



ラグ付き従属変数がある線形回帰モデルにおける推定と検定

大谷, 一博

(Citation)

国民経済雑誌, 164(1):39-50

(Issue Date)

1991-07

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00174747>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00174747>



ラグ付き従属変数がある 線形回帰モデルにおける推定と検定

大 谷 一 博

I 序

応用計量経済学的な研究において、部分調整仮説、適応的期待および合理的期待などが導入されるとき、ラグ付き従属変数が説明変数として現れてくる。このラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデルによる実証研究の数は極めて多い。その輸入関数の推定における一例をあげると、Yadav (1975), Goldstein and Khan (1976), Akhtar (1981), Petoussis (1985) などがある。

ラグ付き従属変数が説明変数に含まれるとき、定式化された回帰モデルは外生変数をもつ自己回帰モデルとなる。このモデルを計量経済学では動学的モデルという。外生変数がないときでも、自己回帰係数の通常最小自乗 (OLS) 推定量は極めて複雑な分布をもっている。たとえば、Ochi (1983) は標本の大きさの -1 次までのオーダーの漸近展開を求めているが、その形は非常に複雑である。一般に、外生変数をもつ自己回帰モデルの OLS 推定量の小標本分布は未知である。従って、回帰分析において通常使用される t 統計量、 F 統計量および R^2 統計量などの小標本特性は、ラグ付き従属変数がないときのそれらの小標本特性とは異なったものとなる。たとえば、1 期のラグ付き従属変数を説明変数にもつ線形回帰モデルにおいて形式的に計算された t 統計量の小標本分布は t 分布ではない (その漸近展開については、たとえば、Phillips (1977) および Tanaka (1983) 参照)。従って、形式的に t 検定を行っても、真の有意水準は名目有意水準とは異なったものとなる。

Nankervis and Savin (1985, 1987, 1988) は、外生変数があるときの 1

階の自己回帰モデル（1期のラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデル）の自己回帰係数に対する t 統計量の小標本特性を small- σ 法およびモンテカルロ実験によって調べている。また、Dickey and Fuller (1981) は、定数項と1期のラグ付き従属変数のみからなる1階の自己回帰モデルにおける単位根の尤度比 (LR) 検定を導き、その小標本特性をモンテカルロ実験によって調べている。しかし、ラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデルでの外生変数の係数の最尤 (ML) 推定量および LR 検定統計量の小標本特性は、これまで十分には調べられていない。

本稿では、1期のラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデルを考え、自己回帰係数および外生変数の係数の OLS 推定量および ML 推定量の小標本特性をモンテカルロ実験によって調べる。また、自己回帰係数および外生変数の係数に対する OLS 推定に基づく t 検定および ML 推定に基づく LR 検定の小標本特性について調べる。

II モ デ ル

次の1期のラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデルを考える。

$$y_t = \alpha y_{t-1} + x_t' \beta + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma^2), \quad t=2, 3, \dots, T, \quad (1)$$

$$y_1 = \mu_1 + u_1, \quad u_1 \sim N(0, \sigma_1^2), \quad (2)$$

ただし、 y_t は第 t 期の従属変数の観測値、 x_t は第 t 期の外生変数の観測値の $K \times 1$ ベクトル、 α は自己回帰係数 ($|\alpha| < 1$)、 β は外生変数の係数の $K \times 1$ ベクトル、 $u_1, u_2, \dots, u_T$ は互いに独立に正規分布に従う誤差項である。 μ_1 と σ_1^2 に関しては後に特定化される。

(1) 式に逐次代入を行うと、

$$y_t = \alpha^{t-1} y_1 + \sum_{i=0}^{t-2} \alpha^i x_{t-i}' \beta + \sum_{i=0}^{t-2} \alpha^i u_{t-i}, \quad t=2, 3, \dots, T, \quad (3)$$

を得る。 y_t ($t \geq 2$) の期待値をとると

$$E[y_t] = \alpha^{t-1} E[y_1] + \sum_{i=0}^{t-2} \alpha^i x_{t-i}' \beta$$

となるので,

$$E[y_1] = \mu_1 = x_1' \beta \quad (4)$$

とおくと, すべての t ($t=1, 2, \dots, T$) に対して

$$E[y_t] = \sum_{i=0}^{t-1} \alpha^i x_{t-i}' \beta \quad (5)$$

となる。

y_t ($t \geq 2$) の分散は, $\mu_1 = x_1' \beta$ のとき

$$\text{Var}(y_t) = \alpha^{2(t-1)} \sigma_1^2 + \sigma^2 (1 - \alpha^{2(t-1)}) / (1 - \alpha^2) \quad (6)$$

