



あるスイッチング回帰モデルのモンテカルロ実験

片山, 誠一

(Citation)

国民経済雑誌, 167(3):87-105

(Issue Date)

1993-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00174920>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00174920>



あるスイッチング回帰モデルの モンテカルロ実験*

片 山 誠 一

I は じ め に

本論文の主な目的は、真のモデルにおけるパラメーターに2つの変化がある場合のスイッチング回帰モデルの示す変化時点に関する標本特性を検討することにある。1度だけ起ったと考えられる変化時点を探索できるように構築したスイッチング回帰モデルは、もしも2点での構造変化の程度が、類似しているならば、その2時点を適確にとらえることはできるが、その他の場合は必ずしもその2変化時点を探索することができないという点を明らかにしたい。これが本論文の要旨である。

経済学においては、経済構造、あるいは経済構造変化という用語は実に多様な意味に使用されていることは既知のことである。経済構造モデルの特定化や構造変化の統計的推測という問題は、なかでも計量経済学における重要な課題である。実証分析としての計量経済学の応用においても、構造変化それ自身の変化を調べることや、あるいは、構造変化を検定し、もし構造変化があればそれを境に別々の構造としてより厳密な分析を行うということがしばしば行なわれる。

構造変化を推定するモデルとしては、スイッチング回帰モデルをはじめ、ランダム係数モデル、スプライン関数モデル等多くのモデルが存在する。〔例

*本稿作成において、大谷一博教授に多大な御教示をいただいた。記して感謝申し上げたい。もちろんありうべき誤謬については筆者の責任であることを明記しておきたい。

えば豊田 (1977), 大谷 (1982) を見よ。]

計量経済学では、構造型のパラメーターの変化を構造変化とよんでおり、構造変化の問題は、計量経済学の応用として重要な問題となって来た。[例えば Stern, Baum and Green (1979) や Boughton (1981)]。構造変化の時点を推定する方法としては、構造変化の回数を既知として最大尤度を最大にする時期において構造変化と考えるのが1つである。Quant (1958) は、線型回帰式のパラメーターの未知変化時点の推定法として、最尤法によるスイッチング回帰モデル、あるいは two-phase regression と呼ばれるモデルを考えた。それ以来数多くの研究 (例えば Farley, Hinch and McGuire (1975), Beckman and Cook (1979), Chin-Choy and Broemling (1980), Worsley (1983), Schechtman (1983), Ramirez (1984) など) があり、それが実際に応用研究されて来た。(例えば Worsley (1983) の参考文献をみよ。)

最も基本的なスイッチング回帰モデルの仮定は、転換がただ1度の未知の時点で起こるというもので、最尤推定値が構造変化時点とされるのである。従ってもし万一真のモデルに2度の転換があるならば、1度の転換を仮定したスイッチング回帰モデルは、誤まった推定結果をもたらすかもしれない。また計量経済学の応用研究の場合には、1度の構造変化の時点が未知であることのみならず、知らぬ間に観測期間の中に2つの構造変化が含まれてしまうことがありうる。例えば第1次石油危機の影響を計量的に調べようとしている時に、観察期間を1970年代の10年とすれば、第2次石油危機がその中に入ってくる。もっとも第2次石油危機の勃発時期が既知で、それ以降を観察期間から除けばよいが、それでも第1次石油危機の勃発時期とそれによる構造変化の終了時期が、構造変化時点として入ってしまう。漸進的スイッチング回帰モデルはそのような場合に対応して考えられたものであるが、さもないと、1度の変化を仮定したモデルに2度の変化が入っていることは広々にして起こりうる。

(漸進的スイッチング回帰モデルについては、例えば Ohtani-Katayama (1985)。) したがって真のモデルに2つの転換がある時モンテカルロ実験によ

ってスイッチング回帰モデルの1つの転換点を探索する最尤推定値の標本特性を検討しておくことは決して無意味ではない。本稿の目的がこれである。

II スwitching回帰モデル

次のようなスイッチング回帰モデルを考える。

$$y_t = x_t' \beta_1 + \varepsilon_{1t}, \quad t=1, 2, \dots, t^*,$$

$$y_t = x_t' \beta_2 + \varepsilon_{2t}, \quad t=t^*+1, \dots, T,$$

ただし y_t は従属変数の第 t 観測値, x_t' は k この独立変数の第 $1 \times k$ ベクトル, β_1 と β_2 はそれぞれ第1レジームと第2レジームの未知回帰係数の第 $k \times 1$ ベクトル, t^* は未知の変化時点を表わす。 ε_{1t} , ε_{2t} は, それぞれ平均0, 分散 σ_1^2 , σ_2^2 の互いに独立な正規分布に従う誤差項である。 x_t は非確率変数である。

ここで次のようにベクトルを定義する。

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{t^*} \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} x_1' \\ \vdots \\ x_{t^*}' \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1t^*} \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} y_{t^*+1} \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} x_{t^*+1}' \\ \vdots \\ x_T' \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{2t^*+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2T} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

全体の標本に対する尤度関数は

$$L(t^*; \beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2) = (2\pi)^{-T} \sigma_1^{-t^*} \sigma_2^{-(T-t^*)} \times \\ \exp \left[- (Y_1 - X_1 \beta_1)' (Y_1 - X_1 \beta_1) / 2\sigma_1^2 - (Y_2 - X_2 \beta_2)' (Y_2 - X_2 \beta_2) / 2\sigma_2^2 \right]$$

