不確実性と投資 : 異時点間の代替性の役割

中村，保

(Citation)
国民経済雑誌,194(2):53-63

(Issue Date)
2006-08

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00056092

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00056092

不確実性と投資：異時点間の代替性の役割

中　村　　　保*

1次同次生産関数をもつ完全競争企業を仮定した確率的動学モデルにおいては，価格や賃金の不確実性の増大は，企業が危険中立的であれば投資を増加させるが，企業が危険回避的であれば投資を減少させることもありうる。しかし，危険回避的な企業については，資本の減耗率の上昇が投資を増加させる場合があるなど，投資関数がいくつかの望ましくない性質をもつことが指摘されている。本稿では，非期待効用最大化モデルを用いて，異時点間の代替性を危険回避と区別することによって，これらの望ましくない性質が取り除かれることを示す。また，(1)(相対的) 危険回避度は企業の期待収益率に直接影響を与えること，(2)異時点間の代替の弾力性は企業の異時点間の選択行動を通して投資と不確実性の間の関係に影響を及ぼすこと，を明らかにする。

キーワード　非期待効用モデル，投資，異時点間の代替の弾力性，相対的危険回避度

1　は　じ　め　に

Hartman (1972) の先駆的な研究以降，不確実性下の投資関数について多くの理論的研究がなされてきた。Hartman は，離散時間モデルを用いて1次同次の生産関数をもった危険中立的な競争企業を分析し，生産物価格や賃金に関する不確実性の増大（平均保存的分散の拡大：mean-preserving spread）が起きると投資が増加することを示した。Abel (1983) は Hartman のこの結論が連続時間モデルでも成り立つことを確認している。この一見すると逆説的な結論は，資本の限界価値生産物が確率変数（生産物価格及び賃金）の凸関数になっていること，そしてそのことのみに依存している。しかし，実証研究は，投資と不確実性との関係について，正の相関関係よりもむしろ負の相関関係があることを指摘しているものが多い。[1)]

理論と現実（実証結果）のギャップを埋めるためには，上に述べた凸性を逆転させるような凹性，何らかの非対称性，あるいはその両方をモデルに導入する必要がある。投資の不可逆性を考慮することは非対称性をモデルに組み込む自然な方法の一つである。Pindyck (1988) に代表される投資の不可逆性を考慮したモデルにおいては，不確実性の増大が最適な

投資率を減少させうることが示されている。この投資の不可逆性という非対称性は，厳密な意味での投資の不可逆性からだけではなく，設備の廃棄費用がその導入費用に比して非常に大きいという投資の調整費用の非対称性からも生じうる[2)]。しかし，Caballero (1991) が指摘しているように，調整費用の非対称性だけでは投資と不確実性との負の相関関係という結論を導き出すことはできない。不可逆性あるいは資本の導入費用と廃棄費用の間の非対称性に加えて，資本の限界価値生産物が資本ストックの（減少）関数になっているという条件が必要である。1次同次の生産関数をもった競争企業の場合，資本の限界価値生産物は資本ストックの関数ではない。つまり，1次同次の生産関数をもった競争企業を想定する限り，投資の不可逆性が重要な役割を演じる余地はなく，Hartman と Abel の結論がそのまま成り立つのである。

資本の限界価値生産物関数の確率変数に関する凸性を逆転させる直接的な方法として企業の危険回避的行動を導入することが考えられる。危険回避的な企業の場合，企業のキャッシュ・フローは依然として確率変数（生産物価格及び賃金）の凸関数であるが，期待効用はそのキャッシュ・フローの凹関数になる。つまり，目的関数が確率変数の凸関数（利潤関数）の凹関数（効用関数）になる。Nakamura (1999) が示しているように，危険回避度が十分に大きければ，関数の凸性に基づいた議論が逆転しうる。しかし，そこで導出された投資関数は，(1)非常に危険回避的な企業は危険中立的な企業と同じような投資行動をとる，(2)資本減耗率が上昇すると投資も増加する，といった望ましくない性質をもっている。

