



経済成長とインフレーション-消費の外部性が存在する場合-

三野, 和雄

(Citation)

国民経済雑誌, 197(1):19-34

(Issue Date)

2008-01

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00056201>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00056201>



経済成長とインフレーション

——消費の外部性が存在する場合——

三 野 和 雄

本稿の目的は、貨幣経済の世代重複モデルに消費の外部性を導入し、消費の外部効果が経済成長とインフレーションの関係に対しどのような影響を与えるかを検討することである。具体的には、内生的成長が可能な Diamond (1965) 型の 2 世代重複モデルに消費の外部効果を導入し、かつ老年期の消費に対して現金制約が課され貨幣が取引手段として機能する状況を分析する。このモデルにおいて消費の外部効果がなければ、恒常成長均衡は一般に一意に決まり、貨幣成長の上昇は経済成長率を引き下げインフレーションを加速する。しかし、同世代内だけにとどまる消費の外部性が存在するだけで、定常均衡の非一意性と貨幣成長が所得成長率に与える効果の逆転が生じ得る。さらに世代間にわたる消費の外部性も存在するときには、経済成長とインフレーションの関係はより複雑になり、貨幣成長が所得成長率に与える長期的効果は、外部性と選好を規定するパラメタの値に強く依存することが明らかになる。

キーワード 消費の外部性、世代重複経済、経済成長、インフレーション

1 は じ め に

本稿の目的は、貨幣経済の世代重複モデルに消費の外部性を導入し、消費の外部効果が経済成長とインフレーションの関係に対しどのような影響を与えるかを検討することである。マクロ経済モデルにおける消費の外部性の存在は、消費者の効用が各自の私的消費だけではなく、社会的な平均消費にも依存するという仮説に基づいている。この仮説をマクロ経済の動学的な一般均衡モデルに取り入れ、種々のマクロ的現象と政策効果を分析する試みは1990年代の初頭から盛んになり、現在までに既に相当数の研究が発表されている。ただしそれらの既存研究の大半では、代表的家計モデルが用いられている。代表的家計経済では、社会的な平均消費と個別の家計の消費は均衡で一致するから、消費の外部性もたらすマクロ的な効果は資源配分に歪みを与える量的な効果に限られ、経済の運動経路や定常状態の性質を本質的に変えるような結果は一般に得られない。¹⁾

それに対し、世代重複モデルにおける消費の外部性の存在は、異時点間の資源配分により本質的な影響を与え、経済の運動経路や定常状態の性質を大きく変える可能性がある。その

理由は、世代重複モデルにおいては、消費の外部性は各世代内の外部性 (intragenerational externalities) だけではなく、異なる世代間における外部性 (intergenerational externalities) も存在するからである。たとえば、最も簡単な2世代重複経済の場合、各時点の社会的な平均消費には若年世代の平均消費と老年世代の平均消費が共に含まれる。したがって、若年世代の消費には彼らの親の世代の消費行動が影響を与え、老年世代の消費には彼らの子供の世代の消費が影響を与える。特に子の世代から親の世代に対する外部効果は、各世代の消費・貯蓄計画に対し将来世代の消費行動が影響を及ぼすことを意味するから、経済モデルの動学的性質は消費の世代間外部性が存在しない場合と比べて大きく変化する。²⁾

本稿では、世代重複経済における消費の外部効果の特徴をできるだけ明確に捉えることができる簡単なモデルを設定し、消費の外部効果がインフレーションと成長に関する分析結果をどのように変化させるかを調べる。本稿のモデルはMino (2006) で用いたモデルと基本的に同じである。分析のフレームワークは、Diamond (1965) 型の資本蓄積を含む2世代重複モデルに消費の外部効果を導入したものである。ただし、生産の外部性を前提とするRomer (1986) タイプの Ak 技術を仮定し、内生的成長が可能な場合を考える。Mino (2006) ではこのモデルに価値の貯蔵手段としてのみ機能する「貨幣」を導入し、バブルと成長の関係に対し消費の外部性の存在が与える効果を見た。本稿では、老年期の消費に対して現金制約 (cash-in-advance constraint) が課され、貨幣が取引手段としても機能する場合を検討する。バブルを伴う均衡では、貨幣が保有されるためにはデフレーションによって貨幣価値が常に増大する必要があるが、本稿のモデルでは均衡において貨幣価値の持続的な下落が可能であり、通常の意味でのインフレーションと経済成長の関係を分析することができる。³⁾

本稿の主要な結果は以下の通りである。消費の外部効果が存在しなければ、各世代の若年期と老年期の消費の代替弾力性が1を超えないという通常の仮定のもとにおいて、定常均衡 (恒常成長状態) が一意に決まり、定常状態における貨幣成長率の上昇は経済成長率を低下させる。この経済に同世代内における消費の外部効果のみを導入すると、消費者が大勢順応的であれば、外部効果を含む消費の社会的な異時点間の弾力性が1を超える可能性が生じ、定常状態が複数存在することがありえる。その場合、いずれの定常状態に経済があるかによって、インフレーションと経済成長の間の長期的な関係は異なることになる。同世代内の外部性に加え世代間の外部効果も考慮すると、インフレーションと経済成長の関係は更に複雑になる。貨幣成長が経済成長に与える効果、定常成長経路の一意性、および均衡経路の決定性などは、すべて外部性の強度を表すパラメタと私的消費の異時点間の代替弾力性という2つの主要パラメタの値に依存して決まることが明らかになる。

2 モデル

2.1 選好

各時点において若年世代と老年世代の2種類の経済主体のみが存在するとしよう。人口成長はなく、各世代の家計数はともに1に基準化されている。時点 t の期首に生まれた世代の生涯にわたる効用は以下のように与えられるとする。

$$U_t = u(c_t, E_t) + \beta u(x_{t+1}, E_{t+1}), \quad 0 < \beta < 1. \quad (1)$$

