



円形要素を用いたDEMにおける回転の抑制に関する研究

阪口, 秀
尾崎, 叡司
五十嵐, 徹

(Citation)

神戸大学農学部研究報告, 20(2):239-246

(Issue Date)

1993-01-30

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00200536>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00200536>



円形要素を用いたDEMにおける回転の抑制に関する研究

阪口 秀*・尾崎毅司*・五十嵐徹*

(平成4年8月10日受理)

Basic Research for the Reducing of the Rotational Motion in Discrete Element Method using Disc-shape Elements

Hide SAKAGUCHI, Eiji OZAKI and Tohru IGARASHI

Abstract

Physical experiments and numerical simulations were performed to find under what conditions the formation of arches plugging the flow is likely to occur, throughout the gravity emptying of a silo. In the experiments, rods with the same diameters representing two-dimensional granular particles were used.

For computer simulation on this issue, the Discrete Element Method specifically taking into account of rolling friction effect was used. In most cases of DEM simulation, Disc-shaped elements are used to reduce the number of computing routine of checking contact points. But in the case of simulation for quick flow particles which have fewer contact points in the motion, the excess rotational motion can be occasionally produced in Disc-shaped elements. By addition of the rolling frictional term to the moment equation of the DEM algorithm, the discrepancy between the results of our experiments and those of Cundall type two-dimensional DEM computer simulations was diminished. Without any considerations of rolling friction effect in DEM, the elements forming the arches are not stable in the sense of rotation and would easily roll out to be broken compared to the results of the experiments.

Thus, the results of numerical simulations by the Discrete Element Method taking into account of rolling friction effect were in good agreement with the experimental measures not only in the flow pattern but also in the formation of arches and the wall stress. Therefore these our results showed that DEM of this new type is suitable for reducing of the excess rotational motion of Disc-shaped Elements.

1. 序 論

粒状体、あるいは粒状体の集合体の挙動について従来より様々な研究がなされてきたが、未だに一般的な粒状体の力学体系は構成されるに至っていない。特に、速い運動状態におかれた粒状体の微視的挙動や力のやりとりについてはまだ明らかにされていないことが多い。

一般に、微視的挙動を把握しようとするときには、粒

状体内部の微視量を詳細に把握すると同時に、巨視的な粒状体の集合の挙動との対応が必要となる。このような微視的挙動と巨視的挙動を対応させるような場合には、その挙動を実験によって調べるのが重要であるが、実験技術上、極めて困難なことが多い。そこで、これらの問題に対する解決策の有効な手段の一つとして、コンピューターによる数値シミュレーションが挙げられる。例えば個別要素法(以下DEMと称す)はCundall³⁾により提案された手法で、このような粒状体の挙動をシミュレートするための解析法として近年計算機の発達に伴って注

*土地利用工学研究室

目されている手法である。

ところで、DEMで粒状体挙動を解析する場合、最近では殆どのケースで円形要素のモデルが用いられている。円形要素を用いることによって、要素の接触判定に関する計算ルーチンを極めてシンプルにすることができる上、接触力のパターンに関する場合分けを省略することができる⁴⁾。このことは、DEMの最大の弱点である膨大な繰返し計算に要するCPU時間（1ステップあたりの刻みを標準的な10万分の1秒として、1000要素の粒子に対して1秒間の挙動を計算するために約80時間かかる）を大幅に短縮できるという大きな意味がある。しかし、円形要素を用いることによって逆に問題を生じてしまうこともある。例えば、DEMの1要素が実際の1粒子に対応していない場合の解析や、明らかに粒子の扁平性や凹凸などの複雑な形状を考慮する必要がある場合の解析に対しても、円形要素を用いることは甚だ疑問である。また、計算上の1要素が実際の1粒子に相当し、極めて円形に近い断面を有する粒状体の解析でも問題は生じる。それはサイロからの排出流動などのように、せん断挙動などと比べて個々の要素の運動量が極めて大きな現象をDEMで解析すると、要素の回転量が実挙動と比較して極端に大きくなり過ぎる傾向があることである。これではもはや、微視的挙動と巨視的挙動を対応させながら調べるはずの数値シミュレーションの目的から外れてしまっている。とくに、運動状態から静止状態へ移行する流動粒状体の目詰りを解析する場合では、この過剰な要素の回転が全体の解析結果に極めて大きな影響を及ぼしてしまう。

