



Self-Relevantメカニズムによる中立的社會選択対応の遂行に関する小論

豊谷, 整克

(Citation)

国民経済雑誌, 198(3):53-61

(Issue Date)

2008-09

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00056252>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00056252>



Self-Relevant メカニズムによる 中立的社會選択対応の遂行に関する小論

豊 谷 整 克

Tatamitani (2001, *Journal of Mathematical Economics* 35, 427-444) は self-relevant メカニズムによる遂行問題を議論した。self-relevant メカニズムでは、社会に存在する各個人は、選択肢の表明とともに、選好プロファイルではなく、自分自身のみの選好の表明を要求される。このノートでは、self-relevant メカニズムによる中立的社會選択対応の遂行可能性について検討する。

キーワード 遂行, 情報分権化, Self-Relevancy, 中立的社會選択対応

1 イントロダクション

遂行問題 (implementation problem) の目的は、社會選択対応によって表現される社会的目標と整合的な均衡選択肢をもたらすメカニズムを設計することである。その先駆的論文において、Maskin (1999) はナッシュ均衡において遂行可能な社會選択対応を特徴づけた。彼の用いたメカニズムでは、社会に存在する各個人に対して、自分の選好のみならず、他の個人の選好についても表明することが要求されていた。この点は、その後の遂行理論の文献において用いられた多くのメカニズムでも同様であった。

しかしながら、メカニズムに関する情報分権化の観点からすると、各個人はメカニズムにおいて自分自身に関する情報だけを表明するのが望ましいはずである。Hurwicz (1960) は、実行問題 (realization problem) において、このような性質を情報分権化されたメカニズムが持つべき条件の1つと考え、それを **self-relevancy** と呼んだ。

Tatamitani (2001, 2002) は、self-relevancy の概念を遂行問題へ導入し、**self-relevant** メカニズムによる遂行について議論した。彼は、self-relevant メカニズムとして、社会に存在する各個人が、選択肢とともに、自分自身についての情報のみ、つまり、自分自身の選好のみの表明を要求されるメカニズムを考えた。このノートでは、我々は self-relevant メカニズムによる中立的社會選択対応の遂行可能性について議論する。中立的社會選択対応とは、選ばれる選択肢がそのラベルには依存しないような社會選択対応のことである。中立性は、各個人の選好が確定する前の段階において、すべての選択肢を公平に取り扱うことを要請して

いる。

このノートの構成は以下の通りである。第2節では、遂行理論についての枠組みを説明する。第3節では、self-relevant メカニズムによる遂行の概念と、その特徴づけ定理を説明する。そして、第4節において、self-relevant メカニズムによる中立的社會選択対応の遂行可能性について考える。

2 モデル

A を実現可能な（有限個あるいは無限個の）選択肢の集合とし、 $\#A \geq 2$ とする。（任意の集合 X に対して、 $\#X$ は集合 X に含まれる要素の数を表す。）有限の個人からなる集合を $I = \{1, \dots, n\}$ で表し、 $n \geq 3$ とする。各個人 $i \in I$ は A 上で選好関係を持ち、それを R_i で表し、それは完備性と推移性を満たすとする。また、 $\mathfrak{R}_i$ で個人 i が持ち得る選好関係の集合を表し、 $\mathfrak{R}_i \neq \emptyset$ とする。所与の $i \in I$ 、 $R_i \in \mathfrak{R}_i$ と、 $a \in A$ に対して、 $L(a, R_i) = \{b \in A \mid a R_i b\}$ を個人 i の a での R_i についての下方等位集合（lower contour set）という。 n 人の個人の選好関係の組 $R = (R_1, \dots, R_n) \in \mathfrak{R} = \times_{i \in I} \mathfrak{R}_i$ は選好プロファイルと呼ばれる。

社會選択対応とは、各 $R \in \mathfrak{R}$ に対して A の非空な集合 $F(R)$ を割り当てる対応 $F: \mathfrak{R} \rightarrow A$ のことである。所与の社會選択対応 F に対して、選択肢 a が選好プロファイル R で F -最適であるとは、 $a \in F(R)$ のときである。