ただし c_t は若年期の消費、 x_{t+1} は老年期の消費を表し、 β は割引因子を示す。各期の瞬時効用は c_t と x_{t+1} に関して強い凹の増加関数であるとする。各期の瞬時効用関数に含まれる E_t と E_{t+1} は、家計の効用に影響を与える社会の平均的な消費水準を意味しており、消費の外部効果を表現している。各期の平均消費は、2つの世代の平均消費を含むので、ベンチマークとなる E_t と E_{t+1} はそれぞれ

$$E_t = E^0(\bar{c}_t, \bar{x}_t), \quad E_{t+1} = E^1(\bar{x}_{t+1}, \bar{c}_{t+1})$$

のように与えられると仮定する。変数の上につけたバーは社会的な平均値を表している。すなわち、若年期の消費に影響する外部性は、同世代の平均消費 $\bar{c}_t$ だけではなく、親の世代の平均消費 $\bar{x}_t$ にも依存し、同様に老年期の消費に影響する外部性は、子供の世代の平均消費 $\bar{c}_{t+1}$ にも依存している。

関数 E_t と E_{t+1} は、ともに各変数の増加関数であるとする。ここで、各期の瞬時効用が $\partial u / \partial E_{t+i} < 0$ ($i=0, 1$) という性質をもてば、社会的消費が負の外部効果を与えるから消費者は他人の消費にねたみを持つ。一方、 $\partial u / \partial E_{t+i} > 0$ ($i=0, 1$) であれば、正の外部性が存在し、消費者は他人の消費を賞賛することを表す。また私的消費の限界効用が社会的消費の増加関数、すなわち $\partial^2 u / \partial c_{t+i} \partial E_{t+i} > 0$ ($i=0, 1$) であれば、社会的消費が大きいときほど私的消費の限界効用が高まるという意味で消費者は大勢順応型 (conformist) である。逆に $\partial^2 u / \partial c_{t+i} \partial E_{t+i} < 0$ ($i=0, 1$) のときには、社会的消費が低いほど私的消費の限界効用が高まるから、消費者は大勢に非順応 (nonconformist) である。⁴⁾

以下では、効用関数を次のように特定化しよう。

$$u(c_t, E_t) = \frac{(c_t E_t^{-\theta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad u(x_{t+1}, E_{t+1}) = \frac{(x_{t+1} E_{t+1}^{-\theta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad \sigma > 0, \quad \sigma \neq 1, \quad \theta < 1. \quad (2)$$

この特定化の場合、 $\theta > 0$ のときには他人の消費に対する「ねたみ」が存在し、 $\theta < 0$ のときに「賞賛」が存在する。また $\partial^2 u / \partial c_{t+i} \partial E_{t+i}$ の符号は $-\theta(1-\sigma)$ の符号に依存するから、 $\theta(1-\sigma) < 0$ ならば消費者は大勢順応主義であり、 $\theta(1-\sigma) > 0$ であれば、消費者の選考は大勢非順応型である。以下では、消費の外部効果を表す E^0, E^1 関数は次のようなかたちであると仮定する。

$$E^0(\bar{c}_t, \bar{x}_t) = \bar{c}_t \bar{x}_t^{1-\gamma}, \quad E^1(\bar{x}_{t+1}, \bar{c}_{t+1}) = \bar{x}_{t+1} \bar{c}_{t+1}^{1-\gamma}, \quad 0 < \gamma \leq 1 \quad (3)$$

これらの関数は、外部効果を表すベンチマークの社会的消費水準が、各世代の平均消費の幾何学的平均になることを意味している。係数 γ の大きさは世代内の外部効果と世代間の外部効果の相対的な強さを表しており、 $\gamma=1$ の場合は世代内における外部性しか存在しない。

(3)を(2)に代入して整理すると、各期の効用関数は以下のように表せる。

$$u(c_t, E^0(\bar{c}_t, \bar{x}_t)) = \frac{\left[c_t^{1-\theta} \left(\frac{c_t}{\bar{c}_t} \right)^{\theta\gamma} \left(\frac{c_t}{\bar{x}_t} \right)^{\theta(1-\gamma)} \right]^{1-\sigma}}{1-\sigma},$$

$$u(x_{t+1}, E^1(\bar{x}_{t+1}, \bar{c}_{t+1})) = \frac{\left[x_{t+1}^{1-\theta} \left(\frac{x_{t+1}}{\bar{x}_{t+1}} \right)^{\theta\gamma} \left(\frac{x_{t+1}}{\bar{c}_{t+1}} \right)^{\theta(1-\gamma)} \right]^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

すなわち、各時点の効用は、私的消費の絶対水準だけではなく、私的消費と同世代および異世代の平均消費との相対比にも依存する。この定式化は、世代重複経済における相対消費仮説を表すもっとも素直なかたちであろう。

なお以下では、外部効果を内部化した消費の社会的限界効用が正かつ逓減するとしよう。すなわち、消費の私的限界効用を圧倒するほどのねたみ効果はなく、私的限界効用の逓減を覆すほどの大勢順応主義は存在しないと仮定する。

$$u_c(c_t, E^0(c_t, x_t)) + u_E(c_t, E^0(c_t, x_t)) = (1-\theta\gamma) c_t^{-\theta\gamma-\sigma(1-\theta\gamma)} x_t^{-\theta(1-\gamma)(1-\sigma)}$$

$$\text{sign}\{u'_{cc} + u_{EE}\} = \text{sign}\{-(1-\theta\gamma)(\sigma + \gamma\theta(1-\sigma))\}$$

であることに注意すると、上の仮定を満たすためには

$$1-\theta\gamma > 0 \quad \text{かつ} \quad \sigma + \gamma\theta(1-\sigma) > 0 \quad (4)$$

でなければならない。 $0 < \theta < 1$ であれば(4)は常に満たされるが、 θ が負のときには、 $\sigma + \theta\gamma(1-\sigma) > 0$ を仮定する必要がある。

