



粒状体の粒子間摩擦 μ の測定に関する研究

阪口, 秀
尾崎, 叡司
定塚, 一人

(Citation)

神戸大学農学部研究報告, 20(2):231-238

(Issue Date)

1993-01-30

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00200535>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00200535>



粒状体の粒子間摩擦 ϕ μ の測定に関する研究

阪口 秀*・尾崎勲司*・定塚一人*

Measurement of the Friction Angle between Stainless Steel Spheres

Hide SAKAGUCHI, Eiji OZAKI and Kazuto JOUZUKA

Abstract

The experimental measurement of the true friction angle between stainless steel spheres using direct shear test apparatus was performed. The spheres were fixedly attached to the shear boxes not to allow any rotation, and horizontal and vertical displacement and shear force were measured at the certain normal load. The value of stress ratio τ/σ was computed and plotted versus dimensionless horizontal displacement (u_h/d) from the experimental results. Dimensionless vertical displacement (u_v/d) was also plotted on the same graph. The friction angle between stainless steel spheres was determined by fitting the theoretical curve, which derived by Matsuoka, on the plots of experimental results.

Labolatory measurements gave some intersting results: 1)Matsuoka's method of measuring friction angle of particulate material which was developped for two dimensional rods is not suitable for three dimensional spheres in terms of contact area changing; 2)the magnitude of friction angle is propotional to the relative humidity; 3)friction angel is not constant to the normal load that means the basic laws of friction is no longer valuable in this condition: Taking into account of the high contact stresses cause the elastic deformation of spheres, the magnitude of friction angle of stainless steel was found to be around 18 degree.

1. 序 論

粒状体の重力流動特性に関する理論的研究は粉体工学をはじめ、機械工学、土木工学、農業工学、物理学など種々の分野でこれまでに数多く行なわれてきている。特に最近では、エンジニアリングワークステーションなどの高速度演算能力を持つ小型コンピュータを研究グループレベルで所有できるようになったため、この問題に対して、DEM（個別要素法）などによる数値シミュレーション法で個々の粒子の運動を Deterministic に追跡して粒子全体の流動性を調べる研究が活発に行なわれている。

しかし解析手法やシミュレーション手法がこのように

進展している反面で、解析パラメータである材料の物性値の与え方については未だに問題が数多く残されていると言っても過言ではない。中でも摩擦特性は、対象が粒状体であるとき特に問題となる。

粒状体の摩擦特性を力学的なアプローチから調べる研究は、主として土質工学の分野で発展してきた。特に先駆的な研究として最上⁵⁾の研究が挙げられる。また Rowe⁶⁾ の Stress-Dilatancy 式、松岡⁴⁾ のアルミ棒を用いた二次元せん断実験から導いた応力-ひずみ式などはその代表的な研究の例である。これらの研究に共通して言えることは、個々の粒子間の摩擦をミクロに調べるのではなく、ある境界上で既知の荷重の下で生じる応力状態におけるせん断中の変形挙動をマクロに眺めていることである。したがって結果的には粒状体は集合体として扱われ、摩擦抵抗はせん断抵抗に、摩擦角は内部摩

* 土地利用工学研究室

擦角に問題が置き換えられている。

一般に粒状体の流動特性は、粒状体－粒状体間及び粒状体－境界間の接触特性に支配されている。粒状体をミクロに眺めて接触特性を調べる研究は、弾性接触論として古く行なわれてきた。代表的な研究として Hertz²⁾の研究が挙げられる。また、3次元球体の接触問題では Kalker¹⁾の研究が有名であるが、いずれも球面と球面の接触は非常に複雑な問題の一つとして取り上げられている。このことは球体間の接触には、すべりと転がり混在するのみならず、接触点の近傍の接触面積が微小であるために非常に大きな垂直応力が生じ、球体そのものの変形が起こるためである。

しかるに、粒状体の粒子間摩擦を調べるためには、ある垂直応力下での接触面積の変化を考慮しながら転がりなど摩擦以外の成分の少ない測定条件を考える必要がある。また、できる限り、対象としている摩擦が発生する現象に近い状態で測定することも重要となる。そこで本報告は、粒状体の重力流動性の定量化を目的として、その支配的パラメータである粒子の物理摩擦係数 $\phi\mu$ の与え方について述べる。測定は、一面せん断試験機のせん断箱に数個のステンレス球を接着固定してせん断変位を与えて、上部粒子の乗り上げの際の、垂直変位とせん断応力を測定するものである。得られた結果を、松岡らの丸棒を用いた実験⁶⁾による $\phi\mu$ の算定式で整理し、点接触による影響等を考慮して垂直荷重による $\phi\mu$ の変化などについて論じる。

