Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2026-11-12

公的年金制度とマクロ経済

地主, 敏樹

(Citation)
国民経済雑誌,152(1):53-77

(Issue Date)
1985-07

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00173477

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00173477

KOBE UNIVERSITY

公的年金制度とマクロ経済*

地　主　敏　樹

I 序

経済を成長させるには，資本蓄積が一つの重要な鍵である。資本蓄積の裏側では貯蓄が形成されるが，その貯蓄は世代から世代へと受け継がれてゆく。家計の貯蓄の主要な動機の一つが自らの老後に備えるためであることはおそらく承認されるであろう。しかし市場経済においては自由競争が原則であるために，十分な貯蓄をたくわえることに失敗する人々もある。このことこそ，政府が公的年金とか社会保障といった制度を設けて，経済へ介入する根拠である。ところが，そうした制度の存在が逆に人々の貯蓄行動へ影響を及ぼすことも，また十分に考えられることである。つまり，公的年金制度は貯蓄への影響を通じて，経済の成長へインパクトを与え得るのである。

また現在，多くの先進諸国において公的年金制度は巨大な規模に達しており，その経済へ与える影響を看過することはできない。さらに，制度の成熟化に伴って，日本やアメリカをはじめとしてかなりの国々で，この制度は様々な側面から再検討されつつある。

本論文は，そうした公的年金制度をマクロ経済のモデルへ導入し，その運営方式がマクロ経済の諸変数へどのような影響を与えるかを吟味しようとする試みである。[1]

* 本論文の作成にあたっては，三木谷良一教授，置塩信雄教授及び神戸大学経済経営研究所の荻原泰治氏をはじめとする方々から，貴重な助言をいただいた。記して，深く感謝申し上げる。なお，ありうべき誤謬は全て筆者の責任である。

1 本分析は，公的年金制度を景気調整手段として使うことを意図したものではない。公的年金制度には老後の生活の安定化という本来の目的があるからである。しかし，制度の運営方式の選択にあたっては，そのマクロ経済への影響を考慮に入れるべきなのである。

II モデル

分析に用いるモデルは五つの特徴をもっている。i)二世代：労働力を供給する若者の世代と引退している老人の世代。ii) 四主体：公的年金制度当局，家計[2]，企業及び政府。iii) 三商品：財，貨幣及び債券[3]。iv) 閉鎖経済。v) 全変数が実質値であること[4]。公的年金制度の導入と家計の二世代への分割が特殊な要素なので，ここで説明しておきたい。

（公的年金制度）

公的年金制度は以下のことを毎期行なう。i)労働世代の平均的家計から，彼らの平均的賃金所得 $W(t)N(t)$ の一定割合 $PT(t)$ を公的年金税として徴収する[5]。ii) 引退世代へ彼らの平均的賃金所得 $W(t-1)N(t-1)$ の一定割合 a を公的年金として給付する[6]。iii) 制度の保有する全資産を債券へ投資して，基金 $B_p(t)$ として積み立てる。

本論文は公的年金制度の運営方式がマクロ経済へ及ぼす影響を分析することを主目的とするのだが，その運営方式を示すものとして三つの比率を考える。公的年金／賃金比率 a，公的年金積み立て比率 b，公的年金税労働者負担比率 c の三つである。以下では，年金／賃金比率，積み立て比率，負担比率と各々略称する。これらは全て公的年金制度当局の決定する政策変数である。

年金／賃金比率 a は，引退以前の所得のうち公的年金として給付する割合を示す。

公的年金給付額＝a ×労働期の平均所得

積み立て比率 b は公的年金制度が将来支払うものとされている法的負債総額[7]に

2 以下の分析においては，全て平均的家計のみを扱う。

3 全て一期債とし，債券価格の変動は捨象する。

4 （予想も含めて）インフレーションに関する問題は捨象する。

5 Wは一人当り賃金率，Nは雇用率，PTは公的年金税率，tは第何期かを，各々示す。

6 全ての人へ平均的賃金の一定割合を給付すると考えて良い。

7 その現在価値が，M. Feldstin の言う「社会保障富 (Social Security Wealth)」にあたる。Feldstein (1974) 参照。

対して基金として積み立てておく割合を表わす。[8]

$$(1)\quad B_p(t)=b\times\left\{\frac{a\times W(t)N(t)}{1+i(t)}\right\}$$

この比率を考える以上，ここで考えている公的年金制度は賦課方式（pay-as-you go method）と積み立て方式（funding method）との混合形態となる。負担比率 c は，公的年金税のうち労働者が負担する割合であり，残額は雇用主（企業）が負担すると想定する。[9]

$$\begin{cases}\text{労働者負担分}=c\times\{PT(t)W(t)N(t)\}\\ \text{企業負担分}=(1-c)\times\{PT(t)W(t)N(t)\}\end{cases}$$

公的年金税の税率 PT は，制度が賦課方式と積み立て方式との混合形態であるために，次式のように定まる。[10]

$$(2)\quad PT(t)=a\times\left\{\frac{b}{1+i(t)}+\frac{1-b}{1+n}\,\frac{W(t-1)}{W(t)}\,\frac{N(t-1)}{N(t)}\right\}$$

（家計）

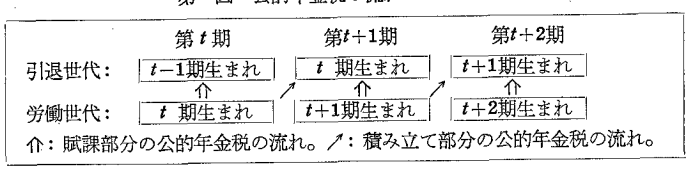
家計は労働世代と引退世代とに二分される。[11] 労働世代は労働力を供給して賃金を稼ぎ消費・貯蓄・ポートフォリオ計画を生涯にわたって決定する。引退世代は自分の直接的な貯蓄[12]の元利合計と公的年金給付を全額消費する。家計は最

8　流動性確保のための準備率の問題ではない。なお，$B_p(t)$ は公的年金制度の第 t 期末債券保有残高（第 t 期の労働世代一人当りの値）を示す。i は債券利子率を示す。

9　政府の一般歳入からの繰り入れは捨象する。

10　必要税収額$=\frac{a\times b}{1+i(t)}W(t)N(t)+\frac{(1-b)\times a}{1+n}W(t-1)N(t-1)$（ただし，$n$ は人口成長率）。右辺第一項は自世代のための積み立て額であり，第二項は引退世代のための賦課額である。税収 $PT(t)W(t)N(t)$ がこの必要税収額に等しくなるように税率 $PT(t)$ を決定する。

第一図　公的年金税の流れ



11　二世代モデルに関しては Samuelson (1958), Diamond (1968) を参照。より複雑な多世代モデルとしては，Tobin (1967), Auerback and Kotlikoff (1981) 等がある。

12　家計の保有する貨幣及び債券のこと。公的年金制度を通じる強制貯蓄に対比して，直接的貯蓄と呼ぶ。

も単純なタイプのライフサイクル仮説に基づいて行動するものと仮定する。[13]

家計は生涯予算制約の下で，生涯の効用を最大化すべく，労働期の期首において消費と貯蓄とを決定する。この時，労働世代の平均的家計の消費 $C_0(t)$ は次式で表わされる。[14]

$$(3)\quad C_0(t)=\frac{1}{2}\left\{1-cPT(t)+\frac{a}{1+r_h(t)}\right\}W(t)N(t)$$