であるので,

$$\sigma_1^2 = \sigma^2 / (1 - \alpha^2) \quad (7)$$

とおくと, すべての t ($t=1, 2, \dots, T$) に対して

$$\text{Var}(y_t) = \sigma^2 / (1 - \alpha^2) \quad (8)$$

となる。 σ_1^2 がゼロ (すなわち, y_1 が固定値) であるとき, y_t の系列は固定初期値をもつといわれる。これに対して, σ_1^2 が正の実数であるとき, y_t の系列は確率的初期値をもつといわれる。特に, σ_1^2 が(7)式で与えられるとき, すべての t に対して y_t の分散が(8)式によって表されるので, このとき y_t の系列は分散定常であるという。なお, Nankervis and Savin (1985, 1987) は固定初期値の場合を扱っており, Nankervis and Savin (1988) は初期値が確率的で分散が定常の場合を扱っている。経済時系列データを扱うときには, 固定初期値よりも確率的初期値の方がもっともらしいと考えられるので, 本稿では分散定常の場合を扱うことにする。

次の変数交換を考える。

$$y^* = \begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_T^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - \alpha^2)^{1/2} y_1 \\ y_2 - \alpha y_1 \\ \vdots \\ y_T - \alpha y_{T-1} \end{pmatrix},$$

$$X^* = \begin{pmatrix} x_1^{*'} \\ x_2^{*'} \\ \vdots \\ x_T^{*'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-\alpha^2)^{1/2} x_1' \\ x_2' \\ \vdots \\ x_T' \end{pmatrix},$$

$$u^* = \begin{pmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ \vdots \\ u_T^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-\alpha^2)^{1/2} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_T \end{pmatrix}$$

このとき、(1), (2), (4), (7)式で定式化されるモデルは

$$y^* = X^* \beta + u^*, \quad u^* \sim N(0, \sigma^2 I_T) \quad (9)$$

と書かれる。ただし、 y^* および u^* は $T \times 1$ ベクトル、 X^* は $T \times K$ 行列、 β は $K \times 1$ ベクトルである。

III 推定量および検定統計量

III.1 推 定 量

α および β の OLS 推定量は、(1)式に最小自乗法を適用することによって得られる。ただし、説明変数に1期のラグ付き従属変数が含まれているので、推定において使用される標本の大きさは、 T ではなく $T-1$ である。また、OLS 推定を行うときには、 y_t の系列の初期値条件は特に考慮されていない。しかし、 α および β の OLS 推定量は、 y_1 が固定されているときの最尤推定量とみなすことができるので（たとえば、Ohtani (1990, p. 42) 参照）、最尤推定の観点からは固定初期値の場合と考えられる。従って、 y_t の系列が分散定常であるときに OLS 推定を行う場合には、初期値に関する特定化の誤りを犯していることになる。モデル(9)に基づく対数尤度関数は

$$L(\alpha, \beta, \sigma^2) = -(T/2) \log 2\pi - (T/2) \log \sigma^2 \\ - (y^* - X^* \beta)' (y^* - X^* \beta) / (2\sigma^2) + (1/2) \log(1 - \alpha^2) \quad (10)$$

で与えられる。ただし、(10)式の最後の項は、従属変数 y_t の変換のヤコビア

ンから導かれる項である。 $L(\alpha, \beta, \sigma^2)$ を β と σ^2 に関して偏微分してゼロとおくことによって、 α に関して条件付きの β と σ^2 の最尤推定値が得られる：

$$\hat{\beta}^* = (X^{*'} X^*)^{-1} X^{*'} y^*, \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = (y^* - X^* \hat{\beta}^*)' (y^* - X^* \hat{\beta}^*) / T. \quad (12)$$

$\hat{\beta}^*$ と $\hat{\sigma}^{*2}$ を(10)式に代入すると、次の集約対数尤度関数が得られる。

$$L_{\max}(\alpha) = (-T/2)(1 + \log 2\pi) - (T/2) \log \hat{\sigma}^{*2} + (1/2) \log(1 - \alpha^2). \quad (13)$$

