



ホッパー流動における不均質性と対称性の関係

阪口, 秀
五十嵐, 徹
尾崎, 叡司
石田, 陽博

(Citation)

神戸大学農学部研究報告, 21(1):81-86

(Issue Date)

1994-01

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00198259>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00198259>



ホッパー流動における 不均質性と対称性の関係

阪口 秀*・五十嵐 徹*・尾崎 毅司*・石田 陽博*

(平成5年8月10日受理)

Heterogeneity and Symmetry in Hopper Flows

Hide SAKAGUCHI, Tohru IGARASHI, Eiji OZAKI and Youhaku ISHIDA

Abstract

Granular media are by nature both discrete and disordered. The question of the discrete character of granular media is more complex than it may seem at sight. In this paper, we will focus on the discrete and heterogeneous nature of granular materials in hopper flows. Some basic but typical properties of granular media are briefly discussed on the numerical simulations and laboratory experiments. When the scale of the heterogeneities is large compared to the length scale relevant for the problem of hopper flow, it brought smooth symmetric flow in stable manner.

1. 序 論

粒状体のホッパーフロー(Hopper flow)の問題は、親しみやすく身近で興味深い現象を対象としているので、かなり古くから、数多くの理論研究者達の心を引き付けた。一般に流体は、式(1)のように、トリチェリーの法則として、オリフィスから排出する流体の速度が水深の平方根に比例することが認められている。

$$v = 0.6 \sqrt{2gh} \quad (1)$$

v : 流速
g : 重力の加速度
h : 水深

そこで、1852年にHagen-Poiseuilleの方程式で著名なHagenは、粒状体のホッパー流動についても式(1)のような関係が成り立たないものと精力的に実験を行なった³⁾。しかし、実験結果は式(2)に示すような関係式を示唆ただけで、粒状体の流動には、流体で見られる式

(1)のような美しい線形関係が成り立たないことがわかった。さらに粒状体のホッパー流動は、非常に多くの要因が複雑に絡み合った現象で、その一般的な記述は容易ならぬことが改めて確認された。その後、(2)式で示される非線形関係について数多くの研究が行なわれたが、実験結果の整理にとどまるだけで、一般化へと発展できるような理論的な研究はほとんど進まなかった。

$$\frac{W}{\rho g^{\frac{1}{2}} D^{\frac{3}{2}}} = f(\phi, \theta, \alpha, \sigma) \quad (2)$$

W : 流量
 ρ : 密度
D : オリフィス径
 ϕ : 粒子間摩擦角
 θ : ホッパー角
 α : 粒子の形状係数
 σ : 粒径

このようにして粒状体のホッパー流動の問題は、研究者達を魅惑しては裏切り続けてきた。では、研究対象として数多くの試みが、これほどまでに行なわれてきたにも拘わらず、現在の連続体力学のように進展しなかった理由はいったいどこにあるのであろうか？その答えの一

* 土地利用工学研究室

つに、粒状体を粒状体として扱わずに、流体力学や固体力学の知識が先行するあまり、連続体近似にあまりにもこだわり過ぎてきたことが挙げられる。そこで、もっと素直に、いわゆる粒状体としての特徴を陽に組み込んだ理論の発展が望まれる。

以上に述べたことを背景として、著者らは、粒状体のホッパー流動を例題に、粒状体の流動に関わる幾つかの基礎的な現象について調べてきた^{6,7)}。ここでは、個々の粒径がすべて均一であったり、不均一であったりするとその流量が変化するように、個々の粒子の特性の均一性（不均一性）が系全体のマクロな挙動に与える影響について議論する。

2. 粒状体固有の特性

固体でもなく流体でもないいわゆる粒状体としての最も大きな特徴は、粒子1個の大きさと形状、及び表面の物性が、集合体としての振舞いの中に強く影響を及ぼすことである。このことが粒状体のホッパー流動と流体のオリフィス流れに大きな相異を作っている。つまり、粒状体には摩擦等のせん断抵抗と、個々の粒子が占有する有意な大きさがあるために、せん断に対して加わる力とほぼ同じオーダーの力で抵抗する。さらにせん断力と直交する方向に有意な変位が生じる。つまりダイラタンシーを伴うのである（図-1）。

