



室内音響設計支援のための陽的時間領域有限要素法による実用的な波動音響解析手法の開発

吉田, 卓彌

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

2023-03-25

(Date of Publication)

2024-03-01

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲第8638号

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/0100482386>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



博士論文

室内音響設計支援のための陽的時間領域有限要素法による
実用的な波動音響解析手法の開発

2023年1月

神戸大学大学院工学研究科

吉田 卓彌

目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.1.1 建築の音環境とその予測技術	1
1.1.2 時間領域の波動音響解析手法による室内音響解析	2
1.2 研究の目的	7
1.3 論文の構成	7
第2章 既存の有限要素法による室内音響解析手法	9
2.1 有限要素法による基本的な室内音響解析手法	10
2.2 時空間離散化に伴う分散誤差と修正積分則	15
2.3 吸音境界の理論と伝達マトリクス法に基づくモデル化法	18
2.4 従来の陽的な時間領域有限要素法による室内音響解析手法	24
2.5 従来の陽的時間領域有限要素法の性能	27
2.5.1 理論解析	27
2.5.2 数値実験	32
2.6 まとめ	45
第3章 修正アダムス法を用いた陽的時間領域有限要素法による室内音響解析手法の構築	46
3.1 周波数領域における分散誤差解析	47
3.2 修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の定式化	48
3.2.1 高次の時間積分法の構築	48
3.2.2 安定性解析	51
3.3 離散化誤差特性	51
3.3.1 理論的な分散誤差特性	52
3.3.2 数値的な分散誤差特性	53
3.3.3 理論的な振幅誤差特性	54
3.3.4 数値的な振幅誤差特性	55
3.4 2次元室内音場を対象とした数値実験	56
3.4.1 拡散体を有する長方形室内の音響解析	57
3.4.2 コンサートホールモデルの音響解析	59
3.5 まとめ	66

第 4 章	分散誤差を最適化した陽的時間領域有限要素法による室内音響解析手法の構築	67
4.1	分散誤差を排除した時空間 4 次精度法の定式化	68
4.1.1	3 段の時間積分法	68
4.1.2	分散誤差解析	68
4.2	分散誤差を最適化したスキームの定式化	70
4.2.1	空間離散化誤差の最適化	71
4.2.2	時間離散化誤差に関する最適化	72
4.3	剛な境界の室内音響解析を対象とした性能検証	73
4.3.1	剛な 3 次元室内音場の解析解	75
4.3.2	立方体室の解析	78
4.3.3	直方体室の解析	80
4.4	まとめ	86
第 5 章	陽的時間領域有限要素法への周波数依存吸音境界の実装	87
5.1	周波数依存インピーダンス境界を扱うための手法	88
5.1.1	周波数依存インピーダンス境界の境界条件式	89
5.1.2	補助微分方程式法を用いた時間進行スキーム定式化	90
5.1.3	音響管と小立方体室を対象とした定式化の妥当性の検証	92
5.1.4	2 種の既存の陰的 TD-FEM との広帯域の音響シミュレーションにおける性能比較	98
5.2	通気性膜吸音体を扱うための手法	105
5.2.1	通気性膜の時間領域有限要素モデル	105
5.2.2	時間進行スキームの定式化	107
5.2.3	音響管モデルを対象とした予測精度の検証	108
5.2.4	小会議室モデルを対象とした計算性能の検証	114
5.3	まとめ	120
第 6 章	領域分割法に基づく並列陽的時間領域有限要素法の大規模音響解析への適用とバイノーラル可聴化への応用	122
6.1	領域分割法に基づく分散メモリ型並列計算法	123
6.2	バイノーラル可聴化への応用法	124
6.2.1	アンビソニックス	124
6.2.2	アンビソニックスと頭部伝達関数に基づくバイノーラル可聴化	125
6.2.3	内挿関数の空間微分による展開係数の計算法	126
6.3	スーパーコンピュータシステムを用いた検証	128
6.3.1	解析対象の詳細と境界条件	128
6.3.2	シミュレーションの概要	130

6.3.3	結果と考察	131
6.4	クラウド HPC 環境を用いた検証	134
6.4.1	2つの建築音響問題を対象としたスケーラビリティの評価	135
6.4.2	オーディトリウムモデルを対象としたバイノーラル可聴化への応用	138
6.5	まとめ	147
第7章	総括	148
7.1	研究のまとめ	148
7.2	今後の課題	152
	参考文献	154
	謝辞	166

第1章 序論

1.1 研究の背景

1.1.1 建築の音環境とその予測技術

建築の音環境は空間の静けさや会話の明瞭性のみならず、空間内にいる人々の快適性、健康、業務生産性や学習効率などに大きな影響をもつ。従って、コンサートホールやオフィス、教室といった室の用途に応じた適切な音環境を形成することは建築設計の重要な目標である。所望の音環境は室形状、吸音材や拡散材などの音響材料の配置などを検討する室内音響設計を通して達成される。室内音響設計では、何らかの方法で音場の時間情報を含む室内インパルス応答 (Room Impulse Response: RIR) を予測し、残響時間などの室内音響指標の算出や音場の可視化、可聴化による音場評価を通して最適な設計を検討する。従って、信頼度の高い音響設計のためには高精度な RIR の予測が要求される。

RIR の予測手法としては模型実験とコンピュータシミュレーションが挙げられる。模型実験は設計対象の 1/10 程度のモックアップを作成し、相似則に基づき室内音響を予測する方法である [1]。コンサートホールの設計などにおいて今日でも活用されており、音波の波動性を考慮した予測が可能な利点があるが、製作に要する期間・費用などのコストが大きい、室形状の細かな検討が困難などのデメリットがある。また、音波の空気吸収特性を実大の建築空間での特性へと近似させるために模型内空気の窒素置換が必要な点、吸音材の吸音特性が相似則に従わない点で予測精度に難がある。一方、コンピュータシミュレーションによる予測手法では、対象とする空間のヴァーチャルモックアップを作成し、室内の音波の振る舞いを表現する物理モデルを数値計算することでコンピュータ上に RIR を再現する。室形状や内装材の検討が模型実験と比べて容易であり使用性に優れている [2]。また、最近では音と映像を同時に提示することで臨場感の高い空間再現を実現する音響ヴァーチャルリアリティ (Virtual Reality: VR) [3] が注目を集めており、音環境のコンピュータシミュレーションの手法はその基幹技術の 1 つとして建築を含む幅広い分野で重宝されている。音環境のコンピュータシミュレーション手法は幾何音響解析手法と波動音響解析手法の 2 種に大きく分類される。幾何音響解析手法は、音を線として扱う音線法と反射音を鏡像音源からの寄与として扱う鏡像法に代表され、1960 年代に提案されてから [4, 5] 今日にいたるまで実用的な室内音響予測手法として活用されている [3, 6]。幾何音響解析手法の最大の利点は音の波動性を無視する近似による少ない計算コストであり、この近似により少ない計算機資源でも容易に室内音響予測が実施できる。GUI (Graphic User Interface) の整備された商用ならびにオープンソースのソフトウェアが多数存在する。しかし、この近似のため音波の干渉や回折の影響を考慮でき

ず、吸音材、拡散材の影響も簡易的にしか取り扱えない。回折モデル [7] や乱反射率に基づく散乱反射モデル [8] の実装などが行われているが、依然として予測精度に関して根本的な問題をもつ手法である。波動音響解析手法は音波伝搬の支配方程式である波動方程式または Helmholtz 方程式を有限差分法や有限要素法 (Finite element method: FEM) などの数値解析手法により直接的または間接的に解くことで室内音響を再現する手法である。同手法によれば音波の波動現象が自然に考慮され、形状をモデル化することで拡散材の効果も適切に反映できる。また、吸音材内部の音波の支配方程式と連成することで吸音特性における入射角依存性と周波数依存性を考慮することも可能である。以上の特徴より、波動音響解析手法は原理的に高精度な室内音響の予測が可能な強力な室内音響設計ツールである。しかし、同手法を用いて実大の建築空間を対象に人の耳の感度が良い数 kHz まで解析を行う場合に要求される計算コストは膨大であり、一般的にその建築空間への適用は小空間の数 100 Hz 帯域までに限られている。波動音響解析手法は空間または時空間の離散化の際に分散誤差と呼ばれる離散化誤差を伴うため、これを低減し信頼できる解を得るには時空間を解析周波数の音波長と比べて十分細かく分割する必要がある。建築空間は数 kHz 帯域の音波長と比べると非常に巨大なので、分散誤差の制御のために問題の自由度数が著しく増大し、計算機資源の制約から kHz 帯域の波動音響解析の実施が困難となる。しかし、近年の計算機技術の目覚ましい発展に伴い、波動音響解析手法に関する研究が国際的に活発となっており、建築音響の設計支援に活用可能な実用的なツールの開発への期待も高まっている。本研究では、建築空間で想定される複雑な幾何学形状の近似性能に優れており、かつ、RIR を直接計算可能な時間領域 FEM (Time-Domain FEM: TD-FEM) に着目し、室内音響設計支援に活用可能なツールとするための検討をまとめたものである。

1.1.2 時間領域の波動音響解析手法による室内音響解析

波動音響解析手法は、Helmholtz 方程式を解くことで定常状態における音場の応答を求める周波数領域解法と、波動方程式を解くことで時々刻々の音波伝搬を計算する時間領域解法の 2 種類に分類される。各手法で得手、不得手とするところが異なるが、室内の音波伝搬可視化、室内音響指標の計算、可聴化等を目的とする場合は、広帯域の周波数成分を含む RIR を一度の計算で評価できる時間領域解法がより魅力的である。なお、周波数領域解法を使用する場合も複数の周波数応答を逆 Fourier 変換することで RIR を求めることができるが、時間領域解法を用いる場合と比べて手続きが煩雑である。周波数領域解法は純音で励起された音場の定常状態を可視化できる点、吸音材の吸音特性における周波数特性を容易に考慮できる点が強みである。また、時間領域解法も時空間離散化に用いる数値解析の技法が異なる様々な手法が存在し、それぞれ異なる長所と短所をもつ。以下では、代表的な時間領域の波動音響解析手法、本研究で着目する TD-FEM を用いた室内音響解析に関する既往研究、時間領域手法における吸音モデリングの問題点、波動音響解析手法における並列計算技術の重要性、時間領域手法波動音響解析手法に基づく可聴化における課題のそれぞれを説明する。

時間領域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain method: FDTD 法) はその実装の容易さと優れた並列性能のため最も活用されている波動音響解析手法である。FDTD 法は波動方程式を直接的な有限差分近似で時空間離散化することで音波伝搬をシミュレートする。FDTD 法は Euler 方程式と連続の式のそれぞれを時空間離散化し解く手法と、2 階のスカラー波動方程式を解く手法の 2 種類が存在する。前者の場合、音圧と各方向の粒子速度の定義を半グリッドずつずらしたスタガードグリッドを使用する。建築音響問題への適用例も多く、例えば、オープンプラン型教室 [9]、小ホールの音響予測 [10]、カウンターに設置された衝立による遮音効果の検討 [11] が行われている。同手法は基本的に 2 次精度の中心差分近似を時空間離散化に使用するが、高次の差分近似 [12]、コンパクト差分 [13]、修正方程式法 [14] などに基づく分散誤差を低減した計算効率に優れた手法が提案されている。本手法の短所としては、空間の離散化に一律なサイズの矩形格子を使用する点が挙げられ、建築で想定される複雑な形状に対しては階段近似が行われる。それに対して、有限体積法との併用により非構造格子を使用可能な手法の開発も試みられている [15]。その他、FDTD 法の音響解析への適用に関する既往研究については文献 [16] が詳しい。また、分散誤差の低減に特化した手法として、CIP (Constrained Interpolation Profile) 法 [17]、PSTD (PseudoSpectral Time-Domain) 法 [18]、ARD (Adaptive Rectangular Decomposition) 法 [19] が存在する。CIP 法は分散誤差を低減する代わりに振幅誤差を伴い、時間発展とともに振幅が減衰する。PSTD 法、ARD 法は空間微分を波数領域における Fourier 変換に置き換えることで高精度化を達成する手法で実装が複雑である。また、いずれの手法も複雑な境界形状に対しては階段近似が必要なため室内音響設計ツールとして活用するには改善が必要である。

本研究で扱う TD-FEM は波動方程式の弱形式に対して、有限要素 (Finite element: FE) を用いた空間離散化を行い疎行列からなる半離散化行列方程式を導出する。そして、半離散方程式を Newmark β 法 [20] などの時間積分法を用いて時間方向に解くことで音場の時間発展を計算する手法である。FEM では要素内の変数を要素節点の値と形状関数の線形結合として近似する。空間離散化に使用する要素形状には様々なものが存在し、3 次元空間の離散化に用いる代表的な要素としては四面体、六面体、三角柱、四角錐が存在する。また、形状関数に高次の補間関数を使用することで曲面も取り扱うことができ、境界の形状近似に優れた手法である。FEM による音響解析において最も基本的な分散誤差低減法は空間離散化に使用する要素サイズを細かくする h -refinement である。線形要素を用いた FEM による音響解析の経験則として波長あたり 10 要素での空間離散化 [21] が存在するが、経験則に基づく場合、実大の建築空間を数 kHz 帯域まで解析するために必要な計算負荷は膨大となる。従って、FEM による実用的な波動音響解析ツールを開発するためには、粗い空間離散化で分散誤差を低減可能な計算効率に優れた手法を構築する必要がある。

分散誤差は FE の形状関数に用いる補間関数の次数を上げることで低減できる (p -refinement)。この方法に基づく手法としては 2 次の FEM [22]、Spline FEM [23, 24]、 p -FEM [25]、 hp -FEM [26]、スペクトル要素法 (Spectral Element Method: SEM) [27]、不連続 Galerkin 有限要素法 (Discontinuous Galerkin Finite Element Method: DGFEM) [27, 28] が存在する。 p -FEM は要素サイズ一定のもと補間関数の次数の向上のみで分散誤差を制御する。一方、 hp -FEM、SEM、DGFEM は

h -refinement と p -refinement を組み合わせた hp -refinement により指数関数的に分散誤差を低減できる。これらの高次の FEM は基本的な線形要素を使用する場合と比べ少ない自由度数 (Degrees Of Freedom: DOF) のもと同一精度の解析が可能であり、効率的な音響解析が可能である。しかし、高次要素を用いる場合、行列のバンド幅を拡大し、自由度あたりの演算量とメモリ消費が線形要素と比べて大きくなることに注意が必要である。DGFEM は行列を形成しない Matrix-free な定式化によりこのバンド幅増大の影響を低減できるが同一の次数の補間関数を用いた SEM と比べ分散誤差が大きく、要素間の境界における連続性を担保するために導入される数値流束の種類によっては振幅誤差も伴う [27]。 hp -refinement を用いる手法は精度の観点で魅力的だがその実装は基本的な FEM と比べて複雑となる。

TD-FEM による室内音響解析手法としては 2 つの手法が提案されている。いずれの手法も分散誤差を低減した要素、高精度な時間積分法、大規模線形方程式のための Krylov 部分空間法に基づく手法である。1 つ目の手法は Spline FEM に基づく手法で、多目的ホール [29]、講義室 [30]、残響室 [31] の音響解析に使用されている。もう 1 つの手法は分散誤差を低減した低次要素を使用する時空間 4 次精度陰的 TD-FEM である [32]。同手法は、Gauss-Legendre 積分による要素行列の構築の際に積分点を分散誤差を低減する点に修正する修正積分則 [33, 34] を適用した線形要素と時間 4 次精度の Fox-Goodwin 法 [20] により構成される。自由度あたりの計算負荷が最小である線形要素を使用し、簡単な絶対対角スケール付きの共役勾配 (Conjugate Gradient: CG) 法を用いて連立 1 次方程式を少ない反復回数で解けるため計算効率に優れており、同手法により単純なコンサートホールモデル [35] と残響室 [36] の数 kHz 帯域までの解析が実施されている。これらの手法は hp -refinement に基づく手法と比べて実装も容易である。しかし、いずれの手法も時間ステップあたりの連立 1 次方程式の求解が必要な陰的な時間進行スキームを形成するため計算時間が長大となる。従って、TD-FEM を用いた実用的な室内音響解析のためには計算高速化が望まれる。

そうした背景のもと、より高速な手法として陽的 TD-FEM による室内音響解析手法が考案されている。本手法は質量行列の対角化 [22, 37] と陽的な時間離散化法の適用により陽な時間離散化スキームを構築するため、時間ステップあたりの連立 1 次方程式の求解が不要な手法である。また、修正積分則の適用により容易に時空間 4 時精度が達成できる。本研究では、陽的 TD-FEM による室内音響解析手法を検討の対象とする。陽的 TD-FEM は、まず、B. Yue と Guddati [34] により吸音境界を考慮しない 2 次元音場解析手法として提案され、その後、Okuzono ら [38, 39] により 3 次元室内音響解析を扱うための吸音境界を含む定式化がなされた。この陽的 TD-FEM による 3 次元室内音響解析手法は時空間 4 次精度陰的 TD-FEM [32, 35, 36] と比較して矩形室を同一の計算精度のもとより高速に解析できる。しかし、本陽的 TD-FEM はその安定性が境界面の吸音に依存し、高吸音の吸音面を含む室内音響解析において計算速度の恩恵が損なわれる。そこで、Yoshida ら [40] は安定性が境界面の吸音に非依存なスキームを定式化し、数値実験を通してその離散化誤差特性と室内音響解析への有効性を確認した。しかし、これら従来の陽的 TD-FEM は修正積分則における積分点の修正値に要素形状に関するパラメータを含んでおり、時間離散化の高精度化のためには空間離散化に使用できる要素形状が正方形・立方体に限定され、複雑形状のモ

デル化には FDTD 法と同様に階段近似が必要となる。この事実は FEM の強みである高い幾何学的な近似能力を損なう。文献 [41] において長方形要素使用時に高精度化を維持するための積分点の設定法が考案されているが、より複雑な形状となる場合や 3 次元音場解析への応用はなされてなく、依然として使用できる要素形状に制限がある。従って、陽的 TD-FEM による実用的な室内音響解析手法を構築するためには、この要素形状に関する制限を克服する必要がある。

また、室内音響の高精度な予測のためには境界面の吸音効果の適切な取り扱いが必要である。すなわち、境界面の吸音モデリングには吸音材の吸音特性における周波数依存性ならびに入射角依存性を考慮できる拡張作用境界の使用が望ましい。拡張作用境界を構築するためには、吸音材内部の音波伝搬の支配方程式を離散化し、空気領域と連成する必要がある。そのため、局所作用の仮定に基づき境界面に吸音材表面の比音響インピーダンス比（または、比音響アドミタンス比）を与えるインピーダンス境界と比べて問題の自由度数が大きくなる。吸音材のもつ周波数依存性を自然に考慮できる周波数領域解法は吸音境界の構築が比較的容易で、周波数領域 FEM (Frequency-Domain FEM: FD-FEM) において多孔質吸音材の拡張作用境界として等価流体に基づく吸音要素 [42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50] ならびに通気性膜 (Permeable Membrane: PM) 吸音体を扱うための手法 [47]、また、共鳴器型吸音材の拡張作用境界として微細穿孔板 (MicroPerforated Panel: MPP) を扱うための手法 [51, 52] のそれぞれが整備されている。一方、時間領域解法では吸音材の周波数依存性を考慮する場合に計算負荷の大きい畳み込みを伴うため、周波数領域解法と比べて拡張作用境界の開発の難易度が高く、周波数依存のインピーダンス境界の実装にも特別な処理が必要となる。FDTD 法では周波数依存のインピーダンス境界を扱うために畳み込みを等価電気回路 [53, 54]、等価な機械系 [10]、デジタルフィルタ [55, 56, 57]、 z 変換 [58] に置き換える方法が提案されている。また、多孔質材を拡張作用境界として扱うために、周波数依存性の扱いが簡易な Rayleigh モデルを使用する方法 [59]、Zwikker-Kosten モデル [60] ならびに Wilson モデル [61] を補助微分方程式法 (Auxiliary Differential equation method: ADE 法) に基づき処理する方法 [62]、等価流体を z 変換を用いて組み込む方法 [63] が提案されている。一方、TD-FEM では材の周波数依存性の考慮が容易な PM 吸音体の拡張作用境界 [36, 64] は実装されているが、任意の周波数特性を考慮する方法は考案されてなく、他の吸音体の拡張作用境界はもちろん、周波数依存のインピーダンス境界の取り扱い法も整備されていない。そのため、既存の TD-FEM は周波数に非依存なインピーダンス境界に基づき複数の周波数帯域で計算を行うことで吸音材の周波数特性依存性を簡易的に考慮しており、吸音材のモデル化精度は低く、計算負荷も大きい。従って、陽的 TD-FEM を用いた効率的かつ高精度な室内音響予測のためには、境界面の周波数依存性を取り扱う方法を構築し、周波数依存のインピーダンス境界ならびに各種吸音材の拡張作用境界の実装することが課題となる。

近年は並列計算機の性能の向上も著しく、特に、クラウド HPC (High Performance Computing) 環境 [66, 67, 68] の発達により大規模並列計算環境の導入の敷居が低くなっている。それに伴い、並列性能に優れたソルバの開発は波動音響手法の適用範囲を拡大するための重要な関心となって

いる。FDTD法はGPU (Graphics Processing Unit) との相性が良いことが知られており、複数のGPUを用いた大規模並列のもと大コンサートホールモデルを解析した例も存在する [54, 69]。また、ARD法に基づく大規模並列音響解析手法も提案されている [70, 71]。一方、非構造格子による離散化に基づき疎行列を構成するFEMはGPUとの相性が良くなく、CPU (Central Processing Unit) 並列が有効である。代表的な並列計算の手法としてはOpenmpに基づく共有メモリ型手法とMPI (Message Passing Interface) に基づく分散メモリ型手法が存在するが、CPUによる大規模並列の場合はメモリバンド幅がネックとなるので、後者の方が性能を発揮しやすい。既往研究では、陰的TD-FEMに領域分割法 (Domain decomposition method: DDM) に基づく分散メモリ型並列計算手法を組み込み、256CPUコアまでの並列計算において良好な高速化が得られることを確認している [72]。DDMに基づく並列計算では、他の領域の情報を得るためのMPIによる通信部分がボトルネックとなるが、陽的TD-FEMは陽なスキームのため通信回数が陰的TD-FEMと比べて少なくなるので、より高い並列性能が期待できる。従って、陽的TD-FEMへのDDMに基づく並列計算の実装はその適用範囲を拡大するための重要な問題である。

室内音響を音を聞くことで直感的に評価できる可聴化は室内音響解析手法の最大の目的と言っても過言ではない。幾何音響手法の商用ソフトには可聴化機能と豊富なドライソースライブラリが整備されており、設計実務者からのニーズが高いことが伺える。波動音響解析手法は室形状や設置する音響材の違いに起因する音場の変化を位相情報含めてシミュレートできるのでエネルギーベースの幾何音響解析と比べて可聴化による音場評価に適しており、可聴化への応用に対する期待は大きい。FDTD法はすでに室内音響の可聴化への応用が行われており、文献 [73] では長方形室に拡散体を設置した際のフラッターエコー低減効果を聴感的に調査しており、文献 [74] では日光東照宮・本地堂内部をモデル化し、鳴き竜現象を無響室に再現している。しかし、いずれの検討もFDTD法で計算したRIRは数kHz帯域までの周波数成分しか含んでおらず、現状の波動音響解析手法では広帯域の周波数成分を含む音声や音楽の可聴化を実施するのは計算負荷が膨大なため困難である。また、基本的に、人は音を両耳で聴き、左右の耳に到来する音の到来時間や強さの違いを用いて音源の位置や空間情報を評価する [75]。しかし、波動音響解析手法により計算されるRIRはモノラル信号であり、シミュレーション結果からバイノーラル信号を生成するには工夫が必要である。バイノーラルRIR (Binaural Room Impulse Response: BRIR) を計算する直接的な方法としては、頭部の幾何学的形状を解析モデルに組み込むことが挙げられる。しかし、頭部モデルの形状は非常に複雑なので追加の計算負荷が大きい。また、この方法では1つの頭部方向に対するBRIRしか計算できず、聴者の頭部の動きに伴う音場の変化を考慮するためには、複数の頭部方向に対してシミュレーションが必要である。それに対して、シミュレーションにより音場の空間情報を求め、スピーカアレイにより無響室内に音場を再現し可聴化を実施する方法が存在する。本方法は頭部モデルを含まないシミュレーション結果に基づきBRIRを生成でき、頭部の運動も自然に考慮できる有効な方法である。代表的な音場再現法には、波面合成法 [76]、境界音場制御法 [77]、アンビソニックス [78, 79] が挙げられる。なお、前出の文献 [73, 74] では、6チャンネル音場再現システム [80] を用いて可聴化を行っている。しかし、大規模なスピーカアレ

いと無響室が必要なため、研究用途には有効だが、設計ツールとしては使い勝手の観点で難がある。より柔軟な方法として音場再現法と頭部伝達関数 (Head Related Transfer Function: HRTF) の併用によるハイブリッド可聴化が存在する。ハイブリッド可聴化ではヘッドホンを用いて再生できるため使用性に優れており、近年では、アンビソニックスと HRTF に基づくハイブリッド可聴化技術 [81, 82] の VR アプリケーションへの応用 [83, 84] が盛んである。TD-FEM の室内音響のバイノーラル可聴化への応用例はなく、ハイブリッド可聴化法との統合は室内音響評価の観点で非常に魅力である。