この自然対数をとると次の対数尤度関数がえられる。

$$L^*(t^*; \beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{t^*}{2} \log \sigma_1^2 - \frac{T-t^*}{2} \log \sigma_2^2$$

$$- (Y_1 - X_1 \beta_1)' (Y_1 - X_1 \beta_1) / 2\sigma_1^2 - (Y_2 - X_2 \beta_2)' (Y_2 - X_2 \beta_2) / 2\sigma_2^2$$

これを β_i ($i=1, 2$) で偏微分し, 次の β_i の最尤推定値を得る。

$$\hat{\beta}_i^* = (X_i' X_i)^{-1} X_i' y_i \quad (i=1, 2)$$

同様にして σ_i^2 ($i=1, 2$) の最尤推定値は、この $\hat{\beta}_i^*$ を用いて

$$\hat{\sigma}_1^{*2} = (Y_1 - X_1 \hat{\beta}_1^*)' (Y_1 - X_1 \hat{\beta}_1^*) / t^*$$

$$\hat{\sigma}_2^{*2} = (Y_2 - X_2 \hat{\beta}_2^*)' (Y_2 - X_2 \hat{\beta}_2^*) / (T - t^*),$$

これらを L^* に代入すると t^* の集中対数尤度関数 (concentrated log-likelihood function) がえられる。

$$L_{\max}^*(t^* | \text{data})$$

$$= -(T/2)(\log 2\pi + 1) - (t^*/2) \log \hat{\sigma}_1^{*2} - [(T - t^*)/2] \log \hat{\sigma}_2^{*2}$$

この集中対数尤度関数 $L_{\max}^*(t^* | \text{data})$ に含まれた未知パラメータは t^* のみであり、 t^* の最尤推定値は、 $L_{\max}^*$ を最大にする t^* の値である。この計算は解析的には困難なため t^* の可能な値について繰り返し計算によって探さざるをえない。

III モンテカルロ実験

ここでは、真のモデルに 1 つあるいは 2 つの転換点を含むような場合の t^* の最尤推定値についてモンテカルロ実験によってその標本特性を検討してみる。その数値計算においては、次のような線型回帰モデルを用いる。

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t : \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

ε_t は標準正規分布から生成された誤差項に対する正規乱数である。

全サンプル数は、20 ($T=20$) とした。この 20 のサンプルは、2 つ、あるいは 3 つの異ったレジーム (1 度あるいは 2 度の転換を含む) に属す 2 変数の線型回帰モデルから生成される。 $L_{\max}^*(t^* | \text{data})$ から計算される t^* の最尤推定値は、回帰モデルが 2 つのレジーム (すなわち 1 度の転換) からなるという仮定にもとづいているから、その最尤推定値は、もし回帰モデルが 3 つのレジーム (すなわち 2 度の転換) を含むとバイアスをもったものとなるだろう。モンテカルロ実験に用いる真のモデルのパラメーターは表 1 にまとめてある。表 1 における t_1^* , t_2^* は真の転換時点をあらわしている。

表1 真のモデルとそのパラメーター値

Case	t_1^*	t_2^*	第1レジーム			第2レジーム			第3レジーム		
			β_1	β_2	σ	β_1	β_2	σ	β_1	β_2	σ
1	7	—	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	1.0	—	—	—
2	7	—	2.5	0.7	1.0	2.5	0.7	3.0	—	—	—
3	7	—	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	3.0	—	—	—
4	7	—	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	1.0	—	—	—
5	14	—	5.0	0.7	1.0	7.5	0.3	1.0	—	—	—
6	14	—	5.0	0.5	1.0	5.0	0.5	3.0	—	—	—
7	14	—	5.0	0.5	1.0	7.5	0.3	3.0	—	—	—
8	14	—	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	1.0	—	—	—
9	7	14	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	1.0	7.5	0.3	1.0
10	7	14	2.5	0.7	1.0	2.5	0.7	3.0	2.5	0.7	9.0
11	7	14	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	3.0	7.5	0.3	9.0
12	7	14	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	1.0	2.5	0.7	1.0
13	7	14	2.5	0.7	1.0	5.0	0.5	3.0	2.5	0.7	1.0
14	7	14	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	1.0	5.0	0.5	1.0
15	7	14	2.5	0.7	1.0	2.5	0.7	9.0	2.5	0.7	3.0
16	7	14	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	9.0	5.0	0.5	3.0
17	7	14	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	1.0	2.5	0.7	1.0
18	7	14	2.5	0.7	1.0	7.5	0.3	9.0	2.5	0.7	1.0

ここで表1の各ケースについて簡単な説明を加えておこう。

- (1) case 1 から case 8 は、真のモデルにただ1つの転換点を持つ場合である。

case 1: β_1, β_2 が $t_1^*=7$ で変化するが、 σ は変化しない。

case 2: β_1, β_2 は変化しないが、 σ は $t_1^*=7$ で変化する。

case 3: β_1, β_2, σ がすべて $t_1^*=7$ で変化する。

case 4: 変化のパターンは case 1 に同じであるが、その変化の大きさの程度が大である。

case 5 から case 8: case 1 から case 4 に変化のパターンは同じだが、変化時点が $t_1^*=14$ と後にずれている。

- (2) case 9 から case 13 は、真のモデルに転換点が2つ存在し、各転換点に

おける変化が同程度のパターンをとる。

case 9: β_1, β_2 は $t_1^*=7, t_2^*=14$ の 2 点で転換するが, σ は変化しない。

case 10: β_1, β_2 は変化しないが, $t_1^*=7, t_2^*=14$ で σ が変化する。

case 11: β_1, β_2, σ が $t_1^*=7, t_2^*=14$ で変化する。

case 12: β_1, β_2 が $t_1^*=7$ で変化するが, $t_2^*=14$ で元のレジームに戻る。し

かし σ はいずれのレジームでも変らない。

case 13: β_1, β_2, σ は $t_1^*=7$ で変化するが, $t_2^*=14$ でまた全て第 1 レジームへ戻る。

- (3) case 14 から case 18 までは, 変化のパターンが case 9 から case 13 までと同じではあるが, $t_1^*=7$ における変化の程度が $t_2^*=14$ での変化の程度よりかなり大きい。

