フリードマン・モデルの理論構造

置塩, 信雄

(Citation)
国民経済雑誌,157(6):1-14

(Issue Date)
1988-06

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00173771

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00173771

フリードマン・モデルの理論構造

置　塩　信　雄

I 問　　題

フリードマンは政府の財政政策は一時的には雇用を自然失業率以上に引き上げるが，やがて雇用は自然失業率の水準まで低下すると主張した。筆者は既に他の機会に此の主張がどの様な理論から導かれるかについてのべた[1]。しかしながら，その際，雇用が自然失業率の水準にあるということが労働の完全雇用を意味するのか否かについて明確な理解を持っていなかった[2]。フリードマンの論文をよく読むと，雇用が自然失業率の水準にあるということは労働の完全雇用を意味すると考えない訳にはゆかない[3]。もし，これが正確な解釈だとすると，政府の財政政策は一時的にしろ雇用を自然失業率以上に引き上げる事が出来るという主張はどの様な意味を持ち得るのであろうか。それは政府の財政政策が一時的にしろ雇用を完全雇用水準以上に引き上げる事が出来るという事を意味する。完全雇用水準以上の雇用とはなにを意味するか。労働の供給量を外生的に所与だと考え N_s とし，労働に対する需要をNとしたとき，完全雇用が $N_s=N$ を意味するとすれば，完全雇用以上の雇用ということはありえない。Nは N_s を越えることが出来ないからである。本稿では，この点を明確にして，マネタリストの理論構造を再論することを目的とする。

1　置塩信雄「マネタリズムの理論構造」「経済研究」1979年10月（「現代経済学Ⅱ」1988，筑摩書房所収)。

2　1979年理論・計量経済学会で「自然失業率について」という論題で会長講演を行った直後，千種義人先生から，「労働市場が自然失業率の状態にあるときは完全雇用状態にあるときと考えてよいのか。」というお尋ねをうけた。そのとき，はっきりしない受答えをしたことを記憶している。

3　M. Freedman, “Inflation and Unemployment: The New Dimension of Politics”, The 1976 Alfred Nobel Memorial Lecture.

II 労 働 市 場

これまで，筆者はマネタリストのモデルを考えるとき，労働市場に付いて次のように定式化した。[4]

$$d\log w/dt=F(N_d/N_s-n^*)$$

ここで，w：貨幣賃金率，N_d：労働需要量，N_s：労働供給量，n^*：雇用率(N_d/N_s) がそれを上回ると貨幣賃金率が上昇し，それを下回ると貨幣賃金率が下落する臨界的雇用率。$F(0)=0$，$F'>0$ であり，労働供給量 N_s は外生的に所与とした。

このような定式化では，完全雇用を上回る雇用状態を語ることは出来ない。何故ならば，雇用量 N が労働供給量 N_s を上回ることは物理的に不可能であるからである。そこで，別様の定式化が必要となる。

企業の労働需要関数を

$$Nd=Nd\ (w/p) \qquad N'_D<0$$

としよう。そして，労働者の労働供給関数を

$$Ns=Ns\ (w/p^e) \qquad N'_s>0$$

としよう。ここで，p は物価水準を示し，p^e は労働者が情報不足のため p を正確に知らず主観的に抱いている物価の水準である。労働者はこの主観的物価水準で計算した実質賃金率 w/p^e にもとずいて労働供給を決定する。

労働市場では企業と労働者が貨幣賃金率について取り引きを行い，貨幣賃金率はその貨幣賃金率のもとで労働の需給が一致する水準で決定されるとしよう。すると，貨幣賃金率と雇用量は次の式で決定される。

$$Nd(w/p)=Ns(w/p^e) \qquad (1)$$

現行の貨幣賃金率のもとで労働の需給が一致する状態を完全雇用と呼ぶならば，この状態は確かに完全雇用である。しかし，(1)の状態を完全雇用と呼ぶのは

4　前掲の論文のほかに，置塩信雄「マネタリストの black box」(国民経済雑誌1980年1月)，「自然失業率について」(理論経済学1980年4月)，いづれも「現代経済学Ⅱ」，1988，筑摩書房所收。

