



浸透破壊問題における地盤の多層系近似精度

田中, 勉
豊國, 永次

(Citation)

神戸大学農学部研究報告, 19(2):125-133

(Issue Date)

1991-01

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00200527>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00200527>



浸透破壊問題における地盤の多層系近似精度

田中 勉* · 豊國 永次*

(平成2年8月10日受理)

ACCURACY OF APPROXIMATION OF A GRADUALLY VARIED-PERMEABILITY GROUND TO A MULTI-LAYERED SYSTEM IN SEEPAGE-FAILURE PROBLEM

Tsutomu TANAKA and Eiji TOYOKUNI

Abstract

The accuracy of approximation of a gradually varied-permeability ground to a multi-layered system is discussed using the Critical State Calculation Program : CRIT 1. In this study, the multi-layers approximation of the hyperbolically varied-permeability ground with no loaded filter is investigated precisely, which is analysed theoretically in the previous paper. The following results are then obtained :

- (1) The equivalent Darcy's coefficient of permeability k_{av} is calculated accurately for every value of k_r by the multi-layers approximation. This is considered to be due to using Eq.(4) in calculating k_j . Where k_r is the ratio of the Darcy's coefficient of permeability of the top to one of the bottom of the ground, and k_j is the Darcy's coefficient of permeability of the j th stratum from the bottom layer.
- (2) For $0.0 < k_r < 1.0$, in which the ground becomes critical at its top in the critical state, the accuracy of the multi-layers approximation is as follows :
 - (i) Critical hydraulic head difference h_c : When the ground is divided into more than 50 layers, the calculation error of h_c can be lowered to less than 1 %.
 - (ii) Minimum effective overburden pressure of a loaded filter $p_{ic \min}$: The calculation error of $p_{ic \min}$ is very large. Particularly, for $0.0 < k_r < 0.05$, the ground must be divided into more than 1000 layers in order to reduce the calculation error of $p_{ic \min}$ to less than 1 %.
 - (iii) Area of the residual vertical effective normal stress diagram $S_{res.}$: When the ground is approximated to more than 149 layers or 289 layers, the calculation error of $S_{res.}$ can be lowered to less than 1 % or 0.5%, respectively.
 - (iv) Location of the critical point z_t : When the ground is approximated to more than 100 layers, the calculation error of z_t can be lowered to less than 1 %.
- (3) For $k_r > 1.0$, in which the ground is critical at its bottom in the critical state, the accuracy of the multi-layers approximation is as follows :
 - (i) h_c , $p_{ic \min}$ and z_t are calculated accurately by the multi-layers approximation.
 - (ii) The calculation error of $S_{res.}$ is very small. When the ground is approximated to more than 10~11 layers, 31~32 layers or 100 layers, the calculation errors of $S_{res.}$ can be lowered to less than 1 %, 0.1% or 0.01%, respectively.

In this study, the only hyperbolically varied-permeability ground was discussed. It is, however, considered that the similar things are said for another-type gradually varied-permeability ground.

An inverted filter is designed to be more permeable from the bottom to the upper part. In this case, particularly, the approximation accuracy of the filter to a multi-layered system is very high, which demonstrates the usefulness of the approximation method used here in designing the stability of the filter.

I. ま え が き

水頭降下を伴う Gradually graded filter の安定設計について考察を行おうとするとき、透水係数が深さ方向に連続的に変化する地盤の浸透破壊問題を取り扱う必要が生じてくる。このような地盤の浸透破壊問題を、直接的に理論解析することは困難であり、多層系近似して層状堆積地盤の浸透破壊問題として取り扱う手法をとることとなる。この場合、このような多層系近似が妥当であるかどうか、すなわち、多層系近似の精度を調べておく必要があると考えられる。

ここでは、Fig. 1 に示すように透水係数が深さ方向に漸変する地盤を多層系近似した場合の近似精度について、著者らが開発した限界状態計算プログラムCRIT 1¹⁾を用いて、考察する。ここに、