一面せん断試験機や三軸試験機で砂質土のせん断試験を行なうと、せん断初期において膨張側の体積変化が見られるときがある。特に初期間隙比の小さい密な供試体で顕著にこの傾向が見られる。砂と礫を混合させる場合のように¹¹⁾、一般的に大小の粒子を混合すると、この膨張の度合いが小さくなる傾向にあることも知られている（図-2）。土質力学では、これをダイラタンシーと呼ぶが、ここで扱うダイラタンシーとは少し意味合いが異なるので注意が必要である。せん断試験で測定される体積変化は、供試体の境界の変形から得られる情報であって、必ずしもせん断面で起こっている出来事を正確に表しているわけではない。せん断面では大きなダイラタンシーがあっても、供試体の内部でその変形が吸収さ

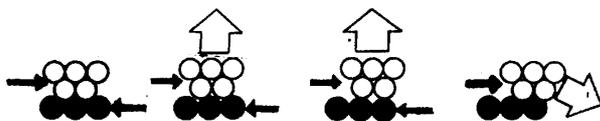


図-1 粒状体のダイラタンシー

れると境界にまで伝達しない可能性がある。このことは粒子の大きさと数、また供試体の大きさに依存する問題である。いずれにせよ、ここではせん断面において、せん断力と直交する方向の粒子の変位をダイラタンシーと呼ぶことにするので、これをあえてlocal dilatancyと呼んでも差しつかえない。

ダイラタンシーに加えて、粒状体に特有で重要な性質として、接触していない粒子間には、力が全く伝達しないことも挙げられる。これは、分子間力のように粒子間の距離で定まる粒子間ポテンシャルとは全く異なる性質である。接触していなければ、その隣接粒子との力のやりとりが0であるということは、物理的な取り扱いが簡単になるように思われるが、その不連続な性質はむしろ数学的記述を極めて困難なものとする。例えば、重力下で粒状体を容器内に静置したとしよう。図-3に示すように、粒状体の配列の内部にアーチ構造が生じると、それより下方のハッチを施した粒子には、上方からの荷重が伝達されなくなる。すると容器の底面に生じる圧力は、場所によって大きく異なってくる。また、その値は連続的に変化せず、わずかに粒子1個分だけ離れた場所でも大きく異なることになる。従って、内部の粒子間力も極めて不連続な分布となることが予想される。粒状体内部の応力の伝達線が網状になる²⁾ことは、その典型的な実例である（図-4）。

粒状体にはさらにもう一つの大きな特徴がある。それは、個々の粒子は必ず何らかのimperfectionを持つために、ミクロスケールとマクロスケールの双方に均質である状態が得にくいことである。例えば、粒子形状や粒径にばらつきや分布があれば、マクロスケールでは統計

