あるスロットマシーン問題のグループによる解決

末廣, 英生

(Citation)
国民経済雑誌,186(5):29-50

(Issue Date)
2002-11

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/00392693

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/00392693

あるスロットマシーン問題のグループによる解決

末　廣　英　生

複数の個人からなるグループが，与えられた問題を協力して解決しなければならない状況に繰り返し直面する時，各個人は問題解決の上でどのようにリーダーシップを発揮するかに関して，Heinicke and Bales (1953) による実験室実験の結果がある。この実験環境を，2人の個人がそれぞれ1台ずつスロットマシーンを所有し，そのいずれか一方を話し合いで選んでトライするというプロセスを2回繰り返すゲームでモデル化する。個人は，自分の所有するスロットマシーンの性能に関して，不完全な私的情報を持っている。2人は，独立に同時に自分のマシーンをグループ採用すべきか否かの主張をする。主張がかみ合えばそれが実施され，そうでなければ一方のマシーンがランダムに採用される。パラメーターを特定して，このゲームの逐次均衡を明示的に計算する。一意的な逐次均衡が求められ，そのプレイが Heinicke and Bales (1953) による実験室実験の結果をかなりうまく説明できることを示す。更に，このようなグループによる問題解決が，たいていの場合に1個人による解決よりも優れており，しかも望みうる最もよい解決に一致することを示す。

キーワード　リーダーシップ，スロットマシーン問題

1　序

3人寄れば文殊の知恵とは，問題を解決するのに1人ではできなくても複数の個人がアイデアを出し合えば解決できることがある，という誰もが知っている経験則である。これが事実であるとすると，人が問題解決するということについて，次の2つのことが同時に成り立っていなければならないように思われる。第1に，ある問題を解決する方法として1人の個人が出せるアイデアには限りがあり，しかも出せるアイデアには個人間で重複しないものがあるために，1人の個人が出せるアイデアと複数の個人がそれぞれ出せるアイデアの合計とを較べると，後者の方が純粋に広い。第2に，自分では出せなかったアイデアを他人が出したとき，それが自分ではもともと考えつかなかったものであるにもかかわらず，その他人から説明されれば理解でき，しかももともと自分が考えついたアイデアと較べて優れているかどうかの取捨選択ができ，結果として複数個人が出したアイデアの合計の中から正しく有力

なアイデアがグループの合意として選ばれる。

この2つのことは両立するのだろうか。個人がある問題を解決する方法として出すアイデアは，その問題に関する彼のこれまでの知識や，類似の問題に直面した過去の経験に基づいて出されると考えてよい。その様な知識や経験に限りがあるから，1人の個人が出せるアイデアに限りがあると考えられる。他人が出したアイデアも，同じようにその他人の知識と経験とに基づいて出される。もとの個人がそのアイデアを自分で考えつかなかったのは，その他人が持っていた知識か経験かあるいはその双方が，彼にはなかったからである。だから，自分では考えつかなかった他人のアイデアを，それを説明されれば理解でき，適切に評価できるというのは，アイデアの理解は，そのアイデアが出された基の知識も経験もなくてもできる，ということである。アイデアを考えつくことには知識や経験が必要だが，アイデアを理解したり評価したりすることには必要ない，ということになる。それが本当かどうかは先験的には決められない。事実としてどうかを調べ，それが事実ならなぜそうかが説明されねばならない。

アイデアを考えつくこととアイデアを理解したり評価したりすることが別であれば，複数の個人がグループとして問題解決に直面したとき，アイデアを出し合い，出されたアイデアから解決策を選択するプロセスで，個人の行動に混乱は起きにくいであろう。出されたアイデアのどれが優れているかについて，容易に合意が成立するからである。逆にそうでなければ，グループによる問題解決プロセスは，安定的パターンを示すと期待できない。

事実がどちらかを示す間接的な証拠がある。すなわち，権限構造のない小集団が何らかの問題解決のタスクに直面したとき，その集団のメンバーはどのような行動パターンを示すかについて，1950年代に社会学者による実験研究が数多くなされた[1]。この実験研究によって明らかとなったのは，全く対等な立場からなる個人の間に役割分化が生じる場合があること，役割分化の発生パターンはでたらめではなく，ある規則性があるということである。その役割分化はリーダーシップの発生である。それは，複数の個人の中から，ある人のアイデアが他の人に受け入れられる安定的なパターンが自然に生まれるということである。この事実は，アイデアを考えつくこととアイデアを理解したり評価したりすることが別であることを示唆する。

なぜそうなるのか。リーダーが出したアイデアの基となる知識や経験がフォロアーにはないにもかかわらず，なぜそのアイデアを理解し，それを有力と認めることができるのか。本稿では，グループの各個人が持つ知識や経験の可能性についてグループ内で共通の理解が成立していれば，たとえ他人の知識や経験それ自体を直接共有しなくても，アイデアを出し合うという行動だけでそれが可能となることを，簡単なゲーム・モデルによって示す。

そのモデルは，ORで研究されているスロットマシーン問題の変形である。個人は，自分の

知識や経験を基に，1つの問題に1つの問題解決案を出す能力があるとする。その能力を1台のスロットマシーンで表す。スロットマシーンを1回トライすると，問題を解決する1つのアイデアがでてくる。アイデアは，解決に成功するか失敗するかのいずれかである。各個人のマシーンには，成功率の高い良いマシーンと，そうでない悪いマシーンとの可能性がある。そして，各個人は，自分のマシーンの性能についてはある程度知っているが，他人のそれは決して直接知ることはできない。グループは，1つの問題に1つの解決策しかトライできない。各個人の持つマシーンのうち誰のマシーンを採用するかを話し合って決めねばならない。

このスロットマシーンの採用ゲームの逐次均衡を計算する。モデルを簡単な数値例の場合について明示的に解く。すると，ただ1つの逐次均衡が得られ，その均衡経路は，1950年代の実験室実験の観察結果をかなりうまく説明できることがわかる。

本稿の構成は次の通りである。まず2節で，実験室実験で発見されたグループによる問題解決行動に関する stylized facts を確認する。3節では，グループによる問題解決プロセスのゲーム・モデルを提示する。4節は，3節のゲームの戦略を記述し，逐次均衡を定義する。5節は，逐次均衡を計算する。6節は，求められた均衡の経路を調べ，実験室実験からの stylized facts をどの程度うまく説明できるかを論じる。7節は，均衡によって実現される問題解決のパフォーマンス評価を行う。

2 Heinicke and Bales 実験

まず，1950年代に社会学者が発見した役割分化のパターンとは何かをはっきりさせよう。この実験研究の代表の1つは Heinicke and Bales (1953) である。Heinicke と Bales は，それぞれ Northwestern と Harvard の学部学生を被験者として，次のような実験室実験を行った。[2] 初等心理学の講義を受講している学部学生からボランティアを募り，5人から6人1組のグループを10組作る。[3] 全員が毎週1回同じ時間に集まって，グループごとにある問題解決作業をする，というセッションを4週間繰り返す。[4] 各グループには毎週異なる問題が1問出される。それは，ある人間関係のトラブルを記述したもので，各グループは40分の制限時間で自由討論を行い，そのトラブルの解決策についてグループの提案を1つのレポートにまとめることを求められる。問題に出されたどのトラブルも，客観的に見て明確な正しい解決策がそもそも存在しない性質のものである。各チームが作成したレポートは，審判によって，現実性，説得力，考察の多面性の3つの観点から採点され，4セッションの合計点で最優秀グループが決まる。最優秀グループは，その全メンバーに対し，初等心理学の講義における彼の成績に同じだけのボーナス点を与えられる。[5]

この実験室実験で，Heinicke と Bales は，次の3種類のデータを集めた。第1に，各グル

ープの各セッションごとに，実験室で行われている自由討論を one way mirror を通して全観察記録する。記録された行動を，Bales (1950) の interaction category system に従って次の12カテゴリーの1つに分類する。すなわち，「解決策（すなわち，提案する，意見する，方向性を示す）」，「正の反応（すなわち，他のメンバーに賛成する，共鳴を示す，緊張を解放する）」「負の反応（すなわち，他のメンバーに反対する，敵意を示す，緊張を示す）」および「質問（すなわち，他のメンバーに提案を求める，意見を求める，方向性を求める）」である。そして，全行動に占める各カテゴリーのシェアーを計算する。

第2に，各グループのパフォーマンスを測定する。つまり，各グループの各セッションごとに，作業成果であるレポートの成績をそのセッションで費やした討論の実質時間で割った成果効率性尺度を計算する。