h : 地盤の上下端における全水頭の差

L : 地盤の全長

z : 地盤の上端からの距離

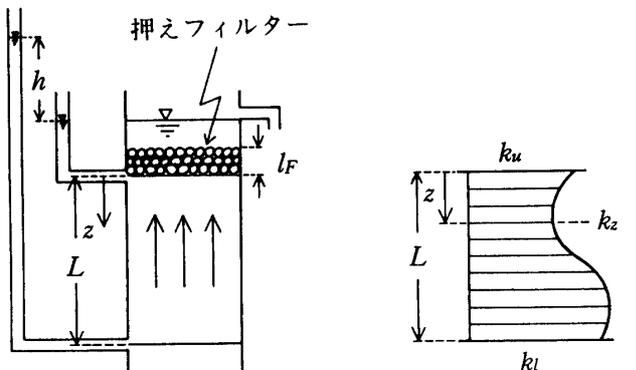
k_u, k_l : 地盤の上, 下端における透水係数の値

k_z : z 地点における透水係数

γ'_z : z 地点における水中単位体積重量

である。ここでは、 γ'_z が一定値 γ' の場合を考える。

$$\gamma'_z = \gamma' \quad (0 \leq z \leq L) \tag{1}$$



(1) 地盤の概念図

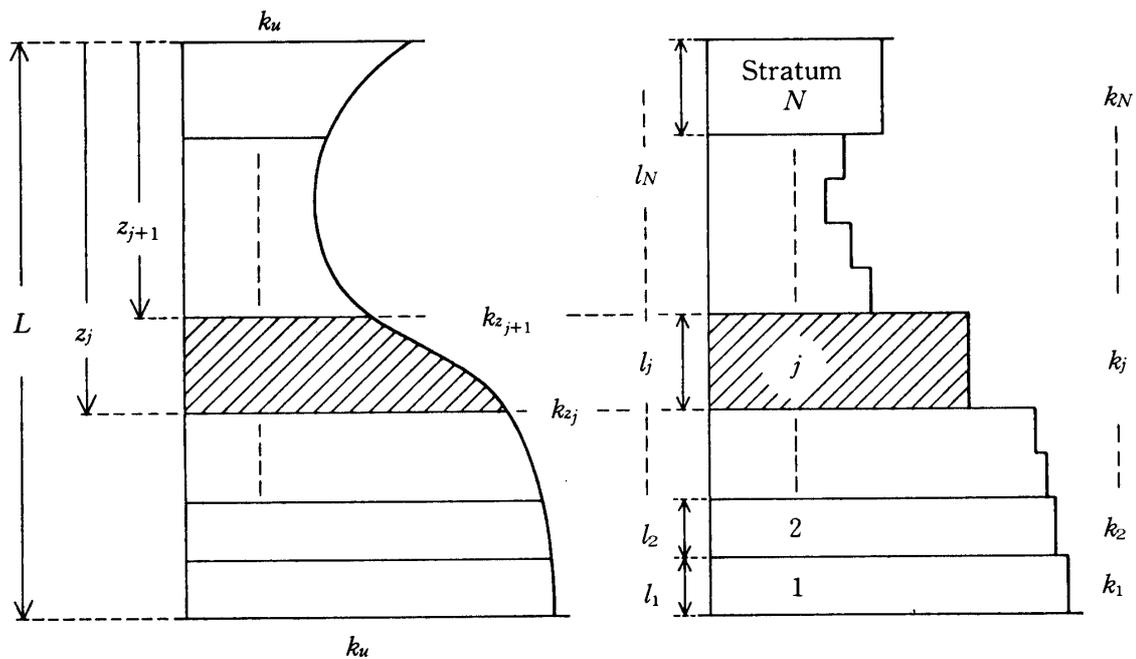
(2) 透水係数の変化

Fig. 1 透水係数が深さ方向に漸変する地盤

II. 多層系近似法

透水係数が深さ方向にFig. 2 (1) に示すように漸変する地盤を、Fig. 2 (2) に示すような N 層系地盤に近似する方法について述べる。 N 層系地盤は、下から上へ第一層、第二層、 \dots 、第 N 層とする。このとき、第 j 層 ($j=1, 2, \dots, N$) の層厚 l_j 、水中単位体積重量 γ'_j 、透水係数 k_j は、次のように算出するものとする²⁾。

$$l_j = \frac{L}{n} \quad (j=1, 2, \dots, N) \tag{2}$$



(1) 漸変する透水係数の分布

(2) 多層系 (N 層系) 近似した地盤内における透水係数分布

Fig. 2 透水係数が深さ方向に漸変する地盤の多層系近似法

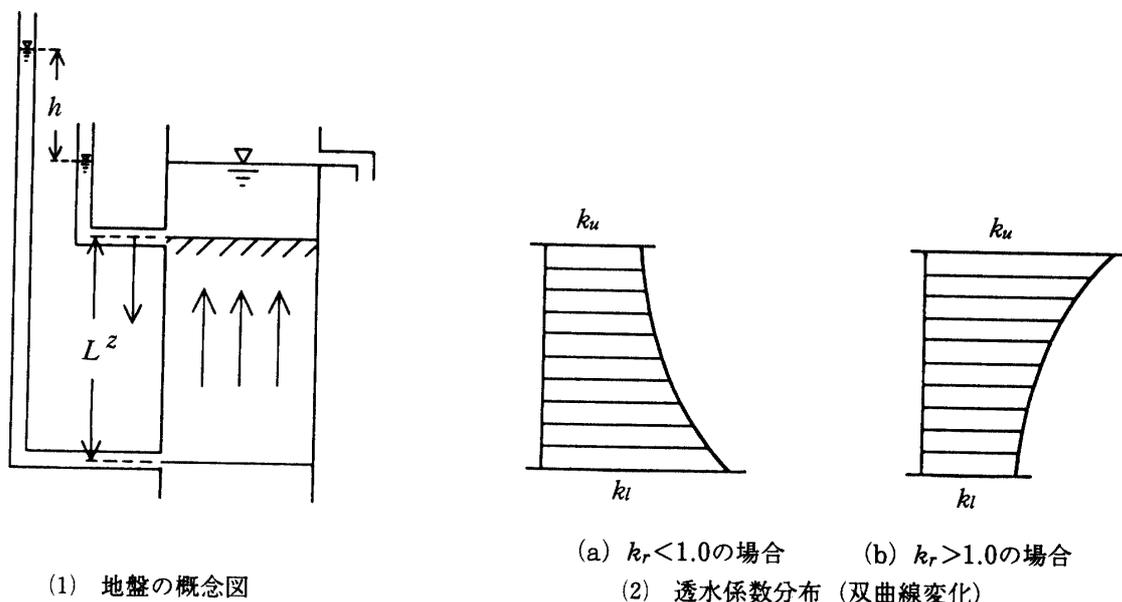


Fig. 3 地盤の透水係数分布

$$\gamma'_j = \frac{1}{l_j} \int_{z_{j+1}}^{z_j} \gamma'_z dz \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

$$\frac{1}{k_j} = \frac{1}{l_j} \int_{z_{j+1}}^{z_j} \frac{1}{k_z} dz \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

