



表面流を考慮した斜面内降雨浸透過程の3次元解析

斎藤, 雅彦
椿, 涼太
中村, 有加里
藤田, 一郎
川谷, 健

(Citation)

神戸大学都市安全研究センター研究報告, 9:135-141

(Issue Date)

2005-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/00422527>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/00422527>



表面流を考慮した斜面内降雨浸透過程の3次元解析

Three Dimensional Analysis of Rainfall Infiltration and Seepage Process in A Valley Involving Surface Runoff Simulation

齋藤 雅彦¹⁾
Masahiko Saito
椿 涼太²⁾
Ryota Tsubaki
中村 有加里³⁾
Yukari Nakamura
藤田 一郎⁴⁾
Ichiro Fujita
川谷 健⁵⁾
Takeshi Kawatani

概要: 山腹斜面における降雨浸透・浸出現象および河川への流出現象に対して, 小規模な3次元モデル斜面を用いた数値シミュレーションを行った。モデル斜面の領域サイズは水平方向に160m×320mであり, 中央部に幅5mの河道を有する。河道内の流れは, 地表面からの浸出水および降雨の表面流出によって形成されるため, 浸透流解析および表面流解析の両者を含めた解析手法が必要となる。ここでは浸透流解析に有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析, 表面流解析に差分法による平面二次元(浅水流)計算を用いた。シミュレーションの結果, 降雨条件による浸透量・流出量・河川水位等の変化を定量的に算出し得ることを示した。

キーワード: 斜面流出, 降雨浸透, 浅水流, 降雨特性, 有限要素法, 差分法

1. はじめに

台風や集中豪雨による洪水災害が後を絶たない。一方で, 環境意識の高まりを背景に, 大規模なダムや堰の建設は生態系保護の観点から問題視されることも多く, これに代わる方法として総合的な治水方法の構築が模索されている。その中の一つとして, 森林が有する水源涵養機能・洪水調節機能が注目されている。しかしながら, これらの森林の機能については定性的な説明や, 非常に簡略化されたモデルによる表現, あるいは特定の限られた観測結果に依拠した推定等は多々見られるものの, そのメカニズムの解明は十分とはいえない。

本報では, 従来は個別に取り扱われることが多かった山腹斜面における降雨浸透過程と表面流出過程の包括的な数値シミュレーション手法の開発に向けて, 3次元モデル斜面を対象に, 図-1に示すような飽和・不飽和浸透流解析^{1), 2), 3)}と浅水流解析⁴⁾を用いたシミュレーションを試み, 浸透挙動および河道部の水位変動に及ぼす降雨条件の影響について考察した。

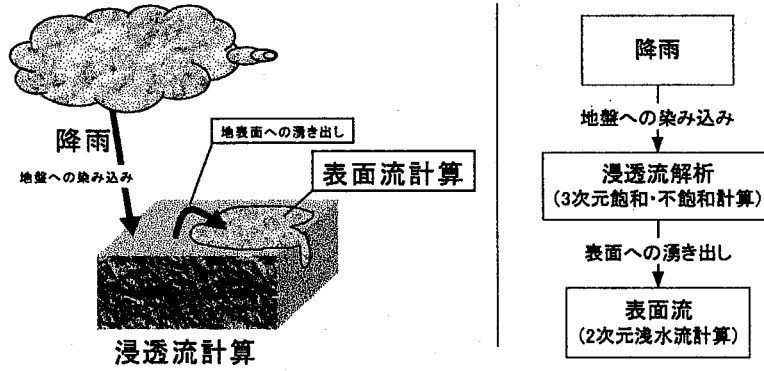


図-1 解析のフレームワーク

2. 飽和・不飽和浸透流解析^{1), 2), 3)}の基礎方程式と水分特性曲線

(1) 基礎方程式

飽和・不飽和浸透流解析の基礎方程式は、透水係数の等方性を仮定すると、連続の式とダルシーの法則、不飽和浸透特性等を考慮して、以下のように表される⁵⁾。

$$(C_a + \alpha S_s) \frac{\partial \psi_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ k_{rw} K_{ws} \left(\frac{\partial \psi_w}{\partial x_j} + \frac{\partial x_3}{\partial x_j} \right) \right\} \quad (1)$$

