Self-Relevant メカニズムによる遂行 : 2人の個人の場合における応用

畳谷，整克

(Citation)
国民経済雑誌,194(4):91-105

(Issue Date)
2006-10

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00056108

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00056108

Self-Relevant メカニズムによる遂行：2人の個人の場合における応用

畳　谷　整　克

Tatamitani (2001, *Journal of Mathematical Economics* 35, 427-444) は self-relevant メカニズムによる遂行問題を分析した。self-relevant メカニズムでは，各個人は，選好のプロファイルではなく，自分自身の選好の表明を要求される。本論文では，2人の個人の場合に焦点を当て，純粋交換経済での配分問題と単峰的な選好の下での割当問題における self-relevant メカニズムによる遂行問題について分析する。

キーワード　遂行，情報分権化，Self-Relevancy

1　イントロダクション

社会に存在する人々の選好や価値基準に基づいて，正しい社会的意思決定を行うためには，各個人の選好など私的情報を集約しなければならない。私的情報を収集する最も直接的な方法は，各個人に自分の持っている情報を表明させることであろう。このとき注意すべきことは，社会的意思決定については，一般的に社会の個人の間で利害が対立するということである。そのような状況の下では，各個人は提供が求められている私的情報を正直に表明しようとはせず，自分に有利な社会的意思決定を導こうと，表明する情報を操作するインセンティブを持つ可能性がある。したがって，正しい私的情報に基づいた社会的意思決定を行うためには，少なくともその意思決定のために必要な私的情報の部分について，個人に正直に表明しようとするインセンティブを与える制度（メカニズム）の設計を行わなければならない。上述の問題を解決するために，個人のインセンティブを考慮しながら，社会的意思決定を行うための分権的制度を設計するのが，遂行理論の目的である。

Tatamitani (2001) は self-relevant メカニズムによる遂行可能性（implementability）の特徴づけを行った。self-relevant メカニズムでは，社会に存在する各個人はある選択肢とともに，自分自身の選好の表明を要求される。この点は，遂行理論の文献で用いられてきたメカニズムの多くにおいて，各個人に他の個人の選好を含めた選好のプロファイルの表明を要求していたことと大きく異なる。なぜなら，このようなメカニズムでは経済全体に関する情

報の表明を各個人に要求していることになり，一方 self-relevant メカニズムでは自分に関係する（self-relevant）情報の表明だけを各個人に要請しているからである。

また，Tatamitani (2002) は，3人以上の個人が存在する社会において，純粋交換経済での配分問題，単峰的な選好の下での割当問題，そしてマッチング問題において，よく知られた社会選択対応の self-relevant メカニズムによる遂行可能性について分析を行った。これに続いて，本稿では，2人の場合に焦点を当て，純粋交換経済での配分問題と単峰的な選好の下での割当問題において，self-relevant メカニズムによる遂行可能性について議論したい。

2　2人の場合での Self-Relevant メカニズムによる遂行

この節では，まず最初に基本モデルを提示し，次に Tatamitani (2001) で与えられた2人の個人が存在する社会における self-relevant メカニズムによる遂行に関する特徴づけ定理を述べる。

いま，A を実現可能な選択肢の集合とし，$\#A \geq 2$ とする。2人の個人，個人1と個人2，が存在する。2人の個人からなる集合を I で表す。各個人 $i \in I$ は A 上で選好関係を持ち，それを R_i で表し，それは完備性と推移性を満たすとする。$\mathfrak{R}_i$ で個人 i が持ち得る選好関係の集合を表し，$\mathfrak{R}_i \neq \emptyset$ とする。所与の $i \in I$, $R_i \in \mathfrak{R}_i$ と $a \in A$ に対して，$L(a, R_i) = \{b \in A \mid aR_ib\}$ を個人 i の a での R_i についての**下方等位集合**（lower contour set）という。2人の個人の選好関係の組 $R = (R_1, R_2) \in \mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 \times \mathfrak{R}_2$ は**選好プロファイル**と呼ばれる。

社会選択対応（以下では SCC と略す）とは，各 $R \in \mathfrak{R}$ に対して A の非空な集合 $F(R)$ を割り当てる対応 $F: \mathfrak{R} \twoheadrightarrow A$ のことである。所与の SCC F に対して，選択肢 a が選好プロファイル R で F-**最適**であるとは，$a \in F(R)$ のときである。

メカニズム $\Gamma = (S, g)$ は**戦略集合** $S = \times_{i \in I} S_i$, ここで S_i は**個人 i の戦略集合**である，と各戦略プロファイル $s = (s_1, s_2) \in S$ に対して $g(s) \in A$ を割り当てる**帰結関数** $g : S \to A$ から構成される。任意の戦略プロファイル $s \in S$ と任意の個人 $i(\neq j)$ に対して，$g(S_i, s_j) = \{a \in A \mid$ ある $s'_i \in S_i$ に対して $a = g(s'_i, s_j)\}$ を**個人 i の s での達成可能集合**と呼ぶ。

メカニズム $\Gamma = (S, g)$ と選好プロファイル $R \in \mathfrak{R}$ の組 (Γ, R) は標準形**ゲーム**となる。このとき，ある戦略プロファイル s がゲーム (Γ, R) の（純粋戦略）**ナッシュ均衡**であるというのは，すべての個人 $i, j \in I (i \neq j)$ に対して，$g(S_i, s_j) \subseteq L(g(s), R_i)$ であるときである。いま，$N^{\Gamma}(R)$ をゲーム (Γ, R) でのナッシュ均衡の集合，$N^{\Gamma}_A(R) = \{a \in A \mid$ ある $s \in N^{\Gamma}(R)$ に対して $a = g(s)\}$ をゲーム (Γ, R) でのナッシュ均衡選択肢の集合とする。メカニズム $\Gamma = (S, g)$ が**ナッシュ均衡において SCC F を完全に遂行する**，あるいは簡潔に **F を遂行する**，というのは，すべての $R \in \mathfrak{R}$ に対して，$F(R) = N^{\Gamma}_A(R)$ となるときである。

