



結合生産と置塩の定理

中谷, 武
萩原, 泰治

(Citation)

国民経済雑誌, 191(4):21-33

(Issue Date)

2005-04

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00055993>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00055993>



結合生産と置塩の定理

中 谷 武
萩 原 泰 治

基礎部門に導入された新技術が新しい均等利潤率を高めることは良く知られている。この「置塩の定理」は固定設備の存在、新生産物の登場などを考慮に入れて拡張されてきた。また Roemer (1979) や Morishima & Catephores (1978) は生産技法の数と生産物の種類が異なる一般的な von Neumann 経済への拡張を試みている。本稿は彼らの議論をより一般的な仮定の下で拡張する。

キーワード 置塩の定理, 結合生産, プロダクト・イノベーション

1 は じ め に

現行価格で測って有利な新技術が基礎部門に導入されると、新しい均等価格が成立した¹⁾とき、均等利潤率は必ず増大する。これは「置塩の定理」として知られている命題である。この定理についてその後多くの議論が行われてきた。本稿の目的は、この定理を多数の財と生産技法を含む一般的な経済に拡張することである。結合生産を含む一般的な von Neumann 経済への新技術の導入は Morishima and Catephores (1978) や Roemer (1979) によって検討されている。その結果、置塩の定理はより一般的な経済においても成立することが示されている。すなわち旧均衡価格で測って生産的な (viable) 技法の導入は新しい均等利潤率を低下させることはない、そして一定の条件が満たされる場合には利潤率が必ず上昇する。本稿では、新技法だけでなく、新商品が登場するようなプロダクト・イノベーションを考慮しても置塩の定理は成立することを示す。新技術がプロダクト・イノベーションを伴う場合の命題の検討は Nakatani and Hagiwara (1997) で初めて行われたが、そこでは結合生産も固定設備も存在しない単純な経済が想定されていた。本稿はそれを von Neumann 経済に拡張する。以下では、はじめにこの定理を簡単なケースで紹介し、この定理をめぐるその後の経緯を解説する。その後、財の数と生産技法の数が異なり、さらに結合生産を許す一般的な経済を想定して、実質賃金率の変化、新しい技法の導入、新しい生産物の登場が均等利潤率に及ぼす影響を順に検討する。

2 置塩の定理

簡単なケースで定理を示しておこう。経済が生産財を生産する第1部門と、消費財を生産する第2部門の2部門からなるとする。生産財は1期で消耗する流動財として、固定設備を捨象する。また結合生産も存在しないとする。生産財1単位の生産には生産財 a_1 と労働 τ_1 の投入が必要であり、同様に消費財1単位の生産には生産財 a_2 と労働 τ_2 の投入が必要であるとする。実質賃金率を R (一定)、均衡価格 P_1, P_2 とすると、均等利潤率 r^* は次の式で決まる。

$$P_1 = (1+r^*)(a_1 P_1 + R \tau_1 P_2) \quad (1)$$

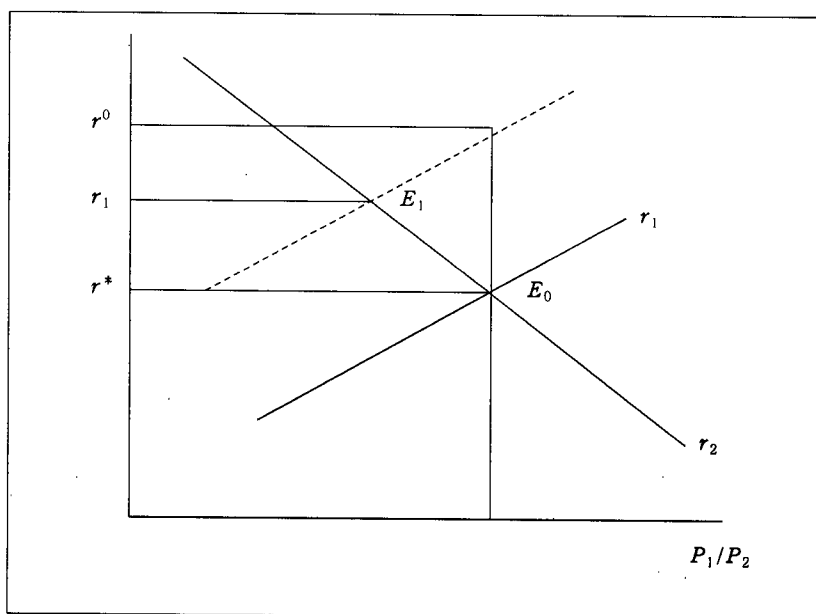
$$P_2 = (1+r^*)(a_2 P_1 + R \tau_2 P_2) \quad (2)$$