上式は，家計の生涯所得の一定割合が今期消費されることを示している。[15]

ポートフォリオの決定に関しては，貨幣と債券との保有比率が利子率のみに依存するものと仮定する。労働世代の平均的家計の貨幣保有 $M_h(t)$ 及び債券保有 $B_h(t)$ は各々次のような式で表わされる。[16]

$$(4)\quad M_h(t)=\frac{m_h(i(t))}{2}\left(1-cPT(t)-\frac{a}{1+r_h(t)}\right)W(t)N(t)$$

$$(5)\quad B_h(t)=\frac{1-m_h(i(t))}{2}\left(1-cPT(t)-\frac{a}{1+r_h(t)}\right)W(t)N(t)$$

この時，家計の直接的貯蓄の収益率 $r_h(t)$ は次のようになる。

$$(6)\quad r_h(t)\equiv\frac{i(t)B_h(t)}{B_h(t)+M_h(t)}=i(t)(1-m_h(i(t)))$$

引退世代は消費（一人当り，$C_1(t)$）のみを行ない，期末には全資産を使い尽すと仮定する。

$$(7)\quad C_1(t)=aW(t-1)N(t-1)+\{M_h(t-1)+(1+i(t-1))B_h(t-1)\}$$

（企業と政府）[17]

企業は各期毎の利潤極大化をめざして雇用量を決定し，利潤率に応じて資本

13　ライフサイクル仮説に関しては，Ando and Modigliani (1963) 参照。本分析では遺産の授受，近視眼的 (myopic) 行動及び Feldstein の言う "induced retirement" 効果 (Feldstein (1976) 参照) 等は捨象する。

14　効用関数　$U=U(C_0(t),C_1(t+1))=\log C_0(t)+\log C_1(t+1)$（ただし，$U$：生涯効用，$C_1(t+1)$：引退期の消費）

生涯予算制約式　$C_0(t)+\frac{C_1(t)}{1+r_h(t)}=(1-cPT(t))W(t)N(t)+\frac{a}{1+r_h(t)}W(t)N(t)$

（この式の右辺は生涯所得を表わす。ただし r_h は家計の直接的貯蓄の収益率）

15　この割合は，効用関数の特定化に全面的に依存している。

16　労働世代の平均的家計の貯蓄$=\frac{1}{2}\left(1-cPT(t)-\frac{a}{1+r_h(t)}\right)W(t)N(t)$.

17　補注Ⅰ参照。

蓄積率を定める。政府は政府消費と国債発行高を決定し，財政赤字の不足分をマネーサプライによってファイナンスすると想定する。[18]

（基本モデル）

以上説明されたような特徴をもつ経済を叙述するモデルは，集約すると次の五本の方程式で構成される。[19]

財市場需給均衡式：[20]

$$(8)\quad Y(t)=\frac{1}{2}\left(1-cPT(t)+\frac{a}{1+r_h(i(t))}\right)W(t)N(t)+\{aW(t-1)N(t-1)+M_h(t-1)+(1+i(t-1))B_h(t-1)\}/(1+n)+I(t)+\bar{G}(t)$$

貨幣市場需給均衡式：[21]

$$(9)\quad \bar{M}(t)=\frac{m_h(i(t))}{2}\left(1-cPT(t)-\frac{a}{1+r_h(i(t))}\right)W(t)N(t)+M_f(t)$$

企業の利潤極大条件：[22]

$$(10)\quad \{1+(1-c)PT(t)\}W(t)=F(K(t)/N(t))-F'(K(t)/N(t))K(t)/N(t)$$

公的年金税率決定式：

$$(11)\quad PT(t)=a\left(\frac{b}{1+i(t)}+\frac{1-b}{1+n}\cdot\frac{W(t-1)}{W(t)}\cdot\frac{N(t-1)}{N(t)}\right)$$

資本蓄積：[23]

$$(12)\quad K(t+1)=\left\{1+g\left(F'\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)\right)\right\}K(t)/(1+n)$$

18　所得税は捨象する。

19　以下のモデルにおいて，資本ストック K，マネーサプライ M，政府消費 G，財の生産 Y，企業の貨幣需要 M_f 等は，全て労働世代一人当りの値である。つまり，(8)，(9)，(12)式は両辺を労働世代人口で除した形となっている。ただし，必要のない限り本文中では，単に資本ストック K，マネーサプライ M などと呼ぶ。

20　(8)式の構成：財の供給 Y＝労働世代家計の消費＋引退世代家計の消費＋企業の投資 I＋政府消費 $\bar{G}$

21　(9)式の構成：マネーサプライ $\bar{M}$＝労働世代家計の貨幣需要＋企業の貨幣需要 M_f

22　(10)式の構成：賃金 W＋公的年金税の企業負担分 $(1-c)PT\cdot W\cdot N$＝労働の限界生産力
（ただし，生産関数は一次同次，$Y(t)=F\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)N(t)$.）

23　(12)式の構成：次期期首資本ストック $K(t+1)$＝今期期首資本ストック $K(t)$＋投資 $g(t)K(t)$
（ただし，g は資本蓄積率で利潤率の関数。$I(t)=g(t)K(t)$.）

内生変数は，雇用率 $N(t)$，利子率 $i(t)$，賃金率 $W(t)$，公的年金税率 $PT(t)$，次期期首資本ストック $K(t+1)$ の五個である。

III 短 期 分 析

前節のモデルを使って，資本ストック一定の期間内（短期）で，公的年金制度の運営方式がマクロ経済へ与える影響をみる。短期の体系は(8)式～(11)式の方程式四本からなるが，(10)，(11)式を変形して(8)，(9)式へ代入し，賃金率 $W(t)$ と公的年金税率 $PT(t)$ を消去する。[24] 集約された体系においては，財市場で雇用量が調整され，貨幣市場で利子率が調整されるものとする。体系の安定性の十分条件として，各々の市場の独立した調整の安定性と，利子率が上昇すれば財市場の超過需要が減少すること[25]とを仮定する。財市場の超過需要を EG，貨幣市場の超過需要を EM で表わすと，この仮定は次の三本の不等式が成立することを意味する。

$$(13)\quad \frac{\partial EG}{\partial N}<0,\quad (14)\quad \frac{\partial EM}{\partial i}<0,\quad (15)\quad \frac{\partial EG}{\partial i}<0$$

この時，体系のヤコビアン Δs は次の通りである。

$$(16)\quad \Delta s=\underset{(-)}{\frac{\partial EG}{\partial N}}\ \underset{(-)}{\frac{\partial EM}{\partial i}}-\underset{(-)}{\frac{\partial EG}{\partial i}}\ \underset{(+)}{\frac{\partial EM}{\partial N}}>0$$

公的年金制度の運営方式を表わす三比率の変化の，雇用率及び利子率への影響をみてみよう。

（年金／賃金比率 a の引き上げ）

この比率の引き上げは，一見，より手厚い年金政策のように思われるであろう。しかし，本モデルのように厳密に収支を均等化させる制度においては，同時に税率もあがってしまうのである。この税率の上昇は労働者の賃金所得の手取り額を減少させ（$c\neq 0$），また企業の単位当り労働費用を増大させる（$c\neq 1$）。

24 補注II参照。

25 $\frac{\partial EG}{\partial i}$ の値は，三比率 a,b,c 及び家計の資産需要関数 m_h の関数形に依存する。b が高いほどまた c が低いほど値は正に近づくと考えられるが，$b=1$，$c=0$ という境界においても m_h の利子弾力性が1に十分近ければ，負値に定まる。