メカニズム $\Gamma = (S, g)$ は、戦略集合 $S = \times_{i \in I} S_i$ （ここで S_i は個人 i の戦略集合である）と、各戦略プロファイル $s = (s_1, \dots, s_n) \in S$ に対して $g(s) \in A$ を割り当てる帰結関数 $g: S \rightarrow A$ から構成される。個人 $i \in I$ を所与として、戦略プロファイル $s \in S$ はまた (s_i, s_{-i}) （ここで $s_{-i} = (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n) \in \times_{j \neq i} S_j$ である）と記述される。任意の戦略プロファイル $s \in S$ と任意の個人 $i \in I$ に対して、 $g(S_i, s_{-i}) = \{a \in A \mid \text{ある } s'_i \in S_i \text{ に対して } a = g(s'_i, s_{-i})\}$ を個人 i の s での達成可能集合と呼ぶ。

メカニズム $\Gamma = (S, g)$ と選好プロファイル $R \in \mathfrak{R}$ の組 (Γ, R) は標準形ゲームを定義する。このとき、ある戦略プロファイル $s \in S$ がゲーム (Γ, R) の（純粋戦略）ナッシュ均衡であるとは、すべての個人 $i \in I$ に対して、 $g(S_i, s_{-i}) \subseteq L(g(s), R_i)$ であるときである。いま、 $N^\Gamma(R)$ をゲーム (Γ, R) でのナッシュ均衡の集合とし、 $N_A^\Gamma(R) = \{a \in A \mid \text{ある } s \in N^\Gamma(R) \text{ に対して } a = g(s)\}$ をゲーム (Γ, R) でのナッシュ均衡選択肢の集合とする。メカニズム $\Gamma = (S, g)$ がナッシュ均衡において社會選択対応 F を完全に遂行する（あるいは簡潔に F を遂行する）というのは、すべての $R \in \mathfrak{R}$ に対して、 $F(R) = N_A^\Gamma(R)$ となるときである。

Maskin (1999) は次の2つの条件によって遂行可能な社會選択対応を特徴づけた。社會選択対応 F が単調性を満たすというのは、任意の $R, R^* \in \mathfrak{R}$ と、任意の $a \in F(R)$ に対して、すべての $i \in I$ に対して $L(a, R_i) \subseteq L(a, R_i^*)$ ならば、 $a \in F(R^*)$ となるときである。社會選

選択対応 F が非拒否権を満たすというのは、任意の $a \in A$ 、任意の $R \in \mathfrak{R}$ と、任意の $i \in I$ に対して、すべての個人 $j \neq i$ に対して $L(a, R_j) = A$ ならば、 $a \in F(R)$ となるときである。彼は単調性が遂行可能性の必要条件であることを示し、さらに、もし社会に 3 人以上の個人が存在するならば、単調性と非拒否権が遂行可能性の十分条件であることを示した。また、Moore and Repullo (1990) は、遂行可能性の必要十分条件を与えた。次節では、彼らのアプローチを用いて得られた self-relevant メカニズムによる遂行可能性の必要十分条件を説明する。

3 Self-Relevant メカニズムによる遂行

ナッシュ均衡において遂行可能な社會選択対応を特徴づける際に、Maskin (1999) や Moore and Repullo (1990) が用いたメカニズムでは、社会に存在する各個人は、選択肢とともに、自分自身の選好のみならず、他の個人の選好をも表明することが要求されていた。しかしながら、メカニズムに関する情報分権化の観点からは、各個人は自分自身についての情報だけを表明することが望ましいはずである。実行問題において、Hurwicz (1960) はこのような性質を情報分権化されたメカニズムが持つべき条件の 1 つとして考え、それを self-relevancy と呼んだ。

Tatamitani (2001) は、self-relevancy の概念を遂行問題へ導入し、self-relevant メカニズムによる遂行について議論した。彼は、self-relevant メカニズムとして、社会に存在する各個人に対して、ある選択肢とともに、自分自身の選好のみの表明を要求するメカニズムを考えた。この節では、Tatamitani (2001) で得られた self-relevant メカニズムによる社會選択対応の遂行可能性の必要十分条件について説明する。まず、self-relevant メカニズムを定義する。