DEMをより実用的な手法とするためには計算時間の短縮が必要不可欠であり、とくに接触判定ルーチンのプログラミングには、高速フーリエ変換のような全く新しい発想で大幅な改良がなされることが望まれる。しかし、現状では円形要素を用いることが、最も手っ取り早い計算時間の短縮化の方法であることは間違いない。ところが円形要素を用いたDEMには相反する性質が存在する。そこで、本報告では円形要素を用いたDEMにおいて、過剰な要素の回転の原因を探り、回転を抑制するための手法を提案する。回転の抑制項には、力学的根拠に基づいて要素の転がり摩擦を考え、これをDEMに組込んだ。そして、幾らかの実験結果と比較検討し、転がり摩擦のあるDEMの有効性を確認した。

2. DEMの概要

2.1 DEMの原理⁷⁾

DEMは以下に掲げる仮定に基づいて、個々の粒子の微視的挙動を表現し、要素間の相互作用を考慮することにより系全体の巨視的挙動を求めようとする手法である（図-1参照）。

- 1) 要素は基本的に剛体で、変形は要素の表面（要素間及び要素境界間）のみで生じるものとする。
- 2) 変形は要素間及び要素境界間の接触点で代表させるものとし、力は接触点のみで働くものとする。
- 3) 各要素の挙動は要素重心を代表点として、重心まわりの運動方程式に従うものとする。
- 4) 各要素毎の力の釣り合いは、接触点における外力を重心まわりの合力として求め、その不釣り合い力を要素の加速度に変換する。
- 5) 各接触点では、垂直方向に並列バネ・ダッシュポット系のVoigtモデルを仮定し、せん断方向にはVoigtモデルにスライダを加えたものを仮定して、要素間の変形を接触力に置換する。

これらの仮定に基づき、個別の要素の運動を追跡してゆくのがCundallのDEM解析法である。そのアルゴリズムは、初期加速度に基づく速度・変位を求め、その速度・変位から要素間のVoigtモデルに働く力を求める。その力を重心まわりに合計して次のステップの加速度を求めていくものであり、構造解析において動的緩和法と呼ばれる手法がDEMの基礎となっている。また、前のステップの加速度から速度・変位を求めるところ、すなわち数値積分の部分では最もシンプルなEuler法を用いている。

このようにDEMの解法は比較的単純であり、結局は不釣り合い力を徐々に減じていく、あるいは加速度に変

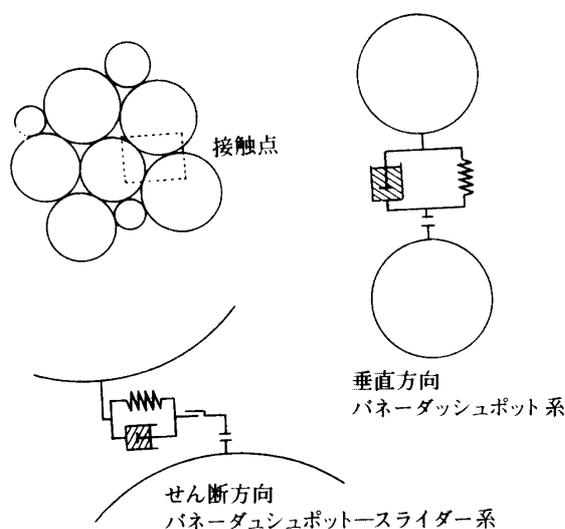


図-1 DEMの基本概念

換しゆくことで粒子の運動を追跡するような繰返し計算となっている。各ステップ間の要素の運動は等加速度直線運動で近似するので、1ステップ毎の時間増分は十分に小さくする必要がある。通常の解析では1ステップは1万分の1秒から100万分の1秒程度のかかなり小さい値を用いなければならないので、1秒間の計算をするにもかなりのステップ数を取らなければならない、多大な計算時間を要する。また、記憶容量に関してはFEM等と比較すると、全体剛性マトリクスを必要としないためその部分では容量を必要としないが、接触点情報など他の部分でかなりの量となるため、全体としてはあまり小さな記憶容量では収まらない。特に、粒状体解析では土質材料のような実問題を取り扱おうとした場合、非常に多くの粒子数を必要とし、その粒子数がそのまま要素数となるため、逆に大きな記憶容量が必要となる場合もある。

