



アーチ構造物の材端変形による応力(H形断面材の低 ライズパラボラ形アーチの場合)

平岡, 喜久男
三谷, 勲
福住, 忠裕

(Citation)

神戸大学都市安全研究センター研究報告, 7:163-170

(Issue Date)

2003-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00406482>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00406482>



アーチ構造物の材端変形による応力 (H形断面材の低ライズパラボラ形アーチの場合)

Forces of Arch Structures induced by Displacement at Supporting Edges

(In case of Parabolic Arch with Low Rise and H Shape in Section)

平岡 喜久男¹⁾
Kikuo Hiraoka
三谷 勲²⁾
Isao Mitani
福住 忠裕³⁾
Tadahiro Fukusumi

概要 アーチ構造物は本来軸力抵抗形であり、梁のような曲げ抵抗形構造物に対して材料効率は極めて高いという構造的メリットがある。しかし材端で滑りを生じるとすれば軸力抵抗というアーチ構造物の力学的な特性は無くなり、幾何的形狀の面でアーチであるに過ぎなくなる。変形としては他に材端回転や部材回転もあるが、現実構造物として築造された場合、このような変形は程度の差はあれ必ず発生する。しかし実施設計のみならず研究段階としても、現状はこのような変形による応力変動や力学的特性変化についての把握はまだ十分ではない。本報告はアーチ材端の移動や回転に基づく応力応答の解析式を示し、実際によく使われる鋼製H形断面をもつパラボラ形アーチの場合について述べている。ここに応力-変形解析式の無次元化表示を行うに際して、断面関係パラメーターについては近似的に一定値と設定できるという検討を行った後、それを除いたライズおよび部材成の2パラメーターによる無次元化表示式の提示を行った。応力の数値解析結果はパラメーターの実用的領域全域をカバーして求め、これを図表化し提示した。H形断面をもつパラボラ形アーチ構造物の解析結果の考察から、アーチのライズが低いほど材端の水平滑りや回転によって発生する応力は大きいことを明示し、曲げ変形のみを考慮し軸力変形を無視した場合の解析結果としての応力は、実状を過小評価することとなり、特に部材成が大きい程軸力変形の考慮が必要であることを指摘した。

キーワード： パラボラアーチ、材端強制変形問題、軸力変形、曲げ変形、H形鋼

1. 序

アーチ構造の場合は梁と違って曲げ抵抗に比べ軸力抵抗が優勢であり、材料効率がよいという構造的メリットがある。しかしアーチ材端での滑りや回転あるいは部材回転角といった変形による応力（材端曲げモーメントM、水平力Hおよびせん断力Q）の評価に関する報告は十分ではない。アーチの既往の応力評価式として直線材構成のラーメン構造に対する撓角法と同様なものとして、アーチの水平滑り変形項も含む下式（以下近似式と呼ぶ）がある¹⁾。

$$\begin{aligned} M_i &= 2EK(4.5\theta_i - 1.5\theta_k - 3R - \frac{15}{4f}\Delta\ell) + C_i, & M_k &= 2EK(-1.5\theta_i + 4.5\theta_k - 3R + \frac{15}{4f}\Delta\ell) + C_k \\ H_i &= 2EK(-\frac{15}{4f}\theta_i + \frac{15}{4f}\theta_k + \frac{45}{8f^2}\Delta\ell) + F_i, & H_k &= 2EK(-\frac{15}{4f}\theta_i + \frac{15}{4f}\theta_k + \frac{45}{8f^2}\Delta\ell) + F_k \\ Q_i &= -\frac{2EK}{\ell}(3\theta_i + 3\theta_k - 6R) + D_i, & Q_k &= -\frac{2EK}{\ell}(3\theta_i + 3\theta_k - 6R) + D_k \end{aligned} \quad (1.a-f)$$