Maskin (1999) は次の2つの条件によって遂行可能な SCC を特徴づけた。SCC F が**単調**

性を満たすというのは，任意の$R, R^* \in \Re$と任意の$a \in F(R)$に対して，すべての$i \in I$に対して$L(a, R_i) \subseteq L(a, R_i^*)$ならば，$a \in F(R^*)$となるときである。SCC Fが**非拒否権**を満たすというのは，任意の$a \in A$，任意の$R \in \Re$と任意の$i \in I$に対して，すべての個人$j \neq i$に対して$L(a, R_j) = A$ならば，$a \in F(R)$となるときである。彼は単調性が遂行可能性の必要条件であることを示し，さらに，もし社会に3人以上の個人が存在するならば，単調性と非拒否権が遂行の十分条件であることを示した。さらに，Moore and Repullo (1990) は，社会に3人以上の個人が存在する場合に，遂行可能性を完全に特徴づけた。また，彼らと Dutta and Sen (1991) は独立に，個人が2人の場合に，遂行可能性の必要十分条件を与えた。

上記の文献において用いられたメカニズムでは，各個人は，選択肢とともに，自分自身の選好のみならず，他の個人の選好をも表明することを要求されていた。しかしながら，メカニズムに関する情報分権化の観点からは，各個人は自分自身についての情報だけを表明することが望ましいはずである。実現問題 (realization problem) において，Hurwicz (1960) はこのような性質を情報分権化されたメカニズムが持つべき条件の1つとして考え，それを**self-relevancy** と呼んだ。

Tatamitani (2001) は self-relevancy の概念を遂行問題へ導入した。Tatamitani (2001) は self-relevant メカニズムとして，各個人に，選択肢とある整数とともに，自分自身の選好のみの表明を要求するメカニズムを考えた。以下，Tatamitani (2001) が与えた self-relevant メカニズムによる遂行可能性についての特徴づけ定理を紹介しよう。まず最初に，self-relevant メカニズムを定義しよう。

定義1　2人の個人からなる社会において，メカニズム$\Gamma = (S, g)$が，**self-relevant** であるとは，任意の$i \in I$に対して，$S_i = \Re_i \times A \times \{0, 1, 2\}$であるときである。

遂行理論の文献でよく見られるように，self-relevant メカニズムにおいて，表明される整数は望ましくない均衡を排除するために用いられる。表明される整数は，他の個人の選好についての情報を戦略に埋め込むために使用できる可能性がある。この可能性を排除するために我々は，真の選好プロファイルとその下でのF-最適な選択肢の表明が均衡を形成するという正則条件をメカニズムに課す。Dutta *et al.* (1995) はこのような条件を**真実の表明による遂行 (truthful implementation)** と呼んだ。この正則条件を組み入れながら，self-relevant メカニズムによる遂行を以下のように定義する。

定義2　2人の個人からなる社会において，SCC Fが **self-relevant メカニズムによって遂行される**とは，次の条件 (i) と (ii) を満たす self-relevant メカニズム$\Gamma = (S, g)$が存在する

ときである：

(i)　ΓがFを遂行する；

(ii)　任意の$R\in\Re$と任意の$a\in F(R)$に対して，もしすべての$i\in I$に対して$s_i=(R_i, a, 0)$ならば，$s\in N^{\Gamma}(R)$であり，$g(s)=a$である。

Tatamitani (2001) は，以下で定義される条件$\lambda 2$を導入して，self-relevant メカニズムによる遂行可能性を特徴づけた。$i\neq j$である任意の$i,j\in I$と，任意の$(R_j, a^j)\in\Re_j\times A$に対して，$F_i^{-1}(R_j, a^j)=\{R_i\in\Re_i \mid a^j\in F(R_i, R_j)\}$，$\Lambda_i^F(R_j, a^j)=\cap_{R_i\in F_i^{-1}(R_j, a^j)}L(a^j, R_i)$とする。また，所与の$(R_1, R_2, a^1, a^2)\in\Re_1\times\Re_2\times A\times A$に対して，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)=\{i\in I\mid j\neq i$に対して，$F_i^{-1}(R_j, a^j)\neq\emptyset\}$と定義する。

定義 3　SCC Fが条件$\lambda 2$を満たすとは，集合$B\subseteq A$が存在し，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)\in\Re_1\times\Re_2\times A\times A$に対して，集合のプロファイル$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)}$（但し，$j\neq i$）が存在して，すべての$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対して$a^j\in C_i(R_j, a^j)\subseteq\Lambda_i^F(R_j, a^j)\cap B$となり，さらに以下の条件 (i)-(iv) が満たされるときである：

(i)　$a^1=a^2=a\in F(R_1, R_2)$であるとき，任意の$R^*\in\Re$に対して，すべての$i\in I$に対して$C_i(R_j, a)\subseteq L(a, R_i^*)$ならば，$a\in F(R^*)$である[1]；

(ii)　任意の$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$と任意の$R^*\in\Re$に対して，もし$b\in C_i(R_j, a^j)\subseteq L(b, R_i^*)$であり，かつ$j\neq i$に対して$B\subseteq L(b, R_j^*)$であれば，$b\in F(R^*)$である；

(iii)　任意の$R^*\in\Re$に対して，もしすべての$k\in I$に対して$c\in B\subseteq L(c, R_k^*)$であれば，$c\in F(R^*)$である；

(iv)　もし$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)=I$であれば，以下の(1)と(2)を満たす選択肢$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in A$が存在する：

(1)　$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in C_1(R_2, a^2)$であり，かつ$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in C_2(R_1, a^1)$である；

(2)　任意の$R^*\in\Re$に対して，もし$C_1(R_2, a^2)\subseteq L(p(R_1, R_2, a^1, a^2), R_1^*)$であり，$C_2(R_1, a^1)\subseteq L(p(R_1, R_2, a^1, a^2), R_2^*)$であれば，$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in F(R^*)$である[2]。

上述の条件$\lambda 2$(i)-$\lambda 2$(iii) は，3人以上の個人が存在する社会においての self-relevant メカニズムによる遂行のための必要十分条件である条件λの条件λ(i)-λ(iii) とそれぞれ同一である。条件λと条件$\lambda 2$に関する詳細については，Tatamitani (2001) を参照されたい。条件$\lambda 2$(iv) は，2人の個人のいずれもが，真実を表明している均衡からの逸脱者である可能性