ここで生産財部門（消費財部門でも議論は変わらない）に、現行の均衡価格で測って単位費用を下げるような新技術 a_1', τ_1' が開発されたとしよう。すなわち新技術は次の条件を満たす。

$$a_1 P_1 + R \tau_1 P_2 > a_1' P_1 + R \tau_1' P_2 \quad (3)$$

このような新技術は特別利潤の獲得を目指す企業家によって導入される。新技術の導入前後で実質賃金率 R が一定であるとする、新たに成立する均等利潤率 r' 、均衡価格 P_1, P_2 は次のようになる。

図1



$$P_1' = (1+r')(a_1'P_1' + R\tau_1'P_2') \quad (4)$$

$$P_2' = (1+r')(a_2P_1' + R\tau_2P_2') \quad (5)$$

ここで、新技術導入の前後の均等利潤率に関して $r' > r^*$ が成り立つというのが置塩の定理である。この命題が成り立つことは次のように図を用いて簡単に示すことが出来る。

両部門の利潤率 r_1, r_2 を相対価格 P_1/P_2 を横軸に描くと図1の r_1, r_2 曲線のようになり、均等利潤率 r^* は両曲線の交点 E_0 で表される。さて、条件(3)を満たす新技術は旧均衡価格で特別利潤を生み出すものであるから、利潤率曲線 r_1 を上方にシフトさせる。第1部門は新技術の導入によって特別利潤率 r^0 を獲得できるのである。両部門に利潤率格差が生じ資本と労働の移動が生じるであろう。そして再び両部門の利潤率が均衡化する定常均衡 E_1 を想定すると、そこでは第1財の相対価格は低下し、それに伴い特別利潤は消滅するが、均等利潤率 r' は旧均等利潤率 r^* を上回っている。

3 定理をめぐる論争の経緯

この定理を巡って次のような議論が行われてきた。まず、無理解に起因する疑問で多いのが、新しい利潤率が上昇するのは、新生産方法が単位コストを低下させ、利潤率を高めるものであるから、命題は自明であるというものである。これは誤解である。単位費用を下げることから言えるのは一時的な特別利潤率の獲得であって、均等利潤率の上昇ではない。均等利潤率は諸価格の変動を経た結果であり、それが上昇するか否かは自明ではない。この点は、新技術の採用が仮に非基礎部門で起これば、均等利潤率は旧水準に戻り、上昇しないことからも知られる。²⁾

次に、この命題がマルクスの利潤率の傾向的低下法則に対して持つ意味が注目された。周知のようにマルクスは『資本論』第3巻第15章において資本制経済の長期法則として利潤率が長期的に低下することを主張した。その根拠は次のようである。(イ)資本制経済においては、労働生産性を高める新技術の導入が企業への外的強制として作用する。(ロ)労働生産性を高める新技術は資本の有機的構成を上昇させる。(ハ)資本の有機的構成が十分に上昇すると、利潤率は必ず低下する。マルクスによる以上の推論のうち、(イ)に異存はない。市場経済では企業は互いに競争状態におかれ、諸企業は新技術の導入によるコストダウンによって競争に勝ち抜こうとする。(ハ)は「有機的構成が十分に上昇すると」という仮定が成り立てば、正しい。問題は(ロ)が正しいかどうかである。置塩の定理は(ロ)の推論に関わる。(1)企業が現行価格で測ってコストを下げる技術を導入し、(2)新技術を導入する前後で実質賃金率が一定であり、(3)競争の結果、均等利潤率を成立させる生産価格が成立する、という3つの if が成り立つ限り、新技術の導入はそれが有機的構成を高めるか否かに関わりなく利潤率を上昇させるというのが置塩の定理である。従って、もしマルクスの主張が正しいとす

れば、(1)から(3)のいずれかを否定する論拠が必要になる。この意味で、マルクスのロジックに再考を迫った点に置塩の定理が注目される理由がある。

しかし、置塩の定理がマルクスの主張を否定したわけではない点に注意する必要がある。それは定理が上述の3つの *if* の上に成り立つことから明らかである。企業が新技術の採用を決意するのは、いつも現行価格で測ってコストを引き下げるからではない。例えば将来の価格や実質賃金率の予想変化に照らして新技術の採用を決断するかも知れない。また、より重要なことは、新技術の採用前後では実質賃金率は変動するであろう。そして競争プロセスは経済に攪乱をもたらし、均等利潤率を実現すると言えない可能性が高い⁴⁾。従って、置塩の定理を巡ってその後経済学の広い範囲を巻き込んで議論が展開されてきたのは当然である。マルクスの命題との関係で言うと、議論は未だ決着していないのである。