定義 1 メカニズム $\Gamma = (S, g)$ が self-relevant であるとは、任意の $i \in I$ に対して、 $S_i = \mathfrak{R}_i \times A \times I$ であるときである。

遂行理論の文献では多くの場合、遂行可能性の十分性の証明で考えるメカニズムにおいて、各個人にある整数を表明できるようにしておき、これにより、 F -最適でない選択肢が均衡選択肢とならないようにしている。上記の定義でも同様に、メカニズムにおいて整数の表明を各個人に要求している。各個人の戦略空間 S_i の構成要素に I が含まれている点、それに対応している。このとき気をつけなければならない点は、information smuggling の問題、つまり、他の個人の選好に関する情報を整数表明の部分に埋込むことが可能である問題である。この可能性を排除するために、我々は self-relevant メカニズムの帰結関数の『形状』にある正則条件を課すことにする。その正則条件は、各個人が真の選好と真の選好プロフィールでの F -最適な選択肢を表明している戦略プロフィールは self-relevant メカニズムの均衡

となり、かつ、そのときの均衡選択肢はそこで表明されている F -最適な選択肢であることを要求する。Dutta *et al.* (1995) はこの条件を真実の表明による遂行 (truthful implementation) と呼んだ。この正則条件を考慮しながら、self-relevant メカニズムによる遂行可能性を以下のように定義する。

定義 2 社会選択対応 F が self-relevant メカニズムによってナッシュ均衡において遂行可能であるとは、次の条件(i)と(ii)を満たす self-relevant メカニズム $\Gamma = (S, g)$ が存在するときである：

- (i) Γ が F を遂行する；
- (ii) 任意の $R \in \mathfrak{R}$ と、任意の $a \in F(R)$ に対して、もしすべての $i \in I$ に対して $s_i = (R_i, a, \bullet)$ であるならば、 $s \in N^{\Gamma}(R)$ であり、 $g(s) = a$ である。ただしここで、 $\bullet$ は任意の個人インデックスを表している。

上記の定義における条件(ii)が上述の正則条件である。

Tatamitani (2001) は、self-relevant メカニズムによる遂行可能性を特徴づけるために以下の条件 λ を導入した。まず、条件 λ を定義するためにいくつかの記号を新たに導入する。いま、 $i \in I$ を所与として、 $\mathfrak{R}_{-i} = \times_{j \neq i} \mathfrak{R}_j$ とし、 $R_{-i} = (R_1, \dots, R_{i-1}, R_{i+1}, \dots, R_n) \in \mathfrak{R}_{-i}$ を表すことにする。また、任意の $i \in I$ 、任意の $R_{-i} \in \mathfrak{R}_{-i}$ と、任意の $a \in A$ に対して、 $F_i^{-1}(R_{-i}, a) = \{R_i \in \mathfrak{R}_i \mid a \in F(R_i, R_{-i})\}$ とし、 $F_i^{-1}(R_{-i}, a) \neq \emptyset$ のとき $\Lambda_i^F(R_{-i}, a) = \cap_{R_i \in F_i^{-1}(R_{-i}, a)} L(a, R_i)$ とする。さらに、 $(R, a) \in \mathfrak{R} \times A$ を所与として、 $D(R, a) = \{i \in I \mid F_i^{-1}(R_{-i}, a) \neq \emptyset\}$ と定義する。このとき、条件 λ は以下のように定義される：

定義 3 社会選択対応 F が条件 λ を満たすとは、集合 $B \subseteq A$ が存在し、かつ、 $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の $(R, a) \in \mathfrak{R} \times A$ に対して、集合のプロファイル $(C_i(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)}$ が存在して、すべての $i \in D(R, a)$ に対して $a \in C_i(R_{-i}, a) \subseteq \Lambda_i^F(R_{-i}, a) \cap B$ であり、さらに以下の条件(i)-(iv)が満たされるときである：