があるとき，2人の個人を同時に処罰することができる選択肢（**処罰選択肢**）の存在を要求している。条件 λ(iv) とは異なり，条件 $\lambda2$(iv) が，$a^1=a^2$ の場合とともに，$a^1 \neq a^2$ の場合にも処罰選択肢の存在を要求している点に注意が必要である。

Tatamitani (2001) は，2人の個人からなる社会において，条件 $\lambda2$ が，SCC F が self-relevant メカニズムによって遂行されるための必要十分条件であることを示した。

定理1　2人の個人からなる社会において，SCC F が self-relevant メカニズムによって遂行可能であることと，F が条件 $\lambda2$ を満たすことは，同値である。

3　アルゴリズム

条件 $\lambda2$ を少し眺めただけでは，ある SCC が条件 $\lambda2$ を満たすかどうかを調べることは，容易でないと思われるかもしれない。実は，メカニズムにいかなる制約も設けない場合の遂行可能性に対する必要十分条件もまったく同一の特質を持つ。この問題を扱うために Sjöström (1990) は，メカニズムにいかなる制約も設けない場合に，ある SCC が遂行可能性の必要十分条件を満たすかどうかを調べるためのアルゴリズムを提案した。彼のアプローチに従い，Tatamitani (2002) は，ある SCC が条件 λ を満たすかどうかを調べるためのアルゴリズムを提示した。ここでは，2人の個人からなる社会において，self-relevant メカニズムによる遂行可能性を調べるためのアルゴリズムを提示する。

self-relevant メカニズムによる遂行可能性を調べる上での困難は，条件 $\lambda2$(i)-$\lambda2$(iv) を満たすような選択肢の**ある集合**の存在を，条件 $\lambda2$ が要求している点にある。つまり，どのように選択肢の集合を取れば，条件 $\lambda2$ を満たすようにできるのかが不明確なのである。この問題に対処するために，条件 $\lambda2$ と同値であり，かつ選択肢の**特定の集合**がある性質を満たすことを要求する条件，条件 $\dot{L}2$，を導入する。

定義4　A の部分集合で条件 $\lambda2$(iii) を満たす選択肢の集合 B すべての和集合を B^* とする。

補題1　条件 $\lambda2$(iii) は，$B=B^*$ とするとき満たされる。

定義5　$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) \neq \emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) と，任意の $i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$\Lambda_i^F(R_j, a^j) \cap B^*$ の部分集合であり，$B=B^*$ としたとき条件 $\lambda2$(ii) を満たす選択肢の集合 $C_i(R_j, a^j)$ $(i \neq j)$ すべての和集合を $C_i^*(R_j, a^j)$ とする。

補題 2 条件 $\lambda 2$(ii) は，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対して $(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ とするとき満たされる。

補題 1 と補題 2 の証明は，3 人以上の個人が存在する社会を考えた Tatamitani (2002) の補題 1 と補題 2 の証明とそれぞれ同様である。

定義 6 SCC F が条件 $L2$ を満たすとは，以下の (i) と (ii) が満たされることである：

(i) $D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) と，任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$a^j\in C_i^*(R_j, a^j)$ である；

(ii) $D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対して $(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに，条件 $\lambda 2$(i) と条件 $\lambda 2$(iv) が満たされる。[3)]

命題 1 条件 $L2$ と条件 $\lambda 2$ は同値である。

証明. まず最初に，条件 $\lambda 2$ が条件 $L2$ を意味することを示す。SCC F が条件 $\lambda 2$ を満たすとする。ここで，条件 $\lambda 2$ で与えられている集合 B と，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対しての集合のプロファイル $(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ を考える。このとき，$B\subseteq B^*$ であるから，例え B を B^* に置き換えたとしても，条件 $\lambda 2$(ii) は満たされる。よって，定義 5 から，任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$C_i(R_j, a^j)\subseteq \Lambda_i^F(R_j, a^j)\cap B$ であるから，$C_i(R_j, a^j)\subseteq C_i^*(R_j, a^j)$ である。したがって，任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$a^j\in C_i(R_j, a^j)$ であるから，$a^j\in C_i^*(R_j, a^j)$ となる。次に条件 $\lambda 2$(i) が，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに，満たされることを示す。いま，$a\in F(R)$ であり，任意の $i\in I$ に対して $C_i^*(R_j, a)\subseteq L(a, R_i^*)$ であるとする。このとき，任意の $i\in I$ に対して，$C_i(R_j, a)\subseteq L(a, R_i^*)$ である。よって，($C_i(R_j, a)$ に対する) 条件 $\lambda 2$(i) によって，$a\in F(R^*)$ となる。次に，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに，条件 $\lambda 2$(iv) が満たされることを示す。いま，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)=I$ とし，$p(R_1, R_2, a^1, a^2)$ は条件 $\lambda 2$(iv) で与えられた選択肢であるとしよう。このとき，任意の $i\in I$ に対して $C_i(R_j, a^j)\subseteq C_i^*(R_j, a^j)$ であるから，$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in C_1^*(R_2, a^2)\cap C_2^*(R_1, a^1)$ となる。さらに，任意の $i\in I$ に対して $C_i^*(R_j, a^j)\subseteq L(p(R_1, R_2, a^1, a^2), R_i^*)$ とする。このとき，任意の $i\in I$ に対して $C_i(R_j, a^j)\subseteq L(p(R_1, R_2, a^1, a^2), R_i^*)$ である。したがって，($C_i(R_j, a^j)$ に対する) 条件 $\lambda 2$(iv) により，$p(R_1, R_2, a^1, a^2)\in F(R^*)$ となる。以上より，F は条件 $L2$ を満たす。

次に，条件 $L2$ が条件 $\lambda 2$ を意味することを示す。いま，SCC F が条件 $L2$ を満たすとする。

ここで，条件$\lambda 2$の各条件において，$B=B^*$として，さらに$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$と任意の$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対して，$C_i(R_j, a^j)=C_i^*(R_j, a^j)$とする。このとき，条件$L2$の定義，および補題１と補題２により，条件$\lambda 2$は満たされる。■