ここに、 z_j は第 j 層下端における z の値である。(2)式からわかるように、地盤は等層厚に分割するものとする。また、ここでは、 γ'_z が深さ方向に一定の場合を考えているので、(1)、(3)式から

$$\gamma'_j = \gamma' \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

となる。

III. 多層系近似の精度

ここでは、引用文献3で考察を行った双曲線変化の場合：

$$k_z = \frac{b}{z-a} k_u \quad (6)$$

で、押えフィルターのない場合 (Fig. 3) について考察を行う^{注)}。ここに、

$$a = \frac{1}{1-k_r} L \quad (7a)$$

注) 引用文献2からわかるように、一般に、ある地盤について考えた場合、押えフィルターの有効上載圧 p の値が0の場合が最も多層系近似精度が悪く、 p の値が大きくなるほど多層系近似精度が良くなる。したがって、多層系近似精度を考察する場合、 $p=0$ の場合について調べれば十分であると考えられる。

$$b = -ak_u \quad (7b)$$

であり、

$k_r = \frac{k_u}{k_l}$: 地盤の上下端における透水係数の比である。ここでは、透水係数が深さ方向に(6)式のように漸変する地盤を N 層系地盤に近似した場合の k_{av} , h_c , $p_{1c \min}$, $S_{res.}$ 、及び、 z_t に関する近似精度について考察する。ここに、

k_{av} : 地盤全体としての等価透水係数

h_c : 限界水頭差

$p_{1c \min}$: 最下点限界の最小有効上載圧

$S_{res.}$: 限界時の残留鉛直有効応力分布の面積

z_t : 限界点の z 座標

である³⁾。これらの諸量の理論値は次のように表される³⁾。

$$k_{av} = \frac{2b}{L-2a} \quad (8)$$

$$h_c = \begin{cases} \gamma'_w L \frac{2a-L}{2a} & (k_r < 1.0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (9a)$$

$$\begin{cases} \gamma'_w L & (k_r > 1.0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (9b)$$

$$p_{1c \min} = \begin{cases} \gamma'_w L \frac{L}{2(a-L)} & (k_r < 1.0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{cases} 0 & (k_r > 1.0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (10b)$$

$$S_{res.} = \frac{1}{2} \gamma'_w L^2 - \frac{L(L-3a)}{3(L-2a)} h_c \gamma_w \quad (11)$$

$$z_t = \begin{cases} 0 & (k_r < 1.0 \text{ の場合}) \\ L & (k_r > 1.0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (12a)$$

ここに,

γ_w : 水の単位体積重量
 である。また, ここでは, 地盤を N 層系近似した場合の
 もとの地盤に対する k_{av} , h_c , $p_{1c \min}$, $S_{res.}$, 及び,
 $\frac{L-z_t}{L}$ に関する相対誤差を, それぞれ, R_1 , R_2 , R_3 ,
 R_4 , 及び, R'_5 , とする。すなわち,

$$R_1 = \frac{k_{av}^N - k_{av}}{k_{av}} \times 100 \text{ (\%)} \quad (13)$$

$$R_2 = \frac{h_c^N - h_c}{h_c} \times 100 \text{ (\%)} \quad (14)$$

$$R_3 = \frac{p_{1c \min}^N - p_{1c \min}}{p_{1c \min}} \times 100 \text{ (\%)} \quad (15)$$

$$R_4 = \frac{S_{res.}^N - S_{res.}}{S_{res.}} \times 100 \text{ (\%)} \quad (16)$$

$$R'_5 = \frac{z_t - z_t^N}{L - z_t} \times 100 \text{ (\%)} \quad (17)$$

と定義する。ここに, k_{av}^N , h_c^N , $p_{1c \min}^N$, $S_{res.}^N$, 及び,
 z_t^N は, 地盤を N 層系近似した場合の等価透水係数, 限
 界水頭差, 最下点限界の最小有効上載圧, 残留鉛直有効
 応力分布の面積, 及び, 限界点の z 座標^{注1)}である。

以下では, $k_r < 1.0$ の場合と $k_r > 1.0$ の場合に分けて
 多層系近似精度について述べる。

1. $k_r < 1.0$ の場合

ここでは, まず, $k_r = 0.5$ の場合について詳しく調べ,
 続いて一般の場合 ($k_r < 1.0$) について述べる。

1.1 $k_r = 0.5$ の場合

著者らは³⁾以前この問題に関して手計算で一〜十層
 系に近似した場合について考察を行い, とくに, 押えフィル
 ターがない場合の近似精度が非常に悪く, 層数を10層
 より多くしなければ $|R_3|$, $|R_4|$, 及び, $|R'_5|$
 を1%以下にすることができないことを示した。

フィルターの安定設計について考察を行う場合, 透水
 係数が深さ方向に漸変する地盤を多層系近似する必要が
 生じてくる。その場合, かなり精緻な考察が必要となり
 層近似の相対誤差を1%なり0.1%にしなければならない
 と考えられる。したがって, ここでは, 押えフィルター
 がない場合について, 相対誤差 $|R_1|$, $|R_2|$, \dots ,
 $|R'_5|$ を10%, 5%または1%以下にするためには層
 数を何層以上にしなければならないかについて検討する。