2. 測定方法

2.1 実験試料

今回、粒状体として実験に用いた試料は市販のステンレス球（材質SUS-304）で、粒径6.0mm、10.0mmの2種を用意した。比重を予備実験で求めたところ $G_s=7.904$ で、この値とステンレス球を真球と仮定して得られる体積との積は、ほぼ固体差なく重量の測定値と一致していた。また、その他のステンレス球の物性を表-1に示す。

2.2 実験装置

実験装置には、通常の土質実験で用いる一面せん断試験機を使った（図-1参照）。ただし、当研究室の所有する一面せん断試験機は、せん断箱が円形断面のタイプのものであるため、そのままでは均一粒径のステンレス球

を密に並べることができない。そこで図-2に示すようにせん断箱内部に真鍮製のスペーサディスクとフレームを挿入して、ステンレス球がせん断方向に対して一様に並ぶように（正方形配列）セットした（図-3）。

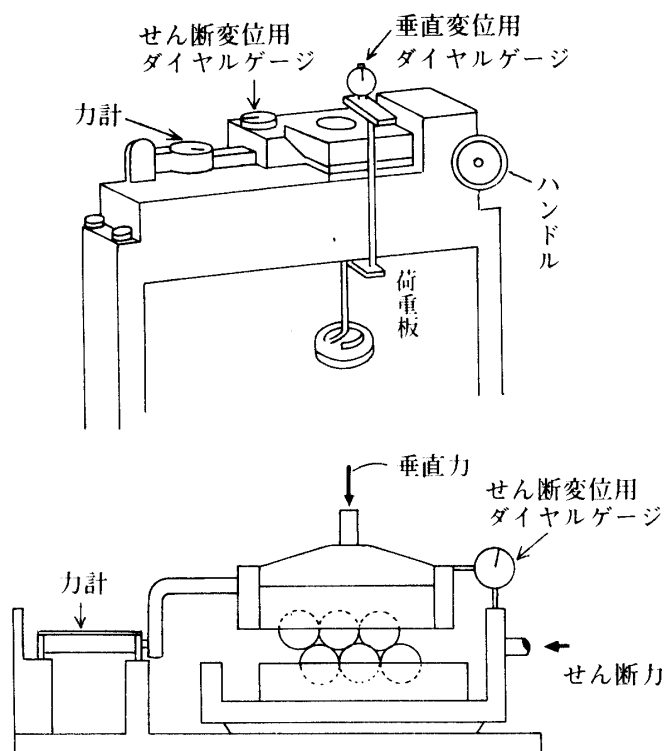


図-1

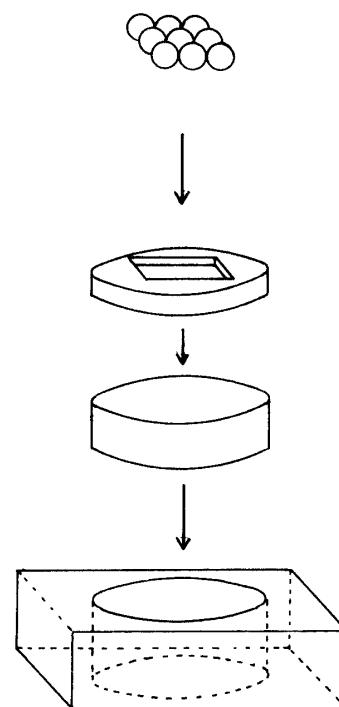


図-2

		質量	比重	ポアソン比	ヤング率
直径	6 mm	0.898 g	7.904	0.3	$2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
	10 mm	4.16 g	7.904	0.3	$2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

表 1

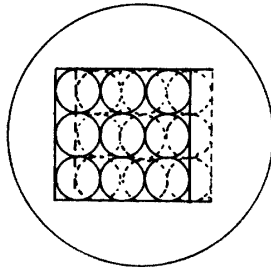


図-3

スペーサディスクとフレームはせん断中に回転しないようにあらかじめ堅固に接着しておき、フレーム内で完全に遊びの無いようにステンレス球を一層に敷き詰めて接着剤を流し込んで剛結する。

2.3 実験手順

実験手順を以下に示す。

- 1) ステンレス球をフレームに接着する。
- 2) アセトンを含ませた柔らかい布でステンレス球表面を磨く。
- 3) フレームを上下せん断箱にセットする。
- 4) 垂直荷重を架ける。
- 5) せん断箱周辺の温度及び湿度を測定する。
- 6) 所定のせん断速度でせん断変位を与え、垂直変位とせん断応力を記録する。
- 7) 同一条件で3回繰返して試験を行なった後、ステンレス球を交換する。