以下では，上述の同値定理を用いて，所与のSCCが条件$L2$を満たすか否かを調べる際に有用なアルゴリズムを提示する。つまり，定義４で与えられた集合B^*と，定義５で与えられた$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対する集合のプロファイル$(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)}$を構築するアルゴリズムを考える。

まず最初に，B^*を見つけるアルゴリズムを提示しよう。いま，SCC Fを固定する。$B^1=A$とおく。そして，B^k（kは正の整数）が定義されているとき，$B^{k+1}=\{c\in B^k \mid$ 任意の$R^*\in\Re$に対して，もし任意の$j\in I$に対して$B^k\subseteq L(c, R_j^*)$ならば，$c\in F(R^*)\}$と定義する。そして，$B^\infty=\bigcap_{k=1}^{\infty}B^k$と定義する。

命題２　もしある正の整数kが存在して，$B^k=B^{k+1}=\cdots=B^\infty$であるならば，$B^*=B^\infty$となる。

命題２の証明は，Tatamitani (2002) の補題３と命題２の証明と同様であるので，そちらを参考にされたい。次に，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対して，集合のプロファイル$(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)}(j\neq i)$を構築するアルゴリズムを提示する。$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$と任意の$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$をとる。いま，$C_i^1(R_j, a^j)=\Lambda_i^F(R_j, a^j)\cap B^*$とおく。そして，$C_i^k(R_j, a^j)$が定義されているとき，$C_i^{k+1}(R_j, a^j)=\{b\in C_i^k(R_j, a^j) \mid$ 任意の$R^*\in\Re$に対して，もし$C_i^k(R_j, a^j)\subseteq L(b, R_i^*)$であり，$B^*\subseteq L(b, R_j^*)$ならば，$b\in F(R^*)\}$と定義する。そして，$C_i^\infty(R_j, a^j)=\bigcap_{k=1}^{\infty}C_i^k(R_j, a^j)$と定義する。

命題３　$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$と任意の$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対して，もしある正の整数$k$が存在して，$C_i^k(R_j, a^j)=C_i^{k+1}(R_j, a^j)=\cdots=C_i^\infty(R_j, a^j)$であるならば，$C_i^*(R_j, a^j)=C_i^\infty(R_j, a^j)$となる。

命題３の証明は，Tatamitani (2002) の補題４と命題３の証明と同様である。命題１，２，３によって，所与のSCCの self-relevant メカニズムによる遂行可能性を調べるためには，我々は以下の手続きに従えばよいことになる；ステップ１：所与のSCCに対して，上述のアルゴリズムを適用して，B^*および$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$に

対して $(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ を構築する；ステップ2：これらの集合に対して，そのSCCが条件 $L2$ を満たすか否かを調べる。

以下では，上述のアルゴリズムを用いて，純粋交換経済での資源配分問題や単峰性を満たす選好の下での割り当て問題において，self-relevant メカニズムによる遂行可能性を調べる。そして，その結果とメカニズムにいかなる制約も設けない場合の結果を比較する。

4 純粋交換経済における配分問題への応用

この節では，2人の個人からなる純粋交換経済において，self-relevant メカニズムによる遂行可能性について考える。Sjöström (1990) によって分析されたメカニズムにいかなる制約も課さない場合の遂行可能性と比較するために，彼が仮定したように，ここでは財の無償処分性を仮定する。

まず最初に，純粋交換経済のモデルを説明する。$\ell(\ell\geq 2)$ 種類の分割可能な財が存在する。$A=\{a\in\mathbf{R}_+^{2\ell}|a_1+a_2\leq\Omega\}$ は実現可能な配分の集合である。ここで，$a=(a_1, a_2)$ であり，$a_i\in\mathbf{R}_+^\ell$ は個人 i の消費ベクトルであり，$\Omega\in\mathbf{R}_{++}^\ell$ は総初期保有量である。ここで，無償処分性が仮定されていることに注意されたい。各個人 i が初期保有を持つ場合には，それを $\omega_i\in\mathbf{R}_+^\ell\backslash\{0\}$ で表し，$\omega_1+\omega_2=\Omega$ とする。ここで，任意の $i\in I$ と任意の $R_i\in\mathfrak{R}_i$ に対して，R_i は，強い単調性：任意の $a, b\in\mathbf{R}_+^{2\ell}$ に対して，$a_i\geq b_i$ かつ $a_i\neq b_i$ ならば，aP_ib；凸性；連続性；および非外部性：任意の a, b, c, $d\in A$ に対して，もし aR_ib, $c_i=a_i$, かつ $d_i=b_i$ ならば，cR_id；を満たすとする。したがって，記号の濫用になるが，aR_ib を $a_iR_ib_i$ と表現する。いま，$\Delta=\left\{p\in\mathbf{R}_+^\ell|p=(p^1,\dots,p^\ell)\text{ かつ }\sum_{k=1}^{\ell}p^k=1\right\}$ とする。

以下の良く知られた単調な SCCs について，分析を試みることにしよう。

個人合理的な対応 (*Individually Rational Correspondence*)，Ir：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，
$Ir(R)=\{a\in A\,|$ 任意の $i\in I$ に対して，$a_iR_i\omega_i\}$。

無羨望な対応 (*No-Envy Correspondence*)，N (Tinbergen, 1953; Foley, 1967)：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$N(R)=\{a\in A\,|$ 任意の $i, j\in I$ に対して，$a_iR_ia_j\}$。

パレート対応 (*Pareto Correspondence*)，P：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$P(R)=\{a\in A\,|\,R$ で a がパレート効率的である，つまり，任意の $i\in I$ に対して $b_iR_ia_i$ であり，ある $j\in I$ に対して $b_jP_ja_j$ となる $b\in A$ が存在しない$\}$。

個人合理的でかつ効率的な対応 (*Individually Rational and Efficient Correspondence*)，IrP：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$IrP(R)=Ir(R)\cap P(R)$。

無羨望かつ効率的な対応 (*No-Envy and Efficient Correspondence*)，NP (Schmeidler and Yaari, 1971)：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$NP(R)=N(R)\cap P(R)$。