最近，Saltari and Ticchi (2005) が異時点間の代替性と危険回避度を区別することによって上述のような望ましくない性質を取り除くことができることを指摘している。彼らは確率変数が i.i.d に従うと仮定した離散時間モデルを用いてこの可能性を示している。しかし，Kreps-Porteus タイプの非期待効用モデルを用いて明示的に投資関数を導出してはいない。これに対して本稿では，確率変数が幾何ブラウン運動に従うと仮定した連続時間の枠組みに非期待効用モデルを導入して明示的に投資関数を導出し，彼らの主張が成り立つことを確認する。

本稿の構成は以下の通りである。まず，第2節でモデルを提示し投資関数を導出する。ついで，第3節で異時点間の代替性が不確実性下の投資において果たす役割について分析する。そして，最後に第4節で若干の結論を述べる。

2 モ デ ル

労働 $L(t)$ と資本 $K(t)$ を用いて，以下のようなコブ－ダグラス型生産関数にしたがって生産を行っている競争企業を考えよう。

$$Y(t)=L(t)^{\alpha}K(t)^{1-\alpha},\quad \text{ただし}\quad 0<\alpha<1. \tag{1}$$

企業は毎期労働投入量を完全に調整できると仮定する。名目賃金率 w で労働を雇用できると想定すると，利潤関数は以下のようになる。

$$hp(t)^{1/(1-\alpha)}K(t)\equiv\max_{L(t)}\{p(t)L(t)^{\alpha}K(t)^{1-\alpha}-wL(t)\},\tag{2}$$

ただし，$h\equiv(1-\alpha)(\alpha/w)^{\alpha/(1-\alpha)}$ は正の定数，$p(t)$ は生産物価格である。$p(t)$ は以下の確率微分方程式にしたがって変動すると仮定する。

$$dp(t)/p(t)=\sigma dz(t),\tag{3}$$

ただし，σ は正の定数，$dz(t)$ は，平均 $E[dz(t)]=0$，分散 $V[dz(t)]=1$ である標準ウィナー過程 $z(t)$ の確率微分 $z(t+dt)-z(t)$ である。

$I(t)$ を投資，$p_I(t)$ を投資財価格とすると，企業の各期のキャッシュ・フロー $\pi(t)$ は以下のようになる。

$$\pi(t)=hp(t)^{1/(1-\alpha)}K(t)-p_I(t)I(t).\tag{4}$$

投資財価格 $p_I(t)$ は，既存設備の収益性，すなわち資本の限界収益 $hp(t)^{1/(1-\alpha)}$ に密接に関連していると考えることができる。ここでは分析の容易さを重視して，ややきつい仮定ではあるが，投資財価格と資本の限界収益の間には時間を通じて一定の比例的関係があると仮定しよう。

$$p_I(t)/hp(t)^{1/(1-\alpha)}=q \text{ or } p_I(t)=qhp(t)^{1/(1-\alpha)}.\tag{5}$$

ただし，q は正の定数である。この仮定は投資財価格 $p_I(t)$ が生産物価格 $p(t)$ の非線形の関数になっていることを意味する。しかし，ここでは生産物価格はトレンドをもっていないと仮定しているので，特に価格の不確実性（σ）がそれほど大きくない場合，(5)の仮定はそれほどきついものではない。[3]

企業はまた以下の資本蓄積に関する制約にも従わなければならない。

$$dK(t)=\{I(t)-\delta K(t)\}dt,\tag{6}$$

ただし，δ は資本の物的減耗率である。

企業が直面する動学的制約を一つの式に集約するために，$W(t)=hp(t)^{1/(1-\alpha)}K(t)$ と定義しよう。この $W(t)$ はその時点の収益性 $hp(t)^{1/(1-\alpha)}$ で評価した資本ストック $K(t)$ の価値である。[4] この式に伊藤の補題を適用すると，

$$dW=\frac{\partial W}{\partial K}dK+\frac{\partial W}{\partial p}dp+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial K^2}(dK)^2+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial p^2}(dp)^2+\frac{\partial^2 W}{\partial K\partial P}(dK)(dp).\tag{7}$$

