モラルハザード問題における合理的な無知

天谷，研一

(Citation)
国民経済雑誌,193(6):87-101

(Issue Date)
2006-06

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00056081

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00056081

モラルハザード問題における合理的な無知

天　谷　研　一

本論文は，モラルハザードのモデルにおいてエージェントが契約を書いた後，行動を選ぶ前に追加的なシグナルを受け取ることができる状況を考察する。このシグナルを受け取るか否かは契約を書く前に決定され，契約を書く際にはこの決定は共有知識となっている。本論文は，ある条件のもとでは，エージェントはシグナルを受け取らないことにコミットメントをしたほうが高い期待利得を得ることができることを示す。これは，シグナルを受け取るとインセンティブの問題がより厳しくなりリスク分配に非効率が生じることが理由である。

キーワード　モラルハザード，最適契約，リスク分配，情報の利用

1　は　じ　め　に

経済活動における意思決定の場面では，知っていれば有用であろう情報を知らないまま決断しなければならないことは多い。そのような状況でもし追加的な情報を得ることが可能であるならば，人々は情報を得て意思決定に利用しようとすることがありうる。もし追加的な情報を得るためにまったくコストがかからないならば，果たして情報を得たほうが良いのであろうか？この問いへの答えは，経済学での標準的な選好を持った個人による一個人の意思決定の問題を考えるならば，(弱い意味で)「イエス」である。個人が追加的な情報を得ている場合には，単にその情報を無視して行動することによって，情報を得ていない場合とまったく同じ結果を実現することができる。従って，追加的な情報を得ることによって得をすることはあっても，損をすることはありえない。しかし，複数の人間のあいだの相互関係を考えた場合には，問題はそれほど単純ではなくなる。ある個人が情報を持っていないという事実が他の人々の行動に影響を及ぼし，結果的にその個人の利益につながることがありうるのである。この論文では，モラルハザードの問題で，意思決定に先立って得られる情報の影響について考察する。実際に，ある状況のもとでは持っている情報が少ないほうが得をすることがあることが示される。

次のような分析の枠組みを考える。プリンシパルが，あるプロジェクトを行うためにエージェントを雇う。標準的なモラルハザードのモデルと同様に，エージェントの選ぶ行動が産

出物に確率的な影響を与える。産出物は立証可能で契約に書くことができるが，エージェントの行動は立証不可能なため契約に書くことができない。エージェントは，このプロジェクトに関する追加的な情報（以下ではシグナルと呼ぶ）を，契約を結んだ後，行動を選ぶ前に受け取る可能性がある。実際にこのシグナルを受け取るか否かは契約を書く前に決定され，この決定は覆すことができない。契約を書く際には，この決定はプリンシパルとエージェントの間で共有知識となっている。

このような問題では，追加的なシグナルにはコストと便益がある。便益が何であるかは明白である。シグナルを観察した場合には，エージェントは行動の選択をシグナルに依存させることができる。一方，コスト面では，追加的なシグナルを受け取るとインセンティブの問題がより厳しくなるために，リスク配分に非効率が生じる可能性がある。よく知られているように，モラルハザードの問題は，インセンティブとリスク配分のトレードオフから生じている。追加的なシグナルを受け取ると，エージェントは最適な行動から逸脱するより強いインセンティブを持ちうることが，本論文では示される。そのような状況でエージェントに最適な行動を選ばせる適切なインセンティブを与えるためには，賃金を産出物に応じて多く変化させる必要が生じる。結果として，シグナルを得ない場合よりもエージェントはより多くのリスクを負担することになり，リスク分配の面で非効率性が生じることになる。注意点を二つ述べておきたい。第一に，問題の本質は情報に依存させた意思決定とリスク配分のトレードオフである。シグナルがコストを持つのはエージェントがリスク回避的な場合のみである。エージェントがリスク中立的であれば上記のような問題は起こらなくなり，一個人の意思決定の場合と同様，弱い意味で，シグナルは受け取ったほうが良いということになる。第二に，契約が書かれる際には情報の非対称性は存在しないため，情報レントは結論に影響を及ぼしてはいない。

以下では関連研究を紹介する。市場環境における意思決定前の情報収集の効果を分析した研究は多数ある。代表的な研究としては，Hirshleifer [1971] は，Arrow-Debreu 市場において情報収集がリスク配分の効率性を阻害しうることを示した。契約理論の文脈では，アドバースセレクションのモデルの中でエージェントが情報を収集するインセンティブについて分析した論文として，Lewis and Sappington [1993a, 1993b], Crêmer and Khalil [1992, 1994], Crêmer Khalil and Rochet [1998a, 1998b] がある。これらのモデルでは，エージェントは情報レントを得るために，後になればコストをかけずに得られる情報を，コストを払ってでも早い段階で得るインセンティブがあることが示されている。Bergemann and Välimäki [2002] と Obara [2004] は，メカニズムデザインの問題で，エージェントが契約を書いた後にどれだけの情報を得るか決定できる状況を分析している。