case 12, 13, 17 と 18 は, いずれも第 3 レジームでは第 1 レジームへ戻る場合となっていることを注意しておきたい。

表 1 の各場合について 1000 回の繰り返し計算を実行した。サンプルサイズは 20 であり, 独立変数 x_i には 2 つのタイプを考えた。すなわち, 第 1 は, x_i が 0.0 から 20.0 の区間を持つ一様分布から生成される場合, 第 2 は, x_i が線型のトレンド $x_i = 5.0 + 0.5t + u_i$: u_i は正規乱数 $N(0, 0.5^2)$ から生成される場合である。これら 2 つのいずれのタイプの独立変数を用いようとも結果に大きな違いがあらわれないので表 2 には第 1 のタイプの一様分布から抽出した時の結果を示してある。ただし, この点については補論においてモンテカルロ実験において大きな違いが生じないことを例示している。

表 2 では, L_{max}^* は 1000 回の繰り返し実験でえられた集中対数尤度関数のとった平均値を示している。ただし定数項は除いている。 F は t^* が最尤推定値となる頻度 (回数) を示している。いいかえれば F は t^* の経験分布である。case 1 から case 4 の結果は, case 5 から case 8 に類似している。さらに case 6 と case 7, case 10 と case 11, case 13 と case 14, case 15 と

表2 1000回の繰返し実験による $L_{\max}^*$ の平均値と t^* の経験分布

t^*	Case 1			Case 2			Case 3			Case 4			Case 5		
	$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F	
3	3.59	224		-11.80	142		-12.64	151		0.93	156		2.99	177	
4	2.94	95		-12.88	85		-13.10	46		0.88	72		1.82	62	
5	2.85	58		-11.99	50		-12.81	45		1.54	87		1.54	29	
6	3.10	86		-11.55	53		-12.05	65		2.64	160		1.43	21	
7	3.15	112		-11.05	184		-11.34	239		3.15	376		1.39	20	
8	2.33	65		-11.94	115		-12.63	100		0.48	49		1.68	15	
9	1.58	26		-12.96	46		-13.62	73		-1.33	7		1.78	15	
10	1.24	10		-13.26	48		-14.21	34		-2.10	2		2.02	28	
11	1.20	17		-13.68	35		-14.57	26		-2.39	3		2.04	22	
12	1.01	21		-14.00	26		-14.79	23		-2.94	6		2.39	32	
13	0.92	23		-14.23	17		-15.07	16		-3.30	9		3.04	80	
14	0.80	17		-14.35	17		-15.11	17		-3.82	6		3.26	94	
15	0.85	19		-14.32	13		-15.20	14		-3.88	1		3.33	104	
16	1.26	77		-14.07	43		-14.90	35		-3.65	21		2.99	90	
17	2.18	150		-13.20	126		-14.10	116		-2.89	45		3.46	211	

t^*	Case 6			Case 7			Case 8			Case 9			Case 10		
	$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F		$L_{\max}^*$	F	
3	-6.35	113		-6.92	96		-4.89	26		-1.16	86		-23.94	64	
4	-7.08	38		-7.64	25		-5.19	18		-3.82	64		-23.78	18	
5	-7.12	17		-7.69	21		-5.48	2		-5.30	47		-22.71	20	
6	-6.94	13		-7.39	12		-5.39	2		0.26	70		-21.52	45	
7	-6.69	18		-7.09	12		-4.98	0		0.70	126		-20.40	171	
8	-6.31	13		-6.77	12		-3.60	5		-0.11	88		-21.60	86	
9	-6.01	16		-6.15	19		-3.07	5		-0.61	40		-21.95	49	
10	-5.57	19		-5.87	15		-2.58	6		-0.56	34		-21.81	42	
11	-5.19	19		-5.44	26		0.43	61		0.27	68		-21.64	47	
12	-4.63	32		-5.01	35		1.89	104		0.25	45		-21.47	33	
13	-4.15	53		-4.40	50		1.94	81		0.36	73		-21.21	65	
14	-3.54	247		-3.55	276		3.29	546		0.74	111		-20.55	164	
15	-4.88	132		-5.13	157		-0.90	44		0.04	55		-23.25	82	
16	-5.74	98		-6.64	84		-2.28	23		-1.24	49		-24.74	58	
17	-5.53	172		-6.50	160		-1.79	77		-3.02	44		-25.15	56	