その後、この定理はさまざまな方向に拡張されてきたが、その論点を整理すると次のようになる。

(1) 新技術の導入以前と以後で実質賃金率が仮定されているが、技術導入は実質賃金率に影響することを考慮すること。

(2) 新技術が単位費用を低下させるプロセス・イノベーションが考えられてきたが、技術進歩がまったく新しい生産物を登場させるプロダクト・イノベーションの形を取る場合はどうか。

(3) 固定設備の存在を考慮した場合に命題は成立するのかどうか。

(4) 結合生産の存在を考慮した場合に命題は成立するのかどうか。

(1)はRoemer (1981), Foley (1986) 等によって行われ、分配率一定、搾取率一定等の代替的な仮定の下で検討がおこなわれている。新技術導入の前後で実質賃金率の一定に換えて分配率が一定、あるいは搾取率が一定とすると、結論として命題は必ずしも成立せず、均等利潤率は下落する場合もありうるということが明らかにされている。(2)はNakatani and Hagiwara (1997) で行われ、新技術がプロダクト・イノベーションである場合にも一定の想定の下で成立することがレオンチェフ型の単純な経済で明らかにされた。(3)の固定設備を考慮した場合はNakatani (1978), Roemer (1979) で行われ、これも定理の成立が論証されている。最後に、(4)の一般的な結合生産については、Morishima and Catephores (1978) 第4章、Roemer (1979) がプロセス・イノベーションの場合で行っている。前者では収益的な技法の導入は実質賃金率一定の下では利潤率が上昇すること、そして搾取率一定の下では利潤率が低下する場合があることを示している。Roemer (1979) はこの問題に関する最も詳しい分析である。しかしいずれも新技法の登場、したがってプロセス・イノベーションに限定されている。また、新技法の条件が、任意の旧均衡価格で測って高い利潤率をもたらすこととされている。しかし、資本家の新技法採用条件は任意の均衡価格で特別利潤を生むこと

ではなく、その時に成立しているある均衡価格で測って高い利潤率を実現することで十分である。そこで、本稿では、(1)プロセス・イノベーションではなくプロダクト・イノベーションを考慮に入れても主張が成り立つこと、(2)新技法がある均衡価格で測って高い利潤率を生む場合であると緩めた場合に、新技法の導入が均等利潤率を上昇させるか、あるいは旧水準にとどまることを明らかにする。さらに(3)新技法が新しい均衡価格の下でも旧技法に比して有利性を保持することを明らかにする。

4 Von Neumann 経済における均等利潤率、価格の決定

一般的な結合生産を扱うために、技法の数を m 、財の数を n として、産出行列を $B: (m, n)$ 、投入行列を $A: (m, n)$ 、労働投入係数ベクトルを $\tau: (m, 1)$ 、実質賃金率ベクトルを $R: (n, 1)$ とする。さらに次の仮定を置く。

(A1) すべての j に対して $b^j \geq 0$

(A2) すべての i に対して $\tau^i > 0$

(A3) $R \geq 0$

ここで上付きの添え字を用いた a^i で行列 A の第 i 列を、下付の添え字を用いた a_i で行列 A の第 i 行を表す。(A1)はどのような財もいずれかのアクティビティーによって生産されること、(A2)はすべてのアクティビティーが正の労働投入を必要とすること、(A3)は実質賃金率が非負であり、少なくとも一つの財について正となることを意味している。(A2)と(A3)から、どのような技法も少なくとも一つの財を投入しなければならないことが分かる。

次の問題を考える。 r が最小となる半正の均衡価格ベクトル $p: (n, 1)$ を求める。

$$\min r \quad \text{s.t.} \quad Bp \leq (1+r)(A+\tau R')p \quad p \geq 0 \quad (6)$$

仮定(A1)から(A3)の下では、 $1+r > 0$ となる $p \geq 0$ が存在する。この解を均等利潤率 r^0 、均衡価格 p^0 と呼ぶ。すなわち

$$Bp^0 \leq (1+r^0)(A+\tau R')p^0 \quad (7)$$

これを存在定理 (David Gale (1960), 定理9.8, 翻訳 p. 297) と言う。

注意1：存在定理は均衡価格 p^0 が uniqueであることを保証するわけではない。たとえば2商品が存在し、労働者の賃金バスケットは $R = (0.1, 0.1)$ であるとする。初期に存在する技法は技法1 ($b_1 = (1, 0.5)$, $a_1 = (0.7, 0.3)$, $\tau_1 = 1$) のみであるとする。どのような相対価格 (p_2/p_1) に対しても利潤率は0.25である。