注1) ある層で限界となる場合には, その層の下の点の z 座標を z_t の値
 とする。

計算は, 著者らが開発した「層状堆積地盤の浸透破壊に
 対する限界状態計算プログラム CRIT 1」¹⁾を用いて
 行った。

Fig. 4 に層数 N ~ 相対誤差 R の関係を, Table 1 に
 $|R|$ を10%, 5%, 及び, 1%以下にするために必要
 な層数 N の値を示す。

(1) 等価透水係数 k_{av} に関する近似精度 (R_1)

k_{av} の理論値は, (8)式から,

$$k_{av} = \frac{4}{3} k_u \quad (18)$$

となる。 N 層系近似した地盤の場合もすべて (18) 式と
 等しくなり, $R_1 = 0$ となる。

(2) 限界水頭差 h_c に関する近似精度 (R_2)

h_c の理論値は, (9a) 式から,

$$h_c = \frac{3}{4} \frac{\gamma'}{\gamma_w} L \quad (19)$$

となる。Fig. 4 から, II. で述べた多層系近似法によ
 ると, h_c はもとの地盤より大きく計算されることがわか
 る。また, 層数が多くなるほど近似精度がよくなるが,
 $|R_2| \leq 1\%$ にするためには $N \geq 26$ にする必要がある
 ことがわかる (Table 1 参照)。

(3) 最下点限界の最小有効上載圧 $p_{1c \min}$ に関する近 似精度 (R_3)

$p_{1c \min}$ の理論値は, (10a) 式から,

$$p_{1c \min} = \frac{1}{2} \gamma' L \quad (20)$$

となる。Fig. 4 から, II. で述べた多層系近似法によ
 ると, $p_{1c \min}$ はもとの地盤より小さく計算されることが
 わかる。また, 層数が多くなるほど近似精度がよくなる
 が, $|R_3| \leq 1\%$ にするためには $N \geq 149$ にする必要が
 あることがわかる (Table 1 参照)。

(4) 限界時の残留鉛直有効応力分布の面積 $S_{res.}$ に関 する近似精度 (R_4)

$S_{res.}$ の理論値は, (11) 式から,

$$S_{res.} = \frac{1}{12} \gamma' L^2 \quad (21)$$

となる^{注2)}。Fig. 4 から, II. で述べた多層系近似法
 によると, $S_{res.}$ はもとの地盤より小さく計算されることが
 わかる。また, 層数が多くなるほど近似精度がよくなる
 が, $|R_4| \leq 1\%$ にするためには $N \geq 125$ にする必
 要があることがわかる (Table 1 参照)。

(5) 限界点の位置 $\frac{L-z_t}{L}$ に関する相対誤差 (R'_5)

注2) $S_{res.} = \int_0^L \sigma'_z \text{ res. } dz$ で計算される。 $\sigma'_z \text{ res.}$ は, z 地点におけ
 る限界時の残留鉛直有効応力であり引用文献3で求められている。

