $w^*(\theta^i)$ が与えられ、エージェントは e^{*i} を選択することを示すことができる。ここで、 $w^*(\theta^i)$ は前節で導出された最適賃金プロファイルと同じものである。

次のような契約を考える。それぞれの j について $M_j \equiv \{m_j', m_j''\}$ とする。賃金プロファイルは以下で定義されるとする。

$$w(m) = \begin{cases} w^*(\theta^1) & \text{if } m = (m_1', m_2'), \\ w^*(\theta^2) & \text{if } m = (m_1'', m_2''), \\ ((0, 0), (0, 0)) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

それぞれのエージェント j のメッセージ関数を $\bar{\mu}_j(\theta^1) = m_j'$ かつ $\bar{\mu}_j(\theta^2) = m_j''$ とする。それぞれのエージェントがこのメッセージ関数にしたがってメッセージを選択するとき、それぞれの費用環境 θ^i について賃金プロファイル $w^*(\theta^i)$ が与えられることになる。前節により、費用環境 θ^i において賃金プロファイル $w(\theta^i)$ が与えられるとき、それぞれのエージェント j は e_j^{*i} を選択することが最適な努力のひとつであることは明らかである。また、上記のメッセージ関数にしたがわなかった場合は、エージェントは低い努力を選択することが最適であり、ゼロの期待効用を得ることになる。よって、エージェントはメッセージ関数 $\bar{\mu}_j$ から逸脱する誘因を持たない。以上により、プリンシパルは期待効用 Π^* を得ることができることが示された。

3.2 コミュニケーションが可能ではない場合

コミュニケーションが可能ではない場合のプリンシパルの期待効用を導出してみる。コミュニケーションが可能ではないとき、プリンシパルはエージェントのタイプが実現する前に契約を提示することに等しい。このときの契約はプロジェクトの成功、失敗のみに応じてエージェントに賃金を支払うインセンティブ契約になる。つまり、プリンシパルが提示する契約は賃金プロファイル w をひとつ与えることになる。ゲームは以下の手順で行われる。

1. プリンシパルはエージェントに契約 $w = ((\bar{w}_1, \underline{w}_1), (\bar{w}_2, \underline{w}_2))$ を提示する。
2. 費用環境 θ^i が実現し、エージェントは同時に努力を選択する。
3. 利潤が実現したとき、契約にしたがって賃金がエージェントに支払われる。

このゲームにおいて、プリンシパルが直面する問題は以下の制約付き最大化問題に要約される。

$$\begin{aligned} \max_{e^1, e^2, \{\bar{w}_j, \underline{w}_j\}_{j=1,2}} \quad & q\{p_{x(e^1)}(B - \bar{w}_1 - \bar{w}_2) + (1 - p_{x(e^1)})(-\underline{w}_1 - \underline{w}_2) \\ & + (1 - q)\{p_{x(e^2)}(B - \bar{w}_1 - \bar{w}_2) + (1 - p_{x(e^2)})(-\underline{w}_1 - \underline{w}_2)\} \\ \text{s.t.} \quad & e_j^i \in \arg \max_{\tilde{e}_j} p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)} \bar{w}_j + (1 - p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)}) \underline{w}_j - c(\tilde{e}_j, \theta^i), \forall j=1, 2, \forall i=1, 2, \\ & \bar{w}_j, \underline{w}_j \geq 0, \forall j=1, 2. \end{aligned} \quad (4)$$

$$(5)$$

この制約付き最大化問題の最適解は仮定 1 により一意である。最適解を $(\hat{e}^i)_{i=1,2}, \hat{w}$ とすると、最適解は以下で与えられる。

$$\hat{e}^1 = (1, 0), \quad \hat{e}^2 = (0, 0), \quad \hat{w} = \left(\left(\frac{\theta}{p_1 - p_0}, 0 \right), (0, 0) \right).$$

最大化問題の最適値、つまり、プリンシパルの期待利潤 $\hat{\Pi}$ は以下で与えられる。

$$\hat{\Pi} = \{qp_1 + (1 - q)p_0\} \left(B - \frac{\theta}{p_1 - p_0} \right).$$