制約されたワルラシアン対応 (*Constrained Walrasian Correspondence*)，W_c (Hurwicz *et al.*,

1995)：任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$W_c(R)=\{a\in A\mid$ ある $p\in\Delta$ が存在して，任意の $i\in I$ に対して，$p\cdot a_i=p\cdot\omega_i$ であり，任意の $b\in A$ に対して，もし $p\cdot b_i\leq p\cdot\omega_i$ ならば，$a_iR_ib_i$ となる$\}$。

SCC F が，任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$F(R)\subseteq P(R)$ であるとき，F はパレート効率的であるという。Sjöström (1990) は，メカニズム・デザイナーがいかなるメカニズムでも使えるとき，SCC F が遂行可能であることの必要十分条件は，F が単調性と次の境界条件を満たすことであることを明らかにした。

定義 7　SCC F が境界条件を満たすとは，$F(\mathfrak{R})\cap\{a\in A|a_1=0\}\neq\emptyset$ であり $F(\mathfrak{R})\cap\{a\in A|a_2=0\}\neq\emptyset$ ならば，任意の $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$(0,0)\in F(R)$ であるときである。ここで，$F(\mathfrak{R})=\{a\in A\mid$ ある $R\in\mathfrak{R}$ に対して，$a\in F(R)\}$ である。

我々は以下のように，self-relevant メカニズムによる遂行において，Sjöström の結果の対応物を示すことができる。

命題 4　SCC F が self-relevant メカニズムで遂行可能であることの必要十分条件は，F が $D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対して $(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(\Lambda_i^F(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときの条件 $\lambda 2$(i)，および境界条件を満たすことである。

証明. この命題を証明するために，定理1と命題1によって，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対して $(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(\Lambda_i^F(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときの条件 $\lambda 2$(i) と境界条件のペアが，条件 $L2$ と同値であることを以下で示す。

まず最初に，上で提示したアルゴリズムを用いて，任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$C_i^*(R_j, a^j)\ (j\neq i)$ を構築する。$i=1$ とする。問題にしている経済環境では，任意の SCC F は満場一致性 (unanimity) を満たすので，$B^*=A$ となる。よって，$C_1^1(R_2,a^2)=\Lambda_1^F(R_2,a^2)$ となる。次に，$C_1^2(R_2,a^2)$ を考える。これに際して，$A\subseteq L(b, R_2^*)$ と $b_2=\Omega$ が同値であり，また $C_1^1(R_2,a^2)=\Lambda_1^F(R_2,a^2)\subseteq L((0,\Omega), R_1^*)$ と $a_1^2=0$ が同値であることに注意する。よって，もし $a_1^2=0$ であり，ある $R^*\in\mathfrak{R}$ が存在して，$(0,\Omega)\notin F(R^*)$ であれば，$C_1^2(R_2,a^2)=\Lambda_1^F(R_2,a^2)\setminus\{(0,\Omega)\}$ となり，そうでない場合には $C_1^2(R_2,a^2)=\Lambda_1^F(R_2,a^2)$ となる。さらに，$C_1^2(R_2,a^2)\subseteq L((0,\Omega), R_1^*)$ と $\Lambda_1^F(R_2,a^2)\subseteq L((0,\Omega), R_1^*)$ が同値であることから，$C_1^2(R_2,a^2)=C_1^3(R_2,a^2)=C_1^*(R_2,a^2)$ となる。また，個人2についても，同様の結果を得る。

二番目に，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(\Lambda_i^F(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに条件 $\lambda 2$(i) が満たされるならば，任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して $a^j\in C_i^*(R_j, a^j)$ となることを示す。まず $a^j\in\Lambda_i^F(R_j, a^j)=C_i^1(R_j, a^j)$ であることに注意する。いま，$L(a^j,R_j^*)=A$

であり，$C_i^1(R_j, a^j)=\Lambda_i^F(R_j, a^j)\subseteq L(a^j, R_i^*)$ であると仮定する。$i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ であるから，$F_i^{-1}(R_j, a^j)\neq\emptyset$ である，つまりある $R_i'\in\Re_i$ が存在して，$a^j\in F(R_i', R_j)$ となる。このとき，$F_j^{-1}(R_i', a^j)\neq\emptyset$ である。よって，$\Lambda_j^F(R_i', a^j)$ が定義され，$\Lambda_j^F(R_i', a^j)\subseteq L(a^j, R_j^*)$ となる。このとき，条件 $\lambda 2$(i) より，$a^j\in F(R^*)$ となる。よって，$a^j\in C_i^2(R_j, a^j)=C_i^*(R_j, a^j)$ である。

三番目に，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに条件 $\lambda 2$(i) が満たされることと，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(\Lambda_i^F(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに条件 $\lambda 2$(i) が満たされることが同値であることを示す。いま，$a^1=a^2=a=(a_1, a_2)\in F(R)$ とする。もし $a_1=0$ であり，ある $R^*\in\Re$ が存在して $(0, \Omega)\notin F(R^*)$ であるならば，$(0, \Omega)\in L(a, R_1^*)$ であることから，$C_1^*(R_2, a)=\Lambda_1^F(R_2, a)\setminus\{(0, \Omega)\}\subseteq L(a, R_1^*)$ と $\Lambda_1^F(R_2, a)\subseteq L(a, R_1^*)$ は同値である。そうでない場合は，同値であることは明らかである。個人2についても，同様の結果を得る。