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{b_{11}p_1 + b_{12}p_2}{(a_{11} + \tau_1 R_1)p_1 + (a_{12} + \tau_1 R_2)p_2} - 1 = \frac{1 \times p_1 + 0.5 \times p_2}{(0.7 + 1 \times 0.1)p_1 + (0.3 + 1 \times 0.1)p_2} - 1 \\ &= \frac{1 \times p_1 + 0.5 \times p_2}{0.8 \times p_1 + 0.4 \times p_2} - 1 = 0.25 \end{aligned}$$

したがって、均衡利潤率をもたらす相対価格は $p_2/p_1 \in [0, \infty]$ の範囲である。

注意2：財の数 n と技法の数 m は任意である。均衡で(7)を等号で成り立たせる技法の数（以下、有効な技法と呼ぶ）を m' とすると、 n と m' の大小も一般には不定である。

注意3（von Neumann）：線型計画の双対問題と類似の性質が知られている。(6)に対応する次の問題を考える。

$$\max g \quad \text{s.t.} \quad x'B \geq (1+g)x'(A + \tau R') \quad x \geq \quad (6)'$$

(A1)から(A3)の仮定の下で解 g^0 が存在し、もし既約であれば $r^0 = g^0$ となる。また、均衡で(6)が不等号で成立する技法 i に対して $x_i = 0$ 、均衡で(6)'が不等号で成立する財 j に対して $p_j = 0$ となる slack 条件が成り立つ。しかし以上の条件だけでは均衡成長率、従って均等利潤率が正である保証はなく、縮小均衡であるかもしれない。Morishima (1974) はこの均等利潤率が正となる条件が搾取の存在であることを証明した。

5 実質賃金率の増大

実質賃金率が R から $\bar{R}$ に変化したとしよう。 R は n 次元ベクトルである。実質賃金率の増大を次のように定義しよう。

$$R'p^0 < \bar{R}'p^0 \quad (8)$$

すなわち新しい実質賃金率のバスケット $\bar{R}$ が旧価格 p^0 の下では購入できない合成財である場合、実質賃金率の上昇と言う。これは賃金財バスケットのある要素が減少することを排除しない。この新しい実質賃金率 $\bar{R}$ の下で次の問題を考える。

$$\min r \quad \text{s.t.} \quad Bp \leq (1+r)(A + \tau \bar{R}')p \quad p \geq 0 \quad (9)$$

この解を均衡価格 $\bar{p}$ 、均等利潤率を $\bar{r}$ と書く

$$B\bar{r} \leq (1+\bar{r})(A + \tau \bar{R}')\bar{p} \quad (10)$$

定理1 旧均衡価格で評価して(8)式を満たすような実質賃金率ベクトル R から $\bar{R}$ への変化は、均等利潤率を低下させる

$$\bar{r} < r^0 \quad (11)$$

証明 逆を仮定する。すなわち

$$\bar{r} \geq r^0 \quad (12)$$

そのとき(7)(8)より

$$Bp^0 \leq (1+r^0)(A + \tau R')p^0 < (1+\bar{r})(A + \tau \bar{R}')p^0 \quad (13)$$

(12)を用いると

$$Bp^0 < (1+\bar{r})(A + \tau \bar{R}')p^0 \quad (14)$$

これは(9)において $\bar{r}$ が任意の半正価格ベクトルの下で r の最小値を与えるという想定に矛盾する。したがって(11)が成立する。□

6 プロセス・イノベーションと利潤率

いま、第 $m+1$ 技法 (b_{m+1} , a_{m+1} , τ_{m+1}) が新たに発明されたとする。ただし、仮定 (A2) を満たすように $\tau_{m+1} > 0$ である。 B , A , τ の第 $m+1$ 行および要素に b_{m+1} , a_{m+1} , τ_{m+1} を付加した行列およびベクトルを $\bar{B}$, $\bar{A}$, $\bar{\tau}$ と表す。すなわち

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ b_{m+1} \end{pmatrix} \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} A \\ a_{m+1} \end{pmatrix} \quad \bar{\tau} = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{m+1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

第 $m+1$ 技法は (7) を満たす任意の (any) 価格ベクトル $p^0 \geq 0$ で評価したときに、 r^0 を上回る利潤率をもたらすと仮定する。したがって、(7) を満たす任意の (any) 価格 $p^0 \geq 0$ に対して

$$\bar{B}p^0 \leq (1+r^0)(\bar{A}+\bar{\tau}R')p^0 \quad (16)$$

は成り立たない。次に、 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{\tau}$ について最小の r を半正価格ベクトルの下で求める。

$$\min r \quad \text{s.t.} \quad \bar{B}p \leq (1+r)(\bar{A}+\bar{\tau}R')p \quad p \geq 0 \quad (17)$$