表2 つづき

t^*	Case 11		Case 12		Case 13		Case 14		Case 15	
	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F
3	-24.42	55	0.81	138	-7.07	147	0.11	202	-25.31	72
4	-23.75	18	0.51	81	-7.71	57	-0.39	88	-24.87	57
5	-22.84	23	0.89	68	-7.52	50	-0.14	83	-24.04	37
6	-21.73	38	0.83	57	-7.30	59	0.45	134	-22.84	71
7	-20.40	196	0.79	60	-6.99	139	0.70	289	-21.60	536
8	-21.54	129	0.37	31	-8.26	66	-1.90	18	-26.18	119
9	-22.11	64	0.23	37	-9.01	27	-3.46	4	-28.60	35
10	-22.23	39	0.09	43	-9.22	31	-3.98	2	-29.31	12
11	-22.24	48	-0.88	4	-9.16	20	-4.26	1	-29.85	5
12	-22.10	41	-0.89	12	-8.89	50	-4.66	2	-30.22	3
13	-21.69	60	-1.09	7	-9.18	35	-4.77	4	-29.86	2
14	-21.15	145	0.61	105	-7.88	91	-3.82	25	-28.83	5
15	-23.94	52	0.47	89	-8.06	46	-3.89	11	-28.98	2
16	-25.37	27	0.40	62	-8.17	54	-3.51	46	-29.00	5
17	-25.69	65	1.38	206	-7.70	128	-2.65	91	-28.25	39

t^*	Case 16		Case 17		Case 18	
	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F	$L^*_{\max}$	F
3	-25.93	93	-0.60	188	-24.86	61
4	-25.68	43	-1.81	71	-24.65	35
5	-24.68	35	-1.82	46	-23.74	30
6	-23.33	59	-1.90	36	-22.57	47
7	-21.99	555	-1.93	56	-21.30	325
8	-27.26	104	-3.46	3	-26.09	81
9	-29.35	26	-3.29	2	-28.03	25
10	-30.30	8	-3.16	6	-28.99	10
11	-30.71	4	-3.16	3	-29.11	6
12	-30.68	2	-2.58	14	-28.58	13
13	-30.46	2	-1.09	83	-27.09	46
14	-29.42	7	-0.74	109	-22.63	188
15	-29.60	7	-0.72	99	-23.90	29
16	-29.56	11	-1.06	88	-24.76	36
17	-28.82	44	-0.30	196	-25.00	68