ケインズの定義からみても可笑しい。ケインズの「一般理論」における完全雇用の定義は次のようなものである。[5]「物価がある範囲内で上昇したとき，労働供給が増加し，雇用が上昇するならば，物価上昇以前に非自発的失業があったことになる。このようなことのない状態が完全雇用の状態である。」この定義からみて(1)の状態は決して完全雇用とはいえない。実際，(1)において，物価水準 p が上昇したとき p^e が一定ならば，貨幣賃金率 w が物価水準 p の上昇率より小さい上昇率で上昇することによって雇用は増加する。p^e が一定ならば，労働者は貨幣賃金率の上昇を実質賃金率の上昇と受け取り，労働供給を増加させる。他方，企業は実質賃金率 w/p が下落するから労働需要量は増加する。したがって(1)は一般には完全雇用の条件ではない。

それでは，完全雇用の条件はどのように考えればいいのであろうか。完全雇用の条件は次のようである。

$$Nd(w/p)=Ns(w/p) \qquad (2)$$

労働市場が此の状態に在る場合には，ケインズの意味での非自発的失業は存在しない。(2)において，物価水準 p が上昇すると貨幣賃金率 w がそれと同率で上昇し，労働の需要も供給も変化しない。

(1)と(2)を比較すると，次の事が分かる。

$p>p^e$ のときには雇用は完全雇用以上

$p<p^e$ のときには雇用は完全雇用以下

$p>p^e$ のときには労働者は実質賃金率を過大に錯覚し，$p<p^e$ のときには労働者は実質賃金率を過小に錯覚するからである。$p=p^e$ のとき労働者は実質賃金率について錯覚なく，雇用は完全雇用の状態にある。

さて，労働市場について以上のように想定した場合，フリードマンの主張する結論に従うであろうか。

5 J. M. Keynes, "General Theoy", p. 15.

III モデル

市場で取り引きされる対象は，労働力，財，証券の3種類である。労働市場の一時的均衡条件は(1)で与えられる。財市場の一時的均衡条件は

$$sY(w/p)=I(r) \qquad Y'<0,\ I'<0 \tag{3}$$

で与えられる。ここで，Yは純生産物，sは貯蓄率，Iは新投資需要を示す。証券市場の一時的均衡条件は

$$B(pY,\ r)=0 \tag{4}$$

で与えられる。ここで，Bは証券の超過需要を示す。

このように，3市場の一時的均衡条件は(1)，(3)，(4)で与えられる。(1)は貨幣賃金率の停止条件であり，(3)，(4)はそれぞれ物価・利子率の停止条件である[6]。ワルラス法則から(4)を貨幣の需給均衡式

$$M=L(pY,\ r) \tag{5}$$

で置き換えることが出来る。ここで，Lは貨幣の需要関数である。LをpYに関する一次同次関数と仮定すると(5)は

$$M/p=L(Y,\ r) \qquad L_1>0,\ L_2<0 \tag{6}$$

となる。かくて，3市場の一時的均衡条件は(1)，(3)，(6)と書くことが出来る。

決定されなくてはならない変数は物価p，利子率r，貨幣賃金率wと労働者の主観的に想定している物価水準p^eの4つである。完結したモデルを構成するには，もう一つの方程式が必要である。

$$p_t^e=p_{t-1} \tag{7}$$

この式は労働者が主観的に想定する物価水準がいかに形成されるかを示している。労働者は前期の物価水準が今期もそのまま続くと予想するということを(7)は示している。

以上(1)，(3)，(6)，(7)の4つの式でモデルは完結する。

6　置塩信雄「利子率と為替率の運動」(国民経済雑誌1986年12月)。

IV 諸経済量の運動

(1), (3), (6), (7)は物価 p, 利子率 r, 貨幣賃金率 w, 労働者の主観的物価水準 p^e したがってまた純生産物 Y の運動を規定する。

(3), (6)より

$$Y=Y(M/p) \qquad Y'>0 \tag{8}$$

をえる。よく知られているように，実質貨幣供給量 (M/p) が増大すると，利子率が低下し，その結果新投資需要が増加するため，その乗数倍の有効需要が生じ Y がそれだけ上昇する。(8)はこのことを示している。実質貨幣供給量の増加がこのような効果をもたらすためには，流動性トラップがないこと，新投資需要が利子率に対して不感応でないことが必要である。流動性トラップがある場合には，実質貨幣供給量が増加しても，利子率は低下しないし，また，新投資需要が利子率に対して不感応であれば，利子率が低下しても，新投資需要は増加しないからである。