2.4 実験条件

実験条件としては、序論で述べた垂直荷重の大きさも含めて以下の3項目を設定した。

- 1) 粒子粒径及び粒子数：6mm-25個
：10mm-9個
- 2) 垂直荷重：8.755kgf
：17.25kgf
：28.55kgf
- 3) 湿度：実験時測定する。
：約40%~70%

3. ステンレス球の $\phi\mu$ の算定

実験では垂直荷重 N をコントロールパラメータとしてせん断変位 U_s 、鉛直変位（ダイラタンシー） U_n 、及びせん断応力 τ を測定した。ここでは、垂直荷重 N による接触面積の変化を考慮して、得られたデータから松岡³⁾の算定式を用いて $\phi\mu$ を求める。

3.1 垂直応力 σ の求め方

本来、垂直応力 σ には、せん断箱に加わる垂直荷重 N をせん断箱の面積 A で除した値 N/A を用いる。

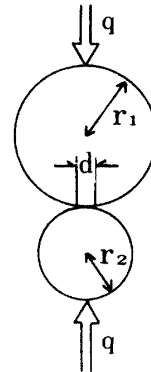


図-4

しかし今回の実験では、粒子数が数個のオーダーである上に粒子間接触は点接触であるため、粒子間で荷重が伝達される面積とせん断箱の面積比は相当大きくなるはずである。そこで、ステンレス球を弾性的に変形する物質であると考えて、図-4に示す Hertz²⁾の弾性接触論の理論解を用いて接触面積を求める。

弾性接触論によると、ヤング率 E 、ポアソン比 ν が等しい2つの球（半径 r_1 、 r_2 ）が垂直荷重 q で圧縮されているときの接触面の直径 d は次式で与えられる。

$$d = \left[\frac{12(1-\nu^2)}{E} q \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

(1)式の荷重 q には、一面せん断試験機の垂直荷重 N と粒子数 n から

$$q = \frac{N}{n} \quad (2)$$

を与える。

次に、ステンレス球の接触面に円形を仮定し、その円の直径に(1)式で求めた d を与え、 $E=21,000\text{kgf/mm}^2$ 、 $\nu=0.3$ 、 $r=6\text{mm}$ 、 10mm を与えると、結局、垂直荷重 $N(\text{kgf})$ のときの垂直応力 σ は(3)、(4)式で表される。

[$r=10\text{mm}$ の場合]

$$\sigma = \frac{N/9}{\pi/4 (0.0000289)^{2/3}} (\text{kgf/mm}^2) \quad (3)$$

[$r=6\text{mm}$ の場合]

$$\sigma = \frac{N/25}{\pi/4 (0.0000612)^{2/3}} \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \quad (4)$$

せん断変位 U_s と鉛直変位 U_n の関係

図-5 にせん断中のステンレス球の移動の様子を示す。せん断箱下部が固定されている場合、せん断箱上部のある粒子の中心 O_u の運動は、図-6 のように下部粒子の中心 O_d を軸とする半径 O_u-O_d の回転運動となることが分かる。そうすると、粒子の半径を r おけば、この図から U_s の関係は次式で表される。

$$(U_s - r)^2 + (U_n + \sqrt{3}r)^2 = (2r)^2 \quad (5)$$

この接触する2つの粒子間の接線と規準のせん断面（ここではせん断方向を規準とする）の方向つまり水平線とのなす角を θ とすると、

$$\tan \theta = \frac{dU_n}{dU_s} \quad (6)$$

なる関係がある。また、摩擦の法則より、

$$\frac{\tau_s}{\sigma_N} = \tan(\theta + \phi_\mu) \quad (7)$$

が成り立つので、 ϕ_μ にある仮定値を与えることによって、式(5)、(6)、(7)から理論上の τ/σ と $U_s/2r$ の関係を表す曲線と、 $U_n/2r$ と $U_s/2r$ 関係を表す曲線（図-7）が得られる。

次に、実験で得られたデータを τ/σ と $U_s/2r$ の関係と、 $U_n/2r$ と $U_s/2r$ の関係に整理してグラフにプロットする。この実験値のプロットに良くフィットする理論曲線を ϕ_μ を色々変化させながら上記の方法で描