著者の知る限り，本論文は，モラルハザードの問題においてエージェントが受け取る情報

が最適契約に与える効果について分析した最初の論文である。反対に，プリンシパルが受け取る情報の効果について分析した論文に，Crèmer［1995］がある。Crèmer の論文では，プリンシパルがエージェントの行動に関するシグナルを受け取らないことにコミットしたほうがプリンシパルの利益になりうることが示されている。

本論文の論理展開は，Carrillo and Mariotti［2000］に類似している。Carrillo and Mariotti は，Strotz［1956］流の，動学的不整合な選好を持った個人の，自己管理（self-control）の問題を分析している。ここでは，現在の自分が，異なる選好を持つ将来の自分とゲームをプレーしているような状況を考えている。もし現在の自分がシグナルを受け取ることに決めた場合には，シグナルの実現値によっては将来の自分の合理的な意思決定が現在の自分の効用を低める可能性がある。そのような危険性が高い場合には，現在の自分にとってはシグナルを受け取らないことが合理的な選択となる。

本論文のモデルの構造は，Tirole［1986］に類似している。Tirole のモデルでは，エージェントは契約を書いた後，行動を選ぶ前にシグナルを受け取る。Tirole のモデルではシグナルの構造は外生的に与えられているのに対し，本論文では，シグナルの構造の選択を分析している。

以下，本論文は次のように構成される。第2節では，モデルを提示する。第3節では，分析の核となるアイデアを端的に示す2つの例を示す。第4節では，分析に有用な技術的な道具を導入する。第5節で，本論文の主要な命題が示される。第6節は結論を述べる。

2 モデル

プリンシパルとエージェントの2人からなる契約問題を考える。プリンシパルは，ある事業を実行するためにエージェントを雇用する。エージェントは，努力水準 e を選ぶ。努力水準は，$e=1$（努力する）か $e=0$（怠ける）かのいずれかの値をとる。努力水準はプリンシパルには観察不能であり，従って契約不可能である。努力水準が選ばれた後に，産出物が実現する。産出物 y はプリンシパルが得る金銭的収入であり，観察可能，かつ契約可能であるとする。産出物 y は y_H か y_L のいずれかの値（$y_H>y_L$）をとる。エージェントは，契約を書いた後，努力水準を選ぶ前に，追加的な情報（シグナル）を得ることが可能である。このシグナルを得るか否かは，契約を書く前に決定される。この決定は撤回不可能で，また契約を書く際には共有知識となっている。例えば，この決定はエージェントが訓練を受けるかどうかという決定であると考えることができる。もしエージェントがこの訓練を受けていれば，仕事の現場に行った際に外生的なショック（事前にはプリンシパルもエージェントも知らないもの）を観察し，事業がどれだけ成功しそうかを知ることができる。一方，この訓練を受けていなければ，ショックを観察することができないまま努力水準を選ばなければならない。このシグナ

ルはエージェントにのみ観察可能である。従って，もしエージェントがシグナルを受け取るならば，努力水準はシグナルの実現値に依存させることができるが，シグナルの実現値を契約に書くことはできない。努力水準とシグナルが契約不可能であるので，契約可能な変数は産出物yのみである。従って，契約は各産出物に対する賃金支払いによって表される。産出物がy_θであるときのプリンシパルからエージェントへの賃金支払いをw_θ, $\theta \in \{H, L\}$で表す。プリンシパルとエージェントはいずれも，契約に参加せずに外部効用を得る選択肢があるとする。

隠された情報(hidden information)の契約モデルで産出物が確率的である状況の先行研究では,「メニュー契約」を考察することがある。メニュー契約とは，プリンシパルが複数の賃金スケジュールを提示し，エージェントは自らの持つ私的情報に応じてそのうちの一つを選ぶというものである。しかし，本論文の考える状況では，エージェントは契約を書く際にはまだシグナルを観察していないので，シグナルに応じて賃金スケジュールを選ぶということはできない。従って，最終的な産出物のみに依存するような賃金契約を考えることで，一般性を失うことはない。

まとめると，プリンシパルとエージェントの間のやりとりは次のように進行する。

t=0：エージェントは，シグナルを受けとる（$\gamma=1$）か受け取らない（$\gamma=0$）かを決める。

t=1：プリンシパルとエージェントが契約$w=(w_H, w_L)$を結ぶか，または退出して外部効用を得ることを選ぶ。

t=2：エージェントが$t=0$で$\gamma=1$を選んだならば，シグナルを受け取る。

t=3：エージェントが努力水準$e=1$または$e=0$を選ぶ。

t=4：産出量$y \in \{y_H, y_L\}$が実現する。

t=5：プリンシパルからエージェントに賃金が支払われる。

プリンシパルはリスク中立的であると仮定する。産出物yを受け取り賃金wを支払った場合のプリンシパルの利得は

$$y-w$$

で与えられる。エージェントが努力水準eを選び，賃金wを受け取った場合，利得は

$$u(w)-\psi(e)$$

で与えられる。

一般性を失うことなく，賃金の尺度を基準化することにより，$\psi(1)=1$, $\psi(0)=0$, $u(0)=0$, $u(1)=1$が成立すると仮定する。以降の分析では，効用関数そのものよりも逆効用関数$v=u^{-1}$を考えることが便利である。逆効用関数vは二次関数であることを仮定する。上記の基準化により$u(0)=0$, $u(1)=1$であることを用いると，vは