1.2 研究の目的

本研究では、従来の陽的 TD-FEM の課題を克服した、室内音響設計支援に活用可能な計算効率に優れ、かつ、高精度な新しい陽的 TD-FEM による室内音響解析手法の開発を目的とする。具体的には以下の 4 つの課題に取り組む。

- 要素形状の制限を克服した高精度なスキームの定式化。
- 境界面における吸音特性の周波数依存性・入射角依存性を考慮できる手法の実装。
- DDM に基づく並列アルゴリズムを用いた大規模並列音響解析への適用性の検討。
- ハイブリッド可聴化に基づく室内音響のバイノーラル可聴化への応用。

1.3 論文の構成

本論文は全 7 章から構成される。

第 1 章では、最初に、研究の背景として、建築空間の音環境の重要性とその予測技術について説明した後、本研究で扱う波動音響手法に基づく音響解析手法の特徴や既往研究について説明する。その後、本研究の目的ならびに論文の構成を紹介する。

第 2 章では、既存の FEM に基づく音響解析手法について述べる。まず、最も基本的な陰的 TD-FEM ならびに FD-FEM による室内音響解析手法の定式化を行う。また、FEM による室内音響解析結果の信頼性に大きな影響をもつ分散誤差と吸音境界について具体例を交えながら説明する。続いて、従来の陽的 TD-FEM に基づく室内音響開発手法の定式化を行い、その問題点について改めて説明する。また、理論解析と数値実験を通してその基礎的な計算性能を提示する。

第 3 章では、従来の陽的 TD-FEM の課題のうちの要素形状の制限に着目し、要素形状によらず高精度化可能な新しい手法を構築する。ここでは、時間ステップあたりの演算量の観点で効率的な線形多段型時間積分法のうち、Adams-Bashforth 法に着目し、スキームを構築する。理論解析と数値実験を通してその離散化誤差特性を調査し、2 つ複雑形状の 2 次元室内音響問題を通してそ

の計算性能を提示する。また、本章では時間積分法に伴う振幅誤差発生メカニズムならびにその制御法も明らかにする。

第4章では、第3章の知見に基づき時間積分に伴う振幅誤差を排除した高精度な2つのスキームを新たに構築する。ここでは、線形多段型時間積分法の一般形に基づく独自の三段の時間積分法を時間離散化に使用する。また、高周波数域における音場の近似性能をより向上させるための分散誤差の最適化法も提案する。構築した手法の室内音響解析への基本的な適用性を立方体室ならびに直方体室を対象とした数値実験により明らかにする。

第5章では、従来の陽的 TD-FEM の課題のうちの吸音境界の高精度化に着目し、周波数依存の吸音境界を高精度に扱うための手法を新たに構築する。まず、最も基本的な周波数依存吸音境界である周波数依存のインピーダンス境界を取り扱える手法を構築し、定式化の妥当性と本論文で提案する室内音響解析手法の実用的な境界条件下での広帯域の室内音響シミュレーションにおける計算性能を数値実験を通して明らかにする。続いて、吸音特性における入射角依存性まで考慮可能な吸音境界の実装例として PM 吸音体の拡張作用モデルを取り扱う方法に関する検討を行う。PM 吸音体を扱うための陽的 TD-FEM は文献 [64] において提案されているが、同手法は吸音モデル化精度と計算効率について問題があり実用的な使用のためにはその克服が必要であった。従って、本論文では従来の PM 吸音体を扱うための陽的 TD-FEM の欠点を克服した新たな手法を提案する。提案法の基礎的な妥当性を音響管問題により検証し、小会議室モデルを対象とした数値実験により提案法の建築音響問題における有効性を明らかにする。

第6章では、陽的 TD-FEM に DDM に基づく並列計算法を組み込み、スーパーコンピュータシステムならびにクラウド HPC を用いた並列陽的 TD-FEM の大規模建築音響問題への適用性を検討する。また、陽的 TD-FEM の実用的な室内音響評価への応用のためにアンビソニックスと HRTF に基づくバイノーラル可聴化を実施する方法を提案し、2種の吸音条件を想定したオーディトリウムを対象とする数値実験によりその妥当性と有効性を検証する。

第7章では、本研究の成果ならびに今後の課題についてまとめ、総括とする。

本論文で開発した FEM プログラムはすべて Fortran 95 をプログラム言語としている。FEM による計算結果の解析や信号処理には Matlab を言語としたプログラムを使用した。

第2章 既存の有限要素法による室内音響解析手法

本章では、既存のFEMによる室内音響解析手法について述べる。2.1節では支配方程式である波動方程式を弱形式の積分方程式に変換し、空間の有限要素離散化により最も基本的な陰的TD-FEMならびにFD-FEMによる音響解析手法を構築する手続きについて説明する。2.2節では時空間離散化に伴う分散誤差について具体例の提示を含めて説明する。ここでは、本論文で新たに構築する手法にも適用する分散誤差低減法の1つである修正積分則 [33, 34] についてもその効能を含めて説明する。2.3節では室内音響予測において重要な境界面における吸音に関する理論について整理し、本論文において理論的な吸音予測に用いる伝達マトリクス法 [85] の紹介を行う。また、2つの吸音体を対象として局所作用吸音境界と拡張作用吸音境界の違いを例示する。2.4節ではOkuzonoら [39], Yoshidaら [40] のそれぞれが開発した従来の陽的TD-FEMの定式化を示し、TD-FEMによる室内音響解析手法における最も基本的な吸音境界である周波数に非依存な等価インピーダンスモデルと音源項の取り扱いについて述べる。2.5節では従来の陽的TD-FEMの計算性能を理論解析と数値実験を通して例示する。

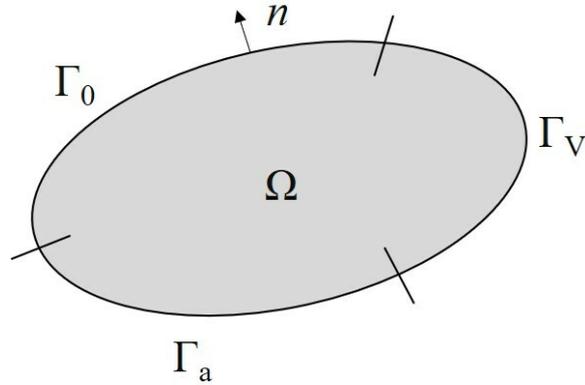


Fig. 2.1 Sound field Ω closed with boundary Γ where three boundary conditions of rigid boundary Γ_0 , vibration boundary Γ_v and sound absorbing boundary Γ_a are assumed.

2.1 有限要素法による基本的な室内音響解析手法

支配方程式と基礎積分方程式

Fig. 2.1 に示す境界 Γ で囲まれた閉空間音場 Ω 内での時間領域の音響伝搬を考える。 Ω 内の音響伝搬は、音圧 p に関する 2 階のスカラー波動方程式により記述される。

$$\frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p(\mathbf{r}, t) = \rho_0 c_0^2 \frac{\partial q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \text{ in } \Omega \quad (2.1)$$

ここで、 ρ_0 , c_0 , q はそれぞれ空気密度、音速、単位体積あたりの音源の体積速度である。また、 t は時間を、 \mathbf{r} と \mathbf{r}_s はそれぞれ Ω 内の任意の点の位置ベクトルならびに音源の位置ベクトルを表す。 ∇^2 はラプラシアン、 δ は Dirac のデルタ関数である。境界 Γ に関して、剛境界 Γ_0 、振動境界 Γ_v 、吸音境界 Γ_a の 3 種を想定すると、境界条件式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial n} = \begin{cases} 0 & \text{on } \Gamma_0 \\ -\rho_0 \dot{v}_n(\mathbf{r}, t) & \text{on } \Gamma_v \\ -\frac{1}{c_0} y(\mathbf{r}) \dot{p}(\mathbf{r}, t) & \text{on } \Gamma_a \end{cases} \quad (2.2)$$

ここで、 v_n は法線方向振動速度、 y は周波数に非依存な比音響アドミタンス比を表す。また、 $\dot{(\)}$ は時間に関する 1 階微分 $\frac{\partial}{\partial t}$ を表す。なお、吸音境界において、周波数依存な比音響アドミタンス比を仮定する場合については第 5 章で詳細に検討する。

FEM は微分方程式を弱形式とよばれる積分形式に変換し間接的に解く方法である。重み付き残差法に基づき、波動方程式に任意の重み関数 Φ を乗じ、音場全体に対して積分することで以下の積分方程式を導出する。

$$\int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}, t) \left[\frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \rho_0 c_0^2 \frac{\partial q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \right] d\Omega = 0 \quad (2.3)$$

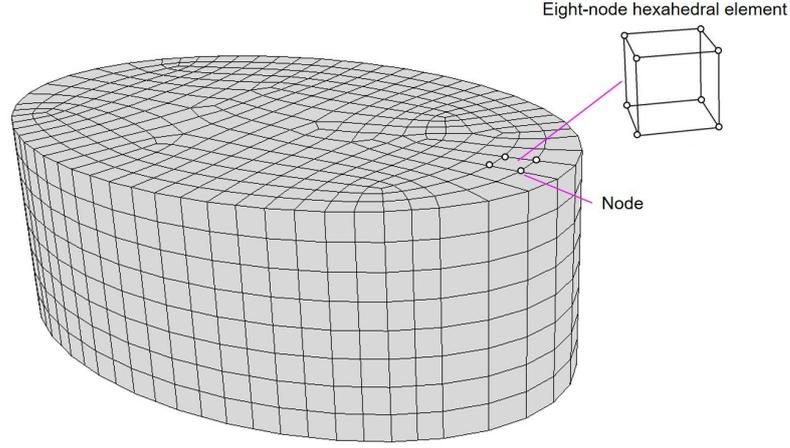


Fig. 2.2 A sound field spatially discretized with hexahedral shape FEs.

式 (2.3) の左辺第二項に Green の定理を適用し式を整理することで、以下の波動方程式の弱形式が得られる。

$$\int_{\Omega} \left[\Phi(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + c_0^2 \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \nabla p(\mathbf{r}, t) - \Phi \rho_0 c_0^2 \frac{\partial q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \right] d\Omega - c_0^2 \int_{\Gamma} \Phi(\mathbf{r}, t) \frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (2.4)$$

なお、Green の定理は f と g をスカラー関数とすると、以下の 2 式が成り立つというものである [86].

$$\iiint_{\Omega} (f \nabla^2 g + \nabla f \nabla g) dV = \iint_S f \frac{\partial g}{\partial n} dA \quad (2.5)$$

$$\iiint_{\Omega} (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dV = \iint_S \left(f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dA \quad (2.6)$$

有限要素による空間離散化

FEM では式 (2.4) を数値的に解くため、音場 Ω を有限要素 (FE) と呼ばれる有限個の部分領域に分割する。 n_e 個の FE で要素分割したときの各要素の領域を Ω_e とすると音場 Ω は以下のように近似される。

$$\Omega \approx \bigcup_{e=1}^{n_e} \Omega_e \quad (2.7)$$

Fig. 2.2 は六面体要素を用いた音場の有限要素分割の例である。他にも四面体要素、三角柱要素、四角錐要素など様々な形状の有限要素が存在する。本論文では、2次元解析では4節点四辺形要素を、3次元解析では8節点六面体要素を使用する。この要素分割により式 (2.4) の弱形式は、要素

Table 2.1 Shape function for isoparametric element denoted in the local coordinate system (ξ, η, ζ): (a) four-node quadrilateral element and (b) eight-node hexahedral element

(a) Four-node quadrilateral element

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
N_i	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$

(b) Eight-node hexahedral element

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
N_i	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta)$
	$i=5$	$i=6$	$i=7$	$i=8$
N_i	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta)$

ごとの積分の和として次のように表現できる.

$$\begin{aligned} & \sum_e^{n_e} \int_{\Omega_e} \left[\Phi(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + c_0^2 \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \nabla p(\mathbf{r}, t) - \Phi \rho_0 c_0^2 \frac{\partial q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \right] d\Omega_e \\ & = \sum_e^{n_e} c_0^2 \int_{\Gamma} \Phi(\mathbf{r}, t) \frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial n} d\Gamma_e \end{aligned} \quad (2.8)$$

FEMでは、要素 Ω_e 内の音圧 p を、内挿関数 $N_i(\boldsymbol{\xi})$ と未知数である要素 e 内の節点音圧 p_i^e を用いて次のように近似する.

$$p(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^{n_n} N_i(\boldsymbol{\xi}) p_i^e = \mathbf{N} \mathbf{p}_e \text{ in } \Omega_e \quad (2.9)$$

ここで、 n_n は要素内節点数、 \mathbf{N} は内挿関数ベクトル、 \mathbf{p}_e は要素節点音圧ベクトルをそれぞれ表す. 局所座標系 (ξ, η, ζ) における4節点四面体要素ならびに8節点六面体要素を用いた場合の内挿関数 $N_i(\boldsymbol{\xi})$ をTable 2.1に示す. 本要素は同一の内挿関数を用いて全体座標 (x, y, z) と局所座標 (ξ, η, ζ) の関係を規定するアイソパラメトリック要素と呼ばれる種類の要素であり、その座標変換は以下のように与えられる.

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\boldsymbol{\xi}) x_i^e, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i(\boldsymbol{\xi}) y_i^e, \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i(\boldsymbol{\xi}) z_i^e \quad (2.10)$$

(x_i^e, y_i^e, z_i^e) は要素 Ω_e の節点 i における全体座標を表す. 参考として、本論文で使用する4節点四辺形要素と8節点六面体要素の全体座標系と局所座標系との対応をFig. 2.3に示す. 図中の全体座標系の要素の各節点座標の添え字の数字と局所座標系の要素の節点に赤字で添えたローマ数字はそれぞれ要素内節点番号を表す. 重み関数 Φ の定義法については、内挿関数 \mathbf{N} に同一の関数形を用いるGalerkin法を使用する. Galerkin法により下式が得られる.

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \mathbf{N} \boldsymbol{\Phi}_e \quad (2.11)$$

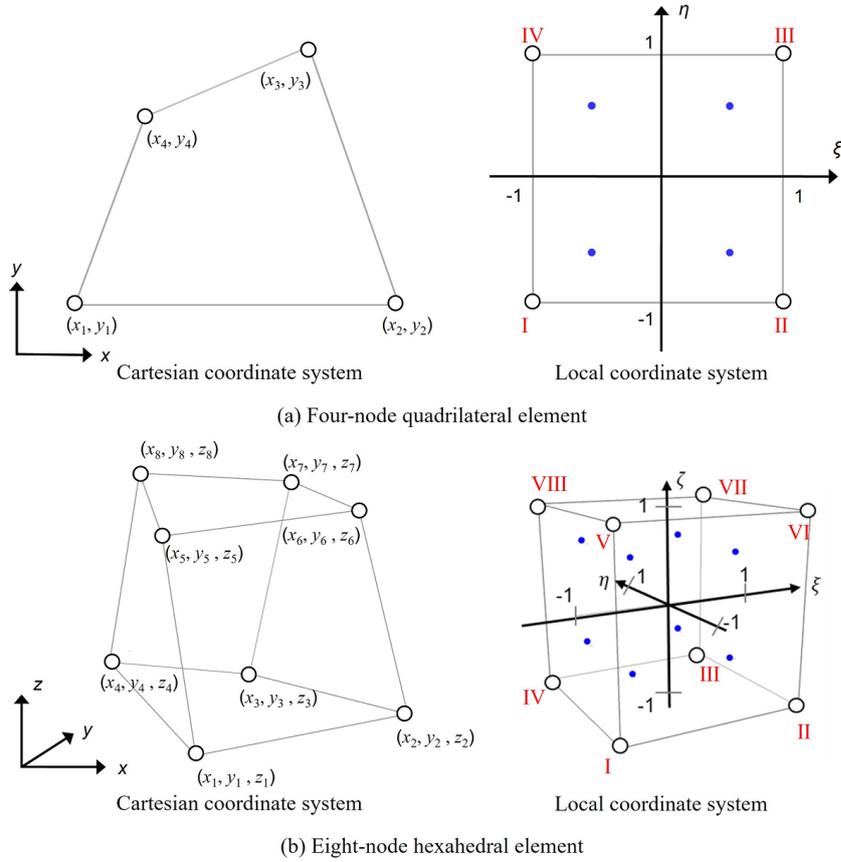


Fig. 2.3 Finite elements in Cartesian coordinate system and local coordinate system: (a) four-node quadrilateral element and (b) eight-node hexahedral element. Blue points in the local coordinate system present local coordinates for integration points.

ここで、 Φ_e は重み関数の節点値であり任意の値をとる。式 (2.9), 式 (2.11) を式 (2.8) に代入し整理すると以下の有限要素方程式を得る。

$$\sum_e^{n_e} \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega_e \dot{\mathbf{p}}_e + c_0^2 \int_{\Omega_e} \nabla \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{N} d\Omega_e \mathbf{p}_e - \rho_0 c_0^2 \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \dot{q} d\Omega_e \right) = \sum_e^{n_e} c_0^2 \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial n} d\Gamma_e \quad (2.12)$$

ただし、 $(\ddot{\cdot})$ は時間に関する二階微分 $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ を表す。最終的に、式 (2.2) の 3 種の境界条件式を代入すると以下の半離散化行列方程式が導出される [32]。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{p}} + c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p} + c_0 \mathbf{y} \mathbf{C} \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{f} \quad (2.13)$$

ここで、行列 \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{C} は全体質量行列, 全体剛性行列, 全体減衰行列を表す。また、 \mathbf{f} は外力ベクトル, $\ddot{\mathbf{p}}, \dot{\mathbf{p}}, \mathbf{p}$ は、 $\dot{\mathbf{p}}_e, \dot{\mathbf{p}}_e, \mathbf{p}_e$ の全体ベクトルである。行列 \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{C} とベクトル \mathbf{f} の詳細は以下の通りである。

$$\mathbf{M} = \sum_e \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega_e \quad (2.14)$$

$$\mathbf{K} = \sum_e \int_{\Omega_e} \nabla \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{N} d\Omega_e \quad (2.15)$$

$$\mathbf{C} = \sum_e \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Gamma_e \quad (2.16)$$

$$\mathbf{f} = \sum_e [-\rho_0 c_0^2 \dot{v}(\mathbf{r}, t) \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T d\Gamma_e + \rho_0 c_0^2 \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_f^T \dot{q} d\Omega_e] \quad (2.17)$$

陰的な時間領域有限要素法のための時間進行スキーム

時間領域解析では空間の離散化に加え、時間方向の離散化も必要である。半離散化行列方程式 (2.13) は 2 階の常微分方程式であり、このような MCK 型方程式のための直接時間積分法としては Newmark β 法, HHT- α 法, 一般化 α 法などの様々な手法が提案されている。ここでは、最も基礎的な Newmark β 法 [20, 22] を用いて時間を離散化する。Newmark β 法を適用すると以下の陰的 TD-FEM のための時間進行スキームが導出される [32].

$$(\mathbf{M} + \beta c_0^2 \Delta t^2 \mathbf{K} + \frac{c_0 \Delta t y}{2} \mathbf{C}) \ddot{\mathbf{p}}^{n+1} = \mathbf{f}^{n+1} - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{P}_1 - c_0 y \mathbf{C} \mathbf{P}_2 \quad (2.18)$$

$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n + \Delta t \dot{\mathbf{p}}^n + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{p}}^n + \Delta t^2 \beta \ddot{\mathbf{p}}^{n+1} \quad (2.19)$$

$$\dot{\mathbf{p}}^{n+1} = \dot{\mathbf{p}}^n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{p}}^n + \ddot{\mathbf{p}}^{n+1}) \quad (2.20)$$

ただし,

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{p}^n + \Delta t \dot{\mathbf{p}}^n + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{p}}^n, \quad \mathbf{P}_2 = \dot{\mathbf{p}}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{p}}^n \quad (2.21)$$

ここで, n は時間ステップ, Δt は時間刻み幅である。 β は Newmark 法における精度と安定性に関するパラメータである。よく知られているのは $\beta = \frac{1}{4}$ の平均加速度法, $\beta = \frac{1}{6}$ の線形加速度法, $\beta = \frac{1}{12}$ の Fox-Goodwin 法である。陰的 TD-FEM により音場の時間発展をシミュレートするには、時間ステップごとに直接法または反復法を用いて連立 1 次方程式 (2.18) を解く必要がある。また、TD-FEM による解析では安定した解を得るために要素サイズ, 音速, 時間積分法に応じた安定条件を満たすように時間刻み幅を設定する必要がある。

周波数領域有限要素法のための離散化方程式

時間因子に $\exp(j\omega t)$ を仮定し, 式 (2.13) を Fourier 変換すると以下の周波数領域における離散化方程式が得られる。

$$(\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M} + jy k \mathbf{C}) \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (2.22)$$

ここで, ω は角周波数, k は波数, j は虚数単位 $j^2 = -1$ である。式 (2.22) の連立 1 次方程式を直接法あるいは反復法を用いて解くことで, 定常状態における音場の周波数応答が得られる。

2.2 時空間離散化に伴う分散誤差と修正積分則

FEM を用いた音響解析では空間または時空間の離散化に伴い分散誤差と呼ばれる離散化誤差が発生する。分散誤差は時間領域解析においては音速の誤差として現れ、周波数領域解法では波数の誤差として現れる。また、周波数依存性と伝搬方向角依存性をもち、一般的に高周波数になるに従い誤差は大きくなる。分散誤差は音波伝搬に伴い蓄積されていき、シミュレーション結果の信頼性を損なう。従って、TD-FEM による適切な室内音響解析を実施するには分散誤差を許容範囲内に抑えることが重要である。基本的な分散誤差低減法は要素サイズを解析音波長と比べて細かくしていくことが挙げられる。式 (2.18)–(2.20) からなる陰的 TD-FEM は空間離散化に 4 節点四辺形要素、8 節点六面体要素といった線形要素を使用した場合、分散誤差の収束に関して空間 2 次精度となる。例えば、要素サイズ h の立方体要素と時間積分に時間 4 次精度 Fox–Goodwin 法を用いた陰的 TD-FEM の分散誤差 $e_{\text{dispersion}}$ は分散誤差解析より以下となる [32].

$$e_{\text{dispersion}} = \frac{(kh)^2}{24} (\cos^4 \phi \sin^4 \theta + \sin^4 \phi \sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \frac{(kh)^4}{480} \left(\frac{c_0 \Delta t}{h}\right)^4 \quad (2.23)$$

ここで、 θ, ϕ は音波の伝搬方向における仰角、方位角をそれぞれ表す。式 (2.23) によると線形要素を用いた陰的な TD-FEM では空間離散化に伴う分散誤差を 1% 以下とするためには要素サイズを解析周波数の音波長の $1/12$ 以下とする必要がある。しかし、分散誤差低減法の一つである修正積分則を使用すると容易に空間 4 次精度を達成し、より大きなサイズの要素を用いて分散誤差を抑えることができる。修正積分則では、まず、以下の Gauss-Legendre の 2 点積分による \mathbf{M}, \mathbf{K} の要素行列 $\mathbf{M}_e, \mathbf{K}_e$ の構築を考える。

$$\mathbf{M}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mathbf{N}(\alpha_{m,h}, \alpha_{m,i}, \alpha_{m,j})^T \mathbf{N}(\alpha_{m,h}, \alpha_{m,i}, \alpha_{m,j}) \det(\mathbf{J}) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{K}_e = \int_{\Omega_e} \nabla \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{N} d\Omega_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \nabla \mathbf{N}(\alpha_{k,h}, \alpha_{k,i}, \alpha_{k,j})^T \nabla \mathbf{N}(\alpha_{k,h}, \alpha_{k,i}, \alpha_{k,j}) \det(\mathbf{J}) \quad (2.25)$$

ここで、 \mathbf{J} はヤコビアン行列を表す。上式は 8 節点六面体の場合であり、 $\alpha_{m,h}, \alpha_{m,i}, \alpha_{m,j}$ ならびに $\alpha_{k,h}, \alpha_{k,i}, \alpha_{k,j}$ はそれぞれ $\mathbf{M}_e, \mathbf{K}_e$ の積分計算に使用する局所座標系の ξ, η, ζ 軸方向における積分点の座標である。積分点は Fig. 2.3 の局所座標系の要素において青色の点で例示している。4 節点四辺形要素の場合は ξ, η 方向の積分のみを使用する。基本的な Gauss-Legendre の 2 点積分では以下の積分点を使用する。

$$\alpha_{m,h} = \alpha_{m,i} = \alpha_{m,j} = \alpha_{k,h} = \alpha_{k,i} = \alpha_{k,j} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \quad (2.26)$$

一方、修正積分則では以下の積分点を使用する [33, 34].

$$\alpha_{m,h} = \alpha_{m,i} = \alpha_{m,j} = \alpha_{k,h} = \alpha_{k,i} = \alpha_{k,j} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.27)$$

式 (2.27) の積分点を使用することで分散誤差解析に基づく分散誤差は以下の時空間 4 次精度となる。

$$e_{\text{dispersion}} = \frac{(kh)^4}{480} \left(\cos^6 \phi \sin^6 \theta + \sin^6 \phi \sin^6 \theta + \cos^6 \theta - \left(\frac{c_0 \Delta t}{h}\right)^4 \right) \quad (2.28)$$