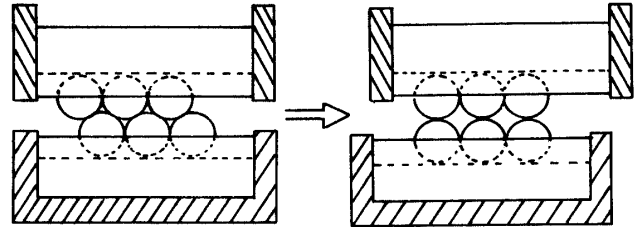


図-5

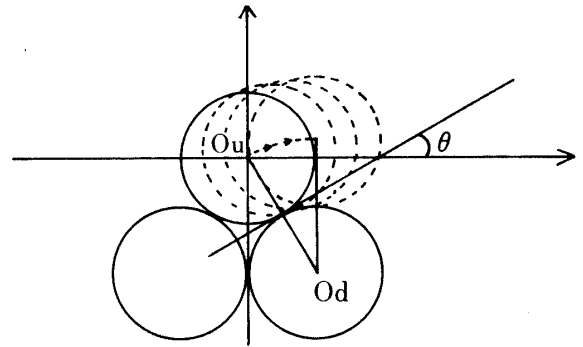


図-6

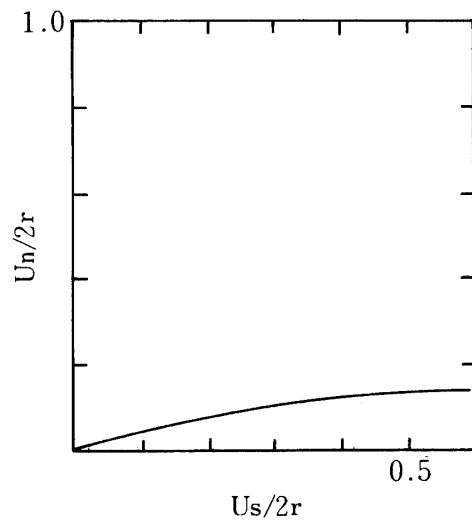
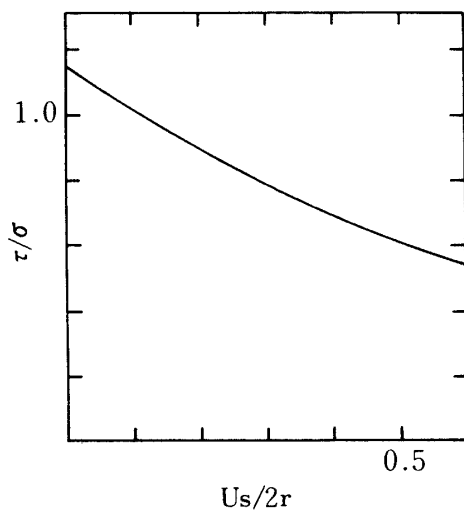


図-7

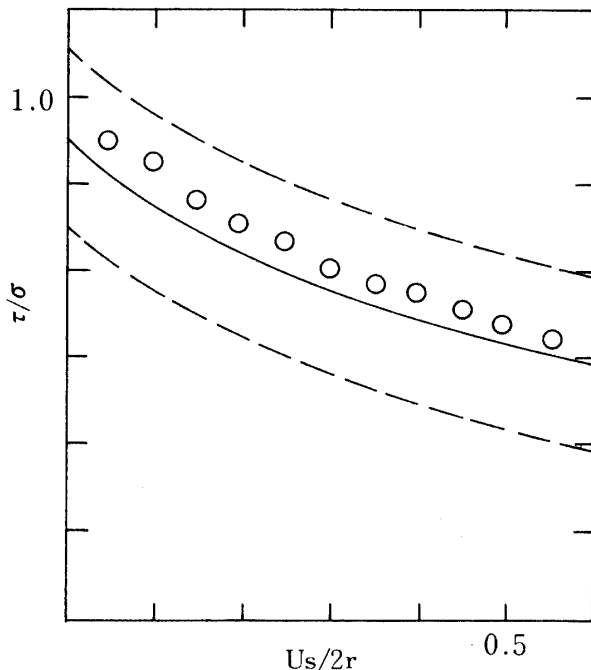


図-8

き、その曲線の $\phi\mu$ を粒子間摩擦角とする（図-8を参照）。

4. 実験結果と考察

図-9、10に、それぞれ粒径6mm、10mmの場合の実験から得られた値と理論曲線の比較を示す。各々の図において(a)のプロットと曲線が、 $\tau/\sigma \sim U_s/2r$ 関係を示しており、(b)のプロットと曲線が $U_n/2r \sim U_s/2r$ 関係を表している。