2.2 円形要素を用いる理由

Cundall は初期の研究で、岩盤の進行性破壊と大変形問題の数値解析を取り扱っていた²⁾。そしてDEMを定式化し、岩盤の崩壊過程をシミュレートしてその破壊モードを視覚的に確認することに成功した。当時のCundallのDEMでは、解析対象を亀裂性岩盤としていたので、その性質上、解析モデルには図-2に示すように円形要素ではなく多角形要素が用いられていた。

ところで、DEMに多角形要素を用いると、要素と要素の接触モード及び要素と境界の接触モードは図-3に

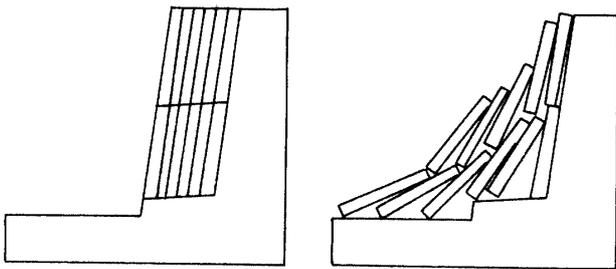


図-2 多角形要素解析モデル

示すように幾通りかの場合分けが必要となる。つまり、要素には頂点と辺があるため常に、

- 1) 頂点-辺 接触
- 2) 辺-辺 接触
- 3) 頂点-頂点接触

を分けて考える必要が生じる。また、要素-要素間の接触判定には、ある要素形状を与えたときに要素の重心の位置だけではその情報が不足し、回転角の情報も必要となることからわかる。さらにその上、一要素あたりの頂点

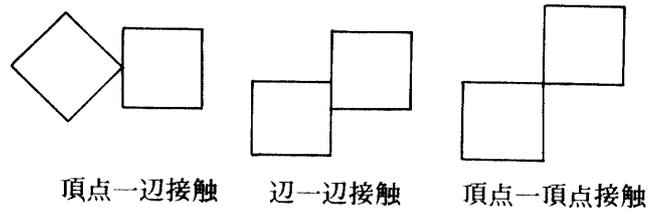


図-3 多角形要素の接触モード

の数が多要素形状を選ぶと、たった一つの要素-要素間の接触判定さえも膨大な計算となってしまう、実用上の要素数には自ずと制限ができてしまう。

一方、円形要素を用いれば図-4に見られるように接触モードは唯一で、接触判定に必要な情報は、形状が唯一なので要素半径を固定すれば要素の重心の位置のみで十分である。また、多角形のように頂点回りのモーメントを考える必要もなく、円形要素を用いることによって計算量は激減することがわかる。

このような背景の下で、より数多くの要素を扱うシミュレーションを行なうために、以後次第にDEMには円形要素が多く用いられるようになったのである。

2.3 円形要素の回転運動

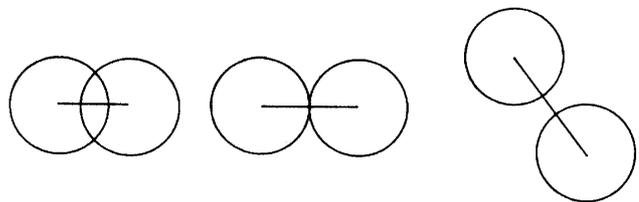


図-4 円形要素の接触モード

円形要素を用いた場合、個々の要素について回転運動の中心と要素の重心が同一点となる。したがって、回転運動は各要素の接触点における接線方向力のみによって生じると考えてよい。つまり、要素の半径を腕の長さとする要素重心回りの接線方向力によるモーメントがその要素の回転運動を支配している(図-5参照)。