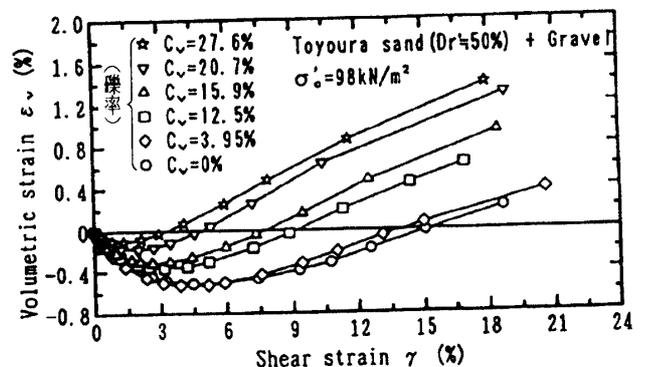


図-2 均質配置の体積ひずみ-せん断ひずみ関係¹¹⁾

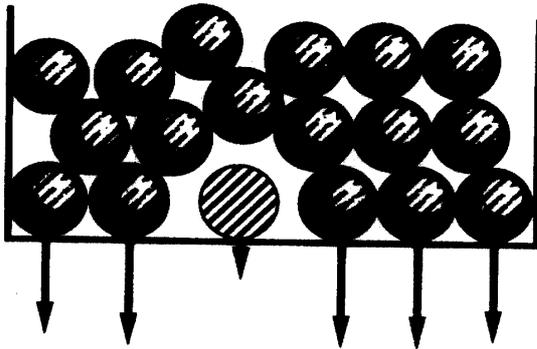


図-3 不連続な粒子間力

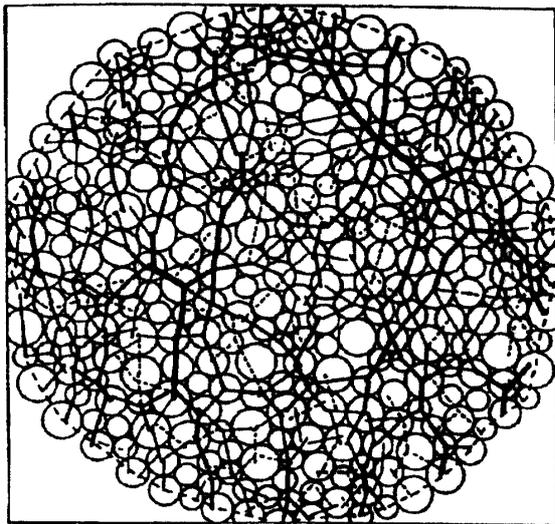


図-4 網状の応力伝達線²⁾

的に均質とみなせる状態でも、明らかにミクロには不均質である。また、均質であると考えられている粒子を規則配置させた場合、対象とする系では、ミクロにもマクロにも均質になると考えられがちであるが、個々の粒子のimperfectionのために、かえって全体として不均質になり易いことがわかってきている^{1) 8, 10)}。つまりミクロな特性をより均質なものにすると、マクロな挙動の対称性が破れやすくなり、逆に個々の粒子の形状や物性をランダムなものにすると、マクロな挙動は極めて均質で対称性が強くなるのである。

本論文では上述のような粒状体個有の特性の中でも、特に3つ目の粒子特性のランダム性とマクロな挙動について深く考察する。

3. 粒子のimperfectionとダイラタンシーの関係

この節では、簡単な思考実験を基に、粒状体の基本的特徴であるimperfectionとダイラタンシーの関係についての考察を行なう。

まずここでは、均一粒径とみなされる粒状体が密に配置された状態を考える(図-5)。

粒径 γ の粒子群は粒子間摩擦が小さいとき、重力下で僅かな攪乱があると、その安定性から図のように最密の規則配列になろうとする傾向がある。この最密の配列の中でせん断が起こるためには、すべろうとしている粒子群が、せん断力と垂直な方向に $(2-\sqrt{3})\gamma$ だけ持ち上がらなければならない。今、持ち上がるか否かの議論は別として、このlocalなダイラタンシーが生じるための空間について考える。

当然、このダイラタンシーが生じ得る空間のために、周辺の粒子群はそのしわよせを受け、隙間の埋め合わせが必要となる。完全な均一粒径の最密配置では、粒状体内部でlocalにこの埋め合わせをすることができないが、実際には必ず、粒子が持っている表面形状のimperfectionや最密配列の中の位置的imperfectionがあるため、対象とする系の中に粒子数が十分に多ければ、これが可能となる。

そこで、ある程度のimperfectionを有する直径10mmの粒子が、ダイラタンシーを伴いながらせん断されるためには、せん断力と直交する方向に何個ぐらいの粒子が必要であるのか調べてみた。一つの粒子は平均値0の正規分布に従うimperfectionを持つものとして、標準偏差を与えて多数の粒子を並べ、その隙間の合計が $(2-\sqrt{3})\gamma$ より大きくなるための粒子数をモンテカルロシミュレーションで調べた。