仮定 (A1) から (A3) より、均等利潤率、均衡価格が存在する。この解を $\bar{r}$, $\bar{p}$ と書くと

$$\bar{B}\bar{p} \leq (1+\bar{r})(\bar{A}+\bar{\tau}R')\bar{p} \quad (18)$$

定理 2 旧利潤率をもたらす任意の旧均衡価格で測ってより高い利潤率を生み出す新技法が導入された時、新しい均等利潤率は必ず上昇する。

証明 (Morishima and Catephores (1978)) 証明すべき命題は

$$\bar{r} > r^0 \quad (19)$$

である。いま、 $r \leq r^0$ を仮定する。(18) より

$$\bar{B}\bar{p} \leq (1+r^0)(\bar{A}+\bar{\tau}R')\bar{p} \quad (20)$$

これは (16) が成立しないとした前提に矛盾する。従って (19) である。□

この命題について二つのことを述べておく。まず、新技法の導入によって、旧均衡と新均衡では (18) を等式で成り立たせる有効な技法にどのような変化が生じるだろうか。まず明らかなのは、第 $m+1$ 技法については (18) は必ず等号で成立することである。これは直ちに分かる。なぜなら、もし新技法について (18) の不等式が厳密な不等号で成り立つとする。そのとき、(17) の解が $\bar{r}$, $\bar{p}$ であることは、 m 個の旧技法に関して (7) の解が $\bar{r}$, $\bar{p}$ であることを意味するが、これは r^0 , p^0 が (7) の解であるとしたことに矛盾するからである。

次に、上述の森嶋の定理 2 では新しい技法が任意の旧均衡価格 $p^0 \geq 0$ で評価したときに、 r^0 を上回る利潤率をもたらすと仮定した。しかし、資本家の新技術導入はそのときに成立している均衡価格で評価して特別利潤を与えるものであれば十分であり、複数あるいは無数に存在するすべての均衡価格に関して特別利潤を生み出す必要はない。つまり森嶋の定理 2 が想定する新技術導入基準は強すぎるのである。この点を緩めて、旧均衡で成立しているある

価格で測って特別利潤を生み出す技術であれば資本家はこれを導入すると想定した場合に命題がどうなるかを明らかにする必要がある。これについて次の定理が成り立つ。

定理 3 旧利潤率をもたらしある旧均衡価格で測ってより高い利潤率を生み出す新技法が導入された時、新しい均等利潤率は低下することはない。

証明 ある均衡価格 $p^0 \geq 0$ で評価して新技法が利潤率を高めることは

$$b_{m+1}p^0 > (1+r^0)(a_{m+1}p^0 + \tau_{m+1}R'p^0) \quad (21)$$

ただし p^0 は (7) を満たすひとつの解である。証明すべき命題は $\bar{r} \geq r^0$ である。 $\bar{r}$ は問題 (17) の解である。いま逆を仮定して $\bar{r} < r^0$ とする。(18) の m 個の技法について

$$B\bar{p} \leq (1+\bar{r})(A + \tau R')\bar{p} \quad (22)$$

が成り立つ。従って

$$B\bar{p} < (1+r^0)(A + \tau R')\bar{p} \quad (23)$$

これは r_0 が問題 (6) の解であることに矛盾する。従って、 $\bar{r} \geq r^0$ である。□

新技法の選択条件が、任意の旧均衡価格について特別利潤を生む場合は、新しい均等利潤率は必ず上昇するが、ある旧均衡価格に対して特別利潤を生む場合は、新しい均等利潤率は低下することはないが、旧均衡と同じでありうる。これを数例で示しておく。

注意 1 で示した数値例 (技法 1 のみの場合) に加えて、今、新技術として、技法 2 ($b_2 = (1, 1)$, $a_2 = (0.5, 1.5)$, $\tau_2 = 1$) が出現したとしよう。技法 2 の利潤率は

$$r_2 = \frac{1 \times p_1 + 1 \times p_2}{(0.5 + 1 \times 0.1)p_1 + (1.5 + 1 \times 0.1)p_2} - 1 = \frac{1 \times p_1 + 1 \times p_2}{0.6 \times p_1 + 1.6 \times p_2} - 1$$

となる。技法 2 は、相対価格が 1 財に有利なとき ($p_2/p_1 < 0.25$)、技法 1 より高い利潤率を、2 財に有利なとき ($p_2/p_1 > 0.25$)、技法 1 より低い利潤率をもたらし。相対価格が 1 財に有利なとき、個別資本家の観点からは利潤率を高めるので、技法 2 が導入される。しかし、相対価格が 2 財に有利な方向へ動くことにより、技法 1 の優位性は失われ、もとの利潤率 0.25 に戻る。相対価格が 0.25 (図の E_2) であるとき、技法 1 と技法 2 は同じ利潤率 (0.25) を享受する。相対価格が 0.25 より高くなると技法 2 のみが選択される。したがって、技法 2 が加わることにより、均衡利潤率は一定にとどまるが、相対価格は $p_2/p_1 \in [0.25, \infty]$ の範囲となる。