第3に，各グループで，メンバーによるリーダーシップの相互認知を測定する。すなわち，各個人に対して，そのグループのメンバーを，リーダーシップの発揮度に応じて序列付けさせる質問調査を行う。グループメンバー全員の序列付けデータから，Kendall (1948) の一致係数を計算する。その値を序列に関するコンセンサスの形成度と見なす。各セッションごとの序列コンセンサスと全セッションを通じてのリーダーシップについての序列コンセンサスを計算する。

集めたデータからわかったことは次の事実である[6]。

発見事実1：全セッションを通じてのリーダーシップについての序列コンセンサスに明らかに区別される2つのコーホートがあった。すなわち，一致係数が高い High Consensus Groups が4グループあり，一致係数の低い Low Consensus Groups が6グループあった。

発見事実2：序列コンセンサスの時間経路に2つの安定的なパターンが見られた。High Consensus Groups では，第1セッションでの序列コンセンサスが高く，第2セッションで急落し，第3セッションと第4セッションを通じて着実に回復する。Low Consensus Groups では，序列コンセンサスが時間を通じて小刻みの up-down を繰り返す。

発見事実3：個人の行動の時間経路にも2つの安定的なパターンが見られた。High Consensus Groups では，「解決策」カテゴリーのシェアーが時間を通じて逓減し，対人反応の純分である「正の反応」カテゴリーのシェアーから「負の反応」カテゴリーのシェアーを引いたものは第2セッションだけがほぼゼロで他の3つのセッションは同程度の有意な正の値を示す[7]。Low Consensus Groups では，「解決策」カテゴリーのシェアーが第3セッションまで高止まりし，対人反応の純分である「正の反応」カテゴリーのシェアーから「負の反応」カテゴリーのシェアーを引いたものは第2セッションと第3セッションで低い[8]。

発見事実4：High Consensus Groups は Low Consensus Groups より成果効率性尺度が有意に高い。

3 グループによるスロットマシーン・ゲーム

Heinicke and Bales (1953) の実験結果を説明する，グループが問題解決に直面する状況を記述したゲーム・モデルを提示する。

3.1 ゲームのルール

個人1と個人2からなるグループが，スロットマシーンの選択問題に繰り返し2回直面する。個人1も個人2もそれぞれが1台ずつスロットマシーンを所有している。2人は，1期目に，2人が所有しているスロットマシーンのうちの一方を採用して，採用したマシーン M^1 を1回トライする。トライの結果 X^1 は成功 S か失敗 F のいずれかである。続いて2期目に，2人は再び2人が所有しているスロットマシーンのうちの一方を採用して，採用したマシーン M^2 を1回トライする。トライの結果 X^2 は成功 S か失敗 F のいずれかである。個人1も個人2も，グループが達成する成功回数だけに関心がある。すなわち，彼らの選好は (X^1, X^2) に対して定義され，効用関数

$$u_i(S, S)=2,\ u_i(S, F)=u_i(F, S)=1,\ u_i(F, F)=0\ (i=1, 2)$$

で表現される。この効用関数は，$\{S, F\}$ 上の定義関数 $\mathbf{l}_S : \{S, F\} \rightarrow \{0, 1\}$ を $\mathbf{l}_S(S)=1$, $\mathbf{l}_S(F)=0$ で定義すると，

$$u_i(X^1, X^2)=\sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(X^t)\ (i=1, 2)$$

と書ける。

1期目も2期目も，2人は同じ手続きを用いてグループとして採用するスロットマシーンを決める。期首に，2人は独立に同時に，自分が所有しているスロットマシーンを採用すべきであると主張する (P=positive) か，あるいは主張しない (N=negative)。2人が同時に自分のマシーンを採用すべきであると主張した場合には，グループとして，2人のマシーンの一方をランダムに採用する。2人とも自分のマシーンを採用すべきであるとは主張しなかった場合にも，2人のマシーンの一方をランダムに採用する。個人 i は自分のマシーン M_i を採用すべきであると主張し，個人 j は自分のマシーン M_j を採用すべきとは主張しなかったなら，自動的に個人 i のマシーン M_i がグループとして採用される。

スロットマシーンの性能は，それを1回トライしたときの成功確率 $q \in (0, 1)$ で表される。個人1が所有するスロットマシーンにも個人2のそれにも，マシーンの性能として2つの可能性 $0<q_B<q_G<1$ がある。高い成功確率 q_G をもつ良いマシーン M_G と，低い成功確率 q_B の悪いマシーン M_B である。

どの個人も，外見からは，個々のマシーンが良いマシーンか悪いマシーンかを言うことはできない。全く情報がない下では，あるマシーンが良いマシーンである可能性は確率 $\rho \in (0,$

1)，悪いマシーンである可能性は確率 $1-\rho$ と見積もられている。個人１と個人２が所有するマシーンについても同様で，しかも個人が所有するマシーンの性能の可能性は独立である。

ただし，個人１も個人２も，自分が所有するスロットマシーンについては，個人的に過去に２回の使用経験がある。個人 i がこの２回のトライで得た結果を $\mathbf{Y}_i=(Y_i^1, Y_i^2)$ と書く。Y_i^t は S か F である。$\mathbf{Y}_i$ は，個人 i の私的情報である。しかも，それをコミュニケーションによって他者である個人 j に伝えることはできない。

3.2　スロットマシーン・ゲームと Heinicke and Bales (1953) の実験環境との対応関係

ここに提示したスロットマシーン・ゲームは，次の意味で，Heinicke and Bales (1953) の実験環境を記述したモデルと見なせる。Heinicke and Bales 実験では，グループは，異なる問題に４回直面する。しかし，その４つの問題はすべて人間関係のトラブルに関するものであり，それらの解決には類似した能力が要求される，と考えられる。被験者は，彼に備わったこの能力を駆使して，毎回の問題に対しその解決策を考え出す。この能力が高ければ良い解決策を出せる可能性が高いが，それが保証されているわけではない，と想定するのが自然であろう。

スロットマシーンは，この問題解決能力のモデルである。個人が１台のスロットマシーンを所有していて，グループが直面する２回のスロットマシーン採用問題にこの同じマシーンで臨むということが，個人に備わった問題解決能力は１つで，それを独立の問題に繰り返し適用する状況を表している。能力の発揮と同様，スロットマシーンのトライは，そのマシーンの性能が良ければ成功しやすいが，性能がよいからといって必ず成功するというわけではない。

Heinicke and Bales 実験で被験者が相互の問題解決能力を評価し合う関係と，スロットマシーン・ゲームでマシーンの持ち主が互いのマシーンの性能を評価し合う仕方は，次の様に対応している。第１に，Heinicke and Bales 実験では，各個人が自分の意見にどの程度自信を持っているかは，その解決策を考え出すに至った彼の経験や知識を反映すると考えて良いだろう。その様な知識や経験は個人のこれまでの成長過程に属するものであるから，本人は知っているが，他者がそれを本人と同じ意味で共有することはできない。スロットマシーンの過去の使用経験に関する非対称情報の想定は，このことに対応している。

第２に，現実の問題解決においては，ある知識や経験があるからと言って，それが今直面している問題の解決能力として有効かどうかは，必ずしもはっきり断定できるとは限らない。むしろ，知識や経験は，問題解決能力それ自身ではなく，その間接的な証拠と見なせる。同様に，スロットマシーンの性能に対し，そのマシーンの過去の使用経験は，そのマシーンの性能それ自体ではなく，そのマシーンの性能に関するデータと見なせる。

最後に，スロットマシーン・ゲームでは，マシーンの過去の使用経験は持ち主以外にはわからないが，グループが採用したマシーンをトライした結果は全員に理解されると想定している。これは，現実の問題解決の状況に置き換えて言うと，ある個人が過去に直面した問題解決状況でどのような解決案を考え出し，どの程度成功したかは本人しかわからないが，現にグループが討論の末採用した解決案や，それが成功だったかどうかは，当該グループの全員に直接経験として共有されるということである。

4 スロットマシーン・ゲームにおける戦略，学習，逐次均衡

スロットマシーン・ゲームにおける個人の行動を予測する為に，まずスロットマシーン・ゲームで戦略の組が逐次均衡をなす条件を導く。

4.1 ヒストリー

ゲームのルールに従って1期目に起こりうることを述べると，次のようになる。まず，個人iが自分のマシーンを採用すべきかどうかについて行う主張a_i^1を $\{P, N\}$ の中から選び，個人jもそれと同時に独立に自分の主張a_j^1を $\{P, N\}$ の中から選ぶ。こうして1期目の2人の主張ペアー $\mathbf{a}^1=(a_i^1, a_j^1)$ が定まる。2人の主張に従って，場合によってはランダムに，1期目にグループとして採用するマシーンM^1が決まる。採用されたマシーンがトライされ，1期目の結果X^1が出る。こうして，1期目のヒストリー $\mathbf{h}^1=(\mathbf{a}^1, M^1, X^1)$ が定まる。2期目に起こりうることも全く同じように記述することができ，2期目のヒストリーは $\mathbf{h}^2=(\mathbf{a}^2, M^2, X^2)$ と書ける。