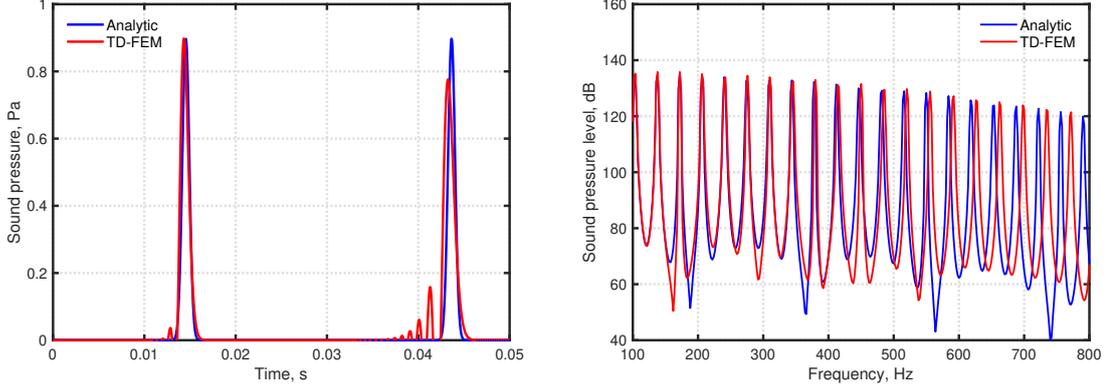


Fig. 2.4 Comparison between Analytic solution and the implicit TD-FEM with the conventional integration points of Eq. (2.26): waveform (Left) and frequency response (Right)

式 (2.28) より修正積分則を使用した陰的 TD-FEM は波長あたり 4.5 要素の FE 離散化で空間離散化に伴う分散誤差を 1% 以下に抑えることができ、従来の積分点を用いる場合と比べてサイズが 2 倍以上の大きな要素を用いて同一精度の解析が可能である。また、修正積分則を使用すると陰的な TD-FEM では安定性が緩和され、より大きな時間刻み幅を用いて計算できるようになる。例えば、Fox–Goodwin 法に基づく時間進行スキームの場合、式 (2.26) の従来の積分点による安定条件式は以下となる。

$$\Delta t \leq \begin{cases} \frac{h}{2c_0} & \text{for 2D problem} \\ \frac{h}{\sqrt{6}c_0} & \text{for 3D problem} \end{cases} \quad (2.29)$$

一方で、式 (2.26) の積分点を使用すると安定条件は以下となる。

$$\Delta t \leq \begin{cases} \frac{h}{\sqrt{2}c_0} & \text{for 2D problem} \\ \frac{h}{\sqrt{3}c_0} & \text{for 3D problem} \end{cases} \quad (2.30)$$

分散誤差への理解を助けるために 2 つの簡単な数値実験を行う。まず、分散誤差の時間波形ならびに周波数応答への影響と修正積分則の効果を例示する。長さ 10 m、幅 0.1 m の 2 次元音場を要素サイズ 0.05 m の正方形要素で離散化し、音場左端に上限周波数 800 Hz の Gaussian パルスを初期条件として与え、従来の積分点ならびに修正積分則を使用した陰的 TD-FEM により音場中心における時間波形を計算した。音場の境界はいずれも剛境界とした。また、0.5 s 間の時間波形に Hann 窓をかけた上で離散 Fourier 変換を行うことで周波数応答を算出した。時間積分には Fox–Goodwin 法を使用し、時間刻み幅は積分点によらず $1/23,812$ s とした。計算結果は剛境界からなる 2 次元音場の解析解と比較する。解析解の算出法は 4.3.1 項を参考にされたい。

Figs. 2.4, 2.5 に従来の積分点ならびに修正積分則を使用した陰的 TD-FEM による計算結果をそれぞれ示す。なお、時間波形は分散誤差の影響を見やすくするために 0.05 s 間のみ示している。従来の積分点を用いた陰的 TD-FEM による時間波形は解析解より早く受音点に到来しており、分散誤差によって音速が速くなっていることが分かる。また、特に分散誤差が大きくなる高周波数成分がパルス信号から分離している。また、第 1 波と比べて第 2 波の方が誤差が大きく、分散誤差が

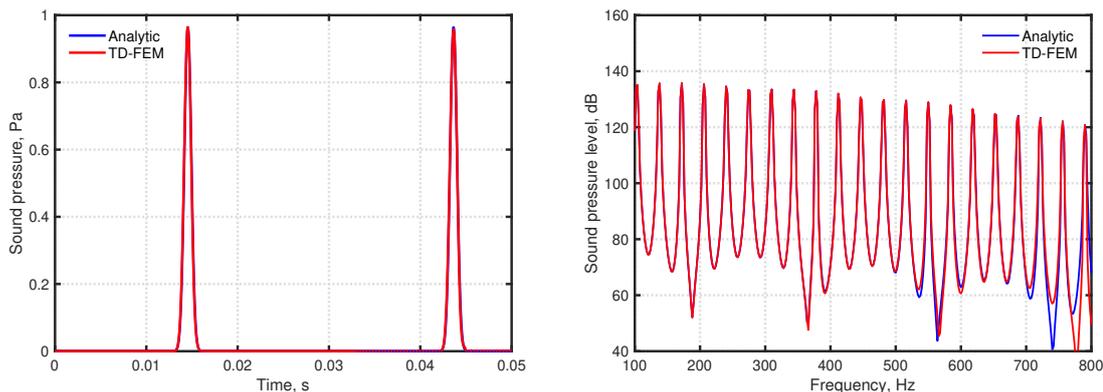


Fig. 2.5 Comparison between Analytic solution and the implicit TD-FEM with the modified integration points of Eq. (2.27): waveform (Left) and frequency response (Right)

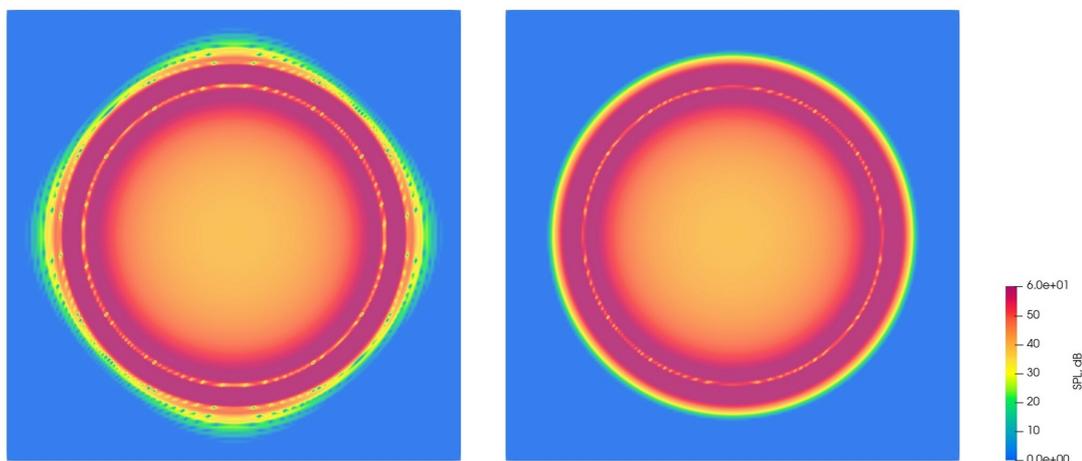


Fig. 2.6 Distribution of sound pressure level simulated by the implicit TD-FEM with the conventional integration point (Left) and the modified integration point (Right).

音波伝搬に伴い蓄積していく様子がわかる。周波数応答については高域で解析解と比べてピーク・ディップが生じる周波数が高くなっており、周波数が高くなるに従い乖離の程度は増大している。一方、修正積分則を用いた陰的 TD-FEM による計算結果は時間波形と周波数応答のいずれも解析解と良好に一致しており、簡単な積分点の変更により要素サイズを細かくすることなく分散誤差を著しく低減できることがわかる。なお、従来の積分点を用いた陰的 TD-FEM においてもより空間解像度高い FE メッシュを使用することで修正積分則を用いた場合と同様の結果が得られる。

続いて、分散誤差における異方性を例示する。1 辺が 8 m の正方形領域の中心に上限周波数 800 Hz の Gaussian パルス初期条件として与えた際の過渡音場を従来の積分点ならびに修正積分則を使用した陰的 TD-FEM に計算する。空間離散化には要素サイズ 0.05 m の正方形要素を使用する。時刻 80 ms における音圧レベル分布を Fig. 2.6 に示す。従来の積分点を用いた結果は伝搬方向によって音速が異なる異方性を示しており、軸方向で特に音速が速くなっている。一方、修正積分則を用いた結果では分散誤差が低減されたことにより等方的に音波伝搬している。

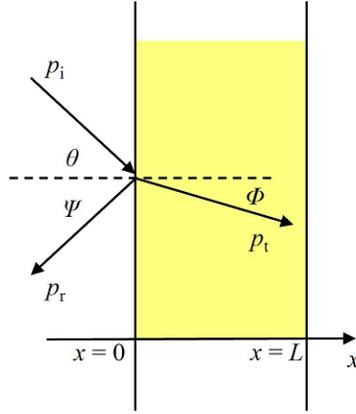


Fig. 2.7 Relation among an incident sound p_i , a reflected sound p_r and a transmission sound p_t on a sound absorbing boundary.

以上のように音場を適切にシミュレートする上で分散誤差を低減することは重要であり，要素サイズを変更せずに分散誤差を大幅に低減できる修正積分則は計算効率の観点で強力な分散誤差低減法である．

2.3 吸音境界の理論と伝達マトリクス法に基づくモデル化法

Fig. 2.7に示すような $x = 0$ に設置された厚みが L の多孔質吸音材に平面波が角度 θ で入射する場合を対象として室境界面における吸音の基礎理論を整理する．また，吸音材の吸音特性を予測するための理論的な手法として伝達マトリクス法 [85] について説明する．なお，本論文では多孔質材は剛な骨格からなる等価流体 [87] でモデル化する．等価流体モデルでは，巨視的なスケールにおいて多孔質材中の空気を粘性や熱伝導などによる損失を考慮した複素実効密度と複素体積弾性率をもつ流体として扱う．多孔質材の骨格振動を考慮するモデル化手法については文献 [88] を参考にされたい．まず，吸音材表面の平面波の振る舞いから吸音に関する基本的なパラメータの導出を行う．ここで， $x < 0$ は空気領域とする．入射波 p_i ，反射波 p_r はそれぞれ次式で表される．

$$p_i = A_i \exp(-jk_x \cos \theta) \quad (2.31)$$

$$p_r = A_r \exp(jk_x \cos \psi) \quad (2.32)$$

ここで， A_i ， A_r はそれぞれ入射波，反射波の振幅， ψ は反射角を表す．また， x 方向における定常状態の運動方程式

$$j\omega\rho_0 v_x = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.33)$$

より入射波と反射波の x 方向の粒子速度はそれぞれ以下となる．

$$v_i = \frac{\cos \theta}{Z_0} p_i \quad (2.34)$$

$$v_r = -\frac{\cos \phi}{Z_0} p_r \quad (2.35)$$

ここで, v_i, v_r は入射波と反射波の x 方向の粒子速度をそれぞれ表す. Z_0 は空気特性インピーダンス $\rho_0 c_0$ である. Fermat の原理より

$$\theta = \psi \quad (2.36)$$

が成り立つ. また, 複素音圧反射係数 R_A は次式で定義される.

$$R_A = \frac{p_r}{p_i} \quad (2.37)$$

空気領域と多孔質材との境界面 ($x = 0$) において以下の2つの連続条件が成立する.

$$p_i + p_r = p_t \quad (2.38)$$

$$v_i - v_r = v_t \quad (2.39)$$

ここで, p_t は透過波, v_t は透過波の x 方向の粒子速度である. 以上より, 多孔質吸音材表面の表面のインピーダンス Z_n は次のように表される.

$$Z_n = \frac{p_t}{v_t} = \frac{p_i + p_r}{v_i - v_r} = \frac{Z_0}{\cos \theta} \frac{1 + R_A}{1 - R_A} \quad (2.40)$$

従って, R_A は以下のように計算できる.

$$R_A = \frac{Z_n \cos \theta - Z_0}{Z_n \cos \theta + Z_0} = \frac{z_n \cos \theta - 1}{z_n \cos \theta + 1} \quad (2.41)$$

ここで, z_n は吸音材表面の比音響インピーダンス比 Z_n/Z_0 である. 吸音材の吸音率 α は次式で定義される.

$$\alpha = 1 - |R_A|^2 = 1 - \left| \frac{z_n \cos \theta - 1}{z_n \cos \theta + 1} \right|^2 \quad (2.42)$$

従って, 吸音材表面のインピーダンスを適切にモデル化できれば室境界面における吸音を適切に考慮することができる. なお, 式 (2.42) より吸音率は入射角依存性をもつことが分かる. ここで, 本研究において吸音境界に与えられる比音響アドミタンス比 y は z_n の逆数である. すなわち,

$$y = \frac{1}{z_n} \quad (2.43)$$

続いて, 吸音材内部の平面波伝搬について考える. ここで, 多孔質材中の実効的な波数, 密度, 音速をそれぞれ k_e, ρ_e, c_e とする. 吸音材内部の音圧は進行波と後退波の重ね合わせとして次のように書ける.

$$p_t(x) = B_1 \exp(-jk_e x \cos \phi) + B_2 \exp(jk_e x \cos \phi) \quad (2.44)$$

ここで, ϕ は透過角を表す. また, 運動方程式より x 方向の粒子速度は以下となる.

$$v_t(x) = \frac{B_1 \cos \phi}{Z_c} \exp(-jk_e x \cos \phi) - \frac{B_2 \cos \phi}{Z_c} \exp(jk_e x \cos \phi) \quad (2.45)$$

ここで, Z_c は吸音材の特性インピーダンス $\rho_e c_e$ を表す. ここで, $x = 0$ における音圧と粒子速度はそれぞれ以下となる.

$$p_t(0) = B_1 + B_2 \quad (2.46)$$

$$v_t(0) = \frac{(B_1 - B_2) \cos \phi}{Z_c} \quad (2.47)$$

また, $x = L$ における音圧と粒子速度はそれぞれ以下となる.

$$p_t(L) = (B_1 + B_2) \cos(k_e L \cos \phi) - j(B_1 - B_2) \sin(k_e L \cos \phi) \quad (2.48)$$

$$v_t(L) = \frac{(B_1 - B_2) \cos \phi}{Z_c} \cos(k_e L \cos \phi) - j \frac{(B_1 + B_2) \cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi) \quad (2.49)$$

式 (2.46)–(2.49) より $x = L$ における音圧と粒子速度は $x = 0$ の値を用いて次のように計算できる.

$$p_t(L) = \cos(k_e L \cos \phi) p_t(0) - j \frac{Z_c}{\cos \phi} \sin(k_e L \cos \phi) v_t(0) \quad (2.50)$$

$$v_t(L) = -j \frac{\cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi) p_t(0) + \cos(k_e L \cos \phi) v_t(0) \quad (2.51)$$

式 (2.50), (2.51) は以下の行列形式で表すこともできる.

$$\begin{bmatrix} p_t(L) \\ v_t(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_e L \cos \phi) & -j \frac{Z_c}{\cos \phi} \sin(k_e L \cos \phi) \\ -j \frac{\cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi) & \cos(k_e L \cos \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t(0) \\ v_t(0) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

式 (2.52) の逆行列を用いることで次式のように書き換えることもできる.

$$\begin{bmatrix} p_t(0) \\ v_t(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_e L \cos \phi) & j \frac{Z_c}{\cos \phi} \sin(k_e L \cos \phi) \\ j \frac{\cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi) & \cos(k_e L \cos \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t(L) \\ v_t(L) \end{bmatrix} = T_M \begin{bmatrix} p_t(L) \\ v_t(L) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

T_M は流体層の伝達マトリクスである. なお, Snell の法則

$$k \sin \theta = k_e \sin \phi \quad (2.54)$$

より T_M は入射角 θ を用いて以下のように書き改めることもできる.

$$T_M = \begin{bmatrix} \cos(k_3 L) & j Z_c \frac{k_e}{k_3} \sin(k_3 L) \\ j \frac{1}{Z_c} \frac{k_3}{k_e} \sin(k_3 L) & \cos(k_3 L) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

ここで, $k_3 = (k_e^2 - k^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$ である. 吸音体背後が剛壁である場合, $p_t = 1$ とすると式 (2.53) より吸音体表面の音圧と粒子速度は以下となる.

$$\begin{bmatrix} p_t(0) \\ v_t(0) \end{bmatrix} = T_M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_e L \cos \phi) \\ j \frac{\cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

従って, 式 (2.40) より多孔質材の表面インピーダンス Z_n は次式となる.

$$Z_n = \frac{\cos(k_e L \cos \phi)}{j \frac{\cos \phi}{Z_c} \sin(k_e L \cos \phi)} = -j \frac{Z_c}{\cos \phi} \cot(k_e L \cos \phi) \quad \text{or} \quad -j Z_c \frac{k_e}{k_3} \cot(k_3 L) \quad (2.57)$$

式 (2.57) によると吸音材表面のインピーダンスが入射角依存性をもつことが分かる. ここで, 吸音境界においてその表面インピーダンスの入射角依存性を考慮する場合を拡張作用境界と呼ぶ. 一方で, 吸音材内部が細かいハニカムコアで仕切られている場合や, 流体の流れ抵抗が大きい場合は透過角が入射角によらず境界面の法線方向 ($\phi = 0$) に近づく. この特徴を踏まえて表面インピー

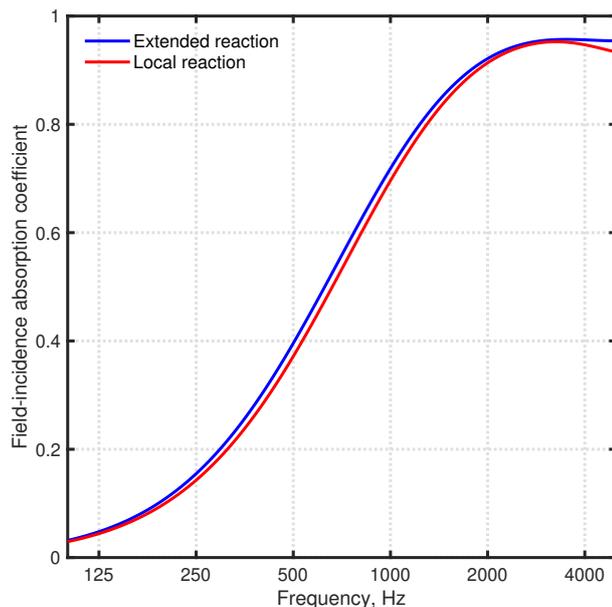


Fig. 2.8 Comparison of field-incidence absorption coefficient of glass wool between extended reaction boundary model and local reaction boundary model.

ダンスが入射角によらず $\phi = 0$ の場合の値となると仮定する吸音境界を局所作用境界と呼ぶ。以下では2つの吸音体の音場入射吸音率を対象に局所作用境界としてモデル化した場合と拡張作用境界としてモデル化した場合とを比較する。音場入射吸音率 α_f は各入射角における吸音率を以下の積分式で入射角平均することで求まる。

$$\alpha_f = \frac{\int_0^{78^\circ} \alpha(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{78^\circ} \sin \theta \cos \theta d\theta} \quad (2.58)$$

なお、積分区間が $0 \sim \pi/2$ の場合は統計入射吸音率となる。局所作用境界の吸音率は入射角によらず透過角を $\phi = 0$ とすることで求まる。最初の対象は密度が 96 kg/m^3 、厚みが 25 mm のグラスウールを剛壁前に設置した吸音体とする。ここで、式 (2.57) を用いて等価流体モデルに基づく多孔質材の表面インピーダンスを求めるには実効波数 k_e と特性インピーダンス Z_c を算定する必要がある。等価流体モデル内部の伝搬特性を予測する手法としては細い円筒管内の音波伝搬性状を応用する半現象論的な方法と音響管での計測値に基づく流れ抵抗との関係を用いる実験的な手法が存在する [89]。ここでは、実験的な手法の中でも代表的な Miki モデル [90] を用いて等価流体中の音波の伝搬性状をモデル化する。Miki モデルによれば k_e と Z_c は流体の単位厚さ流れ抵抗 R_f を用いて次式で算定できる。

$$k_e(f) = k_0 \left(1 + 0.109 \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.618} - j0.160 \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.618} \right) \quad (2.59)$$

$$Z_c(f) = Z_0 \left(1 + 0.070 \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.632} - j0.107 \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.632} \right) \quad (2.60)$$

以下では $R_f = 50,000 \text{ Pas/m}^2$ として計算を行う。結果を比較して Fig. 2.8 に示す。局所作用境界モデルと拡張作用境界モデルの結果はよく一致しており、流れ抵抗が大きく薄い多孔質材は局

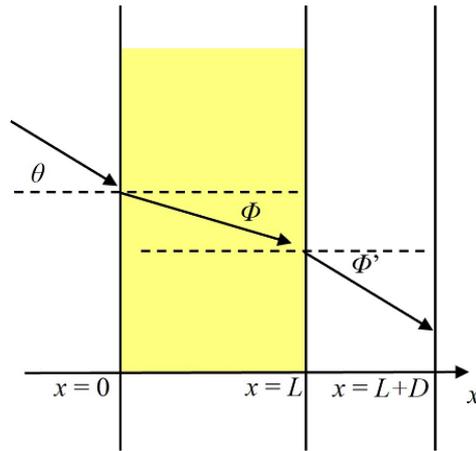


Fig. 2.9 A porous sound absorber with air cavity.

所作用性の仮定が有効な吸音材であることがわかる。

続いて、密度が 96 kg/m^3 、厚みが 25 mm のグラスウールを空気層 50 mm を設けて剛壁前に設置した場合について考える。モデルのイメージを Fig. 2.9 に示す。図中の ϕ' は背後空気層における透過角を表す。こちらは Snell の法則より入射角 θ と等しくなる。なお、複層材料の伝達マトリクスは各部材の伝達マトリクスの積で表される。例えば、多孔質材の伝達マトリクスを T_p 、空気層の伝達マトリクスを T_a とすると多孔質材+空気層からなる吸音体の伝達マトリクス $T_{p \times a}$ は次式で表せる。

$$T_{p \times a} = T_p T_a \quad (2.61)$$

グラスウール+空気層の局所作用境界モデルと拡張作用境界モデルの音場入射吸音率を Fig. 2.10 に比較して示す。グラスウール単体の場合と異なり、局所作用境界と拡張作用境界で結果が大きく乖離していることが分かる。これは空気層の入射角依存性が強いためである。従って、空気層を含むような吸音材を扱う場合は拡張作用境界として扱うことが精度の観点で重要である。

薄い吸音材の伝達マトリクス

PM や MPP のような薄い吸音材を含む吸音構造の伝達マトリクス法に基づく吸音予測法について説明する。材がモデル化を行う周波数範囲の波長と比べて十分薄く、局所作用の仮定が成り立つとする。その場合、材料が両面で同一の法線方向粒子速度 v_n と伝達インピーダンス Z_t をもつとして以下の関係式が成立する。

$$\frac{p_a - p_b}{v_n} = Z_t \quad (2.62)$$

ここで、 p_a ならびに p_b はそれぞれ材の表側ならびに裏側における音圧である。式 (2.62) より伝達インピーダンス Z_t をもつ薄い吸音材の伝達マトリクスは以下となる

$$T_t = \begin{bmatrix} 1 & Z_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

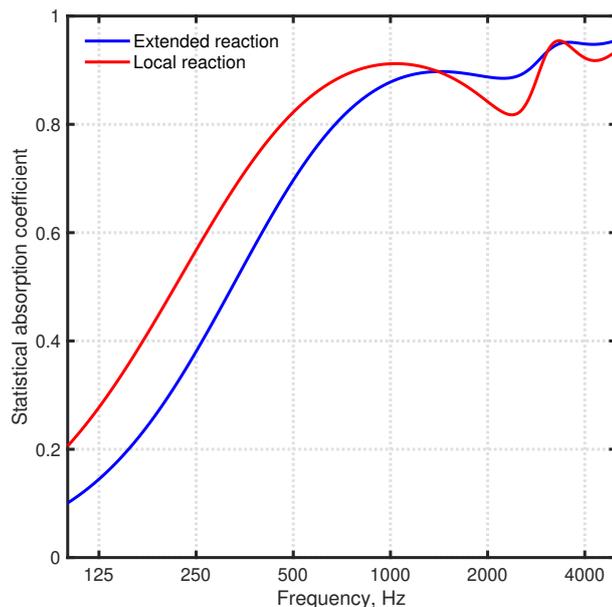


Fig. 2.10 Comparison of field-incidence absorption coefficient of glass wool with air space of 50 mm between extended reaction boundary model and local reaction boundary model.