図 1

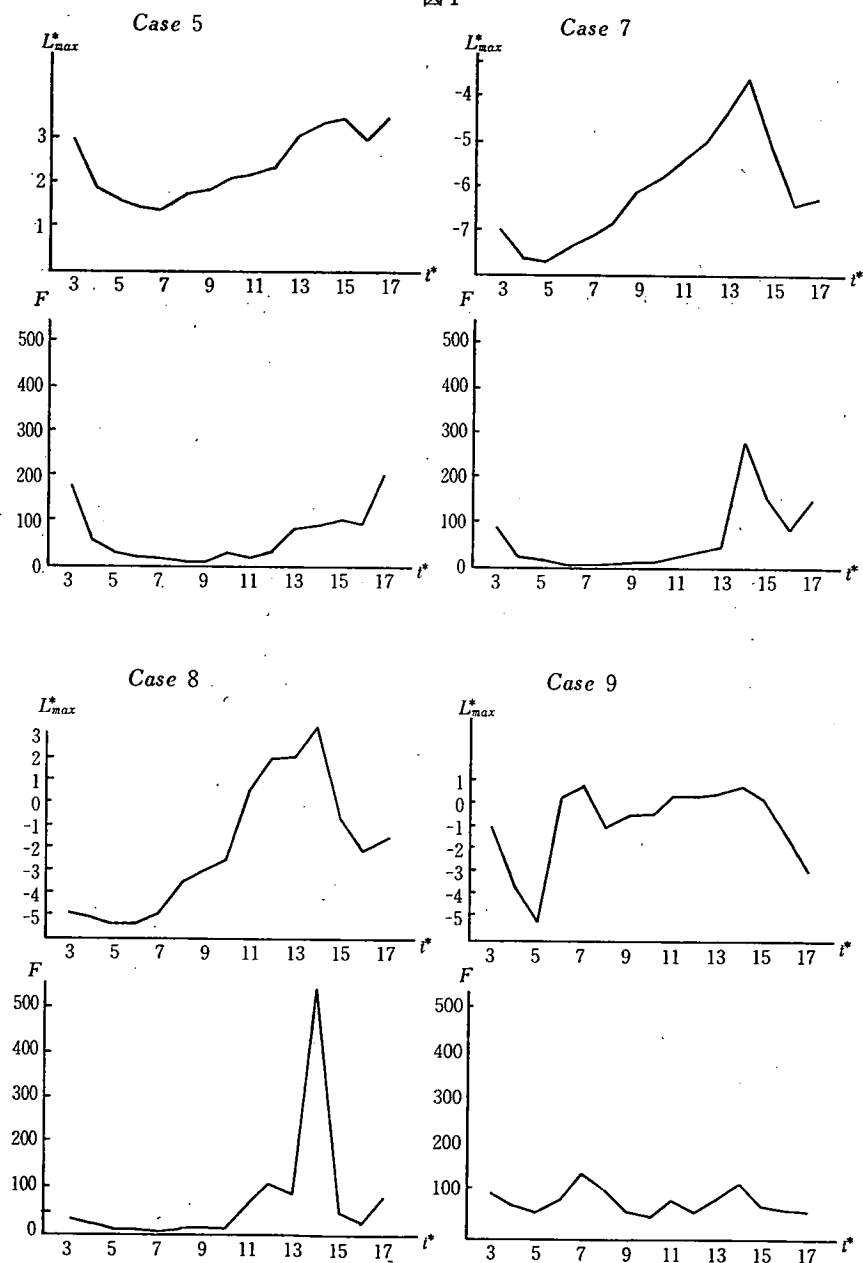


図 1 の つづき

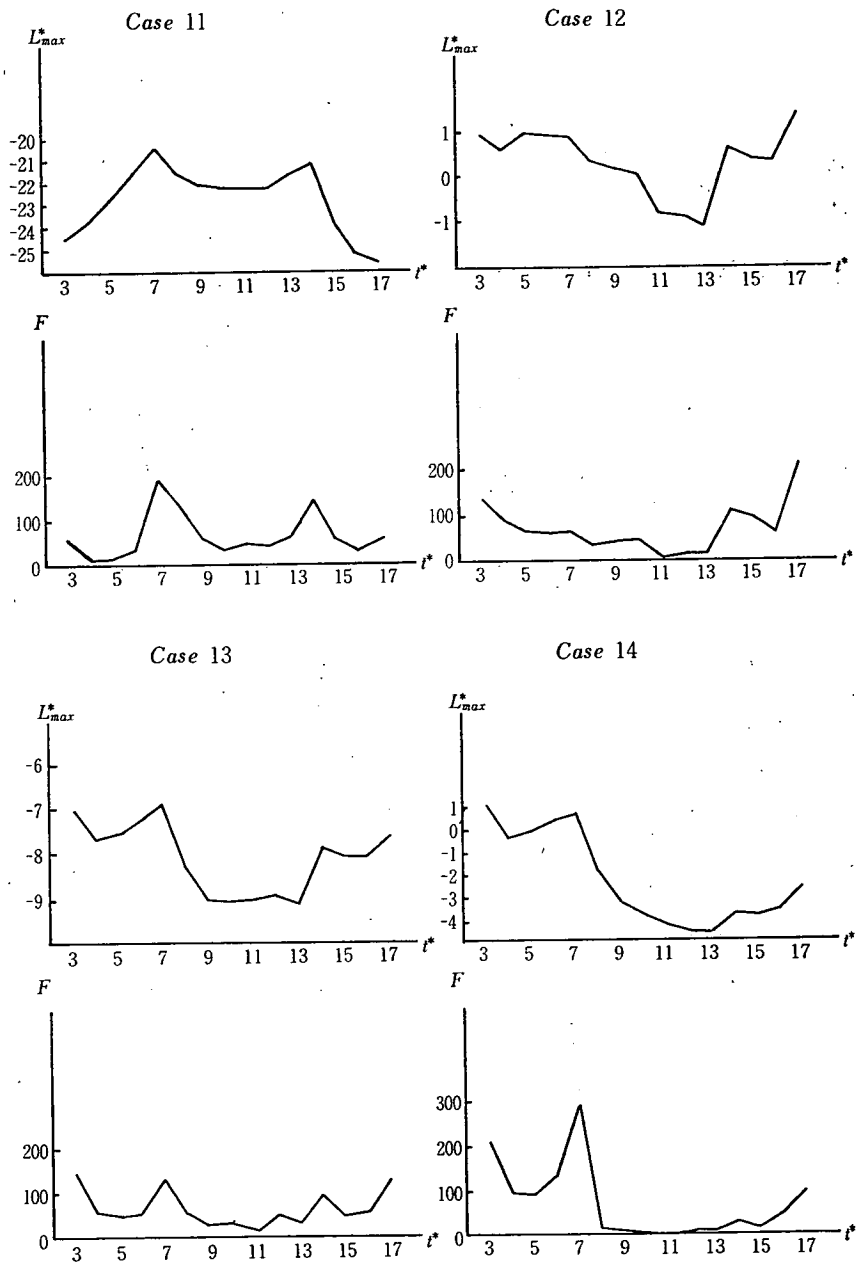
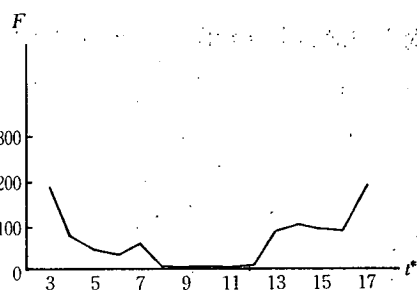
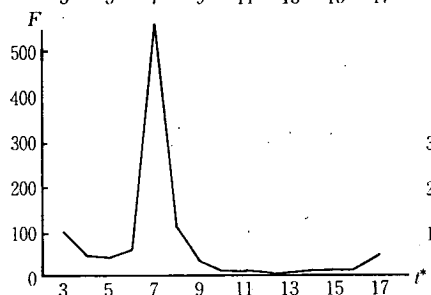
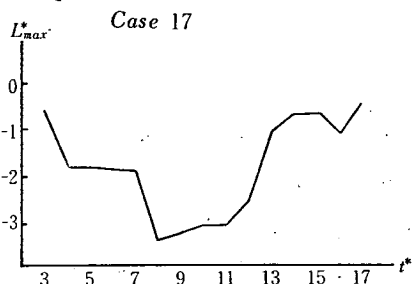
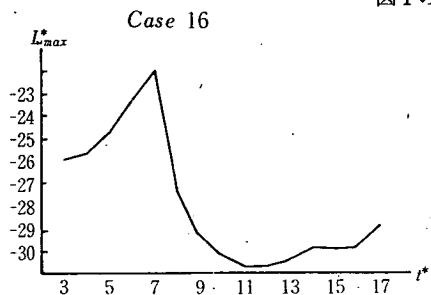
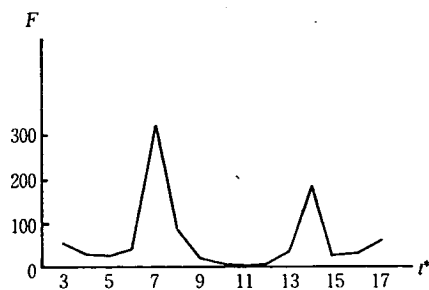
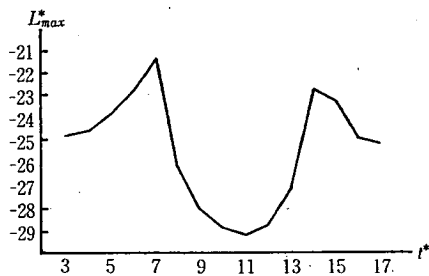