ここに、 t は時間、 x_i は空間座標、 ψ_w は圧力水頭、 C_a は比水分容量、 S_s は比貯留係数、 α は飽和領域の場合 $\alpha=1$ 、不飽和領域の場合 $\alpha=0$ となる変数、 k_{rw} は比透水係数、 K_{ws} は飽和透水係数である。

境界条件は、圧力規定の境界 Γ_1 上で、

$$\psi_w = \psi_{wb} \quad (2)$$

流束規定の境界 Γ_2 上で、

$$q_w = -k_{rw} K_{ws} \left(\frac{\partial \psi_w}{\partial x_j} + \frac{\partial x_3}{\partial x_j} \right) l_i \quad (3)$$

である。ここに、 l_i は境界の外向き単位法線ベクトルの i 方向成分である。

式(1)にガラーキン法を適用し、有限要素定式化すると、次式を得る。

$$[A_{mn}] \left\{ \frac{d\psi}{dt} \right\} + [B_{mn}] \{\psi\} = \{Q_m\} \quad (4)$$

ここに、

$$A_{mn} = \sum_e \int_R (C_a + \alpha S_s) N_m N_n dR \quad (5)$$

$$B_{mn} = \sum_e \int_R k_{rw} K_{ws} \frac{\partial N_m}{\partial x_i} \frac{\partial N_n}{\partial x_j} dR \quad (6)$$

$$Q_m = \sum_e \int_{\Gamma_2} q_w N_m d\Gamma_2 \quad (7)$$

であり、 N_m は補間関数である。

(2) 水分特性曲線

解析に必要な物性値である比透水係数 k_{rw} は飽和度の関数、飽和度 S_w は毛管圧 $p_c (= -\psi_w)$ の関数と考えられる。これらの関係（水分特性曲線）を数学的にモデル化する試みがなされ、多くのモデルが提案されているが、ここでは式 (8) の van Genuchten⁶⁾ の式を用いる。

$$S_e = \left\{ 1 + (\alpha p_c)^n \right\}^{-m} \quad (8)$$

ここに、 α, n, m は形状パラメータであり、 n, m は無次元、 α は圧力水頭の逆数の次元を持つ。また、 S_e は次式で定義される有効飽和度である。

$$S_e = \frac{S_w - S_r}{1 - S_r} \quad (9)$$

ここに、 S_r は残留飽和度である。また、 n と m の関係は、次式を用いる。

$$m = 1 - 1/n \quad (10)$$

また、比透水係数と有効飽和度の関係は、

$$k_{rw} = S_e^\varepsilon \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right\}^2 \quad (11)$$

と表される。ここに、 ε は空隙の連続性に関わるパラメータであるが⁷⁾、一般に、 $\varepsilon = 1/2$ が用いられることが多い。また、式 (8) を p_c で微分すると次式を得る。

$$C_a = \phi \frac{dS_w}{dp_c} = -\phi \alpha m n (1 - S_r) (\alpha p_c)^{n-1} \left\{ 1 + (\alpha p_c)^n \right\}^{m-1} \quad (12)$$

ここに、 ϕ は有効空隙率である。すなわち、パラメータとして α および n と、残留飽和度 S_r を与えれば不飽和浸透特性が得られる。

3. 表面流解析の基礎式

表面流の解析には、デカルト座標系定型格子に基づく差分法による平面二次元（浅水流）計算を行った⁴⁾。用いた基礎式は以下に示す連続式と運動方程式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = q \quad (13)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} uM + \frac{\partial}{\partial y} vM = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_x(b)}{\rho} \quad (14)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} uN + \frac{\partial}{\partial y} vN = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_y(b)}{\rho} \quad (15)$$

ここに、 h は水深、 q は地表面からの湧き出しまたは降雨のうち浸透しない成分（ソース）、 u, v は x および y 方向の流速、 H は水位、 M, N は流量フラックス（ $M = uh, N = vh$ ）である。抵抗項 $\tau_x(b)/\rho$ はマニング式を利用して、以下のように評価した。

$$\tau_x(b)/\rho = gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2} / h^{1/3} \quad (16)$$

基礎式の離散化には Leap-frog 法を利用し、陽的に時間進行を進めた。従属変数（ h, H, M および N ）の空間配置は Staggerd 配置とした（図-2）。移流項の計算には風上化を導入し安定化を図った。