図-6のグラフには、横軸に隙間の合計が $(2-\sqrt{3})\gamma$ より大きくなるための粒子数を、縦軸にその発生確率が与えられている。シミュレーションの抽出母数は1000個程度である。この結果から80%以上の確率を得るためには、殆ど総ての粒子が必要であることが分かる。従って筆者らが行なってきた粒子数1000個程度の系^{4) 5)}では、自由にlocalなダイラタンシーは起こりにくいことになる。

ここで示したようにせん断力に対して、ダイラタンシーを生じるための空間が十分に無い場合、粒状体はマクロな応力の分布に従わず、複雑な挙動を示しながら不安定な流動パターンを呈す(図-8)。

粒子の径が小さいほど、個々の粒径を基準にした粒子1個当りのimperfectionは大きくなり、また集団とし

でのimperfectionも極めて大きくなる。このような場合、系全体を眺めると、非常に小さい範囲でダイラタンシーに必要な隙間の埋め合わせが行なわれ、結果として流動性が良くなり、連続体の挙動のように規則正しく流動が進んでいるように見える。しかしマイクロに見るとやはり、せん断面近傍で複雑な挙動を示している。ここで行なった考察は極めて抽象的ではあるが、粒状体の流動パターンやいわゆるshear bandの形成などを考える際の基礎知識として確認しておく必要がある。