2.2 家計行動

Diamond (1965) と同様に、家計は若年期にのみ働くとしよう。労働供給は固定されており、各家計は若年期の期首に与えられた1単位の労働をすべて生産のために供給すると仮定する。若年期の実質貯蓄を s_t 、実質賃金を w_t 、政府からの移転収入を τ_t とすれば若年期の予算制約は

$$c_t + s_t = w_t + \tau_t \quad (5)$$

である。(ただし、 τ_t が負の時は一括税が若年期に課されとする。)この経済の貯蓄手段は物的資本と貨幣であり、若年期の貯蓄はこれらの保有に向けられるから

$$s_t = k_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{p_t} \quad (6)$$

が成立する。ただし、 k_{t+1} と M_{t+1} は家計が老年期の期首に保有する資本と名目貨幣ストックを表し、 p_t は t 期の物価水準を示す。⁵⁾ 一方、老年期の予算制約は

$$x_{t+1} = R_{t+1}s_t - (I_{t+1} - 1) \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} \quad (7)$$

のように与えられる。ここで R_{t+1} は $t+1$ 期の粗実質利子率（実質利子率+1）であり、 I_{t+1} は $t+1$ 期の粗名目利子率（名目利子率+1）を表している。フィッシャー方程式より、名目利子率は

$$I_{t+1} = R_{t+1} \frac{p_{t+1}}{p_t} \quad (8)$$

という関係を満たすから、(7)は

$$x_{t+1} = R_{t+1}k_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} \quad (9)$$

のように書き換えることができる。

貨幣が取引手段として機能する点を強調するために、Solow and Hahn (1995) などの定式化に従い、老年期の消費支出の一部に対して以下のような現金制約（cash-in-advance constraint）が課されるとしよう。

$$\phi x_{t+1} \leq \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}}, \quad 0 < \phi < 1 \quad (10)$$

ここで ϕ は、老年期の消費支出のうち貨幣での支払いが必要な割合を示すパラメタである。このように老年期の消費支出の一部のみが現金による支払いを必要とするというのはアドホックな仮定であるが、Crettez et al. (1999) が指摘するように、2世代重複モデルに現金制約を導入する他の代替的な定式化に比較すると、上の定式化は自然なかたちで取引動機に基づく貨幣需要を生み出すことができる。⁶⁾

(7)と(8)から s_t を消去すると、家計の生涯にわたる予算制約は

$$c_t + \frac{x_{t+1}}{R_{t+1}} + \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} - \frac{1}{R_{t+1}} \right) \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} = w_t + \tau_t \quad (11)$$

のように書ける。家計の最適化行動は、(11)と(10)の制約と与えられた p_t , p_{t+1} , R_{t+1} , w_t , τ_t , E_t , E_{t+1} のもとで、生涯効用 U_t を最大にするように c_t , x_{t+1} , M_{t+1} を選ぶことである。この問題を解くためにラグランジュ関数を次のように設定しよう。

$$L = u(c_t, E_t) + \beta u(x_{t+1}, E_{t+1}) + \lambda \left[w_t + \tau_t - \left(c_t + \frac{x_{t+1}}{R_{t+1}} + \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} - \frac{1}{R_{t+1}} \right) \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} \right) \right] \\ + \eta \left(\frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} - \phi x_{t+1} \right)$$

上の式で、 λ と η はそれぞれ予算制約と現金制約に対応するラグランジュ乗数である。最適

化の1次条件は、(11)に加え、以下の諸式で与えられる。

$$u_1(c_t, E_t) = \lambda, \quad (12)$$

$$\beta u_1(x_{t+1}) = \frac{\lambda}{R_{t+1}} + \eta \phi, \quad (13)$$

$$\lambda \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} - \frac{1}{R_{t+1}} \right) = \eta, \quad (14)$$

$$\eta \left(\frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} - \phi x_{t+1} \right) = 0, \quad \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}} - \phi x_{t+1} \geq 0, \quad \eta \geq 0. \quad (15)$$

以下では、現金制約が常に有効であることを仮定する。(12)と(15)が示すように最適条件を満たすラグランジュ乗数は $\lambda > 0$ かつ $\eta \geq 0$ であるから、現金制約が有効で正の貨幣需要が存在するためには、(14)より

$$\frac{p_t}{p_{t+1}} \leq R_{t+1}$$

でなければならない。すなわち、取引手段として貨幣が保有されるためには実質資産（資本）の収益率が貨幣の収益率（デフレ率）を上回る必要がある。現金制約が課されなければ $\eta = 0$ であり、価値の貯蔵手段としてしか機能しない貨幣は資本と同等の収益を生む必要があり、 $p_t/p_{t+1} = R_{t+1}$ が常に成立しなければならない。⁷⁾

最適化条件(12)、(13)および(14)をまとめると

$$\frac{u_1(x_{t+1}, E_{t+1})}{u_1(c_t, E_t)} = \frac{1}{\beta} \left[\phi \frac{p_{t+1}}{p_t} + (1-\phi) \frac{1}{R_{t+1}} \right] \quad (16)$$

が導ける。⁸⁾ もし現金制約がなければ消費の異時点間の選択に貨幣要因は関係がなくなるから、通常の消費のオイラー方程式が得られる。また老年期の消費支出全体に現金制約が課される場合 ($\phi = 1$) には、若年期と老年期の消費の限界代替率は、粗インフレ率と粗割引率の比に等しくなるように決まる。⁹⁾

2.3 生産

生産に関しては簡単な Ak 型技術を仮定し、内生的な成長が可能な状況を考える。Romer (1986) に従い、各企業の生産関数は

$$y_t = Ak_t^\alpha (l_t \bar{k}_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

のように与えられるとする。ただし、 l_t は労働投入を表し、 $\bar{k}_t$ は資本の外部効果を示す。若年世代は每期合計 1 単位の労働を供給すると仮定したから、企業数も 1 に基準化されているとすれば、均衡条件 $\bar{k}_t = k_t$ を考慮した社会的生産関数は

$$y_t = Ak_t. \quad (17)$$

のように Ak 型になる。資本の純収益率と実質賃金はそれぞれ資本と労働の私的限界生産性

に等しく、資本の減耗率を δ で表すと、 $r_t = \alpha y_t / k_t - \delta$ と $w_t = (1 - \alpha) y_t$ が成立する。粗実質
 10) 利子率 R_t は $r_t + 1$ に等しくなるが、以下では資本の減耗率 δ は 1 であると仮定する。2 期
 間モデルでは 1 期間が 25 年程度と考えることができるから、資本の完全減耗は不自然な仮定
 ではない。この仮定の下では $R_t = \alpha y_t / k_t$ となるから、 $\bar{k}_t = k_t$ が成立するときの利子率と実
 質賃金率は、それぞれ以下のように与えられる。