$p_1 > p_0$ より、 $\Pi^* > \hat{\Pi}$ である。コミュニケーションが可能ではないときにプリンシパルが得ることのできる期待利潤はコミュニケーションが可能な場合より小さくなることを意味している。

4 コミュニケーションの後に設計する

前節ではコミュニケーションが可能であれば、プリンシパルの期待利潤を増加させることが可能であることを示した。この結果はプリンシパルがコミュニケーションの前に契約を設計することができ、契約にコミットできることによるものである。この節ではプリンシパルがコミュニケーションの後に報酬体系を設計する状況を分析する。

ゲームは以下の手順で行われるとする。

1. プリンシパルがエージェントの選択可能なメッセージの集合 $M \equiv M_1 \times M_2$ を決める。
2. 状態 θ^i が実現し、エージェントは同時にメッセージをアナウンスする。メッセージ $m \in M$ は共有知識となり、立証可能であるとする。
3. プリンシパルはエージェントから受け取ったメッセージをもとに、エージェントに賃金プロファイル $w(m) \equiv ((\bar{w}_1, \underline{w}_1), (\bar{w}_2, \underline{w}_2))$ を提示する。
4. エージェントは同時に努力を選択する。
5. 利潤が実現し、プリンシパルは契約に従ってエージェントに支払いをする。

メッセージの集合 M が与えられるとゲームが定義されることになる。このゲームにおいてはエージェントだけでなくプリンシパルもプレーヤーである。均衡概念は完全ベイジアン均衡を採用する。プリンシパルの戦略は賃金プロファイルを選択することである。つまり、 $\{w(m)\}_{m \in M}$ で表される。エージェントの戦略は 3.1 節と同様である。つまり、エージェント j の戦略は $(\mu_j(\theta), e_j(w(m), \theta))$ で表される。以下では、それぞれのエージェント j のメッセージの集合を $M_j = \{m'_j, m''_j\}$ とする。メッセージの集合として、より一般的なものを採用した場合でも命題は成立する。つまり、 $\#M_j \geq 3$ であるようなメッセージの集合を考えたとしても結論は成立する。ここで、 $\#M_j$ は集合 M_j の要素の数を表している。

命題：このゲームにおける、いかなるベイジアン・ナッシュ均衡についても、プリンシパルの期待利潤は $\hat{\Pi}$ を上回ることはいない。

証明：まず、メッセージがアナウンスされた意思決定節を考える。メッセージの組合せ m がアナウンスされたときに、プリンシパルが費用環境は θ であると信じる確率、つまり、信念 (belief) を $\tau(\theta|m)$ とする。すべての $\theta \in \Theta$ について $\tau(\theta|m) \geq 0$ であり、 $\sum_{i=1}^2 \tau(\theta^i|m) = 1$ を満たしている。

メッセージ $m \in M$ が与えられた下でのプリンシパルの期待利潤を最大にするような賃金プロファイルの設計は以下の制約付き最大化問題を解くことに相当する。

$$\begin{aligned}
 & \max_{e^1, e^2, (\bar{w}_j, \underline{w}_j)_{j=1,2}} \tau(\theta^1|m) \{p_{x(e^1)}(B - \bar{w}_1 - \bar{w}_2) + (1 - p_{x(e^1)})(-\underline{w}_1 - \underline{w}_2)\} \\
 & \quad + \tau(\theta^2|m) \{p_{x(e^2)}(B - \bar{w}_1 - \bar{w}_2) + (1 - p_{x(e^2)})(-\underline{w}_1 - \underline{w}_2)\}, \\
 & \text{s.t. for each } i \text{ such that } \tau(\theta^i|m) > 0, \\
 & \quad e_j^i \in \arg \max_{\tilde{e}_j} p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)} \bar{w}_j + (1 - p_{x(\tilde{e}_j, e_{-j}^i)}) \underline{w}_j - c(\tilde{e}_j, \theta^i), \forall j = 1, 2, \\
 & \quad \bar{w}_j, \underline{w}_j \geq 0, \forall j = 1, 2.
 \end{aligned}$$