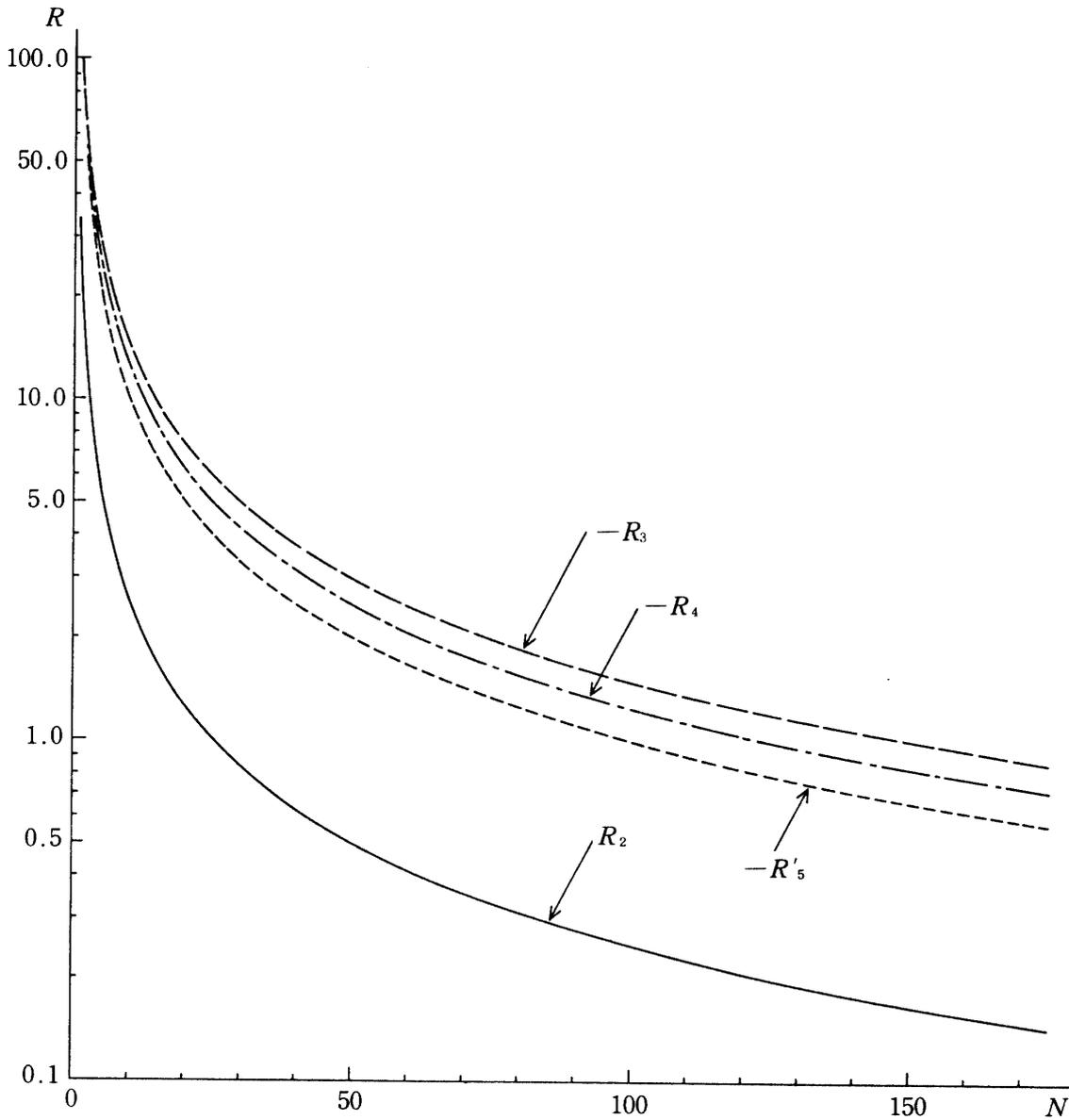


Fig. 4 層数 N と相対誤差 R の関係

Table 1 相対誤差 $|R|$ を10%, 5%, 及び, 1%以下にするために必要な層数 N の値 ($k_r=0.5$ の場合)

相 対 誤 差		10% 以下	5% 以下	1% 以下
$ R_1 $	(k_{av} に関する)	1層	1層	1層
$ R_2 $	(h_c に関する)	3層	6層	26層
$ R_3 $	($p_{1c \min}$ に関する)	15層	30層	149層
$ R_4 $	($S_{res.}$ に関する)	13層	25層	125層
$ R'_5 $	($\frac{L-z_t}{L}$ に関する)	10層	20層	100層

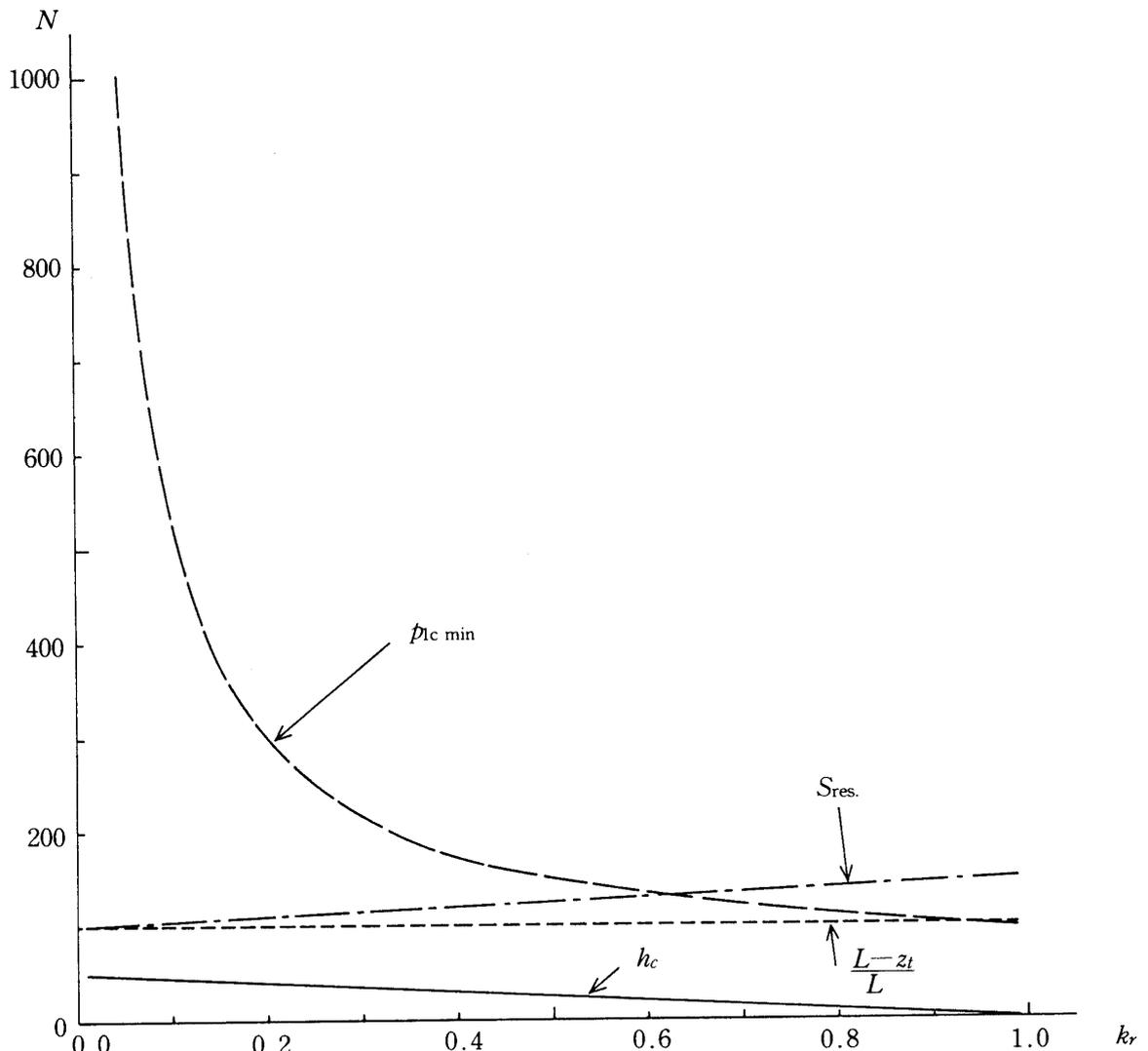


Fig. 5 相対誤差 $|R|$ を1.0%以下にするために必要な N と k_r の関係 ($k_r < 1.0$ の場合)

z_t の理論値は, (12a) 式から,

$$z_t = 0 \quad (22)$$

である。Fig. 4 から, II. で述べた多層系近似法によると, z_t はもとの地盤より大きく計算されることがわかる。また, 層数が多くなるほど近似精度がよくなるが, $|R_s| \leq 1\%$ にするためには, $N \geq 100$ にする必要があることがわかる (Table 1 参照)。