続いて、PMとMPPの伝達インピーダンスの理論モデルについて説明する。PMは各種天然・化学繊維素材の通気性のある薄い織編物・不織布など示し、最も基本的なPM吸音体はPM、空気層、剛壁からなる単一PM吸音体である。その他に、単一PM吸音体の背後空気層にハニカムコアを設置し局所作用性とすることで低域の吸音性能を向上させたPM吸音体ハニカム [91]、背後空気層厚に応じて生じる吸音率の落ち込みを防ぐために深さの異なる背後空気層を並べ広帯域に渡って高い吸音性能を発揮するPM吸音体アレイ [92, 93]、設置の柔軟性に優れた空間吸音体 [94, 95, 96, 97] が存在する。PMは製作コストが低く、加工性に優れた材である。MPPは厚さ1 mm以下の薄板や膜などに直径1 mm以下、開孔率1%程度の微細孔を開けた素材で、背後に空気層を設けることでHelmholtz型の吸音機構を構成する [98]。MPPは通常の穿孔板と異なり孔自体が適度な音響抵抗と音響質量をもつため背後に多孔質材を設けなくても高い吸音性能を発揮できる。こちらも背後に空気層と剛壁を設けた単一MPP吸音体が最も基本的な吸音構造である。しかし、単一MPP吸音体は吸音帯域が選択的のためより広帯域な吸音特性を得るために複数枚のMPPを用いた吸音体 [99]、背後にPMを設置または多孔質材を充填した吸音体 [100, 101] などが提案されている。また、PMと同様に背後にハニカムコアを設置した吸音体 [102]、厚さの異なる背後層を並べた吸音体 [103]、空間吸音体 [104, 105] が考案されている。また、近年では非一様な孔分布や孔径からなる不均一なMPP吸音体 [106] が注目を集めており、ドットアート手法を用いたデザイン的に優れた新しいMPP吸音体 [107, 108] の開発も行われている。

まず、PMの伝達インピーダンスを導出する。時間因子として $\exp(j\omega t)$ を仮定すると、PMでは膜両面の音圧差について以下の運動方程式が成立する。

$$j\omega M_{PM} v_m = p_a - p_b \quad (2.64)$$

ここで、 M_{PM} は PM の面密度、 v_m は膜の振動速度を表す。また、通気性膜の通気性は流れ抵抗で考慮する。流れ抵抗 R_{PM} は以下の式で定義される。

$$R_{\text{PM}} = \frac{p_a - p_b}{v_n - v_m} \quad (2.65)$$

式 (2.64), (2.65) より膜の伝達インピーダンス $Z_{t,\text{PM}}$ は以下となる。

$$Z_{t,\text{PM}} = \frac{p_a - p_b}{v_n} = \left(\frac{1}{R_{\text{PM}}} + \frac{1}{j\omega M_{\text{PM}}} \right)^{-1} \quad (2.66)$$

微細穿孔板の伝達インピーダンスについては Maa モデルがよく用いられる。これは円形断面の毛細管に線形 Navier–Stokes 方程式を適用することで微細孔の特性インピーダンスの式を導出し、微細孔の音響的な特徴に基づく近似を施すことで MPP の伝達インピーダンス $Z_{t,\text{MPP}}$ を以下のように表すものである。

$$Z_{t,\text{MPP}} = \frac{r + j\omega m}{\varepsilon} \quad (2.67)$$

ここで、

$$r = \frac{32\eta t_m}{d_m^2} \left(\sqrt{1 + \frac{K^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{8} K \frac{d_m}{t_m} \right) \quad (2.68)$$

$$\omega m = \rho_0 \omega t_m \left(1 + \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{K^2}{2}}} + 0.85 \frac{d_m}{t_m} \right) \quad (2.69)$$

$$K = d_m \sqrt{\frac{\omega \rho_0}{4\eta}} \quad (2.70)$$

ここで、 t_m , d_m , ε , η はそれぞれ MPP の板厚、孔径、開孔率、空気の粘性係数を表す。なお、式 (2.67) の伝達インピーダンスは板が剛な場合を仮定しており、板の音波入射に伴う振動を考慮する場合は板または非通気性の膜の伝達インピーダンスと剛な MPP の伝達インピーダンスの合成インピーダンスを使用すればよい [110]。

これらの薄い吸音材を用いる吸音体は基本的に背後層を伴うため、拡張作用性の吸音体となる。従って、これらの吸音材を音響シミュレーションの手法で扱う場合は拡張作用境界としてモデル化することが予測精度の観点で重要である。

2.4 従来の陽的な時間領域有限要素法による室内音響解析手法

時間進行スキーム定式化

陽的な TD-FEM では 2 階の常微分方程式 (2.13) と等価な以下の連立 1 階常微分方程式を扱う [38, 39, 40]。

$$D\dot{\mathbf{p}} = M\mathbf{v}, \quad (2.71)$$

$$D\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f} - c_0^2 \mathbf{K}\mathbf{p} - c_0 y \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}} \quad (2.72)$$

ここで、 \mathbf{D} は対角質量行列で、本論文では以下の row-sum 法 [22] に基づき \mathbf{M} より導出する。

$$D_{i,j} = \begin{cases} \sum_{n=1}^{n_n} M_{i,n} & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (2.73)$$

ここで、 $D_{i,j}$ ならびに $M_{i,j}$ はそれぞれ要素対角質量行列と要素質量行列の i 行 j 列成分を表す。他の代表的な \mathbf{D} の導出法としては Gauss-Lobatto 積分を用いる方法、Diagonal Scaling 法などが存在する [111]。 \mathbf{D} は対角成分のみから構成され、演算時にベクトルとして扱うことができる。従って、単位行列を \mathbf{I} とすると $\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{I}/\text{diag}(\mathbf{D})$ が成り立つので、式 (2.71), (2.72) のそれぞれを陽的に離散化すれば線形方程式を解かずに音圧の時間発展をシミュレートできる。また、 \mathbf{v} は音圧の時間 1 階微分 $\partial p/\partial t$ と等価な補助変数ベクトルを表す。基本的な陽的 TD-FEM による室内音場解析手法の時間進行スキームは式 (2.71) の $\dot{\mathbf{p}}$ ならびに式 (2.72) の $\dot{\mathbf{v}}$ を時間 2 次精度の中心差分近似により時間離散化し、式 (2.72) の右辺第 3 項の $\dot{\mathbf{p}}$ を時間 1 次精度後退差分近似することで導出される [38, 39]。

$$\dot{\mathbf{p}}^n = \dot{\mathbf{p}}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-1/2} \quad (2.74)$$

$$\dot{\mathbf{v}}^{n+1/2} = \dot{\mathbf{v}}^{n-1/2} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \left(\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n - \frac{c_0 y}{\Delta t} \mathbf{C} (\mathbf{p}^n - \mathbf{p}^{n-1}) \right) \quad (2.75)$$

さらに、以下の積分点を使用することで分散誤差の収束に関して時空間 4 次精度を達成する [34, 39]。

$$\alpha_m = \pm \sqrt{\frac{4 - \tau^2}{3}}, \quad \alpha_k = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.76)$$

ここで、 τ は Courant 数 $c_0 \Delta t/h$ である。Courant 数は正方形要素または立方体要素に対して定義されているため、本陽的 TD-FEM において高精度化が達成できる要素形状は正方形または立方体に限定され、FEM の強みである高い形状近似能力が損なわれる。本研究の目的の 1 つは、第 1 章で述べたように、要素形状の制限を緩和した新たな陽的 TD-FEM による室内音響解析手法の開発である。第 3 章ならびに第 4 章では要素形状に非依存な積分点の修正値を用いた新たな手法をそれぞれ提案している。また、式 (2.74), (2.75) による陽的 TD-FEM は安定性が吸音境界における y に依存しており、壁面の吸音率が高いほど安定性が悪化し、計算負荷が大きくなる [39]。それに対して、安定性が吸音境界に非依存なスキームも提案されている [40]。この数値安定性に優れたスキームは式 (2.71) の $\dot{\mathbf{p}}$ を時間 1 次精度の前進差分近似により時間離散化し、式 (2.72) の $\dot{\mathbf{v}}$ を時間 1 次精度の後退差分近似により時間離散化した上で、式 (2.72) の右辺第 3 項に $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v}$ を代入することで導出される。

$$\dot{\mathbf{p}}^n = \dot{\mathbf{p}}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-1} \quad (2.77)$$

$$(\mathbf{I} + c_0 y \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}) \dot{\mathbf{v}}^n = \dot{\mathbf{v}}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n) \quad (2.78)$$

ここで、式 (2.77) は陽的な式となるのに対して、式 (2.78) は陰的な式である。しかし、 \mathbf{C} に集中化を施すことで式 (2.78) の左辺係数行列は対角成分のみとなるので陽的に解くことができる。式 (2.77), (2.78) による陽的 TD-FEM においても式 (2.76) の積分点を使用することで、要素形状は限定されるが、時空間 4 次精度が達成される。

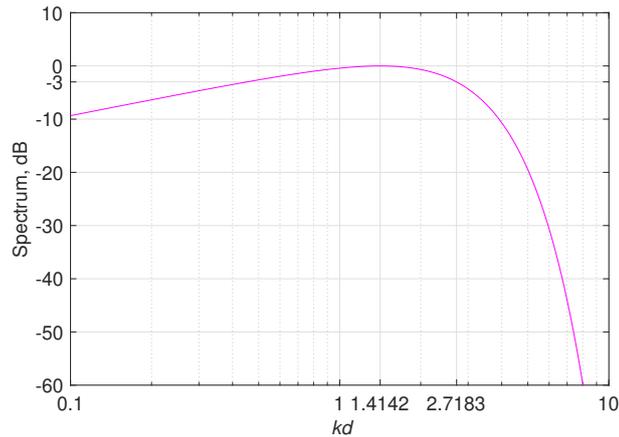


Fig. 2.11 Spectrum of modulated Gaussian pulse.

等価インピーダンスモデル

ここでは、従来の陽的 TD-FEM の吸音境界モデリングに使用されている等価インピーダンスモデルについて説明する。等価インピーダンスモデルは所望の吸音材を解析周波数帯域における垂直入射吸音率または統計入射吸音率と等価な実数の比音響インピーダンス比によりモデル化し、複数の周波数帯域で計算を行うことで吸音材の周波数特性依存性を考慮するモデルである。所望の垂直入射吸音率 α_0 と等価な実数の比音響インピーダンス比 z_n は式 (2.42) より次の式で算定できる。

$$z_n = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha_0}}{1 - \sqrt{1 - \alpha_0}} \quad (2.79)$$

また、所望の統計入射吸音率 α_s と等価な z_n は以下の実数インピーダンスのみを考慮した Paris の式を z_n について数値的に解くことで得られる [112]。

$$\alpha_s = \frac{8}{z_n^2} \left(1 + z_n - \frac{1}{1 + z_n} - 2 \ln(1 + z_n) \right) \quad (2.80)$$

ここで、Paris の式による α_s は $z_n = 1.57$ の時に最大値 0.9512 となる。従って、局所作用境界では完全吸音境界をつくれなことが分かる。等価インピーダンスモデルは既存の残響室法吸音率のデータを活用できる利点があるが、複数の周波数帯域に分割しての計算は計算負荷の増加に直結し、また、吸音材の吸音特性を簡易的にしか考慮できないので、信頼性の高い室内音響解析のためには周波数依存の複素インピーダンスを適切に反映できる境界モデルの開発が重要である。複素インピーダンスを考慮した周波数依存の吸音境界の取り扱い法は第 5 章で詳細に述べる。

音源の実装法

時間領域解析では広帯域の周波数成分を含む信号を音源に使用することで多くの周波数成分を含む時間応答を一度に計算できる。単純な無指向性の点音源を想定する場合、2つの代表的な実装法が挙げられる。1つは空間的に連続的な関数に基づき音圧分布を初期条件として与える方法であ

る。例えば、Gaussian パルス初期音圧分布とする場合は以下となる。

$$p(\mathbf{r}, 0) = \exp\left(-\frac{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}{d^2}\right) \quad (2.81)$$

ここで、 (x_s, y_s, z_s) は音源座標、 d はパルスの形状と周波数特性を決定する定数である。式 (2.81) を球面波の波動方程式に代入すると以下の解が得られる。

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2r}(r - c_0 t) \exp\left(-\frac{(r - c_0 t)^2}{d^2}\right) \quad (2.82)$$

ここで、 $r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}$ である。式 (2.82) より音圧の初期分布に Gaussian パルスを想定した場合、音圧波形としては Gaussian パルスの時間 1 階微分に相当するものが伝搬していくことがわかる。ここで、参考に d の値とパルスの周波数特性の関係を Fig. 2.11 に示す。Gaussian パルスは $kd = \sqrt{2}$ となる周波数において周波数成分のピークをもつことが分かる。また、 $kd = \exp(1)$ となる周波数でピークから -3 dB となる。もう一つの方法は体積加速度波形 \dot{q} を任意の節点に与えるものである。ここで、3次元音場では \dot{q} と p について次の関係が成り立つ。

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} \dot{q}\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \quad (2.83)$$

従って、Gaussian パルスを想定する場合の \dot{q} は式 (2.82), (2.83) より以下となる。

$$\dot{q}\left(t - \frac{r}{c_0}\right) = \frac{2\pi}{\rho_0}(r - c_0 t) \exp\left(-\frac{(r - c_0 t)^2}{d^2}\right) \quad (2.84)$$

2.5 従来の陽的時間領域有限要素法の性能

2.5.1 理論解析

本項では、従来の陽的 TD-FEM を対象として分散誤差解析に基づく理論的な分散誤差特性と Von Neumann の安定性解析による安定条件を導出する方法を詳細に説明する。

3次元分散誤差解析

Fig. 2.12 に示す 64 個の一樣なサイズの立方体形状の FE で構成された領域を対象に分散誤差解析を行う。分散誤差は、中心の節点座標 (x, y, z) における FE 方程式を構築することで評価される。時間領域解析において、分散誤差は厳密な音速 c_0 と離散的な音速 c^h の相対的な誤差 $e_{\text{dispersion}}$ として以下のように定義される。

$$e_{\text{dispersion}} = \frac{|c_0 - c^h|}{c_0} \quad (2.85)$$

B. Yue ら [34] の行った 2次元分散誤差解析に倣い、式 (2.77), (2.78) から音源項と減衰項を除いた式と等価な以下の線形多段形式を解析に用いる。

$$(\mathbf{p}^{n+1} - 2\mathbf{p}^n + \mathbf{p}^{n-1}) + \Delta t^2 c_0^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{p}^n = 0 \quad (2.86)$$

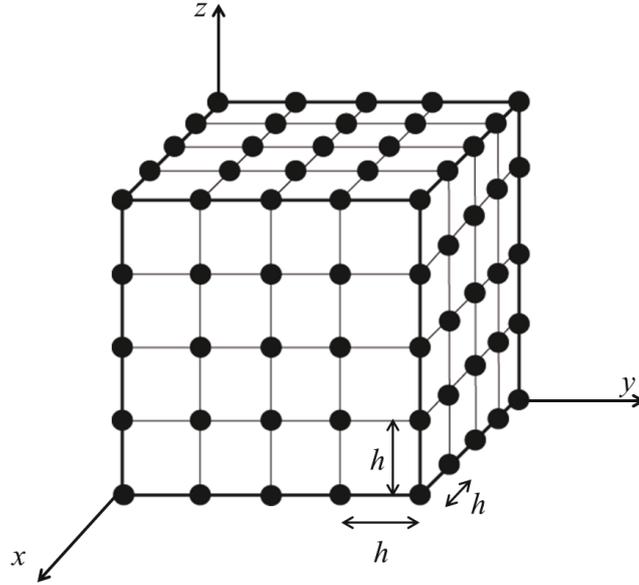


Fig. 2.12 125 nodes 64 cubic elements patch, of which a center node is located at (x, y, z) , for dispersion error analysis in three dimensions.

球面座標系における平面波伝搬を想定する場合，時刻 $n\Delta t$ における座標 (x, y, z) での音圧 $p_{x,y,z}^n$ は以下の式で表される．

$$p_{x,y,z}^n = \exp\left(j(k_x^h x + k_y^h y + k_z^h z - \omega^h n\Delta t)\right) \quad (2.87)$$

ここで，

$$k_x^h = k^h \sin \theta \cos \phi, \quad k_y^h = k^h \sin \theta \sin \phi, \quad k_z^h = k^h \cos \theta \quad (2.88)$$

k^h, ω^h はそれぞれ離散的な波数と角周波数を表す．式 (2.87) を式 (2.86) 式の第 1 項に代入することで座標 (x, y, z) について以下が得られる．

$$(p_{x,y,z}^{n+1} - 2p_{x,y,z}^n + p_{x,y,z}^{n-1}) = 2(\cos \omega^h \Delta t - 1)p_{x,y,z}^n \quad (2.89)$$

第 2 項の計算に必要な全体質量行列 \mathbf{M} と全体剛性行列 \mathbf{K} ，全体対角行列 \mathbf{D} を構成する要素質量行列 \mathbf{M}_e ，要素剛性行列 \mathbf{K}_e ，要素対角行列 \mathbf{D}_e はそれぞれ以下で表される．なお，いずれの要素行列も実対称行列であるので，上三角成分のみを記す．

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} m_0 & m_x & m_{xy} & m_y & m_z & m_{zx} & m_{xyz} & m_{yz} \\ & m_0 & m_y & m_{xy} & m_{zx} & m_z & m_{yz} & m_{xyz} \\ & & m_0 & m_x & m_{xyz} & m_{yz} & m_z & m_{zx} \\ & & & m_0 & m_{yz} & m_{xyz} & m_{zx} & m_z \\ & & & & m_0 & m_x & m_{xy} & m_y \\ & & & & & m_0 & m_y & m_{xy} \\ & & & & & & m_0 & m_x \\ & & & & & & & m_0 \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} k_0 & k_x & k_{xy} & k_y & k_z & k_{zx} & k_{xyz} & k_{yz} \\ & k_0 & k_y & k_{xy} & k_{zx} & k_z & k_{yz} & k_{xyz} \\ & & k_0 & k_x & k_{xyz} & k_{yz} & k_z & k_{zx} \\ & & & k_0 & k_{yz} & k_{xyz} & k_{zx} & k_z \\ & & & & k_0 & k_x & k_{xy} & k_y \\ & & & & & k_0 & k_y & k_{xy} \\ & & & & & & k_0 & k_x \\ & & & & & & & k_0 \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

$$\mathbf{D}_e = \frac{h^3}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

ここで,

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{h^3}{64}(1 + \alpha_m^2)^3 \\ m_x = m_y = m_z &= \frac{h^3}{64}(1 - \alpha_m^4)(1 + \alpha_m^2) \\ m_{xy} = m_{yz} = m_{zx} &= \frac{h^3}{64}(\alpha_m^2 - 1)^2(1 + \alpha_m^2) \\ m_{xyz} &= \frac{h^3}{64}(1 - \alpha_m^2)^3 \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{3h}{16}(1 + \alpha_k^2)^2 \\ k_x = k_y = k_z &= \frac{2h(1 - \alpha_k^4) - h(1 + \alpha_k^2)^2}{16} \\ k_{xy} = k_{yz} = k_{zx} &= \frac{2h(\alpha_k^4 - 1) + h(\alpha_k^2 - 1)^2}{16} \\ k_{xyz} &= -\frac{3h}{16}(1 - \alpha_k^2)^2 \end{aligned} \quad (2.94)$$

ここで, α_m ならびに α_k はそれぞれ要素質量行列, 要素剛性行列の計算に用いる積分点である. 分散誤差解析に必要な Fig. 2.12 の中心の 8 要素を構成する 27 節点は同一要素成分をもつため式 (2.86) 式の第 2 項は以下のように整理できる.

$$\Delta t^2 c_0^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{p}^n = \frac{64 \Delta t^2 c_0^2}{h^6} M_c K_c \mathbf{p}_{x,y,z}^n \quad (2.95)$$

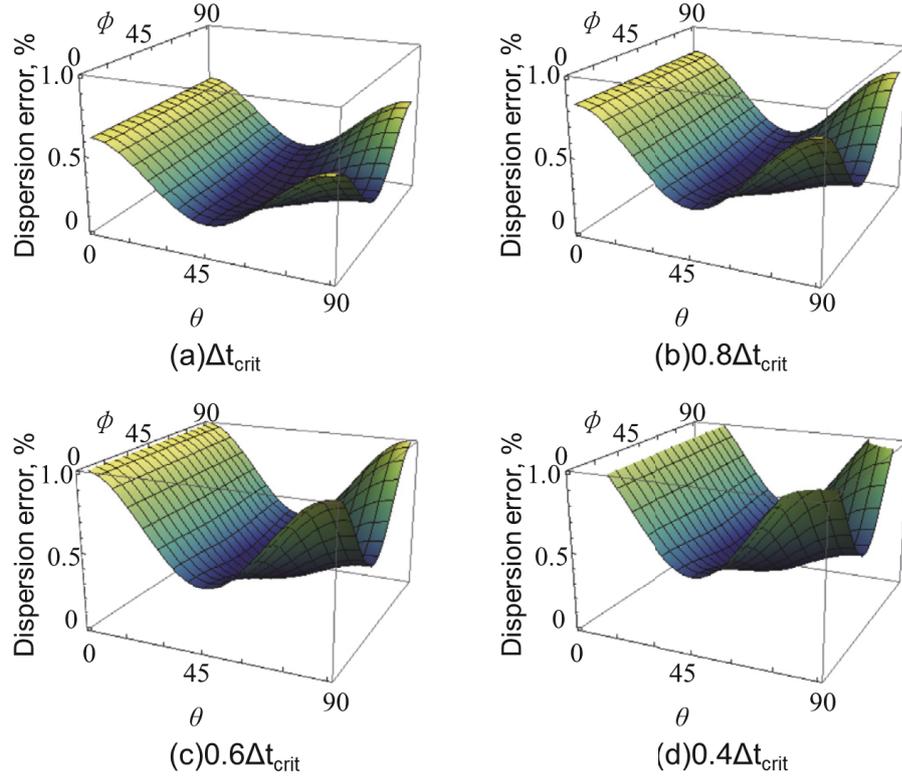


Fig. 2.13 Propagation angle characteristics of dispersion error in the conventional explicit TD-FEM with various Δt : (a) Δt_{limit} , (b) $0.8\Delta t_{\text{limit}}$, (c) $0.6\Delta t_{\text{limit}}$, and (d) $0.4\Delta t_{\text{limit}}$.

ここで,

$$\begin{aligned}
 M_c &= (m_0 + m_x C_x + m_y C_y + m_z C_z + m_{xy} C_{xy} + m_{yz} C_{yz} + m_{zx} C_{zx} + m_{xyz} C_{xyz}) \\
 K_c &= (k_0 + k_x C_x + k_y C_y + k_z C_z + k_{xy} C_{xy} + k_{yz} C_{yz} + k_{zx} C_{zx} + k_{xyz} C_{xyz})
 \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned}
 C_{xy} &= C_x C_y, \quad C_{yz} = C_y C_z, \quad C_{zx} = C_z C_x, \quad C_{xyz} = C_x C_y C_z, \\
 C_x &= \cos(k_x^h h), \quad C_y = \cos(k_y^h h), \quad C_z = \cos(k_z^h h)
 \end{aligned} \quad (2.97)$$

式 (2.89), (2.95) 式を用いて最終的に (x, y, z) における FE 方程式は以下のように表される.

$$\left(2(\cos \omega^h \Delta t - 1) + \frac{64\Delta t^2 c_0^2}{h^6} M_c K_c \right) p_{x,y,z}^n = 0 \quad (2.98)$$

式 (2.98) より以下の分散関係式が得られる.

$$c_0 = \sqrt{\frac{h^6(1 - \cos c^h k^h \Delta t)}{32\Delta t^2 M_c K_c}} \quad (2.99)$$

ここで, 式 (2.90), (2.91) に式 (2.76) の積分点を代入することで以下の時空間 4 次精度の分散誤差式が得られる.

$$\frac{|c_0 - c^h|}{c_0} = \frac{k^4 h^4}{1440} [B_1 + B_2 + B_3 + B_4] \quad (2.100)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
B_1 &= 8 - 10\tau^2 + 2\tau^4 \\
B_2 &= -\chi \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\
B_3 &= \chi \cos^2 \phi \sin^2 \phi \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\
B_4 &= -\cos^2 \phi \sin^2 \phi \sin^2 \theta (\chi - 9 \cos^2 \theta \sin^2 \theta) \\
\chi &= 5\tau^4 - 20\tau^2 + 19
\end{aligned} \tag{2.101}$$

参考として, Fig. 2.13 に式 (2.100) より計算した従来の陽的 TD-FEM の理論的な分散誤差の伝搬方向角特性を例示する. 計算条件は $c_0 = 343.7$ m/s, $k = 41.04$, $h = 0.03$ m とした. また, Δt は Δt_{limit} , $0.8\Delta t_{\text{limit}}$, $0.6\Delta t_{\text{limit}}$, $0.4\Delta t_{\text{limit}}$ の 4 種類を設定した. ここで, Δt_{limit} は次項の安定性解析より求められる安定限界時間刻み幅である. 従来の陽的 TD-FEM の分散誤差は時間刻み幅によらず軸方向において最大となり, $(\theta, \phi) = (55^\circ, 45^\circ)$ で最小となる. また, 伝搬方向によらず, 時間刻みが細くなるに従い分散誤差は大きくなる.

安定性解析

ここでは, 陽的 TD-FEM を用いて 3 次元音場解析を行う際に安定した計算を行うための安定条件を Von Neumann [65] の安定性解析に基づき導出する.