本式は部材回転角Rによる応力は正解を与えるが、材端の滑り $\Delta\ell$ および材端回転角 θ に関してはライズ比が小さい場合、本式で求められる応力は過少評価であり危険設計になると云われている。本研究はアーチの変形による応力評

値の正しい値を得られる厳正式の提示、アーチ応力に關与する要因となるパラメーターの明確化、軸力変形を考慮しない近似解適用性についての検討を行う。また、實際良く使われるパラボリックアーチに対して、アーチの変形による応力を把握しようとするものである。

2. 解析概要

(1) 解析假定・解析モデル

解析は微小変形弾性理論とし、アーチ形状と座標系は図-1 の通りとする。すなわち、アーチはスパン l 、ライズ f とし、座標系は x - y 直交系とする。また、断面積を A 、断面二次モーメントを I とする。

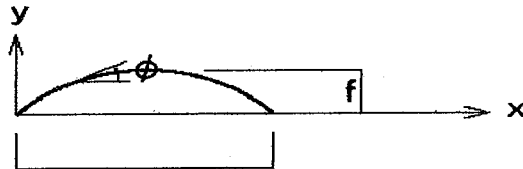


図-1 解析モデル

(2) 変形と応力の定義

図-2-a, b にはアーチ両材端 i, k 点での応力として曲げモーメント M 、せん断力 Q および水平力 H (x 方向の力を便宜的に簡略化して水平力と呼ぶこととする) の方向定義および変位の方向定義を示す。

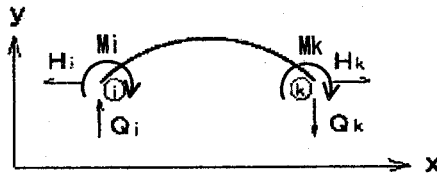


図-2a 応力の方向定義

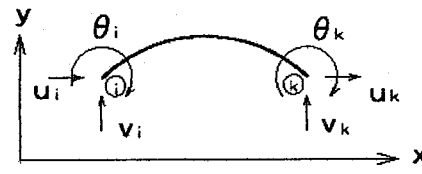


図-2b 変位の方向定義

(3) 応力-変形関係の基本式

図示の諸量として任意点での応力 (M, N) と材端応力、及び材端変位と応力 (M, N) に関する基本式は下式である²⁾。

$$M = M_i + H_i y,$$

$$N = H_i \cdot \cos \phi,$$

$$\theta_1 = \theta_0 + \int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EI} ds,$$

$$u_1 = u_0 - \theta_0 (y_1 - y_0) - \int_{s_0}^{s_1} \frac{M(y_1 - y)}{EI} ds + \int_{s_0}^{s_1} \frac{N}{EA} \cdot \cos \phi \cdot ds$$

$$v_1 = v_0 - \theta_0 (x_1 - x_0) - \int_{s_0}^{s_1} \frac{M(x_1 - x)}{EI} ds + \int_{s_0}^{s_1} \frac{N}{EA} \cdot \sin \phi \cdot ds \quad (2.a-e)$$

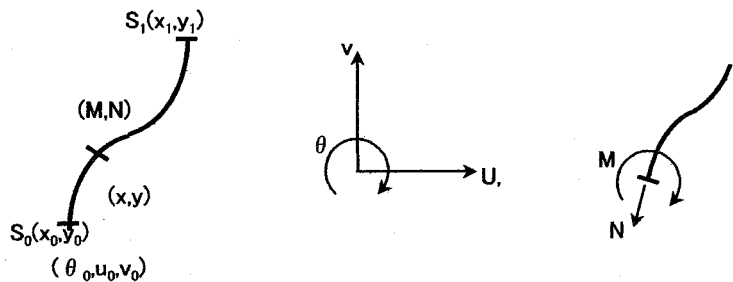


図-3 曲線材における応力と変形

(4) 各変形による応力の評価式

上述の基本式を用いて、A) 材端における水平変位 Δl 、B) 材端回転角 θ および C) 部材回転角 R (以上の変形を Type-A, B, C と名付ける) といった 3 タイプの変形夫々に対し求めた応力の表現式は下記となる。