図-9、10のいずれの場合も、 $\phi\mu = 18^\circ$ としたときの理論曲線と実験から得られた値の比較を示している。すべてのデータの中で全体的な合致を模索した結果、平均的なステンレス球の粒子間摩擦角を 18° とした（ただし、湿度その他の影響はここでは考慮していない）。なお、全ての実験ケースにおいて、 $U_n/2r \sim U_s/2r$ 関係は実測値と理論曲線にはかなり良好な一致が見られるが、 $\tau/\sigma \sim U_s/2r$ 関係は、図-11に見られるように、 $U_s/2r$ が、0.2以上の場合に、理論曲線よりも実測値の方

が減少の傾きが大きくなることもしばしば見られた。このことは、滑り始めた直後と滑っている最中とで、ステンレス球の摩擦特性が変化しているか、上下のせん断箱にアンバランスが生じた可能性があり、今後検討の余地を残した。

次に図-12に、みかけの垂直応力 σ' と摩擦角 $\phi\mu$ との関係を示す。みかけの σ' とは、垂直荷重を単純にせん断箱面積（本実験では $30\text{mm} \times 30\text{mm} = 900\text{mm}^2$ ）で除した値を意味している。この図より σ' が増すにつれて、 $\phi\mu$ は減少していることがわかる。しかし、Hertzの弾性接触論を用いて求めた真の σ と $\phi\mu$ の関係をみかけの $\sigma' \sim \phi\mu$ のスケールに換算してその関係をグラフにすると、図-13に示したように σ が桁違いに大きすぎたため生じた現象であり（例えば 9100kgf/cm^2 ）、接触点において弾性変形及びステンレスそのものの表面状態の変化が予想され、摩擦角の変化が生じたものとみなすことができる。したがって、 $\sigma \sim \phi\mu$ の関係を調べるならば、数個の微小な接触面積に対しても垂直応力 σ をある一定値に制限できるような極低荷重におけるせん断力 τ を測定できる実験装置が必要である。

次に、湿度と $\phi\mu$ との関係を図-14に示す。この図より、 $\phi\mu$ は湿度に比例して増加している事がわかる。図-15は、阪口によるアクリル棒の湿度と摩擦角の関係⁷⁾を表しているが、今回の実験結果と同様に湿度の対数に比例した $\phi\mu$ の増加がみられ、物質の摩擦角 $\phi\mu$ は湿度に大きな影響を受けることは確かであると言える。湿度と摩擦角に関する理論や一般式は確立されておらず、これからの研究が期待される。また、摩擦角の測定においては実験室の湿度に関する条件の統一が必要である。

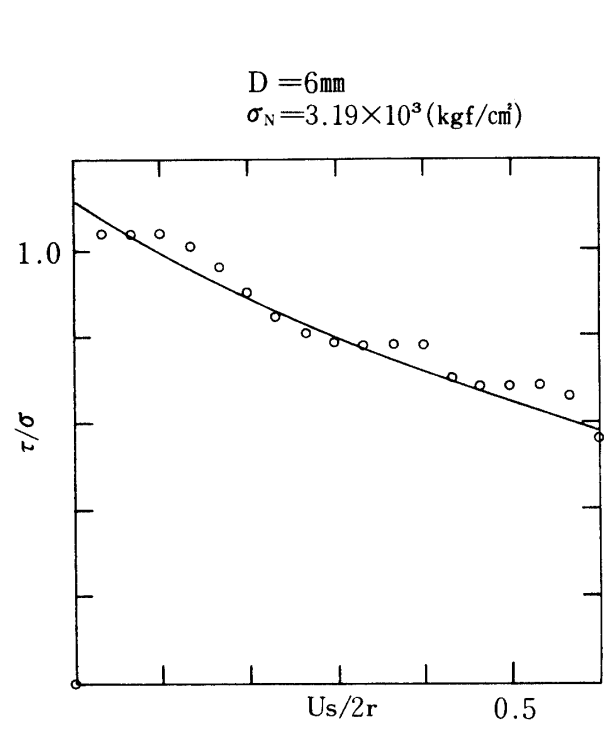


図 - 9 (a)