$$R_t = \alpha A \equiv R, \quad (18)$$

$$w_t = (1 - \alpha) A k_t. \quad (19)$$

2.4 貨幣供給と財市場の均衡

金融当局は名目貨幣ストックを一定率 $\mu - 1$ (> 0) で成長させると仮定し、

$$M_{t+1} = \mu M_t, \quad \mu > 1$$

が成立するとしよう。每期新規に発行される貨幣は、期末に移転支出として若年世代の家計
 に支払われるとすれば、政府の予算制約は $p_t \tau_t = M_{t+1} - M_t$ 、すなわち

$$\tau_t = (\mu - 1) \frac{M_t}{p_t} \quad (20)$$

となる。

若年期の予算制約と政府の予算制約より $c_t + k_{t+1} = w_t - \frac{M_t}{p_t}$ となるから、 $M_t / p_t = x_t - R_t k_t$
 より

$$c_t + x_t + k_{t+1} = R_t k_t + w_t (= y_t) \quad (21)$$

となり、 t 期の財市場の均衡条件を得ることができる。

3 インフレーションと経済成長

3.1 動学体系

最適化条件(16)を特定化した関数(2)と(3)を用いて表すと

$$\left(\frac{c_t}{x_{t+1}} \right)^{\sigma + \theta \gamma (1 - \sigma)} \left(\frac{\bar{x}_t}{\bar{c}_{t+1}} \right)^{\theta (1 - \sigma) (1 - \gamma)} = \frac{1}{\beta} \left[\phi \frac{p_{t+1}}{p_t} + (1 - \phi) \frac{1}{R_{t+1}} \right] \quad (22)$$

となる。この式は、今期(若年期)の最適消費と来期(老年期)の最適消費の間に成り立つ
 消費のオイラー方程式に対応する。もし外部性が存在せず $\theta = 0$ であれば、若年期と老年期
 の消費の間の限界代替率は

$$\frac{x_{t+1}}{c_t} = \left[\frac{\beta R_{t+1}}{\phi I_{t+1} + 1 - \phi} \right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (23)$$

と表せる。ただし I_{t+1} は(8)によって与えられた名目利子率である。現金制約がなく $\phi = 0$

であれば通常のオイラー方程式を得る。現金制約が有効であれば、若年期の消費を 1 単位減らし老年期の消費に代替することの限界便益は、資本の実質収益率 R_{t+1} で表される。しかし老年期の消費の増加は若年期の期末における貨幣保有の増加を必要とするから、若年期の消費を老年期の消費に代替する限界便益は割引要因 β だけではなく、貨幣保有の機会費用である名目利子率によっても割引引かねばならない。後者の割引要因は、老年期の消費の $1 \times \phi$ 単位に現金制約が課されることから $\phi I_{t+1} + (1 - \phi)$ によって表される。

それに対し、消費の外部効果が存在すれば、(22)より消費のオイラー方程式は

$$\frac{x_{t+1}}{c_t} = \left[\frac{\beta R_{t+1}}{\phi I_{t+1} + (1 - \phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma + \theta\gamma(1-\sigma)}} \left(\frac{\bar{x}_t}{\bar{c}_{t+1}} \right)^{\frac{\theta(1-\sigma)(1-\gamma)}{\sigma + \theta\gamma(1-\sigma)}} \quad (24)$$

のようになる。この式が示すように、第 t 世代の若年期と老年期の消費の限界代替率は $t-1$ 世代の老年期の消費と $t+1$ 世代の若年期の消費の比率（親世代と子供世代の消費の比率） $\bar{x}_t/\bar{c}_{t+1}$ にも依存する。

各世代の人口は 1 に基準化しているので、均衡において $\bar{x}_t = x_t$ および $\bar{c}_{t+1} = c_{t+1}$ が常に成立する。これを考慮をして(24)を書き直すと

$$c_{t+1} = \left[\frac{\beta R_{t+1}}{\phi I_{t+1} + (1 - \phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma(1-\sigma)(1-\gamma)}} \left(\frac{c_t}{x_{t+1}} \right)^{\frac{\sigma + \theta\gamma(1-\sigma)}{\sigma(1-\sigma)(1-\gamma)}} x_t \quad (25)$$

のようになる。現金制約が有効であり、 $\phi x_{t+1} = M_{t+1} p_{t+1}$ であれば、(9)より

$$x_{t+1} = \frac{R_{t+1} k_{t+1}}{1 - \phi} \quad (26)$$

が成立することに注意しよう。したがって Ak 型生産技術の仮定から $R_t = R = \alpha A$ であることを考慮すると、(25)は

$$\frac{c_{t+1}}{k_{t+1}} = \left[\frac{\beta \alpha A}{\phi I_{t+1} + (1 - \phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma(1-\sigma)(1-\gamma)}} \left(\frac{(1 - \phi) c_t / k_t}{\alpha A G_t} \right)^{\frac{\sigma + \theta\gamma(1-\sigma)}{\sigma(1-\sigma)(1-\gamma)}} \frac{\alpha A}{(1 - \phi) G_t} \quad (27)$$

と表すことができる。ただし $G_t \equiv k_{t+1}/k_t$ である。

他方、財市場の均衡条件(21)より $k_{t+1} = A k_t - c_t - x_t$ が成り立つから、(26)を利用すると

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = G_t = A - \frac{c_t}{k_t} - \frac{R}{1 - \phi} = \hat{A} - \frac{c_t}{k_t} \quad (28)$$

を得る。ただし

$$\hat{A} \equiv \frac{1 - \phi - \alpha}{1 - \phi} A$$

である。したがって老年世代の消費を総生産が超えるためには、 $\alpha + \phi < 1$ が必要である。ここで実質貨幣残高と資本の比率を $m_t = M_t/p_t k_t$ と定義すれば

$$\frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{\mu m_t}{G_t m_{t+1}}$$