A) 材端に水平変位 Δl のみを与えた時

$$M_i = \frac{\int_0^s \frac{y \cdot ds}{EI}}{-\left(\int_0^s \frac{y \cdot ds}{EI}\right)^2 + \int_0^s \frac{ds}{EI} \left[\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} + \int_0^\ell \frac{\cos \phi}{EA} dx \right]} \Delta l$$

$$H_i = \frac{\int_0^s \frac{ds}{EI}}{-\left(\int_0^s \frac{y \cdot ds}{EI}\right)^2 + \int_0^s \frac{ds}{EI} \left[\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} + \int_0^\ell \frac{\cos \phi}{EA} dx \right]} \Delta l$$

$$M_k = M_i, \quad H_k = H_i \quad (3.a-d)$$

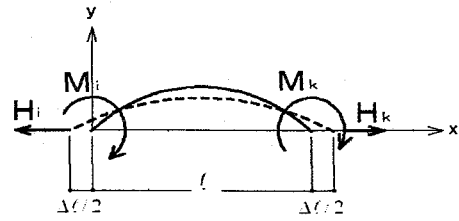


図-4 材端に水平変位 Δl のみを与えた時

B) 材端に回転角 θ_i のみを与えた時

$$M_i = \frac{1}{a - b \cdot \alpha_\theta - \beta_\theta \left[\int_0^s y \cdot \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \frac{ds}{EI} + \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \frac{\sin \phi \cdot dx}{EA} \right]} \cdot \theta_i$$

$$M_k = \alpha_\theta \cdot M_i, \quad H_i = \beta_\theta \cdot M_i, \quad H_k = H_i \quad (4.a-d)$$

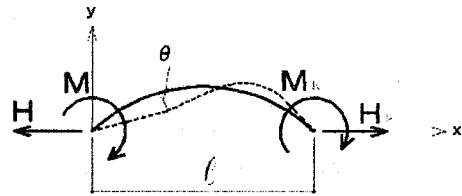


図-5 材端に回転角 θ_i のみを与えた時

ここに

$$\alpha_\theta = \frac{b \left[-\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} - \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA} \right] + \int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) y \frac{ds}{EI} \left[\int_0^s \frac{xy \cdot ds}{EI} + \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \frac{\sin \phi \cdot dx}{EA} \right]}{c \left[-\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} - \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA} \right] + \int_0^s \frac{x \cdot y \cdot ds}{\ell \cdot EI} \left[\int_0^s \frac{x \cdot y \cdot ds}{\ell \cdot EI} + \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \frac{\sin \phi \cdot dx}{EA} \right]}$$

$$\beta_\theta = \frac{\int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \cdot y \frac{ds}{EI} - \alpha_\theta \int_0^s \frac{x \cdot y \cdot ds}{\ell \cdot EI}}{-\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} - \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA}}$$

$$a \equiv \int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)^2 \frac{ds}{EI}, \quad b \equiv \int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \cdot \left(\frac{x}{\ell}\right) \frac{ds}{EI}, \quad c \equiv \int_0^s \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \frac{ds}{EI} \quad (5.a-e)$$

C) 部材回転角 R のみを与えた時

$$M_i = \frac{1}{-a + b \cdot \alpha_R + \beta_R \left[\int_0^s y \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \frac{ds}{EI} - \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \frac{\sin \phi \cdot dx}{EA} \right]} \cdot R$$