を得る。[5] (3)式，(4)式，(5)式及び(6)式を(7)式に代入し，$(dt)^2=(dt)(dz)=0$ と $(dz)^2=dt$ を考慮すると次の式が得られる。

$$dW=r_W Wdt+\sigma_W Wdz-(\pi/q)dt,\tag{8}$$

ただし，$r_W=[\alpha\sigma^2/2(1-\alpha)^2]+q^{-1}-\delta$，$\sigma_W=\sigma/(1-\alpha)$ であり，これらはともに時間を通じて一定である。(8)式から明らかなように，r_W は「危険」資産 $W(t)$ の期待収益率，σ_W^2 は

その瞬間的分散を表している。

異時点間の代替性と危険回避を区別するために，本稿では非期待効用 (non-expected utility) 最大化モデルを用いる。時点 t における異時点間の目的関数 $V(t)$ は以下のような再帰式を用いて表すことができると仮定しよう。[6]

$$f([1-\gamma]\,V(t))=\left(\frac{1-\gamma}{1-1/\varepsilon}\right)\pi(t)^{1-1/\varepsilon}h+e^{-\rho h}f([1-\gamma]E_tV(t+h)). \qquad (9)$$

また，$f(x)$ は以下の式で与えられる。

$$f(x)=\left(\frac{1-\gamma}{1-1/\varepsilon}\right)x^{(1-1/\varepsilon)/(1-\gamma)}. \qquad (10)$$

(9)式において，h は経済的意思決定のための単位時間，E_t は時点 t で利用可能な情報に基づいた条件付き期待値，そして $\rho>0$ は主観的割引率である。パラメータ $\gamma>0$ は相対的危険回避度を示し，パラメータ $\varepsilon>0$ は異時点間の代替の弾力性を示している。[7] $\gamma=1/\varepsilon$ である場合，$f(x)=x$ となり，ここでの定式化は標準的な期待効用最大化モデルと全く同じになり，危険回避度の影響と異時点間の代替性の影響を別々に分析することは出来なくなる。[8]

実行可能なキャッシュ・フローの割引現在価値の最大値を $J(W(t))$ で表すと，この価値関数 $J(W(t))$ は状態変数の評価時点での値 $W(t)$ だけに依存する。(9)式の $V(t)$ の最大化問題に伊藤の補題を適用すると，以下のような確率版のベルマン方程式が得られる。

$$\begin{aligned}0=\max_{\pi}\{&[(1-\gamma)/(1-1/\varepsilon)]\pi^{1-1/\varepsilon}-\rho f([1-\gamma]J(W))\\&+(1-\lambda)f'([1-\lambda]J(W))[J'(W)(r_wW-\pi/q)+(1/2)J''(W)\sigma_W^2W^2]\}.\end{aligned} \qquad (11)$$

π に関する1階の条件より

$$\pi^{-1/\varepsilon}-f'([1-\gamma]J(W))J'(W)/q=0. \qquad (12)$$

を得る。

(9)式で与えられた目的関数の形から，価値関数 $J(W)$ が以下の式で与えられると推測できる。

$$J(W)=(aW)^{1-\gamma}/(1-\gamma). \qquad (13)$$

ただし，a 正の未定係数である。(13)式を考慮すると(12)式は以下のようになる。

$$\pi=\mu W. \qquad (14)$$

ただし，$\mu\equiv a^{1-\varepsilon}q^{\varepsilon}$ である。(14)式を(11)式に代入すると，未定係数 a を求めることができる。すなわち，

$$a=\{\varepsilon\,[\rho-(1-1/\varepsilon)(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)]\}^{1/(1-\varepsilon)}q, \qquad (15)$$

であり，μ の定義より

$$\mu=\varepsilon\,\{\rho-(1-1/\varepsilon)(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)\}q, \qquad (16)$$

である。ただし，$r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ は危険資産 W の「危険で調整された」収益率である。