1.2 一般の場合 ($0.0 < k_r < 1.0$)

前節 1.1 では, $k_r = 0.5$ の場合について詳しく述べた。他の k_r についても同じようにして計算を行った。 h_c , $p_{1c \min}$, $S_{res.}$, 及び, $\frac{L-z_t}{L}$ に関する相対誤差を, それぞれ, 1%以下にするために必要な層数 N の値を k_r に対してプロットすると Fig. 5 のようになる。 k_{av} に関しては, 一層の場合でも正確に計算され $|R_1| \doteq 0$

となる。

Fig. 5 からわかるように, h_c に関しては, k_r が増加するにつれて近似精度がよくなり, $|R_2| < 1\%$ とするために必要な層数 N は 50~1 となる。 $p_{1c \min}$ に関しては, $0.0 < k_r < 0.05$ の場合の近似精度が悪く 1000 層以上にしなれば $|R_3| \leq 1\%$ とすることができない。また, $k_r (> 0.05)$ が大きくなるにつれて近似精度がよくなり, $|R_3| < 1\%$ とするために必要な層数 N は, 1000~96 となる。 $S_{res.}$ に関しては, k_r が増加するにつれて近似精度が悪くなり, $|R_4| \leq 1\%$ とするために必要な層数は 101~149 となる。また, $\frac{L-z_t}{L}$ に関しては, k_r の変化に対して近似精度が一定であり, $|R_5| \leq 1\%$ とするために必要な層数 N は, 100 である。

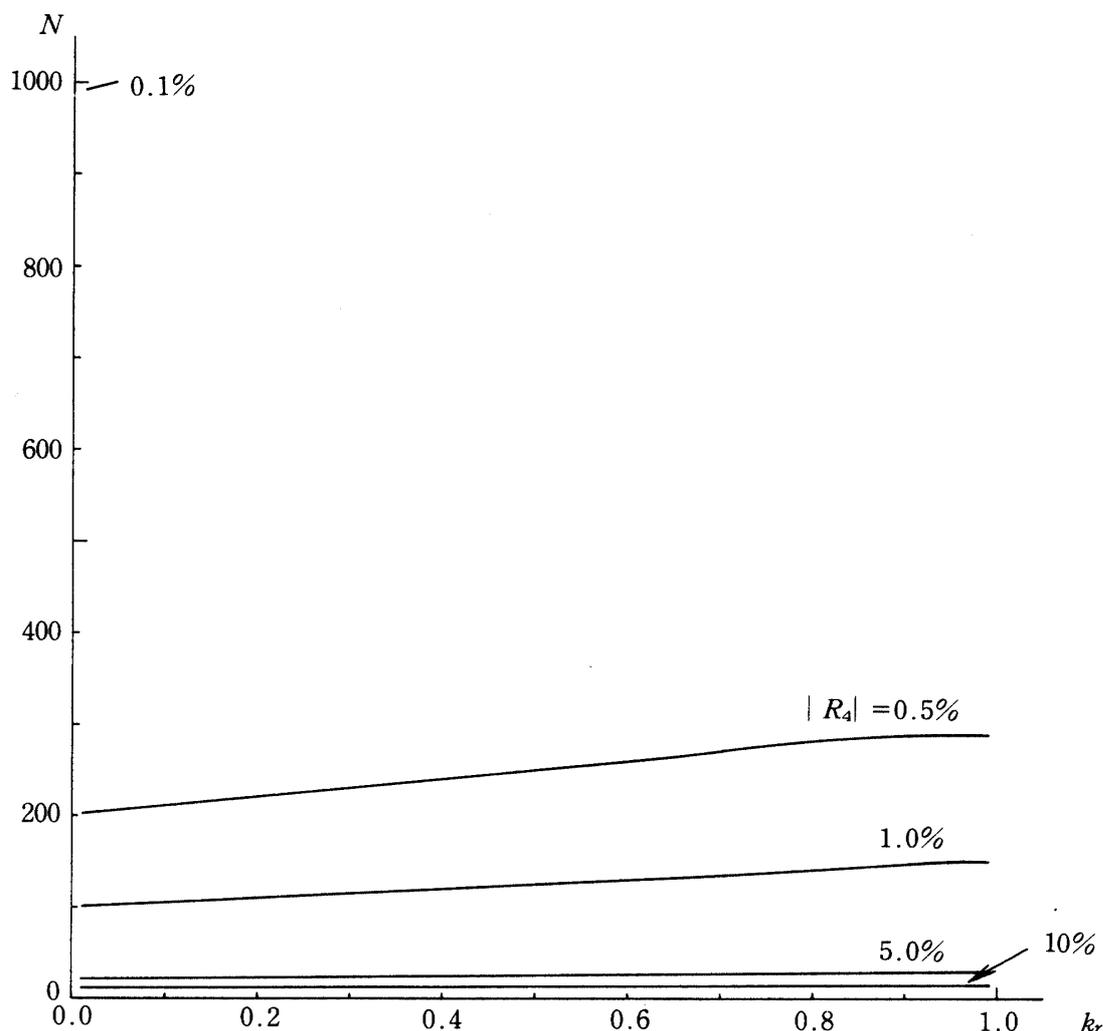


Fig. 6 相対誤差 $|R_4|$ を10%, 5%, 1%, 0.5%, 0.1%以下にするために必要な N と k_r の関係 ($k_r < 1.0$ の場合)