この最大化問題の最適解を $w(m)$ (または $\hat{w}(m)$), $e(w(m), \theta^k) \equiv (e_i^k, e_j^k)$ とする。ここで, $j \neq i$ である。また, プリンシパルがランダムに賃金プロファイルを選択することも可能であるとする。 $\hat{w}(m)$ は賃金プロファイル上の確率分布を表すとする。このとき, 最適解は以下の補題によって, 特徴付けられる。

補題: 仮定 1 を満たすものとする。このとき, それぞれの $m \in M$ について, 上記の最大化問題の解は以下で表される。

(A) $\tau(\theta^i | m) > 1/2$ のとき, $w(m) = w^*(\theta^i)$, $e(w^*(\theta^i), \theta^i) = (1, 0)$, $e(w^*(\theta^i), \theta^j) = (0, 0)$ である。

(B) $\tau(\theta^i | m) = 1/2$ のとき, $\hat{w}(m) \in \Delta\{w^*(\theta^1), w^*(\theta^2)\}$ を満たす, あらゆる $\hat{w}(m)$ は最大化問題の解であり, $e(w^*(\theta^i), \theta^i) = (1, 0)$, $e(w^*(\theta^i), \theta^j) = (0, 0)$ である。

ここで, $w^*(\theta^i)$ は 2 節で導出された最適賃金プロファイルと同じものである。また, $i \neq j$ である。

プリンシパルの期待利潤を最大にするような完全ベイジアン均衡に着目し, 均衡経路上で選択される, すべてのメッセージの組合せ m について $w(m) = w^*(\theta^1)$ であることを示せば, 命題は証明されたことになる。

まず, あるエージェント j が $\mu_j(\theta^1) \neq \mu_j(\theta^2)$ となるような戦略を選択するような均衡は存在しないことを示す。

1. それぞれの j について, $\mu_j(\theta^1) = m'_j$ かつ $\mu_j(\theta^2) = m''_j$ であるとする。このとき, プリンシパルの信念は $\tau(\theta^1 | m'_1, m'_2) = 1$ かつ $\tau(\theta^1 | m'_1, m''_2) = 0$ を満たしている。つまり, エージェントが, この純粋戦略にしたがうとすれば, プリンシパルは均衡経路上においては真の状態を知ることになる。よって, プリンシパルはメッセージ (m'_1, m'_2) を受け取ったとき, 賃金プロファイル $w^*(\theta^1)$ を提示する。このとき, 均衡におけるエージェント 1 の期待効用は $p_0\theta/(p_1 - p_0) > 0$ であり, 一方, エージェント 2 の期待効用はゼロである。よって, 上記の戦略が均衡となるためには, エージェント 2 が逸脱してメッセージ m''_2 を選択したとき, プリンシパルは $\tau(\theta^1 | m'_1, m''_2) > 1/2$ という信念を形成しなければならない。同様にして, メッセージ (m''_1, m''_2) におけるエージェント 1 が逸脱した場合, プリンシパルは $\tau(\theta^1 | m'_1, m''_2) < 1/2$ という信念を形成しなければならない。しかし, これらを同時に成立させることは不可能である。

2. 次にエージェント j のみが $\mu_j(\theta^1) = m'_j$ かつ $\mu_j(\theta^2) = m''_j$ であるような戦略を均衡で選択し, エージェント $i (i \neq j)$ はある状態 θ においてはメッセージを確率的に混ぜ合わせると仮定する。このとき, プリンシパルはエージェント j のメッセージにより, 均衡経路上において, 真の状態を知ることになる。つまり, エージェント i のメッセージとは関係なく,