(4)式，(5)式，(14)式と(16)式より以下の式が求まる。

$$I(t)=\frac{hp(t)^{1/(1-\alpha)}K(t)-\pi(t)}{p_I(t)}=\left[\frac{1}{q}-\varepsilon\left\{\rho-\left(1\ \frac{1}{\varepsilon}\right)\left(r_W-\frac{\gamma\sigma_W^2}{2}\right)\right\}\right]K(t). \tag{17}$$

最後に，r_W と σ_W の定義を(17)式に代入すると，以下の投資関数が得られる。

$$I(t)=\varepsilon\left[\frac{1}{q}-\left\{\rho-\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)\left(\frac{(\alpha-\gamma)\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}-\delta\right)\right\}\right]K(t). \tag{18}$$

(17)及び(18)の両式における $1/q$ が $hp(t)^{1/(1-\alpha)}/p_I(t)$ に対応していることに注意すると，(18)式から以下のような関係が導かれる。

$$hp(t)^{1/(1-\alpha)}\gtreqless\left\{\rho-\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)\left(\frac{(\alpha-\gamma)\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}-\delta\right)\right\}p_I(t)\quad\Leftrightarrow\quad I(t)\gtreqless 0. \tag{19}$$

$\left\{\rho-\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)\left(\frac{(\alpha-\gamma)\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}-\delta\right)\right\}$ が「危険で調整された」実効割引率であることに注意すれば，上記の関係は，投資関数が，資本の限界収入生産物 $hp(t)^{1/(1-\alpha)}$ が資本の使用者費用 $\left\{\rho-\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)\times\left(\frac{(\alpha-\gamma)\sigma^2}{2(1-\alpha)^2}-\delta\right)\right\}p_I(t)$ より大きい場合は企業は投資財を購入し，逆の場合は資本財を売却する，という望ましい性質をもつことを示している。

3　異時点間の代替性の役割

(18)式より

$$\frac{\partial I(t)}{\partial\delta}=-\varepsilon\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)K(t)<0 \tag{20a}$$

となり，資本減耗率 δ の上昇は必ず投資を減少させることが分かる。これは予想される結論である。ところが，もし異時点間の代替の弾力性 $1/\varepsilon$ と危険回避度 γ を区別できない Nakamura (1999) のような期待効用最大化モデルの場合，$\gamma=1/\varepsilon$ であるので，(20)式は

$$\frac{\partial I(t)}{\partial\delta}=(1/\gamma)(\gamma-1)K(t) \tag{20b}$$

となる。それゆえ，資本減耗率 δ と投資 $I(t)$ の関係は以下のようになる。

$$sign\,(dI(t)/d\delta)=sign\,(\gamma-1). \tag{21}$$

もし異時点間の代替性と危険回避を区別しなければ，企業が非常に危険回避的な場合，つまり $\gamma>1$ の場合，資本減耗率 δ の上昇が投資を増加させるという経済学的にはおかしな結論を導いてしまう。

不確実性が投資に与える影響を分析する場合も異時点間の代替の弾力性 $1/\varepsilon$ と危険回避度 γ を区別することは重要である。(18)式から以下のような関係が導かれる。

$$sign\,(dI(t)/d\sigma)=sign\,((1-1/\varepsilon)(\alpha-\gamma))=sign\,((\varepsilon-1)(\alpha-\gamma)). \tag{22}$$

投資と不確実性との関係は，ε と γ の両方に依存するが，危険回避度 γ は危険で調整された収益率 $r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ を通して，異時点間の代替の弾力性 ε は現在と将来のキャッシュフローの間の選択を通して，それぞれ投資と不確実性の間の関係に影響を及ぼす。この点を明確にするために簡単な 2 期間のモデルを用いて考えてみよう。