次に, $S_{res.}$ について詳しく調べる^{注)}。Fig. 6 に $S_{res.}$ に関する相対誤差 $|R_4|$ を 10%, 5%, 1%, 0.5%, 及び, 0.1% 以下にするために必要な層数 N と k_r の関係を示している。Fig. 6 から, $|R_4| \leq 10\%$, 5%, 1%, 及び, 0.5% にするために必要な層数 N の値は, k_r が大きくなるにつれて大きくなるのがわかる。また, その値は, それぞれ, 11~15層, 21~30層, 101~149層, 及び, 201~289層となる。また, Fig. 6 からわかるように, $|R_4|$ を 0.1% 以下にするためには, 地盤を 1000 層以上に近似しなければならないことがわかる。

注) $S_{res.}$ は, フィルターの安定設計をする場合の有効なパラメーターとなると考えられる。したがって, $S_{res.}$ の近似精度について詳しく調べることは意義があると考えられる。

2. $k_r > 1.0$ の場合

まず, k_{av} に関しては, この場合も, 1. の場合と同じように正確に計算され,

$$|R_1| \doteq 0 \tag{23}$$

となる。

次に h_c , $p_{1c \min}$, z_t について考える。これらの理論値は, (9b), (10b), (12b) 式から,

$$h_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} L \tag{24}$$

$$p_{1c \min} = 0 \tag{25}$$

$$z_t = L \tag{26}$$

となる。 $k_r > 1.0$ の場合には, これらの値は多層系近似した場合にも正確に計算され,

$$|R_2| \doteq 0 \tag{27}$$

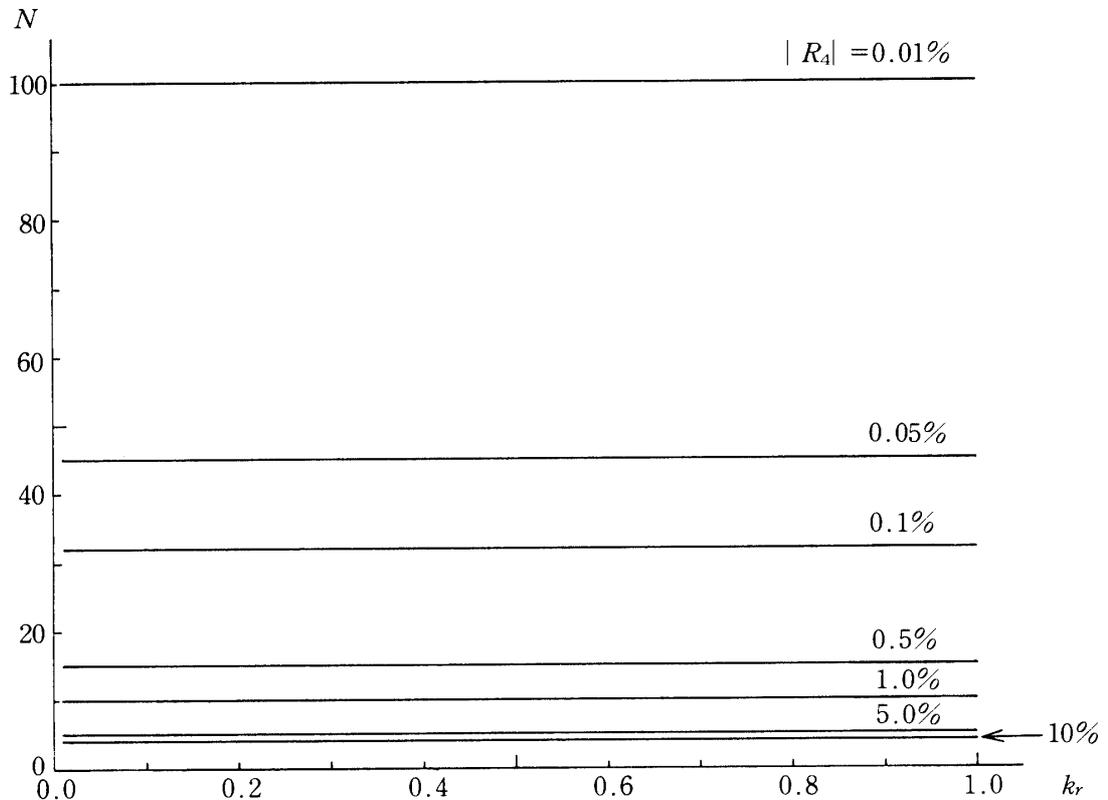


Fig. 7 相対誤差 $|R_s|$ を10%, 5%, 1%, 0.5%, 0.1%, 0.05%, 0.01%以下にするために必要な N と k_r の関係 ($k_r > 1.0$ の場合)

$$|R_s| \doteq 0 \quad (28)$$

$$|R_s| \doteq 0 \quad (29)$$

となる。ここに、 R_s は z_t に関する相対誤差であり、

$$R_s = \frac{z_t^N - z_t}{z_t} \times 100 (\%) \quad (30)$$

と定義される。 $k_r > 1.0$ の場合には、地盤が最下点で限界となる。一般的に言えば、地盤が最下点で限界となる場合には、(27), (28), (29) 式が常に成り立つことがわかる。換言すれば、「最下点で限界となる地盤の場合には、多層系近似によっても、 k_{av} , h_c , $p_{1c \min}$, 及び、 z_t がすべて正確に計算される」となる。