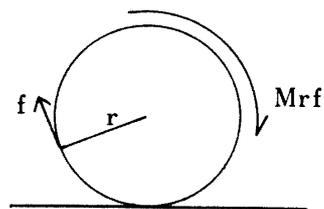


図-5 円形要素の回転運動

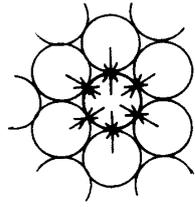


図-6 粒子の密実配置

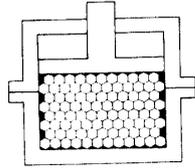


図-7 閉じた境界を有する配置

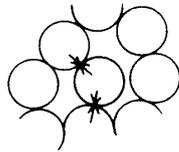


図-8 空隙が大きい配置

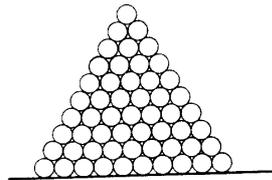


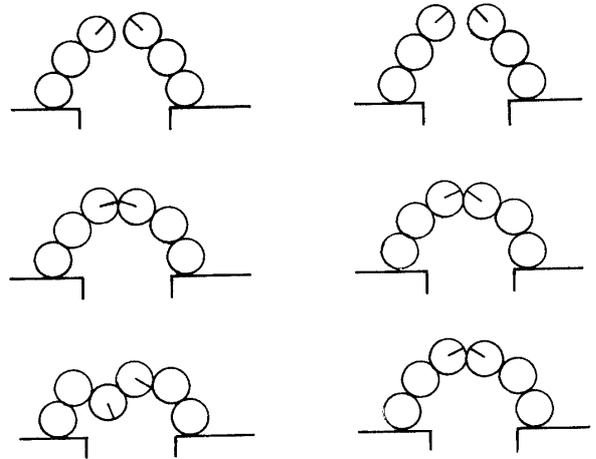
図-9 閉じた境界を持たない配置

円形要素を用いた場合、ある一つの接触点に着目すると、その接触点は常に点であり、多角形要素の場合の頂点-辺接触或いは頂点-頂点接触に相当していると考えられ不安定な状態に置かれていることがわかる。したがって、要素がひとたび角速度 ω を持てばその要素には2点以上の接触によるモーメントのバランスがなければ ω を打ち消す項が無く、回転は永久に続いてしまうことになる。一方、多角形要素の場合はある一定量だけ回転すると辺-辺接触に交代するので回転は容易に抑制される。

ここで、円形要素を用いたときに過剰な回転が問題となるケースについて検討する。まず、図-6に示すように粒子が密実に配置され1つの要素に対して多点接触が保証されている場合や、図-7に示されているようにせん断箱中の土粒子のせん断変形のように閉じた境界を有する場合には、モーメントのバランスが得やすいため回転は抑制されやすくとくに問題はない。ところが、粒子の運動量が大きいために衝突回数が多く空隙が大きくなって1要素あたりの接触点が少なかったり（図-8）、ピラミッドのように閉じた境界を持たないで粒子を積み上げると（図-9）、モーメントのバランスが得難いため要素は過剰な回転を示してしまう。自由表面を持ちなが

ら重力流動するサイロからの粒子の排出流動現象などは後者の典型的な例である。

過剰な回転は、接線方向の並進運動が回転力を生み出すプロセスの逆のプロセスをたどり、過剰な並進運動を生み出す。よって、サイロからの粒子の排出流動がアーチの形成によって突然止められてしまうような挙動をDEMで表そうとしても、アーチを形成する要素の回転運動を抑制しなければ安定したアーチが得られない（図-10参照）。



過剰な回転による不安定アーチの破壊

回転の抑制による不安定アーチの安定化

図-10 回転の抑制とアーチ形成

3. 転がり摩擦

要素の回転を抑制するためには、接触点での接線方向の運動に対する摩擦抵抗の他に、回転運動そのものに対する抵抗が必要となる。回転運動の抵抗には、慣性モーメントの値を変化させたりするなど種々考えられるが、ここでは力学的な合理性に基づいて、物体の回転運動に特有の抵抗力である転がり摩擦を考える。