まず, $\mathbf{p}^{n+1} = F_A \mathbf{p}^n$ となる F_A を定義する. ここで, F_A は振幅増幅率である. これを用いて式 (2.86) の第 1 項は下記のように変形できる.

$$\mathbf{p}^{n+1} - 2\mathbf{p}^n + \mathbf{p}^{n-1} = (F_A - 2 + \frac{1}{F_A})\mathbf{p}_{x,y,z}^n \tag{2.102}$$

また, 式 (2.86) の第 2 項は式 (2.95) より次のように定義する.

$$\frac{64\Delta t^2 c_0^2}{h^6} M_c K_c \mathbf{p}_{x,y,z}^n = F_B \mathbf{p}_{x,y,z}^n \tag{2.103}$$

この式を F_A について解き, $|F_A| \leq 1$ とならなければ, この手法は不安定になってしまう. 2 次方程式の解の公式より,

$$F_A = \frac{-(F_B - 2) \pm \sqrt{(F_B - 2)^2 - 4}}{2} \tag{2.104}$$

従って, 満たすべき条件は $0 \leq F_B \leq 4$ である. ここで, F_B は C_x, C_y, C_z, τ からなる関数であり式 (2.97) より $|C_x| \leq 1, |C_y| \leq 1$ ならびに $|C_z| \leq 1$ となることがわかる. F_B は $C_x = C_y = C_z = 1$ の場合に最小値 $B = 0$ となる. 一方, $C_x = C_y = C_z = -1$ の場合 F_B は最大値 $\max(F_B)$ となる. よって, $\max(F_B) \leq 4$ を解くことで, 以下の安定条件式が得られる.

$$\tau \leq 0.673988 \tag{2.105}$$

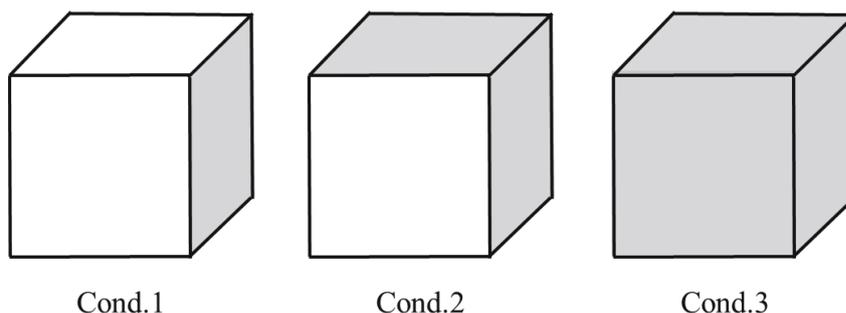


Fig. 2.14 Cubic rooms for the numerical stability analysis. Surfaces in gray have a finite impedance value for which six normalized impedance values were given systematically.

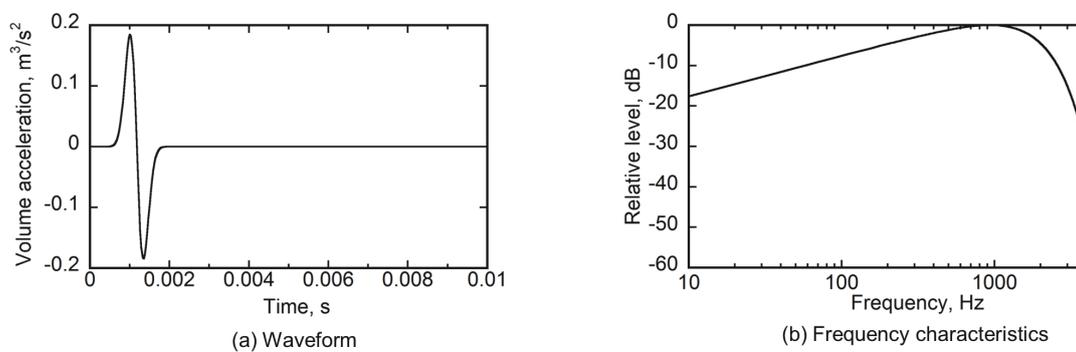


Fig. 2.15 Waveform and its frequency characteristics of sound source for numerical experiments: (a) waveform and (b) frequency characteristics.

2.5.2 数値実験

本項では、4つの数値実験を通して従来の陽的 TD-FEM の数値的な安定性、振幅誤差特性、分散誤差特性そして計算性能を提示する。以下では従来の陽的 TD-FEM のうち式 (2.74), (2.75) からなる手法を Method 1, 式 (2.77), (2.78) からなる手法を Method 2 と表記する。

数値的な安定性解析

2種の従来の陽的 TD-FEM, Method 1 と Method 2 の周波数に非依存なインピーダンス境界をもつ室内音響解析における安定性を数値実験により調査する。

Fig. 2.14 に示す異なる数の有限のインピーダンス面をもつ3種の 1m^3 の立方体室 (Cond.1: 1面吸音で他は完全剛, Cond.2: 2面吸音で他は完全剛, Cond.3: 3面吸音で他は完全剛) を対象に Method 1, Method 2 を用いて解析を行う。吸音面の設定は、複数の吸音面が隣接する場合に安定性に与える影響を調査できるように考慮した。吸音面の吸音条件として比音響インピーダンス $z_n = 32.56, 13.44, 7.14, 3.87, 2.597, 1.0$ の7種類を設定した。なお、それぞれに対応する Paris の

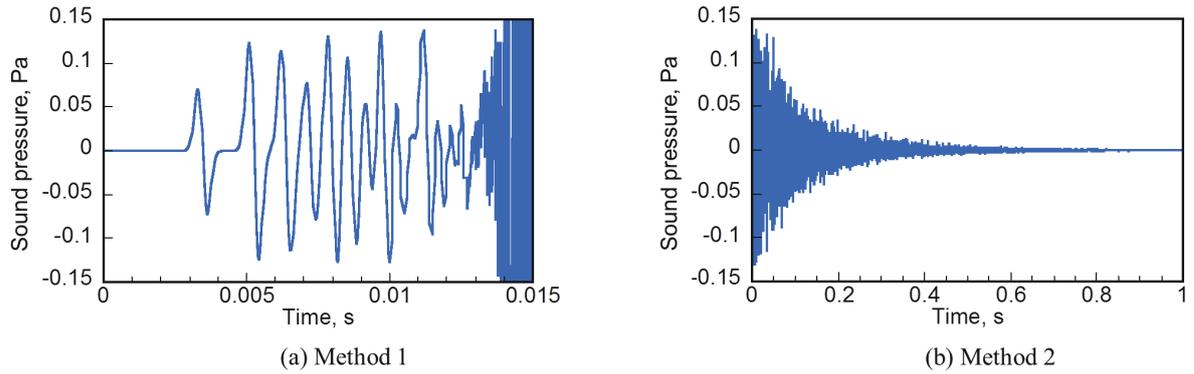


Fig. 2.16 Sound pressure of $(x, y, z) = (0.5, 0.5, 0.5)$ in Cond. 1 with $z_n = 1.0$ calculated by the Method 1 and Method 2 for the case with $m = 1.0$.

式 (2.80) より求めた統計吸音率は $\alpha_s = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.9, 0.91$ である。各手法の解析に用いる時間刻み幅を $m \times \Delta t_{\text{limit}}$ とし、 m は $1.0 \sim 0.25$ の範囲で 0.05 刻みで変化させた。各手法で計算が途中で発散せず安定した計算が可能な最大の m の値をインピーダンス値ごとに明らかにする。ここで、 Δt_{limit} は理論的な安定条件に基づく安定限界時間刻み幅を表す。解析時間長は 1.0 s、要素の分割数は $40 \times 40 \times 40$ (要素長は 0.025 m)、 $\Delta t_{\text{limit}} = 49.02 \mu\text{s}$ 、音速は 343.7 m/s とし、音源には解析上限周波数 1800 Hz の Gaussian パルスを用いた。参考として使用した Gaussian パルスの時間波形ならびに周波数特性を Fig. 2.15 に示す。

参考として Fig. 2.16(a), (b) に Cond. 1 の $z_n = 1.0$ における $m = 1.0$ の場合の Method 1, Method 2 により計算した $(x, y, z) = (0.5, 0.5, 0.5)$ における時間波形を示す。Fig. 2.16(a) からわかるように、Method 1 を用いた場合には音圧の振幅が 0.014 s 付近から増幅しはじめ、その後、解が発散している。従って、安定計算にはより細かい m の値を設定する必要がある。一方、Fig. 2.16(b) が示すように Method 2 を用いた場合は音圧波形が時間とともに収束しており、 $m = 1.0$ で安定計算が可能である。この確認を繰り返し各手法ですべての条件における安定計算可能な m の最大値を求めた。

Table 2.2 に Method 1 ならびに Method 2 を用いた場合における z_n ごとの安定的な計算が可能な m の最大値を示す。Method 1 の安定性は境界に与えたインピーダンス値に依存しており、インピーダンスの値が小さくなるにつれ、つまり、吸音が大きくなるにつれ安定性は悪化する。また、室条件については Cond. 3 において特に安定性が悪化しており、最も悪化した場合、安定計算のために $m = 0.25$ 以下とする必要がある。このことから、Method 1 では、吸音面同士がなす角で安定性が悪化していると言える。一方、Method 2 の安定性は境界面のインピーダンスの値に非依存でありすべての条件において Δt_{limit} を用いて安定計算が可能であった。以上より、安定性に関しては Method 2 が Method 1 に対して優位である。Method 2 における安定性の向上は減衰項を含んでいる式 (2.72) を後退差分近似により陰的に時間離散化したためだと推測される。これを確認するため式 (2.71) の \dot{p} を時間 1 次精度後退差分近似し、式 (2.72) の \dot{v} を時間 1 次精度前進

Table 2.2 Maximum values of m for stable computations using the conventional explicit TD-FEMs: (a) Method 1 and (b) Method 2

(a)Method 1						
	$z_n (\alpha_s)$					
Cond.	32.56	13.44	7.14	3.87	2.597	1.0
	(0.2)	(0.4)	(0.6)	(0.8)	(0.9)	(0.91)
1	0.95	0.95	0.90	0.85	0.75	0.50
2	0.95	0.95	0.85	0.75	0.65	0.35
3	0.95	0.90	0.80	0.65	0.55	0.25

(b)Method 2						
	$z_n (\alpha_s)$					
Cond.	32.56	13.44	7.14	3.87	2.597	1.0
	(0.2)	(0.4)	(0.6)	(0.8)	(0.9)	(0.91)
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

差分近似することで得られる以下の時間スキームを用いて同様の実験を行った。

$$\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^{n-1} - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^{n-1} - c_0 \mathbf{C} \mathbf{v}^{n-1}) \quad (2.106)$$

$$\mathbf{p}^n = \mathbf{p}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{v}^n \quad (2.107)$$

なお、このスキームは減衰項に関する $\dot{\mathbf{p}}$ についての差分近似を回避している。さらに、音源項ならびに減衰項を除いた式と等価な線形多段形式が式 (3.13) 式となるので、吸音境界を含まない場合は Method 1 ならびに Method 2 と同一となる。実験の結果を Table 2.3 に示す。このスキームの安定性は Method 1 と同様の傾向を示しており、Method 2 における減衰項を含んでいる式 (3.2) への後退差分近似の適用が安定性に貢献することが確認された。

数値的な振幅誤差解析

自由空間を対象とした数値実験を通して従来の陽的 TD-FEM の振幅誤差特性を提示する。なお、自由空間を想定する場合、Method 1 と Method 2 は同一であり、本検討では Method 2 を計算に使用した。具体的には、点音源からの音圧レベル (Sound pressure level: SPL) の 1/3 オクターブバンド値の距離減衰特性を理論と比較する。Fig. 2.17 に解析対象の自由空間を示す。ここで、 r は音源点から受音点の距離である。音源点 S からの球面波伝搬を TD-FEM によりシミュレートし、

Table 2.3 Maximum values of m for stable computations in TDFEM consists of Eqs. (3.18) and (3.19)

Cond.	$z_n (\alpha_s)$					
	32.56 (0.2)	13.44 (0.4)	7.14 (0.6)	3.87 (0.8)	2.597 (0.9)	1.0 (0.91)
1	0.95	0.95	0.95	0.90	0.85	0.65
2	0.95	0.95	0.90	0.85	0.75	0.50
3	0.95	0.90	0.90	0.80	0.70	0.40

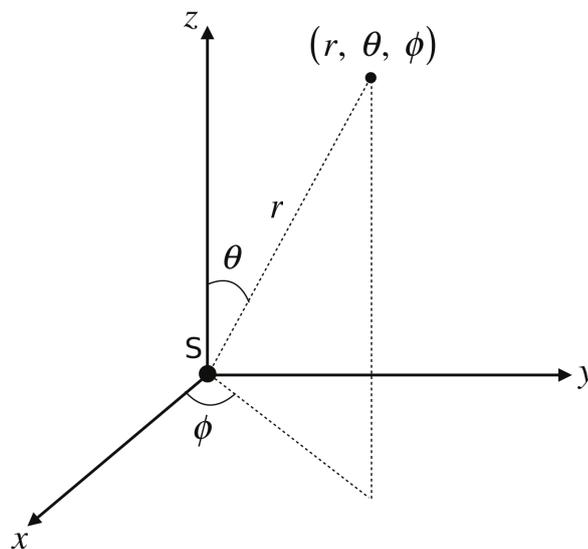


Fig. 2.17 Free field to be analyzed.

3方向： $(\theta, \phi) = (90^\circ, 0^\circ), (90^\circ, 45^\circ), (45^\circ, 45^\circ)$ における距離減衰特性を求める．各方向で受音点を $r = 2.08 \sim 22.88$ m, $2.94 \sim 26.47$ m, $3.60 \sim 25.22$ m の範囲に設けた．なお，実際は $426h \times 426h \times 426h$ の大規模な閉空間を解析し，解析時間を 0.1 s で打ち切ることで音波が境界面に到達する前に計算を終了している．ここで， h は 0.16 m で c_0 ならびに ρ_0 はそれぞれ 340 m/s, 1.205 kg/m³ とした．音源信号には上限周波数 400 Hz の Gaussian パルスを使用した．FE メッシュの空間解像度は 400 Hz 音波長あたり 4.7 要素である．フラットな特性に対する SPL を評価するため TD-FEM により計算した時間波形を離散 Fourier 変換で周波数応答に変換した後，音源の周波数特性で除した．時間刻み幅は 1/3,158 s とした．

Fig. 2.18(a)–(c) に 400 Hz における TD-FEM 計算値の 3 方向の距離減衰特性を理論と比較して示す．なお，グラフの横軸は各方向で音源から最も近傍の受音点の距離で正規化された距離である．陽的 TD-FEM による距離減衰特性は伝搬方向によらず理論と良好に一致している．なお，400 Hz 以下についても同様の結果が得られている．Fig. 2.19(a)–(c) に各周波数帯域における陽的 TD-FEM による距離減衰特性と理論の絶対誤差を示す．周波数帯域によらず絶対差は 0.0016 dB

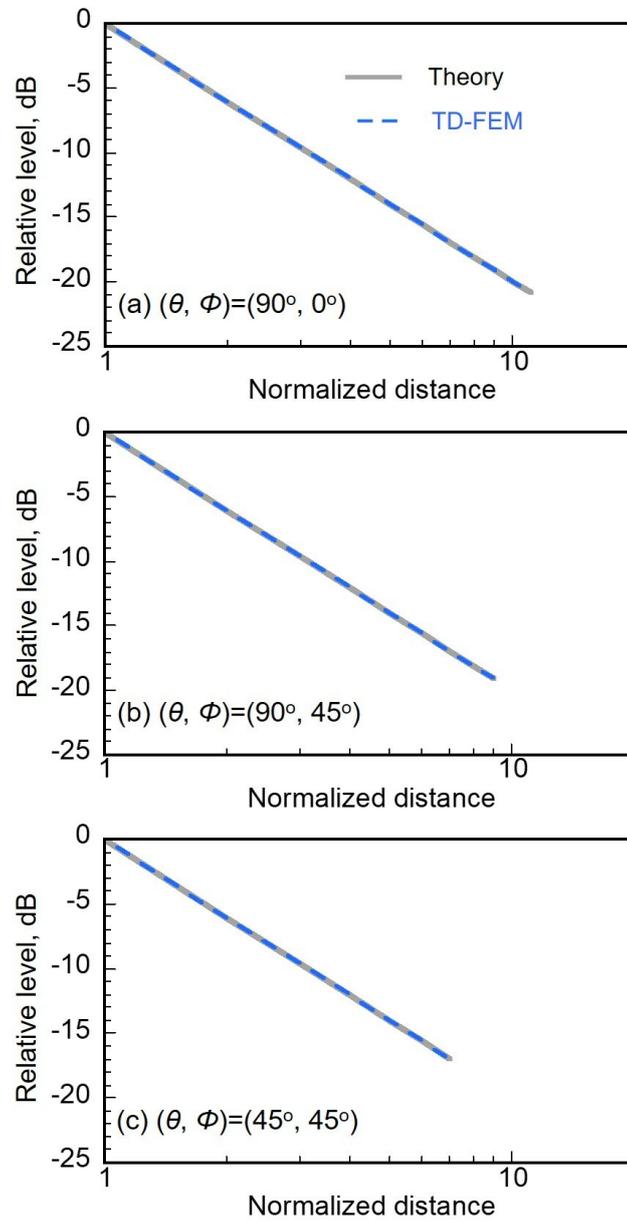


Fig. 2.18 Comparisons of distance attenuation property at 400 Hz between the conventional explicit TD-FEM and theory for three directions : (a) $(\theta, \phi) = (90^\circ, 0^\circ)$, (b) $(\theta, \phi) = (90^\circ, 45^\circ)$ and (c) $(\theta, \phi) = (45^\circ, 45^\circ)$.

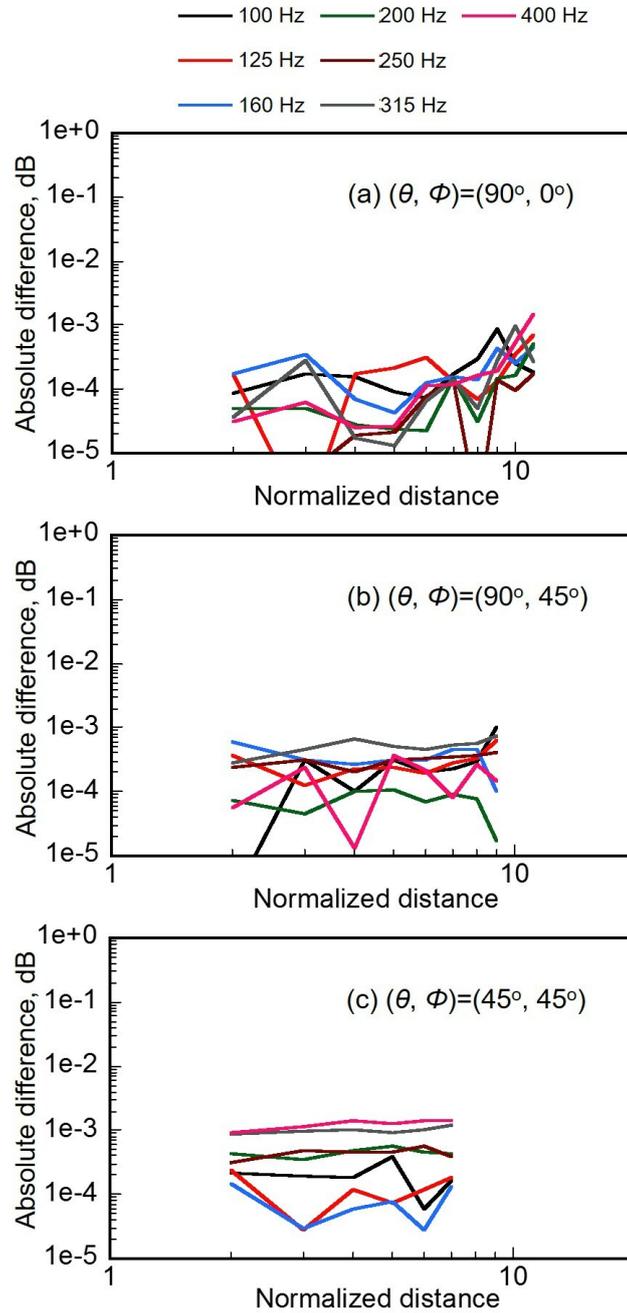


Fig. 2.19 Absolute difference of distance attenuation property at each frequency band between the conventional explicit TD-FEM and theory for three directions : (a) $(\theta, \phi) = (90^\circ, 0^\circ)$, (b) $(\theta, \phi) = (90^\circ, 45^\circ)$ and (c) $(\theta, \phi) = (45^\circ, 45^\circ)$

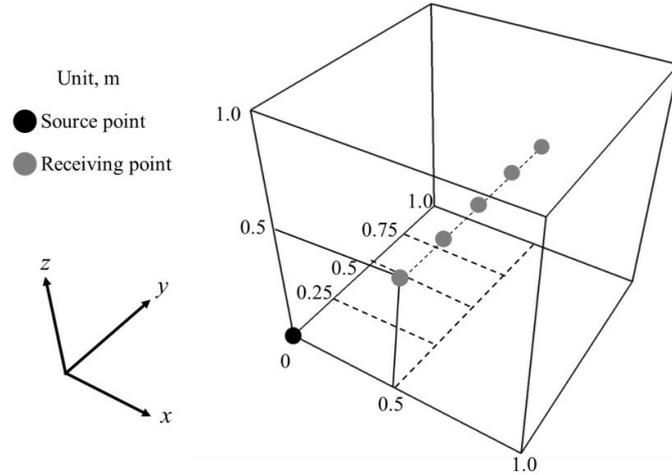


Fig. 2.20 Cubic room of 1 m^3 with a source point and five receiving points.