このことを単純に労働市場の部分均衡分析へ導入すれば，おそらく雇用量は減少するという答が得られよう。[26] しかし，労働供給における合理的行動を主張するのであれば，その分析は労働者の近視眼的行動を前提しているという欠点をもっている。今日の税支払いが明日の年金受け取りへと結びつく点を無視しているからである。本論文では雇用されるだけ供給するものとしており想定は全く異なるが，将来のことも考慮に入れた家計行動を通じての年金／賃金比率 a 引き上げの効果が分析できる。

労働世代に対してのみこの比率が引き上げられるものとして，短期均衡の比較を行なう。[27]

$$(17)\quad \begin{cases} \dfrac{dN}{da}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left(\underset{(+)}{\dfrac{\partial EG}{\partial a}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial i}}-\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial i}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial a}}\right)>0 \\ \dfrac{di}{da}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left(\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial N}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial a}}-\underset{(+)}{\dfrac{\partial EG}{\partial a}}\ \underset{(+)}{\dfrac{\partial EM}{\partial N}}\right)\gtreqless 0 \end{cases}$$

年金／賃金比率 a を引き上げると，公的年金税率は上昇し，労働世代の可処分所得は減少する。この比率の引き上げが，家計の直接的貯蓄を公的年金という強制貯蓄によって代替させることは，明らかであろう。しかし，この引き上げが現在の引退世代にも適用されない限り，[28] 公的年金税の賦課部分に関しては現在の労働世代は完全に得をする。彼らの生涯所得は増大して，今期の消費需要が増大し雇用も拡大するのである。また，たとえ完全積み立て方式（$b=1$）であったとしても，積み立て方式の強制貯蓄の方が家計の直接的貯蓄よりも高い収益率を産むために，やはり労働世代の生産所得は増大する。[29] この消費増による生産拡大は貨幣需要を増すが，家計の直接的貯蓄の減少は貨幣需要を減少さ

---

26 Musgrave (1980) 参照。

27 現実においては，既に引退している世代へも適用されてきた。制度の成熟度が低く，かつアメリルのように積み立て方式から出発して賦課方式へ移行した場合は，そうすることが容易だったのである。本論文では契約の履行を原則として，引退世代への年金給付額は不変とする。

28 現在の引退世代への給付も引き上げられる場合，雇用は拡大するのではないかと考えられるが，そのファイナンスの仕方が問題となろう。

29 ただし $m_h \neq 0$. また，B. Friedman のように長期資産と短期資産という分類をすれば，長短金利差に依存することとなって二種類の貯蓄の収益率の差は先験的には定まらないであろう。

せる方向へ動くため，利子率の変動の方向は一義的には定まらない。しかし，これらは全て，一過的な影響であって，長期的にどうなるかは次節で取り扱う。

（積み立て比率 b の引き上げ）

積み立て比率 b の引き上げの効果を検討することは，いわゆる積み立て方式と賦課方式との優劣に関する議論に答えようとする一つの試みである。利子率と賃金所得増加率とを比較してどちらの方式が税率をより低くできるかとしばしば論じられているが，その議論は分析の視野が狭すぎると言えよう。積み立て比率は公的年金制度当局の基金保有額を通じて，社会全体としての資産需要の構成を変化させて金融市場へ直接的な影響を与え得るのである。家計よりも年金制度当局の方が長期債のウェイトの高いポートフォリオを保有するという事実に立脚して，B. Friedman は長短金利への影響を分析している[30]。彼の論理を援用すれば，この積み立て比率の引き上げは長期金利を引き下げるということになろう。

Feldsteinは，各家計にとっては将来受け取れる公的年金の現在価値合計（彼の言う「社会保障富」）は貯蓄であるが，経済全体にとっては貯蓄ではないと指摘した。当時の公的年金制度がほとんど完全な賦課方式であったために，社会保障富に対応する資産が存在しないからだというのである[31]。彼は，こうして公的年金制度が社会全体の貯蓄を減らして資本蓄積を阻害していると主張したのである。この議論においても，積み立て比率 b が重要であることは明らかであろう。

また，この積み立て比率 b そのものではないが，関連するより現実的な問題が二つある。一つは，人口構造の高齢化に備えて基金を積み立てておいて，後に必要となった時にそれを取り崩すという計画のマクロ経済への影響である。現にアメリカでそうした計画が実行されつつある[32]。もう一つは，賦課方式で運営するとしても流動性不足を生じさせないためには，どれぐらいの準備基金が

30　B. Friedman (1976) 参照。

31　Feldstein (1974) 参照。

32　Munnel and Blais (1984) 参照。

必要かという問題である。現実の公的年金制度は賦課方式といっても本分析のような厳密なものではなく，税率を一定に止めているために不況時には税収不足に陥って基金の取り崩しが必要となるからである。[33]

短期の効果は，現在の労働世代に対する積み立て比率のみが引き上げられるものとして，分析される。

$$(18)\quad \begin{cases} \dfrac{dN}{db}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left(\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial b}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial i}}-\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial i}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial b}}\right)\gtreqless 0 \\ \dfrac{di}{db}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left(\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial N}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial b}}-\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial b}}\ \underset{(+)}{\dfrac{\partial EM}{\partial N}}\right)<0 \end{cases}$$

積み立て比率 b の引き上げは，家計の貨幣需要を減らして，公的年金制度の債券需要を増し，社会全体の資産需要の構成を変化させる。従って，貨幣市場では超過供給状態となって，利子率は下落する。労働世代家計は税率上昇に伴って可処分所得も生涯所得も下落の方向へ動くので消費需要を減らそうとするが，同時に利子率の下落が消費を刺激するために，雇用率の変動の方向は定まらない。

（労働者負担比率 c の引き上げ）

負担比率 c の引き上げは，労働者に不利なものと考えられがちであろう。そう考えることが非現実的であるとは思えないが，企業が利潤極大化を達成しておれば，結果は異なってくるのである。[34] まず，企業の利潤極大化の式をみてみよう。

$$(19)\quad \{1+(1-c)PT(t)\}W(t)=F\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)-F'\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)\frac{K(t)}{N(t)}$$

利潤極大化を考える限り，公的年金税の企業負担分は企業にとっての単位当り労働コストの一部であって，賃金率 W は労働の限界生産力からこの税額を差し引いた値でしかないのである。従って雇用量が変化しない限りは，負担比率 c の引き上げは賃金率 W を上昇させる。

---

33 Munnel and Blais (1984) 参照。

34 Musgrave (1980) 参照。

平均的家計の可処分所得はどうだろうか。

(20)　家計の可処分所得$=(1-cPT(t))W(t)N(t)$

企業の利潤極大化の式を使って変形すると，

(21)　家計の可処分所得$=\left\{F\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)-F'\left(\frac{K(t)}{N(t)}\right)\frac{K(t)}{N(t)}-PT(t)W(t)\right\}N(t)$

と表わすことができ，労働の限界生産力から公的年金税額を差し引いた形になっている。つまり，負担率cの引き上げは直接的に可処分所得を減少させる効果をもってはいない。むしろ，賃金率を上昇させることを通じて間接的に影響するのである。(21)式よりわかるように，雇用率が動かない限り，この賃金率の上昇は可処分所得を減らす方向に働くが，同時に公的年金税率も下落する。両方の効果を合計すれば，可処分所得は公的年金税の積み立て部分の増分だけ減少する。