(13)式を最大にする α の値が α の最尤推定値であり、これに対応する $\hat{\beta}^*$ と $\hat{\sigma}^{*2}$ の値が β と σ^2 の最尤推定値である。以下では、 α, β, σ^2 の ML 推定量を、それぞれ、 $\hat{\alpha}^*, \hat{\beta}^*, \hat{\sigma}^{*2}$ で表わすことにする。

III.2 検定統計量

次の α と β_i (β_i は β の第 i 要素) に関する帰無仮説および対立仮説を考えよう。

$$H_0: \alpha = \alpha_0, \quad H_1: \alpha \neq \alpha_0,$$

$$H_0: \beta_i = \beta_{i0}, \quad H_1: \beta_i \neq \beta_{i0}.$$

ただし、 α_0 は α の特定の値であり、 β_{i0} は β_i の特定の値である。

OLS 推定法によって計算される t 統計量とは、(1)式に最小自乗法を適用して得られた α と β の OLS 推定量から α_0 および β_{i0} を引いたものをそれらの標準誤差の推定量で割ったものである。このようにして得られた t 検定統計量は、実際には t 分布には従わないが、実証分析では自由度 $T-K-1$ の t 分布で近似できるとみなされることが多い。Nankervis and Savin (1987) は y_i の系列が固定初期値をもち、かつ x_i が互いに独立に平均ゼロ、分散一定の正規分布に従うならば、仮説 $H_0: \beta_i = \beta_{i0}$ に対する t 統計量が厳密に t 分布に従うことを示している。しかし、ここでは確率的初期値を考えているので t 統計量の分布は t 分布ではないが、Nankervis and Savin (1988) は t 分布による近似がかなり良好であることを示している。なお、本稿では両側

対立仮説を考えているので、これらの t 統計量を自乗した検定統計量が自由度 $(1, T-K-1)$ の F 分布で近似できるとみなしても差し支えない。従って、以下では、この t 統計量を自乗した F 統計量を考察の対象とする。

帰無仮説 $H_0: \alpha = \alpha_0$ に対する LR 検定は

$$2[L(\hat{\alpha}^*, \hat{\beta}^*, \hat{\sigma}^{*2}) - L(\alpha = \alpha_0, \hat{\beta}_0^*, \hat{\sigma}_0^{*2})] \quad (14)$$

に基づいて行われる。ただし、 $\hat{\beta}_0^*$ および $\hat{\sigma}_0^{*2}$ は、 $\alpha = \alpha_0$ という条件のもとで得られた β および σ^2 の ML 推定量である。(14)式で与えられた LR 検定統計量の漸次分布は自由度 1 のカイ自乗分布であるので、小標本のときでも、LR 検定統計量が自由度 1 のカイ自乗分布に従うとみなして検定が行われる。

なお、帰無仮説 $H_0: \beta_i = \beta_{i0}$ に対する LR 検定も同様にして行われる。

次節では、OLS 推定に基づく F 検定および ML 推定に基づく LR 検定の有意水準が、それぞれ、名目有意水準とどの程度異なるのかをモンテカルロ実験によって調べる。

IV 実 験

モンテカルロ実験で使用されたモデルは、

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma^2), \quad t=2, 3, \dots, T,$$

$$y_1 = \beta_1 + \beta_2 x_1 + u_1, \quad u_1 \sim N(0, \sigma^2/(1-\alpha^2)),$$

である。使用されたパラメータ値は

$$\alpha = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.9, 0.95,$$

$$\beta_1 = 1.0, \beta_2 = 0.0, \sigma^2 = 0.01,$$

$$T = 20, 50$$

である。なお、部分調整仮説によって 1 期のラグ付き従属変数が説明変数に含まれる場合には、通常 α の値は非負になると考えられる。このことから、ここでは、 α が非負の場合のみを取り扱っている。

外生変数 x_t に関しては、次の 3 つの系列が使用された。

(1) x_t として 1~T の一様乱数の系列を使用。

- (2) x_t として、線形トレンド系列 $x_t=t$ を使用。
- (3) x_t として、指数トレンド系列 $x_t=\exp(0.04t)+w_t$ を使用。ただし、 w_t は $N(0, 0.03^2)$ から生成された正規乱数。

選択されたパラメータ値の組合せごとに x_t の系列が生成され、 x_t を固定した上で y_t の値が1,000個生成された。すなわち、モンテカルロ実験での繰り返し数は1,000である。