1期目も2期目も，そのヒストリー $\mathbf{h}^t=(\mathbf{a}^t, M^t, X^t)$ がとりうるバリエーションは，全部で12通りある。すなわち$((P, P), M_i, S)$，$((P, P), M_i, F)$，$((P, P), M_j, S)$，$((P, P), M_j, F)$，$((P, N), M_i, S)$，$((P, N), M_i, F)$，$((N, P), M_j, S)$，$((N, P), M_j, F)$，$((N, N), M_i, S)$，$((N, N), M_i, F)$，$((N, N), M_j, S)$，$((N, N), M_j, F)$ である。

4.2 戦　　略

スロットマシーン・ゲームにおける個人の戦略を behavior strategy の形式で述べると，次の様になる。個人iは，1期目の行動を，確率p_i^1で自分のマシーンを採用すべきであると主張し，確率 $1-p_i^1$ でそう主張しないというやり方で実行する。ただし，個人iは，確率p_i^1を，自分のマシーンについての使用経験 $\mathbf{Y}_i$ に応じて選ぶことができる。$\mathbf{s}_i^1(\mathbf{Y}_i)$ によって，自分のマシーンの過去の2回トライアルの結果が $\mathbf{Y}_i$ である時に，個i人が1期目に自分のマシーンを採用すべきであると主張する確率を表すものとする。

個人iは，2期目の行動を，1期目のヒストリー$\mathbf{h}^1$ごとに，確率 $p_i^2(\mathbf{h}^1)$ で自分のマシーン

を採用すべきであると主張し，確率 $1-p_i^2(\mathbf{h}^1)$ でそう主張しないというやり方で実行する。ただし，この場合も，個人 i は，確率 $p_i^2(\mathbf{h}^1)$ を，自分のマシーンについての使用経験 $\mathbf{Y}_i$ に応じて選ぶことができる。$s_i^2(\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ によって，自分のマシーンの過去の2回トライアルの結果が $\mathbf{Y}_i$ で1期目のヒストリーが $\mathbf{h}^1$ である時に個人 i が自分のマシーンを採用すべきであると主張する確率を表すものとする。

このスロットマシーン・ゲームにおける個人 i の戦略は，$\{S, F\}^2$ の要素 $\mathbf{Y}_i$ に $\Delta(\{P, N\})$ の要素 $(p_i^1, 1-p_i^1)$ を関係 $p_i^1=\mathbf{s}_i^1(\mathbf{Y}_i)$ によって対応させる関数 $\mathbf{s}_i^1: \{S, F\}^2 \to [0, 1]$ と，$(\{S, F\}^2)\times(\{P, N\}^2\times\{M_i, M_j\}\times\{S, F\})$ の要素 $(\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ に $\Delta(\{P, N\})$ の要素 $(p_i^2, 1-p_i^2)$ を関係 $p_i^2=\mathbf{s}_i^2(\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ によって対応させる関数 $\mathbf{s}_i^2: (\{S, F\}^2)\times(\{P, N\}^2\times\{M_i, M_j\}\times\{S, F\})\to[0, 1]$，のペアー $\mathbf{s}_i=(\mathbf{s}_i^1, \mathbf{s}_i^2)$ である。

4.3　ビリーフ

個人 i にとって，自分の行動選択に関係がありながら直接観察できない対象が，3つある。第1に自分のマシーン M_i の性能，第2に相手のマシーン M_j の性能，第3に相手のマシーンの過去の使用経験 $\mathbf{Y}_j$，である。1期目の行動選択にあたって，個人 i は，自分のマシーンの使用経験 $\mathbf{Y}_i$ だけをもとに，この対象の組 $(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j) \in \{M_G, M_B\}\times\{M_G, M_B\}\times\{S, F\}^2$ を推測しなければならない。$\mu_i(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j|\mathbf{Y}_i)$ によって，$\mathbf{Y}_i$ のもとで個人 i が $(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j)$ の可能性に付す確率を表す。M_i, M_j, $\mathbf{Y}_j$ の各対象についての $\mu_i(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j|\mathbf{Y}_i)$ から導かれる周辺分布を $\mu_i(M_i|\mathbf{Y}_i)$, $\mu_i(M_j|\mathbf{Y}_i)$, $\mu_i(\mathbf{Y}_j|\mathbf{Y}_i)$ と書く。

2期目の行動選択にあたっては，個人 i は，自分のマシーンの使用経験 $\mathbf{Y}_i$ に加えて，1期目のヒストリー $\mathbf{h}^1$ がもたらす情報を利用できる。ただし，$\mathbf{h}^1$ がベイズルールを通して個人 i に正しい情報をもたらすには，1期目の結果をもたらすことになった自分の行動と相手の戦略の組 $(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)$ に関する知識が必要である。[9] $\mu_i^{(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)}(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ によって，$\mathbf{Y}_i$ のもとで1期目に自分の行動 p_i^1 と相手の戦略 $\mathbf{s}_j^1$ の組が実行されて $\mathbf{h}^1$ が起きた時に個人 i が $(M_i, M_j, \mathbf{Y}_j)$ の可能性に付す確率を表す。周辺分布の誘導も，1期目のそれとパラレルに構成される。

4.4　プレイの予想

スロットマシーン・ゲームである戦略の組が与えられると，それが実行された時のプレイの経路確率を計算できる。まず，1期目であれ2期目であれ，その期の個人 i と個人 j が，それぞれ確率 p_i, p_j で，自分のマシーンを採用すべきであると主張するならば，2人の行動のあるペアー $\mathbf{a}$ が結果的に起こる確率 $\pi^{(p_i, p_j)}(\mathbf{a})$ は，それぞれ $\mathbf{a}=(P, P)$, (P, N), (N, P), (N, N) について p_ip_j, $p_i(1-p_j)$, $(1-p_i)p_j$, $(1-p_i)(1-p_j)$ である。2人の行動ペアー

$\mathbf{a}$ の下であるマシーン M_k が採用される確率 $\pi^{\mathbf{a}}(M_k)$ は，ゲームのルールで述べたとおりである。この２つのプロセスをあわせて見ると，２人の主張を通じて，その期にグループが個人 i のマシーンを採用することになる確率は

$$\pi^{(p_i,\, p_j)}(M^t=M_i)=\frac{1}{2}[p_ip_j+(1-p_i)(1-p_j)]+p_i(1-p_j)$$

と計算される。

他方，あるマシーン M_k が選ばれた時，それをトライした結果が成功となるか失敗となるかは，採用したマシーン M_k が M_G か M_B かでその確率が違う。そして，マシーン M_k を実際にトライした結果は，それが M_G か M_B かについての情報を与える。マシーン M_k が１期目に採用された場合を考えているとき，利用可能な情報は高々そのマシーン M_k に関する過去の２回の使用経験 $\mathbf{Y}_k$ である。それを条件とするマシーン M_k の成功確率 $\pi(X^1=S|M^1=M_k, \mathbf{Y}_k)$ は，ベイズルールで計算して，それぞれ $\mathbf{Y}_k=(S, S)$ の時0.45，$\mathbf{Y}_k=(S, F)$ 又は (F, S) の時0.39，$\mathbf{Y}_k=(F, F)$ の時0.33である。

マシーン M_k が２期目に採用された場合を考える時には，もし１期目にも $M^1=M_k$ だったなら，１期目のトライの結果 X^1 も追加的な情報となる。それを条件とするマシーン M_k の成功確率 $\pi(X^2=S|M^2=M_k, \mathbf{Y}_k, M^1=M_k, X^1)$ は，ベイズルールで計算して，それぞれ $(\mathbf{Y}_k, X^1)=((S, S), S)$ の時0.47，$(\mathbf{Y}_k, X^1)=((S, S), F)$，$((S, F), S)$ 又は $((F, S), S)$ の時0.43，$(\mathbf{Y}_k, X^1)=((S, F), F)$，$((F, S), F)$ 又は $((F, F), S)$ の時0.37，$(\mathbf{Y}_k, X^1)=((F, F), F)$ の時0.31となる。もちろん，１期目に $M^1\neq M_k$ だったなら，マシーン M_k に関する追加情報はないから，

$$\pi(X^2=S\,|\,M^2=M_k, \mathbf{Y}_k, M^1\neq M_k, X^1)=\pi(X^1=S\,|\,M^1=M_k, \mathbf{Y}_k)$$