- (i) $a \in F(R)$ であるとき、任意の $R^* \in \mathfrak{R}$ に対して、すべての $i \in I$ について $C_i(R_{-i}, a) \subseteq L(a, R_i^*)$ であるならば、 $a \in F(R^*)$ である；
- (ii) 任意の $b \in A$ 、任意の $i \in D(R, a)$ と、任意の $R^* \in \mathfrak{R}$ に対して、もし $b \in C_i(R_{-i}, a) \subseteq L(b, R_i^*)$ であり、かつ、すべての $j \neq i$ に対して $B \subseteq L(b, R_j^*)$ であるならば、 $b \in F(R^*)$ である；
- (iii) 任意の $c \in A$ と、任意の $R^* \in \mathfrak{R}$ に対して、もしすべての $j \in I$ に対して $c \in B \subseteq L(c, R_j^*)$ であるならば、 $c \in F(R^*)$ である；
- (iv) 以下の(1)と(2)を満たす選択肢 $p(R, a) \in A$ が存在する：
 - (1) 任意の $i \in D(R, a)$ に対して、 $p(R, a) \in C_i(R_{-i}, a)$ である；

- (2) 任意の $R^* \in \mathfrak{R}$ に対して、もしすべての $i \in D(R, a)$ に対して $C_i(R_{-i}, a) \subseteq L(p(R, a), R_i^*)$ であり、かつ、すべての $j \notin D(R, a)$ に対して $B \subseteq L(p(R, a), R_j^*)$ であるならば、 $p(R, a) \in F(R^*)$ である。

以下、条件 λ について説明しよう。条件 $\lambda(i)$ は、単調性よりも強い条件である。self-relevant メカニズムでは、他の個人の選好に関する情報を表明している個人はいない。したがって、メカニズム・デザイナーは各個人の選好に関する確かな情報を手にすることができない。このとき、各個人の真の選好について手がかりになるのが、他の個人が表明している選好および選択肢である。メカニズム・デザイナーは、ある個人 i の真の選好の候補を探るとき、個人 i 以外の人々は真の選好 R_{-i} と真の選好プロファイルの下での F -最適な選択肢 a を表明していると、まずは想定する。そして、メカニズム・デザイナーは、 F -最適性に関して R_{-i} および a と整合的な個人 i の選好（例えばそれを $R_i^* \in \mathfrak{R}_i$ とすると、 $a \in F(R_i^*, R_{-i})$ となる）を考える。このような R_i^* が個人 i の真の選好の候補である。ここで注意が必要な点は、一般には、真の選好の候補は複数個存在することである。選択肢の集合 $\Delta_i^F(R_{-i}, a)$ は、 R_{-i} および a と整合的な個人 i のすべての選好について a での下方等位集合を考え、それらの共通部分をとったものである。条件 $\lambda(i)$ は、選択肢 a が R で F -最適であり、かつ、すべての個人に対して a が $C_i(R_{-i}, a) \subseteq \Delta_i^F(R_{-i}, a)$ の中で R_i^* で最も望ましいときには、 a は R^* で F -最適であることを要求している。

条件 $\lambda(ii)$ と条件 $\lambda(iii)$ は、非拒否権より弱い条件である。

条件 $\lambda(iv)$ は、選好プロファイルと選択肢のペア (R, a) に対して $a \notin F(R)$ であり、かつ、 $D(R, a) \neq \emptyset$ であるときに、本質的な条件となる。 $a \notin F(R)$ のとき、各個人 j について、 R_j は F -最適性に関して R_{-j} および a と整合的でない、つまり、 $R_j \notin F_j^{-1}(R_{-j}, a)$ である。しかしその一方で、 $D(R, a) \neq \emptyset$ であれば、ある個人 i に対しては、 F -最適性に関して R_{-i} および a と整合的である選好、例えば R_i^* が存在することになる。このとき、この個人 i の真の選好は、 R_i ではなく、 R_i^* である可能性がある。つまり、個人 i は、すべての人々が真実を表明している戦略プロファイルからの潜在的逸脱者ということになる。このとき注意しなければならないことが2点ある。1点目は、すべての人々が真実を表明している戦略プロファイルからの真の逸脱者は1人であっても、潜在的逸脱者は必ずしもこの真の逸脱者1人になるとは限らないことである。個人の集合 $D(R, a)$ は、潜在的逸脱者たちからなる集合である。複数の潜在的逸脱者が存在するとき、メカニズム・デザイナーは、潜在的逸脱者の中で誰が真の逸脱者であるかを検出できない。2点目は、潜在的逸脱者の真の選好の候補が一般には複数存在することである。このような状況の下、メカニズム・デザイナーが各個人に真の選好を表明させるためには、それを与えることで、真の逸脱者を含むすべての潜在的逸脱