第 i 回目の繰り返しで得られた α の推定値を $\hat{\alpha}(i)$ とすると、 α の推定量 $(\hat{\alpha})$ の平均バイアスと平均自乗誤差 (MSE) は、それぞれ、

$$\text{Bias}(\hat{\alpha}) = \sum_{i=1}^{1000} (\hat{\alpha}(i) - \alpha) / 1000,$$

$$\text{MSE}(\hat{\alpha}) = \sum_{i=1}^{1000} (\hat{\alpha}(i) - \alpha)^2 / 1000,$$

として計算される。 α の推定量としては、OLS 推定量と ML 推定量の2つの推定量が使用された。

仮説 $H_0: \alpha = \alpha_0$ (α_0 は設定された真のパラメータ値) に対する F 検定および LR 検定の名目有意水準は5%に固定された。 F 分布表およびカイ自乗分布表から、有意水準5%に対する有意点を求め、 F 検定統計値および LR 検定統計値が有意点より大きくなる回数を数え、これを1,000で割ったものが実験によって計算された有意水準である。

計量経済分析では、定数項 (β_1) よりも勾配係数 (β_2) に興味のあることが多い。従って、ここでは、 β_2 の OLS 推定量および ML 推定量の平均バイアスと MSE が計算された。また、検定に関しては、仮説 $H_0: \beta_2 = 0$ に対する F 検定および LR 検定の有意水準が計算された。

$T=20$ に対する実験結果が表1に、 $T=50$ に対する結果が表2に示されている。表1, 2から次のことが分かる。

- (1) α の推定量のバイアスに関しては、 α の値が0.6以下のときは、ML 推定量のバイアスの方が OLS 推定量のそれよりも小さい。しかし、 α の値が1に近くなると ML 推定量のバイアスの方が大きくなる。バイアスの大小が逆

表1 $T=20$ のときの実験結果 (名目有意水準 5%)

			α			β_2		
x_i	α	推定	バイアス	MSE	有意水準	バイアス	MSE	有意水準
一様	.00	OLS	-.05090	.05772	.051	-.0000897	.0000218	.059
		ML	-.01234	.01030	.087	.0000692	.0000198	.079
	.20	OLS	-.06438	.04391	.042	.0000496	.0000157	.057
		ML	-.01107	.00599	.071	-.0001835	.0000150	.075
	.40	OLS	-.04043	.01832	.055	.0000285	.0000130	.049
		ML	-.01091	.00377	.073	-.0000533	.0000128	.076
	.60	OLS	-.01047	.00378	.065	.0002041	.0000204	.051
		ML	-.00620	.00174	.087	.0002766	.0000202	.070
	.80	OLS	-.00331	.00039	.050	.0001503	.0000185	.049
		ML	-.00335	.00034	.082	.0001672	.0000184	.074
	.90	OLS	-.00080	.00011	.053	-.0000076	.0000197	.059
		ML	-.00081	.00010	.068	-.0000411	.0000195	.086
	.95	OLS	-.00039	.00004	.055	.0002307	.0000274	.042
		ML	-.00041	.00005	.065	.0002301	.0000275	.069
線形 トレンド	.00	OLS	-.09899	.05159	.033	-.0000804	.0000218	.061
		ML	-.01577	.01025	.083	.0001532	.0000177	.093
	.20	OLS	-.12455	.05696	.056	.0004417	.0000244	.067
		ML	-.01845	.00768	.086	.0002651	.0000191	.083
	.40	OLS	-.08133	.02987	.076	.0014388	.0000328	.070
		ML	-.02475	.00574	.085	.0008585	.0000235	.077
	.60	OLS	-.02905	.00816	.061	.0015059	.0000437	.068
		ML	-.01300	.00304	.074	.0009934	.0000323	.085
	.80	OLS	-.01184	.00215	.048	.0016959	.0000878	.057
		ML	-.01006	.00163	.087	.0015228	.0000787	.074
	.90	OLS	-.01151	.00177	.048	.0042569	.0003177	.048
		ML	-.01253	.00167	.082	.0046847	.0003023	.092
	.95	OLS	-.02122	.00357	.067	.0129927	.0014345	.070
		ML	-.02532	.00299	.092	.0156429	.0011859	.105
指数 トレンド	.00	OLS	-.10058	.05902	.047	.0031617	.0054577	.052
		ML	-.01303	.00915	.069	.0068513	.0045454	.067
	.20	OLS	-.11178	.05101	.066	.0090530	.0058891	.056
		ML	-.01857	.00718	.074	.0073675	.0046368	.071
	.40	OLS	-.08384	.02723	.059	.0188883	.0070774	.069
		ML	-.02587	.00505	.089	.0105482	.0052602	.077
	.60	OLS	-.02892	.00623	.055	.0175849	.0067361	.060
		ML	-.01490	.00256	.077	.0127553	.0058007	.076
	.80	OLS	-.00951	.00155	.062	.0184200	.0162475	.061
		ML	-.00830	.00124	.096	.0171415	.0151739	.090
	.90	OLS	-.00404	.00079	.047	.0238105	.0328472	.045
		ML	-.00429	.00075	.073	.0251220	.0321358	.070
	.95	OLS	-.00582	.00080	.063	.0523580	.0773222	.065
		ML	-.00693	.00069	.092	.0632338	.0675881	.099