である。

4.5　逐次均衡

個人 i のマシーンの使用経験が $\mathbf{Y}_i$ であるとせよ。個人 j が戦略 $\mathbf{s}_j$ に従う時，個人 i が１期目に行動 p_i^1 をとることによって１期目に期待できる利得は

$$U_i^1(p_i^1, \mathbf{s}_j^1\,|\,\mathbf{Y}_i)\equiv\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\sum_{k=i,j}\pi^{(p_i^1,\, s_j^1(\mathbf{Y}_j))}(M^1=M_k)E[\mathbf{1}_S(X^1)\,|\,M^1=M_k, \mathbf{Y}_k]$$

$$=\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\sum_{k=i,j}\pi^{(p_i^1,\, s_j^1(\mathbf{Y}_j))}(M^1=M_k)\pi(X^1=S\,|\,M^1=M_k, \mathbf{Y}_k)$$

である。１期目のヒストリー $\mathbf{h}^1$ に応じて $p_i^2(\mathbf{h}^1)$ とすることによって２期目に期待できる利得は，１期目から見て

$$U_i^2(p_i^1, (p_i^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\equiv\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\sum_{\mathbf{a}^1}\pi^{(p_i^1,\, \mathbf{s}_j^1(\mathbf{Y}_j))}(\mathbf{a}^1)\sum_{k=i,j}\pi^{\mathbf{a}^1}(M^1=M_k)$$

$$\sum_{X^1=S,F}\pi(X^1\,|\,M^1=M_k,\mathbf{Y}_k)\sum_{k'=i,j}\pi^{(p_i^2(\mathbf{h}^1),\,\mathbf{s}_j^2(\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1))}(M^2=M_{k'})$$
$$\times E[\mathbf{l}_S(X^2)\,|\,M^2=M_{k'},\mathbf{Y}_{k'},M^1=M_k,X^1]$$
$$=\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\sum_{\mathbf{a}^1}\pi^{(p_i^1,\,\mathbf{s}_j^1(\mathbf{Y}_j))}(\mathbf{a}^1)\sum_{k=i,j}\pi^{\mathbf{a}^1}(M^1=M_k)$$
$$\sum_{X^1=S,F}\pi(X^1\,|\,M^1=M_k,\mathbf{Y}_k)\sum_{k'=i,j}\pi^{(p_i^2(\mathbf{h}^1),\,\mathbf{s}_j^2(\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1))}(M^2=M_{k'})$$
$$\times\pi(X^2=S\,|\,M^2=M_{k'},\mathbf{Y}_{k'},M^1=M_k,X^1)$$

である。従って，個人iのマシーンの使用経験が$\mathbf{Y}_i$の時，個人jが戦略$\mathbf{s}_j$に従う場合，個人iが１期目に行動p_i^1をとり２期目には１期目のヒストリー$\mathbf{h}^1$に応じて$p_i^2(\mathbf{h}^1)$とすることからスロットマシーン・ゲーム全体で期待できる利得は，

$$U_i(p_i^1,(p_i^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\equiv U_i^1(p_i^1,\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)+U_i^2(p_i^1,(p_i^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)$$

である。

他方，個人jが戦略$\mathbf{s}_j$に従っている時，１期目に個人iが行動p_i^1をとり，ヒストリー$\mathbf{h}^1$が実現したとせよ。この時，２期目の期首に立って，２期目に行動p_i^2をとることから個人iが期待できる利得は，

$$U_i^2(p_i^1,p_i^2,\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1)\equiv\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i^{(p_i^1,\,\mathbf{s}_j^1)}(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1)\sum_{k'=i,j}\pi^{(p_i^2,\,\mathbf{s}_j^2(\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1))}(M^2=M_{k'})$$
$$\times E[\mathbf{l}_S(X^2)\,|\,M^2=M_{k'},\mathbf{Y}_{k'},M^1=M_k,X^1]$$
$$=\sum_{\mathbf{Y}_j}\mu_i^{(p_i^1,\,\mathbf{s}_j^1)}(\mathbf{Y}_j\,|\,\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1)\sum_{k'=i,j}\pi^{(p_i^2,\,\mathbf{s}_j^2(\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1))}(M^2=M_{k'})$$
$$\times\pi(X^2=S\,|\,M^2=M_{k'},\mathbf{Y}_{k'},M^1=M_k,X^1)$$

である。

個人iの戦略$\mathbf{s}_i$と個人jの戦略$\mathbf{s}_j$の組が逐次均衡をなすというのは，$\mathbf{s}_j$に対し$\mathbf{s}_i$が１期目の行動の逐次合理性

$$U_i(\mathbf{s}_i^1(\mathbf{Y}_i),(\mathbf{s}_i^2(\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)$$
$$\geq U_i(p_i^1,(p_i^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i)\text{ for all }(p_i^1\,(p_i^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1})\text{ and }\mathbf{Y}_i\ldots(\mathrm{SE1})$$

と２期目の行動の逐次合理性

$$U_i^2(p_i^1,\mathbf{s}_i^2(\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1),\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1)\geq U_i^2(p_i^1,p_i^2,\mathbf{s}_j\,|\,\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1)\text{ for all }p_i^1,\,p_i^2\text{ and }\mathbf{Y}_i,\mathbf{h}^1\ldots(\mathrm{SE2})$$

を満たし，逆に$\mathbf{s}_j$も$\mathbf{s}_i$に対し同様の逐次合理性を満たす場合を言う。

5 スロットマシーン・ゲームの逐次均衡を求める

スロットマシーン・ゲームの逐次均衡を調べる。本稿は，個人では解けない問題をグループなら解けるという仕組を示すことが目的であるから，スロットマシーン・ゲームの逐次均衡を一般的に解かなくても，特定のパラメーターのケースについてそれを示せれば十分である。モデルのパラーメーターを $\rho=\frac{1}{2}$, $q_G=\frac{1}{2}$, $q_B=\frac{1}{4}$ に特定した場合について，その逐次均衡を明示的に計算する。

5.1 考察する逐次均衡

スロットマシーン・ゲームの逐次均衡を，次のクラスについてすべて求める。第1に，2人の個人は潜在的には全く対称なので，両者が用いる戦略も対称である場合 $\mathbf{s}=\mathbf{s}_i=\mathbf{s}_j$ を考察する。第2に，戦略 $\mathbf{s}$ は，自分のマシーンの使用経験に関して単調である。すなわち，

$$\mathbf{s}^1(\mathbf{Y})\leq\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}'),\ \mathbf{s}^2(\mathbf{Y},\mathbf{h}^1)\leq\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}',\mathbf{h}^1)$$
$$\text{for all } \mathbf{h}^1 \text{ and all } \mathbf{Y},\mathbf{Y}'\in\{S,F\}^2 \text{ s.t. } \sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(Y^t)\leq\sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(Y'^t)$$

である。

純粋戦略に限って言うと，単調な戦略には，1期目の行動について4種類しかない。すなわち，$\mathbf{Y}$ が $\sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(Y^t)=2$ の時の行動，$\mathbf{Y}$ が $\sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(Y^t)=1$ の時の行動，$\mathbf{Y}$ が $\sum_{t=1,2}\mathbf{l}_S(Y^t)=0$ の時の行動の組として，(P, P, P)，(P, P, N)，(P, N, N)，(N, N, N) の4種類である。それぞれのタイプの逐次均衡が存在するかどうかを調べ，存在するならそれを明示的に計算する。

5．2 2期目の逐次合理的行動

まず，2期目の逐次合理的行動を調べよう。それは，グループとして採用するスロットマシーンを決める手続きの持つ特徴のおかげで，モデルのパラーメーターによらないで，しかも簡単に，描写することができる。すなわち，個人 i が N の替わりに P をとれば，その時の個人 j の行動が P であれ N であれ，個人 i のマシーンが採用される確率が等しく $\frac{1}{2}$ だけ高まる。従って，個人 i が P と N のいずれの行動をとるべきかは，この様な個人 i のマシーンの採用確率の引き上げが望ましいか否かのみで決まる。その結果として，次が成り立つ。

補題1

個人 i のマシーンの過去の使用経験が $\mathbf{Y}_i$ である場合に，1期目に個人 i が行動 p_i^1 をとり個人 j が戦略 $\mathbf{s}_j^1$ に従って行動した結果ヒストリーが $\mathbf{h}^1$ 起きた時，個人 i が，M_i の性能に

関するビリーフ $\mu_i^{(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ と M_j の性能に関するビリーフ $\mu_i^{(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)}(M_j=M_G|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ を抱いたとせよ。ならば，個人 i の2期目の逐次合理的行動は，2期目の個人 j の戦略 $\mathbf{s}_j^2$ によらず，$\mu_i^{(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)}(M_i=M_G|Y_i, \mathbf{h}^1)>\mu_i^{(p_i^1, \mathbf{s}_j^1)}(M_j=M_G|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ ならば $a_i^2=P$ であり，逆ならば $a_i^2=N$ である。