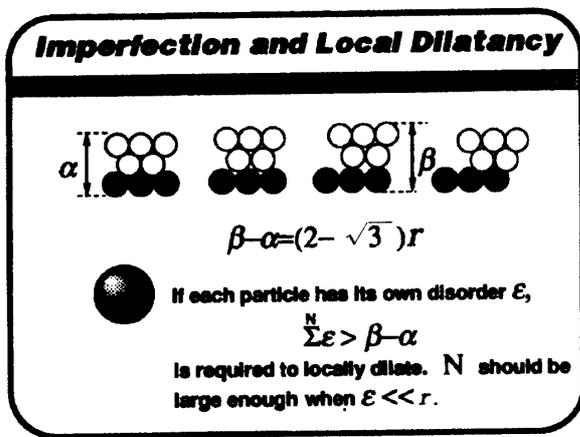


図-5 思考実験

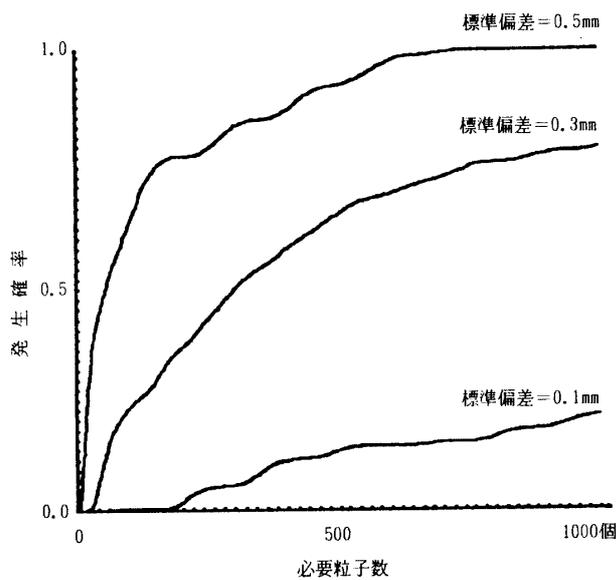


図-6 必要粒子数とその確率

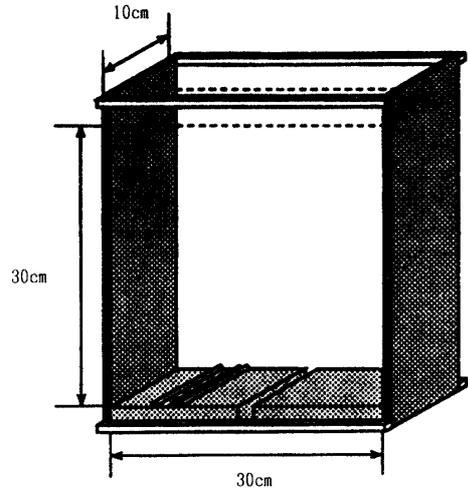


図-7.1 実験装置

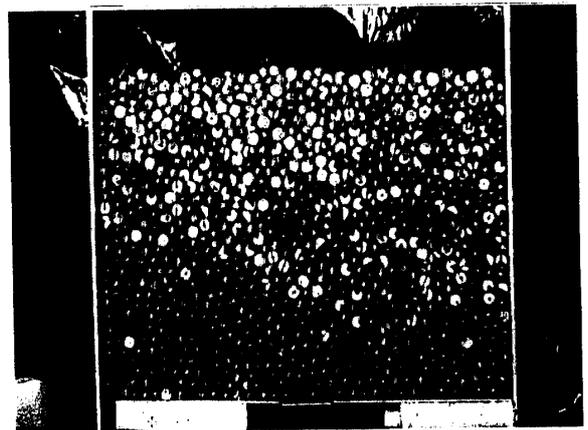


図-7.2 実験装置(混合)

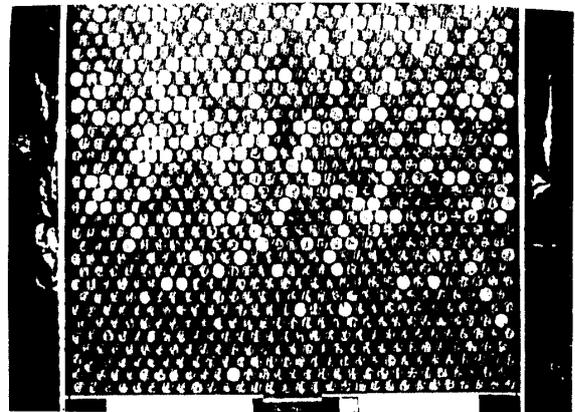


図-7.3 実験装置(均一)