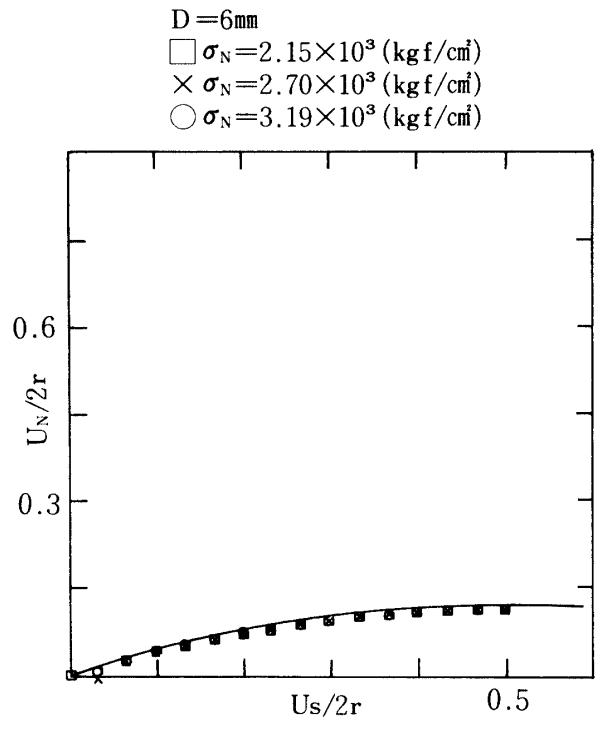


図 - 9 (b)

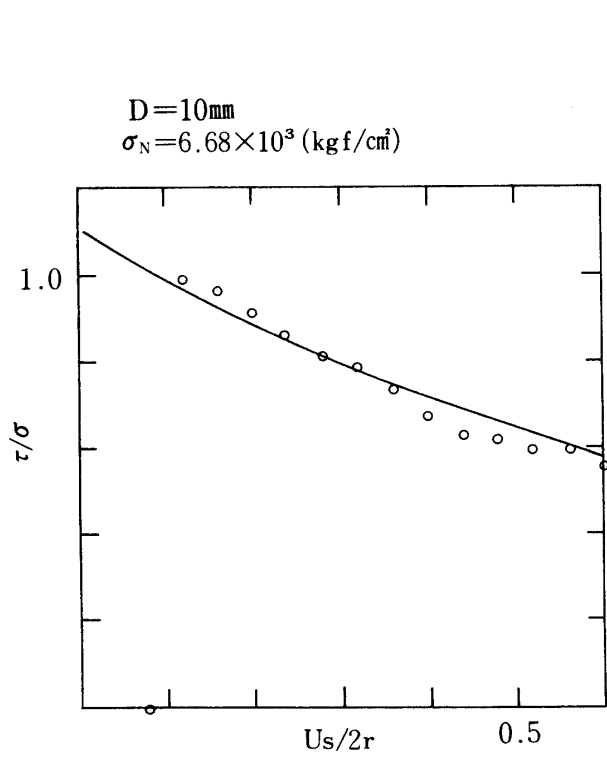


図 - 10(a)

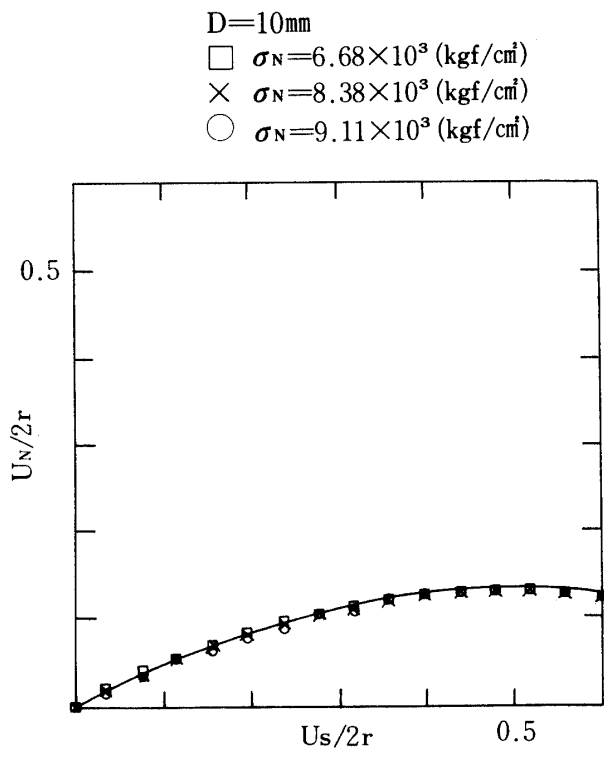


図 - 10(b)