図1のつづき



Case 18



case 16 が類似のパターンを示している。したがって図 1 に示した表 1 の結果ではそれぞれ case 1 から case 4, case 6, case 10 及び case 15 は図示していない。

モンテカルロ実験の結果は、モデルとそれを構成するパラメータの選択値に依存するけれども、表 2 から少くとも次の事がいえる。まず第 1 に、真のモデルが 1 度の転換点をもつ場合について考察しよう。(表 2 における case 5 から case 8 まで)。case 5 の場合のように変化時点での変化の程度が大きくはなく、係数だけが変化する場合、変化時点 t^* の 2 番目までのモードは、 $t^*=3, 17$ の両端にあらわれており、第 3 番目のモードが真の変化時点 ($t^*=14$) の近傍 ($t^*=15$) にあらわれている。しかしながら分散あるいは係数と分散に変化がある場合 (case 6 と case 7), t^* の経験分布は、真の変化点 ($t^*=14$) にモードをもつ。とはいえ両端 ($t^*=3, 17$) においていざんとして $L_{\max}^*$ と t^* は特異な値をとる。すなわち両端の前後においてより高い値をとることである。この点に関しては Quant (1958, p. 879) が指摘しているが、 $L_{\max}^*$ の特異な値は、両端における攪乱項の分散の推定が不可避免的に少いサンプルに基づいてなされるためわずかのサンプルにおける相違が大ききな値の違いとなってあらわれるためであろう。このようなことは、実証分布において集中対数尤度関数を計算する場合にしばしば起こることである。[たとえば Stern, Baum and Green (1979) や Boughton (1981) 参照のこと]。しかしながら両端におけるそのような特異性を無視する限り、スイッチング回帰モデルは、真の変化時点を探索できている。さらに転換点における変化の程度が大きくなれば、case 8 のように両端における特異な動きはかなり減少し、 t^* の経験分布は真の変化点で明確なモードをとることがわかる。

第 2 に、真のモデルが 2 つの転換点をもち、しかもその点における変化の程度が同程度の場合をまず考えよう。(case 9 から case 13)。まず真のモデルに 2 度の転換点があり、第 3 レジームが第 1 レジームに戻らない場合 (case 9 から case 11), t^* の経験分布は 2 つのモードをもち、しかもそれぞれ真の変化点

($t_1^*=7$, $t_2^*=14$) においてである。また $L_{\max}^*$ の両端点における特異性はそれほど顕著なものではない。これらのことは、スイッチング回帰モデルが1つの転換点を探索する目的で構築されているにもかかわらず、真のモデルにおける2つの変化をとらえていることを示している。しかしながら case 12 や case 13 の場合のように分散の変化が起っても小さいか、あるいはパラメータの変化の程度が小さい時には両端に特異値があらわれることに注意しなければならない。case 12, case 13 は、いずれも第3レジームでは第1レジームへ戻る場合であり、これらの時には、 $t_1^*=7$ か $t_2^*=14$ における t^* の経験分布における頻度も高くない。 $L_{\max}^*$ の動きから判断して case 12 の場合は $t^*=14$ あるいは case 13 の場合は $t^*=7$ とする可能性は高い。したがって第3レジームが第1レジームへ戻る場合には、スイッチング回帰モデルは真のモデルの2つの変化を把握できないということの意味している。実証分析において観察される経済構造の変化が、実は一時的なショックのためある時間経過した後にショック前の経済構造に戻っているようなことは十分考えられる。このような時に構造変化を探索するという場合には十分注意を要するということを示唆している。

第3に真のモデルが2つの転換点を含み、第1のレジームから第2のレジームへの変化の大きさが第2レジームから第3レジームへの変化の程度よりも大きくなる場合がある。(case 14 から case 18)。予想できるとおり、第3のレジームが第1のレジームに戻らない時 (case 14 から case 16)、スイッチング回帰モデルは、各転換点における変化の程度の大きい点だけを探索できる。第3のレジームが第1のレジームに戻る場合でももし分散に変化がなければ (case 17)、スイッチング回帰モデルは真のモデルにおける2つの転換を探索できない。同時に両端における特異性が現われることに注意しておかねばならない。しかしながら第3レジームが第1レジームへ戻る場合でも、仮に分散の変化が大きければ2つの転換を明確に把握できる。

IV 結論と問題点

本稿においては、モンテカルロ実験によってスイッチング回帰モデルにおける転換点の最尤推定値の標本特性を検討した。数値実験の結果は、モデルの選択とそれを構成するパラメータに依存するものの、分析結果としていくつかの意味をもつものを導出できた。

まず第1に、真のモデルが1つの転換を含むということが既知であれば、集中対数尤度関数がサンプル期間の両端を除いた1点で最大値をとる限り、両端における特異な関数値は無視してもさじつかえない。このことは必ずしも全く注意を払う必要がないということではない。実証分析においては両端に特異性があらわれることがよくあり、このようにそれを無視しなければならないことが起こる。[たとえば Stern, Baum and Green (1979), や Boughton (1981) 参照]。本稿は、そのように無視することがあながち誤りではないことの論拠となるかもしれない。