$$v(u)=au^2+(1-a)u$$

と表現できる。ここで，$a \geq 0$ はエージェントのリスク回避度を表すパラメータである。$a=0$ の場合は，エージェントはリスク中立的である。a の値が高ければ高いほど，エージェントはよりリスク回避的である。

ここでの利得の定式化では，シグナルを受け取るためにはコストがかからないこと，またシグナルそのものが利得に直接的な影響を及ぼさないことが仮定されている。

逆効用関数を用いることにより，最適契約問題を，賃金スケジュールそのものを選ぶ問題ではなく，エージェントの賃金効用を選ぶ問題として表現することができる（例えば Grossman and Hart [1983] を参照)。産出物が y_H と y_L のときのエージェントの賃金効用を，それぞれ u_H と u_L で表す。そのような契約では，賃金は $w_H=v(u_H)$ と $w_L=v(u_L)$ で与えられる。このような Grossman and Hart のアプローチは，逆効用関数が増加関数である場合にのみうまく機能する。しかし，ここで用いている逆効用関数は，$a>0$ の場合には

$$u \geq -\frac{1-a}{2a}$$

のときにのみ増加関数となっている。この技術的問題を回避するため，有限責任条件 (limited liability condition) として

$$u_H,\ u_L \geq \underline{u}$$

を課す。ここで，$\underline{u}$ は，$\underline{u} \geq -\frac{1-a}{2a}$ を満たす定数である。この制約条件が成立するところでは逆効用関数は増加関数となるので，Grossman and Hart のアプローチを問題なく用いることができる。

通常のモラル・ハザードのモデルと同様に，努力水準は産出物に確率的に影響を及ぼす。ここでは，シグナルはこの確率的関係に関する追加的な情報であると考える。具体的には，次のようなモデルを考える。エージェントが努力水準 $e \in \{0, 1\}$ を選んだ場合には，産出物は確率 p_e で y_H となり，確率 $1-p_e$ で y_L となる。$t=0$ の時点では，p_0 の真の値はプリンシパルとエージェントの双方に知られている。反対に，両者とも p_1 の真の値は知らず，分布 $F(p_1)$ のみを知っている。契約が書かれるときには，この分布は共有知識となっている。分布 $F(p_1)$ は，密度 $f(p_1)$ を持つと仮定する。

$t=0$ 時点において $\gamma=1$ が選ばれた場合には，$t=2$ 時点においてエージェントのみが p_1 の真の値を知る。一方，$t=0$ 時点において $\gamma=0$ が選ばれた場合，エージェントは $t=2$ 時点において何ら追加的な情報を得ない。従ってこの場合には，$t=3$ において努力水準を選ぶ際，$e=1$ を選べば $\bar{p}_1$ の確率で産出量 y_H が実現すると信じることになる。ただし，ここで

$$\bar{p}_1 = \int_0^1 p_1 f(p_1)\, dp_1$$

である。

仮定1　$0 \le p_0 < \bar{p}_1 < 1$.

この仮定は，事前には高い産出量が実現する確率は $e=0$ の場合よりも $e=1$ の場合のほうが高いということを意味している。

ここでは，エージェントが完全な交渉力を持っていることを仮定する。すなわち，エージェントが契約を提案し，プリンシパルはそれを受諾するか拒否するかを決めるという状況を想定する。従って，最適契約問題は，以下の3つの制約のもとで，エージェントの事前の期待利得を最大化するという問題となる。制約の第一は，$t=3$ においてエージェントが望ましい努力水準を選ぶという条件 (incentive compatibility (IC) 条件)，第二は，プリンシパルの事前の期待利得は0を下回らないという条件 (individual rationality (IR) 条件) である。第三は，上述した有限責任条件 (limited liability (LL) 条件) である。U_{OUT} をエージェントの外部効用とする。もしIC条件とIR条件を満たしかつこの外部効用以上の利得を達成する契約が存在しなければ，エージェントは外部機会を選ぶことになる。