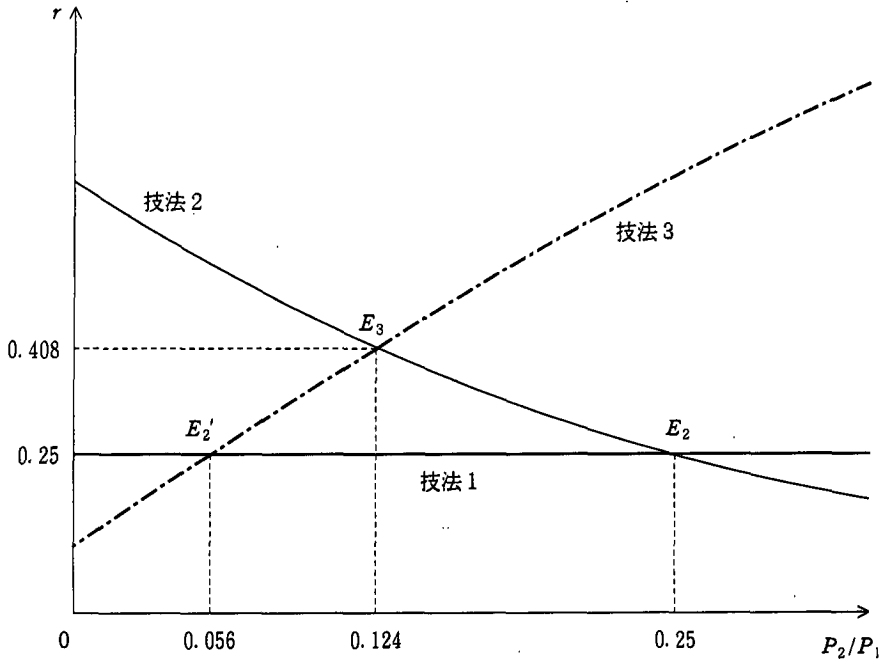
さらに、新技術として、技法 3 ($b_3 = (1, 3)$, $a_3 = (0.8, 0.5)$, $\tau_3 = 1$) が出現したとしよう。技法 3 の利潤率は

$$r_3 = \frac{1 \times p_1 + 3 \times p_2}{(0.8 + 1 \times 0.1)p_1 + (0.5 + 1 \times 0.1)p_2} - 1 = \frac{1 \times p_1 + 3 \times p_2}{0.9 \times p_1 + 0.6 \times p_2} - 1$$

となる。技法 3 は、技法 1, 2 からなる均衡利潤率をもたらしすべての価格 $p_2/p_1 \in [0.25, \infty]$ で測って、より高い利潤率をもたらしので、導入される。その結果、技法 2, 3 からなる新しい均衡 (E_3) に到達する。

なお、技法 2 が存在せず、技法 1, 3 のみの場合は、利潤率 0.25, 相対価格は一定値以下の範囲 $p_2/p_1 \in [0, 0.056]$ である (E_2 の左側)。

図 2



定理 4 新技法は旧価格で評価したとき、新しい均等利潤率より収益的ではない。

証明 いま逆を仮定して、新技法が旧価格で評価して収益的だとする。すなわち

$$b_{m+1}p^0 > (1+\bar{r})(a_{m+1} + \tau_{m+1}R')p^0 \quad (24)$$

(7) および (19) より

$$Bp^0 < (1+\bar{r})(A + \tau R')p^0 \quad (25)$$

が成り立つが、(24) (25) より

$$\bar{B}p \leq (1+\bar{r})(\bar{A} + \tau R')p \quad (26)$$

となる半正価格ベクトル $p \geq 0$ は存在しない。これは (18) の事実と矛盾する。したがって、定理が成り立つ。□

注意 4：もしモデルが可約であれば、 $r^0 = \min\{r_i^0\}$ 。したがって、第 $m+1$ 技法が既約な財集合を構成しない場合には、利潤率は上昇しない。第 $m+1$ 技法の発明によって既約な財集合が変化する可能性が生じる点に注意。