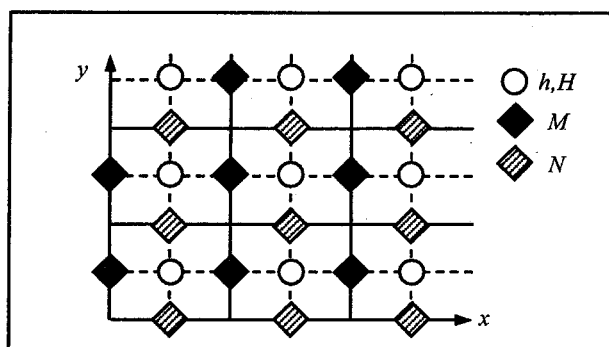


図-2 従属変数 (h, H, M および N) の空間配置

4. 解析条件

(1) 解析領域と初期条件・境界条件

図-3に解析領域を示す。解析領域の平面形状は x 方向160m $\times$ y 方向320mの長方形領域である。浸透流解析における斜面部の表土層の層厚は2mとし、 $x=155\text{m}\sim 160\text{m}$ の領域は河道部として層厚を0.8mとした。境界条件は、 $x=0\text{m}$, $x=160\text{m}$, $y=0\text{m}$, $y=320\text{m}$ のそれぞれの断面および基盤面(底面)において $q_w=0$ 、地表面においてはすべて降雨浸透または浸出面境界とし、圧力水頭 $\psi_w < 0$ の場合、 $q_w = Rt$ (Rt は降雨強度)、 $q_w < Rt$ の場合、 $\psi_w = 0$ とした。初期条件は、まず、領域内のすべての節点において $\psi_w = -1.5\text{m}$ として図-4に示す先行降雨(総降雨量=100mm)を与え、降雨終了から14日後の状態を初期条件とした。

表面流解析における計算格子は、解析領域を5m等間隔格子で区切り、初期条件として全面に水深 h およびフラックス M, N を0とした。境界条件は、浸透流解析と同様に $x=0\text{m}$, $x=160\text{m}$, $y=0\text{m}$, $y=320\text{m}$ のそれぞれの断面での出入りを0とした。

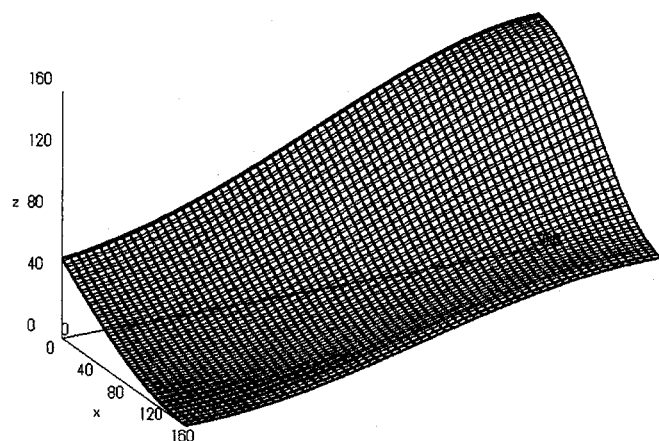


図-3 解析領域

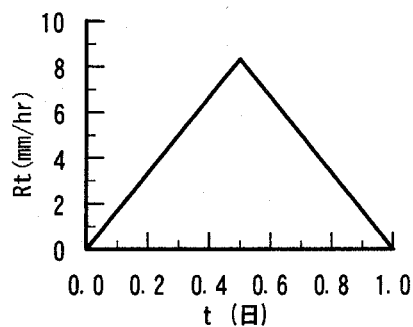


図-4 先行降雨

(2) 地盤物性値

飽和透水係数は、 $K_{ws} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ とする。また水分特性曲線を van Genuchten の式を用いてあらわす場合、パラメータとして α , n , および残留飽和度 S_r を与える必要がある。これらの不飽和浸透特性のうち、 α については式(17)、また、 S_r については式(18)より求めた⁶⁾。

$$\alpha^{-1} = -37.35 \times \log_{10} K_{ws} - 16.22 \quad (17)$$

$$S_r = -0.15 \times \log_{10} K_{ws} - 0.2 \quad (18)$$

ここに、 α の単位は cm^{-1} 、 S_r は無次元、 K_{ws} の単位は cm/s である。

パラメータ n については、 K_{ws} との明瞭な相関関係を確認できなかったため $n=2.5$ とし、有効空隙率は $\phi=0.4$

とした。これらの一覧を表-1に示す。

表-1 地盤物性値

K_{ws} (cm/s)	n (-)	α (cm ⁻¹)	S_r (-)	ϕ (-)
1.0×10^{-3}	2.5	1.04×10^{-2}	0.25	0.4