が成り立つ。さらに現金制約を考慮すると $M_t/p_t = \phi x_t = \phi R_t k_t / (1 - \phi)$ となるから

$$m_t = \frac{\phi R}{1 - \phi} \quad (29)$$

が成立し、実質貨幣残高と資本の比率は常に一定である。そのため、

$$\frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{\mu}{G_t} \quad (30)$$

となり、通常は定常状態においてのみ成立するインフレ率、貨幣成長率および所得成長率の間の関係が常に満たされることが分かる。¹¹⁾

以上より、(21)から $c_{t+1}/k_{t+1} = \hat{A} - G_{t+1}$ であることに注意すると、(8)、(25)、(30)を用いて以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \hat{A} - G_{t+1} \\ &= \left[\frac{\beta \alpha A G_t}{\phi \alpha A \mu + (1 - \phi) G_t} \right]^{\frac{1}{\theta(1-\theta)(1-\gamma)}} \left(\frac{(1 - \phi)(\hat{A} - G_t)}{\alpha A G_t} \right)^{\frac{\sigma + \theta \gamma(1-\sigma)}{\theta(1-\theta)(1-\gamma)}} \frac{\alpha A}{(1 - \phi) G_t} \end{aligned} \quad (31)$$

この $G_t (=k_{t+1}/k_t)$ に関する差分方程式が、われわれのモデルの集約化された動学体系である。

3.2 貨幣成長の効果

以下では恒常成長状態 (balanced-growth equilibrium) に注目し、貨幣成長率と経済成長率の関係を分析しよう。検討するケースを絞るために、消費のオイラー方程式に関する多くの実証結果に従い、私的消費の異時点間の代替弾力性 $1/\sigma$ は 1 より小さいと仮定する。まず消費の外部性が存在しない場合を考えよう。消費の外部性が存在せず $\theta=0$ であれば、(24)と(8)および(30)より以下の式を得る。

$$\frac{x_{t+1}}{c_t} = \left[\frac{\beta R_{t+1}}{\phi I_{t+1} + (1 - \phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma}}$$

この式に(18)、(26)、(28)を代入すると次式を得る。

$$\frac{G_t}{\hat{A} - G_t} = \frac{1 - \phi}{\alpha A} \left[\frac{\alpha \beta A G_t}{\mu \phi \alpha A + (1 - \phi) G_t} \right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (32)$$

この式には $G_{t+1} (=k_{t+2}/k_{t+1})$ は含まれないから、 G_t はこの式だけで決まる。またこのモデルでは(29)が示すように $m_t (=M_t/k_t p_t)$ も均衡では常に一定である。したがって、消費の外部性が存在しなければこの経済は常に恒常成長状態にあり、移行過程は存在しない。定常状態では x_t , c_t , k_t および M_t/p_t は同率で成長するから G_t は一定になる。 G_t の定常値を G

と表すと、(32)より G は

$$G^{1-\frac{1}{\sigma}} = \left[\frac{\alpha\beta A}{\mu\phi aA + (1-\phi)G} \right]^{\frac{1}{\sigma}} (\hat{A} - G) \quad (33)$$

を満たすように決まる。

消費の異時点間の代替弾力性 $1/\sigma$ が1よりも小であれば、(33)の左辺は $0 < G < +\infty$ の範囲で単調に増加する G に関する強い凹関数になり、右辺は $0 \leq G \leq \hat{A}$ において単調に減少する関数になる。したがって(33)を満たす G が $0 \leq G \leq \hat{A}$ において一つだけ存在する。¹²⁾ 貨幣成長率 μ が上昇すれば右辺のグラフは下へシフトするから、容易に分かるように、定常状態における成長率は低下する。また老年期における消費に対する現金制約の割合 ϕ が上昇したときも、同様に恒常成長率 G は低下する。貨幣成長率の増大が所得成長率の低下をもたらすから、(30)より定常状態のインフレ率は貨幣成長率以上に上昇する。この結果の直観的な意味は、(26)より明らかである。老年期の消費にのみ一定割合の現金制約が課されるという仮定より、現金制約が有効であれば老年期の消費は老年期の期首に保有する資本に比例する。貨幣成長率が上がると均衡物価が引き上げられ、老年期の消費に対するインフレ課税が強化されるから、老年期の消費は押さえられる。したがって老年期の期首に保有する k_{t+1} も引き下げられ、資本の成長率 k_{t+1}/k_t が低下する。¹³⁾

次に消費の外部性が存在する場合を検討しよう。まず、世代間の外部性が存在せず、外部効果は世代内だけにとどまるとしよう。これは $\gamma=1$ の場合に対応する。 $\gamma=1$ であれば(24)は

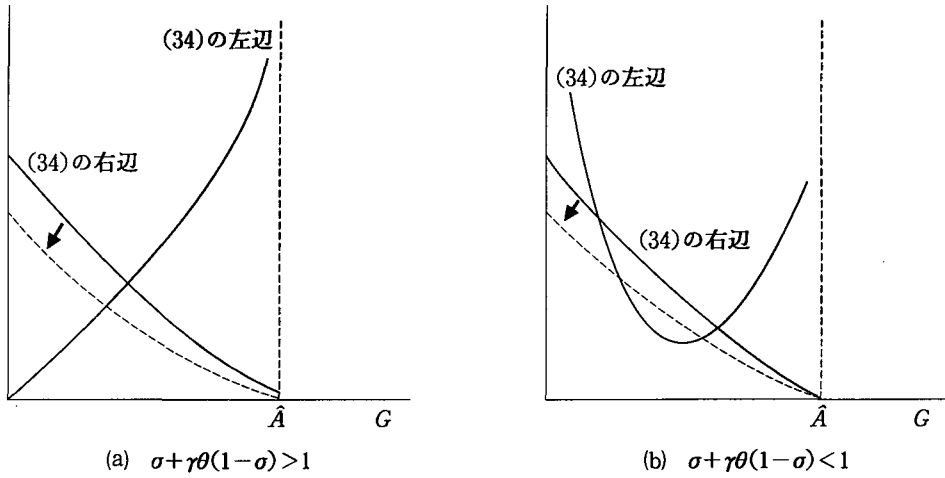
$$\frac{x_{t+1}}{c_t} = \left[\frac{\beta R_{t+1}}{\phi I_{t+1} + (1-\phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma + \theta(1-\sigma)}}$$