5.3　(P, P, N) 均衡

補題1を用いると，$\rho=\frac{1}{2}$，$q_G=\frac{1}{2}$，$q_B=\frac{1}{4}$ の場合について，(P, P, N) 均衡が存在するか否かを簡単に調べることができる。まず1期目に個人 j が (P, P, N) 均衡に従って行動しているものと想定したとき，個人 i が抱く M_i の性能に関するビリーフと M_j との性能に関するビリーフは，$\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{h}^1$ のうち $\mathbf{Y}_i$ と (a_j^1, M^1, X^1) に依存し a_i^1 には依存しない。個人 i は1期目に (P, P, N) 均衡から乖離する行動をとる場合を含めると，$\mathbf{Y}_i$ と (a_j^1, M^1, X^1) の可能な組み合わせは全部で24通りある。その各々についてこのビリーフのペアーを計算すると，次の表1の様になる。

表1：可能な $\mu_i^{(p_i^1, (P, P, N))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$，$\mu_i^{(p_i^1, (P, P, N))}(M_j=M_G|\mathbf{Y}_i, \mathbf{h}^1)$ ペアー

$\mathbf{Y}_i/a_j^1$	P			N		
$\mathbf{Y}_i=(S, S)$	M^1/X^1	S	F	M^1/X^1	S	F
	M_i	0.88, 0.63	0.72, 0.63	M_i	0.88, 0.30	0.72, 0.30
	M_j	0.80, 0.77	0.80, 0.53	M_j	0.80, 0.47	0.80, 0.22
$\mathbf{Y}_i=(S, F), (F, S)$	M^1/X^1	S	F	M^1/X^1	S	F
	M_i	0.72, 0.63	0.47, 0.63	M_i	0.72, 0.30	0.47, 0.30
	M_j	0.57, 0.77	0.57, 0.53	M_j	0.57, 0.47	0.57, 0.22
$\mathbf{Y}_i=(F, F)$	M^1/X^1	S	F	M^1/X^1	S	F
	M_i	0.47, 0.63	0.22, 0.63	M_i	0.47, 0.30	0.22, 0.30
	M_j	0.30, 0.77	0.30, 0.53	M_j	0.30, 0.70	0.30, 0.22

この表1から，個人 i は，1期目に (P, P, N) 均衡から乖離する場合を含めてある行動をとった時，それに引き続いて起こりうるあらゆる $\mathbf{h}^1$ の下で，2期目に自分がどのような行動をとるべきかを，次の様に言うことができる。

補題2

対称で単調な戦略の組 $(\mathbf{s}, \mathbf{s})$ が (P, P, N) ならば，条件（SE2）を満たす $\mathbf{s}^2$ は次の通り。

● $\mathbf{Y}=(S, S)$ ならば，$\mathbf{h}^1$ によらず，$\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=P$

- $\mathbf{Y}=(S, F)$ 又は $\mathbf{Y}=(F, S)$ ならば，$\mathbf{h}^1$ が $a_j^1=N$ ならば必ず $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=P$，$\mathbf{a}_j^1=\mathrm{P}$ ならば (M^1, X^1) に応じて $(M^1, X^1)=$(自分のマシーン，S) 又は (相手のマシーン，F) なら $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=P$ それ以外は $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=N$
- $\mathbf{Y}=(F, F)$ ならば，$\mathbf{h}^1$ が $a_j^1=P$ ならば必ず $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=N$，$a_j^1=N$ ならば (M^1, X^1) に応じて $(M^1, X^1)=$(自分のマシーン，S) 又は (相手のマシーン，F) なら $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=P$ それ以外は $\mathbf{s}^2(\mathbf{Y}, \mathbf{h}^1)=N$

さらに，個人 j が1期目に (P, P, N) 均衡に従っていたとして，個人 j が彼のマシーンの過去の使用経験 $\mathbf{Y}_j$ に応じて2期目にどのような行動をとるかも，補題2に言う通りである。

従って，個人 i は，個人 j が常に (P, P, N) 均衡に従うと想定すると，自分のマシーンの過去の使用経験 $\mathbf{Y}_i$ と個人 j のそれ $\mathbf{Y}_j$ とのペアーの下で，自分の1期目の行動 a_i^1 に応じて，1期目のプレイによるマシーンの選択予想 $\pi^{(a_i^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(\mathbf{a}^1)\cdot\pi^{\mathbf{a}^1}(M^1=M_k)$ のみならず，2期目の逐次合理的プレイによるマシーンの選択予想 $\pi^{(\mathbf{s}^2(Y_i, \mathbf{h}^1), \mathbf{s}^2(\mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1))}(M^2=M_k)$ を計算することができる。これをマシーン成功確率のデータと合わせると，個人 j が常に (P, P, N) 均衡に従い，自らも2期目は逐次合理的に行動するとした時に，個人 i が1期目に行動 a_i^1 をとった場合にスロットマシーン・ゲーム全体から期待できる利得 $U_i(a_i^1, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{h^1}, \mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$ を計算できる。それは，次の表2の通りである。

表2：(P, P, N) 均衡の下での $U_i(a_i^1, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$

$\mathbf{Y}_i$	$U_i(P, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}\|\mathbf{Y}_i)$	$U_i(N, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{h^1}, \mathbf{s}\|\mathbf{Y}_i)$
(S, S)	0.884	0.829
$(S, F), (F, S)$	0.810	0.774
(F, F)	0.722	0.747

表2により，個人 j が常に (P, P, N) 均衡に従うと想定した時の，個人 i の1期目の逐次合理的行動は (P, P, N) 均衡に従うことである，とわかる。故に，(P, P, N) 均衡の存在が確かめられた。

5.4 (P, N, N) 均衡

(P, N, N) 均衡が存在するか否かは，(P, P, N) 均衡の場合と全く同様の手続きで調べることができる。個人 j が常に (P, N, N) 均衡に従い，自らも2期目は逐次合理的に行動するとした時に，個人 i が1期目に行動 a_i^1 をとった場合にスロットマシーン・ゲーム全体から期待できる利得 $U_i(a_i^1, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}|Y_i)$ は，次の表3の様になる。

表３：(P, P, N) 均衡の下での $U_i(a_i^1, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$

$\mathbf{Y}_i$	$U_i(P, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}\vert\mathbf{Y}_i)$	$U_i(N, (\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1}, \mathbf{s}\vert\mathbf{Y}_i)$
(S, S)	0.900	0.852
$(S, F), (F, S)$	0.798	0.764
(F, F)	0.682	0.736

表３によれば (P, N, N) 均衡が要求する $\mathbf{s}^1(S, F) = \mathbf{s}^1(F, S) = N$ という１期目の行動は逐次合理性の条件（SE1）を満たさない。よって，(P, N, N) 均衡は存在しないことが確かめられた。

5.5 (P, P, P) 均衡，(N, N, N) 均衡

(P, P, P) 均衡が存在するか否かを調べるには，(P, P, N) 均衡や (P, N, N) 均衡の場合にはなかった問題が生じる。すなわち，個人 i が１期目に (P, P, P) 均衡から乖離する行動 $a_i^1 = N$ をとったなら，それによって引き起こされるいかなる１期目のヒストリー $\mathbf{h}^1$ も (P, P, P) 均衡の経路上にはないから，個人 j のビリーフ $\mu_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i, M_j, \mathbf{Y}_i|\mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1)$ はベイズ・ルールによっては計算できない。今，行動 $a_i^1 = N$ をとった個人 i のマシーンの過去の使用経験が $\mathbf{Y}_i = (S, S)$ だった可能性，$\mathbf{Y}_i = (S, F)$ 又は (F, S) だった可能性，$\mathbf{Y}_i = (F, F)$ だった可能性を，それぞれ δ_2, δ_1, δ_0 とすると，$M_i = M_G$ に関する Kreps and Wilson (1982) の consistent belief は

$$U_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1) = \delta_2 \mu(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_i = (S, S)) + \delta_1 \mu(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_i = (S, F)) + \delta_0 \mu(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_i = (F, F))$$

と書ける[10]。従って，(P, P, P) 均衡が存在するか否かを調べるには，δ_2, δ_1, δ_0 が生成しうる $\mu_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i = M_G|\mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1)$ のすべてについて，その下での個人 j の２期目の逐次合理的行動を調べ，それに対して１期目に個人 i が均衡行動 P をとることの逐次合理性をチェックしなければならない。