しかし，公的年金の給付額が賃金率と連動しているから，生涯所得の増減は可処分所得の減少分と年金給付額の増加分の現在価値との大小に依存することになる。まず，現在の労働世代は，公的年金税の賦課部分に関しては支払額不変で受取額増だから，完全に得である。また，もしも完全積み立て方式であったとしても，年金の基金を通じての強制貯蓄の収益率iと家計の直接的貯蓄の収益率r_hとの大小が問題となる。負担率cの引き上げが家計の直接的貯蓄を公的年金を通じる強制貯蓄によって代替させる効果をもつことがよくわかる。結局，強制貯蓄の収益率iの方が高いので，負担比率cの引き上げは労働世代家計の生涯所得を増大させる。

雇用率や利子率への影響も以上の議論からほぼ推察される通りである。

(19)
$$\begin{cases}\dfrac{dN}{dc}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left\{\underset{(+)}{\dfrac{\partial EG}{\partial c}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial i}}-\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial i}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial c}}\right\}>0\\ \dfrac{di}{dc}=-\dfrac{1}{\Delta s}\left\{\underset{(-)}{\dfrac{\partial EG}{\partial N}}\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial EM}{\partial c}}-\underset{(+)}{\dfrac{\partial EG}{\partial c}}\ \underset{(+)}{\dfrac{\partial EM}{\partial N}}\right\}\gtreqless 0\end{cases}$$

負担比率cの引き上げは，労働世代家計の生涯所得を増大させて彼らの消費需要を増やす。従って雇用と生産も拡大する。この生産拡大は貨幣需要を増すが，

家計の直接的貯蓄の減少は貨幣需要を減少させるので，利子率が最終的にどう動くかは定まらない。

（まとめ）

以上の分析より，公的年金制度の運営方式を変化させると短期的には当該期の労働世代に得失を与えることが明らかとなった。年金／賃金比率 a や労働者負担比率 c の引き上げは，その世代への一回限りの恩恵を意味する。どちらも当該期の引退世代への支払い額が変わらない以上，直接的貯蓄から強制貯蓄への代替が，公的年金税の賦課部分に関して受取り増のみを生じるからである。これは世代間不公平を生むのではないかと懸念されると思うが，損をする世代はないのだからやや特殊な不公平である。また，完全積み立て方式だとすればこうした世代間の特殊な不公平性は生じないが，強制貯蓄の収益率の方が直接的貯蓄の収益率よりも高いため，この二つの比率の引き上げは当該期の労働世代にとってやはり恩恵である。

しかしここで，これらの比率のとり得る値の上限について検討しておく必要がある。まず，負担比率 c に関しては一に近づけるほど良いと，このモデルでは主張できよう。しかし，年金／賃金比率 a に関してはそうではない。二世代モデルであり，生涯が二期間しかなくかつ労働期間がその半分でしかないために，この比率 a を一にしてしまうと，労働世代家計の貯蓄は負値になってしまい易いのである。[36] 賃金所得を得ているのに公的年金税が高すぎるので，労働期に借金をして引退期の年金から返済をするという本末顛倒ともいうべき事態が生じてしまうのである。世代数，労働期と引退期との比率及び労働者負担比率 c 等が，年金／賃金比率 a の上限を決めると考えられる。

積み立て比率 b の引き上げは，逆に，当該期の労働世代にとっての損失を意味し易い。他の二つの比率の場合とは正反対に，公的年金税の賦課部分の受取り減のみを生じるからである。つまり，当該期の引退世代への給付の $(1-b)\times$

35　c が大きいほど負になり易い。従って，より正確には，c と a とは一種のトレードオフの関係にあると言えよう。互いの上限を規制し合うのである。

100% を支払うのに，自分達が引退した時には給付の $(1-\bar{b})\times 100\%$ しかその期の労働世代に払ってもらえないからである($\underline{b}<\bar{b}$)。この場合も他の世代は得も損もしない。

第一表　雇用率・利子率への短期的影響[36]

	a	b	c
雇用率	+	?	+
利子率	?	−	?

以上のような論理から，年金制度当局が短期的な視野に立てば立つほど，年金／賃金比率 a が引き上げられ，積み立て比率 b が下げられてゆく傾向が生じるであろうことが予想される。最後に本節の結果を第一表にまとめておこう。

IV 長期分析

本節では先に提示した基本モデルの均衡成長径路を定義し，公的年金制度の運営方式がその均衡成長径路をどのように規定するかを分析する。

(均衡成長径路)

均衡成長径路とは次の三条件を充たす成長径路であると定義する。i) 雇用率一定。ii) 一人当り資本ストック一定。iii) 利子率一定。ただし，以下の二条件を仮定する。i) 一人当り政府消費一定。ii) 一人当り国債発行残高一定。これらの条件を充たす径路が存在するものとしよう。この時，体系内の全ての内生変数が時間を通して一定値に止まる。

この均衡成長径路を表わすモデルは，次の通りである。[37]

財市場需給均衡式[38]:

$$(19)\quad F(k^*)N^*=\frac{1}{2}\left(1-cPT^*+\frac{a}{1+r_h(i^*)}\right)\left(1+\frac{1+r_h(i^*)}{1+n}\right)W^*N^* +nk^*N^*+\bar{G}$$

債券市場需給均衡式[39]:

36　X 行 Y 列は $\frac{\partial X}{\partial Y}$ の符号を示す。

37　* は均衡成長径路上の値であることを示す。

38　引退世代一人当りの消費は，労働世代一人当りの消費の $(1+r_h^*)$ 倍になる。k は労働の資本装備率 K/N を示す。

39　企業の債券発行額は，次期期首の資本ストック量に等しい（補注Ⅰ参照)。債券需要者は，労働世代家計と公的年金制度当局である。

$$(20)\quad \bar{B}+(1+n)k^*N^*=\frac{1-m_h(i^*)}{2}\left(1-cPT^*-\frac{a}{1+r_h(i^*)}\right)W^*N^*+\frac{ab}{1+i^*}W^*N^*$$

企業の利潤極大条件：

$$(21)\quad \{1+(1-c)PT^*\}W^*=F(k^*)-F'(k^*)k^*$$

公的年金税率決定式[40]：

$$(22)\quad PT^*=a\left(\frac{b}{1+i^*}+\frac{1-b}{1+n}\right)$$

資本蓄積の長期均衡条件[41]：

$$(23)\quad g(F'(k^*))=n$$

この体系は式の変形，代入によって財と貨幣両市場の二本の需給均衡式に集約される。集約された体系における内生変数は，雇用率 N^* 及び利子率 i^* である[42]。

$$(24)\quad F(\bar{k}^*)N^*=\frac{1}{2}\left(1-cPT^*(i^*)+\frac{a}{1+r_h(i^*)}\right)\left(1+\frac{1+r_h(i^*)}{1+n}\right)W^*(PT^*(i^*))N^*+n\bar{k}^*N^*+\bar{G}$$

$$(25)\quad \bar{B}+(1+n)\bar{k}^*N^*=\frac{1-m_h(i^*)}{2}\left(1-cPT^*(i^*)-\frac{a}{1+r_h(i^*)}\right)W^*(PT^*(i^*))N^*+\frac{ab}{1+i^*}W^*(PT^*(i^*))N^*$$

さてこれから，公的年金制度の運営方式を表わす三つの比率の様々な組合せに対応する均衡成長径路がどのようなものかを比較しよう。ただし，ここで注意しておかねばならないことは，われわれの分析が経済の運動を追跡するものではないということである。基本モデルで表わされた差分方程式体系は不安定かもしれないし，その場合一旦攪乱が生じると経済はどんどん均衡径路から離れて行ってしまう可能性もある。しかし，体系が時間を通じて不安定であった