(8)は次のように書換えることができる。

$$w/p=F(M/p) \qquad F'<0 \tag{9}$$

実質貨幣供給量が増加すれば，純生産量は増加するが，企業が生産・雇用の増大に踏切るのは彼等にとって有利な条件が生じたときである。すなわち，貨幣賃金率に比して諸価格が騰貴したときである。したがって，実質貨幣供給量が増加すれば，貨幣賃金率に比して諸価格が騰貴し，実質賃金率 (w/p) が下落する。(9)はこのことを示している。

さて，(7), (9)を(1)に代入すれば，

$$Nd(F(M/p_t))=Ns(w_t/p_{t-1}) \tag{10}$$

をえる。ところが，右辺の括弧内は

$$w_t/p_{t-1}=w_t/p_t*(p_t/p_{t-1})$$

と書けるから

$$w_t/p_{t-1}=F(M/p_t)*(p_t/p_{t-1})$$

となる。したがって，(10)は

$$Nd(F(M/p_t))=Ns(F(M/p_t)*p_t/p_{t-1}) \qquad (10')$$

となる。この式は p に関する一階の定差方程式であり，これを検討することにより経済の運動を分析することができる。

(10′)は次のように書換えることができる。

$$p_t/p_{t-1}=H(F(M/p_t)) \qquad H'<0 \qquad (10'')$$

実質賃金率（$w_t/p_t=F$）が上昇すると，(10′)において，Nd は減少し，Ns は増加する。したがって，(10)が成立するためには p_t/p_{t-1} が減少して Ns を低下させなければならない。それ故，$H'<0$ である。既にみたように，$F'<0$ であるから，p_t/p_{t-1} は実質貨幣供給量（M/p）の増加関数であり，(10″)は

$$p_t/p_{t-1}=\phi(M/p_t) \qquad \phi'>0 \qquad (11)$$

となる。この定差方程式の定常解は $p_t=p_{t-1}$ であるから，そこでは $\phi=1$ である。この定差方程式の定常解が安定的であるための条件は，定常点において

$$|dp_t/dp_{t-1}|<1$$

であることである。(11)より

$$dp_t/dp_{t-1}=\phi/(1+\phi^*)$$

をえる。ここで，ϕ^* は ϕ の M/p に関する弾力性で，$\phi'>0$ であるから，$\phi^*>0$ である。ところで，(11)の定常点では既にみたように $\phi=1$ であるから，定常点における dp_t/dp_{t-1} の絶対値は1より小であることが分かる。かくして，(11)の定常点は安定的であり，任意の初期値から出発して，経済は定常点に向かって収束することが導けた。

V　フリードマンの主張

以上の結論はフリードマンの自然失業率に関する主張とどのような関係をもつであろうか。フリードマンの自然失業率に関する主張は，冒頭に示したように次のようである。政府が介入して有効需要の注入を行った場合，しばらくの間は労働の失業率を自然失業率以上に高めることはできるが，やがて，失業率

は自然失業率に戻ってしまう。無理に，失業率を自然失業率以上に高めつづけようとすれば，加速的インフレーションを招かざるをえなくなる。

上述のモデルとこのフリードマンの主張の関係を検討するために，モデルの中へ政府支出を導入しよう。政府支出Gは財市場に現れるから，(3)は

$$s^*Y(w/p)=I(r)+G \tag{12}$$

となる。この政府支出がどのような財源で賄われるかを特定しなくてはならない。まず，政府支出がすべて市場消化の国債で賄われると想定しよう。すると，証券市場の一時的均衡条件(4)は