第2に、もし万一対数尤度関数が明確に2つの最大値をもつような場合には、真のモデルに2つの転換があることを疑ってもよい。しかしながらも第3のレジームが第1のレジームへ戻るかあるいは2つの転換点のうち1つの点における変化の程度が、その他の点における変化の程度より大きい場合には、2つの転換点のいずれか一方が見すごされ探索できないということが起こりうる。したがって、たとえ対数尤度関数が、ある1点において明確な最大値をとるとしても、実証分析を行う際には、真のモデルの転換点がたかだか1つであるという事前情報がない限り十分注意を払っておくべきである。

第3に、全体的にモデルの係数のみならず分散が変化するならば、スイッチング回帰モデルではより正確な構造変化を探索することができる。

最後に本論文における問題点を述べておこう。

まず第1に、モンテカルロ実験であるがゆえに、シミュレーションモデルの特定化のための係数選択に問題はある。なぜ表1にあるような係数を選択した

か。ある点における構造変化の程度が大きい、あるいは他の点における変化の程度がより大きいといった時の比較のための客観的基準はなく任意に抽出されたものである。これはこの種の数値実験に伴う問題であろうが、本稿での表1のパラメーター選択に改良の余地は残している。そのような改良によって正しい変化点 t^* の選択がより明確にできるようになろう。(例えば case 8 の場合の頻度55%はさらに改善できるであろう。)

第2に、1つの転換点を探索するように構築されたモデルはあくまで仮に2つの転換点があったとしても1つの変化点だけを探索するものであり、もし2つの転換点があれば不満足なものとなるのは当然と指摘されるかもしれない。しかし、実証分析の立場からは明確に1つの転換点のみを含むと断言できる程事前情報が豊富でない場合が一般的であろう。このような場合に対応しての我々の実験による分析情報は応用計量経済学の立場からは不可欠といわねばならない。ありうるそのような批判に対しては、我々はむしろ構造変化の回数を仮定せずその変化の回数も1つのパラメータと考え構造変化の回数と構造変化の時期を同時に決定できるモデルを構築することが望ましい。(そのような例は、辻(1992)を参照のこと。)

補 論

第3節において2つのタイプの独立変数 X_t が考えられた。すなわち X_t が、0.0～20.0の一樣分布から生成された一樣乱数である場合と、線型のトレンド・タイプから生成されたもの、すなわち $X_t = 5.0 + 0.5t + U_t$ である。ここで U_t は $N(0, 0.5^2)$ の標準正規分布から生成された誤差項に対する正規乱数である。

結果は2つのタイプの独立変数に対して大きな変化がないということで本論表2には一樣分布から生成された X_t の場合を示している。ここでは、その点を次のような実験で示してある。

表1に対して次の10の場合を考えてみる。補論表1参照のこと。

独立変数 x_t の生成に関して8つの場合にえられた L_{max} と F についての表の対応比較によって上述の簡略化が別に誤謬をもたらさないことがわかるであろう。補論表2と補論表3を比較せよ。

補論表 1

Case	t_1^*	t_2^*	第 1 期	第 2 期	第 3 期
			β_1	β_2	β_3
1	10	—	0.5	0.6	—
2	10	—	0.5	0.7	—
3	15	—	0.5	0.6	—
4	15	—	0.5	0.7	—
5	10	15	0.5	0.6	0.7
6	10	15	0.5	0.6	0.9
7	10	15	0.5	0.7	0.9
8	5	15	0.5	0.6	0.7
9	5	15	0.5	0.6	0.9
10	5	15	0.5	0.7	0.9

ただし、いずれの期も $\beta_1=2.5$, $\sigma=1.0$ とする。

補論表2

1. x_t : トレンドの場合 $X_t = 5.0 + 0.5t + U_t$ $U_t \sim N(0, 0.5^2)$

t	Case 1'		Case 3		Case 5		Case 6		Case 7		Case 8		Case 9		Case 10	
	L^*	F	L^*	F	L^*	F	L^*	F	L^*	F	L^*	F	L^*	F	L^*	F
2	31.70	0	25.51	0	19.35	0	4.33	0	7.20	0	24.26	0	6.17	0	12.22	0
3	31.94	0	25.81	0	20.19	0	5.86	0	8.69	0	24.87	0	7.51	0	13.54	0
4	32.51	0	26.54	0	21.25	0	7.73	0	10.55	0	25.81	0	9.35	0	15.39	0
5	33.31	0	27.38	0	22.56	0	9.74	0	12.52	0	27.27	0	11.30	0	17.38	0
6	34.38	0	28.35	0	24.02	0	11.86	0	14.60	0	25.77	0	10.85	0	13.46	0
7	35.67	0	29.30	0	25.59	0	14.18	0	16.88	0	25.90	0	12.19	0	13.29	0
8	37.63	2	30.32	0	27.56	0	16.55	0	19.46	1	26.47	0	13.84	0	13.92	0
9	40.33	12	31.47	0	29.82	7	19.12	0	22.31	3	27.29	0	15.70	0	14.88	0
10	47.22	973	32.70	0	32.61	349	21.86	1	25.95	680	28.26	0	17.76	0	16.04	0
11	40.37	11	34.04	0	27.23	0	17.36	0	14.88	0	29.35	0	19.99	0	17.39	0
12	37.88	1	35.50	0	26.00	0	17.41	0	13.36	0	30.71	0	22.43	0	18.98	0
13	36.27	0	37.22	0	26.07	0	18.59	0	13.30	0	32.33	0	25.12	0	20.83	0
14	34.96	0	39.58	1	27.08	0	20.80	0	14.41	0	34.62	2	28.45	0	23.36	0
15	34.00	0	47.21	998	33.78	639	33.93	999	24.44	315	42.14	997	42.49	1000	34.65	999
16	33.18	0	34.61	1	27.40	5	16.53	0	16.81	0	32.84	1	18.51	0	22.44	0
17	32.51	0	30.40	0	23.92	0	10.80	0	12.49	0	29.04	0	12.61	0	17.71	0
18	32.19	0	28.01	0	21.55	0	7.15	0	9.36	1	26.68	0	8.91	0	14.65	1