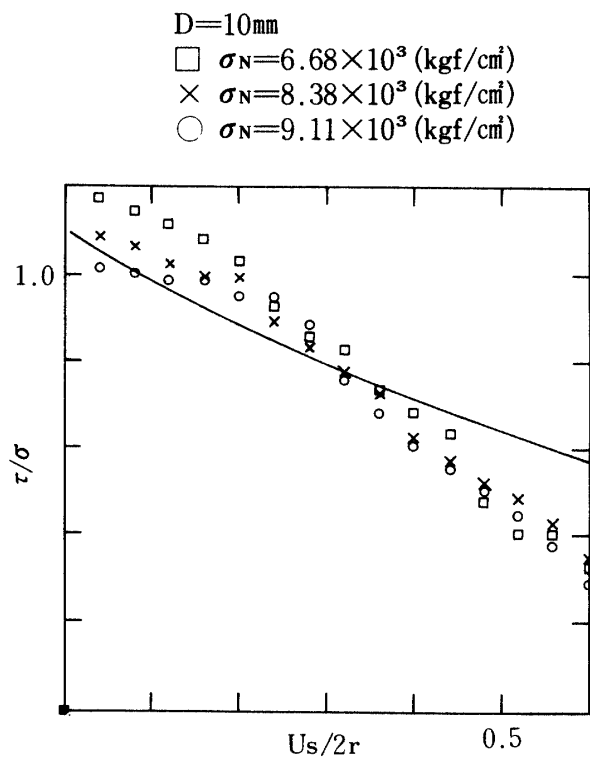


図-11

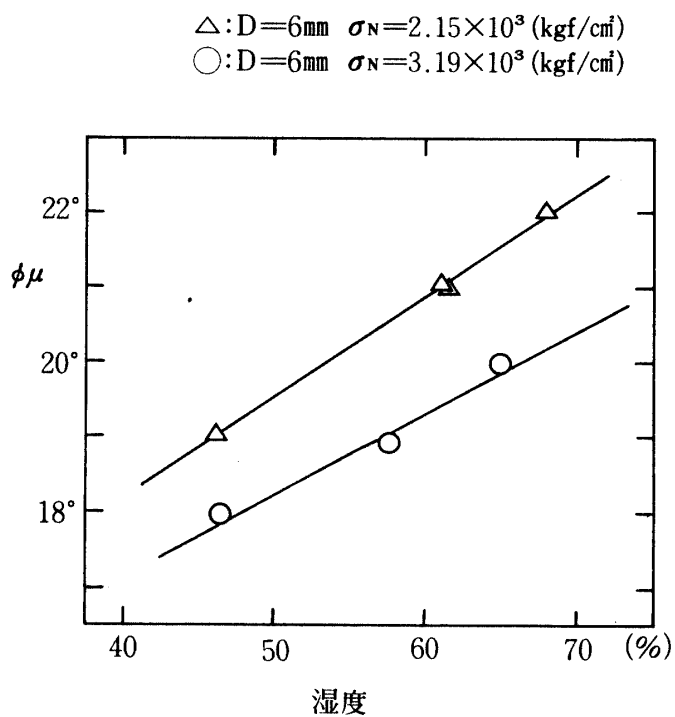


図-14

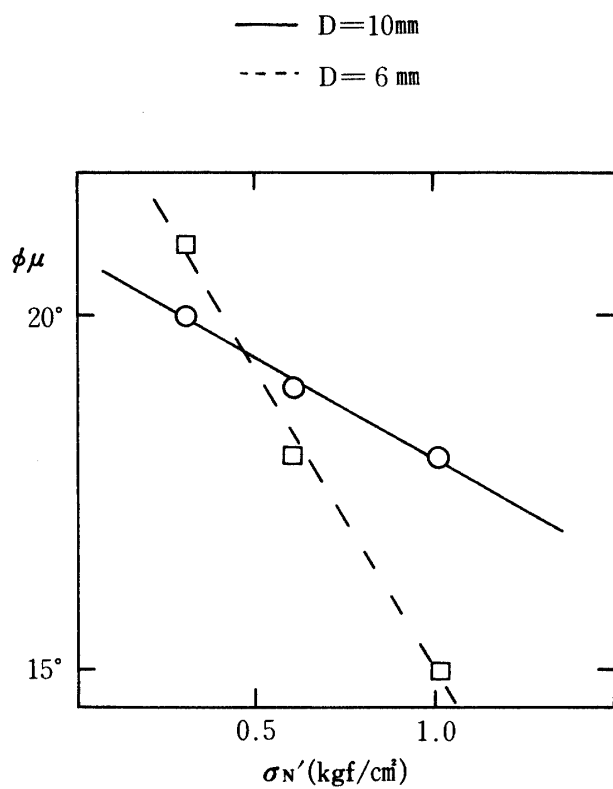


図-12

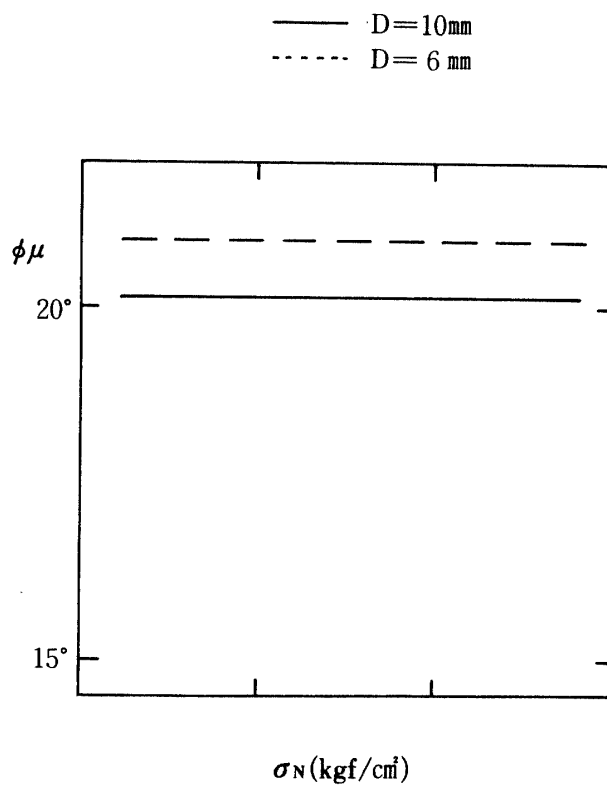


図-13

参考文献

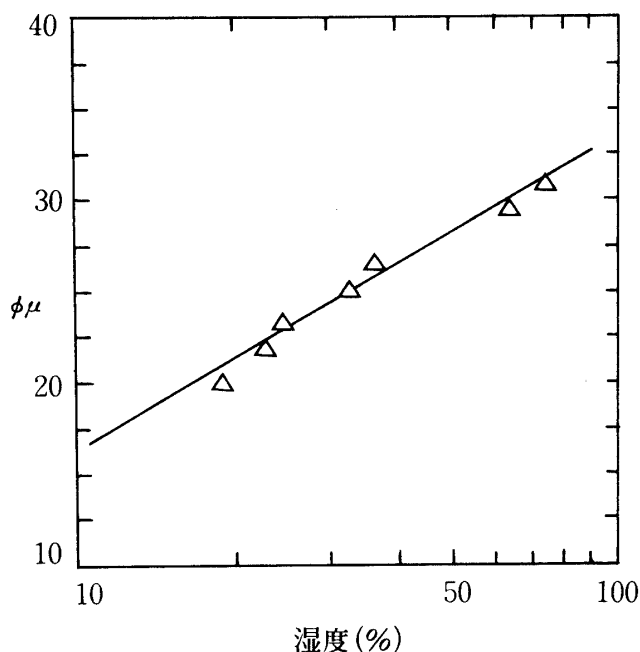


図-15

- 1) KALKER, J. J.: *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, KLUWER, 1990.
- 2) LAMBE, R. and WHITMAN, W.: *Soil Mechanics SI Version*, Wiley, New York, 1969.
- 3) 松岡 元、斎木清志：第27回土質工学研究発表会、pp579-580、1992.
- 4) MATSUOKA, H：京都大学博士論文、PP18-19, 1973.
- 5) 最上武雄：粒状体の力学、最上編・土質力学、技報堂出版、東京、1969.
- 6) ROWE, P. W.: *Proc. Royal Soc. London, Series A*, 1962.
- 7) 阪口 秀・尾崎勲司：第28回粉体工学会夏期シンポジウム講演要旨集、pp53-56, 1992.

5. あとがき

今回、2次元丸棒で適用されていた松岡の摩擦角の測定方法を3次元球に応用してみたが、2次元の丸棒と3次元の球体では接触面積の差があまりにも大きく、そのままでは無理があることがわかった。点接触の摩擦特性には物質表面状態の不均一性が顕著に表れる上に、物質が有する応力変形特性から接触面積が変化してしまうので、その測定値は非常にばらつき易いことが確認された。また、筆者らが以前から指摘している摩擦角の湿度による顕著な変化は、ステンレス球にも明確に表れた。

したがって、数値解析パラメータとしての粒状体の粒子間摩擦角は一意的な値と考えるよりも、おかれた応力状態及び湿度などの関数で表される値とみなすべきである。