3.1 転がり摩擦の原理

まず、図-11のように、半径 r の円柱が面を押す力 N で水平面上を転がっているものとする。このとき、転がろうとする前方の接触面がわずかに変形しているか、円柱の断面がわずかに変形していると、円柱が水平面から受ける反力はC点ではなくB点に作用する。そうすると、B点まわりにC点での面を押す力 N とC-B点間の距離 f を腕の長さとする回転モーメント $M_{rf} = N \cdot f$ が生じる。このモーメント M_{rf} は円柱の回転運動の中心まわりに対しては転がりを打ち消す方向に作用すること

になる。このモーメントを転がり摩擦と考える。円柱が転がらない場合には当然ながらこのモーメントは発揮されない。

転がり摩擦力 F を

$$F = f \frac{N}{r} \quad (1)$$

と表すと、 f が転がり摩擦係数に相当する。ここで f は長さの単位を持つ量であり、円柱と水平面の表面状態の他、円柱の剛性及び接触変形量に影響を及ぼす垂直力 N や円柱の半径 r にも関係する値である¹⁾

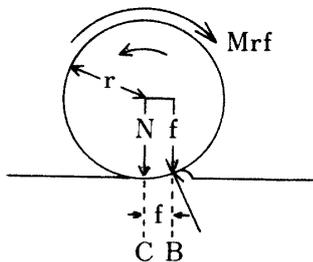


図-11 ころがり摩擦の発生原理

3.2 転がり摩擦のDEMへの組み込み⁵⁾⁶⁾

前節で説明したように、転がり摩擦の原理は非常に簡単であるために（コロンブスの卵と全く同じ原理である）、容易にDEMに組み込むことができる。

まず、転がり摩擦係数 f は、図-12のように互いに接触している2つの要素の中心間の距離から求められる接触の幅 b に関する値であると仮定し、 f はこの b に定数 α を乗じた値

$$f = \alpha b \quad (2)$$

を与える。ここで定数 α は、実験と計算の試行から求める。次に N には接触点における法線方向力をそのまま与える。この f と N から決まるモーメントを転がろうとする方向の逆向きに作用させる項

$$Mrf = -\alpha b \times N \times \text{SIGN}(Mt) \quad (3)$$

(ただし $|Mrf| \leq |Mt|$)

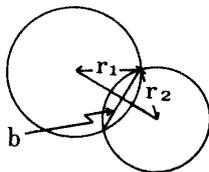


図-12 接触の幅の算定

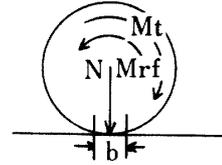


図-13 接触幅と回転の抑制モーメント

を接線方向力から得られる回転モーメント M_t に加えることによって、次ステップの回転量を抑制する（図-13）。

4. 計算例と考察

4.1 1要素モデル

ここでは、図-14のように、円柱が一定区間の斜面を転がり降りた後に水平面上を転がる運動を考える。DEMでは、1要素1接触点の要素-境界間の転がり摩擦の影響を調べることになる。

まず、このモデルに対する実験を行なった。実験には斜面と水平面にアルミ板を、円柱にはアクリル棒を用いた。実験諸元を表-1と図-15に与える。傾斜勾配15分の1の斜面を水平距離で5cm下ってからアルミ板上を転がるアクリル棒の運動をビデオ撮影し、その画像から0.2秒毎の位置をプロットした。図-16に実験結果のプロットを示す。アクリル棒は斜面で加速された後、水平面で減速して運動開始後3.8秒で停止した。これは明

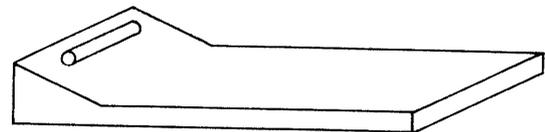


図-14 実験装置模式図

表-1 アクリル棒の実験パラメータ

Parameter	Unit	Value
Diameter	mm	10.0
Unit Weight	kg/m ³	1190
Time Step	sec	1.0×10^{-5}