$t=1$ 時点で契約が書かれる際には，プリンシパル，エージェントとも $t=0$ で選ばれた γ の値を知っているため，情報の非対称性はない。最適契約は γ の値に依存する。$\gamma=0$ の場合には，契約問題は標準的なモラルハザードのモデルと同じになる。最適契約において $t=3$ に $e=1$ が選ばれるケースでは，最適契約は以下の問題の解となる。

$$\max_{u_H, u_L} \ \bar{p}_1 u_H + (1-\bar{p}_1) u_L - 1 \tag{1}$$

subject to

$$(\bar{p}_1 - p_0)(u_H - u_L) \ge 1 \tag{2}$$

$$\bar{p}_1 v(u_H) + (1-\bar{p}_1) v(u_L) \le \bar{p}_1 y_H + (1-\bar{p}_1) y_L \tag{3}$$

$$u_H,\ u_L \ge \underline{u} \tag{4}$$

ここで(2)はIC条件，(3)はIR条件，(4)はLL条件である。

$\gamma=1$ の場合には，最適契約ではエージェントの努力水準を $t=2$ において観察された p_1 の実現値に依存させることになる可能性がある。$u_H = u(w_H)$ と $u_L = u(w_L)$ で表現される契約が与えられたとき (ただしここで $u_H > u_L$)，エージェントが p_1 を観察した後に努力するインセンティブがあるのは，

$$(p_1 - p_0)(u_H - u_L) \ge 1$$

の場合，すなわち

$$p_1 \ge p_0 + \frac{1}{u_H - u_L}$$

の場合である。ある契約のもとでエージェントが努力するインセンティブを持つような p_1 の実現値のうちの最小のものを $\theta \in (p_0, 1]$ とする。どんな契約を用いても，$p_1 \le p_0$ のときにエ

ージェントに努力するインセンティブを与えることが不可能であることは，容易に確認できる。従って，最適契約がすくなくとも一つのp_1の実現値に対しては$e=1$を誘導する場合には，最適契約問題は以下のように表記できる。

$$\max_{u_H, u_L, \theta} \; Q(\theta)u_H+(1-Q(\theta))u_L-G(\theta) \tag{5}$$

subject to

$$(\theta-p_0)(u_H-u_L)=1 \tag{6}$$

$$Q(\theta)v(u_H)+(1-Q(\theta))v(u_L)\leq Q(\theta)y_H+(1-Q(\theta))y_L \tag{7}$$

$$u_H,\ u_L \geq \underline{u} \tag{8}$$

ただしここで

$$Q(\theta)=p_0+F(\theta)\int_{\theta}^{1}p_1 f(p_1)\,dp_1$$
$$G(\theta)=1-F(\theta)$$

である。ここで，$Q(\theta)$ は産出物がy_Hとなる事前の確率であり，$G(\theta)$ は$e=1$が選ばれる確率である。

ここまで考察した最大化問題は，最適契約において$e=1$が正の確率で選ばれるというような状況での最適契約問題を表現したものである。しかし，パラメータの値によっては，常に$e=0$を選ばせるような契約が最適になることもあり得る。エージェントがシグナルを受け取る場合でも受け取らない場合でも，そのような契約が最適になるならば，エージェントは固定賃金を受け取ることになる。そこではプリンシパルの IR 条件が等式で成立するので，固定賃金額は$w=p_0y_H+(1-p_0)y_L$となり，エージェントの期待利得は$u(w)$である。

3　二つの極端な例

一般的な分析を行う前に，この節では，本論文の結果の背後にあるロジックを端的に表す二つの極端な例を示す。第1節で述べたように，シグナルにはコストと便益がある。第一の例は，シグナルのコストが存在しないケースである。シグナルのコストは，リスク分配の非効率性から生ずるものである。この例では，エージェントがリスク中立的であると仮定されているので，リスク分配の問題がそもそも存在しない。一方で，努力水準を観察されたシグナルに依存させることが実際有益になるので，シグナルの便益は存在する。第二の例では，望ましい努力水準がシグナルに依存しないので，シグナルを受け取ることの便益がない。一方で，ここではリスク回避的なエージェントを考えるので，シグナルを受け取ることが実際にリスク分配面での非効率性を生じさせることになる。

3.1 リスク中立的なエージェント

エージェントがリスク中立的なケースを考えよう。$a=0$，すなわち $u(w)=w$ とし，$\underline{u}$ は十分に小さいとする。この場合，社会的総余剰はプリンシパルとエージェントの効用の和として計算できる。エージェントの努力水準が e で，産出物が y であれば，総余剰は $y-\psi(e)$ となる。社会的に効率的な最善の努力水準は，$(y_H-y_L)(p_1-p_0)\geq 1$ のとき，すなわち

$$p_1 \geq p_1^* \equiv p_0+\frac{1}{y_H-y_L}$$

のときにのみ $e=1$ を選ぶことである。いま，$0<p_1^*<1$ とし，$p_1>p_1^*$ と $p_1<p_1^*$ の事象はともに正の確率で起こるとする。従って，効率的な努力水準は，p_1 の実現値に依存する。$t=0$ において $\gamma=0$ が選ばれた場合には，$t=3$ における努力水準を p_1 に依存させることができないので，どのような契約が結ばれたとしても，最善を達成することはできない。