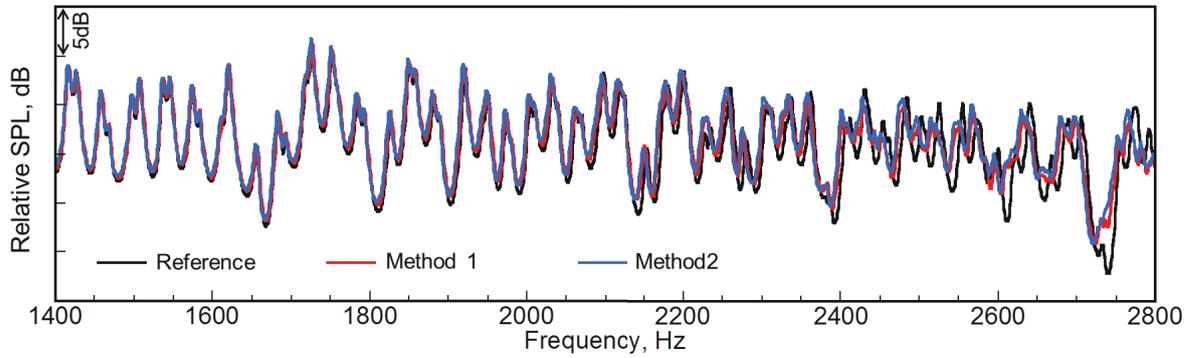
Table 2.4 Detail of used meshes. h , λ/h , DOF respectively represent the element length, spatial resolution and degrees of freedom of FE mesh

Mesh	h , m	λ/h	DOF
1	0.025	4.91	68921
2	0.0125	9.82	531441
3	0.00625	19.64	4173281
Reference	0.003125	39.28	33076161

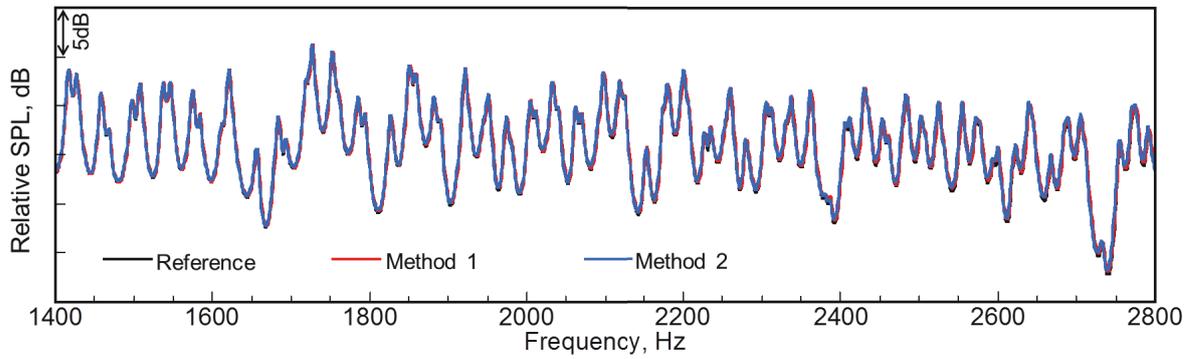
以下と非常に小さかった。本結果より、従来の陽的 TD-FEM は空間解像度が波長あたり 4.7 要素を超える FE メッシュ使用時に非常に小さな振幅誤差のもとで解析可能である。

数値的な分散誤差解析

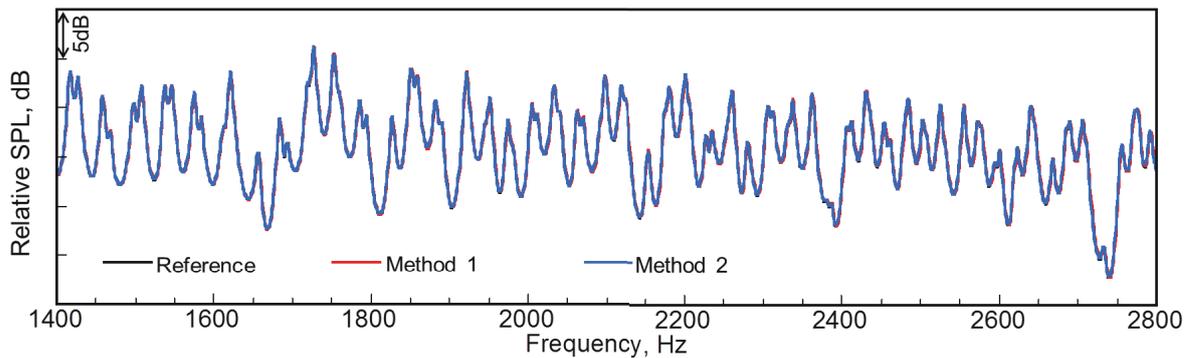
Fig. 2.20 に示す音源点と 5 つの受信点を設置した各境界に有限なインピーダンスをもつ 1 m^3 室内音場を対象に空間分解能の異なる 3 種の FE メッシュを使用した Method 1, Method 2 により音響解析を行う。解析結果より周波数応答を求め、Method 1, Method 2 がインピーダンス境界をもつ音場を解析する場合の周波数応答におけるメッシュ解像度と解析精度の関係を考察する。吸音条件は天井面は $\alpha_s = 0.2$ ($z_n = 32.56$)、それ以外の境界は $\alpha_s = 0.05$ ($z_n = 149.26$) とした。音源には解析上限周波数が 2800 Hz の Gaussian パルスを与えた。Table 2.4 に各 FE メッシュの分割数要素長 h 、空間分解能 λ/h を示す。ここで、 λ は解析上限周波数における波長とした。各メッシュにおける解析時間刻み幅は Method 1 では $0.95\Delta t_{\text{limit}}$ に設定し、Method 2 では Δt_{limit} に設定した。各受信点における 1.0 s 間の時間応答を 2 つの陽的 TD-FEM により計算し、結果を離散 Fourier 変換することで周波数領域における SPL を求め、参照解と比較した。精度の評価は陽的 TD-FEM



(a) Mesh 1



(b) Mesh 2



(c) Mesh 3

Fig. 2.21 Comparisons of SPL among the reference and the conventional explicit TD-FEMs of Method 1 and Method 2 using three FE meshes: (a) Mesh 1, (b) Mesh2 and (c) Mesh 3

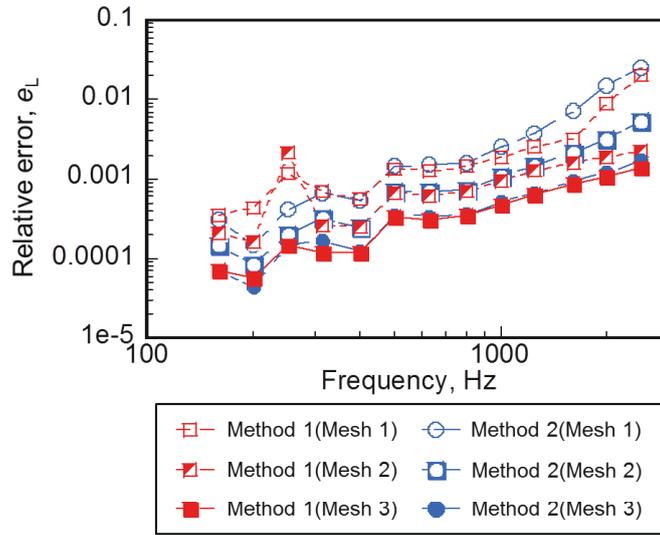


Fig. 2.22 Comparison of 1/3 octave band averaged e_L between Method 1 and Method 2 using three FE meshes.

計算値の参照解に対する相対誤差 e_L を次式で求めることを行う。

$$e_L = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{receiver}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{receiver}}} \frac{[L_{\text{ref}}(\mathbf{x}_i, f) - L_{\text{FEM}}(\mathbf{x}_i, f)]^2}{L_{\text{ref}}(\mathbf{x}_i, f)^2}} \quad (2.108)$$

ここで、 N_{receiver} は総受音点数を表し、 $L_{\text{ref}}(\mathbf{x}_i, f)$, $L_{\text{FEM}}(\mathbf{x}_i, f)$ は受音点 \mathbf{x}_i の周波数 f における SPL の参照解と TD-FEM 計算値である。参照解は要素長 0.003125 m, $\lambda/h = 39.3$ の FE メッシュを使用した時空間 4 次精度の陰的 TD-FEM により計算した。

Fig. 2.21 に各メッシュを用いた Method 1, Method 2 により計算した全受音点間の平均 SPL と参照解の比較を示す。Mesh 2, Mesh 3 を用いた場合、Method 1, Method 2 とともに周波数を問わず参照解と良好一致している。一方、Mesh 1 を用いた場合、両手法の計算値は低い周波数では参照解と良好に一致しているが、周波数が高くなるにつれ参照解との間に周波数方向の差が生じる。TD-FEM 計算値が参照解と比較してより低域にシフトすることから、低解像度のメッシュを使用した Method 1, Method 2 による計算では分散誤差の影響により音速が参照解と比べ遅れている。また、Method 2 は Method 1 と比べより低域にシフトしていることから分散誤差がより大きい。なお、両手法ともに周波数方向への参照解とのずれは確認できるもののピーク値は参照解と同程度の値を示しており、振幅誤差の影響は確認されなかった。続いて、Fig. 2.22 に各メッシュを用いた Method 1 ならびに Method 2 における e_L の 1/3 オクターブバンド平均値の比較を示す。使用するメッシュに関わらず、基本的に両手法の e_L は周波数が高くなるにつれて大きくなっている。また、周波数によらずメッシュの解像度が高くなると誤差は小さくなる。高周波数域では、Method 2 の方が Method 1 に比べ誤差が大きく、同一精度の解析を行うためにはより細かいメッシュが必

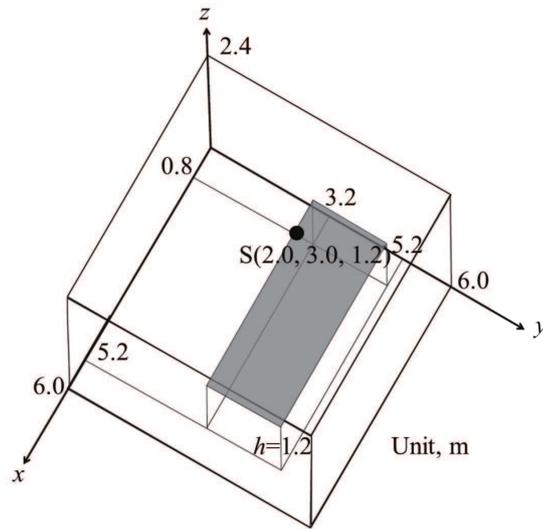


Fig. 2.23 3-dimensional rectangle room.

Table 2.5 Property of used meshes

Mesh	h , m	λ/h	DOF
4	0.04	4.77	1390861
5	0.02	9.55	10962721
6	0.01	19.09	87049441

要である。これは室内平均 SPL の比較の結果と一致している。Mesh 1, 2 を用いた場合、Method 1 における e_L が 250Hz でピークをもつがこれは受音点の 1 つで TD-FEM 計算値と参照解で SPL のディップ値に差が生じるためである。

3次元矩形室内音場の解析

ここでは、Fig. 2.24 に示す 86.4 m^3 の矩形室を従来の陽的 TD-FEM (Method 1, Method 2) ならびに 2 つの既存の陰的 TD-FEM で解析し、その計算性能を比較する。ここで使用する陰的な TD-FEM はいずれも式 (2.27) の積分点を用いる空間 4 次精度法であり、それぞれ異なる時間積分法を使用する。1 つは Newmark β 法において $\beta = 1/4$ とする平均加速度を、もう 1 つは Newmark β 法において $\beta = 1/12$ とする Fox-Goodwin 法を時間積分に用いた。平均加速度法は時間 2 次精度だが無条件安定な安定性に優れた時間積分法である。本実験では平均加速度法を用いる陰的 TD-FEM を CAA, Fox-Goodwin 法を使用する陰的 TD-FEM を FG と表記する。室には音源点 S と図中の灰色の面に $0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ 格子状に配置した 72 点の受音点を設けた。3 種の吸音条件 (Cond. 4, 5, 6) を想定し、それぞれ天井面の統計入射吸音率を 0.2, 0.4, 0.8 とした。天井面以外の境界はいずれの条件においても統計入射吸音率 0.1 とした。解析時間長は各吸音条件における Eyring の公式に基づく残響時間を参考に、Cond. 4-6 でそれぞれ 0.79 s, 0.53 s, 0.36 s

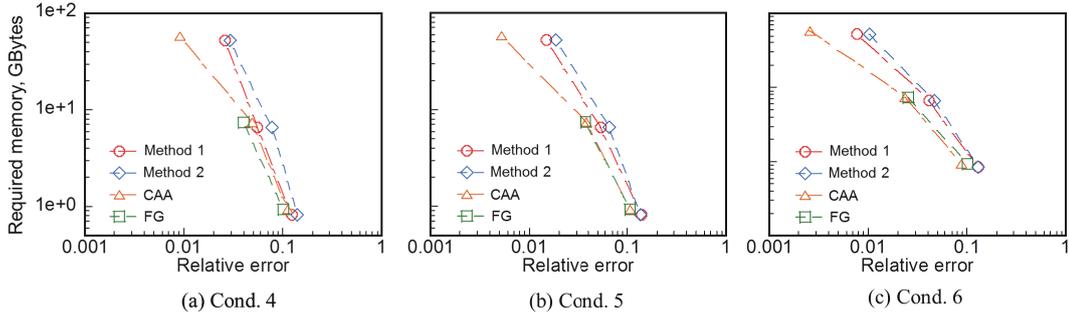


Fig. 2.24 Relationship between the required memory and the relative errors among the two conventional explicit TD-FEMs (Method 1 and Method 2) and two existing implicit TD-FEM (CAA and FG) for three absorption conditions: (a) Cond. 4, (b) Cond. 5 and (c) Cond. 6.

とした。解析上限周波数は 1800 Hz として音源には Fig. 2.15 と同一の Gaussian パルスを使用した。解析には 3 種のメッシュ (Mesh 4, 5, 6) を使用する。各メッシュの要素サイズ, 空間分解能, DOF を Table 2.5 に示す。各手法における解析時間刻み幅は Method 2, FG は各 FE メッシュに応じたそれぞれの安定限界時間刻み幅 Δt_{limit} 用いる。CAA については $\tau = 1$ となるように時間刻み幅を設定し, Method 1 については Table 2.2 を参考に Cond. 4 で $0.95\Delta t_{\text{limit}}$, Cond. 5 で $0.9\Delta t_{\text{limit}}$, Cond. 6 で $0.85\Delta t_{\text{limit}}$ とした。解析精度の評価は以下の式で, 解析解の参照解に対する相対誤差 e_p を求めることで行う。

$$e_p = \frac{1}{N_{\text{step}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{step}}} e(t_j) \quad (2.109)$$

ここで,

$$e(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N [p_{\text{ref}}(x_i, t) - p_{\text{FEM}}(x_i, t)]^2}{\sum_{i=1}^N p_{\text{ref}}(x_i, t)^2}} \quad (2.110)$$

ここで, N_{step} は総時間ステップ数, N は総受音点数を表し, $p_{\text{ref}}(x_i, t)$ ならびに $p_{\text{FEM}}(x_i, t)$ はそれぞれ受音点 x_i の時刻 t における音圧の参照解と TD-FEM による計算値を表す。なお, 参照解には最も空間分解能の高い Mesh 6 を用いた FG による計算値を採用した。また, 各手法の計算コストとして消費メモリならびに計算量を評価する。ここでは, 計算量として主要演算部である疎行列-ベクトル積演算の数を採用する。

Fig. 2.24(a)–(c) に各手法の相対誤差 e_p と消費メモリの関係を比較したものを吸音条件ごとに比較して示す。吸音条件によらず, 陽的 TD-FEM は陰的 TD-FEM と比べ同一精度を得るのに必要な記憶容量が大きい。また, 解析精度が陰的 TD-FEM より低い。陽的 TD-FEM については, Method 2 の方が Method 1 より多くの記憶容量を要する。しかし, 吸音が大きくなるにつれ, Method 1 と Method 2 の差は小さくなる。また, 陰的 TD-FEM については, 吸音の小さな Cond. 4 では CAA の方が同一精度の計算に必要な記憶容量が FG に比べて少なく, 吸音の大きな Cond. 6 では FG の方が同一精度の計算に必要な記憶容量が CAA に比べて少ない。

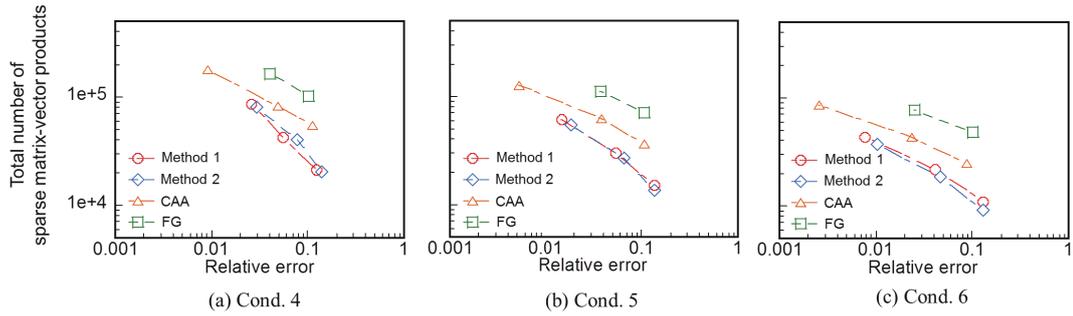


Fig. 2.25 Relationship between the total numbers of sparse matrix-vector product and the relative errors among the two conventional explicit TD-FEMs (Method 1 and Method 2) and two existing implicit TD-FEM (CAA and FG) for three absorption conditions: (a) Cond. 4, (b) Cond. 5 and (c) Cond. 6.

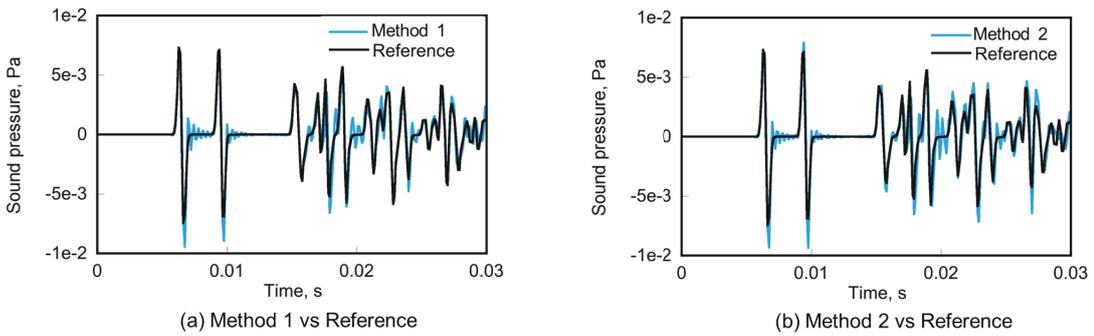


Fig. 2.26 Comparisons of sound pressure at (4.0, 4.0, 1.2) in Cond. 6 between the reference solution and the conventional explicit TD-FEM with Mesh 4: (a) Method 1 vs. Reference and (b) Method 2 vs. Reference.

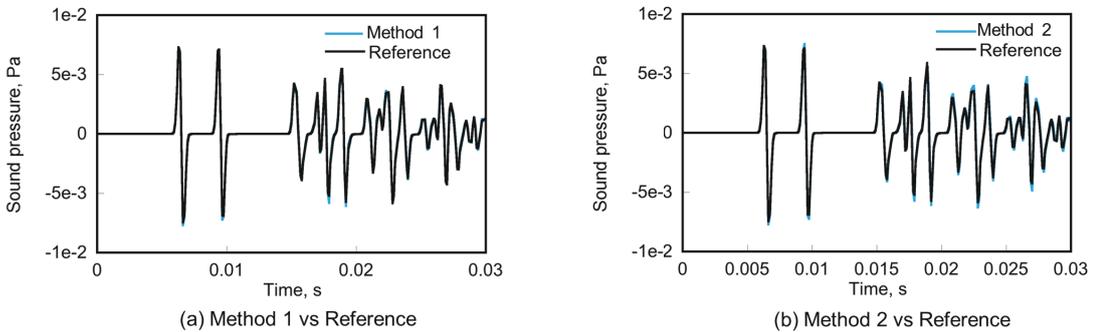


Fig. 2.27 Comparisons of sound pressure at (4.0, 4.0, 1.2) in Cond. 6 between the reference solution and the conventional explicit TD-FEM with Mesh 5: (a) Method 1 vs. Reference and (b) Method 2 vs. Reference.

Fig. 2.25(a)–(c)に各手法の相対誤差 e_p と計算量の関係を比較したものを吸音条件ごとに比較して示す。吸音条件によらず、陽的 TD-FEM は陰的 TD-FEM と比べ同一精度の解を得るのに必要な演算量が少なく高速である。2つの陽的 TD-FEM は同等の性能を示しているが、吸音の小さな Cond. 4 では Method 1 の方がより高速で、吸音の大きな Cond. 6 では Method 2 の方が高速であった。これは天井面の吸音率が高くなるに従い Method 1 の安定性が悪化するためである。現実的な建築音響問題では複雑な吸音条件が想定され、また、周波数依存の吸音境界などを扱う場合も想定すると安定性に優れた Method 2 の方が実用性に優れた手法と言える。以上より、従来の陽的 TD-FEM は既存の陰的 TD-FEM と比べて周波数に非依存なインピーダンス境界をもつ室内音場解析において同一精度を得るのに必要な記憶容量は大きいより高速な手法である。

最後に、Fig. 2.26, 2.27 に $(x, y, z) = (4.0, 4.0, 1.2)$ における Cond. 6 の場合の参照解と Mesh 4, 5 を用いた Method 1, 2 による音圧波形の比較を示す。粗い Mesh 4 を用いた場合、Method 1, 2 はともに直接音から分散誤差の影響が確認でき、波形が乱れ、参照解と乖離している。一方、Mesh 5 を用いた場合、両手法において直接音での分散誤差の影響は観測されず、参照解との良好な一致が得られている。

2.6 まとめ

本章では既存の FEM による室内音響解析手法について記述した。まず、音場の支配方程式である波動方程式から最も基本的な陰的な TD-FEM ならびに FD-FEM による室内音響解析手法を定式化する手順を示した。続いて、TD-FEM における時空間離散化に伴う分散誤差がその解に与える影響と分散誤差低減法である修正積分則の有効性を例示した。また、室内音響モデリングの精度を大きく左右する境界面における吸音に関する理論を説明し、伝達マトリクス法を用いて薄く流れ抵抗の大きな多孔質材は局所作用性が高いが、背後空気層を伴う吸音材は拡張作用境界としてモデル化することが予測精度の観点で重要なことを示した。従来の陽的 TD-FEM による室内音響解析手法として 2 種の時間進行スキーム (Method 1, Method 2) の定式化を行い、従来法における要素形状の制限ならびに吸音モデリングに関する課題を改めて説明した。最後に、従来の陽的 TD-FEM の性能を理論解析と数値実験を通して例示した。理論解析では、自由空間における平面波伝搬を仮定することで離散化誤差を理論的に評価する分散誤差解析の方法と Von Neumann の安定性解析による時間進行スキームの安定性の検証法を詳細に記述した。理論的な分散誤差解析によると、陽的 TD-FEM の分散誤差は時間刻み幅によらず軸方向において最大となり、 $(\theta, \phi) = (55^\circ, 45^\circ)$ で最小となる。また、伝搬方向によらず、時間刻みが細くなるに従い分散誤差は大きくなる。4 種類の数値実験を通して数値的な安定性、振幅誤差特性、分散誤差特性、計算性能を提示した。数値的な安定性解析より、陽的 TD-FEM の安定性は吸音境界の時間離散化の方法に大きく依存し、減衰項を陰的に時間離散化することで安定的なスキームを構築できることを示した。また、従来の陽的 TD-FEM は空間解像度が波長あたり 4.7 要素を超える FE メッシュ使用時に非常に小さな振幅誤差のもとで解析可能なことを確認した。数値的な分散誤差解析の結果より、従来の陽的 TD-FEM はメッシュの空間解像度が不足すると数値的な音速が実際の音速と比べ遅れ、空間解像度が波長あたり 9.8 要素を超えると計算結果が参照解と良好に一致することを示した。3 次元矩形室の音響解析では、従来の陽的 TD-FEM は既存の陰的 TD-FEM と比較して、同一精度の解を得るのにより多くのメモリを消費するが、より高速であることを示した。また、空間解像度が波長あたり 9.6 要素程度のメッシュを用いることで時間波形が参照解と良好に一致することを示した。

第3章 修正アダムス法を用いた陽的時間領域有限要素法による室内音響解析手法の構築

本章では、従来の陽的 TD-FEM [39, 40] における要素形状に関する制限を克服する、修正 Adams 法を使用した時空間 4 次精度の陽的 TD-FEM による室内音響解析手法を構築する。本手法は 1 階常微分方程式に対する代表的な時間積分法である Adams–Bashforth 法の重み係数を適切な値へ修正した修正 Adams 法により、要素形状によらず時間 4 次精度を達成するものである。なお、本章では基礎的な検討として理論の取り扱いが簡便な 2 次元音場を対象とする。3.1 節では陽的 TD-FEM の半離散化方程式の周波数領域表現を用いて、周波数領域における分散解析を実施し、要素形状のパラメータを含まない積分点を新たに導出する。3.2 節では時間領域での分散誤差解析を実施し、時間 4 次精度を達成するための Adams–Bashforth 法の適切な重み係数値を導出する。その際、Adams–Bashforth 法を含む線形多段型の時間積分法の概要と従来の 4 次精度 Adams–Bashforth 法では高精度が達成できないことを示す。また、安定性解析による安定条件の導出も実施する。3.3 節では修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の離散化誤差特性を理論的ならびに数値的に評価する。ここでは、振幅誤差の発生の原因ならびにその制御法についても述べる。3.4 節では 2 種の形状が複雑な 2 次元室内音場を対象とした数値実験を行い、2 次精度の陰的 TD-FEM との比較よりその室内音響解析への有効性を提示する。3.5 節で本章の成果をまとめる。

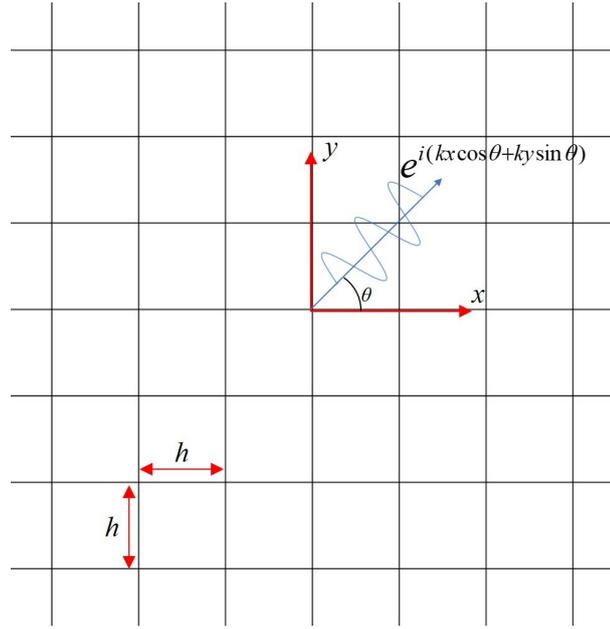


Fig. 3.1 Two-dimensional plane wave propagation in a free field under a polar coordinate system discretized by square FEs with element size of h for dispersion analysis.