のようになるから、定常状態における資本成長率は

$$\frac{G^{1-\frac{1}{\sigma + \theta(1-\sigma)}}}{\hat{A} - G} = \left[\frac{\alpha\beta A}{\mu\phi aA + (1-\phi)G} \right]^{\frac{1}{\sigma + \theta(1-\sigma)}} \quad (34)$$

を満たすように決まる。仮定(4)により $\sigma + \gamma\theta(1-\sigma) > 0$ であるから、 $\sigma + \gamma\theta(1-\sigma) > 1$ であれば外部性がない場合と同様であり、均斉成長率は一意に決まり、貨幣成長率の増大は G を引き下げる (図1(a)を参照)。しかし、 $\sigma + \gamma\theta(1-\sigma) < 1$ であれば、図1(b)に示すように(34)の左辺は G に関して $0 < G < \hat{A}$ の領域でU字型になる。この場合、 G の定常値は一般に2つ存在する。(定常点が存在しない場合もあり得るが、ここでは考慮しない。) 貨幣成長率の上昇は(35)の右辺のグラフを下へシフトさせるから、低位の G が得られる定常状態では成長率が上昇するが、上位の定常状態では貨幣成長率の上昇は経済成長率を引き下げる。したがって低成長が実現する定常状態では、高インフレ率が低成長率を伴うという関係は成

図1



立するとは限らない。逆に、「賞賛」が支配し $\theta < 0$ であれば、 $\sigma > 1$ の仮定の下では常に $\sigma + \gamma\theta(1-\sigma) > 1$ となるため、定常状態は一意に決まり、貨幣成長率の上昇はインフレ率を引き上げ、経済成長率を低下させる。

このように、外部性が世代内に留まるときには、外部性が存在しない場合と同様に移行過程は存在せず、経済は常に恒常成長状態にある。外部性が存在しない場合との違いは、世代内の外部性の存在によって社会的な消費の異時点間の代替弾力性が $\sigma + \theta(1-\sigma)$ の逆数で与えられる点にある。したがって両者の差異は主として量的なものである。

世代間の外部性も存在するより一般的な場合 ($0 < \gamma < 1$) には、動学システム(31)は退化せず、 G_t と G_{t+1} の関係は維持される。(31)において $G_{t+1} = G_t = G$ とすれば、 $0 < \gamma < 1$ であるときの恒常成長率は以下の条件を満たすことが分かる。

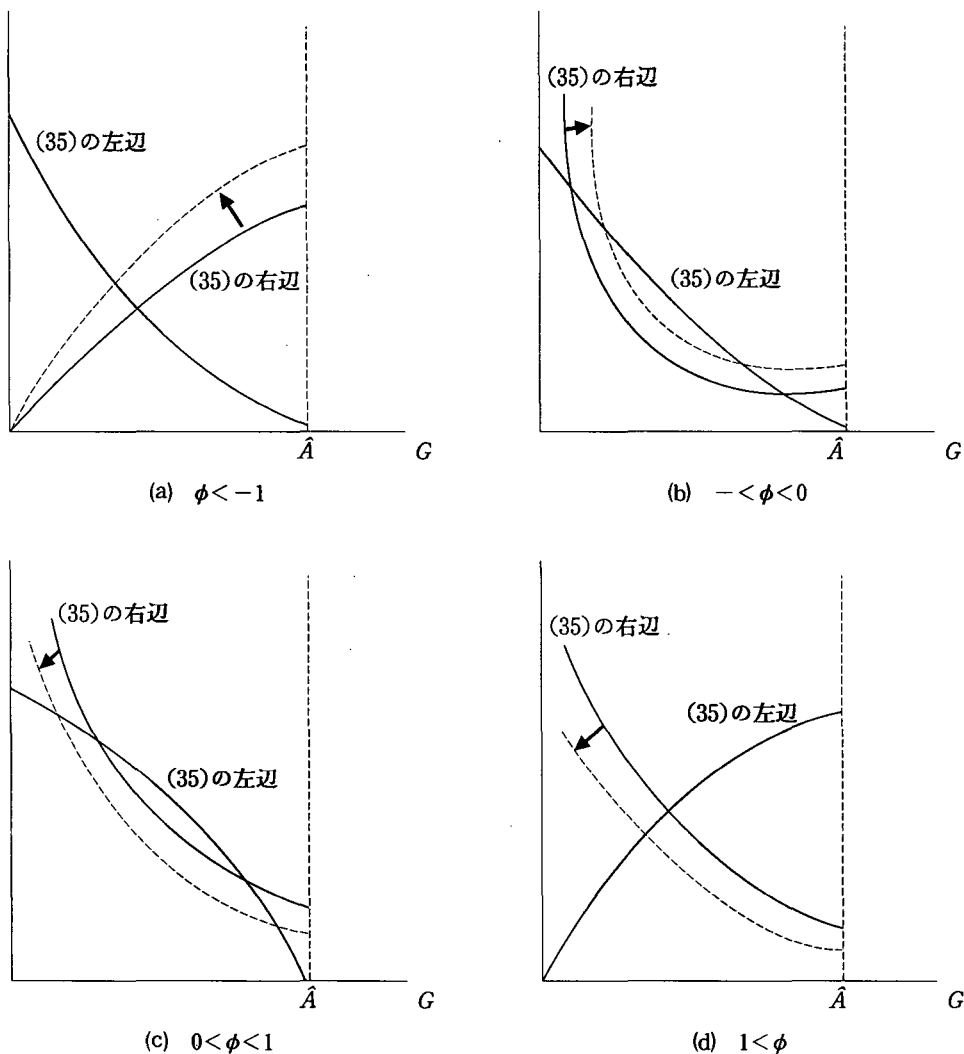
$$(\hat{A} - G)^{1-\phi} = \left(\frac{1-\phi}{\alpha A} \right)^{\phi-1} \left[\frac{\beta \alpha A}{\phi \alpha A \mu + (1-\phi)G} \right]^{\frac{1}{\theta(1-\sigma)(1-\gamma)}} G^{-(1+\phi)} \quad (35)$$