者を同時に処罰することができる選択肢を見つけなければならない。さらに、その選択肢は、各潜在的逸脱者 $i \in D(R, a)$ の真の選好の候補すべてに対して処罰となるものでなければならない、つまり、その選択肢は $A_i^F(R_{-i}, a)$ に含まれなければならない。条件 $\lambda(iv)$ はそのような処罰選択肢の存在を保証するものである。

Tatamitani (2001) は、社会に存在する個人が3人以上であるとき、条件 λ が self-relevant メカニズムによる遂行可能性の必要十分条件であることを示した。

定理1 いま $n \geq 3$ とする。このとき、社会選択対応 F が self-relevant メカニズムによって遂行可能であることの必要十分条件は、 F が条件 λ を満たすことである。

4 Self-Relevant メカニズムによる中立的社会選択対応の遂行

以下では、self-relevant メカニズムによる中立的社会選択対応の遂行可能性について議論する。中立的社会選択対応とは、選ばれる選択肢がそのラベルには依存しないような社会選択対応のことである。したがって、中立的社会選択対応では、各個人の選好が確定する前の段階においては、すべての選択肢が公平に取り扱われていることになる。

Moulin (1983), Maskin (1985) や, Moore and Repullo (1990) は、メカニズム・デザイナーが如何なるメカニズムでも用いることが可能であるならば、単調性を満たす任意の中立的社会選択対応が遂行可能であることを示した。ここで我々は、self-relevant メカニズムによる遂行について、対応する結果を示す。

まず新たな記号を導入する。 $R \in \mathfrak{R}$ と、 A に関する置換 μ を所与として、 $R^\mu = (R_1^\mu, \dots, R_n^\mu)$ とする。ここで、任意の $i \in I$ に対して R_i^μ は、任意の $a, b \in A$ に対して、 $a R_i b$ ならば $\mu(a) R_i^\mu \mu(b)$ であり、かつ、 $\mu(a) R_i^\mu \mu(b)$ ならば $a R_i b$ である選好関係を表している。以下では、 A に関する任意の置換 μ に対して、 $R \in \mathfrak{R}$ ならば $R^\mu \in \mathfrak{R}$ であり、かつ、 $R^\mu \in \mathfrak{R}$ ならば $R \in \mathfrak{R}$ である $\mathfrak{R}$ を考える。社会選択対応の中立性は、以下のように定義される。

定義4 社会選択対応 F が中立的であるとは、 A に関する任意の置換 μ と、任意の $R \in \mathfrak{R}$ に対して、 $F(R^\mu) = \mu(F(R))$ となるときである。ただしここで、 $\mu(F(R)) = \{b \in A \mid \text{ある } a \in F(R) \text{ に対して } b = \mu(a)\}$ である。

定理1より、中立的社会選択対応の self-relevant メカニズムによる遂行可能性について、以下の命題を得る。

命題1 いま $n \geq 3$ とする。もし、中立的社会選択対応 F が、 $B=A$ であり、 $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の (R, a) に対して $(C_i(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)} = (A_i^F(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)}$ としたときに、条件 $\lambda(i)$ と条件 $\lambda(iv)$ を満たすならば、 F は self-relevant メカニズムによって遂行可能である。

証明. ここで我々は、 $B=A$ であり、 $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の (R, a) に対して