最後に，条件 $\lambda 2$(iv) と境界条件が同値であることを示す。いま，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに，条件 $\lambda 2$(iv) が満たされるとする。ある (R, a) と (R', a') が存在して，$a=(a_1, a_2)\in F(R)$，$a'=(a_1', a_2')\in F(R')$，$a_1=a_2'=0$ と仮定する。このとき，$D^2(R_1', R_2, a', a)=\{1, 2\}$ である。ここで，$C_1^*(R_2, a)\subseteq\Lambda_1^F(R_2, a)\subseteq L(a, R_1)$ であり，$C_2^*(R_1', a')\subseteq\Lambda_2^F(R_1', a')\subseteq L(a', R_2')$ であることより，$C_1^*(R_2, a)\cap C_2^*(R_1', a')=\{(0, 0)\}$ となる。よって，$(0, 0)$ は条件 $\lambda 2$(iv) で与えられている処罰配分 $p(R_1', R_2, a', a)$ でなければならない。ここで，任意の $R^*\in\Re$ に対して，$C_1^*(R_2, a)\subseteq L(a, R_1)=L((0, 0), R_1^*)$ であり，$C_2^*(R_1', a')\subseteq L(a', R_2')=L((0, 0), R_2^*)$ であるので，条件 $\lambda 2$(iv) によって，$(0, 0)\in F(R^*)$ となる。したがって，境界条件が成立する。逆に，境界条件が成立すると仮定する。いま，$D^2(R_1', R_2, a', a)=I$ である任意の (R_1', R_2, a', a) に対して，$(0, 0)$ を処罰配分 $p(R_1', R_2, a', a)$ として考える。このとき，明らかに，$(0, 0)\in C_1^*(R_2, a)\cap C_2^*(R_1', a')$ である。いま，$C_1^*(R_2, a)\subseteq L((0, 0), R_1^*)$ であり，$C_2^*(R_1', a')\subseteq L((0, 0), R_2^*)$ であるとする。このとき，$a\in C_1^*(R_2, a)$ と $a'\in C_2^*(R_1', a')$ から，$a_1=a_2'=0$ となる。さらに，$D^2(R_1', R_2, a', a)=I$ であるから，$a, a'\in F(\Re)$ となる。このとき，境界条件によって，$(0, 0)\in F(R^*)$ となる。したがって，$(C_i(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}=(C_i^*(R_j, a^j))_{i\in D^2(R_1,R_2,a^1,a^2)}$ としたときに，条件 $\lambda 2$(iv) が満たされる。■

無償処分が可能である経済では，メカニズム・デザイナーはゼロ配分を処罰配分として使うことができる。ゼロ配分は，いかなる個人に対しても，最も厳しい処罰となる。このことは，メカニズムに制約が課されようが，課されまいが，関係なく成立する。したがって，2人の個人が存在する社会において，メカニズムにいかなる制約も課さないときの遂行可能性

の必要十分条件を構成する処罰配分の存在の要請と，条件 $\lambda 2$(iv) は，ともに境界条件に帰着することになる。一方，単調性タイプの条件に関しては，メカニズムに制約を課す場合と課さない場合とで，異なる条件によって特徴づけられている：その一方が単調性であり，他方が条件 $\lambda 2$(i) である。

以下では，上で述べられた単調性を満たす SCCs について，self-relevant メカニズムによる遂行可能性を議論する。命題 4 によって，SCCs Ir や N が self-relevant メカニズムによって遂行可能なのは明らかである。しかしながら，パレート効率的な SCCs P, IrP, NP, W_c の遂行可能性については，注意深く検討する必要がある。

一方で，すべての個人の選好関係を表す効用関数が微分可能であるという追加的な仮定の下では，パレート効率的な SCCs IrP, NP, W_c は，self-relevant メカニズムによって遂行可能である。しかしながら，たとえこの制約された定義域の下であっても，SCC P は境界条件を満たさないので，それは self-relevant メカニズムによって遂行可能ではない。しかしながら，特定の個人 i がゼロ消費ベクトルを受け取る配分を除いたすべてのパレート効率的な配分を与える SCC P_c^i は，self-relevant メカニズムによって遂行可能である。

他方で，選好関係を表す効用関数の微分可能性の仮定なしには，パレート効率的な SCCs P_c^i, IrP, NP, W_c は，条件 $\lambda 2$(i) を満たさないため，self-relevant メカニズムによって遂行可能ではない。これらの結果は，パレート効率的な配分での各個人の上方等位集合（upper contour set）の支持超平面に直交している共通のベクトルである**効率価格ベクトル**の非一意性から生じている。効率価格ベクトルが一意でない経済においては，self-relevant メカニズムは，効率価格ベクトルについての情報をとらえることに失敗する。これは，“self-relevant” な情報だけを使うメカニズムでは，効率価格ベクトルという経済全体についての情報をうまく集約できないことに起因している。

Saijo *et al.* (1999) は，選好関係を表す効用関数の微分可能性を仮定することなしに，真実の表明による遂行（truthful implementation）の修正された条件の下で，各個人が価格ベクトルと配分を表明するメカニズムによって，パレート効率的な SCCs P, IrP, NP, W_c が遂行可能であることを示した。価格を表明するメカニズムでは選好関係についての局所的な情報だけが表明され，self-relevant メカニズムでは選好関係そのものが表明されている。したがって，価格表明メカニズムがこれらの SCCs を遂行できるのにも関わらず，self-relevant メカニズムがこれらを遂行できないことに，疑問を感じるかもしれない。これは，価格表明メカニズムでの真実の表明による遂行の条件と，self-relevant メカニズムでの真実の表明による遂行の条件の間に大きな差があることに起因している。Saijo *et al.* (1999) における真実の表明による遂行の定義では，価格の表明は，“self-relevant” な情報の表明としてではなく，経済全体についての情報の表明として，本来は解釈されるべき形になっている。

5 単峰的な選好の下での分割問題への応用

この節では，1種類の分割可能な財がある経済において，個人の選好関係が単峰性を満たすときの self-relevant メカニズムによる遂行可能性について検討する。以下のモデルは，割り当て問題のモデルとして解釈できる。