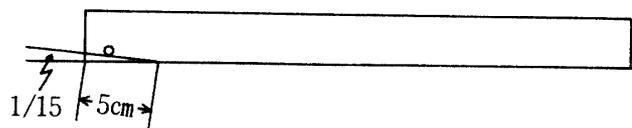


図-15 実験諸元

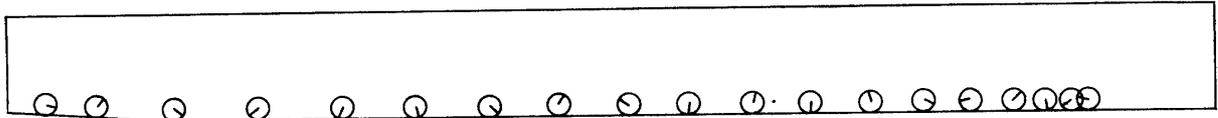


図-16 アクリル棒とアルミ板を用いた実験結果

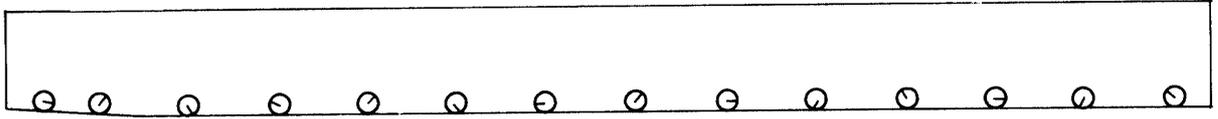


図-17 DEMによる計算結果（転がり摩擦なし）

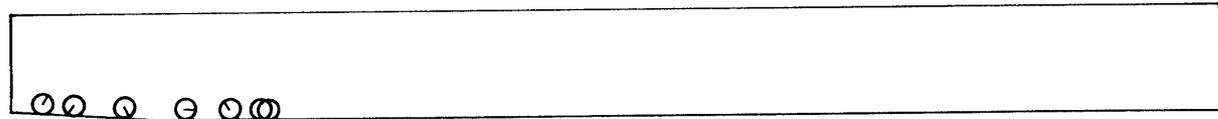


図-18 DEMによる計算結果（転がり摩擦あり） $\alpha = 0.5$

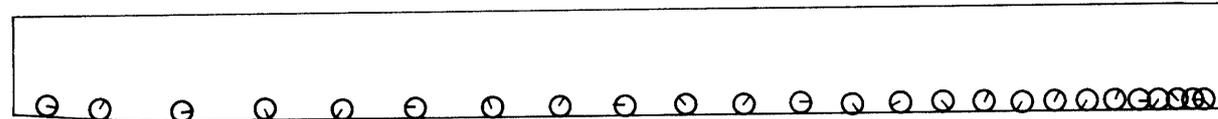


図-19 DEMによる計算結果（転がり摩擦あり） $\alpha = 0.1$

表-2 DEM解析パラメータ

Parameter	Unit	Value
Diameter	mm	10.0
Unit Weight	kg/m ³	2700
E.Fric. Coeff	deg	21.78
Time Step	sec	1.0×10^{-5}

表-3 ステンレス球の実験パラメータ

Parameter	Unit	Value
Diameter	mm	10.0
Width of Silo	mm	190.0
Width of Slit	mm	31.7
Unit Weight	kg/m ³	7980
Slip acceleration	m/sec ²	1.03

らかに斜面とアクリル棒の転がり摩擦の影響である。

次に、実験と全く同一条件のDEM解析を行なった。表-2に解析パラメータを与える。図-17は転がり摩擦のない一般のDEMによる計算結果である。この図からわかるように、回転の抑制項がない1要素1接触点モデルでは、斜面で加速された後、水平面で等速度直線運動をしてしまい、いつまでも転がり続ける。図-18及び図-19は転がり摩擦のあるDEMによる結果である。図-18と図-19は転がり摩擦係数が異なり、それぞれ $\alpha = 0.5$ のケース、 $\alpha = 0.1$ のケースの0.2秒毎の位置のプロットである。実験結果と比較すると、 $\alpha = 0.5$ では回転の抑制効果が過剰で $\alpha = 0.1$ ではやや過小ではあるが、いずれも転がり摩擦の顕著な効果をよく表している。また、 α の値を試行錯誤によって実験と対応させることができる。