$\tau(\theta^1|m_j^1, \cdot)=1$ かつ $\tau(\theta^2|m_j^2, \cdot)=1$ という信念を形成することになる。よって、均衡では、状態 θ^j において賃金プロファイル $w^*(\theta^j)$ が提示され、エージェント j の期待効用は $p_0\theta/(p_1-p_0)>0$ を得る。一方、 $i \neq j$ であるような状態 θ^i においては賃金プロファイル $w^*(\theta^i)$ が提示され、期待効用はゼロである。エージェント j のみが、メッセージのアナウンスについて逸脱したとき、均衡径路上で正の確率で選択されるメッセージの組合せと矛盾しないので、プリンシパルはエージェントのメッセージのアナウンスに関する逸脱を認識することはできない。エージェント j は状態 θ^j において、メッセージ m_j^j を選択することによって、正の期待効用を得ることができる。エージェント j の戦略 $\mu_j(\cdot)$ は最適ではない。よって、矛盾が示された。

1と2により、あるエージェント j が $\mu_j(\theta^1) \neq \mu_j(\theta^2)$ であるような戦略を選択するような均衡は存在しないことが示された。つまり、それぞれのエージェントがメッセージを混合しないとすれば、プリンシパルの期待利潤を最大にするような均衡では $\mu_j(\theta^1) = \mu_j(\theta^2)$ でなければならないことを意味している。このとき、均衡で選択されるメッセージの組合せが m であるとすれば、補題により、 $\varpi(m) = w^*(\theta^1)$ でなければならないことは明らかである。

次に、エージェントがある費用環境においてメッセージを混合する場合を考察し、すべての $m \in M$ について $\varpi(m) = w^*(\theta^1)$ であることを示す。

3. エージェント j は費用環境 θ^j においてはメッセージ m_j^j と m_j^i を混合するが、費用環境 θ^i ではメッセージ m_j^i を確実に送ると仮定する。ここで、 $j \neq i$ であるとする。このとき、均衡径路上においてエージェント i が正の確率で選択する、すべての $m_i \in M_i$ について、プリンシパルは $\tau(\theta^j|m_j^j, m_i)=1$ という信念を形成する。よって、エージェント j は費用環境 θ^j において、期待効用 $p_0\theta/(p_1-p_0)>0$ を得る。エージェント j が費用環境 θ^j において、メッセージ m_j^j と m_j^i を混合するためには、プリンシパルはメッセージ m_j^i に対して、賃金プロファイル $w^*(\theta^j)$ を提示しなければならない。つまり、プリンシパルはメッセージ (m_j^i, m_i) について $\tau(\theta^j|m_j^i, m_i)>1/2$ という信念を形成しなければならない。よって、均衡において正の確率で選択される、すべてのメッセージ m について、 $\tau(\theta^j|m)>1/2$ である。補題と $q \in (0, 1/2)$ の仮定により、 $\varpi(m) = w^*(\theta^1)$ を満たさなければならない。

4. 上記の3とは逆にエージェント j は費用環境 θ^j においてはメッセージ m_j^j を確実に選択するが、 $i \neq j$ であるような状態 θ^i ではメッセージ m_j^i と m_j^j を混合する場合は、上記の3と同様に証明することができるので、省略する。

5. 最後に、両方のエージェントとも、それぞれの費用環境においてメッセージを混合すると仮定する。ひとりのエージェントのみが、それぞれの費用環境においてメッセージを混合する場合は2, 3, 4のいずれかのケースに該当することになる。

エージェント j が費用環境 θ においてメッセージ m_j^j を選択する確率を $\alpha_j(\theta)$ とする。仮

定により, すべての $\theta \in \Theta$ と $j \in \{1, 2\}$ について, $\alpha_j(\theta) \in (0, 1)$ である。また, メッセージの組合せ $m \in M$ について, プリンシパルが均衡において賃金プロファイル $w^*(\theta^i)$ を提示する確率を $\hat{\gamma}^i(m)$ と書く。よって, $w^*(\theta^j)$ は $\hat{\gamma}^j(m) = 1 - \hat{\gamma}^i(m)$ の確率で提示される。ここで, $j \neq i$ である。以下のことに注意しておく。プリンシパルの最適性より, エージェント i は賃金プロファイル $w^*(\theta^i)$ が提示されるとき, 高い努力と低い努力は無差別であり, 期待効用は $p_0\theta/(p_1-p_0) > 0$ である。また, $j \neq i$ であるような $w^*(\theta^j)$ が提示されたときは, 低い努力を選択することによって期待効用は最大となり, 期待効用ゼロを得る。