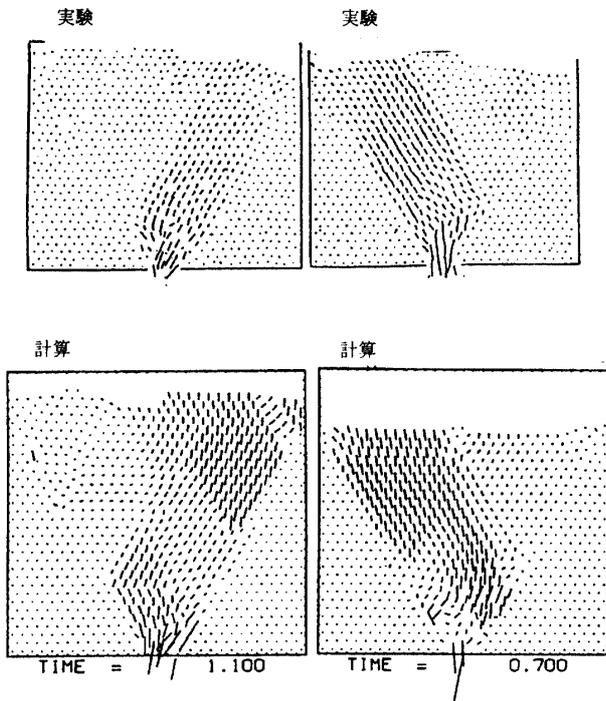


図-8 均一粒径の流動パターン

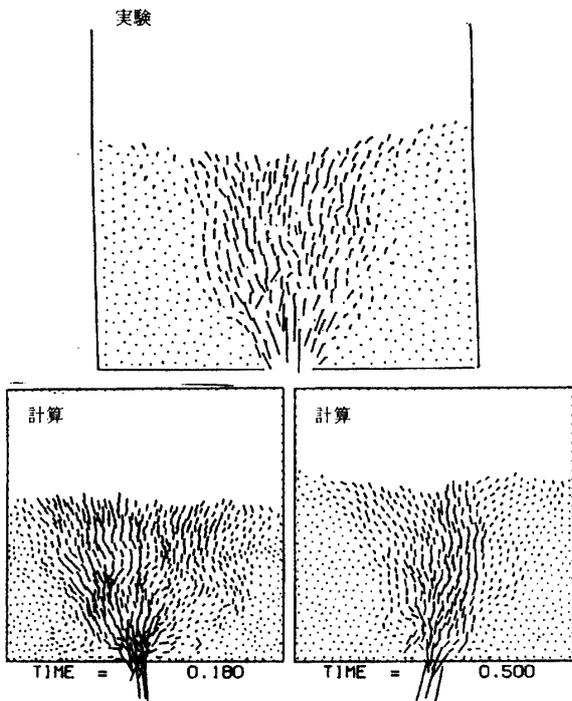


図-9 混合粒径の流動パターン

表-1. 計算に用いたDEMパラメータ

| Parameter | Unit | Value |
|--------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Radius of Element r | mm | 5.0 |
| Time Step Δt | μs | 50.0 |
| Unit Weight ρ | kg/m ³ | 1190.0 |
| Normal Spring Constant K_n | N · m/S | 1.0×10^6 |
| Shear Spring Constant K_s | N · m/S | 1.0×10^5 |
| Normal Damping Constant η_n | N · s/m | 220.0 |
| Shear Damping Constant η_s | N · s/m | 1.0 |
| Element Friction Constant ϕ_μ | deg | 21.87 |
| Wall Friction Constant ϕ_w | deg | 15.87 |
| Width of Silo | mm | 300.0 |
| Width of Slit | mm | 42.0 |

4. 粒子の粒径と流動パターンの関係

2節では、個々の粒子の特性にばらつきを与えると、結果として全体の挙動が安定し対称性が現れることについて触れた。ここでは、問題を2次元場に限定し、円形粒子群について、粒径とパターン形成との関係を実験とDEMで調べ、その安定性について考察を与える。

4.1. 実験とDEMに関する諸事項

実験では、図-7に示す平底ホッパー（ただし正面及び背面の壁は無い）にアクリル棒を積み上げ、ホッパー底部中央のスリットからアクリル棒を排出流動させた。DEMで与える種々の形状パラメータや材料物性には、実験条件と同じ値を用いた（表-1）。時間増分 Δt は、 5.0×10^{-5} 秒（計算精度の上限）とし、弾性及び減衰に関するパラメータについては、2体衝突問題から得られる解を参考にして決めた。また計算結果には、筆者らの提案している疎視化を施し、より安定した解を得ることができた⁹⁾。流動パターンは、実験とDEMで各々で得られる各粒子の瞬間の速度ベクトルの分布から調べた。