ただし

$$\phi \equiv \frac{\sigma + \theta\gamma(1-\sigma)}{\theta(1-\sigma)(1-\gamma)}.$$

まず負の外部性と大勢順応型の消費者の場合を考えよう。この場合は $\theta > 0$ かつ $\theta(1-\sigma) < 0$ であるから、(4)の制約のもとでは $\phi < 0$ である。このとき $\phi < -1$ であれば、(35)の右辺と左辺のグラフは図2(a)のようになる。図が示すように、この場合は G_t の定常値は一意に決まり、 μ の上昇は右辺のグラフを上シフトさせる。したがって、貨幣成長率の増大

図2



は、世代間の外部効果を考慮しても定常状態における経済成長率を低下させる。それに対し、 $-1 < \phi < 0$ の場合には、図2(b)に描かれたように、(35)の右辺と左辺のグラフは2回交わる可能性があり、定常点が存在するときには2つ現れる。そして μ の上昇は右辺のグラフをやはり上方シフトにシフトさせ、低成長の定常点では成長率が増大し、高成長率の定常点では成長率は低下する。したがって、ねたみと大勢順応が支配する場合には、貨幣成長の変化が恒常成長率に及ぼす効果に関する限り、世代内の外部性のみが存在する場合と結果は似ている。

次に賞賛と大勢非順応主義が支配する $\theta < 0$ かつ $\theta(1-\sigma) > 0$ の場合を考えよう。この場

合、 ϕ は正の値をとる。まず $0 < \phi < 1$ であれば、(35)の右辺と左辺のグラフの形状は図 2 (a)の場合と同様になり、定常点が存在すれば一般に 2 つ存在する（図 2 (c)を参照。）ただし、 $\theta(1-\sigma) > 0$ であるから μ の上昇は(35)の右辺のグラフを下にシフトさせる。したがって、 $-1 < \phi < 0$ のときとは逆に、貨幣成長率の増大は低成長均衡の成長率を引き下げ、高成長均衡の成長率を引き上げる。 $\phi > 1$ であれば、(35)の左辺は増加関数になり、図 2 (d)が示すように G は一意に決まる。このとき、 μ の上昇は右辺のグラフをやはり下にシフトさせ、したがって恒常成長率は低下する。

3.3 均衡経路の決定性

上述のように、消費の外部性が存在しない場合と、存在しても世代内の外部性に限られるときには、経済成長率 G_t に関する動学式は静学的な条件に退化し、経済は常に恒常成長経路上にある。そのため、恒常成長経路が 2 つ存在する場合には、そのどちらが実現するかは家計の期待に依存することになる。世代間の外部性が存在するときには、動学システムは

$$G_{t+1} = \hat{A} - \Lambda(G_t)$$

のように表すことができる。ただし

$$\Lambda(G_t) \equiv \left[\frac{\beta \alpha A G_t}{\phi \alpha A \mu + (1-\phi) G_t} \right]^{\frac{1}{\theta(1-\sigma)(1-\gamma)}} \left(\frac{(1-\phi)(\hat{A} - G_t)}{\alpha A G_t} \right)^{\frac{\sigma + \theta \gamma (1-\sigma)}{\theta(1-\sigma)(1-\gamma)}} \frac{\alpha A}{(1-\phi) G_t}$$

である。したがって、定常状態において

$$\left| \frac{dG_{t+1}}{dG_t} \right|_{G_t=G} = |-\Lambda'(G)| > 1$$

であれば、定常点の近傍でシステムは不安定である。そのため、 G_t の初期値があらかじめ与えられていないことを考えれば、経済は常に定常状態にあり、 $G_t = G$ が各時点で成立する。すなわち、均衡経路は局所的に決定的である。しかし $|-\Lambda'(G)| < 1$ が満たされるとシステムは局所的に安定になるため、定常均衡に収束する経路が無数に存在し、均衡経路は局所的に不決定になる。容易に予想されるように、2 つの定常状態があれば、いずれか一方は局所的に不決定であり、他方は決定的である。その場合、高成長均衡と低成長均衡のいずれが局所的に決定的であるかは、選好と外部性のパラメタの組み合わせによって決まる。また定常均衡がたとえ一意であっても、定常点の近傍で均衡経路の決定性はパラメタの値（特に θ と σ の値）に依存する。このモデルでは、世代間の外部性が存在するときのみ移行過程がありえるから、世代間の外部性の存在が経済の動学的な挙動にも大きな影響を与えることが分かる。¹⁴⁾

4 お わ り に

代表的家計経済とは異なり、世代重複経済における消費の外部性の存在は、経済の運動経路と定常状態の性質に対してより本質的な影響を与える可能性が高い。本稿の目的は、標準的な貨幣を含む世代重複経済モデルを用いて、この推測を確認することにあった。上で示したように、世代重複経済における消費の外部性は、特に世代間の外部効果を通じて、インフレーションが経済成長に与える効果を大幅に変える可能性がある。

本稿では、消費の外部効果の影響を強調するために定型化された貨幣経済モデルを用いた。モデルは現金制約と生産技術に関する特定の仮定の基について設定されているから、本稿での結論をそのまま一般化することはできない。本稿で得られた結論の妥当性については、貨幣保有と生産技術に関してより一般的な仮定を導入した上で再検討する必要がある。また本稿では、貨幣供給の変化の効果を検討する際に、定常状態の所得成長率に対する効果しか論じていない。貨幣供給の変化がもたらす世代間の所得分配効果や厚生に与える影響についても、消費の外部性の存在がどのような違いをもたらすかを調べねばならない。これらの問題の検討については今後の課題としたい。