もし $t=0$ において $\gamma=1$ が選ばれたならば，IC 条件を満たしながら最善の努力水準を達成し，社会的余剰をすべてエージェントが受け取るような契約を書くことができる。これはいわゆる selling-the-firm 契約によって実現できる。ここでは，賃金体系は $w_H-w_L=y_H-y_L$ を満たし，IR 条件は等号で成立し，エージェントは $p_1\geq p_1^*$ のときに $e=1$ を選ぶ。

従って，$\gamma=1$ のときのほうが，より高い社会的総余剰が得られる。さらにエージェントが完全な交渉力を持っているので，プリンシパルの利得を 0 にしてエージェントが総余剰をすべて受け取ることができる。結論として，エージェントは $t=0$ において $\gamma=1$ が選ばれたときのほうがより高い期待利得を受け取ることができる。

3.2 状態に依存しない努力水準とリスク回避的なエージェント

エージェントがリスク回避的な場合，すなわち $a>0$ のケースを考えよう。単純化のため，$p_0=0$ とし，p_1 は $[\frac{1}{2}, 1]$ の上に一様分布しているとする。このとき，$\bar{p}_1=\frac{3}{4}$ となる。ここでは y_H-y_L が非常に大きいと仮定する。この値が十分に大きければ，$\gamma=0$ の場合の最適契約は $e=1$ を選ばせるような契約であり，また $\gamma=1$ の場合の最適契約はいかなる p_1 の実現値に対しても $e=1$ を選ばせることになる。いずれの場合でも，産出物が y_H となる事前の確率は $\frac{3}{4}$ であり，プリンシパルの期待利得は 0 であるので，エージェントの期待賃金は $\frac{3}{4}y_H+\frac{1}{4}y_L$ となる。

$\gamma=0$ と $\gamma=1$ のケースでは，等号で成り立つ IC 条件が異なる。$\gamma=0$ の場合には，エージェントは $e=1$ を選んだときの成功確率が $\bar{p}_1=\frac{3}{4}$ であると信じている状況で，努力するインセンティブを与えられなければならない。従って，等号で成り立つ IC 条件は

$$\frac{3}{4}(u_H-u_L)=1$$

であり，書き換えると，

$$u_H - u_L = \frac{4}{3}$$

となる。一方，$\gamma=1$ の場合には，$e=1$ を選んだときの成功確率が最も低い $\theta=\frac{1}{2}$ のときにも努力をするインセンティブが与えられなければならない。よって，等号で成り立つ IC 条件は

$$\frac{1}{2}(u_H - u_L) = 1$$

すなわち

$$u_H - u_L = 2$$

である。

従って，エージェントは $\gamma=0$ と $\gamma=1$ のケースで同じ期待賃金を受け取りながら，$\gamma=1$ のときのほうが賃金の差額が大きいためより大きなリスクに直面している。従って，期待効用は，$\gamma=0$ の場合のほうが高くなっている。

4 技術的準備

この論文の以下での分析の主な目標は，エージェントが情報を得るとき（$\gamma=1$）と得ないとき（$\gamma=0$）のエージェントの期待効用を比べることにある。ここでは，分析のために有用な二つの補題を示す。

補題 1 u_H と u_L が，ある $\rho>0$, $q\in[0, 1]$ と $\bar{w}$ に対し

$$\rho(u_H - u_L) = 1 \tag{9}$$

$$qv(u_H) + (1+q)v(u_L) = \overline{w} \tag{10}$$

を満たすとする。このとき，

$$qu_H + (1-q)u_L = u\left(w - a\cdot\frac{q(1-q)}{\rho^2}\right) \tag{11}$$

である。

パラメーター ρ, q と $\bar{w}$ に適当な値を入れると，等式(9)と(10)は，IC 条件と IR 条件の不等号を等号に変えたものに等しくなる。この補題は，これらの条件が等号で成り立つならば，エージェントの確実性等価は期待賃金からリスクプレミアムを引いたものとして表現できることを意味している。

証明：

$\bar{u}$ を，

$$\bar{u}=qu_H+(1-q)u_L$$

により定義する。(９)より，u_H と u_L は

$$u_H=\bar{u}+\frac{1-q}{\rho} \quad \text{and} \quad u_L=u-\frac{q}{\rho}$$

と表現できる。逆効用関数より，

$$v(u_H)=au_H^2+(1-a)u_H$$

$$v(u_L)=au_L^2+(1-a)u_L$$

が成立する。これらを(10)に代入すると，

$$\begin{aligned}\bar{w}&=qv(u_H)+(1-q)v(u_L)\\&=q\left(a\left(u^2+\frac{2\bar{u}(1-q)}{\rho}+\frac{(1-q)^2}{\rho^2}\right)+(1-a)\left(\bar{u}+\frac{1-q}{\rho}\right)\right)\\&\quad+(1-q)\left(a\left(\bar{u}^2-\frac{2\bar{u}q}{\rho}+\frac{q^2}{\rho^2}\right)+(1-a)\left(\bar{u}-\frac{q}{\rho}\right)\right)\\&=a\bar{u}^2+(1-a)\bar{u}+\frac{q(1-q)^2+(1-q)q^2}{\rho^2}\\&=v(\bar{u})+a\cdot\frac{q(1-q)}{\rho^2}\end{aligned}$$