3.1 周波数領域における分散誤差解析

時間因子として $\exp(j\omega t)$ を仮定し、半離散化行列方程式 (2.71), (2.72) を逆フーリエ変換により以下の周波数領域の式へと変換する.

$$j\omega \mathbf{D}\mathbf{p} = \mathbf{M}\mathbf{v} \quad (3.1)$$

$$j\omega \mathbf{D}\mathbf{v} = \mathbf{f} - c_0^2 \mathbf{K}\mathbf{p} - j\omega c_0 \mathbf{C}\mathbf{p} \quad (3.2)$$

ここで、2次元音場に対する分散誤差解析を行うため、Fig. 3.1 に示すサイズ h の一様な正方形要素で離散化された自由音場での平面波伝搬を考える. 2次元円座標系において平面波伝搬は次の式で表せる.

$$p_{x,y} = \exp(j(kx\cos\theta + ky\sin\theta)) \quad (3.3)$$

ここで、分散誤差解析のための理想的な状態として式 (3.1), (3.2) から音源項と減衰項を除き、2つの式を音圧 \mathbf{p} に関して以下のように整理する.

$$(c_0^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{I}) \mathbf{p} = 0 \quad (3.4)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位行列である. 式 (3.4) の第1項を次の形に書き換える.

$$\mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{p} = A p_{x,y} \quad (3.5)$$

ここで,

$$A = -\frac{1}{2h^2}(\alpha_m^2(C_x - 1) - C_x - 1)(\alpha_m^2(C_y - 1) - C_y - 1)(1 + \alpha_k^2(C_x - 1)(C_y - 1) - C_x C_y),$$

$$C_x = \cos(k^h h \cos \theta), \quad C_y = \cos(k^h h \sin \theta)$$
(3.6)

k^h は数値的な波数である. 式 (3.6) を式 (3.4) に代入することで以下の分散関係式が得られる.

$$c_0 = c^h k^h \sqrt{\frac{1}{A}}$$
(3.7)

ここで, k^h に対して Taylor 展開することで数値的な音速は下式で評価される.

$$c^h \approx c_0 \left(1 - \frac{(kh)^2}{24} ((4 - 3\alpha_m^2) - 2(3\alpha_k^2 - 2) \cos^2 \theta \sin^2 \theta)\right)$$
(3.8)

ここで, 以下の積分点を用いることで式 (3.8) における分散誤差の 2 次の項が消去できる.

$$\alpha_k = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \alpha_m = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$
(3.9)

式 (3.9) の積分点により, 以下の空間 4 次精度が達成される.

$$c^h \approx c_0 \left(1 - \frac{(kh)^4}{1440} (8 - 19 \cos^2 \theta \sin^2 \theta)\right)$$
(3.10)

式 (3.9) の積分点は質量行列の積分点に要素形状に関するパラメータは含まれておらず, 正方形要素以外の場合にも使用可能である.

3.2 修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の定式化

3.2.1 高次の時間積分法の構築

線形多段型時間積分法

線形多段法は時間積分法の 1 種で, 時間関数 Y の時間進行を次の形式で計算する [113].

$$Y^n = \sum_{j=1}^l (a_j Y^{n-j} + b_j F^{n-j} \Delta t) + b_0 F^n \Delta t$$
(3.11)

ここで, 関数 F は Y の時間 1 階微分 $\partial Y / \partial t$ である. a_j と b_j は j 番目の重み係数である. 線形多段法では過去の F を記憶しておくことで時間ステップあたりの行列-ベクトル積数を増やすことなく高精度化を達成することができる. 一方, Runge-Kutta 法などの一段法では高精度化のために時間ステップあたりの行列-ベクトル積数の増加が必須である. Adams 法は最も一般的な線形多段型時間積分法で, 式 (3.11) において $a_1 = 1$, $a_j = 0$ ($j \neq 1$) と設定する. さらに, Adams 法は $b_0 = 0$ とする陽的な Adams-Bashforth 法と $b_0 \neq 0$ とする陰的な Adams-Moulton 法に分類され

る。本章では、 \mathbf{p} の時間積分に Adams–Bashforth 法を使用する。 \mathbf{p} の時間 1 階微分を $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{v}$ とすると Adams–Bashforth 法により \mathbf{p} の時間進行は下式で表される。

$$\mathbf{p}^n = \mathbf{p}^{n-1} + \sum_{j=1}^l (b_j \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-j} \Delta t) \quad (3.12)$$

Adams–Bashforth 法では達成可能な精度の次数の最大値は使用する過去の時間ステップ数に一致する。従って、時間 4 次精度を達成するためには $l \geq 4$ が要求される。さらに、安定計算のため以下の条件式を満たす必要がある。

$$\sum_{j=1}^l b_j = 1 \quad (3.13)$$

以下では、 \mathbf{v} の時間進行式に式 (2.78) を使用し、要素行列の積分点に式 (3.9) の要素形状に非依存な修正値を用いる。

従来の時間 4 次精度 Adams–Bashforth 法

一般的に 4 次精度 Adams–Bashforth 法は $l = 4$, $b_1 = 55/24$, $b_2 = -59/24$, $b_3 = 37/24$, $b_4 = -9/24$ により構築される [113]。本重み係数により式 (3.12) は以下のように書き直される。

$$\mathbf{p}^n = \mathbf{p}^{n-1} + \frac{\Delta t}{24} \mathbf{D}^{-1} (55\mathbf{M}\mathbf{v}^{n-1} - 59\mathbf{M}\mathbf{v}^{n-2} + 37\mathbf{M}\mathbf{v}^{n-3} - 9\mathbf{M}\mathbf{v}^{n-4}) \quad (3.14)$$

この場合、陽的 TD-FEM の時間進行スキームは式 (3.14), (2.78) から構成される。しかし、時間領域の分散誤差解析によると一般的な重み係数を使用する本スキームは以下のように時間 4 次精度を保てないことが分かる。

$$c^h \approx c_0 \left(1 - j \frac{\omega \Delta t}{4} + \frac{5(\omega \Delta t)^2}{96} - j \frac{(\omega \Delta t)^3}{128} - \frac{(kh)^4}{1440} \left(\frac{16143}{64} \tau^4 + 8 - 19 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \right) \right) \quad (3.15)$$

式 (3.15) によると従来の 4 次精度 Adams–Bashforth 法を用いた手法は空間 4 次精度、時間 1 次精度である。また、奇数次数の分散誤差の項は虚数となっている。以上より本スキームは低精度かつ高散逸性であることが分かる。従って、陽的 TD-FEM において Adams–Bashforth 法による高精度な時間離散化のためには適切な重み係数の設計が必要である。

時間 4 次精度修正 Adams–Bashforth 法

最終的な時間進行スキームにおいて時間 4 次精度を達成するため、時間領域の分散誤差解析を用いて Adams–Bashforth 法における適切な重み係数を設計する。 $l = 4$ とすると、半離散化行列方程式から音源項と減衰項を除いた線形多段形式は次式となる。

$$(\mathbf{p}^{n+1} - 2\mathbf{p}^n + \mathbf{p}^{n-1}) + \Delta t^2 c_0^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} (b_1 \mathbf{p}^n + b_2 \mathbf{p}^{n-1} + b_3 \mathbf{p}^{n-2} + b_4 \mathbf{p}^{n-3}) = 0 \quad (3.16)$$

ここで、3.1節の周波数領域分散誤差解析と同じ2次元自由空間を考える。なお、平面波は時間項が加わった以下のものを使用する。

$$p_{x,y}^n = \exp(j(kx\cos\theta + ky\sin\theta - \omega n\Delta t)) \quad (3.17)$$

式 (3.17) により式 (3.16) は下式に変形できる。

$$2(\cos\omega\Delta t - 1)\mathbf{p}_{x,y}^n + \Delta t^2 c_0^2 A(b_1 + b_2 e^{j\omega\Delta t} + b_3 e^{2j\omega\Delta t} + b_4 e^{3j\omega\Delta t})\mathbf{p}_{x,y}^n = 0 \quad (3.18)$$

式 (3.18) より分散関係式は以下となる。

$$c_0 = \sqrt{\frac{(1 - \cosh^h k^h \Delta t)}{A\Delta t^2(b_1 + b_2 e^{j\cosh^h k^h \Delta t} + b_3 e^{2j\cosh^h k^h \Delta t} + b_4 e^{3j\cosh^h k^h \Delta t})}} \quad (3.19)$$

式 (3.19) の k^h に関して Taylor 展開することで c^h が次式で評価できる。

$$c^h \approx c_0(1 + j\frac{(kc_0\Delta t)}{2}X_1 + \frac{(kc_0\Delta t)^2}{24}X_2 - j\frac{(kc_0\Delta t)^3}{48}X_3 + \mathcal{O}(k^4)) \quad (3.20)$$

ここで、

$$\begin{aligned} X_1 &= b_2 + 2b_3 + 3b_4, \\ X_2 &= (b_1 - 2b_2)^2 - 22b_1b_3 + 8b_2b_3 + 13b_3^3 - 52b_1b_4 - 4b_2b_4 + 32b_3b_4 + 28b_4^2, \\ X_3 &= b_1^2(5b_2 + 34b_3 + 111b_4) + b_2^2(-8b_1 + 2b_2 + 8b_3 + 22b_4) + b_3^2(-76b_1 + b_2 + 10b_3 + 35b_4) \\ &\quad + b_4^2(-264b_1 - 70b_2 + 40b_3 + 30b_4) - 30b_1b_2b_3 - 24b_2b_3b_4 - 250b_3b_4b_1 - 16b_4b_1b_2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

重み係数を従来値から以下に修正することで式 (3.13) を満たしつつ、1次から3次の分散誤差の項を消去できる。

$$b_1 = 14/12, \quad b_2 = -5/12, \quad b_3 = 4/12, \quad b_4 = -1/12 \quad (3.22)$$

式 (3.22) の重み係数の修正値により c^h は以下となる。

$$c^h \approx c_0(1 - \frac{(kh)^4}{1440}(57\tau^4 + 8 - 19\cos^2\theta\sin^2\theta) - j\frac{(\omega\Delta t)^5}{24}) \quad (3.23)$$

式 (3.23) より式 (3.22) の修正した重み係数を用いた新しい Adams–Bashforth 法による時間進行スキームは分散誤差に関して時空間4次精度を達成する。また、分散誤差解析の結果によると本スキームは5次の振幅誤差の項を含むが、その程度は小さく、かつ、単純な方法で誤差の程度をコントロールできる。次節にて、本スキームの理論的、数値的な振幅誤差特性ならびに振幅誤差の制御法を記す。式 (3.22) の修正した重み係数より音圧の時間進行式は下式となる。

$$\mathbf{p}^n = \mathbf{p}^{n-1} + \frac{\Delta t}{12}\mathbf{D}^{-1}(14Mv^{n-1} - 5Mv^{n-2} + 4Mv^{n-3} - Mv^{n-4}) \quad (3.24)$$

以下、式 (3.22) の重み係数を用いる時間4次精度修正 Adams–Bashforth 法を修正 Adams 法と呼ぶ。修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM は式 (3.24), (2.78) による時間進行スキーム、ならびに、式 (3.9) に示す要素形状に非依存な積分点の修正値を用いた有限要素からなる。

3.2.2 安定性解析

修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM による 2 次元音場解析手法の安定条件を Von Neumann の安定性解析に基づき導出する [65]. ここでは, 簡単のため, 正方形要素による離散化を仮定する. $p^{n+1} = A_t p^n$ を満たすような時間ステップ毎の振幅増幅率 A_t を考えると式 (3.16) は次のように変形できる.

$$\left[\left(A_t - 2 + \frac{1}{A_t} \right) + \frac{\Delta t^2 c_0^2 A}{12} \left(14 - 5 \frac{1}{A_t} + 4 \frac{1}{A_t^2} - \frac{1}{A_t^3} \right) \right] p^n = 0 \quad (3.25)$$

ここで, 重み係数の値としては式 (3.22) の修正値を代入している. 安定計算のためには任意の周波数, 伝搬方向の平面波に対して $|A_t| \leq 1$ を満たす必要があり, この条件式は $0 \leq A_t \leq 2$ を満たすことで担保される. ここで, $|C_x| \leq 1$, ならびに, $|C_y| \leq 1$ が各々の定義より明らかに成り立つ. また, 式 (3.9) の積分点を用いた正方形要素では A_t は C_x , ならびに, C_y に対して単調減少な関数であり, $C_x = C_y = 1$ の時に最小値 0 をとり, $C_x = C_y = -1$ の時に最大値となる. $C_x = C_y = -1$ を代入することで, 以下の安定限界時間刻み幅 Δt_{limit} が得られる.

$$\Delta t_{\text{limit}} = \frac{0.459279h}{c_0} \quad (3.26)$$

なお, 不整形要素使用時の安定条件については A_t が複雑な関数となるため導出は難しく, その導出は今後の課題である.

3.3 離散化誤差特性

修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の分散誤差と振幅誤差特性を理論解析ならびに数値実験により調査する. 式 (3.23) が示すように本陽的 TD-FEM における数値的な音速は複素数となるので, 多孔質材中の音波伝搬のように音波伝搬とともに振幅が減衰する. 従って, 吸音材モデリングの類推 [114] に基づく伝搬定数 γ より位相速度 c_p ならびに減衰定数 C_α を計算し, 分散誤差と振幅誤差をそれぞれ個別に調査する. 式 (3.23) より γ , c_p , C_α はそれぞれ以下のようにあらわすことができる.

$$\begin{aligned} \gamma &= j\omega/c^h = \frac{j\omega}{c_0 \left(1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta) - j \frac{(\omega\Delta t)^5}{24} \right)} \\ &= j\omega \frac{1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta) + j \frac{(\omega\Delta t)^5}{24}}{c_0 \left(\left(1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta) \right)^2 + \frac{(\omega\Delta t)^{10}}{576} \right)} \\ &= j\omega \frac{1}{c_p} - C_\alpha \end{aligned} \quad (3.27)$$

ここで,

$$c_p = c_0 \frac{\left(1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta) \right)^2 + \frac{(\omega\Delta t)^{10}}{576}}{1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta)} \quad (3.28)$$

$$C_\alpha = k \frac{\frac{(\omega\Delta t)^5}{24}}{1 - \frac{(kh)^4}{1440} (57\tau^4 + 8 - 19 \cos^2\theta \sin^2\theta) + \frac{(\omega\Delta t)^{10}}{576}} \quad (3.29)$$

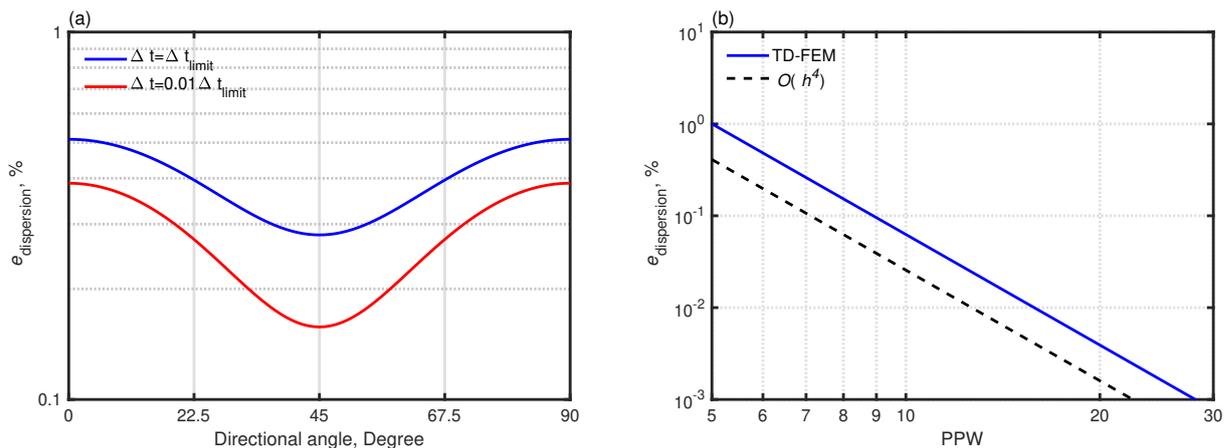


Fig. 3.2 Dispersion characteristics of explicit TD-FEM using modified Adams method: (a) anisotropic characteristics in the dispersion error in terms of sound propagation directions with two time interval values of $\Delta t = \Delta t_{\text{limit}}$ and $\Delta t = 0.01 \Delta t_{\text{limit}}$ and (b) convergence of dispersion error relative to spatial resolution PPW.

減衰定数の単位は Np/m で表され、 $20/\ln 10$ を掛けることで Np/m を dB/m へ変換できる。

3.3.1 理論的な分散誤差特性

修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM における理論的な分散誤差は式 (3.23) の数値的な位相速度と厳密な空気中の音速 c_0 の差より求めることができる。ここで、理論的な分散誤差 $e_{\text{dispersion}}$ を下式で定義する。

$$e_{\text{dispersion}} = \left| \frac{c_0 - c_p}{c_0} \right| \times 100 \quad [\%] \quad (3.30)$$

多次元解析において分散誤差は音波伝搬の方向に関する異方性として現れることがよく知られている。従って、まず式 (3.30) に基づき修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の異方性を評価する。評価にあたってパラメータは次のように設定した: $c_0 = 343.7 \text{ m/s}$, $k = 45.7$, $h = 0.02 \text{ m}$, 2 種の時間刻み幅 $\Delta t = \Delta t_{\text{limit}}$, $0.01 \Delta t_{\text{limit}}$. 本条件において仮想的なメッシュの空間解像度は 6.87 PPW (Point Per Wavelength) となる。Fig. 3.2(a) に 2 種の時間刻み幅における分散誤差の伝搬方向角特性を示す。本手法の分散誤差は時間刻み幅によらず対角方向 ($\theta = \pi/4$) を中心として対称な伝搬方向角特性をもち、軸方向 ($\theta = 0, \pi/2$) で最大値をとる。また、誤差は安定限界の時間刻み幅の場合に最大となっており、時間刻み幅が細くなることで伝搬方向によらず誤差は小さくなる。次に分散誤差の伝搬方向角についての平均値の空間解像度 PPW に対する収束性を Fig. 3.2(b) に示す。なお、ここでの時間刻み幅は安定限界値 Δt_{limit} とした。分散誤差が空間解像度に関して 4 次のオーダーで減少していくのが確認できた。また、分散誤差の伝搬方向角平均値を 1% または 0.5 % 以下に抑えるために必要な空間解像度はそれぞれ 5.45 または 6.48 PPW であった。

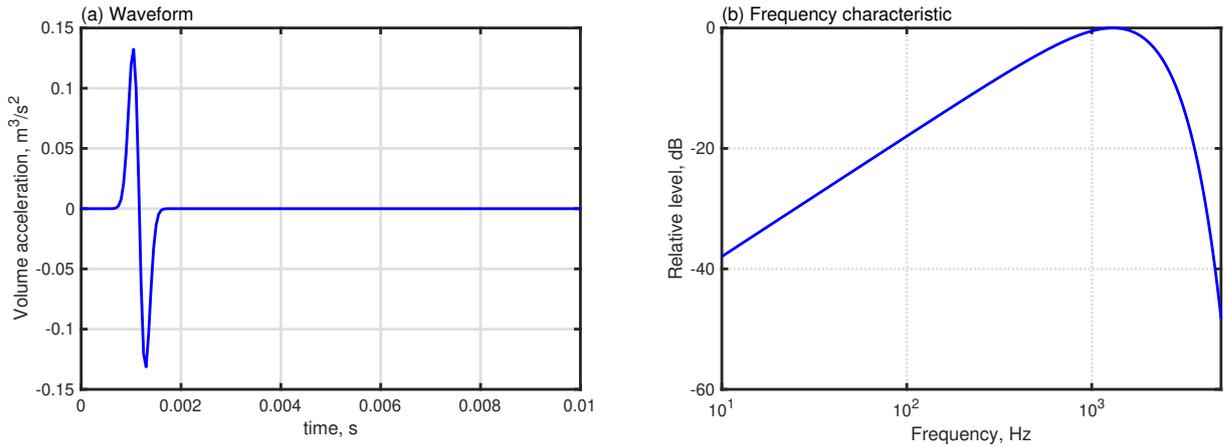


Fig. 3.3 Modulated Gaussian pulse with upper-limit frequency of 2.5 kHz: (a) waveform and (b) frequency characteristic.

3.3.2 数値的な分散誤差特性

Table 3.1 Details of three FE meshes (Mesh-1, -2 and -3) for convergence test: h and PPW respectively denote the length of square FE and the number of points per wavelength

Mesh	h , m	PPW
Mesh-1	0.02	6.87
Mesh-2	0.01	13.75
Mesh-3	0.005	27.45

ここでは、2次元自由空間における円形波伝搬の数値シミュレーションを通して修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の数値的な分散誤差特性を調査する。上限周波数 2.5 kHz の Gaussian パルス音源信号として、音源から軸方向ならびに対角線方向に向かって 2 m 伝搬した音波の音圧波形を計算する。離れた点に設けた 2 つの受信点における波形を計算する。ここで、上限周波数は Gaussian パルスの周波数スペクトルにおいてピークからのゲインが -3 dB となる周波数である。使用した Gaussian パルスの波形と周波数特性を Fig. 3.3 に示す。空間離散化には解像度の異なる 3 種の正方形要素メッシュ (Mesh-1, -2, -3) を使用した。Table 3.1 に各メッシュにおける要素サイズならびに PPW を示す。Mesh-1 は線形要素における経験則である 10 PPW [21] より解像度の低いメッシュである。Mesh-2 と Mesh-3 はそれぞれ Mesh-1 と比べて解像度が 2 倍、4 倍高いメッシュである。時間刻み幅は各メッシュにおける安定限界値を使用する。陽的 TD-FEM で計算した音圧波形は最も解像度が高い Mesh-3 を使用した時空間 4 次精度の陰的 TD-FEM により求めた参照解と比較する。Fig. 3.4 に 3 種のメッシュを用いた陽的 TD-FEM による音圧波形と参照解の比較を示す。ここで、図の上段と下段はそれぞれ軸方向と対角線方向に伝搬した音波の結果を示して

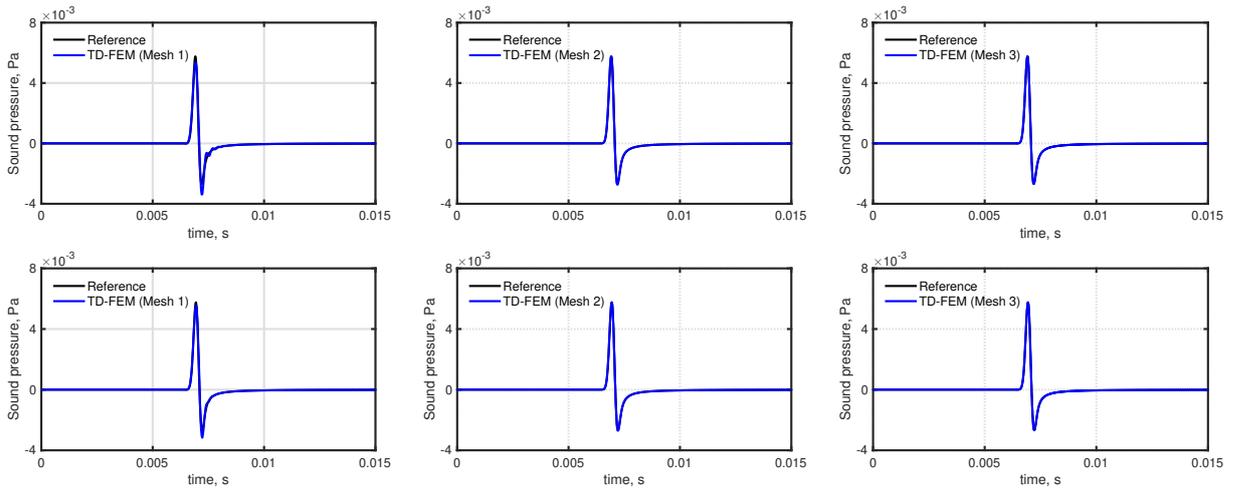


Fig. 3.4 Waveforms at the receivers in the axial direction (upper row) and the diagonal direction (lower row) between the reference solution and the explicit TD-FEM using modified Adams method for three FE meshes (Mesh-1, -2 and -3) listed in Table 3.1.