次に、 S_{res} について考える。Fig. 7 に、 S_{res} に関する相対誤差 $|R_s|$ を 10%, 5%, 1%, 0.5%, 0.1%, 0.05%, 及び、0.01% 以下にするために必要な層数 N の値と k_r の関係を示している。 $k_r > 1.0$ の場合には、多層系近似精度が非常によい。また、 $|R_s| < 10\%$, 5%, 1%, 0.5%, 0.1%, 0.05%, 及び、0.01% にするために必要な層数 N の値は、 k_r の値によってもほとんど変化がなく、それぞれ、4層、5層、11~10層、15層、

31~32層、45層、及び、100層である。このようにして、 $k_r > 1.0$ の場合、地盤を100層以上に近似すれば、 S_{res} に関する相対誤差を0.01%以下にすることができ、層近似によって精度よく S_{res} を計算することができる。これは、最下点で限界となる地盤に関して言えることであると考えられる。

IV. ま と め

著者らが開発した限界状態計算プログラム CRIT 1 を用いて、透水係数が深さ方向に漸変する地盤の多層系近似精度について考察した。今回は、以前理論的に解析を行った双曲線変化で、押えフィルターのない場合について考察を行った。押えフィルターがある場合には押えフィルターの有効上載圧 p が大きくなるほど多層系近似精度がよくなる²⁾。したがって、 $p > 0$ の場合には、地盤を同じ層数に近似してもここで述べたより以上の精度が得られるものと考えられる。ここで得られた結論をまとめると次のようになる。

(1) 等価透水係数 k_{av} は k_r の大きさによらず多層系近

似した場合も正確に計算される。これは、一般的な場合にも言え、透水係数 k_j の算出式として(4)式を用いたことによるものと考えられる。

(2) $0.0 < k_r < 1.0$ の場合、すなわち、地盤が最上端で限界となる場合：

(i) 限界水頭差 h_c に関しては、 k_r の値にもよるがおよそ50層以上にすれば、相対誤差 $|R_2|$ を1%以下にすることができる。

(ii) 最下点限界の最小有効上載圧 $p_{ic \min}$ の多層系近似精度が非常に悪い。とくに、 $0.0 < k_r < 0.05$ の場合には、1000層以上にしなければ相対誤差 $|R_3|$ を1%以下にすることができない。

(iii) 限界時の残留鉛直有効応力分布の面積 S_{res} に関しては、 k_r の値にもよるが、149層以上にすれば相対誤差 $|R_4|$ を1%以下にすることができる。また、289層以上にすれば、 $|R_4| < 0.5\%$ とすることができる。

(iv) 限界点の位置 z_t に関しては、100層以上にすれば、相対誤差 $|R'_5|$ を1%以下にすることができる。限界点在最上端にある場合には常にこのような結果になる。また、この場合が z_t に関する相対誤差が最も大きい。 $k_r > 1.0$ の場合については、次の(3)で述べられるが、地盤は最下点で限界となる。地盤が中間点で限界となる場合には、これらの場合の中間に位置する。この場合には、最上端で限界となる場合よりも近似精度がよくなり、1~100層以上にすれば、 $|R'_5| < 1\%$ とすることができると考えられる。

(3) $k_r > 1.0$ の場合、すなわち、地盤が最下端で限界となる場合：

(i) h_c , $p_{ic \min}$, z_t の値が正確に計算される。これは一般的にも言える事柄であり、最下点で限界となる地盤

の場合には、多層系近似によっても、 k_{av} , h_c , $p_{ic \min}$, 及び、 z_t がすべて正確に計算される。

(ii) S_{res} に関しては、近似精度が非常に良く、10~11層以上にすれば、相対誤差 $|R_4|$ を1%以下にすることができる。また、31~32層以上にすれば $|R_4| < 0.1\%$ とすることができ、100層以上にすれば $|R_4| < 0.01\%$ とすることができる。

ここでは、透水係数が深さ方向に双曲線的に変化する場合についてのみ考察した。しかしながら、他の分布形状について考えた場合にも、さほど大きな変化がないものと考えられる。一般に、フィルターは、上へ行くほど透水係数が大きくなるように設置されるが、とくにこの様な場合には、多層系近似精度が良い。これは、フィルターの設計問題において多層系近似法を用いることの有用性を示唆するものである。

今後、ここで得られた結果を踏まえて、水頭降下を伴う Gradually graded filter の安定設計について考察する予定である。

引用文献

- 1) 田中 勉・豊國永次・茨木淳二：層状堆積地盤の浸透破壊に対する限界状態計算プログラム CRIT 1 の開発，神戸大学農学部研究報告，19(1)，pp. 27~35 (1990)。
- 2) 田中 勉：浸透破壊問題における地盤の多層系近似法と近似精度，神戸大学農学部水利用工学研究室資料，pp. 1~12，1989年9月30日。
- 3) 田中 勉：透水係数が深さ方向に漸変する地盤の浸透破壊問題，神戸大学農学部水利用工学研究室資料，pp. 1~9，1989年9月30日。