1種類の分割可能な財があり，その量は $\Omega\in\mathbf{R}_{++}$ で固定されているとする。$A=\{a\in\mathbf{R}^2_+ \mid a_1+a_2=\Omega\}$ を実現可能な配分の集合とする。ここで，$a=(a_1, a_2)$ であり，$a_i\in\mathbf{R}_+$ は個人 i の財の消費量である。ここでは，財の無償処分性は許されていない。各個人 i が初期保有を持つ場合には，それを $\omega_i\in\mathbf{R}_+$ で表し，$\omega_1+\omega_2=\Omega$ とする。任意の $i\in I$ に対して，$\Re_i$ は，（4節で定義された）非外部性，連続性，単峰性：ある最も好ましい消費量 $p(R_i)\in[0, \Omega]$ が存在して，任意の a_i, $a'_i\in[0, \Omega]$ に対して，もし $a'_i<a_i\leq p(R_i)$ であるか，$p(R_i)\leq a_i<a'_i$ であるならば，$a_iP_ia'_i$ となる，を満たすすべての選好関係からなる集合であると仮定する。Sprumont (1991) が指摘したように，これらの経済において，ある実現可能な配分 a が R でパレート効率的であるのは，もし $p(R_1)+p(R_2)\geq\Omega$ ならば，任意の $i\in I$ に対して，$a_i\leq p(R_i)$ であり，もし $p(R_1)+p(R_2)\leq\Omega$ ならば，任意の $i\in I$ に対して，$a_i\geq p(R_i)$ であるときである。

個人が3人以上存在する同様の環境において，メカニズム・デザイナーがいかなるメカニズムでも使用できるとき，（4節で定義された）SCCs P, N, NP, Ir_{ed}, $Ir_{ed}P$ は遂行可能である。ここで，Ir_{ed} と $Ir_{ed}P$ はそれぞれ，等分割（任意の $i\in I$ に対して，$\omega_i=\Omega/\#I$）からの SCCs Ir と IrP である。これらの結果については，Thomson (1990)，Sjöström (1990)，Yamato (1992) を参照されたい。ここでは，2人の個人からなる経済において，self-relevant メカニズムによる，これらの SCCs の遂行可能性について議論したい。

最初に，SCC Ir_{ed} を考える。この SCC は満場一致性を満たすが，非拒否権を満たさない。したがって，self-relevant メカニズムによる遂行可能性を調べるには，3節で提示したアルゴリズムが有用である。

命題5 等分割からの個人合理的な対応は，self-relevant メカニズムによって遂行可能である。

証明. まず初めに，提示したアルゴリズムを使って，B^* と，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)\neq\emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) と任意の $i\in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して $C^*_i(R_j, a^j)$ を見つける。Ir_{ed} は満場一致性を満たすので，$B^*=A$ となる。よって，$C^1_i(R_j, a^j)=A^{Ir_{ed}}_i(R_j, a^j)$ である。このとき，$C^2_i(R_j, a^j)=\{b\in A^{Ir_{ed}}_i(R_j, a^j) \mid$ 任意の $R^*\in\Re$ に対して，もし $A^{Ir_{ed}}_i(R_j, a^j)\subseteq L(b, R^*_i)$ であり，$A\subseteq L(b, R^*_j)$ ならば，$b\in Ir_{ed}(R^*)\}$ となる。いま，$b\in A^{Ir_{ed}}_i(R_j, a^j)\subseteq L(b, R^*_i)$ であり，$A\subseteq L(b, R^*_j)$ とする。このとき，$b\in Ir_{ed}(R^*)$ と $b_iR^*_i\omega_i$ は同値である。

よって，$\omega \in \Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a^j)$ であるから，$\Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a^j) \subseteq L(b, R_i^*)$ は $b_i R_i^* \omega_i$ を意味する。従って，$b \in Ir_{ed}(R^*)$ となり，命題3により，$C_i^*(R_j, a^j) = C_i^2(R_j, a^j) = \Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a^j)$ となる。

次に，$(C_i(R_j, a^j))_{i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)} = (C_i^*(R_j, a^j))_{i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)}$ としたときに条件 λ2(i) が満たされることを示す。まず，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) \neq \emptyset$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) と任意の $i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)$ に対して，$a^j \in \Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a^j) = C_i^*(R_j, a^j)$ であることに注意する。いま，$a \in Ir_{ed}(R_1, R_2)$ となる任意の (R_1, R_2, a, a) をとる。任意の $i \in I$ に対して，$C_i^*(R_j, a) \subseteq L(a, R_i^*)$ と仮定する。このとき，$\omega \in \Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a) = C_i^*(R_j, a)$ であるので，任意の $i \in I$ に対して，$a_i R_i^* \omega_i$ となる。よって，$a \in Ir_{ed}(R^*)$ となる。

最後に，$(C_i(R_j, a^j))_{i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)} = (C_i^*(R_j, a^j))_{i \in D^2(R_1, R_2, a^1, a^2)}$ としたときに条件 λ2(iv) が満たされることを示す。$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = I$ である任意の (R_1, R_2, a^1, a^2) に対して，$p(R_1, R_2, a^1, a^2) = \omega = (\Omega/2, \Omega/2)$ とおく。このとき，任意の $i \in I$ に対して，$\omega \in \Lambda_i^{Ir_{ed}}(R_j, a^j) = C_i^*(R_j, a^j)$ であり，任意の $R' \in \mathfrak{R}$ に対して，$\omega \in Ir_{ed}(R')$ であるので，条件 λ2(iv) は満たされる。したがって，定理1と命題1から，Ir_{ed} は self-relevant メカニズムによって遂行可能である。■

次に，無羨望な対応の遂行可能性について調べる。Yamato (1999) は2人の個人からなる経済において，メカニズム・デザイナーがいかなるメカニズムも使えるならば，無羨望な対応が遂行可能であることを示した。しかしながら，我々は，その self-relevant メカニズムによる遂行可能性については，否定的な結果を得る。

命題 6　無羨望な対応は self-relevant メカニズムで遂行不可能である。

証明． いま，$a^1 = (2\Omega/3, \Omega/3)$，$a^2 = (\Omega/2, \Omega/2)$ とする。ここで，$a_1^1 R_1 a_2^1$ となる選好関係 $R_1 \in \mathfrak{R}_1$ と任意の選好関係 $R_2 \in \mathfrak{R}_2$ を考える。このとき，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = I$ となる。ここで，任意の $R_1' \in \mathfrak{R}_1$ に対して，$a^2 \in N(R_1', R_2)$ であるので，$\Lambda_1^N(R_2, a^2) = \{a^2\}$ となり，また $\Lambda_2^N(R_1, a^1) = \{c \in A \mid c_2 = a_2^1 = \Omega/3$ または $c_2 \geq a_1^1 = 2\Omega/3\} = \{c \in A \mid c_1 = 2\Omega/3$ または $c_1 \leq \Omega/3\}$ となる。したがって，$\Lambda_1^N(R_2, a^2) \cap \Lambda_2^N(R_1, a^1) = \emptyset$ となる。よって，条件 λ2(iv) 以外の条件 λ2 の要請を満たす任意の配分の集合 $C_1(R_2, a^2)$ と $C_2(R_1, a^1)$ に対して，$C_1(R_2, a^2) \cap C_2(R_1, a^1) = \emptyset$ となる。したがって，N は条件 λ2 を満たさない。よって，定理1により，N は self-relevant メカニズムによって遂行可能ではない。■