$$M_k = \alpha_R \cdot M_i, \quad H_i = \beta_R \cdot M_i,$$

$$H_k = H_i \quad (6.a-d)$$

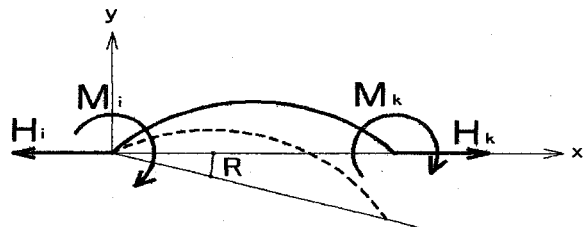


図-6 部材回転角 R のみを与えた時

ここに

$$\alpha_R = \frac{\int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \frac{ds}{EI} \left[\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} + \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA} \right] - \int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \cdot y \frac{ds}{EI} \cdot \int_0^s \frac{ds}{EI}}{\int_0^s \frac{x}{\ell} \cdot \frac{ds}{EI} \left[\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} + \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA} \right] - \int_0^s \frac{x \cdot y}{\ell} \cdot \frac{ds}{EI} \cdot \int_0^s \frac{ds}{EI}} \quad \beta_R = \frac{\int_0^s \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \cdot y \frac{ds}{EI} - \alpha_R \int_0^s \frac{x \cdot y}{\ell} \cdot \frac{ds}{EI}}{\int_0^s \frac{y^2 \cdot ds}{EI} + \int_0^\ell \frac{\cos \phi \cdot dx}{EA}}$$

(7.a-b)

3 無次元化表示式 (パラボラ形アーチを想定する場合)

アーチ形状は放物線形状の場合とし、また、部材断面 2 次モーメントについては (部材傾斜角) × (部材方向余弦) が一定であると仮定する。すなわち、

$$y = \frac{4f}{\ell^2} (\ell x - x^2), \quad I_0 (\text{const}) = I \cdot \cos \phi \quad (8. a-b)$$

これより形状関係係数および各種積分項の算定結果は付-2に示すものとなる。以下無次元表示に変換することとし、下記のようなライズ λ 、断面成 m および断面積/断面 2 次モーメント比 ξ 、3 つの無次元パラメーターの導入を行う：

$$\lambda = \frac{f}{\ell}, \quad m = \frac{h}{f}, \quad \xi = \frac{A h^2}{I_0} \quad (\text{あるいは } A = \frac{\xi \cdot I_0}{h^2} = \frac{\xi \cdot I_0}{m^2 \cdot \lambda^2 \cdot \ell^2}) \quad (9.a-c)$$

これより、3 タイプの変形夫々に対する発生応力の無次元表示式は下記となる。

A) 材端水平変位 $\Delta \ell$ のみを与えた時：

$$\frac{M_i}{\Delta \ell} \cdot \frac{\ell^2}{EI_0} = \frac{2\lambda}{3 \cdot \left(\frac{4\lambda^2}{45} - \frac{m^2 \lambda}{4 \cdot \xi} \sinh^{-1} 4\lambda \right)}, \quad \frac{H_i}{\Delta \ell} \cdot \frac{\ell^3}{EI_0} = \frac{1}{\frac{4\lambda^2}{45} - \frac{m^2 \lambda}{4 \cdot \xi} \sinh^{-1} 4\lambda}, \quad M_k = M_i, \quad H_k = H_i \quad (10. a-d)$$

B) 材端回転角 θ_i のみを与えた時

$$\frac{M_i}{\theta_i} \cdot \frac{\ell}{3EI_0} = \frac{1}{1 - \frac{\alpha_\theta}{2} - \beta_\theta \lambda}, \quad M_k = \alpha_\theta \cdot M_i, \quad \frac{H_i}{\theta_i} \cdot \frac{\ell^2}{3EI_0} = \frac{1}{1 - \frac{\alpha_\theta}{2} - \beta_\theta \lambda}, \quad H_k = H_i \quad (11.a-d)$$

ここに

$$\alpha_\theta = \frac{\frac{\lambda^2}{15} + \frac{m^2 \lambda}{8 \cdot \xi} \sinh^{-1} 4\lambda}{-\frac{\lambda^2}{5} + \frac{m^2 \lambda}{4 \cdot \xi} \sinh^{-1} 4\lambda}, \quad \beta_\theta = \frac{\lambda(1 - \alpha_\theta)}{-\frac{8\lambda^2}{5} + \frac{3m^2 \lambda}{4 \cdot \xi} \sinh^{-1} 4\lambda} \quad (12.a-b)$$