2 期間のキャッシュ・フロー：π_1 と π_2 から効用 $u(\pi_1,\ \pi_2)$ を得る企業を考えよう。各期の予算制約式：$W_1-\pi_1=I$ と $\{1+(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)\}I=\pi_2$，あるいはこの 2 式から導かれる異時点間の予算制約式：$\pi_1+\pi_2/\{1+(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)\}=W_1$，及び初期資産 W_1 を制約として，この企業は自らの効用を最大化するように π_1 と π_2，それゆえ投資 I を決定する。$\sigma_W=\sigma/(1-\alpha)$ であるので，不確実性 σ の上昇は，$\alpha>\gamma$ である場合は危険で調整された収益率 $r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ を上昇させるが，$\alpha<\gamma$ である場合は低下させる。すなわち，

$$sign\,(d\,(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)/d\sigma)=sign\,(\alpha-\gamma), \tag{23}$$

である。ここでは，$\alpha<\gamma$ である場合，つまり不確実性の増大によって危険で調整された収益率 $r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ が低下する場合を考えて，異時点間の代替性が果たす役割について考えてみよう。

図 1　不確実性の増大の影響：$\varepsilon>1$ の場合

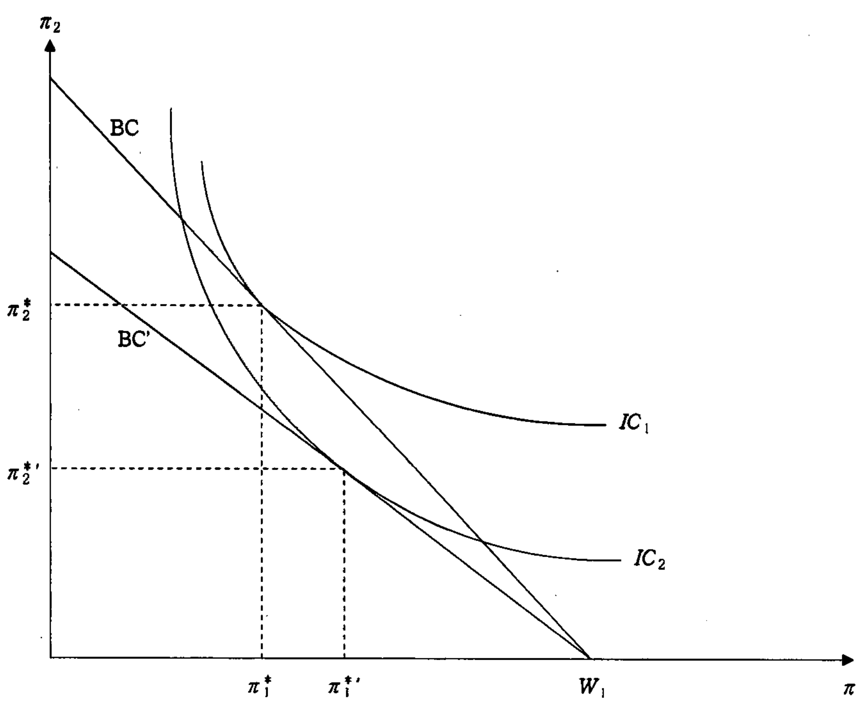
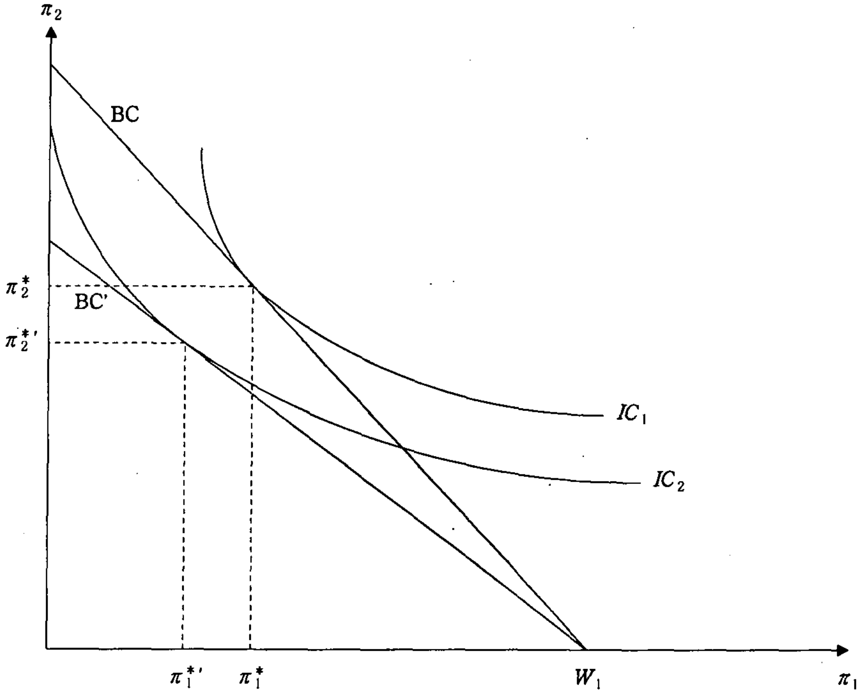