(P, P, P) 均衡では，１期目に個人 j は P をとるので，個人 i が乖離行動 N をとったときには，必ず $M^1 = M_j$ となる。そして，$(\mathbf{Y}_j, X^1)$ に応じて，$\mu_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_j = M_G|\mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1)$ は $(\mathbf{Y}_j, X^1) = ((S, S), S)$，の時0.88，$(\mathbf{Y}_j, X^1) = ((S, S), F)$，$((S, F), S)$ 又は $((F, S), S)$ の時0.72，$(\mathbf{Y}_j, X^1) = ((S, F), F)$，$((F, S), F)$ 又は $((F, F), S)$ の時0.47，$(\mathbf{Y}_j, X^1) = ((F, F), F)$ の時0.22となる。他方，δ_2, δ_1, δ_0 が生成しうる $\mu_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i = M_G|\mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1)$ は，

$$0.3 = \mu(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_i = (F, F)) \leq \mu_j^{(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_j, \mathbf{h}^1) \leq \mu(M_i = M_G \mid \mathbf{Y}_i = (S, S)) = 0.8$$

である。ここで，２期目の個人jの逐次合理的行動は$\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$に関して単調であるという補題１の結果を思い出そう。すると，結局，個人jの２期目の逐次合理的行動のバリエーションは，３通りしかないことがわかる。すなわち，条件（SE2）を満たす$\mathbf{s}_j^2(\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$は，$\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$が$0.72\leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.8$ならば$(\mathbf{Y}_j,X^1)$が$((S,S),S)$ならば$P$それ以外は$N$，$0.47\leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.72$ならば$(\mathbf{Y}_j,X^1)$が$((S,S),S)$，$((S,S),F)$，$((S,F),S)$又は$((F,S),S)$ならば$P$それ以外は$N$，$0.3\leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.47$ならば$(Y_j,X^1)$が$((F,F),F)$の時を除いて$P$で$((F,F),F)$の時のみ$N$，である。

今，個人iのマシーンの使用経験が$\mathbf{Y}_i=(F,F)$としよう。個人jは，１期目に(P,P,P)均衡に従って行動し，２期目は逐次合理的行動をとるとしよう。この時，個人iが１期目にPをとり２期目は$\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{h}^1$の下での逐次合理的行動をとることから期待できる利得と，１期目にNをとり２期目は$\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{h}^1$の下での逐次合理的行動をとることから期待できる利得とを，個人jのビリーフの３通りのケースについて比較すると，次の表４の様になる。

表４：(P,P,P)均衡の下での$U_i(a_i^1(\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$

$\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$	$U_i(P,(\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$	$U_i(N,(\mathbf{s}^2(\mathbf{h}^1))_{\mathbf{h}^1},\mathbf{s}|\mathbf{Y}_i)$
$0.72\leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.8$	0.722	0.731
$0.47\leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.72$	0.722	0.745
$0.3\ \leq\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)\leq0.47$	0.722	0.756

表４によれば，個人jのビリーフ$\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i,M_j,\mathbf{Y}_i|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$が起こりうるどの様なものであったとしても，$(P,P,P)$均衡が要求する$\mathbf{s}^1(F,F)=P$という１期目の行動は逐次合理性条件（SE1）を満たさない。よって，(P,P,P)均衡は存在しないことが確かめられた。

(N,N,N)均衡が存在するか否かも同様に調べることができる。そして，$Y_i=(S,S)$の時には，想定しうるどの$\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i,M_j,\mathbf{Y}_i|\mathbf{Y}_j,\mathbf{h}^1)$の下でも$(N,N,N)$均衡が要求する$\mathbf{s}^1(S,S)=N$という１期目の行動は逐次合理性条件（SE1）を満たさないこと，よって(N,N,N)均衡も存在しないことが確かめられる。

5.6 スロットマシーン・ゲームの逐次均衡

以上の分析結果をまとめると，次の結論を得る。

命題１

パラーメーターが$\rho=\frac{1}{2}$, $q_G=\frac{1}{2}$, $q_B=\frac{1}{4}$のスロットマシーン・ゲームには，ただ１つの対称で単調な逐次均衡が存在する。それは，１期目には$\mathbf{Y}$が(S,S)，(S,F)又は(F,S)

ならP，(F, F) ならNをとり，２期目には補題２にある行動をとる，という戦略からなる。

6　スロットマシーン・ゲームの逐次均衡が生成するグループ・ダイナミクス

6.1　スロットマシーン・ゲームの逐次均衡の均衡経路

パラーメーターが $\rho=\frac{1}{2}$, $q_G=\frac{1}{2}$, $q_B=\frac{1}{4}$ の時，スロットマシーン・ゲームで，グループの個人が命題で述べた一意的な逐次均衡に従って行動したとすると，ゲームの均衡経路上で，グループの意思決定はどのような確率過程に従うだろうか。それを，特に，個人の主張の経路 $(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ に焦点を当ててみると，グループが持つ２つのマシーンのもともとの使用経験 (Y_i, Y_j) に応じて，次の表５の様になる。

表５：逐次均衡が実現する $(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$

$\mathbf{Y}_i/\mathbf{Y}_j$	(S, S)	$(S, F), (F, S)$	(F, F)
(S, S)	$(P, P)\rightarrow(P, P)$	$(P, P)\rightarrow\begin{cases}(P, P)\text{w.p.0.471}\\(P, N)\text{w.p.0.529}\end{cases}$	$(P, N)\rightarrow(P, N)$
$(S, F), (F, S)$	$(P, P)\rightarrow\begin{cases}(P, P)\text{w.p.0.471}\\(N, P)\text{w.p.0.529}\end{cases}$	$(P, P)\rightarrow\begin{cases}(P, N)\text{w.p.0.5}\\(N, P)\text{w.p.0.5}\end{cases}$	$(P, N)\rightarrow(P, N)$
(F, F)	$(N, P)\rightarrow(N, P)$	$(N, P)\rightarrow(N, P)$	$(N, N)\rightarrow\begin{cases}(P, N)\text{w.p.0.5}\\(N, P)\text{w.p.0.5}\end{cases}$

表５は，スロットマシーン・ゲームで見られる個人の主張の経路には３つのパターンがある，ということを示している。第１のパターンは，$(P, N)\rightarrow(P, N)$ あるいは $(N, P)\rightarrow(N, P)$ という「一貫したリーダーシップ」である。すなわち，２人の個人の一方のマシーンは使用経験が (F, F) 以外，つまり少なくとも１回のSがあり，もう一方のそれが (F, F) であった時には，１期目も２期目も，常に前者のマシーンの持ち主が自分のマシーンを採用するよう主張し，後者のマシーンの持ち主は常にその主張を控えるので，グループとして常に前者のマシーンの持ち主の意見が通り，そのマシーンがグループによって採用される。それは，実際に１期目にそのマシーンを採用し，トライしてみた結果にかかわらず，そうである。この場合，外部観察者から見ると，前者のマシーンの持ち主は，結果に左右されない「一貫したリーダー」として振る舞っているかの様に見える。

第２のパターンは，「クライシスを通じて確立されるリーダーシップ」である。具体的には，つぎの２つのサブ・パターンがある。１つは，$(P, P)\rightarrow(P, N)$ あるいは $(P, P)\rightarrow(N, P)$ である。過去の使用経験がともに (S, F) または (F, S) の時には，１期目に２人とも自分のマシーンを採用するよう主張して衝突するが，ランダムに選んだマシーンを実行した結果それが成功すれば，その持ち主は２期目もそのマシーンを引き続き採用することを主張し，

採用されなかったマシーンの持ち主はあえて自分のマシーンを採用すべきとは主張しなくなるので，2期目は衝突なく成功したマシーンの所有者の意見が通る。逆に，もしランダムに選んだマシーンを実行した結果それが失敗すれば，今度は採用されなかったマシーンの持ち主が2期目には自分のマシーンを採用することを主張し，失敗したマシーンの持ち主はあえて自分のマシーンを続けて採用すべきとは主張しなくなるので，2期目は衝突なく1期目は採用されなかったマシーンの所有者の意見が通る。また，一方のマシーンの使用経験が (S, S) で他方のマシーンが (S, F) または (F, S) の時に，1期目に前者のマシーンが選ばれて成功するか又は後者のマシーンが選ばれて失敗する時にも，同じパターンが起こる。

第2のサブ・パターンは，$(N, N)\to(P, N)$ あるいは $(N, N)\to(N, P)$ である。第1のそれと同様，1期目にリーダーシップが成立せず，ランダムに採用されたマシーンの結果によって2期目にリーダーシップが確立されるが，1期目にリーダーシップが成立しない理由が，2人がともに自分のマシーンの採用を主張して衝突するためではなく，2人とも自分のマシーンの採用に消極的であるためにそうなる点が異なる。これは，過去の使用経験がともに (F, F) の時に起こる。