3人以上の個人がいる経済において，Tatamitani (2002) は，無羨望な対応が self-relevant メカニズムによって遂行可能であることを示した。したがって，無羨望な対応は，条件 λ2(i)-λ2(iii) と，個人1と個人2が表明した配分 a^1 と a^2 が同じ場合の条件 λ2(iv) の要請は満た

している。なぜならば，これらの条件は，3人以上の個人がいる経済において，self-relevantメカニズムによって遂行可能であるための必要十分条件であるからである。しかし，命題6の証明が示唆しているように，$a^1 \neq a^2$であるときには，メカニズム・デザイナーが処罰配分を発見できない場合が存在する。したがって，無羨望な対応はself-relevantメカニズムによって遂行できない。また，命題6とYamato (1999)の結果から，3人以上の個人からなる経済と同様，2人の個人からなる経済においても，self-relevantメカニズムによって遂行可能なSCCsのクラスは，メカニズム・デザイナーがいかなるメカニズムも使えるときに遂行可能なSCCsのクラスよりも，厳密に小さいことがわかる。

Tatamitani (2002)の命題9で示されたように，SCCs P, NPと$Ir_{ed}P$は，3人以上の個人からなる経済において，self-relevantメカニズムによって遂行可能ではない。したがって，条件$\lambda 2$は条件λよりも強いので，なおさらのこと，これらのSCCsは，2人の個人からなる経済において，self-relevantメカニズムによって遂行可能ではない。[4)]

これらの結果から，情報的に分権化されたメカニズムを使うことと，遂行可能なSCCsのクラスを大きくすることの間には，トレード・オフが存在することが分かる。

注

本研究の一部は，東京都立大学における21世紀COEプログラム『金融市場のミクロ構造と制度設計』ならびに文部科学省科学研究費補助金『若手研究(B)14730004』の助成を受けて行われたものである。

1) $a^1 = a^2 \in F(R_1, R_2)$である任意の$(R_1, R_2, a^1, a^2)$に対して，$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = I$であることに注意されたい。

2) 条件$\lambda 2$(iv)は$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = I$となる場合だけを考えている。$\# D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = 1$となる場合は，条件$\lambda 2$(ii)が処罰のための条件を保証する。

3) 集合B^*は条件$L2$に明示的に現れないが，これは条件$\lambda 2$(iv)では$D^2(R_1, R_2, a^1, a^2) = I$である場合だけが考えられているからである。注2を参照されたい。

4) Yamato (1999)は，SCCs PとNPが，たとえメカニズム・デザイナーがいかなるメカニズムを使うことが可能であっても，遂行可能でないことを示した。したがって，self-relevantメカニズムによる，これらのSCCsについての否定的な結果は，彼の結果からも明らかである。

参考文献

Dutta, B. and A. Sen. "A Necessary and Sufficient Condition for Two-Person Nash Implementation." *Review of Economic Studies*, 1991, 58, pp. 121-128.

Dutta, B., A. Sen, and R. Vohra. "Nash Implementation through Elementary Mechanisms in Economic Environments." *Economic Design*, 1995, 1, pp. 173-204.

Foley, D. "Resource Allocation and the Public Sector." *Yale Economic Essays*, 1967, 7, pp. 45-98.

Hurwicz, L. "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes," in K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes, eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences.* Stanford: Stanford University Press, 1960, pp. 27-46.

Hurwicz, L., E. Maskin, and A. Postlewaite. "Feasible Nash Implementation of Social Choice Rules when the Designer does not Know Endowments or Production Sets," in J. O. Ledyard, ed., *The Economics of Informational Decentralization: Complexity, Efficiency, and Stability.* Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995, pp. 367-433.

Maskin, E. "Nash Equilibrium and Welfare Optimality." *Review of Economic Studies,* 1999, 66, pp. 23-38.

Moore, J. and R. Repullo. "Nash Implementation: A Full Characterization." *Econometrica,* 1990, 58, pp. 1083-1099.

Saijo, T., Y. Tatamitani, and T. Yamato. "Characterizing Natural Implementability: The Fair and Walrasian Correspondences." *Games and Economic Behavior,* 1999, 28, pp. 271-293.

Schmeidler, D. and M. Yaari. "Fair Allocations." mimeo, 1971.

Sjöström, T. "On the Necessary and Sufficient Conditions for Nash Implementation." *Social Choice and Welfare,* 1990, 8, pp. 333-340.

Sprumont, Y. "The Division Problem with Single-Peaked Preferences: A Characterization of the Uniform Allocation Rule." *Econometrica,* 1991, 59, pp. 509-519.

Tatamitani, Y. "Implementation by Self-relevant Mechanisms." *Journal of Mathematical Economics,* 2001, 35, pp. 427-444.

Tatamitani, Y. "Implementation by Self-Relevant Mechanisms: Applications." *Mathematical Social Sciences,* 2002, 44, pp. 253-276.

Thomson, W. "Manipulation and Implementation of Solutions to the Problem of Fair Allocation when Preferences are Single-Peaked." mimeo, 1990.

Tinbergen, J. *Redelijke Inkomensverdeling,* 2nd Ed. Haarlem: Gulden Pres, 1953.

Yamato, T. "On Nash Implementation of Social Choice Correspondences." *Games and Economic Behavior,* 1992, 4, pp. 484-492.

Yamato, T. "Nash Implementation and Double Implementation: Equivalence Theorems." *Journal of Mathematical Economics,* 1999, 31, pp. 215-238.