$(C_i(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)} = (A_i^F(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)}$ としたときに、社会選択対応 F が条件 $\lambda(i)$ を満たすならば、 F は条件 $\lambda(ii)$ と条件 $\lambda(iii)$ を満たすことを示す。このとき、定理 1 は、この命題が成立することを保証してくれる。

最初に、条件 $\lambda(ii)$ について考える。 $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の (R, a) と、任意の $i \in D(R, a)$ を考える。いま、 $b \in A_i^F(R_{-i}, a) \subseteq L(b, R_i^*)$ であり、かつ、任意の $j \neq i$ に対して $L(b, R_j^*) = A$ であるとする。任意の $\tilde{R}_i \in F_i^{-1}(R_{-i}, a)$ をとり、 a と b を置換することにより選好プロファイル $(\tilde{R}_i, R_{-i})$ から得られる選好プロファイル $(\tilde{R}_i^#, R_{-i}^#)$ を考える。このとき、 $a \in F(\tilde{R}_i, R_{-i})$ と F の中立性により、 $b \in F(\tilde{R}_i^#, R_{-i}^#)$ となる。また、 $\tilde{R}_i \in F_i^{-1}(R_{-i}, a)$ より $A_i^F(R_{-i}, a) \subseteq L(a, \tilde{R}_i)$ であり、 $\{a, b\} \subseteq A_i^F(R_{-i}, a)$ であるので、 $\{a, b\} \subseteq L(a, \tilde{R}_i)$ となる。よって、 $L(a, \tilde{R}_i) = L(b, \tilde{R}_i^#)$ となる。また、 F の中立性により、 $\tilde{R}_i \in F_i^{-1}(R_{-i}, a)$ と $\tilde{R}_i^# \in F_i^{-1}(R_{-i}^#, b)$ は同値である。したがって、 $A_i^F(R_{-i}, a) = A_i^F(R_{-i}^#, b)$ となる。このことは、いま $A_i^F(R_{-i}, a) \subseteq L(b, R_i^*)$ であるので、 $A_i^F(R_{-i}^#, b) \subseteq L(b, R_i^*)$ を意味する。さらに、任意の $j \neq i$ に対して、 $L(b, R_j^*) = A$ であるので、 $A_j^F((\tilde{R}_i^#, R_{-i}^#), b) \subseteq L(b, R_j^*)$ となる。(ここで、 $(i < j$ のとき、) $R_{-i}^# = (R_1^#, \dots, R_{i-1}^#, R_{i+1}^#, \dots, R_{j-1}^#, R_{j+1}^#, \dots, R_n^#) \in \times_{k \neq i, j} \mathfrak{R}_k$) したがって、 $b \in F(\tilde{R}_i^#, R_{-i}^#)$ と条件 $\lambda(i)$ より、 $b \in F(R^*)$ となる。

次に、条件 $\lambda(iii)$ について考える。任意の $j \in I$ に対して、 $L(c, R_j^*) = A$ であるとする。任意の $b \in F(R^*)$ をとる。もし $b = c$ であれば、所望の結果を得る。いま、 $b \neq c$ とする。このとき、 b と c を置換することにより選好プロファイル R^* から得られる選好プロファイル $R^{\#}$ を考える。 $b \in F(R^*)$ であるので、 F の中立性により、 $c \in F(R^{\#})$ となる。また、任意の $j \in I$ に対して、 $A_j^F(R^{\#}, c) \subseteq A = L(c, R_j^*)$ である。よって、条件 $\lambda(i)$ より、 $c \in F(R^*)$ となる。□

中立的な社会選択対応の self-relevant メカニズムによる遂行について、より簡潔な十分条件が見つけられることを示して終わりにしたい。Tatamitani (2002) で示されたように、もし社会選択対応が以下で定義される交換不変性を満たすならば、処罰選択肢を見つける必要性はなくなる、つまり、条件 $\lambda(iv)$ は不要となる。