第3のパターンは，$(P, P)\to(P, P)$ という「継続的意見対立」である。1期目も2期目も，両者がともに自分のマシーンの採用を主張して衝突し，グループとしてのマシーンの採用は常にランダムとなる。これは，過去の使用経験がともに (S, S) の時に起こる。また，一方のマシーンの使用経験が (S, S) で他方のマシーンが (S, F) または (F, S) の時に，1期目に前者のマシーンが選ばれて失敗するか又は後者のマシーンが選ばれて成功する時にも起こる。

6.2 スロットマシーン・ゲームによる Heinicke and Bales 実験の説明力

スロットマシーン・ゲームの均衡経路は，Heinicke and Bales (1953) の実験結果をどの程度説明できるだろうか。スロットマシーン・ゲームは2期間のゲームである。その1期目が Heinicke and Bales 実験の1週目と2週目に対応し，2期目が3週目と4週目に対応するものと解釈しよう。すると，Heinicke and Bales (1953) がグループによる問題解決プロセスに関して集めた3種類のデータ，つまりメンバー間の序列コンセンサスの形成度，各個人の行動，グループ・パフォーマンスは，スロットマシーン・ゲームで言うと，1期目のプレイによって形成されるそれぞれのマシーンの性能に関するビリーフ $\mu_i^{(\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_i),\,\mathbf{s}^1)}(M_i,\, M_j|\mathbf{Y}_i,\, \mathbf{h}^1)$ の個人間の一致度，マシーンの採用に関する主張のペアー $\mathbf{a}^1=(a_i^1,\, a_j^1)$，$\mathbf{a}^2=(a_i^2,\, a_j^2)$，グループが採用したマシーンの成功回数 $\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(X^t)$ に対応する。

マシーンの性能に関するビリーフが一致するとは，個人 i が自分のマシーンの方が優れているという判断 $\mu_i^{(\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_i),\,\mathbf{s}^1)}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_i,\, \mathbf{h}^1)>\mu_i^{(\mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_i),\,\mathbf{s}^1)}(M_j=M_G|\mathbf{Y}_i,\, \mathbf{h}^1)$ を持つ時に個人 j

も同じ判断 $\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_i=M_G|\mathbf{Y}_j,\, \mathbf{h}^1)>\mu_j^{(\mathbf{s}^1,\, \mathbf{s}^1(\mathbf{Y}_j))}(M_j=M_G|\mathbf{Y}_j,\, \mathbf{h}^1)$ を持つことを言う。補題1によれば，このような一致が起こることは，2期目の行動に関して $\mathbf{a}^2=(a_i^2, a_j^2)=(P, N)$ という主張の整合性が起こることと同じである。表5によると，スロットマシーン・ゲームでは，序列コンセンサスが形成される場合とそうでない場合がともにある。すなわち，2人が所有するマシーンの過去の使用経験がともに (S, S) の時か，または一方のマシーンの使用経験が (S, S) で他方のマシーンが (S, F) または (F, S) の時に1期目に前者のマシーンが選ばれて失敗するか又は後者のマシーンが選ばれて成功する時には，1期目が終了した段階でなお両者とも自分のマシーンの方が優れていると考える。つまり，序列コンセンサスは成立しない。それ以外では，序列コンセンサスが成立する。前者は Heinicke and Bales 実験の Low Consensus Groups に対応し，後者は High Consensus Groups に対応する。こうして，スロットマシーン・ゲームは，Heinicke and Bales (1953) による発見事実1・2をうまく説明できる。

スロットマシーン・ゲームにおける個人の行動は，それが P であることが Heinicke and Bales 実験で分類された「解決策」にあたると言ってよい。表5によれば，スロットマシーン・ゲームにおける個人の行動パターンには3種類がある。「一貫したリーダーシップ」，「クライシスを通じて確立されるリーダーシップ」及び「継続的意見対立」である。「クライシスを通じて確立されるリーダーシップ」のパターンが起こるとき，1期目には両者から「解決策」が提案されるが，2期目には相対的に高い性能のマシーンを持つと見なされるようになった個人からだけ「解決策」が提案される。これは，Heinicke and Bales (1953) の発見事実3で報告された High Consensus Groups における個人の行動パターンに他ならない。他方，「継続的意見対立」のパターンが起こるとき，1期目も2期目も，「解決策」が両者から提案され続ける。これは発見事実3の Low Consensus Groups における個人の行動パターンである。こうして，スロットマシーン・ゲームは，Heinicke and Bales (1953) による発見事実3も，かなりうまく説明できる。

ただし，スロットマシーン・ゲームで起こる「一貫したリーダーシップ」のパターンは，Heinicke and Bales 実験では観察されなかった。スロットマシーン・ゲームでは，2人の個人が所有するマシーンの過去の成功例にアンバランスがある時に，「一貫したリーダーシップ」が起こる。Heinicke and Bales 実験では被験者は5人ないし6人なので，グループに出された課題に対してそのうちの1人だけが過去に類似の問題を解いた経験を持ち他は全員経験不足である，ということは起こりにくいであろう。これが，Heinicke and Bales 実験で「一貫したリーダーシップ」が観察されなかった理由だと推測される。

スロットマシーン・ゲームでのグループ・パフォーマンスは，基本的に，個人が所有するスロットマシーンの性能に依存する。実際に，マシーンの使用経験のペアーが与えられた下で

の，均衡プレイを通じてグループが採用するマシーンの期待成功確率 $E\left[\sum_{t=1,2}\mathbf{1}_S(X^t)\mid \mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_j\right]$ を計算すると，次の表６の様になる。

表６：$E\left[\sum_{t=1,2}\mathbf{1}_S(X^t)\mid \mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_j\right]$

$\mathbf{Y}_i/\mathbf{Y}_j$	(S, S)	(S, F) 又は (F, S)	(F, F)
(S, S)	0.900	0.802	0.900
(S, F) 又は (F, S)	0.802	0.801	0.786
(F, F)	0.900	0.786	0.677

他方，表５によると，スロットマシーン・ゲームで「継続的意見対立」が起こるのは，$\mathbf{Y}_i$ と $\mathbf{Y}_j$ がともに (S, S) か，一方が (S, S) で他方が (S, F) または (F, S) の時であった。これは，スロットマシーン・ゲームでは Low Consensus Groups のパフォーマンスが High Consensus Groups よりも高いことを意味する。これは，Heinicke and Bales (1953) による発見事実４と全く逆である。これは，スロットマシーン・ゲームではグループ・パフォーマンスはスロットマシーンのトライの結果というマシーンの性能を直接反映するデータで測られるのに対し，Heinicke and Bales 実験では，40分の制約時間内で首尾一貫したレポートを仕上げることに成功するということが，現実性・説得力・考察の多面性によって採点されるレポートの出来具合を左右する程度が大きいという違いによると推測される。

7　グループ決定のパフォーマンス

スロットマシーン・ゲームによって，個人では解けない問題をグループなら解けるという仕組が示せたとして，グループはどの程度うまく問題解決しているのだろうか。

まず，グループは個人よりも必ず優れているかを尋ねよう。つまり，個人 i が１人で問題解決する状況を，マシーン M_i だけが使えるトリビアルなスロットマシーン問題と見なし，１期目も２期目も，M_i をトライしたときの成功確率を計算すると，$\mathbf{Y}_i=(S, S)$ なら0.900, $\mathbf{Y}_i=(S, F)$ 又は (F, S) なら0.786, $\mathbf{Y}_i=(F, F)$ なら0.667である。これを，個人 i が，個人 j の持つマシーンと自分のそれとを持ち寄って，グループで問題解決する場合の表６と比較する。すると，$\mathbf{Y}_i=(F, F)$ なら，個人 j の持つスロットマシーンのデータ $\mathbf{Y}_j$ が何であっても，グループ解決のパフォーマンスが，個人 i だけの場合よりも必ず厳密に優れている。$\mathbf{Y}_i=(S, F)$ 又は (F, S) なら，$\mathbf{Y}_j=(F, F)$ の場合には結果的に個人 j のマシーンを採用することはないのでグループ解決は個人 i だけの場合と違わないが，$\mathbf{Y}_j$ がそれ以外ならやはりグループ解決の方が厳密に優れている。$\mathbf{Y}_i=(S, S)$ の場合も，$\mathbf{Y}_j=(F, F)$ の場合には結果的に個人 j のマシーンを採用することはないのでグループ解決は個人 i だけの場合と違わない。更に，$\mathbf{Y}_j=(S, S)$ の場合も，もともとの個人 i のマシーンと個人 j のそれには優劣がないので，