C) 部材回転角 R のみを与えた時：

$$\alpha_R = 1, \quad \beta_R = 0 \quad \text{となる。} \quad \text{これより、} \quad \frac{M_i}{R} \cdot \frac{\ell}{6EI_0} = -1, \quad H_i = H_k = 0 \quad (13. a-b)$$

上式に見る通り $M_i (= M_k)$ は、パラメーターに依存せず部材角に比例するだけの関係であり、これは(1)式に同一である。なお、軸力による変形を無視 (即ち曲げによる変形のみを考慮) して(10)~(12)式により応力算定をする時は、

(9)式において断面積 A を無限大 (即ち $\frac{m^2}{\xi} = 0$) に設定することになる。なお、このことは Castigliano の定理に

おいても同様に $A = \infty$ として、 $\theta_n = \int \frac{N\bar{N}}{EA} dx + \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx$ の第 1 項を無視することに対応する。一方軸力の影響を考慮する場合は同じく(9)式における $m (=h/f)$ を非 0 の有限値に設定して算定することになる。

4. 数値解析結果と考察

アーチ構造物に実際供せられるH形鋼として、細幅、中幅および広幅計 86 サンプルについての断面積/断面 2 次モーメント比 $\xi (= Ah^2/I_0)$ の分析結果としては、最大値=6.2、最小値=5.2、平均値=5.7、標準偏差=0.29 となり、細幅から広幅の違いはなく大凡同様な値となっている。これより本数値解析では $\xi=5.7$ の一定の固定値に設定することとした。残る 2 パラメーターについて、ライズ/スパン比は $\lambda=0\sim 1$ 、梁成/ライズ比 m は 0.5 までとし、ほぼ実際のアーチ構造物の領域全部をカバーするものとした。

材端水平変位 $\Delta\ell$ のみを与えた場合の材端水平力の結果を図 7 に示す。ライズと応力の関係は双曲線的カーブとなっており、ライズが小さくなれば (ライズ比 λ が 0.3 程度以下)、ライズが僅かに小さくなくても材端水平力は急増することが分かる。部材の成に関しては図中に見るとおり、部材成が大きいと軸力考慮の有無で大差を生じ、軸力考慮の必要性が高いことが分かる。

アーチの端部材傾斜角として $\phi=30^\circ$ は多用される傾斜角であるが、この場合ライズ比は $\lambda=f/l=0.131$ となることから、ここでは $\lambda=0.1$ および 0.15 の 2 種類とし、また、軸力考慮の違いについては、軸力を無視する場合 ($h/f=0$) および軸力考慮 ($m=h/f=0.3$) する場合の 2 種類、従って組み合わせとして計 4 ケースの比較を行ってみた。これら 4 ケースの結果は図中に①～④とマーク付けしている。また、① ($\lambda=0.15$ で軸力無視の場合) によって基準化した結果を表 1 に示す。ライズ比 λ を 0.15 から 0.1 に少し小さくするだけで発生水平力は 2 倍以上に大きくなり、また、軸力を無視すれば水平力は過小評価され設計上は危険側になることが分かる。