(3) 降雨条件

降雨条件として、図-5に示す3ケースの降雨パターンを用いた。ここで Case-1 および Case-2 は、総降雨量は両者とも 240mm とし、継続時間および降雨強度が異なる。Case-3 は Case-2 と同じ継続時間で降雨強度のみが異なり、総降雨量は 360mm とした。

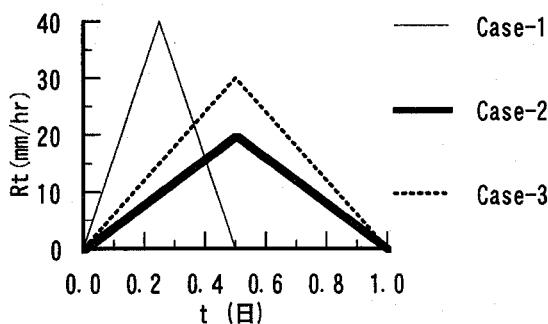


図-5 降雨条件

(4) 表面流の発生量

地表面の水圧が大気圧に達すると、浸透量<降雨量となり、 $q = Rt - q_w$ の表面流が生じる。ここで、 $q_w < 0$ の場合は、地盤からの浸出が生じていることを表す。ここでは、地表面における q を求め、表面流のソース項とした。

5. 解析結果と考察

(1) 浸透流解析について

図-6に各ケースにおいて発生する表面流の量 ($Q = \int q dA$) の時間変化を示す。Case-3 は Case-1, Case-2

と比較して、極端に多くの表面流が生じていることがわかる。図-7は Q をさらに時間積分し ($Q_t = \int Q dt$),

各時刻における発生表面流の総量を示したものである。Case-1 および Case-2 では降雨終了時にそれぞれ約 1100m³ および 860m³ が流出しており、これらは総降雨量 ($0.24 \times 320 \times 160 = 12288\text{m}^3$) の 9% および 7% 程度となる。これに対して Case-3 の流出量は約 6600m³ となり、総降雨量 (18432m³) の約 36% に相当する。

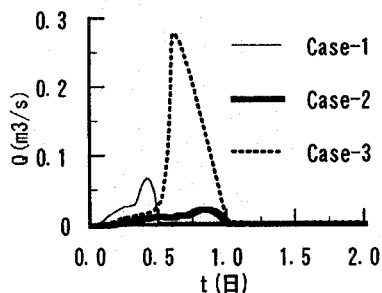


図-6 表面流出量の時間変化

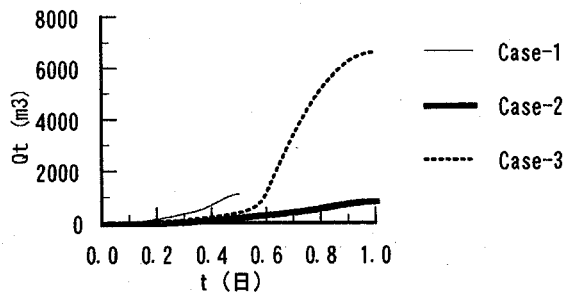


図-7 発生した表面流出の総量

一方、図-8は地盤からの浸出強度 ($Q_w = -\int q_w dA$, ただし $q_w < 0$ の領域のみ) の時間変化を示したものであるが、各ケースに大差はなく、また流出量も小さい。このことから、表面流出の成分は降雨のうち地盤に浸透できなかった成分が卓越していることがわかる。

図-9は、各時刻における降雨強度に対する浸透強度の比 ($Ri(\%) = 100 \times \text{浸透強度} / \text{降雨強度}$) を示したものである。Case-1では降雨終了時間際ではほとんど浸透していないが、Case-2では降雨終了時でも60%程度は浸透している。つまりCase-1では降雨ピーク後の継続時間が短かったこと、またCase-2ではピーク時の降雨強度が小さかったため浸透量の低下が緩やかとなったことが流出量の増加を抑制したと考えられる。