40　周知の積み立て方式と賦課方式それぞれの収益率の，積み立て比率 b をウェイトとする加重平均である。

41　資本蓄積率 g が自然成長率に等しいという条件である。

42　$\bar{k}^*$ は，(23)式を充たす労働の資本装備率を示す。

としても，長期的にはこの均衡成長径路がその変動の中心軸となるであろうと考えられる。

財，債券両市場の超過需要をそれぞれ EG, EB としよう。集約体系を全微分して行列形式で表示すると，次式のように表わされる[43]。

$$(26)\quad \begin{pmatrix} \frac{\partial EG}{\partial N} & \frac{\partial EG}{\partial i} \\ \frac{\partial EB}{\partial N} & \frac{\partial EB}{\partial i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dN \\ di \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial EG}{\partial a} & \frac{\partial EG}{\partial b} & \frac{\partial EG}{\partial c} \\ \frac{\partial EB}{\partial a} & \frac{\partial EB}{\partial b} & \frac{\partial EB}{\partial c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} da \\ db \\ dc \end{pmatrix}$$

まず左辺の各偏微係数を検討しよう。雇用率に関する偏微係数の符号は容易に定まる。

$$(27)\quad \frac{\partial EG}{\partial N}<0, \quad (28)\quad \frac{\partial EB}{\partial N}>0$$

利子率に関する偏微係数の符号は一意的には定まらないが，家計の資産需要がかなり金利感応的で，かつ公的年金制度の積み立て比率 b があまり大きくない場合には，

$$(29)\quad \frac{\partial EB}{\partial i}>0$$

となり易いと考えられる。利子率上昇に対して，家計の債券需要増がより多くなり，公的年金制度の需要減がより少なくなるからである。財市場においては，利子率が上昇すると，労働世代の消費減と引退世代の消費増とが生じる。年金制度の積み立て比率 b が低いほど，労働世代の消費減少は直接的だが，年金／賃金比率 a 及び労働者負担比率 c が極端に大きくない限り，全体としての家計消費は増加する可能性が高い。従って，

$$(30)\quad \frac{\partial EG}{\partial i}>0$$

以上述べたような(29)式と(30)式が成立するケースを分析の対象としよう。つまり，家計の資産需要の金利感応度が高く，公的年金制度に関しては積み立て比率 b が低くかつ年金／賃金比率 a 及び労働者負担比率 c が極端に高くはないと

43　以下の各式においては，均衡径路上の値であることを示す＊を通常省略する。

いうケースである。この時，㉖式左辺のヤコビアン Δ_L は，負値に定まる。

$$(31)\quad \Delta_L=\underset{(-)}{\frac{\partial EG}{\partial N}}\underset{(+)}{\frac{\partial EB}{\partial i}}-\underset{(+)}{\frac{\partial EG}{\partial i}}\underset{(+)}{\frac{\partial EB}{\partial N}}<0$$

以下，公的年金制度の運営方式を表わす三つの比率を変化させた時に対応する均衡成長径路がどのように変化するかを，順に分析しよう。

（年金／賃金比率 a の引き上げ）

年金／賃金比率 a の引き上げは，家計の直接的貯蓄を公的年金という強制貯蓄によって代替する。短期分析においては特別に得失を被る世代があったが，均衡成長径路への影響のみを考えるこの長期分析ではそうした一過的な効果は重要性を失う。代わって，財市場への影響に関してはこの貯蓄形態の変更が家計にとって有利か否かが，また資産市場への影響に関しては家計の需要の変化と公的年金制度当局の需要の変化との大小が，それぞれ重要となる。

このことは，財・債券両市場の超過需要のこの比率 a に関する偏微係数の符号に現われる。

$$(32)\quad \frac{\partial EG}{\partial a}\gtreqless 0 \quad\Leftrightarrow\quad r_p\gtreqless r_h$$

ただし，r_p は公的年金制度を通じる強制貯蓄の収益率であり，公的年金の給付額の現在価値を対応する公的年金税支払額に等しくする割引率として定義される。[44]

$$(33)\quad r_p\equiv\frac{aWN}{PTWN}-1=\left(\frac{b}{1+i}+\frac{1-b}{1+n}\right)^{-1}-1$$

強制貯蓄の収益率 r_p の方が直接的貯蓄の収益率 r_h よりも高ければ，年金／賃金比率 a の引き上げはより有利な貯蓄形態のウェイトを高めることになる。従って家計の生涯予算制約はより寛やかになり，消費需要が増大するのである。

債券市場をみてみよう。

$$(34)\quad \frac{\partial EB}{\partial a}\gtreqless 0 \quad\Leftrightarrow\quad b\gtreqless b_1$$

$$(\text{ただし，}1>b_1\equiv\left\{\frac{1-m_h}{1+r_h}+\frac{1-m_h}{1+n}\right\}\Big/\left\{\frac{1+m_h}{1+i}+\frac{1-m_h}{1+n}\right\}>0)$$

44　この収益率 r_p は㉝式に見られるように労働者負担比率 c を含んでいない。

積み立て比率 b が b_1 よりも大であれば，年金／賃金比率 a の引き上げによる公的年金制度当局の債券需要増は家計の需要減を上回り，経済全体の債券需要は増大するのである。[45]

雇用率及び利子率への影響をみよう。[46]

第二表　年金／賃金比率 a 引き上げの影響：長期

	雇用率 N^*			利子率 i^*		
	$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$	$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$
$b>b_1$	?	−	−	−	−	?
$b=b_1$	+	0	−	−	0	+
$b<b_1$	+	+	?	?	+	+

強制貯蓄の収益率 r_p が直接的貯蓄の収益率 r_h よりも高く，かつ積み立て比率 b が b_1 よりも低いケースを例としておこう。この時，年金／賃金比率 a の引き上げは家計にとって有利な貯蓄形態の比重の上昇であり，生涯所得を増す方向へ働く。これが直接的には，財市場においては消費需要を高め雇用率を高める方向へ，債券市場においては需要を減らして利子率を高める方向へ働く。しかし両市場の交叉効果があるために，雇用率の上昇は確定するが，利子率の変動の方向は先験的には定まらないのである。

（積み立て比率 b の引き上げ）

積み立て比率 b の引き上げは，まず第一に社会全体の資産需要の構成を変化させる。第二には，積み立て方式と賦課方式との収益率の優劣によって公的年金税率を低めたり高めたりする。この税率への影響に関して短期分析では特定の世代に得失が生じたが，この長期分析ではそうした問題は取り扱われない。

財・債券両市場への直接的な効果をみてみよう。[47] 財市場への効果は公的年金

45　この境界値 b_1 が，分析の当初に設定した「低めの積み立て比率 b」よりも小さいが否かは吟味していないが，小さいこととして以下の説明を読んでいただきたい。

46　＋は比率 a の引き上げが雇用率なり利子率を上昇させることを示す（−は下落，？は先験的には不定）。

47　雇用率及び利子率一定としての効果。

税率への効果に全く依存する。

$$(34)\quad \frac{\partial EG}{\partial b}\gtreqless 0 \quad\Leftrightarrow\quad i\gtreqless n$$

利子率の方が自然成長率よりも高ければ，積み立て方式の方が有利であり積み立て比率 b の引き上げは強制貯蓄の収益率を高め，公約年金税率を引き下げて家計の生涯予算制約を拡げる。従って消費需要が増えるのである。

債券市場への効果に関しては，家計の需要の動向は税率の動向に依存するため確定しないが，公的年金制度当局の需要増を考慮すると，全体としては需要増と定まる。

$$(36)\quad \frac{\partial EB}{\partial b}>0$$

第三表　積み立て比率 b 引き上げの影響：長期

	雇用率N^*	利子率i^*
$i^*>n$	?	−
$i^*=n$	−	−
$i^*<n$	−	?