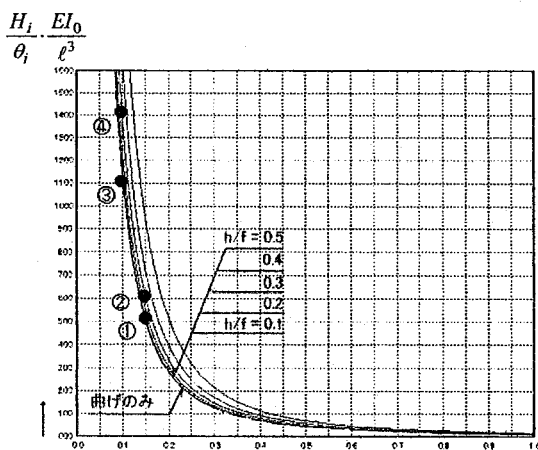
表 1 ライズと軸力考慮の有無による応力評価値の変化

	$\lambda=0.15$	$\lambda=0.10$
曲げ変形のみ ($h/f=0$)	① 500 / 500 = 1.0	③ 1100 / 500 = 2.2
軸力変形考慮 ($h/f=0.3$)	② 600 / 500 = 1.2	④ 1400 / 500 = 2.8

図 8 は同じく材端モーメントの結果であり、上述の材端水平力と同様の結果となっており、したがって上述と同様のことが言える。

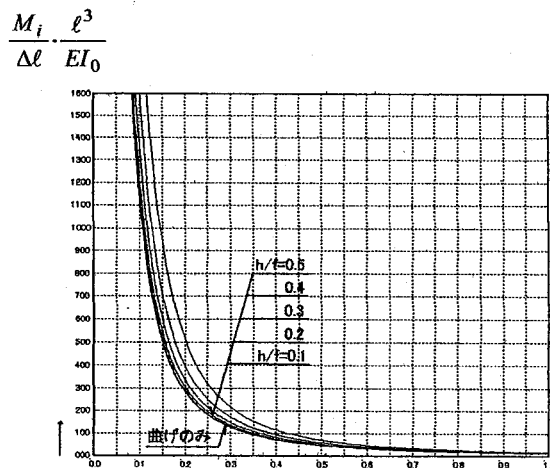
図 9 は材端回転角 $\Delta\theta$ を与えた場合の材端水平力の結果であり、ライズに対する発生応力の変動は上述の材端水平変位を与えた場合と同傾向になっている。しかし部材成の影響および軸力考慮の有無については、材端水平変位の場合のように大きくはないということが分かる。

図 10 および図 11 は同上材端回転角 $\Delta\theta$ を与えた場合の材端モーメント M_i および M_k の結果であり、これはライズに対して線形的変化となっている。材端水平移動の場合と同様、部材成が大きい程軸力考慮の有無による発生モーメントに相当差の現われることが分かる。



$$\lambda = \frac{f}{l}$$

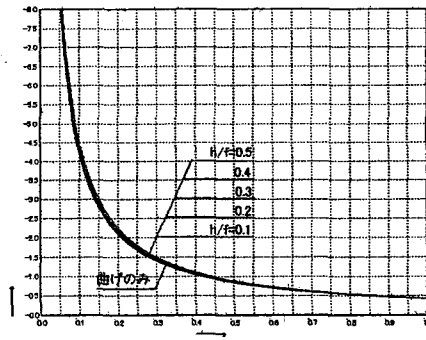
図-7 水平変位 $\Delta\ell$ による水平力 $H_i (=H_k)$



$$\lambda = \frac{f}{l}$$

図-8 水平変位 $\Delta\ell$ によるモーメント $M_i (=M_k)$

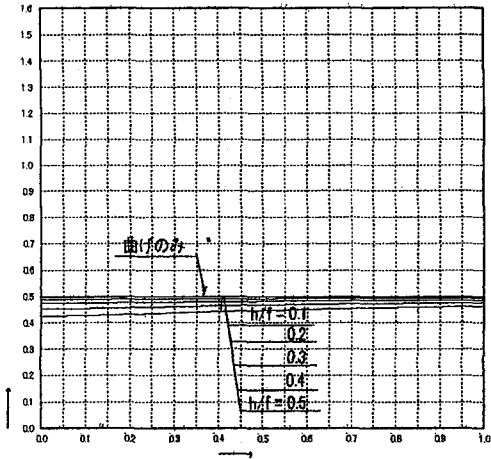
$$\frac{H_i}{\theta_i} \cdot \frac{EI_0}{\ell^3}$$