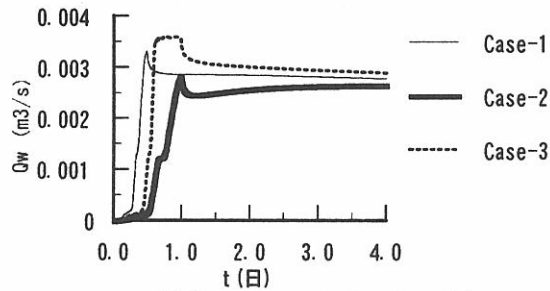


図-8 地盤からの浸出量の時間変化

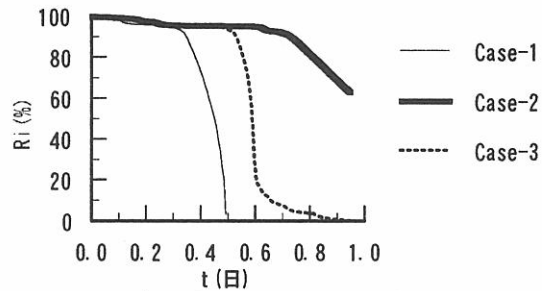


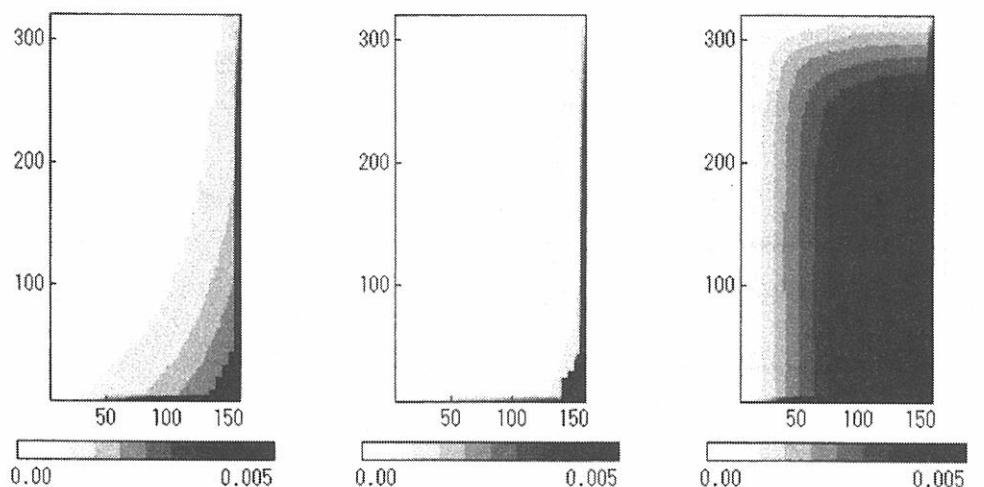
図-9 降雨強度に対する浸透強度の比

(2) 表面流解析について

図-10は、浸透流解析により求められた表面流出のピーク時刻における水深分布を示している。河道付近は地盤内の浸透により飽和状態にあることから、雨水は浸透せず水深も斜面部より大きい。また、各ケースによって表面流出の発生域が大きく異なっていることがわかる。斜面内に生じた表面流は、地形勾配にしたがい、河道へと集中しつつ流下して、下流端でダム状の水溜りを形成している。これは解析条件として、今回は周囲四方共に、流入出を0と置いたためである。水溜り部の水位分布は静水面を形成しており、最終的に計算領域に存在する水の体積と、浸透流から浸出した総体積は一致していることが確認された。

次に、河道部の上流側に位置する $x=160\text{m}$, $y=200\text{m}$ を中心とする 25m^2 の矩形領域での水深の時間変化を示したのが図-11である。そのパターンは流出量の時間変化(図-6)と同様の傾向を示しているが、ピークに向けての立ち上がりは、河道流量の方がやや緩慢となっている。これは山腹上部での降雨が河道に到達するまでの時間が、河道からの距離に従い長くなるためと考えられる。