雇用率及び利子率への効果は第三表の通りである。利子率 i の方が自然成長率 n よりも高いケースを考えてみよう。この時，積み立て比率 b 引き上げの直接的効果は，財市場においては消費需要を増し雇用を高める方向に，債券市場においては需要を高め利子率を低める方向に動く。さらに両市場の交叉効果を考え合わせると，利子率の低下は確定するが，雇用率の動向は先験的には定まらないことがわかる。

（労働者負担比率 c の引き上げ）

負担比率 c の引き上げは，労働の限界生産力のうち賃金率 W として支払われる割合を高める。短期分析の節でみたように，やや逆説的ながらこの賃金率 W の上昇は家計の可処分所得の下落をもたらす[48]。しかし，それは同時に年金給付額を上昇させもする。結局，家計の直接的貯蓄を公的年金という強制貯蓄によって代替させているのである。従って，家計の生涯所得への効果は二つの貯蓄形態のどちらがより有利かに依存することになる。また，資産市場への影響は，家計の需要への影響と公的年金制度当局の基金積み立て額への影響の和となる。

48　労働の資本装備率 k 一定。

以上述べたことにより，負担比率 c の引き上げは年金／賃金比率 a のそれと，同様な効果をもつことが予想されよう。径路は異なるものの，どちらも結局は家計の直接的貯蓄を公的年金を通じる強制貯蓄によって代替させるからである。

財・債券両市場への直接的効果をみれば，この予想は裏付けられる。[49]

$$(37)\quad \frac{\partial EG}{\partial c}\gtreqless 0 \quad\Leftrightarrow\quad r_p \gtreqless r_h$$

$$(38)\quad \frac{\partial EB}{\partial c}\gtreqless 0 \quad\Leftrightarrow\quad b \gtreqless b_1$$

年金／賃金比率 a の場合の対応する(32)及び(34)式と同じ形の条件付き不等式である。従って，雇用率と利子率への影響の方向も年金／賃金比率の場合と全く同じである。

第四表　負担比率 c 引き上げの影響：長期

	雇用率 N^*			利子率 i^*		
	$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$	$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$
$b>b_1$	?	−	−	−	−	?
$b=b_1$	+	0	−	−	0	+
$b<b_1$	+	+	?	?	+	+

（まとめ）

この長期分析では，経済の均衡成長径路だけを分析の対象としたため，特定世代の得失という過渡的な問題は重要性を失った。また，短期分析とは異なり長期分析の結果は非常に多くのケースに分かれた。その場合分けの条件は，各収益率の大小と積み立て比率の値であった。ところが自然成長率を別にすれば，各収益率は体系の内生変数であり，積み立て比率に関する境界値も内生変数である。従って，公的年金制度の運営方式を少しずつ変化させてゆけば，その雇用率や利子率への効果は途中で変わってしまう可能性がある。

その例としては，積み立て比率 b の引き上げの場合が最もわかり易いであろう（第三表参照）。積み立て比率 b がはじめに非常に低い値であり，かつその

49　雇用率及び利子率一定としての効果。

時の均衡成長径路上の利子率 i^* が自然成長率よりも高かったとしよう。この状態から積み立て比率 b を高めていくと均衡利子率 i^* はしだいに低下し，雇用率への効果も「先験的に不定」から「マイナス」へと変わっていくであろう。またこの時，年金／賃金比率 a や労働者負担比率 c の引き上げの効果も変化してゆく。積み立て比率 b の上昇につれて，これらの比率の引き上げの資産市場への直接的効果はやがて逆転するであろう。さらに均衡利子率 i^* の低下との複合効果で，家計の直接的貯蓄の収益率 r_h と公的年金を通じる強制貯蓄の収益率 r_p との関係も変化してゆき，財市場への直接的効果も変わってゆくと考えられる。そうなると当然ながら，雇用率 N^* や利子率 i^* への影響も変化する。

また，この節の分析では積み立て比率 b がかなり低くかつ年金／賃金比率 a と労働者負担比率 c も極端には高くないという状況を設定したが，これらの比率を引き上げ続けるとこの状況設定が崩れてしまい，各比率引き上げの効果はさらに変化してしまうのである。

V 結

本論文では，公的年金制度の運営方式がマクロ経済へ与える影響を，短期と長期とに分けて分析した。雇用率及び利子率への影響は第一表～第四表にまとめられている。ここで資本蓄積への影響を検討しておこう。短期においてはその増分である投資需要への影響をみればよい。雇用率が高まるほど利潤率も高まり，投資需要も増大することがわかる。結果は第五表の通りである。

長期においては均衡成長径路上の資本ストックの大きさを調べればよい。ところで，資本蓄積率と自然成長率との均等条件（(23)式）より，利潤率が一定でなければならない。このことは労働の資本装備率が一定であることを意味するから，結局，雇用率が高ければ資本ストックも大きくなければならないことがわかる。結果は第六表の通りである。

第五表　資本ストックへの影響：短期

	a	b	c
投資需要	＋	？	＋

第六表　資本ストックへの影響：長期

年金/賃金比率 a				積み立て比率 b		負担比率 c			
	$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$				$r_p>r_h$	$r_p=r_h$	$r_p<r_h$
$b>b_1$	?	−	−	$i>n$	?	$b>b_1$	?	−	−
$b=b_1$	+	0	−	$i=n$	−	$b=b_1$	+	0	−
$b<b_1$	+	+	?	$i<n$	−	$b<b_1$	+	+	?

第五表及び第六表の分析結果は，各分析における諸仮定に依存しているが，少なくとも，公的年金制度の存在は必ずしも資本蓄積を阻害しないということは主張できよう。本論文のように公的年金という強制貯蓄が家計の直接的貯蓄を明確に代替する場合でも，完全雇用を前提としない限り，この主張が成立するのである。

分析の途中でおかれた諸仮定にあまり依存しないと思われる命題を，さらに挙げておこう。

i)　公的年金制度の運営方式の変更は，何らかの特別な対抗措置がとられない限り，短期において特定の世代へ得失を与える可能性が高い。制度変更時に生きている世代への恩恵となり易いという意味で実施が容易であるような変更は，年金 / 賃金比率 a の引き上げと積み立て比率 b の引き下げであろう。

ii)　労働者負担比率 c の引き上げは，企業が利潤極大化を達成する限りにおいて，家計の直接的貯蓄を公的年金を通じる強制貯蓄によって代替させる効果をもち，そのために雇用率，利子率及び資本ストックに対して年金 / 賃金比率 a の引き上げと同じ方向の影響を及ぼす。その影響の方向は，二つの貯蓄形態の収益率と制度の積み立て比率 b とに依存する。

iii)　積み立て比率 b の引き上げは経済全体の資産需要の構成を変化させて，利子率を低下させる可能性が高い。

本論文の分析を今後発展させるためには，中期的な経済の運行への影響の分析，平均的家計のみを扱ったこと及び短期分析において税率を内生化したことの検討，関数形をはじめとする諸仮定の再吟味とその一般化あるいは特定化等