を得る。これを変形すれば(11)を得る。 ∎

補題２　$a>0$，すなわちエージェントは厳密にリスク回避的であるとする。変数 $\rho>0$，$q\in[0,1]$ と $\bar{w}$ を固定し，次の最大化問題を考える。

$$\max_{u_H,u_L} qu_H+(1-q)u_L$$

subject to

$$\rho(u_H-u_L)=1 \text{ (or } \rho(u_H-u_L)\geq 1) \quad \text{(IC)}$$

$$qv(u_H)+(1-q)v(u_L)\leq\bar{w} \quad \text{(IR)}$$

$$u_H,\ u_L\geq\underline{u} \quad \text{(LL)}$$

もし，集合

$$\Omega=\{(u_H,u_L)\in\Re^2\mid \text{(IC)(IR)(LL) が成立}\}$$

が非空であれば，この最大化問題は解を持ち，(IC) と (IR) は等号で成立する。

証明：

Ω が $\Re^2$ 上のコンパクト集合であることが簡単に確認できる。また，目的関数は Ω において連続かつ有界である。よって，解は存在する。もし (u_H, u_L) がすべての制約をみたしかつ IC

が等号で成立していないならば，IR 条件の左辺の値を固定したまま u_L を増加させ u_H を減少させることによって，制約条件を満たしたまま目的関数を増加させることができる。もし (u_H, u_L) がすべての制約をみたしかつ IR が等号で成立していないならば，IC 条件の左辺の値を固定したまま u_L と u_H をともに増加させることによって，制約条件を満たしたまま目的関数を増加させることができる。よって，最適解では，IC と IR は等号で成立する。 ∎

ここからは，Grossman and Hart [1983] に似たアプローチにより，問題を解いてゆく。実現した各シグナルに対して努力水準を割り当てるルールを「行動計画」と呼ぼう。まず，行動計画を固定して，次の補助的問題を解く。すなわち，固定された行動計画が誘引整合的となる契約の中で，エージェントの期待利得が最大になるものを求める。次に，エージェントの期待利得が最大になるような行動計画を求める。変数を適当に選ぶことにより，補助的問題は補題 2 の最大化問題の形で表現できる。補題 2 は，もしある行動計画が誘引整合的となる契約があるならば，補助的問題の解では IC 条件と IR 条件は等号で成り立つことを意味している。

補題 1 と補題 2 をあわせると，次の結果を得ることができる。

補題 3　補題 2 における最大化問題で，もし Ω が非空であれば，解は

$$\max_{u_H, u_L} qu_H+(1-q)u_L=u\left(\overline{w}-a\cdot\frac{q(1-q)}{\rho^2}\right)$$

をみたす。

5　分　　析

ここでは，エージェントがシグナルを受け取らない $(\gamma=0)$ 場合には最適契約では $e=1$ が選ばれる場合を考える。(1)から(4)で表される最適契約問題に補題 3 をあてはめると，最適解におけるエージェントの期待効用は

$$U^0\equiv u\left(\overline{p}_1 y_H+(1-\overline{p}_1)y_L-a\cdot\frac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{(\overline{p}_1-p_0)^2}\right)-1 \tag{12}$$

で表される。補題 2 により IC 条件は等号で成り立つので，最適契約は

$$u_H=u\left(\overline{y}-a\cdot\frac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{(\overline{p}_1-p_0)^2}\right)+\frac{1-\overline{p}_1}{\overline{p}_1-p_0}$$

$$u_L=u\left(\overline{y}-a\cdot\frac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{(\overline{p}_1-p_0)^2}\right)+\frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_1-p_0}$$

を満たす。ただしここで $\overline{y}=\overline{p}_1y_H+(1-\overline{p}_1)y_L$ である。LL 条件が成立しなければならないの

で，$u_L \geq \underline{u}$, すなわち

$$u\left(\bar{y}-a\cdot\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{(\bar{p}_1-p_0)^2}\right)+\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_1-p_0}\geq u \tag{13}$$

が成立する必要がある。逆に言うと，もし(13)が満たされるならば，$e=1$ は実現可能でありそのときエージェントの期待効用は(12)により与えられる。また，エージェントの期待効用が外部効用よりも低くならないこと，すなわち，

$$U^0=u\left(\bar{y}-a\cdot\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{(\bar{p}_1-p_0)^2}\right)-1\geq U_{OUT} \tag{14}$$