$$B(p^*Y,\ r)=G \tag{13}$$

となる。しかし，ここでもワルラス法則から労働，財，証券市場の一時的均衡条件は(1)，(6)，(12)で書くことができる。それ故，前モデルの(9)は

$$w/p=F(M/p,\ G) \qquad F_1<0,\ F_2<0 \tag{14}$$

となる。政府支出Gの増加は実質貨幣量の増加と同様に純生産量 Y を増加させ実質賃金率を低下させる。

はじめ，完全雇用の状態にあったとしよう。すると，

$$p^e=p_F \tag{15}$$

である。ここで，p_F は完全雇用の状態に対応する物価水準で

$$Nd(F(M/p_F,\ G))=Ns(F(M/p_F,\ G)) \tag{16}$$

を充たす物価水準である。労働者は正確に此の物価水準を知っており，完全雇用の状態にある。さて，政府が其の支出をGから $G'(>G)$ に増加させたとしよう。そのとき，さしあたり雇用，物価，貨幣賃金率はどの様に変化するであろうか。労働市場は

$$Nd(F(M/p,\ G'))=Ns(F(M/p,\ G')*p/p_F) \tag{17}$$

であるから，物価 p は上昇する。

実際，(17)において G' が増大すれば(14)から実質賃金率が下落するから，労働需要 Nd は増加し，労働供給 Ns は減少する。これを均衡させるためには物価 p が変化しなければならない。もし，物価が下落したとすれば実質貨幣

供給量が増大するから，労働需要 Nd はますます増加し，労働供給 Ns もますます減少する。したがって，労働市場の一時的均衡のためには物価 p は上昇しなければならない。このとき，実質賃金率は下落し，雇用は増大する。もし，実質賃金率が不変であったり，上昇したとすれば(17)において，労働需要は不変もしくは減少し，他方労働供給は上昇し，労働市場は均衡しないからである。貨幣賃金率 w は上昇する。雇用が増大するためには，労働供給は上昇しなければならないが，そのためには労働者が主観的に考える実質賃金率 w/p_F が上昇しなければならないからである。以上のように，政府の支出増大は雇用，物価，貨幣賃金率を上昇させ，実質賃金率を減少させる。

政府支出を考慮した場合のモデルでは，(11)は

$$p_t/p_{t-1}=H(F(M/p_t,\ G)) \tag{18}$$

となるが，この定差方程式は(11)と同様に定常値にむかって収束運動を行う。収束する定常値は次式できまる。

$$Nd(F(M/p'_F,\ G'))=Ns(F(M/p'_F,\ G')) \tag{19}$$

ここで，p'_F は政府支出 G' のもとでの完全雇用に対応する物価水準である。この物価水準 p'_F は政府支出が G であった場合の完全雇用に対応する物価水準 p_F より高い。このことは(19)と(16)を比較してみれば分かる。政府支出の水準が異なっても完全雇用に対応する実質賃金率は同じである。ところが，(14)からわかるように，政府支出の水準が大であるときに，同一の実質賃金率であるためには，実質貨幣供給量が小でなければならない。名目貨幣供給量は同一であるから，物価水準が高くなければならない。

$$p'_F>p_F$$

政府支出が増大したとき，既にみたように物価は上昇するが，さしあたりの水準は定常値 p'_F より低い。このことは(17)と(19)を比較すれば分かる。既にみたように，(17)では雇用は完全雇用以上であるから，第2項でみたように $p>p_F$ であり，実質賃金率は(19)できめられる水準より低い。両者の政府支出の水準は同じであるから，(17)できまる物価水準がより低く，実質貨幣供給量