定義 5 社会選択対応 F が交換不変性を満たすとは、任意の $i, j \in I$ 、任意の $R_i, R'_i \in \mathfrak{R}_i$ 、任意の $R_j, R'_j \in \mathfrak{R}_j$ 、任意の $R_{-(i,j)} \in \times_{k \neq i, j} \mathfrak{R}_k$ と、任意の $a \in A$ に対して、もし a が $(R'_i, R_j, R_{-(i,j)})$ と $(R_i, R'_j, R_{-(i,j)})$ において F -最適であるならば、 a はまた $(R_i, R_j, R_{-(i,j)})$ と $(R'_i, R'_j, R_{-(i,j)})$ においても F -最適であるときである。

次の補題は、交換不変性を満たす社会選択対応については、潜在的な逸脱者がもし存在するとしても、それは高々 1 人であることを示している。よって、メカニズム・デザイナーは真の逸脱者を発見し、それを確実に処罰することが可能となる。

補題 1 社会選択対応 F が交換不変性を満たすならば, $D(R, a) \neq \emptyset$ であり $a \notin F(R)$ である任意の (R, a) に対して, $\#D(R, a) = 1$ となる。

補題 1 の証明については, Tatamitani (2002) を参照されたい。もし中立的社会選択対応が交換不変性を満たすならば, 条件 λ (iv) は命題 1 における十分条件から除くことができる。

命題 2 いま $n \geq 3$ とする。もし中立的社会選択対応 F が交換不変性を満たし, かつ, $B = A$ であり, $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の (R, a) に対して $(C_i(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)} = (A_i^F(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)}$ としたときに条件 λ (i) を満たすならば, F は self-relevant メカニズムによって遂行可能である。

証明. 命題 1 の証明において我々はすでに, $B = A$ であり, $D(R, a) \neq \emptyset$ である任意の (R, a) に対して $(C_i(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)} = (A_i^F(R_{-i}, a))_{i \in D(R, a)}$ としたときに, 中立的社会選択対応 F が条件 λ (i) を満たすならば, F は条件 λ (ii) と条件 λ (iii) を満たすことを示した。よってここでは, 中立的社会選択対応 F が条件 λ (iv) を満たすことを示せば十分である。 F が交換不変性を満たすので, 補題 1 より, $D(R, a) \neq \emptyset$ であり $a \notin F(R)$ である任意の (R, a) に対して, $\#D(R, a) = 1$ である。よって, 条件 λ (iv) が満たされることは, 条件 λ (iv) の要件が $a \in F(R)$ と, $a \notin F(R)$ かつ $\#D(R, a) = 1$ である場合に満たされることと同値である。しかしながら, 条件 λ (iv) における処罰選択枝 $p(R, a)$ として選択枝 a を考えると, 条件 λ (i) が, $a \in F(R)$ である場合の条件 λ (iv) の要件を保証する。一方, 条件 λ (iii) が, $a \notin F(R)$ かつ $\#D(R, a) = 1$ である場合の条件 λ (iv) の要件を保証する。□

注

本研究の一部は, 文部科学省科学研究費補助金『萌芽研究19653028』の助成を受けて行われたものである。

参 考 文 献

- Dutta, B., A. Sen, and R. Vohra. "Nash Implementation through Elementary Mechanisms in Economic Environments." *Economic Design*, 1995, 1, pp. 173-204.
- Hurwicz, L. "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes." in K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes, eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences*. Stanford: Stanford University Press, 1960, pp. 27-46.
- Maskin, E. "The Theory of Implementation in Nash Equilibrium: A Survey." in L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein, eds., *Social Goals and Social Organization*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985, pp. 173-204.
- Maskin, E. "Nash Equilibrium and Welfare Optimality." *Review of Economic Studies*, 1999, 66, pp. 23-38.
- Moore, J. and R. Repullo. "Nash Implementation: A Full Characterization." *Econometrica*, 1990, 58, pp. 1083-1099.

Moulin, H. *The Strategy of Social Choice*. Amsterdam: North-Holland, 1983.

Tatamitani, Y. "Implementation by Self-relevant Mechanisms." *Journal of Mathematical Economics*, 2001, 35, pp. 427-444.

Tatamitani, Y. "Implementation by Self-Relevant Mechanisms: Applications." *Mathematical Social Sciences*, 2002, 44, pp. 253-276.