も要求される。以上の準備のもとで，結果を述べることができる。

命題1 分布 $F(p_1)$ とパラメータの値 p_0, $a>0$, $\underline{u}$ と U_{OUT} を固定する。$y_H=\bar{y}+(1-\bar{p}_1)\Delta$ と $y_L=\bar{y}-\bar{p}_1\Delta$ が成り立つとする（これにより $\bar{y}=\bar{p}_1y_H+(1-\bar{p}_1)y_L$ と $y_H-y_L=\Delta$ が成り立つ）。(13)が成立しまた(14)が強い不等号で成立するような任意の $\bar{y}$ に対し，ある $\Delta^*>0$ が存在し，$\Delta>\Delta^*$ となるすべての Δ について，次が成り立つ。

1. $\gamma=0$ であれば，最適契約では $e=1$ が選ばれる。
2. エージェントの期待効用は $\gamma=0$ のときのほうが $\gamma=1$ の場合より高い。

証明：

補論Aを参照。

この命題は，分布 $F(p_1)$ とパラメータ p_0, $a>0$, $\underline{u}$, U_{OUT} の値を固定したとき，シグナルを得ないほうがエージェントの期待効用が厳密に高くなるような (y_H, y_L) の組み合わせを見つけることができることを意味している。そのような組み合わせでは，Δ，すなわち y_H と y_L の差が十分に大きくなっている。直感的に言うと，Δ が大きくなると，シグナルを受け取らないことによる損失が少なくなっている。シグナルを受け取らない場合には，常に $e=1$ を選ぶことになるので，最善では $e=0$ を選んだほうが良いような小さな p_1 の実現値に対して行動選択上の最善からのずれが生じている。しかし，Δ が大きくなればなるほど，より小さな p_1 の値に対しても $e=1$ を選ぶことが最善でも望ましくなるので，このずれが小さくなるのである。

6 結　　論

本論文では，モラルハザードモデルでエージェントが努力水準を選ぶ前に追加的な情報を得ることができる状況を分析した。単純なモデルを分析することにより，情報を得ることがリスク配分の効率性を阻害しうるため，情報を得るコストがかからないとしても，情報を得ないことを選択したほうが良くなりうることが示された。

A 命題1の証明

第一の主張を示すために，$e=0$ を達成する契約のうち，エージェントの期待効用を最大化するような契約を考えてみよう。もしそのような契約が存在するならば，エージェントは固定賃金を受け取り，その賃金は期待産出物に等しくなることが容易に確認できる。すなわち，エージェントの固定賃金は

$$w_L=w_H=p_0y_H+(1-p_0)y_L=\bar{y}-(\bar{p}_1-p_0)\Delta$$

で与えられる。Δ が十分に大きいときには，このような契約はLL条件を満たさなくなるので，$e=0$ は契約によって達成することはできない。

続いて第二の主張を示そう。$\gamma=1$ の場合において，各 $\theta\in(p_0,1]$ について次の問題を考えよう。

$$\max_{u_H,u_L} Q(\theta)u_H+(1-Q(\theta))u_L-G(\theta)$$

subject to

$$(\theta-p_0)(u_H-u_L)=1 \qquad \text{(IC)}$$

$$Q(\theta)v(u_H)+(1-Q(\theta))v(u_L)\leq Q(\theta)y_H+(1-Q(\theta))y_L \qquad \text{(IR)}$$

$$u_H,u_L\geq \underline{u} \qquad \text{(LL)}$$

この問題は，$p_1\geq\theta$ のときにのみエージェントに $e=1$ を選ばせるという条件のもとで，エージェントの期待効用を最大化する問題である。補題3をこの問題に適応すると，そのような行動計画が実現可能であれば，この問題の解は次を満たすことになる。

$$\begin{aligned}&\max_{u_H,u_L} Q(\theta)u_H+(1-Q(\theta))u_L-G(\theta)\\&=u\left(Q(\theta)y_H+(1-Q(\theta))y_L-a\cdot\frac{Q(\theta)(1-Q(\theta))}{(\theta-p_0)^2}\right)-G(\theta)\\&=u\left(\bar{y}-(\bar{p}_1-Q(\theta))\Delta-a\cdot\frac{Q(\theta)(1-Q(\theta))}{(\theta-p_0)^2}\right)-G(\theta)\end{aligned}$$

ここで，

$$\tilde{u}(x)\equiv\begin{cases}u(x) & \text{if } x\geq v(\underline{u})\\ \underline{u}-(v(\underline{u})-x) & \text{if } x\leq v(\underline{u})\end{cases}$$

また，

$$V^I(\theta,\Delta)=\tilde{u}\left(\bar{y}-(\bar{p}_1-Q(\theta))\Delta-a\cdot\frac{Q(\theta)(1-Q(\theta))}{(\theta-p_0)^2}\right)-G(\theta)$$