それぞれのエージェント i がすべての費用環境において, メッセージを混合するためには以下の条件を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} & \frac{p_0\theta}{p_1-p_0} [\alpha_j(\theta) \hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) + (1-\alpha_j(\theta)) \hat{\gamma}^i(m'_i, m''_j)] \\ &= \frac{p_0\theta}{p_1-p_0} [\alpha_j(\theta) \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j) + (1-\alpha_j(\theta)) \hat{\gamma}^i(m''_i, m''_j)], \quad \forall \theta \in \Theta, \forall i \neq j, \forall j = 1, 2. \end{aligned}$$

左辺は費用環境 θ において, エージェント i がメッセージ m'_i を選択したときの期待効用を表し, 右辺はメッセージ m''_i を選択したときの期待効用を表している。

整理すると以下が得られる。

$$\begin{aligned} & \alpha_j(\theta) \{\hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j)\} + (1-\alpha_j(\theta)) \{\hat{\gamma}^i(m'_i, m''_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m''_j)\} = 0, \\ & \forall \theta \in \Theta, \forall i \neq j, \forall j = 1, 2. \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, $\hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j) \neq 0$ であると仮定する。仮定により, $0 < \alpha_j(\theta) < 1$ であるので, $\hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j) \neq 0$ でなければならない。よって, (6) より, それぞれの $j=1, 2$, すべての $\theta \in \Theta$ について, $\alpha_j(\theta) = \alpha_j$ が満たされていなければならない。このときプリンシパルの信念は任意の m について以下を満たすことになる。

$$\tau(\theta^1 | m) = \frac{q\alpha_1\alpha_2}{q\alpha_1\alpha_2 + (1-q)\alpha_1\alpha_2} = q, \quad \forall m \in M.$$

よって, 補題により, すべての m について $\hat{w}(m) = w^*(\theta^1)$ を満たさなければならない。

次に, $\hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j) = 0$ であるとする。仮定により, $0 < \alpha_j(\theta) < 1$ であるので, $\hat{\gamma}^i(m'_i, m'_j) - \hat{\gamma}^i(m''_i, m'_j) = 0$ でなければならない。つまり, すべての $m, m' \in M$ について, $\hat{\gamma}_i(m) = \hat{\gamma}_i(m') = \bar{\gamma}$ を満たさなければならない。 $\bar{\gamma} \in (0, 1)$ であるとする。プリンシパルはすべてのメッセージの組み合わせについて, 契約 $w^*(\theta^1)$ と $w^*(\theta^2)$ を混合するので, すべての $m \in M$ について, $\tau(\theta^1 | m) = 1/2$ を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} \tau(\theta^1 | m_1, m_2) &= \frac{q\alpha_1(m_1|\theta^1)\alpha_2(m_2|\theta^1)}{q\alpha_1(m_1|\theta^1)\alpha_2(m_2|\theta^1) + (1-q)\alpha_1(m_1|\theta^2)\alpha_2(m_2|\theta^2)} = \frac{1}{2}, \\ &\quad \forall (m_1, m_2) \in M_1 \times M_2. \end{aligned}$$

ここで、 $\alpha_i(m_i|\theta)$ は費用環境 θ において、エージェント i がメッセージ m_i を選択する確率を表している。このとき、それぞれの $i=1, 2$ 、すべての $\theta \in \Theta$ について、 $\alpha_i(m_i|\theta) = \bar{\alpha}_i$ を満たさなければならない。ここで、仮定より、 $\bar{\alpha}_i \in (0, 1)$ である。しかし、このとき、すべてのメッセージの組み合わせ $m \in M$ について、 $\tau(\theta^1|m) = q$ となる。よって、矛盾する。よって、すべての $m \in M$ について $\gamma^1(m) = 1$ または $\gamma^1(m) = 0$ を満たさなければならない。つまり、プリンシパルはメッセージに応じて賃金プロファイルを変えることはないことを意味している。このとき、すべてのメッセージ $m \in M$ について $\gamma^1(m) = 1$ 、つまり、 $w(m) = w^*(\theta^1)$ でなければならない。