の諸点を考えねばならない。これらは今後の研究課題としたい。

補　　注

Ⅰ　企業と政府の行動

（企業）

企業は毎期利潤極大をめざして雇用量・生産量を調整し，資本蓄積は債券で賄い，内部留保は貨幣で保有するものとする。この時，予算制約式は次のようになる。

$$\begin{cases} M_f(t)-\dfrac{M_f(t-1)}{1+n}=Y(t)-\{1+(1-c)PT(t)\}W(t)N(t)-i(t-1)\dfrac{B_f(t-1)}{1+n} \\ B_f(t)-\dfrac{B_f(t-1)}{1+n}=I(t) \end{cases}$$

ただし，Yは生産量，M_f は企業の期末貨幣保有残高，B_f は企業の期末債券発行残高，Iは企業の蓄積需要をそれぞれ表わし，当該期の労働世代一人当りの値である。生産関数は一次同次性を仮定する。

$$Y(t)=F(K(t)/N(t))\cdot N(t)\quad F'>0,\ F''<0$$

Kは期首の資本ストック（労働世代一人当り）を示す。利潤極大条件は次式で表わされる。

$$\{1+(1-c)PT(t)\}W(t)=F(K(t)/N(t))-F'(K(t)/N(t))K(t)/N(t)$$

蓄積需要は資本蓄積率を利潤率 r_f に応じて変化させるものとする。

$$I(t)/K(t)=g(r_f(t))\quad g'>0$$

$$r_f(t)\equiv\frac{Y(t)-\{1+(1-c)PT(t)\}W(t)N(t)}{K(t)}=F'(K(t)/N(t))$$

$$K(t+1)=\{1+g(r_f(t))\}K(t)/(1+n)$$

（政府）

政府は一人当りの政府消費 $G(t)$ を決定し，赤字を貨幣と国債の発行で賄うものとする。一人当りのマネーサプライ $M(t)$ と国債発行残高 $B(t)$ のどちらを決定してもよいが，本稿では一人当り国債発行残高を決定することとする。

$$M(t)-M(t-1)/(1+n)=\bar{G}(t)+(1+i(t-1))B(t-1)/(1+n)-\bar{B}(t)$$

Ⅱ　短期分析

体系は，(10)式を(8)，(9)，(11)式へ代入し，さらにその(11)式を(8)，(9)式へ代入して，$W(t)$及び $PT(t)$ を消去することによって，集約される。この体系を全微分して行列形式で表わすと，次式のようになる。

$$(☆)\quad \begin{pmatrix} \dfrac{\partial EG}{\partial N} & \dfrac{\partial EG}{\partial i} \\ \dfrac{\partial EM}{\partial N} & \dfrac{\partial EM}{\partial i} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dN \\ di \end{pmatrix}=-\begin{pmatrix} \dfrac{\partial EG}{\partial a} & \dfrac{\partial EG}{\partial b} & \dfrac{\partial EG}{\partial c} \\ \dfrac{\partial EM}{\partial a} & \dfrac{\partial EM}{\partial b} & \dfrac{\partial EM}{\partial c} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} da \\ db \\ dc \end{pmatrix}$$

各偏微係数の内容を示しておく（以下，特に必要のない限り t は省略する）。

$$\frac{\partial EG}{\partial N}=\frac{1}{2}\left\{1-cPT+\frac{a}{1+r_h}\right\}(W+\underset{(?)}{W_N}N)-\frac{1}{2}\underset{(-)}{cPT_N}WN-\underset{(+)(-)}{I'F''K^2/N^2}$$
$$-(F(K/N)-\underset{(+)}{F'}(K/N)K/N)$$

$$\frac{\partial EG}{\partial i}=\frac{aWN}{2\{1+(1-c)ab/(1+i)\}}\left[\frac{b}{(1+i)^2}+\frac{ab(1-c)}{(1+r_h)(1+i)^2}-\frac{\overset{(+)}{r_h'}}{(1+r_h)^2}\right.$$
$$\left.-\frac{\overset{(+)}{r_h'}ab(1-c)}{(1+r_h)^2(1+i)}\right]$$

$$\frac{\partial EM}{\partial N}=\frac{m_h}{2}\left[\left\{1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right\}(W+\underset{(?)}{W_N}N)-cPT_NWN\right]$$
$$-\underset{(-)}{F''}(K/N)K/N>0$$

（雇用量が増大すると，労働者全体の賃金所得が増大することを仮定する。 $W+W_NN>0$. 言いかえると，雇用の賃金率弾力性$\left(-\frac{W}{W_NN}\right)$が1より小であると仮定する。）

$$\frac{\partial EM}{\partial i}=\frac{\overset{(-)}{m_h'}}{2}\left\{1-cPT-\frac{a}{1+r_f}\right\}WN+\frac{m_h}{2}\left[\left\{-\underset{(-)}{cPT_i}+\frac{\overset{(+)}{r_h'}}{(1+r_h)^2}\right\}WN\right.$$
$$\left.+\left\{1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right\}\underset{(+)}{W_i}N\right]$$

ただし，W_i, W_N, PT_i, PT_N は(10), (11)式においての W 及び PT の i 及び N に関する偏微係数である。

$$W_i=\frac{1}{\Delta}(1-c)abW/(1+i)^2>0$$

$$W_N=\frac{1}{\Delta}\left[\underset{(-)}{F''}K^2/N^3+\frac{1-b}{1+n}a(1-c)W(t-1)N(t-1)/N^2\right]\gtreqless 0$$

$$PT_i=-\frac{1}{\Delta}\frac{ab}{(1+i)^2}\{1+(1-c)PT\}<0$$

$$PT_N=-\frac{1}{\Delta}a\frac{1-b}{1+n}\frac{W(t-1)N(t-1)}{(WN)^2}\left[F-\underset{(+)}{F'}K/N+\underset{(-)}{F''}K^2/E^2\right]<0$$

（$F-F'K/N+F''K^2/N^2>0$ と仮定する。）

$$\Delta=1+(1-c)ab/(1+i)>0$$

また，(☆)式右辺の偏微係数は以下の通りである。

$$\frac{\partial EG}{\partial a}=\frac{WN}{2\Delta}\left\{\frac{1}{1+r_h}-\frac{b}{1+i}\right\}>0$$

$$\frac{\partial EG}{\partial b}=\frac{1}{2}\left\{-\underset{(+)}{cPT_b}WN+\left(1-cPT+\frac{a}{1+r_h}\right)\underset{(-)}{W_b}N\right\}<0$$

$$\frac{\partial EG}{\partial c}=\frac{aPTWN}{2\Delta}\left(\frac{1}{1+r_h}-\frac{b}{1+i}\right)>0$$

$$\frac{\partial EM}{\partial a}=\frac{m_h}{2}\left\{-\left(\underset{(+)}{cPT_a}+\frac{1}{1+r_h}\right)WN+\left(1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right)\underset{(-)}{W_a}N\right\}<0$$

$$\frac{\partial EM}{\partial b}=\frac{m_h}{2}\left\{-cPT_b\underset{(+)}{WN}+\left(1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right)\underset{(-)}{W_b}N\right\}<0$$

$$\frac{\partial EM}{\partial c}=-\frac{m_hPTWN}{2\Delta}\left(\frac{1}{1+r_h}+\frac{b}{1+i}\right)<0$$