が大でなければならない。それ故 $p'_F>p$ で，結局次式をえる。

$$p'_F>p>p_F$$

このように，政府支出の増大はさしあたり雇用を完全雇用以上に高めるが，やがてより一層の物価上昇が生じ雇用は完全雇用水準に復帰する。この過程で利子率はどのような運動を行うのであろうか。このモデルでは

$$r=r(M/p,\ G) \qquad r_1<0,\ r_2>0 \tag{20}$$

である。実質貨幣供給量の増大は利子率を低下させ，政府支出の増大は利子率を上昇させる。政府支出の増大は上述のように物価を p'_F まで上昇させつづけるから，実質貨幣供給量を減少させつづける。その結果，利子率は上昇しつづける。利子率の上昇は新投資需要 I を減退させつづける。すなわち，クラウディング・アウト効果が働き続ける。そして，新投資需要 I の減退がちょうど政府支出の増大を完全に相殺するところで運動は止む。そこでは，完全雇用であり，純生産水準は政府支出の増大以前とまったく同じであり，政府支出が増大しただけ新投資需要が減退している。つまり，完全なクラウディング・アウト効果が働いているのである。

VI　加速的インフレーション

フリードマンは政府が無理に雇用を完全雇用以上に維持しつづけようとすれば加速的インフレーションを招かざるをえなくなると主張した。この主張はどのように導きだせるであろうか。

第2項で述べたように，雇用が完全雇用水準以上にあるときは $p>p^e$ でなければならなかった。p^e の形成について(7)を想定しているから，このことは $p_t>p_{t-1}$ すなわち物価が上昇しつづけていなければならないことを意味する。このために，政府支出や貨幣供給量はどのようでなければならないであろうか。

いま，毎期，物価が $\alpha(>0)$ の率で上昇している状態を考えよう。このとき労働者の p^e 形成の仕方が(7)である限り，毎期雇用は完全雇用以上の水準に

あり，労働市場では

$$Nd(F(M/p,\ G)) = Ns(F(M/p,\ G) * p/p_{t-1}) \tag{21}$$

$$p/p_{t-1} = 1+\alpha$$

である。この状態を毎期持続するためには，政府支出や貨幣供給量は一定ではありえない。(21)から分かるように，貨幣供給量を毎期 α の率で増加させる（その場合には実質貨幣供給量は物価の上昇にもかかわらず一定値を保つ）か，政府支出を増加させつづけなければならない。

しかし，逆に言えば，貨幣供給量を毎期 α の率で増加させるか，政府支出を増加させつづけるならば，毎期 α の率でのインフレーションは伴うにしても毎期完全雇用以上の雇用を保ち得ることになる。フリードマンの加速的インフレーションを招くという主張はどうなるのだろうか。

これを考えるためには，労働市場における労働者の行動についてより詳しく検討しなければならない。第３項において労働者は自分の考える物価水準を頭において，貨幣賃金率の実質価値を計算し，それにもとずいて労働供給を決定するとした。そして，その際労働者は自分の物価水準についての考えを(７)によって形成すると想定した。しかし，インフレーションがひきつづいているときに，前期の物価水準がそのまま今期もつづくであろうと労働者が考えるだろうと想定するのは現実的ではない。インフレーションがひきつづいているときには，労働者はさらにインフレーションがひきつづくだろうと予想するであろう。だから，(７)は