以上の議論より、プリンシパルの期待利潤を最大にするような完全ベイジアン均衡において、正の確率で選択される、すべてのメッセージ $m \in M$ について、 $w(m) = w^*(\theta^1)$ であることが示された。(証明終)

5 お わ り に

本稿では簡単なモデルを用いてコミュニケーションの可能性が非効率性の改善をもたらさないことがあることを示した。コミュニケーションが可能であるとしても、プリンシパルがコミュニケーションの後に賃金プロファイルを設計する場合、効率性を達成できないことがあるのである。本稿で導出された結果は費用環境の実現の可能性が2種類のみという仮定に依存しているかもしれない。より一般的な環境において効率性がどの程度達成可能であるのかを明らかにすることは興味深いと言える。

一方で、Miyahara (2004) では、本稿と同じ設定において、効率性を達成することが可能となるような方法があることを示している。エージェント間の秘密裏の契約を利用することによって、コミュニケーションを利用することなく、プリンシパルは期待利潤 Π^* を得ることができることを明らかにしている。

注

本稿はペンシルバニア大学滞在中に完成しました。記してペンシルバニア大学の滞在中の厚遇に感謝します。

- 1) Salanié (1997) は契約理論の入門的テキストであり、Laffont and Martimort (2002) は契約理論の幅広いトピックを取り上げている。
- 2) 最初に設計された契約を生産の途中で再設計する問題、つまり、契約の再交渉の問題を扱ったものもある。例えば、Fudenberg and Tirole (1990), Harmalin and Katz (1991) ではモラルハザードの問題において契約の再交渉の問題を分析しており、Ma (1994) はアドバース・セレクションの問題において契約の再交渉の問題を分析している。
- 3) 遂行理論 (implementation theory) の分野では Baliga, Corchon, and Sjöström (1997) が同

様の問題を分析している。彼らはエージェントが少なくとも3人以上存在する場合を分析し、完全ベイジアン均衡 (perfect Bayesian equilibrium) として遂行可能 (implementable) な社会選択関数 (social choice function) を特徴付けている。

4) 第3.1節で紹介される。

5) それぞれの努力の組合せについて、プロジェクトの成功確率が異なると仮定した場合でも、以下の分析の本質は変わらない。

6) エージェントには富の制約があるため、プリンシパルは必ず非負の賃金を支払わなければならない。よって、プロジェクトの成功、失敗にかかわらず、エージェントは非負の賃金を得られるのであれば、契約を受け入れるものと仮定する。次節以降のゲームについても、エージェントの契約に同意または拒否の表明の手番は明示しないことにする。

参 考 文 献

- Baliga, S., L. Corchon, and T. Sjöström (1997): "The Theory of Implementation When the Planner is a Player," *Journal of Economic Theory*, 77, 15-33.
- Fudenberg, D. and J. Tirole (1990): "Moral Hazard and Renegotiation in Agency Contracts," *Econometrica*, 58, 1279-1320.
- Harmalin, B. and M. Katz (1991): "Moral Hazard and Verifiability: The Effects of Renegotiation in Agency," *Econometrica*, 59, 1735-1753.
- Laffont, J.-J. and D. Martimort (2002): *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*, Princeton University Press.
- Ma, A. (1994): "Renegotiation and Optimality in Agency Contracts," *Review of Economic Studies*, 61, 109-129.
- Miyahara, M. (2004): "Efficiency and Collusion under Hidden Action and Information," mimeo.
- Myerson, R. (1982): "Optimal Coordination Mechanisms In Generalized Principal-Agent Models," *Journal of Mathematical Economics*, 10, 67-81.
- Salanié, B. (1997): *The Economics of Contracts: A Primer*, MIT Press.