図 1 には $\varepsilon>1$ の場合の不確実性の増大が投資に与える効果が示されている。不確実性が増大する前は，予算制約線 BC と無差別曲線 IC_1 が接する点で企業は最適な選択を達成して

いる。$\alpha<\gamma$ を前提にしているので，不確実性の増大によって予算制約線 BC は内側にシフトし，新しい主体均衡は，新しい予算制約線 BC′ と無差別曲線 IC_2 が接する点に移動する。企業はより低い収益率に直面するために，所得効果によって π_1 と π_2 の両方が小さくなる[9)]。しかし同時に，$r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ の低下は π_2 の「価格」の上昇を意味するので，代替効果によって π_1 は増加するが π_2 は減少する。代替効果が所得効果を上回れば，予算制約線が内側にシフトした場合でも，図 1 に示されているように，π_1 は増加し，投資 $I(=W_1-\pi_1)$ は減少する。$\alpha<\gamma$ であれば，異時点間の代替の弾力性が大きい場合（$\varepsilon>1$ である場合），Nakamura (1999) で示されているように，投資と不確実性の間には負の相関関係が現れる。しかし，この負の相関関係が常に成り立つとは限らない。

図 2　不確実性の増大の影響：$\varepsilon<1$ の場合



もし所得効果が代替効果より大きければ，図 2 に示されてるように，π_1 と π_2 の両方が減少する。それゆえ，$\alpha<\gamma$ であっても，異時点間の代替の弾力性が小さければ（$\varepsilon<1$ であれば），不確実性の増大が投資を増加させる。このことから異時点間の代替性が投資と不確実性の間の関係に重要な役割を果たすことがはっきりと分かる。

本稿での連続形モデルにおいては，ε が異時点間の代替の弾力性を表しているので，危険で調整された収益率 $r_W-\gamma\sigma_W^2/2$ の低下は，(16)式から明らかなように，$\varepsilon>1$ である場合は資産に対する現在のキャッシュフローの比率 $\mu=\pi/W$ は上昇するが，$\varepsilon<1$ である場合は低

下する。すなわち，

$$sign(d\mu/d(r_W-\gamma\sigma_W^2/2))=sign(1-\varepsilon), \tag{24}$$

である。また，

$$\frac{d\mu}{d\sigma}=\frac{d\mu}{d(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)}\cdot\frac{d(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)}{d\sigma} \tag{25a}$$

より，

$$sign\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right)=sign\left(\frac{d\mu}{d(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)}\right)\cdot sign\left(\frac{d(r_W-\gamma\sigma_W^2/2)}{d\sigma}\right) \tag{25b}$$

である。(23)式と(24)式を(25b)式に代入すると，

$$sign(d\mu/d\sigma)=sign(1-\varepsilon)\cdot sign(\alpha-\gamma)=sign((1-\varepsilon)(\alpha-\gamma)) \tag{26}$$

を得る。$I(t)=(1-\mu)W(t)$ であるので，$dI(t)/d\sigma$ と $d\mu/d\sigma$ は異なる符号をもつ。それゆえ，(26)式は(22)式と本質的に同じものである。