$$p_e^t/p_{t-1} = p_{t-1}/p_{t-2} \tag{22}$$

としなければならないであろう。労働者は前期のインフレ率が今期も続くであろうと予想するのである。労働者がこのような態度をとる場合，どのようなことが生じるだろうか。

この場合には，(18)は

$$(p_t p_{t-2})/(p_{t-1} p_{t-1}) = H(F(M/p_t,\ G)) \tag{23}$$

に置換えなければならない。まえと同様，政府が貨幣供給量や政府支出を毎期

増加させて，実質賃金率を完全雇用に対応する水準より押しさげ，

$$p/p^e=1+\lambda \qquad \lambda>0$$

に毎期固定させたとすれば，(22)より

$$(1+\alpha_t)/(1+\alpha_{t-1})=1+\lambda \tag{24}$$

となる。ここで，α_t は第 t 期におけるインフレ率である。これより

$$\alpha_t=(1+\alpha_0)(1+\lambda)^t-1 \tag{25}$$

をえる。インフレ率は毎期 λ の率で上昇する。このようにして労働者の予想態度が(22)のようであれば，フリードマンの加速的インフレーションの主張が導かれる。

VII 「見 え ざ る 手」

労働者の予想態度が(22)のようである場合の経済の運動は(1)，(3)，(6)，(22)で構成される。此れを集約すると

$$(1+\alpha_t)/(1+\alpha_{t-1})=\phi(m_t) \qquad \phi'>0 \tag{26}$$

となる。ここで，

$$\alpha_t=(p_t-p_{t-1})/p_{t-1}$$

$$m_t=M/p_t$$

で，α，mはそれぞれインフレ率，実質貨幣供給量を示す。

フリードマンは政府が経済への介入を貨幣供給量を一定％で増加させるだけの政策に限定するならば，経済は自動的に完全雇用を達成すると主張した。此の主張は労働者の予想態度が(7)のようである場合については，既に第3項で導出した。労働者の予想態度が(22)のようである場合にも，此の事は成立するであろうか。

政府が貨幣供給量を μ の率で増加させると想定しよう。すると，体系は(26)と

$$m_t=m_{t-1}(1+\mu)/(1+\alpha_t) \tag{27}$$

で構成される。この体系は数学註で示すように，定常値

$$m=m^*:\qquad \phi(m^*)=1$$
$$\alpha=\alpha^*=\mu$$

に収束する。すなわち，雇用は完全雇用に収束し，物価上昇率は貨幣供給量の増加率 μ に収束する。

このようにして，フリードマンの主張する結論を導き出せる理論モデルを定式化することが出来た。しかしながら，既に他の論文でも強調したようにこの結論は投資関数についての想定に主要に依存している[7]。投資関数が利子率に関して感応的でなかったり，利子率が貨幣供給量の増加に関して感応的でなかったりした場合にはフリードマンの主張する「見えざる手」の結論は導けない。また，投資関数がハロッド・置塩型で

$$g_{t+1}=g_t+\beta(\delta-\delta^*)\qquad \beta>0$$

のような場合には体系は累積的な不均衡の発散運動を行う。ここで，g は資本蓄積率 (I/K), δ は資本の稼働率 (Y/Y^*) を示す。Kは資本，Y^* は資本を正常に稼働したときの正常生産能力である。したがって，フリードマンの主張は資本家の新投資にかんする私的決定に付いて，調和的想定に基礎を置いているといえる。

数　学　註*

(26), (27)で運動するとき，α_t は μ に，m_t は m^* に収束する。但し，

$$\phi(m^*)=1,\qquad \phi'>0$$

である。

証明

$$x_t=\log\left(\frac{1+\alpha_t}{1+\mu}\right)$$
$$y_t=\log\left(\frac{m_t}{m^*}\right)$$

とおけば，(26), (27)は

$$\begin{aligned} x_{t-1}-x_t&=-\log\phi(y_t) \\ y_{t-1}-y_t&=x_t \end{aligned}\qquad \text{(A)}$$

7　前掲拙稿参照。

*　以下の証明に関して，類似微分方程式の利用については荻原泰治氏（神戸大学経済経営研究所）より，逆向き解については越智泰樹氏（高知大学）より有益な教示をえた。

と書ける。ここで，$\phi(0)=1$ で $\phi'>0$ である。この定差方程式の定常解は $\phi(0)=1$ であるから，$x=0$, $y=0$ である。したがって，$x\to 0$, $y\to 0$ なることを示せばよい。

定差方程式(A)を $(x_t, y_t)\to(x_{t-1}, y_{t-1})$ とよみ，$t\to t-1\to t-2\to\cdots\cdots$ という逆向きの運動を調べよう。この逆向きの運動がいたるところで発散的であれば，前向きの運動 ($t\to t+1\to t+2\to\cdots\cdots$) は安定的である。それ故，逆向きの運動が発散的であることを示そう。(A)より