降雨時系列と河道の流れとの時間差をみると、降雨ピークを0.25(日)で与えたCase-1では河道流れのピークが0.42(日)に現れており、その時間差は0.17(日)すなわち、4時間である。同様にCase-2の遅れは8時間、Case-3のピーク差は4時間である。このことから、降雨パターンと流出ピークの遅れには関連があり、同じ降雨パターンであっても、Case-2に対し、降雨強度が大きなCase-3では、より速い時刻に流出が発生することが示唆される。



a) Case-1 (0.417 日後) b) Case-2 (0.833 日後) c) Case-3 (0.667 日後)
図-10 表面流出のピーク時刻での表面流水深分布 (単位: m)

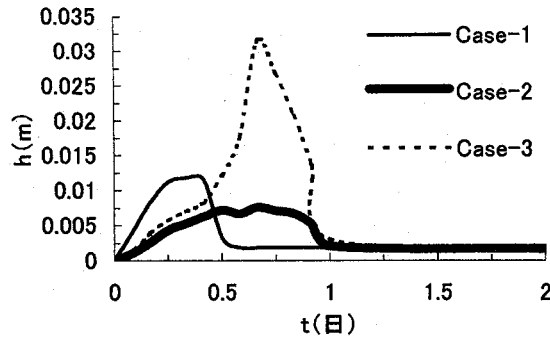


図-1 1 河道断面の水深変化

4. おわりに

本報では、山腹斜面における降雨浸透過程と表面流出過程について、飽和・不飽和浸透流解析と浅水流解析を用いたシミュレーションを試み、浸透量・流出量・河川水位等の変化を定量的に算出し得ることを示した。また、これを用いて流出量・河川水位等に対する降雨条件の影響について調べたところ、設定したモデル斜面においては降雨量 240mm 程度ならば洪水調節機能を期待できるが、360mm になると流出量が顕著に増加する傾向があることが示された。

もちろん、実際の降雨-流出現象には地形、地盤物性値およびその空間分布等の多くの要因が関係するため、今後より実証的な取り組みを積み重ねる必要があると考える。

謝辞

本研究は、平成 16 年度神戸大学都市安全研究センター特別プロジェクト研究 (A)「三次元地形情報を活用した浸水被災域予測と被災状況把握のためのシステム開発」(研究代表者: 川谷 健)の研究助成により実施された。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Neuman, S. P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, *Proc., ASCE HY*, Vol.99, No.12, pp.2233-2250, 1973.
- 2) Neuman, S. P.: Galerkin method of analyzing non-steady flow in saturated-unsaturated porous media, *Finite element Method in flow problem*, edited by C. Taylor, O.C. Zienkiewicz, R.H. Gallagher, John Wiley & Sons, Chap.19, 1974.
- 3) 赤井浩一, 大西有三, 西垣 誠: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文集, 第264号, pp.87-96, 1977.
- 4) 土木学会水理公式集例題プログラム集編集委員会編集: 水理公式集例題プログラム集, 丸善株式会社, 平成 13 年度版.
- 5) Richards, L. A.: Capillary conduction of liquids through porous medium, *Physics*, 1, pp.318-333, 1931
- 6) van Genuchten, M. T.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society American Journal*, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- 7) Maulem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol.12, pp.513-522, 1976.

著者: 1) 齋藤 雅彦, 神戸大学都市安全研究センター, 助手; 2) 椿 涼太, 神戸大学大学院自然科学研究科博士課程後期課程; 3) 中村 有加里, 神戸大学大学院自然科学研究科博士課程前期課程, 4) 藤田 一郎, 神戸大学工学部建設学科, 教授; 5) 川谷 健, 神戸大学都市安全研究センター, 教授

NUMERICAL STUDY ON RAINFALL INFILTRATION PROCESSES AND SURFACE DISCHARGE IN 3-DIMENSIONAL SLOPES

Masahiko Saito
Ryota Tsubaki
Yukari Nakamura
Ichiro Fujita
Takeshi Kawatani

Abstract

Numerical analyses of rainfall infiltration and seepage processes and the related surface runoff are performed for a relatively small virtual mountainous area. The area, having a horizontal size of 160m by 320m, includes a small channel in its center. The flow in the channel is affected either by seepage outflow or surface runoff from the side slope depending on the feature of the applied rainfall. In the present analysis, the net outflow from the underground calculated by a saturated-unsaturated seepage simulation is treated as a source in the surface-runoff calculation based on the shallow water equation. The present analyses yield qualitatively reasonable results regarding the relationship among rainfall intensity, rainfall infiltration and channel flow.