Nakamura (1999) では，危険回避度と異時点間の代替の弾力性を区別せず，1つのパラメーター $\gamma(=1/\varepsilon)$ で表されていたので，(26)式は以下のようになる。

$$sign(dI(t)/d\sigma)=sign((1-\gamma)(\alpha-\gamma)) \tag{27}$$

上述の式は一見すると，非常に危険回避的な企業（$\gamma>1>\alpha$）も危険中立的な企業（$\gamma=0$）も不確実性が増大すると投資を増加させるということを示していると解釈できる。それゆえ，もし異時点間の代替性と危険回避を区別できなければ，上記の関係から，我々は両企業の不確実性下の投資行動は同じであると推論するかもしれない。そして，危険回避的ではあるがその程度が小さい企業，すなわち $0<\gamma<1$ であるような企業においてのみ，不確実性と投資の間に負の相関関係が現れると結論付けるかもしれない。しかし，先に述べたように，このような推論は異時点間の代替性と危険回避を区別しなかったために生じた誤りである。投資と不確実性の関係を分析する際には，危険回避だけではなく，異時点間の代替性が非常に重要な役割を果たすのである。

4 結　　語

本稿では連続時間の動学モデルを用いて，規模に関して収穫一定の生産技術をもつ競争企業の不確実性下の投資決定を分析した。非期待効用モデルを用いて，企業の危険回避度だけではなく異時点間の代替性も，投資と不確実性との相関関係を決定する上で重要な役割を果たすことを示した。もし企業の危険回避度が大きければ，投資と不確実性の間に負の相関関係が現れうる。しかし，それは異時点間の代替の弾力性が大きい場合だけである。もし異時点間の代替の弾力性が小さければ，危険回避的な企業においても，投資と不確実性の間に正の相関関係が現れる。

本稿では企業行動における異時点間の代替性を強調したが，企業の意思決定の際の異時点間の代替性というのはやや分かり難い概念である。ここでの異時点間の代替性は企業の所有者の資産選択行動における時間を通じた代替性と考えるのが自然であろう。それゆえ，危険回避的な消費者と危険中立的な企業が資本市場を通じて互いに影響しあうと想定したマクロ動学モデルを構築し，分析するのがより適当である。この点は今後の課題としたい。

注

＊本稿作成にあたり，足立英之先生，片山誠一先生，Davide Ticchi 教授より貴重なご助言を頂いた。また，本稿に関連する研究を神戸大学，ブリティッシュ・コロンビア大学（カナダ），中京大学でのセミナーで報告した際，多くの方々から有益なコメントを頂いた。心から感謝したい。ただし，本稿に含まれる誤りはすべて筆者個人の責任に帰すべきものである。本研究は科学研究費補助金・基盤研究（課題番号15530122）の成果の一部である。ここに記して謝意を表したい。

1) 例えば，Calgagnini and Saltari (2001), Ferderer (1993), Guiso and Parigi (1999), Leahy and Whited (1996), Price (1996) 等を参照。Carruth, Dickerson and Henley (2000) は不確実性下の投資関数についての最近の研究を理論と実証の両面において簡潔に纏めている。

2) 厳密な意味での不可逆性は，設備の廃棄費用が無限大であると仮定した非対称的な調整費用関数の特殊ケースと考えることができる。

3) 言い換えれば，σがそれほど大きくなれば，生産物価格と投資財価格という二つの価格の関係はほとんど線形になる。

4) 資本ストック $K(t)$ をその時点での収益性 $hp(t)^{1/(1-\alpha)}$ で評価した新たな変数を導入しても分析上何の問題も生じない。最適解を特徴付けるためには，後で明らかになるように，資本ストック水準は重要ではなく，その期待収益率と分散のみが重要である。