4.2 ホッパーからの重力流動排出

ホッパーから粒子を重力流動排出させる際に、排出口

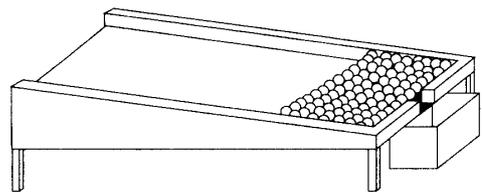
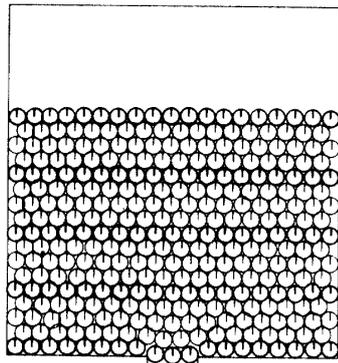


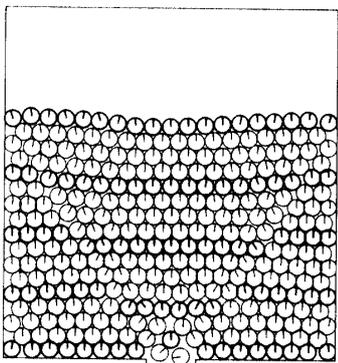
図-20 実験模式図

付近にアーチが形成されて目詰りが発生することがある。ここでは、このアーチ形成の現象を実験とDEMによるシミュレーションで示し、転がり摩擦項を組込んだDEMの有効性を確認する。

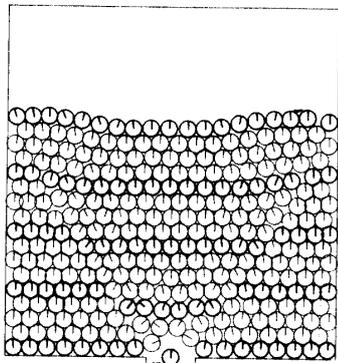
実験はDEMに対応させるために2次元状態を仮定して、ステンレス厚板の傾斜板上にステンレス球を1層敷き詰めて排出させる実験を行なった。実験諸元と実験模式図を表-3、図-20に与える。実験からここに与えた諸条件下での限界スリット幅は、31.7mmであることがわかった。また、ビデオでフローパターンを記録してお