表2 $T=50$ のときの実験結果 (名目有意水準 5%)

			α			β_2		
x_i	α	推定	バイアス	MSE	有意水準	バイアス	MSE	有意水準
一様	.00	OLS	-.01428	.02101	.053	.0000019	.0000011	.052
		ML	-.00870	.00671	.049	.0000037	.0000011	.058
	.20	OLS	-.02729	.01892	.054	-.0000075	.0000009	.048
		ML	-.01202	.00499	.065	-.0000052	.0000009	.059
	.40	OLS	-.02433	.01021	.044	.0000124	.0000014	.063
		ML	-.00922	.00332	.072	-.0000104	.0000013	.069
	.60	OLS	-.01040	.00288	.057	.00000891	.0000012	.058
		ML	-.00548	.00148	.072	.0000707	.0000012	.070
	.80	OLS	-.00167	.00027	.046	.0000094	.0000011	.042
		ML	-.00182	.00024	.054	.0000044	.0000011	.050
	.90	OLS	-.00072	.00004	.049	-.0000707	.0000010	.050
		ML	-.00085	.00004	.055	-.0000749	.0000010	.052
	.95	OLS	-.00024	.00001	.052	-.0000200	.0000008	.051
		ML	-.00021	.00001	.023	-.0000198	.0000009	.053
線形 トレンド	.00	OLS	-.04539	.02175	.053	-.0000341	.0000011	.052
		ML	-.01374	.00702	.060	.0000086	.0000010	.059
	.20	OLS	-.04537	.02091	.069	.0000627	.0000012	.067
		ML	-.01012	.00535	.055	.0000745	.0000012	.079
	.40	OLS	-.04131	.01155	.047	.0001034	.0000013	.062
		ML	-.01637	.00359	.065	.0000830	.0000012	.064
	.60	OLS	-.02265	.00398	.060	.0002440	.0000016	.073
		ML	-.01351	.00183	.069	.0001933	.0000014	.072
	.80	OLS	-.00530	.00054	.055	.0002096	.0000020	.059
		ML	-.00447	.00044	.064	.0001887	.0000019	.064
	.90	OLS	-.00307	.00015	.060	.0003814	.0000039	.056
		ML	-.00295	.00014	.063	.0003668	.0000039	.064
	.95	OLS	-.00180	.00010	.054	.0005548	.0000121	.059
		ML	-.00194	.00011	.062	.0005962	.0000129	.117
指数 トレンド	.00	OLS	-.04185	.02044	.042	-.0001423	.0000672	.051
		ML	-.01292	.00636	.047	.0000640	.0000617	.054
	.20	OLS	-.05161	.02168	.058	.0002447	.0000788	.068
		ML	-.01473	.00484	.048	.0002975	.0000709	.059
	.40	OLS	-.03814	.01249	.062	.0001151	.0000815	.074
		ML	-.01515	.00349	.068	.0000052	.0000760	.082
	.60	OLS	-.02000	.00342	.061	.0011736	.0000870	.082
		ML	-.01174	.00166	.070	.0009851	.0000831	.086
	.80	OLS	-.00371	.00035	.049	.0008968	.0000826	.043
		ML	-.00367	.00031	.055	.0009045	.0000819	.050
	.90	OLS	-.00143	.00007	.043	.0010154	.0001215	.039
		ML	-.00136	.00008	.047	.0009584	.0001267	.050
	.95	OLS	-.00064	.00003	.050	.0010377	.0002308	.043
		ML	-.00072	.00004	.062	.0012184	.0002702	.104