$$\lambda = \frac{f}{\ell}$$

図-9 材端回転角 θ_i による水平力 $H_i (= H_k)$

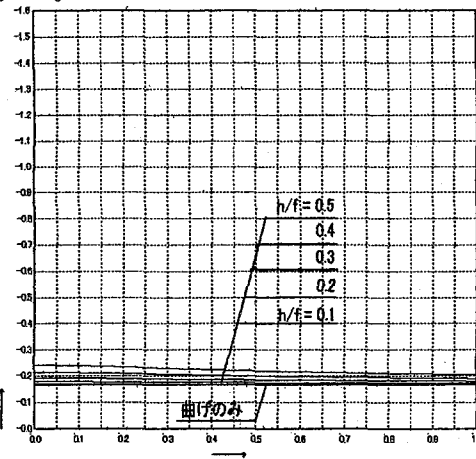
$$\frac{M_i}{\Delta \ell} \cdot \frac{EI_0}{\ell^3}$$



$$\lambda = \frac{f}{\ell}$$

図-10 材端回転角 θ_i によるモーメント M_i

$$\frac{M_k}{\theta_i} \cdot \frac{\ell^3}{EI_0}$$



$$\lambda = \frac{f}{\ell}$$

図-11 材端回転角 θ_i によるモーメント M_k

5. 結論

本研究により判明した点および結論は下記のとおりである。

1. アーチのライズが低くなれば（ライズ/スパン比が 0.3 程度以下）材端水平変位により生じる応力は急に大きくなる。
2. アーチ軸力による変形を無視した解析結果は、材端回転により生じる応力のうち水平力は、材端水平変位による応力と同様急増の傾向を示すが、曲げモーメントの場合はライズ/スパン比に対し緩やかな線形的変動となる。
3. これら材端水平変位および材端回転角による応力算定上、既往の近似式を適用する場合、部材成が小さい時は近似値を得られるが、部材成が大きい時には応力を過小評価し危険設計になる。したがって断面の成が大きい時には必ず軸力を考慮しての評価が必要である。
4. 現実的によく使われる H 形鋼断面を持つパラボラ型アーチに対し、材端水平変位および材端回転角によるアーチ応力の正しい評価式として、曲げ変形だけしか考慮しない近似式とは違って、軸力変形も考慮する厳正な応力評価式を誘導しその提示を行った。

参考文献 1) 建築学便覧、3.8.3 曲線材を含むラーメン、編者：日本建築学会、発行所：丸善株式会社

2) 服部 正：建築構造学大系「コンピューターによる構造数値解析法」、彰国社

付1 記号

ℓ : スパン, f : ライズ, h : 断面成, A : 断面積, I : 部材断面二次モーメント, E : ヤング係数
 ϕ : x 軸に対するアーチ部材傾斜角, ϕ_0 : 材端におけるアーチ部材傾斜角
 ds : アーチ弧長方向線素 ($ds = dx / \cos \phi$), dx : x 方向線素
 H_i, H_k : i, k 材端の x 方向力 (推力), N, M, Q : 軸力、曲げモーメント、せん断力
 α_θ, α_R : モーメント伝達率 ($M_k = \alpha \cdot M_i$), β_θ, β_R : $H_i = \beta \cdot M_i$, R : 部材回転角
 u, v : x 方向・y 方向変形, θ_i, θ_k : i, k 端の節点回転角
 $\lambda = \frac{f}{\ell}, m = \frac{h}{f}, \xi = \frac{Ah^2}{I_0}$: ライズ、断面成、断面積に関する解析パラメーター