ただし，

$$W_a=-\frac{1}{\Delta}(1-c)bW/(1+i) \qquad <0$$

$$W_b=-\frac{1}{\Delta}(1-c)aW/(1+i) \qquad <0$$

$$W_c=\frac{1}{\Delta}PTW \qquad >0$$

$$PT_a=\frac{1}{\Delta}\ \frac{b}{1+i}\{1+(1-c)PT\} \quad >0$$

$$PT_b=\frac{1}{\Delta}\ \frac{a}{1+i}\{1+(1-c)PT\} \quad >0$$

$$PT_c=-\frac{1}{\Delta}aPT\frac{1-b}{1+n}\ \frac{W(t-1)N(t-1)}{WN} \quad <0$$

Ⅲ　長期分析

集約された体系を全微分した式（26式）

$$\begin{pmatrix}\frac{\partial EG}{\partial N} & \frac{\partial EG}{\partial i}\\ \frac{\partial EB}{\partial N} & \frac{\partial EB}{\partial i}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}dN\\ di\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\frac{\partial EG}{\partial a} & \frac{\partial EG}{\partial b} & \frac{\partial EG}{\partial c}\\ \frac{\partial EB}{\partial a} & \frac{\partial EB}{\partial b} & \frac{\partial EB}{\partial c}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}da\\ db\\ dc\end{pmatrix}$$

の各偏微係数を掲げておく。（以下，均衡径路上の値であることを示す＊は省略する。）

$$\frac{\partial EG}{\partial N}=\frac{1}{2}\left(1-cPT+\frac{a}{1+r_h}\right)\left(1+\frac{1+r_h}{1+n}\right)W+nk-F<0$$

$$\frac{\partial EG}{\partial i}=\frac{WN}{2}\left[\left\{-\frac{a}{(1+r_h)^2}+(1-cPT)\frac{1}{1+n}\right\}\underset{(+)}{r_h'}\right.$$
$$\left.+\left(1+\frac{1+r_h}{1+n}\right)\frac{ab}{(1+i)^2}\ \frac{1}{(1+(1-c)PT)}\left\{1+\frac{(1-c)a}{1+r_h}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial EB}{\partial N}=\frac{1-m_h}{2}\left(1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right)W+\frac{ab}{1+i}W-(1+n)k>0$$

$$\frac{\partial EB}{\partial i}=-\frac{\overset{(-)}{m_h'}}{2}\left(1-cPT-\frac{a}{1+r_h}\right)WN+\frac{1-m_h}{2}\left[\frac{bc}{(1+i)^2}+\frac{\overset{(+)}{r_h'}}{(1+r_h)^2}+\left(1-cPT\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{a}{1+r_h}\right)\frac{(1-c)}{\{1+(1-c)PT\}}\ \frac{b}{(1+i)^2}\right]aWN-\frac{ab}{(1+i)^2}\ \frac{WN}{\{1+(1-c)PT\}}\left\{1\right.$$
$$\left.+(1-c)a\frac{1-b}{1+n}\right\}$$

$$\frac{\partial EG}{\partial a}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1+r_h}{1+n}\right)\frac{WN}{1+(1-c)PT}\left\{\frac{1}{1+r_h}-\left(\frac{b}{1+i}+\frac{1-b}{1+n}\right)\right\}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial EG}{\partial a} \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad r_h \gtreqless r_P = \left(\frac{b}{1+i}+\frac{1-b}{1+n}\right)^{-1}-1$$

$$\frac{\partial EB}{\partial a}=\frac{WN}{1+(1-c)PT}\left\{\frac{1+m_h}{2}\,\frac{b}{1+i}-\frac{1-m_h}{2}\left(\frac{1-b}{1+n}+\frac{1}{1+r_h}\right)\right\}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial EB}{\partial a} \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad b \gtreqless b_1=\left(\frac{1-m_h}{1+r_h}+\frac{1-m_h}{1+n}\right)\Big/\left(\frac{1+m_h}{1+i}+\frac{1-m_h}{1+n}\right)$$

$$\frac{\partial EG}{\partial b}=-\frac{1}{2}\left[c+\left(1-cPT+\frac{a}{1+r_h}\right)\frac{1-c}{\{1+(1-c)PT\}}\right]WN\left(1+\frac{1+r_h}{1+n}\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1+n}\right)a$$

$$\therefore \quad \frac{\partial EG}{\partial b} \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad i \gtreqless n$$

$$\frac{\partial EB}{\partial b}=\frac{aWN}{1+(1-c)PT}\left[\frac{1}{1+i}\left\{\frac{1+m_h}{2}+a(1-c)\left(\frac{1}{1+n}+\frac{1-m_h}{2}\,\frac{1}{1+r_h}\right)\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{1-m_h}{2}\,\frac{1}{1+n}\left(1-\frac{(1-c)a}{1+r}\right)\right]>0$$

$$\frac{\partial EG}{\partial c}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1+r_h}{1+n}\right)\frac{a\cdot PT\cdot WN}{1+(1-c)PT}\left\{\frac{1}{1+r_h}-\left(\frac{b}{1+i}-\frac{1-b}{1+n}\right)\right\}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial EG}{\partial c} \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad r_h \gtreqless r_P$$

$$\frac{\partial EB}{\partial c}=\frac{aPTWN}{1+(1-c)PT}\left\{\frac{b}{1+i}-\frac{1-m_h}{2}\left(\frac{b}{1+i}+\frac{1-b}{1+n}+\frac{1}{1+r_h}\right)\right\}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial EB}{\partial c} \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad b \gtreqless b_1$$

参 考 文 献

[1] Ando, Albert & Modigliani, Franco, "The 'Life Cycle' Hypothesis of Saving: Aggregate Implication and Tests", *American Economic Review*, 53 (March), 1963.

[2] Auerbach, Allan J. & Kotlikoff, Laurence J., "An Examination of Empirical Tests of Social Security and Savings", National Bureau of Economic Reserch, Working Paper Series No. 730, 1981.

[3] Diamond, Peter A., "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, 55 (December), 1965.

[4] Feldstein, Martin, "Social Security, Induced Retirement and Aggregate Capital Formation", *Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 5, 1974.

[5] Feldstein, Martin, "Social Security and Saving: The Extended Life-Cycle Theory", *American Economic Review*, May, 1976.

[6] Feldstein, Martin, "Social Security Benefits and the Accumulation of Preretirement Wealth", in Modigliani [8] 1983.

[7] Friedman, Benjamin M., "Public Pension Funding and the U. S. Capital Accumulation: A Medium-Run View", in *Funding Pensions*, Federal Reserve Bank of Boston Conference Series No. 16, 1976.

[8] Modigliani, F. and Hemming, R. ed., *The Determinants of National Saving and Wealth*, Macmillan Press Ltd., 1983.

[9] Munnel, Alicia H. and Blais, Lynn E., "Do We Want Large Social Security Surpluses?", *New England Economic Review*, September/October, 1984.

[10] Musgrave, Richard A. & Musgrave, Peggy B, *Public Finance in Theory and Practice*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1980, Chapter 23.

[11] Samuelson, Paul A., "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money", *Jounal of Political Economy*, Vol. 66, No. 6, 1958.

[12] Tobin, James, "Life-Cycle Saving and Balanced Growth" in William Fellner ed., *The Economics Studies in the Tradition of Irving Fisher*, Wiley, 1967.

[13] Tobin, J. and Dolde, Walter, "Mandatory Retirement Saving and Capital Accumulation", in Modigliani [8] 1983.