とする。この $V^I(\theta,\Delta)$ の定義により，もし $p_1\geq\theta$ のときのみに $e=1$ を選ばせるような契約が書けるならば，そのような契約でエージェントが得ることのできる期待効用は最大でも $V^I(\theta,\Delta)$ である。命題の主張を証明には，Δ が十分に大きいときには，すべての $\theta\in(p_0,1]$ に対して $V^I(\theta,\Delta)<U^0$ が成り立つことを示せば十分である。

2つのケースにわけてこれを示そう。$\bar{\theta}$ を，$F(p_1)=0$ が成り立つ最大の p_1 の値とする。

ケース1：$\underline{\theta}\leq p_0$

$\theta\in(p_0,1]$ の各値に対して，$\delta(\theta)$ を，

$$v^I(\theta,\Delta)=U^0$$

が成り立つ Δ の値とする。

すべての $\theta\in(p_0, 1]$ に対してそのような値が存在することは，容易に確認できる。また，$\theta\in(p_0, 1]$ において $\delta(\theta)$ は θ に関して連続であり，また

$$\lim_{\theta\downarrow p_0}\delta(\theta)=-\infty$$

が成り立つ。従って，最大値 $\max_\theta\delta(\theta)$ が存在する。もし $\Delta>\max_\theta\delta(\theta)$ なら，すべての $\theta\in(p_0, 1]$ に対して $V^I(\theta, \Delta)<U^0$ が成り立つ。

ケース2：$\underline{\theta}>p_0$

$\bar{p}_1$ と $\underline{\theta}$ の定義により，$\underline{\theta}<\bar{p}_1$ である。これより，すべての $\theta\in(p_0, \underline{\theta}]$ に対して $V^I(\theta, \Delta)<U^0$ となることが容易に示される。$\theta\in(\underline{\theta}, 1]$ の各値に対して，$\delta(\theta)$ を

$$v^I(\theta, \Delta)=U^0$$

が成り立つ Δ の値とする。すべての $\theta\in(\underline{\theta}, 1]$ に対してそのような値が存在することは容易に確認できる。また，$\theta\in(p_0, 1]$ において $\delta(\theta)$ は θ に関して連続であり，また

$$\lim_{\theta\downarrow\underline{\theta}}\delta(\theta)=-\infty$$

が成り立つ。従って，最大値 $\max_\theta$ が存在する。もし $\Delta>\max_\theta\delta(\theta)$ なら，すべての $\theta\in(p_0, 1]$ に対して $V^I(\theta, \Delta)<U^0$ が成り立つ。 ∎

参考文献

Bergemann, D., and J. Välimäki (2002) "Information Acquisition and Efficient Mechanism Design." *Econometrica*. 70. 1007-1033.

Carrillo, J., and T. Mariotti (2000) "Strategic Ignorance as a Self-Disciplining Device." *Review of Economic Studies*. 66. 529-544.

Crèmer, J. (1995) "Arm's Length Relationships." *Quarterly Journal of Economics*. 110. 275-295.

Crèmer, J., and F. Khalil (1992) "Gathering Information before Signing a Contract." *American Economic Review*. 82. 566-578.

Crèmer, J., and F. Khalil (1994) "Gathering Information before the Contract Is Offered: The Case with Two States of Nature." *European Economic Review*. 38. 675-682.

Crèmer, J., F. Khalil, and J.-C. Rochet (1998a) "Contracts and Productive Information Gathering." *Games and Economic Behavior*. 25. 174-193.

Crèmer, J., F. Khalil, and J.-C. Rochet (1998b) "Strategic Information Gathering before a Contract Is Offered." *Journal of Economic Theory*. 81. 163-200.

Grossman, S., and O. Hart (1983) "An Analysis of the Principal-Agent Problem." *Econometrica*. 51. 7-45.

Hirshleifer, J. (1971) "The Private and Social Value of Information and the Reward to Incentive Activity." *American Economic Review*. 61. 561-574.

Kim, S. K. (1995) "Efficiency of an Information System in an Agency Model." *Econometrica*. 63. 89-102.

Lewis, T., and D. Sappington (1993a) "Choosing Workers' Qualifications: No Experience Necessary?" *International Economic Review*. 34. 479-502.

Lewis, T., and D. Sappington (1993b) "Ignorance in Agency Problems." *Journal of Economic Theory.* 61. 169-183.

Lewis, T., and D. Sappington (1997) "Information Management in Incentive Problems." *Journal of Political Economy.* 105. 796-821.

Obara, I. (2004) "The Full Surplus Extraction Theorem with Hidden Actions." mimeo. UCLA.

Strotz, R. H. (1956) "Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximisation." *Review of Economic Studies.* 23. 166-180.

Tirole, J. (1986) "Hierarchies and Bureaucracies: On the Role of Collusion in Organizations." *Journal of Law. Economics. and Organization.* 2. 181-214.