グループ解決は個人 i だけの場合と違わない[11]。ところが，$\mathbf{Y}_j$ が (S, F) 又は (F, S) の場合には，逆に，グループ解決は個人 i だけの場合よりも厳密にパフォーマンスが劣る。それは，２種類のロスに起因する。第１は，１期目に個人 j も P の行動をとるので，M_i よりも性能が劣っている可能性が高い M_j が，確率 $\frac{1}{2}$ で採用されるからである。第２は，１期目に M_i が採用されて失敗するか M_j が採用されて成功するなら，その場合でも依然として M_j は M_i よりも性能が劣っている可能性が高いにもかかわらず，２期目には個人 j が再び P の行動をとり，M_j が確率 $\frac{1}{2}$ で採用される。

このことから，更に１歩進んで，問題解決に先立って，個人 i がそれを個人で行う場合と個人 j とのグループで行う場合を比較してどちらがうまく解決できるかを考えたとしよう[12]。これは，つまり，$E\left[\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(X^t)\mid\mathbf{Y}_i,\mathbf{Y}_j\right]$ を更に $\mathbf{Y}_j$ の不確実性に対して平均するということである。すると，次が言えたことになる。

命題２

パラーメーターが $\rho=\frac{1}{2}$，$q_G=\frac{1}{2}$，$q_B=\frac{1}{4}$ とせよ。個人 i が自分のマシーンの使用経験は知っているが個人 j のそれは知らない時，個人 i のマシーンだけを２回トライするのと，スロットマシーン・ゲームをプレイするのとでは，$\mathbf{Y}_i=(S, F)$，(F, S) 又は (F, F) の場合にはスロットマシーン・ゲームをプレイする方が高い成功確率を期待できるが，$\mathbf{Y}_i=(S, S)$ の場合には逆に自分のマシーンだけの方がましである。

では，個人による問題解決と，グループによる問題解決とは，個人の能力をあわせて達成しうる問題解決の可能性の上限に対して，どの程度のパフォーマンスを達成できているのだろうか。この上限は，仮にグループで２つのマシーンに関するすべてのデータを利用してマシーン選択ができるとした場合の，グループ・パフォーマンスによって定義するのが自然である。それは，データ $(\mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_j)$ を知っている状況から出発して１期目に M_i と M_j のいずれか一方を選択してトライし，その結果 X^1 を知った上で２期目に再び M_i と M_j のいずれか一方を選択してトライするという確率的ダイナミック・プログラミング問題の解である。計算により，その解は，次の様になる。

命題３

グループで２つのマシーンに関するすべてのデータを利用してマシーンを採用できるとした場合の最適な採用ルールは，$\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(Y_i^t)>\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(Y_j^t)$ ならば１期目も２期目も常に M_i を採用し，$\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(Y_i^t)=\sum_{t=1,2}\mathbf{I}_S(Y_j^t)$ ならば１期目はランダムに採用して，$X^1=S$ なら１期目に採用したマシーンを２期目も引き続き採用し，$X^1=F$ なら１期目に採用しなかった方

のマシーンを2期目に採用するというルールである。

この最適な採用ルールは，スロットマシーン・ゲームの逐次均衡の均衡経路と比較すると，2人のマシーンの使用経験がともに (S, S) である場合と，一方が (S, S) で他方が (S, F) 又は (F, S) で1期目に前者のマシーンが採用されて失敗するか後者のマシーンが採用されて成功する場合とを除いて，すなわち「継続的意見対立」の場合を除いて，完全に一致する。そして，不一致の場合の成功確率の差は，極めて小さい[13]。グループで最適な採用ルールを用いた場合のグループ･パフォーマンス UF と，スロットマシーン･ゲームの均衡経路が達成するパフォーマンス UG と，個人 i のマシーンだけを2回トライした場合のパフォーマンス UI とを相互に比較すると，次の表7の様になる。

表7：グループによる解決の上限 UF，実際のグループ解決 UG，個人解決 UI の比較

$\mathbf{Y}_i/\mathbf{Y}_j$	(S, S)	(S, F) 又は (F, S)	(F, F)
(S, S)	$UF > UG = UI$	$UF = UI > UG$	$UF = UG = UI$
(S, F) 又は (F, S)	$UF > UG > UI$	$UF = UG > UI$	$UF = UG = UI$
(F, F)	$UF = UG > UI$	$UF = UG > UI$	$UF = UG > UI$

従って，グループによる問題解決は，起こりうるほとんどの場合で，個人による問題解決よりも優れており，しかも望みうる最適な決定をもたらすということができる。

注

1 代表的な研究は，Heinicke and Bales (1953)，Borgetta and Bales (1953)，Bales and Slater (1955) 等である。

2 Heinicke が行った実験手続きと Bales が行ったそれとは細部に違いがあるが，彼らの実験はおおよそはここに述べた手続きで行われた。

3 正確に言うと，Heinicke は初等心理学の講義を受講している学部学生から5人1組のグループを6組作り，Bales は一般学生から6人1組のグループを4組作った。

4 正確に言うと，Heinicke はセッションを6週間行い，Bales は4週間行った。2人のデータを共通する最初の4セッション分についてプールしたものを，分析に用いた。

5 正確には，Bales の実験では，成績点の追加は行われず，ボランティア報酬が金銭で支払われた。

6 Heinicke と Bales が論じた発見事実は，ここで述べたもの以外に，対人反応が向けられる個人の特定，行動がとられる向きと序列コンセンサスの相関関係，個人の満足度がある。

7 対人反応の時間経路の内容を細かく見ると，「負の反応」カテゴリーが第2セッションのみ急上昇するのに対し，「正の反応」カテゴリーは，一方で「他のメンバーに賛成する」が逓減し，他方で「他のメンバーに共鳴を示す」と「緊張を解放する」が逓増して相互にシェアー変化をキャンセルし合っている。

8 対人反応の時間経路の内容を細かく見ると,「負の反応」カテゴリーが第2セッションのみ急上昇する点は High Consensus Groups と同じだが,「正の反応」カテゴリーが第3セッションで急落する点が異なる。

9 正確に言うと,自分の行動のパラメーター p_i^1 は情報としては意味がない。

10 $M_i=M_G$ に関する Kreps and Wilson (1982) の consistent belief は,各 $\mathbf{Y}_i$ についての均衡行動 P からの trembling probability の列を構成して,trembling の下でベイズルールによって計算される $M_i=M_G$ に関するビリーフの極限である。trembling の下でベイズルールによって計算される $M_i=M_G$ に関するビリーフを,$a_i^1=N$ が各 $\mathbf{Y}_i$ によって引き起こされた可能性に分解して表現し,極限をとれば本文の表現に達する。この場合,trembling probability の列によって生成できる δ_2, δ_1, δ_0 は,$0\leq\delta_2$, δ_1, $\delta_0\leq1$, $\delta_2+\delta_1+\delta_0=1$ を満たすすべてである。

11 これは,必ずしもトリビアルな結果ではないことに注意しよう。スロットマシーン・ゲームでは,2人のマシーンの使用経験がともに (S, S) であった時,1期目にランダムに採用したマシーンのトライの結果が S なら2期目のマシーンもランダムに採用するが,F なら2期目も1期目と同じマシーンを用いる,という採用の仕方も可能である。この様なことをすれば,性能に関してネガティブな結果が出たマシーンをわざわざ採用するのだから,成功確率は0.900を下回る。分析結果は,このようなことは均衡の結果としては起こらないことを保証している。

12 ここで,個人 i には2つの方法の間の選択権はないものとする。もし選択権があれば,グループでのスロットマシーン・ゲームを選択するか否か自体が,$\mathbf{Y}_i$ をシグナルしてしまうので,問題はずっと複雑になる。

13 2人のマシーンの使用経験がともに (S, S) である場合,最適な採用ルールが達成するグループの成功確率は0.910であり,一方が (S, S) で他方が (S, F) 又は (F, S) である場合のそれは0.900である。

参考文献

Bales, R. F. (1950), *Interaction Process Analysis*, Addison-Wesley Press, Cambridge.

Bales, R. F. and P. E. Slater (1955), "Role Differentiation in Small Decision-Making Groups", in T. Parsons and R. F. Bales ed. *Family: Socialization and Interaction Process*, Routledge and Kangan Paul LTD, London.

Borgetta, E. F. and R. F. Bales (1953), "Task and Accumulation of Experience as Factors in the Interaction of Small Groups", *Sociometry*, Vol. 16, pp. 239-252.

Fudenberg, D. and D. K. Levine (1998), *The Theory of Learning in Games*, MIT Press, Massachusetts.

Heinicke, C. and R. F. Bales (1953), Developmental Trends in the Structure of Small Groups, *Sociometry*, Vol. 16, pp. 7-38.

Kenndall, M. G. (1948), *Rank Correlation Methods*, Charles Griffin and Company, London.

Kreps, D. M. and R. Wilson (1982), "Sequential Equilibrium", *Econometrica*, vol. 50, pp. 863-894.