$$\frac{y_{t-1}-y_t}{x_{t-1}-x_t}=\frac{-x_t}{\log\phi(y_t)} \tag{B}$$

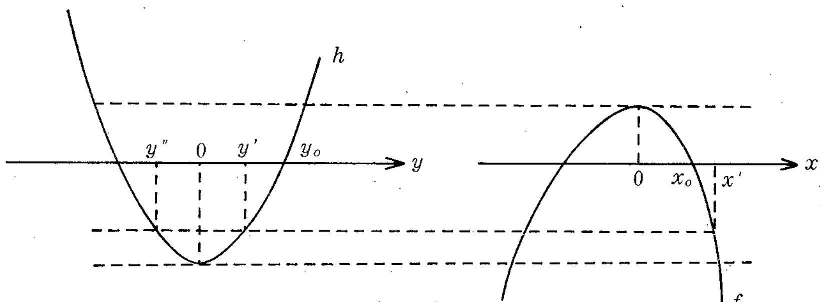
をえる。(A)の運動の性質を知るために，(B)と類似の微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-x}{\log\phi(y)} \tag{C}$$

を考えよう。この微分方程式は変数分離型であるから，

$$h(y)\equiv\int_{y_0}^{y}\log\phi(y)dy=\int_{x_0}^{x}-xdx\equiv f(x)$$

となる。$h(y)$, $f(x)$ を図示すると第1図のようになる。
(但し，初期値を $x_0>0$, $y_0>0$ にとった。)



第1図

$f(x)$ については

$$f(x)=\frac{1}{2}(x_0^2-x^2)$$

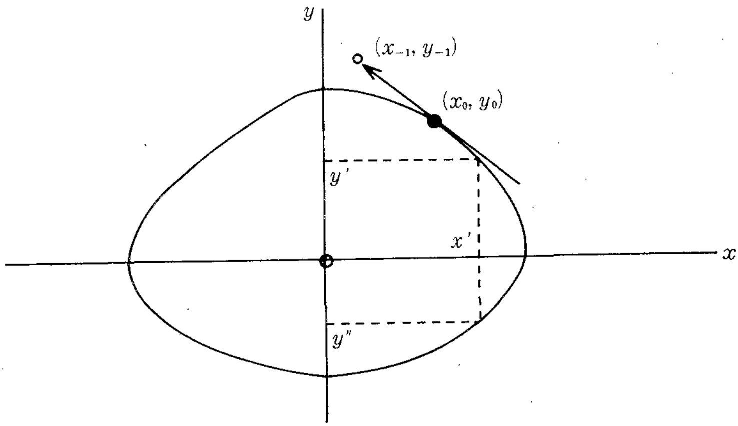
であるから図のようになる。次に $h(y)$ についてみよう。定義より，$h(y_0)=0$ である。また，$h'(y)=\log\phi(y)$ であるから，$y>0$ のとき $h'>0$, $y<0$ のとき $h'<0$ であり，$y=0$ のとき $h'=0$ である。

この f と h のグラフから，微分方程式(C)の解軌道は第2図のような閉軌道であることが分かる。というのは，例えば第1図において，$x=x'$ ととると，$f=h$ ならしめる y の値は y' と y'' が対応する。

この閉軌道はさらに，次の性質をもつ。$y>0$ なる点では $d^2y/dx^2<0$, $y<0$ なる点では $d^2y/dx^2>0$ である。何故ならば，(C)より

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{-1}{(\log\phi)^3}\left\{(\log\phi)^2+x^2\frac{\phi'}{\phi}\right\}$$

であるが，$y>0$ の点では $\phi>1$ で $\log\phi>0$ であるから $d^2y/dx^2<0$ であり，逆は逆であるからである。



第2図

さて，微分方程式(C)の解軌道が以上のような性質をもつことから，定差方程式(A)の逆向き運動が発散的であることが推論できる。図において，はじめ (x_0, y_0) にいたものとしよう。すると前期の (x_{-1}, y_{-1}) は図に示すような位置にある。というのは，(x_0, y_0) を通る微分方程式(C)の解軌道の (x_0, y_0) における接線の勾配は，(B)の右辺と等しいから，(x_{-1}, y_{-1}) は矢印の方向にある。それ故，(x_{-1}, y_{-1}) は (x_0, y_0) に対応する閉軌道の外に位置することになる。そこで，(x_{-1}, y_{-1}) に対応する(C)の解軌道を考えると，同様の理由で (x_{-2}, y_{-2}) はまた，この閉軌道の外に出る。このようにして，逆向き運動は発散的である。