7 プロダクト・イノベーションと利潤率

7.1 生産財の場合

新商品第 $n+1$ 財が旧商品から開発され、その財が旧商品を生産する中間投入財として投入される場合を考える。新商品の登場に伴い、アクティビティーは少なくとも新たに 2 つが必要になる。新商品を生み出すアクティビティーと新商品を需要するアクティビティーである。第 $m+1$ アクティビティーは旧商品を投入して新商品を生産する技法であり、第 $m+2$ アクティビティーは新商品を投入して旧商品（生産財あるいは消費財）を生産する技法であるとして、 $(b_{m+1}, a_{m+1}, \tau_{m+1})$ $(b_{m+2}, a_{m+2}, \tau_{m+2})$ と表す。ここで $b_{m+1}, a_{m+1}, b_{m+2}, a_{m+2}$ は $n+1$ 次元ベクトルである。これらの技法が新しい財の価格が p_{n+1} のとき旧価格 p^0 で評価して収益的であることは、次のように表現できる。

$$b_{m+1}p_+^0 \geq (1+r^0)(a_{m+1} + \tau_{m+1}R_+)'p_+^0 \quad (27)$$

$$b_{m+2}p_+^0 \geq (1+r^0)(a_{m+2} + \tau_{m+2}R_+)'p_+^0 \quad (28)$$

ただし

$$p_+^0 = \begin{pmatrix} p^0 \\ p_{n+1} \end{pmatrix} \quad R_+ = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

で p^0 は (7) を満たす任意の半正価格ベクトルである。さて、第 $n+1$ 財を加えた投入・産出行列と価格を

$$B_+ = (B \ 0) \quad A_+ = (A \ 0) \quad (30)$$

と定義すると、新商品は消費されないので (7) は次のように書ける。

$$B_+p_+^0 \leq (1+r^0)(A_+ + \tau R_+)'p_+^0 \quad (31)$$

新たに第 $m+1, m+2$ 技法を加えた投入・産出行列 B_{++}, A_{++} を次のように定義する。

$$B_{++} = \begin{pmatrix} B & 0 \\ b_{m+1} \\ b_{m+2} \end{pmatrix} \quad A_{++} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ a_{m+1} \\ a_{m+2} \end{pmatrix} \quad \tau_{++} = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{m+1} \\ \tau_{m+2} \end{pmatrix} \quad (32)$$

この拡大された新技術体系の均等利潤率、均衡価格は次の最小化問題の解である。

$$\min r \quad \text{s.t.} \quad B_{++}p_+ \leq (1+r)(A_{++} + \tau_{++}R_+)'p_+ \quad p_+ \geq 0 \quad (33)$$

ただし p_+ は任意の n 次元半正価格ベクトルである。この問題の解を $\bar{r}_{++}, \bar{p}_+$ と書くと

$$B_{++}\bar{p}_+ \leq (1+\bar{r}_{++})(A_{++} + \tau_{++}R_+)' \bar{p}_+ \quad (34)$$

定理 5

$$\bar{r}_{++} > r^0 \quad (35)$$

証明

$$\bar{r}_{++} \leq r^0 \quad (36)$$

を仮定する。(27) (25) (31)から半正価格ベクトルに対して

$$B_{++}p_+^0 \leq (1+r^0)(A_{++}+\tau_{++}R_+)'p_+^0 \quad (37)$$

を満たす解は存在しない。このことは(34) (36)から

$$B_{++}\bar{p}_+ \leq (1+r^0)(A_{++}+\tau_{++}R_+)' \bar{p}_+$$

となる半正価格ベクトルが存在することに矛盾する。従って、(35)が成り立つ。 $\square$

7.2 消費財の場合

新商品が労働者の消費バスケットの一部を構成するプロダクト・イノベーションの場合を考えよう。新商品を生産するアクティビティを第 $m+1$ 技法として第 $n+1$ 商品が新しく労働者によって購入される新商品であるとする。生産財の場合には導入条件として旧利潤率を上回る利潤率の実現が必要であったが、消費財の場合はどう考えればよいか。旧均衡価格の下で新商品が登場すると、労働者は同一の名目賃金率の下で消費バスケットの一部を削減して新商品の購入にまわす。新商品がこのような商品であれば、一般的に新商品の登場は均等利潤率を上昇させるであろうか。

旧実質賃金率を R , 新実質賃金率を $\bar{R}_+$ とする。ただし

$$\bar{R}_+ = \begin{pmatrix} \bar{R} \\ \bar{R}_{n+1} \end{pmatrix} \quad (38)$$