付2 形状関係係数および各種積分項

$$ds = dx / \cos \phi, \quad \tan \phi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{\ell^2}(\ell - 2x), \quad \sin \phi = \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \frac{4f(\ell - 2x)}{\sqrt{\ell^4 + 16f^2(\ell - 2x)^2}}, \quad \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \frac{\ell^2}{\sqrt{\ell^4 + 4f^2(\ell - 2x)^2}}$$

$$\int_0^S \frac{ds}{EI} = \int_0^\ell \frac{dx}{EI \cdot \cos \phi} = \frac{1}{EI_0} \int_0^\ell dx = \frac{\ell}{EI_0} \qquad \int_0^S \frac{y \cdot ds}{EI} = \int_0^\ell \frac{\frac{4f}{\ell^2}(\ell x - x^2)}{EI_0} dx = \frac{2f\ell}{3EI_0}$$

$$\int_0^S \frac{y^2 \cdot ds}{EI} = \frac{16f^2}{\ell^4 \cdot EI_0} \int_0^\ell (\ell x - x^2)^2 dx = \frac{8f^2 \ell}{15EI_0} \qquad \int_0^S \frac{x \cdot ds}{EI} = \frac{1}{\ell EI_0} \int_0^\ell x \cdot dx = \frac{\ell}{2EI_0}$$

$$\int_0^S \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \frac{ds}{EI} = \frac{1}{\ell EI_0} \int_0^\ell (\ell - x) dx = \frac{\ell}{2EI_0} \qquad \int_0^S \frac{x \cdot y}{\ell} \cdot \frac{ds}{EI} = \frac{4f}{\ell^3 EI_0} \int_0^\ell (\ell x^2 - x^3) dx = \frac{f\ell}{3EI_0}$$

$$\int_0^\ell \frac{\cos \phi}{EA} dx = \int_0^\ell \frac{\ell^2}{EA \sqrt{\ell^4 + 16f^2(\ell - 2x)^2}} \cdot dx = \frac{\ell^2}{4f EA} \cdot \sinh^{-1} \frac{4f}{\ell}, \qquad \int_0^\ell \frac{\sin \phi}{EA} dx = 0$$

$$\int_0^S \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) y \frac{ds}{EI} = \frac{f\ell}{3EI_0}, \quad a = \int_0^S \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)^2 \frac{ds}{EI} = \frac{\ell}{3EI_0}, \quad b = \int_0^S \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \frac{x}{\ell} \cdot \frac{ds}{EI} = \frac{\ell}{6EI_0}, \quad c = \int_0^S \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \frac{ds}{EI} = \frac{\ell}{3EI_0}$$

- 筆者 1) 平岡 喜久男 平岡建築構造・設計事務所
 2) 三谷 勲 神戸大学工学部、教授
 3) 福住 忠裕 神戸大学工学部、助教授

Forces of Arch Structures induced by Displacement at Supporting Edges

(In case of Parabolic Arch with Low Rise and H Shape in Section)

Kikuo Hiraoka

Isao Mitani

Tadahiro Fukusumi

Abstract

While the beam structure resists external load by the bending moment, arch structure is a load resistant type by axial force and it has merit of material efficiency. In order to exhibit such characteristics, the displacement of the edges must be prevented. But, as actual state, displacements such as horizontal displacement and rotation at the edges of the arch must occur more or less and from which additional forces are developed in the member and it would change the characteristics of the arch structure. Approximate formula considering the effect of the deformation by bending moment has been presented, but the result of the forces are not accurate for the case in which the effect of the deformation by the axial force is not negligible.

In this study, though, limiting to the arch with parabolic type and H shape in section, rigorous formula to evaluate forces due to the displacements at the edges is derived. The parameters included in this formula are the following three. That is coefficient of the section, rise of the arch and thickness of the member. Through the investigation of the numerical results, followings are found. Forces induced by the edge displacements become larger when the rise of the arch becomes lower and the forces obtained by the approximate formula underestimates the actual force. Especially, as the thickness of the member becomes larger, taking into account of the deformation of the axial force becomes more necessary.

By this study, the rigorous formula to evaluate the forces of the arch structure due to the edge displacements is derived and presented.