注

- 1) 代表的家計モデルにおける消費の外部効果については Liu and Turnovsky (2005), 及び同論文に引用されている文献を参照。
- 2) 代表的家計モデルと2世代重複経済モデルにおける消費の外部効果の比較については、三野(2007)を参照。
- 3) 貨幣が存在しない世代重複モデルに消費の外部性を導入する試みとしては、de la Croix, D. (1996), Abel (2005), Alonso-Carrera et al. (2005), Mino (2004) などがある。貨幣を含む世代重複経済における消費の外部性の効果については、現在のところ Mino (2006) 以外の研究は見あたらないようである。
- 4) マクロ経済学では、conformism を keeping up with the Joneses と呼び、nonconformism を running away from the Joneses と呼ぶことが多い。消費の外部効果に関する諸概念の説明については、Dupor and Liu (2002) と Collier (2004) が詳しい。
- 5) 家計は若年期の期末に資本と貨幣を取得し、それを老年期に持ち越すとすれば、 $p_t k_{t+1} = p_t k_t + M_{t+1}$ となるから、(6)が成立する。
- 6) 貨幣と代替的な正の利子を生む資産が存在する場合、貨幣が価値の貯蔵手段としてのみの機能するだけでは、世代重複モデルをによって通常の貨幣経済を描写するのは困難である。取引手段としての貨幣の役割を考えるためには、世代重複モデルにおいても、現金制約や money-in-the-utility function アプローチが必要であるという点については、Dräzen (1981) や McCallum (1984) 等を参照。Cretiez et al. (1999) は、2世代重複モデルにおける現金制約の代替的な導入方法を

比較検討している。

- 7) Tirole (1985), Futagami and Shibata (1999), Grossman and Yanagawa (1991) 等が論じた pure bubble 経済は、このケースである。Mino (2006) はこのタイプのモデルに消費の外部性を導入した。
- 8) 現金制約が常に有効であることを前提にすると $\phi x_{t+1} = M_{t+1}/p_{t+1}$ が常に成立するので、予算制約(11)は

$$c_t + \left[\phi \frac{p_{t+1}}{p_t} + (1-\phi) \frac{1}{R_{t+1}} \right] x_{t+1} = w_t + \tau_t$$

と書ける。この制約のもとで c_t と x_{t+1} を最適に選べば、(16)が得られる。

- 9) ただし、このモデルでは $\phi=1$ のときには(9)より $k_{t+1}=0$ になり、資本が保有されなくなる。
- 10) この仮定は、議論の本質には関係しない。
- 11) このような簡単な結果が生じるのは、老年期の消費の一定割合についてののみ現金制約が課されるという前提と Ak 型技術の仮定によっている。
- 12) $1/\sigma > 1$ の場合には(33)を満たす定常解は2つ存在する可能性がある。Mino (2006) では $1/\sigma > 1$ の場合も扱っている。
- 13) このように成長率に関する anti-Tobin 効果が成立するのは、現金制約のかけ方と各世代が2期間しか生きないという仮定とも関係しており、世代重複経済ならば常に成立する結果ではない。たとえば無限に生きる世代重複経済では、インフレ課税の上昇は貨幣をより多く所有する高年齢世代に負の資産効果をもたらし彼らの消費を押さえるため、経済全体では貯蓄が増大し、経済成長率は一般に上昇する。(Mino and Shibata (2000) 参照。)
- 14) 内生的成長を伴う貨幣経済モデルにおける定常均衡の非一意性や均衡経路の不決定性は、消費の外部性が存在しない代表的家計モデルでも発生し得る。ただし、その場合には、より複雑な効用関数や生産における労働の外部性等の他の要因の導入が必要である。この点についてはたとえば Itaya and Mino (2006) を参照。

参 考 文 献

- Abel, A. B. (2005), "Optimal Taxation when Consumers Have Endogenous Benchmark Levels of Consumption", *Review of Economic Studies* 75, 21-42.
- Alonso-Carrera, J., J. Caballé and X. Raurich, (2005), "Estate Taxes, Consumption Externalities, and Altruism", Barcelona Economics Working Paper 232, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Cretetez, B., Mihel, P. and Wigniolle, B. (1999), "Cash-in-Advance Constraints in the Diamond Overlapping Generations Model: Neutrality and Optimality of Monetary Policies", *Oxford Economic Papers* 51, 431-452.
- Collier, C. (2004), "Misery Loves Company: Equilibrium Portfolios with Heterogenous Consumption Externalities", *International Economic Review* 43, 1169-1192.
- de la Croix, D. (1996), "The Dynamics of Bequeathed Tastes", *Economics Letters*. 53, 89-96.
- Drazen, A. (1981), "Inflation and Capital Accumulation under a Finite Horizon", *Journal of Political Economy* 8, 247-260.

- Diamond, P. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model" *American Economic Review* 55, 1126-1150.
- Dupor, B. and Liu, W. F. (2003), "Jealousy and Equilibrium Overconsumption", *American Economic Review* 93, 423-428.
- Grossman, G. and N. Yanagawa (1993), "Asset Bubbles and Endogenous Growth", *Journal of Monetary Economics* 31, 3-19.
- Hahn, F. and Solow, R. M. (1995), *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*, Basil Blackwell.
- Futagami, K. and Shibata, A. (1999), "Growth Effects of Bubbles in an Endogenous Growth Model", *Japanese Economic Review* 51, 221-235.
- Itaya, J. and Mino, K. (2006), "Technology, Preference Structure and the Growth Effect of Money Supply", forthcoming in *Macroeconomic Dynamics*.
- Liu, W. F. and S. J. Turnovsky (2005), "Consumption Externalities, Production Externalities, and Long Run Macroeconomic Efficiency", *Journal of Public Economics* 89, 1098-1129.
- Mino, K. and Shibata, A. (2000) Growth and welfare effects of monetary expansion in an overlapping generations economy, *Japanese Economic Review* 51, 407-430.
- Mino, K. (2004), "Consumption Externalities and Capital Accumulation in an Overlapping Generations Economy", unpublished manuscript.
- Mino, K. (2006), "Growth and Bubbles with Consumption Externalities", forthcoming in *Japanese Economic Review*
- McCallum, B. (1983), "The Role of Overlapping Generations Models in Monetary Economies", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 18, 9-44.
- Tirole, J. (1985), "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica* 53, 1499-1528.
- Romer, P. (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy* 94, 1002-2037.
- 三野和雄 (2007) 「成長・バブル・消費の外部性」市村英彦, 伊藤秀史, 小川一夫, 二神孝一編『現代経済学の潮流 2007』東洋経済新報社, 137-161.