新商品の価格を p_{n+1} , 旧均衡価格を p^0 として、新商品が労働者によって購入されることは次のように書ける。

$$R'p^0 = \bar{R}'p^0 + \bar{R}_{n+1}p_{n+1} \quad (39)$$

すなわち

$$R_+'p_+^0 = \bar{R}_+'p_+^0 \quad (40)$$

また、新商品の供給条件(27)が成り立つ。

(32)から第 $m+2$ 行を除いた $m+1$ 行 $n+1$ 列の行列、ベクトルを $\hat{B}$, $\hat{A}$, $\hat{\tau}$ と書き、次のような新しい消費財の開発後の最小問題を考える。

$$\min r \quad \text{s.t.} \quad \hat{B}p_+ \leq (1+r)(\hat{A} + \hat{\tau}\bar{R}_+)'p_+, \quad p_+ \geq 0 \quad (41)$$

均等利潤率、均衡価格を $\bar{r}_+$, $\bar{p}_+$ とすると

$$\hat{B}\bar{p}_+ \leq (1+\bar{r}_+)(\hat{A} + \hat{\tau}\bar{R}_+)' \bar{p}_+ \quad (42)$$

定理 6

$$\bar{r}_+ > r^0 \quad (43)$$

証明 逆を仮定する。

$$\bar{r}_+ \leq r^0 \quad (44)$$

(42) (44)から

$$\hat{B}\bar{p}_+ \leq (1+r^0)(\hat{A} + i\bar{R}_+)' \bar{p}_+$$

となる。他方で、(7)(40)および新商品の供給条件(27)から

$$\hat{B}p_+^0 \leq (1+r^0)(\hat{A} + i\bar{R}_+)' p_+^0 \quad (45)$$

は成立しない。これは矛盾である。したがって、(43)が成り立つ。□

8 終 わ り に

置塩の定理は新技術の採用が均等利潤率に対してプラスの効果を持つことを主張する命題である。一般的な von Neumann 経済では単純なレオンチェフ型経済と異なり、均衡価格は unique でなくなる。この問題を扱った Morishima and Catephores (1978) Roemer (1979) は、新技法が任意の均衡価格で測って viable であると定義したが、その時に成立している旧均衡価格で測って有利であれば資本家の新技法採用条件としては十分である。また、プロセス・イノベーションだけでなく新技術がプロダクト・イノベーションをもたらす場合について命題を検討する必要がある。本稿ではこの検討を行い、置塩の定理はより一般的な von Neumann 経済においても成立する、きわめて robust な命題であることが明らかになった。ただし、今後の課題として第3節で述べた三つの if に関してより詳細な検討を行うことが必要である。

注

- 1) これは Okishio (1961) ではじめて提出された。
- 2) 基礎部門というのは消費財の生産に直接あるいは間接に必要な財を生産する部門である。スラッファの定義とは異なる。
- 3) この論証は Okishio (1972) を参照。
- 4) 置塩 (2004)『経済学と現代の諸問題』, 大月書店, の第4章にはこの問題についての置塩自身の見解がまとめられている。

参 考 文 献

- Foley, D. K. (1986), *Understanding Capital: Marx's Economic Theory*. (『資本論を理解する』, 竹田・原訳, 法政大学出版局)
- Fujimori, Y. (1994), "Innovation in the Leontief Economy," (mimeo).
- Gale, D. (1960), *The Theory of Linear Economic Models*. (和田・山谷訳『線型経済学』紀伊国屋書店, 1964年)
- Laibman, D. (1997), *Capitalist Macrodynamics*, Macmillan Press.
- Michl, T. R. (1994), "Three Models of Falling Rate of Profit," *Review of Radical Political Economics*, Vol. 26, No. 4, pp. 55-75.
- Morishima, M. (1974), "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica*, Vol.

42, No. 4, pp. 611-32.

Morishima, M. and G. Catephores (1978), *Value, Exploitation and Growth*. (高須賀・池尾訳『価値・搾取・成長』岩波書店, 森嶋通夫全集第8巻, 2004年)

Nakatani, T. and T. Hagiwara (1997), "Product Innovation and the Rate of Profit," *Kobe University Economic Review*, No. 43, pp. 39-51.

Okishio, N. (1961), "Technical Change and the Rate of Profit," *Kobe University Economic Review*, No. 7, pp. 85-99.

Okishio, N. (1972), "A Formal Proof of Marx's Two Theorems," *Kobe University Economic Review*, No. 18, pp. 1-6.

Roemer, J. E. (1979), "Continuing Controversy on the Falling Rate of Profit: Fixed Capital and Other Issues," *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 3, No. 4, pp. 379-98.

Roemer, J. E. (1981), *Analytical Foundations of Marxian Economic Theory*, Cambridge University Press, chap. 2.

置塩信雄 (2004), 『経済学と現代の諸問題』大月書店。

中谷 武 (1978), 「利潤率・実質賃金率・技術変化——固定設備を考慮して」, 『経済研究』第29巻1号, pp. 72-77。