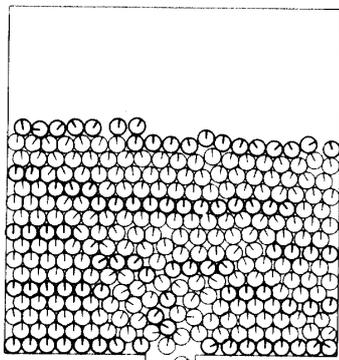
STEP=1000



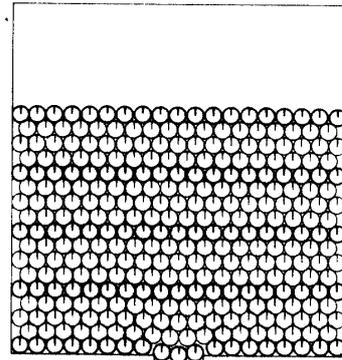
STEP=6000



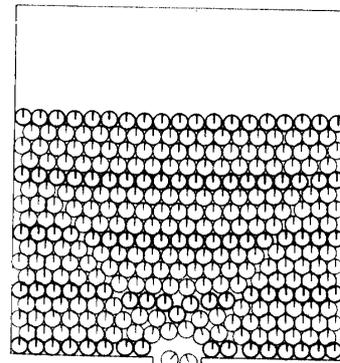
STEP=7000



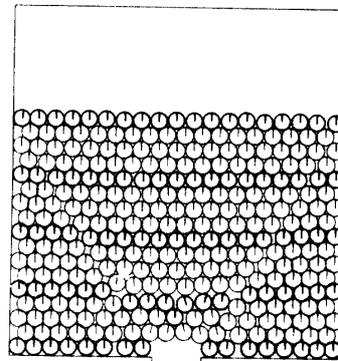
STEP=20000



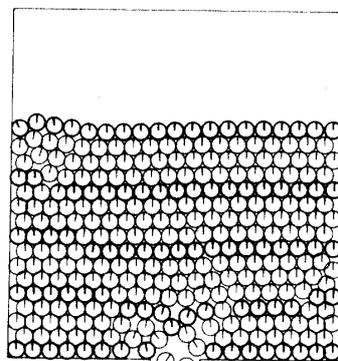
STEP=1000



STEP=6000



STEP=7000



STEP=20000

図-21 DEMによる計算結果（転がり摩擦なし）

図-22 DEMによる計算結果（転がり摩擦あり）

表-4 DEM解析パラメータ

Parameter	Unit	Value
Diameter	mm	10.0
Width of Silo	mm	190.0
Width of Slit	mm	31.7
Normal Stiff	N/m	2.1×10^5
Shear Stiff	N/m	2.1×10^4
N.Damp. Coeff	Nsec/m	220.0
S.Damp. Coeff	Nsec/m	1.0
E.Fric. Coeff	deg	24.0
W.Fric. Coeff	deg	24.0
Unit Weight	kg/m ³	2700
Time Step	sec	2.0×10^{-6}

いた。

次に、転がり摩擦のないDEMと転がり摩擦のあるDEMでこの実験のシミュレーションを行なった。表-4に計算に用いたDEMのパラメータを示す。計算時間を短縮する目的で、DEMでは単位重量を実際より小さくし、鉛直方向の加速度には重力加速度を与えた。スリット幅には、計算上でアーチを確実に形成させるために、実験で得られた限界スリット幅よりやや狭いめの29mmにした。

図-21、図-22に転がり摩擦の有無が計算結果に及ぼす影響の比較を示す。転がり摩擦がないと、幾何学的にアーチを形成するはずの要素の配置になっても、アーチを形成している要素の回転運動が抑制されにくいため、結局要素が転がり出てしまい安定したアーチが形成されない。また、各要素が精巧で回転を良く伝達するギヤの役割を果たしてしまうために、本来回転するはずのない位置の要素にまで回転が見られる。一方転がり摩擦項のあるDEMで計算した結果では、5000ステップから8000ステップにかけて弱いアーチが形成された。このアーチは結果的に破壊したが、同じステップでの転がり摩擦のないDEMの結果と比較すると、転がり摩擦がアーチの安定性に大きく影響を及ぼしていると結論付けられる。

あとがき

DEMに転がり摩擦を導入したところ、円形要素の回

転の抑制に大きな効果があることがわかった。とくに、ホッパーからの重力流動排出状態にある粒子群の解析には有効であることが示された。これによって、重力流動状態にある粒子は運動量が大きく接触点が少ないために、転がり摩擦のないDEMでは過剰な回転が生じてしまう問題を解決することができた。また、重力流動がアーチ形成による目詰りで突然止められてしまうような現象もDEMでシミュレートすることが可能となった。DEMは、その特徴として要素が振動しやすく、静止状態を表現することはもともと苦手である。まして流動状態から、ある条件下で突然静止状態へ移行する現象を表現することはより困難なことである。斯様な現状の中で、DEMへの転がり摩擦項の導入は、「止まりやすいDEM」を開発するための一手法であると考えてもよいであろう。

謝 辞

本論文をまとめるにあたり、貴重な御助言を頂いた清水建設株式会社大崎研究室の吉田順氏、DEMプログラムの原版として個別要素法プログラムDEMSを提供して頂いた(財)大阪土質試験所の澤田純男氏に深く感謝を表します。

参考文献

- 1) 青木弘・木谷晋：工業力学、第8版、森北出版、東京、1976。
- 2) CUNDALL, P. A. : Int. Symp. of ISRM, Nancy, France, Oct., 1971.
- 3) CUNDALL, P. A. : Ph. D. Thesis, Imperial College, London, 1971.
- 4) 木山秀郎・藤村尚：土木学会論文報告集、第333号、pp137-146, 1983.
- 5) 阪口秀・尾崎勲司：第27回土質工学研究発表会、pp571-572, 1992.
- 6) 阪口秀・尾崎勲司・五十嵐徹：第49回農業土木学会京都支部研究発表会、投稿中、1992.
- 7) 吉田順：清水建設研究報告、第53号、pp39-53, 1991.22