5) これ以後，混乱が生じない限り，時間を示す記号は省略する。

6) 再帰的効用（recursive utility）に関する詳細な説明については Duffie and Epstein (1992) を参照。

7) これらのパラメータが非期待効用モデルにおいて果たす役割に関する詳細な議論については，Kreps and Porteus (1978, 1979), Epstein and Zin (1989, 1991), Weil (1989), Obstfeld (1994a, 1994b) 等を参照。

8) 本稿では意思決定のための単位時間 h が無限にゼロに近づいた時の企業行動を分析する。$\gamma=1/\varepsilon$である場合，(8)式で $h\to 0$ の極限をとれば，目的関数 $V(t)$ は Nakamura (1999) で定義された目的関数，$V(t)=E_t\left\{(1-\gamma)^{-1}\int_t^{\infty}\pi(s)^{1-\gamma}e^{-\rho(s-t)}ds\right\}$ と同じになる。

9) もちろんここでは π_1 と π_2 の両方とも正常財であると仮定している。

参考文献

Abel, Andrew B., (1983), "Optimal investment under uncertainty," *American Economic Review* 73, 229-33.

Caballero, Ricardo J., (1991), "On the sign of the investment-uncertainty relationship," *American Economic Review* 81, 279-88.

Calgagnini, Giorgio and Saltari, Enrico, (2001), "Investment and uncertainty: is there a potential role of a common European policy?" *Economics Letters* 72, 61-65.

Carruth, Alan, Dickerson, Andy, and Henley, Andrew, (2000), "What do we know about investment under uncertainty?" *Journal of Economics Surveys* 14, 119-153.

Duffie, Darrell and Epstein, Larry G., (1992), "Stochastic differential utility," *Econometrica* 60, 353-394.

Epstein, Larry G. and Zin, Stanley E., (1989), "Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: a theoretical framework," *Econometrica* 57, 937-969.

Epstein, Larry G. and Zin, Stanley E., (1991), "Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: an empirical analysis," *Journal of Political Economy* 99, 263-286.

Ferderer J. Peter, (1993), "The impact of uncertainty on aggregate investment spending: an empirical analysis," *Journal of Money, Credit, and Banking* 25, 30-48.

Guiso, Luigi and Parigi, Giuseppe, (1999), "Investment and demand uncertainty," *Quarterly Journal of Economics* 114, 185-227.

Hartman, Richard, (1972), "The effects of price and cost uncertainty on investment," *Journal of Economic Theory* 5, 258-66.

Kreps, David M. and Porteus, Evan L., (1978), "Temporal resolution of uncertainty and dynamic choice theory," *Econometrica* 46, 185-200.

Kreps, David M. and Porteus, Evan L., (1979), "Dynamic choice theory and dynamic programming," *Econometrica* 47, 91-100.

Leahy, John V. and Whited, Toni M., (1996), "The effect of uncertainty on investment: Some stylized facts," *Journal of Money, Credit, and Banking* 28, 64-83.

Nakamura, Tamotsu, (1999), "Risk-aversion and the investment-uncertainty relationship: a note," *Journal of Economic Behavior and Organization* 38(3), 357-363.

Nakamura, Tamotsu, (2005), "Risk-aversion and the investment-uncertainty relationship: a reply," *Journal of Economic Behavior and Organization* 56(1), 127.

Obstfeld, Maurice, (1994a), "Evaluating risky consumption paths: the role of inter temporal substitutability," *European Economic Review* 38, 1471-1486.

Obstfeld, Maurice, (1994b), "Risk-taking, global diversification, and growth," *American Economic Review* 84, 1310-1329.

Pindyck, Robert S., (1988), "Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm," *American Economic Review* 78, 969-85.

Price, Simon, (1996), "Aggregate uncertainty, investment and asymmetric adjustment in the UK manufacturing sector," *Applied Economics* 28, 1369-1379.

Saltari, Enrico and Ticchi, Davide, (2005), "Risk-aversion and the investment-uncertainty relationship: a comment," *Journal of Economic Behavior and Organization* 56(1), 121-125.

Weil, Philippe, (1989), "The equity puzzle and the risk-free puzzle," *Journal of Monetary Economics* 24, 401-421.