4. 2粒径による流動パターンの違い

図-8に均一粒径の流動について実験とDEMで得られた速度ベクトルの分布をそれぞれ示す。また、図-9には、混合粒径のケースに対する実験とDEMの結果を示す。

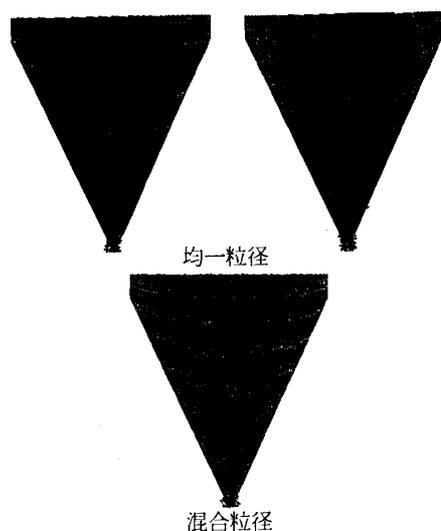


図-10 Campbellらの計算結果¹⁾

まず一連の結果から、実験とDEMには大変良い一致が見られることが分かる。したがって、以下では主にDEMの結果から考察を進める。

均一粒径の流動は非常に不安定で、系の中で常に左右非対称である。また、この左右流れの交代が周期的に繰り返されることが既に確認されており^{4, 5)}、均一粒径の流動の大きな特徴となっている。一方、混合粒径の場合、比較的対称性が強く、8mm-10mmの1:1の混合で、その流動パターンは、いわゆるファンネルフローに近い。なお、これらの傾向は、初期配列や自由表面の変動、粒子数などの影響によらないことがSakaguchiらのシミュレーション⁶⁾とCampbellらの結果(図-10参照)¹⁾との比較によって確認されている。

次に、このような流動パターンが形成される過程についての考察を行なう。

まず、統計的に十分に多くの粒子が存在すれば、ホッパー内部の応力は左右対称となり、粒子群は線対称に流動しようとする。しかし、線対称で放射状の流れでは、排出口付近に流れが集中し、粒子数密度が高くなるので、せん断面ではダイラタンシーが起ころうとする。このダイラタンシーが発生し得るための十分な空間が得られないときに、対称流れが持続できなくなる。このようにして流れは不安定になり、非対称の流れが発生するものと考えられる。混合粒径の場合、均一粒径の場合と比較して、局所的な流動性が大きく、せん断時のダイラタンシーが小さいため、比較的自由に対称形を保ちながら流れることができるものと考えられる。一方、均一粒径のものは自由にせん断が進まないため、線対称なフローパターンが形成されにくい。

5. 結 論

ホッパー流動を例として、粒状体の基本的特性について検討した結果、個々の粒子の特性が均質であるほど外力の影響を内部に広範囲に受けやすく、マクロに見える挙動が乱れやすいことがわかった。これは混合粒径の粒状体のダイラタンシーが小さくなる以外にも、摩擦係数を粒子毎にばらつかせた場合にも同じような結果が見られる⁸⁾。したがってこの特徴は、粒状体の重要な特性として認識しておく必要がある。言い換えると、均質な状態で安定している系は、外乱に対してできるだけ均質な状態を局所的に保ちながら対処するために、全体が乱れる。これに対して不均質な状態で安定している場合には、外乱に対して局所的に乱されても、もともと局所的にも不均質なので全体に及ぼす影響は少ない。

6. 参考文献

- 1) CAMPBELL, C. S. and POTAPOV, A. V.: *1st Nissin Eng. Particle Tech. Seminar.*, pp. 27-30, 1993.
- 2) CUNDALL, P. A. and STRACK, O. D. L.: in *Micromechanics of Granular Materials*, pp. 113-123, 1983.
- 3) HAGEN, G.: *Berl. Monatsb. Akad. Wiss.* **S35**, 1952.
- 4) SAKAGUCHI, H. and OZAKI, E.: in *Powders & Grains 93*, ed. by Thornton, C., pp. 351-356, Balkema, 1993.
- 5) SAKAGUCHI, H. and OZAKI, E.: *Proc. 2nd Int. Conf. DEM*, pp. 153-163, 1993.
- 6) SAKAGUCHI, H. and OZAKI, E., IGARASHI, T.: *Int. J. Modern Physics B*, Vol. 7, Nos. 9 & 10, pp. 1949-1963, 1993.
- 7) 阪口 秀・尾崎勲司: 粉体工学会誌, Vol.30, 3, pp. 183-187, 1993.
- 8) 阪口 秀・尾崎勲司・定塚一人: 第28回土質工学研究発表会, pp. 519-520, 1993.
- 9) 阪口 秀・尾崎勲司・五十嵐徹: 第28回土質工学研究発表会, pp. 517-518, 1993.
- 10) 阪口 秀・五十嵐徹・尾崎勲司: 第50回農業土木学会京都支部研究発表会, pp. 220-221, 1993.
- 11) 豊田浩史・東畑郁生・川野 泰: 第27回土質工学研究発表会, pp. 599-600, 1993.