転する α の値は、使用された x_t の系列に依存するが、大体 0.6 と 0.9 の間にある。

- (2) α の推定量の MSE に関しては、 α の値が 0.8 以下のときは ML 推定量の MSE の方が OLS 推定量のそれよりも小さい。 α の値が 0.8 以上のときは、2 つの推定量の MSE には大きな差は見られない。
- (3) β_2 の推定量のバイアスに関しては、 $T=20$ で x_t が一様分布に従うとき、ML 推定量のバイアスの方が OLS 推定量のそれよりも大きい。しかし、それ以外の場合には、いくつかの例外を除いて、 α の値が小さいときは ML 推定量のバイアスの方が小さく、 α の値が 1 に近くなるにつれて ML 推定量のバイアスの方が大きくなる。
- (4) β_2 の推定量の MSE に関しては、いくつかの例外を除いて、ML 推定量の MSE の方が OLS 推定量のそれよりも小さい。
- (5) 仮説 $H_0: \alpha = \alpha_0$ および $H_0: \beta_2 = 0$ に対する検定に関して、 $T=20$ のときでも、 F 検定の有意水準にはそれほど大きな有意水準のバイアス（計算された有意水準と名目有意水準の差）は見られない。しかし、 $T=20$ のとき、LR 検定には有意水準の上方バイアス（計算された有意水準が名目有意水準よりも大きい）が見られる。全体として、 F 検定の方が LR 検定よりも有意水準のバイアスは小さい。標本が大きくなるにつれて、有意水準のバイアスは小さくなる傾向がある。しかし、 β_2 に関する検定については、 x_t に線形および指数トレンドがあり、かつ α の値が 0.95 のときは、LR 検定の有意水準の上方バイアスは減少していない。

V 結 語

本稿では、1 期のラグ付き従属変数を説明変数としてもつ線形回帰モデルにおける回帰係数の推定量および検定統計量の小標本特性について調べた。自己回帰係数および外生変数の係数の推定量に関しては、MSE を基準とすると、ML 推定量の方が優れているといえる。これに対して、検定統計量に関しては、

検定の有意水準のバイアスを基準とすると、OLS 推定に基づく F 検定統計量の方が、ML 推定に基づく LR 検定よりも優れている。

モンテカルロ実験の結果は選択されたモデルおよびパラメータ値に依存するので、本稿の結果から直ちに一般的な結論を引き出すことはできない。しかし、少なくともわれわれの結果は、分析の目的がパラメータの正確な推定値を得ることにあるならば ML 推定値の方がより信頼できる可能性が高く、パラメータに関する検定にあるならば F 検定を行う方が有意水準のバイアスが小さくなる可能性が高いことを示している。

参 考 文 献

- Akhtar, M. A. (1981). "Income and Price Elasticities on Non-Oil Imports for Six Industrial Countries," *The Manchester School of Economic and Social Studies* 49, 334-347.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1981). "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica* 49, 1057-1072.
- Goldstein, M. and M. S. Khan (1976). "Large Versus Small Price Changes and the Demand for Imports," *I. M. F. Staff Papers* 23, 200-225.
- Nankervis, J. C. and N. E. Savin (1985). "Testing the Autoregressive Parameter with the t Statistic," *Journal of Econometrics* 27, 143-161.
- Nankervis, J. C. and N. E. Savin (1987). "Finite Sample Distributions of t and F Statistics in an AR (1) Model with an Exogenous Variable," *Econometric Theory* 3, 387-408.
- Nankervis, J. C. and N. E. Savin (1988). "The Student's t Approximation in a Stationary First Order Autoregressive Model," *Econometrica* 56, 119-145.
- Ochi, Y. (1983). "Asymptotic Expansions for the Distribution of an Estimator in the First-Order Autoregressive Process," *Journal of Time Series Analysis* 4, 57-67.
- Ohtani, K. (1990). "On the Use of the Box-Cox Transformation in a Linear Regression with a Lagged Dependent Variable," *Journal of Applied Statistics* 17, 39-47.
- Petoussis, E. (1985). "The Aggregate Import Equation: Price Homogeneity and Monetary Effects," *Empirical Economics* 10, 91-101.
- Phillips, P. C. B. (1977). "Approximations to Some Finite Sample Distributions Associated with a First-Order Stochastic Difference Equation," *Econometrica*

45, 463-485.

Tanaka, K. (1983). "Asymptotic Expansions Associated with the AR (1) Model with Unknown Mean," *Econometrica* 51, 1221-1231.

Yadav, G. (1975). "A Quarterly Model of the Canadian Demand for Imports 1956-72," *Canadian Journal of Economics* 8, 410-422.