補論表 3

2. x_i : 一様分布 0, 0~20.0

t	Case 1		Case 3		Case 5		Case 6		Case 7		Case 8		Case 9		Case 10	
	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F	$L_{\max}^*$	F
2	18.18	0	14.40	0	7.11	0	-5.50	0	-6.04	0	14.28	0	-5.27	0	1.44	0
3	18.88	0	15.48	0	8.84	0	-2.94	0	-2.91	0	15.49	5	-1.56	0	5.29	0
4	20.00	0	16.71	0	11.46	0	0.02	0	-0.58	0	20.01	48	1.75	0	7.52	0
5	22.72	0	18.10	0	13.12	0	3.03	0	3.03	0	21.31	289	4.79	0	12.28	164
6	24.83	0	19.91	0	14.94	0	5.98	0	5.89	0	12.06	0	2.38	0	-0.35	0
7	26.36	0	21.56	0	18.65	0	8.73	0	8.33	0	11.42	0	1.59	0	-0.63	0
8	27.89	0	23.24	0	20.37	0	12.72	0	12.28	0	11.16	0	2.53	0	-0.71	0
9	41.15	27	24.99	0	25.74	0	15.13	0	14.66	0	11.91	0	4.24	0	-0.54	0
10	47.22	973	26.48	0	30.85	950	18.11	334	22.50	990	12.69	0	1.99	0	-0.37	0
11	28.59	0	28.42	0	20.16	0	5.28	0	16.20	3	13.19	0	3.58	0	-0.19	0
12	27.48	0	30.29	0	20.16	0	4.90	0	3.39	0	13.52	0	5.64	0	1.30	0
13	24.84	0	32.94	0	19.67	0	4.58	0	3.62	0	15.68	0	7.15	0	1.49	0
14	22.29	0	35.95	0	23.22	7	4.97	0	13.85	4	19.15	18	8.55	0	2.80	0
15	21.06	0	47.37	1000	25.20	43	19.37	654	12.09	2	22.52	625	23.34	1000	15.09	824
16	19.97	0	23.08	0	15.33	0	12.02	2	10.39	1	18.83	15	6.28	0	10.69	6
17	18.55	0	18.90	0	11.91	0	4.62	0	5.49	0	13.00	0	-4.73	0	9.15	3
18	17.80	0	16.18	0	10.75	0	2.71	0	-4.91	0	11.41	0	-2.79	0	3.28	1

参 考 文 献

- [1] Beckman, R. J. and Cook, R. D., "Testing for Two-phase Regressions." *Technometrics* 21, 1979, pp. 65-69.
- [2] Boughton, J. M., "Recent Instability of the Demand for Money: An International Perspective." *Southern Economic Journal* 47, 1981, pp. 579-597.
- [3] Chin Choy, J. H. and Broemeling L. D., "Some Bayesian Inferences for a Changing Linear Model." *Technometrics* 22, 1980, pp. 71-78.
- [4] Farley, J. U., Hinich, M. and McGuire, T. W., "Some Comparisons of Tests for a Shift in the Slopes of a Multivariate Linear Time Series Model." *Journal of Econometrics* 3, 1975, pp. 297-318.
- [5] Ohtani, K. and Katayama, S., "An Alternative Gradual Switching Regression Model and Its Application." *The Economic Studies Quarterly*, vol. 36, NO. 2. June 1985, pp. 148-53.
- [6] Quandt, R. E., "The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes." *Journal of the American Statistical Association* 53, 1958, pp. 873-880.
- [7] Ramirez, M. M., "A Modification to Some Proposed Tests in Relation to the Problem of Switching Regression Models." *Communications in Statistics Simulation and Computation* 13, 1984, pp. 901-914.
- [8] Schechtman, E., "Inference in Two-phase Regression: a Simulation Study with Nonnormal Observations." *Journal of Statistical Computation and Simulation* 1983, pp. 223-229.
- [9] Stern, R. M., Baum, C. F. and Greene, M. N., "Evidence on Structural Change in the Demand for Aggregate U. S. Imports and Exports." *Journal of Political Economy* 87, 1979, pp. 179-192.
- [10] Worsley, K. J., "Testing for a Two-phase Multiple Regression." *Technometrics* 25, 1983, pp. 35-42.
- [11] 大谷一博「計量経済学における回帰モデルの特定化分析」神戸商科大学経済研究所, 1982年12月。
- [12] 豊田利久「構造変化の推定モデル：展望」『神戸大学経済学研究年報』24, 1977, 83-117頁。
- [13] 辻 賢二「貸出市場における構造変化の検証」, *The Economic Studies Quarterly*, vol. 43, No. 3, September 1992, pp. 266-284.