いる。経験則を満たさない低解像度な Mesh-1 を用いた場合を含め、陽的 TD-FEM の結果は参照解と良好に一致している。Mesh-1 を用いた場合の軸方向に伝搬する音波において分散誤差による僅かな波形の乱れが観測される。軸方向に伝搬する音波の方が対角線方向に伝搬する音波と比べて誤差が大きくなる点は Fig. 3.2(a) に示す理論的な異方性と一致している。また、一般的な線形要素を用いた 2 次精度の陰的 TD-FEM で経験則を満たさないメッシュを用いた場合の分散誤差は 1.5% より大きくなるのに対して、理論的な分散誤差特性によると Mesh-1 を用いた陽的 TD-FEM の分散誤差はおよそ 0.5% 程度であり十分高い精度を保っている。

3.3.3 理論的な振幅誤差特性

ここでは、式 (3.29) を用いて修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の振幅誤差特性を理論的に調査した。まず、振幅誤差が音波伝搬方向に関するに異方性をもつかを評価した。各種パラメータを $c_0 = 340$ m/s, $h = 0.0125$ m, $\Delta t = 1/59,224$ s に設定した際の 2 kHz ならびに 3 kHz の音波に対する振幅誤差の異方性を Fig. 3.5(a) に示す。図が示すように修正 Adams 法を用いた陽的 TD-FEM の振幅誤差は音波伝搬方向に関して等方的であり、周波数が高いほど散逸するエネルギーが大きくなる。続いて、振幅誤差の時間刻み幅に対する収束性を評価した。ここでは、3 kHz の音波が軸方向に 0.1 s 間 (34 m) 伝搬した際の振幅誤差を要素サイズが 0.0125 m, 0.00625 の 2 つのメッシュを用いて計算した。結果を Fig. 3.5(b) に示す。図によると本陽的 TD-FEM の振幅誤差は要素サイズに依存せず、時間刻み幅にのみ依存していることがわかる。また、時間刻み幅が細くなるに従い振幅誤差は小さくなっており、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM では式 (3.29) に基づき時間刻み幅を調整することで振幅誤差を容易に制御できる可能性がある。本制御法の有効性を次項の数値的な振幅誤差解析により明らかにする。

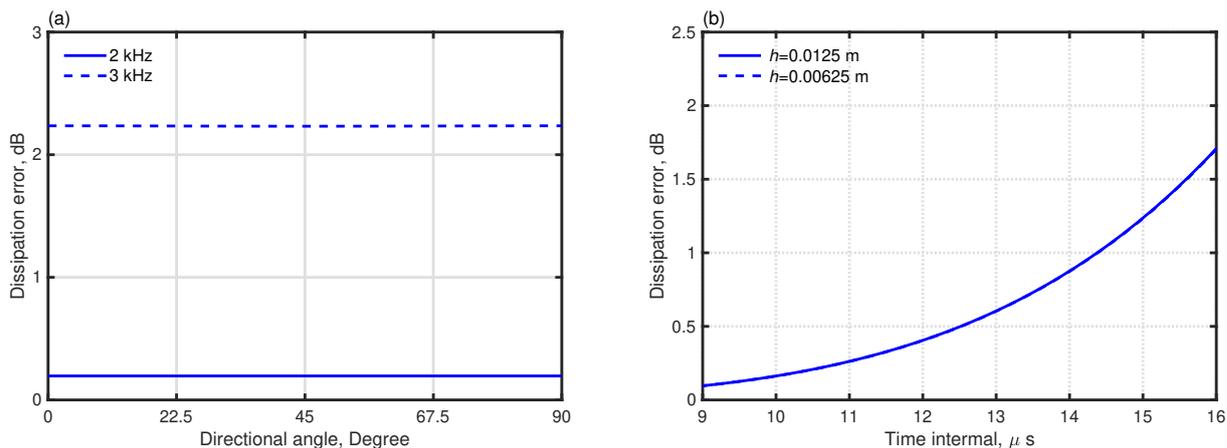


Fig. 3.5 Theoretical dissipation error characteristics of the explicit TD-FEM using modified Adams method: (a) anisotropic characteristics in terms of sound propagation directions at 2 kHz and 3 kHz and (b) convergence of dissipation error relative to time resolution.

3.3.4 数値的な振幅誤差特性

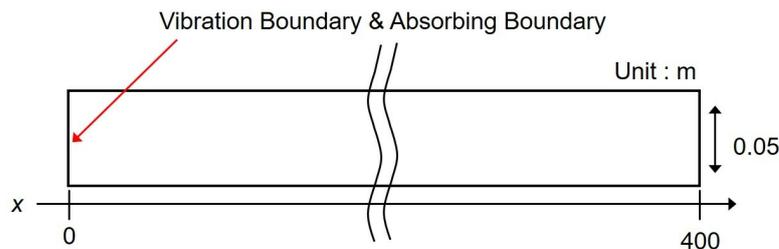


Fig. 3.6 Long numerical duct model with 400 m length.

式 (3.29) に基づく振幅誤差制御法の妥当性を確認するため、Fig. 3.6 に示す長さ 400 m のダクト内を伝搬する平面波を対象とした数値実験を行う。本ダクトモデルの幅は 0.05 m であり、本数値実験で扱う周波数範囲において 1 次元音場が成立する。ここではサイズ $h = 0.0125$ m の FE メッシュと時間刻み幅 $\Delta t = 1/59,224$ s のもと 1.0 s 間の平面波伝搬を計算した。なお、音速は 340 m/s とした。初期条件としてダクト入口面 ($x = 0$) への Gaussian パルス波形による平面波入射を仮定した。 $x = 10\text{--}330$ m に 10 m 間隔で設置した受音点における音圧波形を計算し、その結果を離散 Fourier 変換により周波数応答へと変換する。音源面の極近傍で発生しうる誤差の影響を除くため、平面波が x m 伝搬した際の数値的な振幅誤差 $e_n(x)$ を以下の式を用いて評価した。

$$e_n(x) = L_n(x) - L_n(1) \quad (3.31)$$

ここで、 $L_n(x)$ は音源面から x m 離れた点における数値的な音圧レベルを表す。さらに、数値的な振幅誤差 $e_n(x)$ を理論的な振幅誤差特性と比較するため、式 (3.29) に基づき下式で定義する

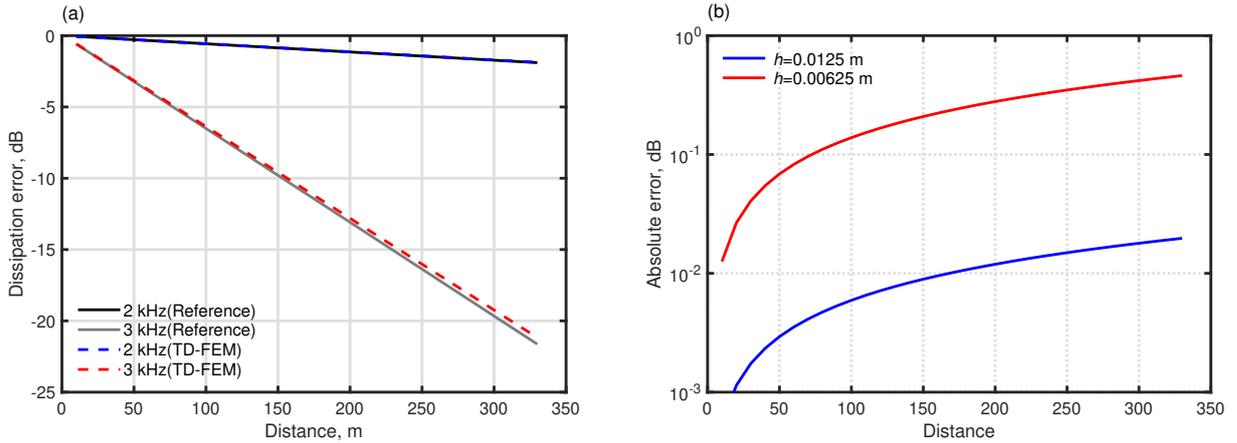


Fig. 3.7 Theoretical and numerical dissipation errors: (a) $e_{\text{reference}}$ vs. e_n at 2 kHz and 3 kHz and (b) absolute errors from $e_{\text{reference}}$ at 2 kHz and 3 kHz.

$e_{\text{reference}}(x)$ を算出した.

$$e_{\text{reference}}(x) = C_\alpha - C_\alpha x \quad (3.32)$$

Fig. 3.7(a), (b) にそれぞれ数値的な振幅誤差 $e_n(x)$ と理論的な振幅誤差 $e_{\text{reference}}(x)$ の比較ならびに $e_n(x)$ と $e_{\text{reference}}(x)$ の絶対誤差を示す. Fig. 3.7(a) より理論的な振幅誤差特性は数値的な特性と良好に一致していることがわかる. Fig. 3.7(b) が示すように両者の差は伝搬距離が長くなるほど、周波数が高くなるほど大きくなる. この差が拡大する傾向は数値的な音速 c^h を理論的に算出する際の Taylor 展開で打ち切った高次の項の寄与が大きくなるためだと推測される. しかし、絶対誤差は最大でも 0.5 dB より小さく、式 (3.29) による振幅誤差の制御法は実用上十分精度をもつ. 従って、修正 Adams 法による陽解法で解析を行う場合、振幅誤差を許容範囲に抑えるために望ましい時間刻み幅を式 (3.29) を用いて事前に算定できる.

3.4 2次元室内音場を対象とした数値実験

ここでは、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の性能を 2 種の建築音響問題: (1) 複雑な音響拡散体が設置された大きな長方形室, (2) コンサートホールモデル, を対象とした kHz 帯域までの解析を通して検証する. 上記 2 種の室モデルの音場に対する解析解は存在しないので、いずれの問題についても時空間 4 次精度の陰的 TD-FEM [32] による計算結果を参照解として用いる. 計算精度と計算コストを従来の積分点 (式 (2.26)) を用いた通常の四辺形 1 次要素と中央加速度法からなる時空間 2 次精度陰的な TD-FEM と比較することで修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の有効性を明らかにする. 陰的 TD-FEM において連立 1 次方程式 (2.18) の求解には CG 法を使用する. 計算コストの指標としては TD-FEM の主要演算である疎行列-ベクトル積 (sparse Matrix-Vector Product: MVP) の総数を用いる. 計算精度の指標は各問題で設定する.

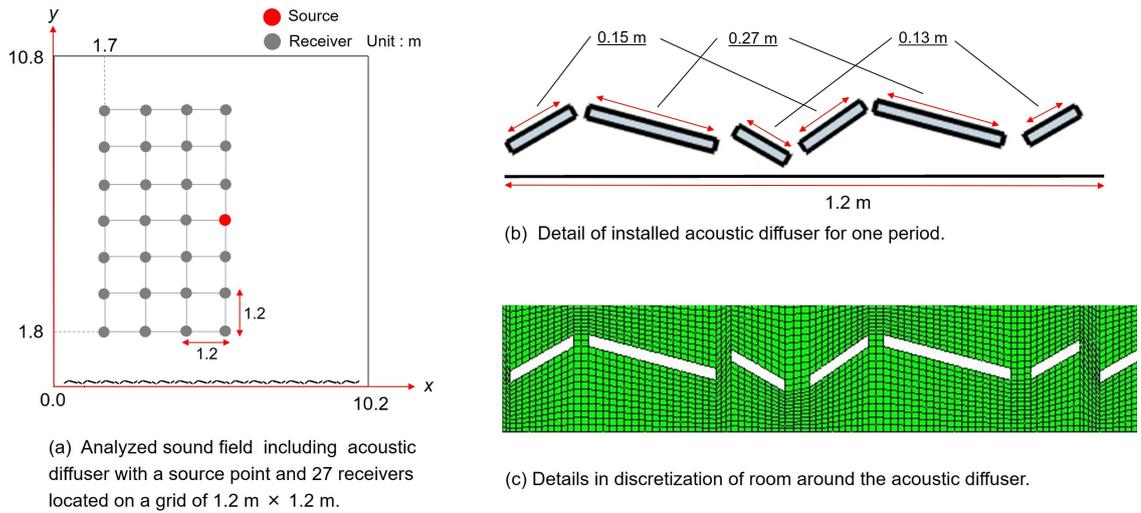


Fig. 3.8 (a) Analyzed sound field including acoustic diffuser with a source point and 27 receivers located on a grid of 1.2 m \times 1.2 m. (b) Details of installed acoustic diffuser for one period. (c) Details of discretization of the room around the acoustic diffuser.

3.4.1 拡散体を有する長方形室内の音響解析

計算設定

Fig. 3.8(a) に解析対象の剛壁境界から成る 10.2 m \times 10.8 m の長方形室と 27 点の受音点位置を記す。本長方形室には周期長 1.2 m の拡散体を剛壁面一面の前方に空気層を設けて 8 周期分設置した。Fig. 3.8(b) に拡散体の詳細を記す。本拡散体は厚さ 0.25 m の剛な板が後壁に対して様々な角度で傾いているため、本長方形室を階段近似でモデル化するには非常に細かいサイズの要素が必要である。しかし、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は従来の陽的 TD-FEM と異なり、式 (3.9) の要素形状に非依存な積分点を使用するため拡散体周辺の複雑な形状を不整形要素を用いてモデル化できる。本検討では、3 kHz において 6.87 PPW を維持する、最大要素長 0.017 m の不整形要素メッシュで空間離散化を行った。参考として、拡散体周辺の離散化の様子を Fig. 3.8(c) に例示する。本問題の自由数は 552,054 DOF である。音源信号には上限周波数 3 kHz の Gaussian パルスを使用した。ここでは、27 個の受音点における 0.1 s 間の音圧波形を式 (3.26) の安定条件を最小要素長に適用することで求めた時間刻み幅 1/120,000 s のもと計算した。2 次精度の陰的 TD-FEM の計算においても陽的 TD-FEM と同一のメッシュと時間刻み幅を使用した。解析精度の指標としては、以下に定義する各受音点における参照解と数値解の音圧の相対誤差を使用した。

$$e_{\text{relative}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{step}}} \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{step}}} (p_{\text{reference}}(i) - p_{\text{FEM}}(i))^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{step}}} (p_{\text{reference}}(i))^2}} \quad (3.33)$$

ここで、 N_{step} は総時間ステップ数を表し、 $p_{\text{reference}}(i)$ ならびに $p_{\text{FEM}}(i)$ はそれぞれ i 番目の時間ステップにおける音圧の参照解ならびに数値解を表す。参照解の計算にあたっては空間解像度が 3 kHz 音波長に対して 15.3 PPW の十分細かいメッシュを使用した。

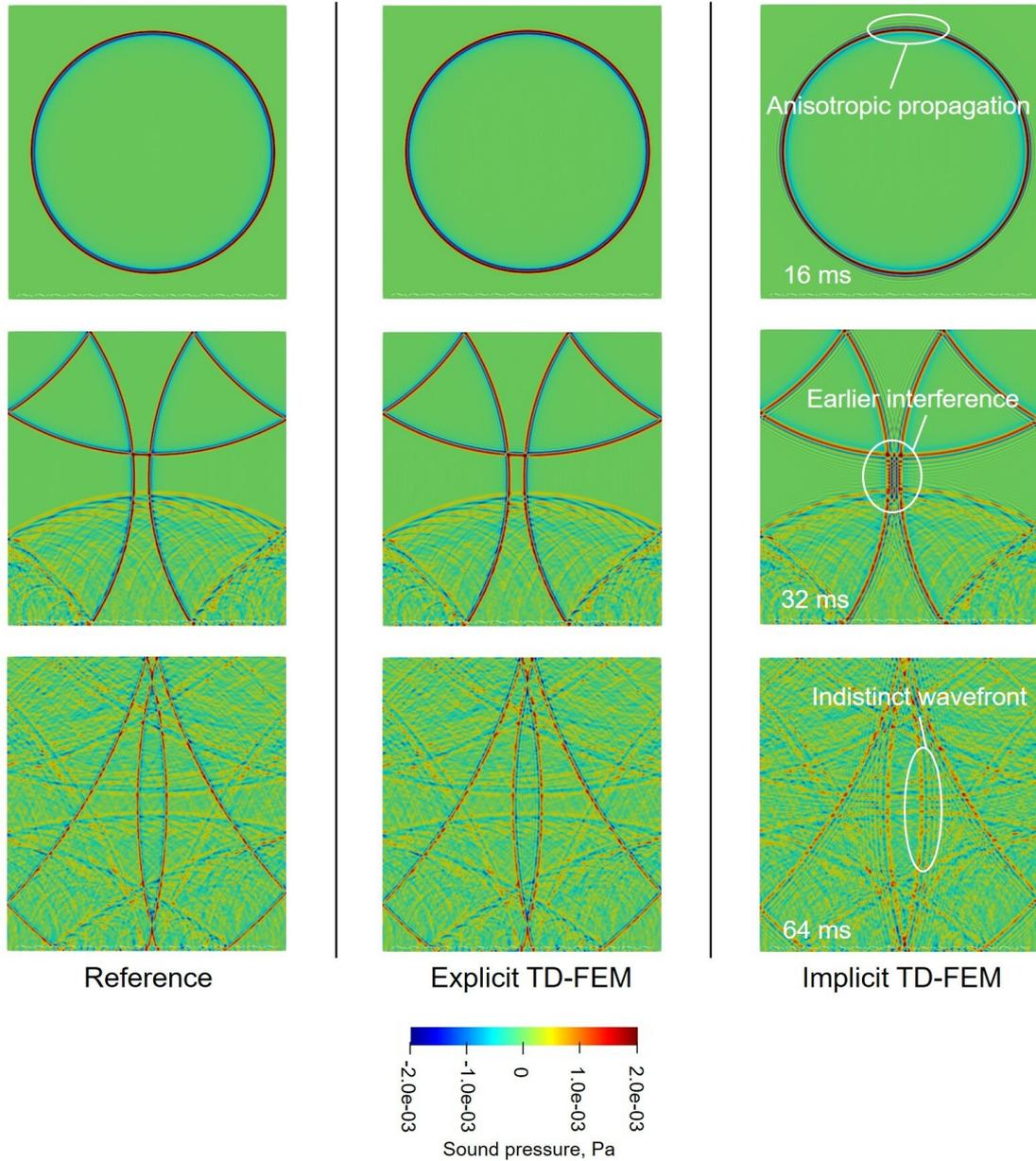


Fig. 3.9 Comparison of sound propagation at $t = 16, 32,$ and 64 ms among (a) Reference, (b) the explicit TD-FEM using modified Adams method and (c) the standard implicit TD-FEM.

結果と考察

Fig. 3.9 に時刻 $t = 16, 32,$ and 64 ms における音圧分布を参照解, 陽的 TD-FEM, 2 次精度陰的 TD-FEM で比較して示す. 修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の音波伝搬性状は分散誤差の影響が少なく等方的であり, 参照解と良好に一致している. 対して, 2 次精度陰的 TD-FEM の結果は軸方向への音波伝搬が斜め方向と比べて速い非等方的な挙動を示しており, 分散誤差の影響が大きい. また, 32 ms において参照解より速い音波干渉が発生しており, 64 ms では分散誤差の影響で波形が不明瞭となっている.

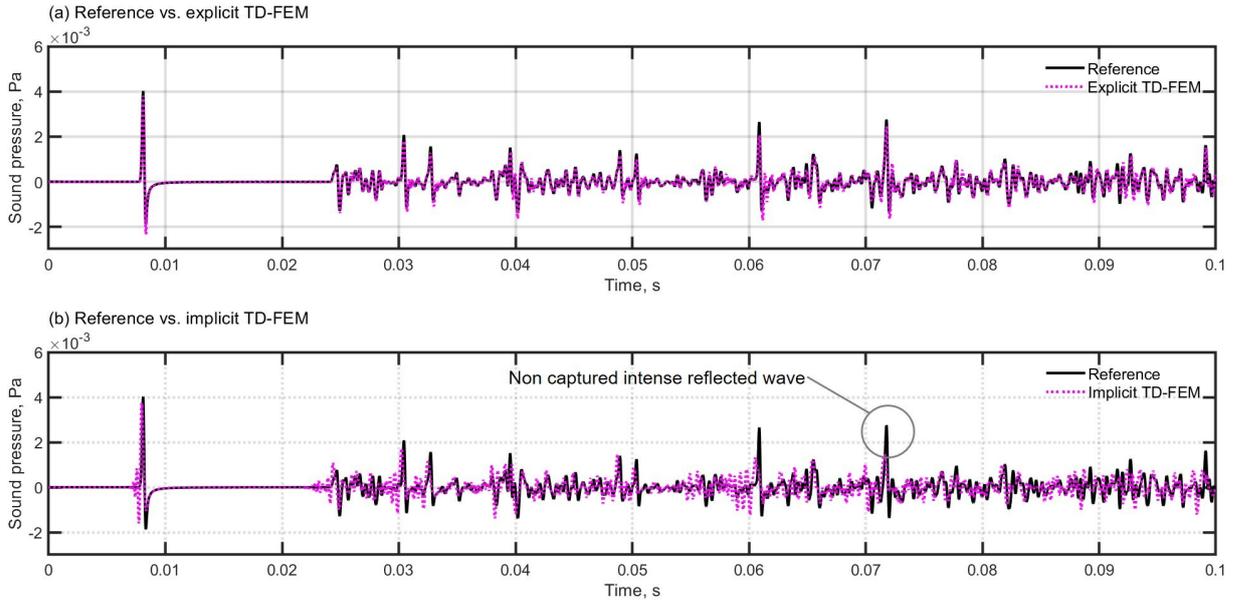


Fig. 3.10 Comparisons of sound pressure waveforms at a receiver $(x, y) = (5.3, 3.0)$ among the reference solution, the explicit TD-FEM using modified Adams method, and the standard implicit TD-FEM: (a) reference vs. explicit TD-FEM and (b) reference vs. implicit TD-FEM.

Fig. 3.10 に $(x, y) = (5.3, 3.0)$ における音圧波形を参照解，陽的 TD-FEM，2 次精度陰的 TD-FEM で比較したものを示す。陽的 TD-FEM による結果は振幅誤差の影響で振幅について僅かな差が見られるが，参照解とよく対応している。この結果より修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は複雑な境界形状を含む音場を適切にモデル化できていると言える。一方，2 次精度陰的 TD-FEM は大きな分散誤差を伴うため参照解と著しく乖離している。分散誤差は音速の誤差であり，その影響は直接音から目視できる。また，誤差が時間とともに蓄積していく様子も確認できる。さらに，2 次精度陰的 TD-FEM は $t=0.06, 0.07$ s 付近の強い反射音を捕らえられていないこともわかる。定量的には，陽的 TD-FEM の相対誤差の平均値は 0.316% と 2 次精度陰的 TD-FEM の 1.031% の 3 分の 1 程度であった。さらに，陽的 TD-FEM では本計算に必要な総 MVP 数は 24,000 であり，総 MVP 数が 109,109 の陰的 TD-FEM と比べて 4.55 倍ほど高速である。以上より，複雑形状の剛境界からなる音場解析において，修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は一般的な 2 次精度陰的 TD-FEM より優れた計算効率をもつことが確認できた。

3.4.2 コンサートホールモデルの音響解析

計算設定

第 2 の数値計算例ではより実用的な問題における性能を検証する。Fig. 3.11 に 296 m^2 の 2 条件のコンサートホールモデルを示す。Cond. 1 は基本のモデルで Cond. 2 は舞台上部に反射板，舞台後壁にリブ構造を有するより複雑なモデルである。舞台上部の反射板は幅 0.4 m，長さ 5.86 m で，リブ構造は深さ 0.1 m，幅 0.2 m，周期長 0.4 m である。ここでは，境界の吸音を等価インピーダン

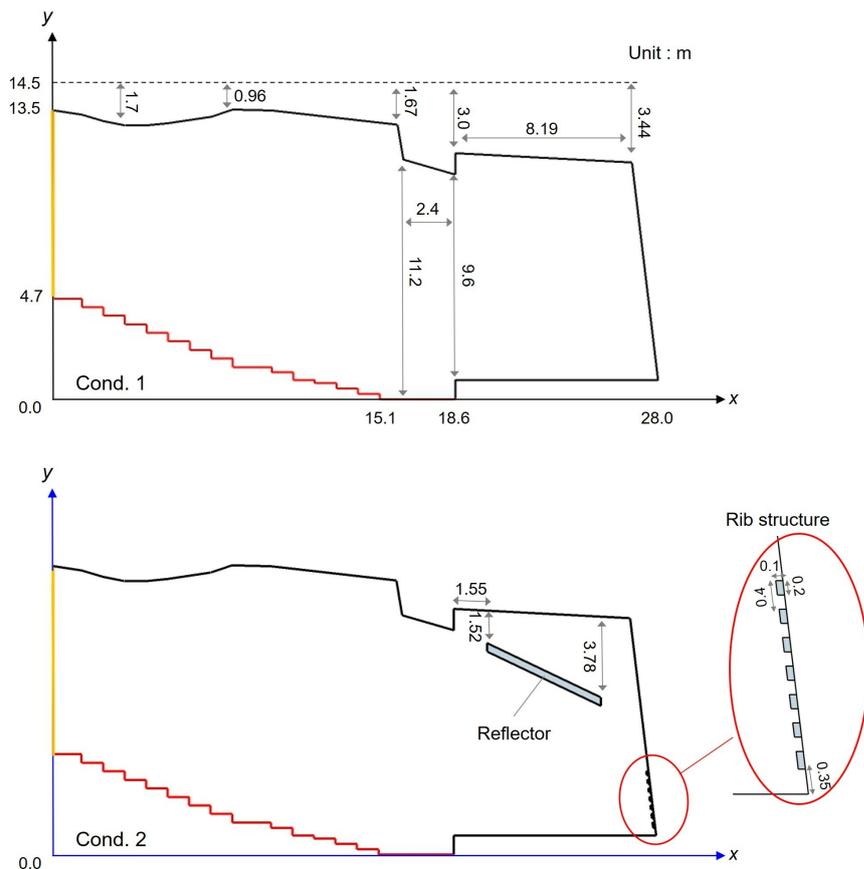


Fig. 3.11 Concert hall models of two conditions (Cond. 1 and Cond. 2) where red and yellow lines respectively represent seat zone with $z_n=3.87$ and back wall with $z_n=7.14$.

モデルにより考慮した。Fig. 3.11において赤い線で示す客席部ならびに黄色い線で示す後壁にはそれぞれ比音響インピーダンス比 $z_n=3.87$, $z_n=7.14$ を与えた。各インピーダンスに対応する統計入射吸音率は0.8, 0.6である。反射板を含む他の境界には統計入射吸音率0.1相当の $z_n = 71.519$ を与えた。音源波形としては中心周波数2 kHzの4次のパワース型1/3オクターブバンドフィルタのインパルス応答を使用した。音源の波形と周波数特性をFig. 3.12に示す。Table 3.2に示す15点の受音点における2 s間の帯域制限されたRIRを計算する。コンサートホールモデルは最大要素長0.02 mの4節点四辺形要素からなるFEメッシュで空間離散化した。本メッシュの空間解像度は2 kHz 1/3オクターブバンドの上限周波数に対して7.65 PPWである。Cond. 1ならびにCond. 2のFEMモデルの自由度数はそれぞれ806,478, 880,796 DOFであった。また、時間刻み幅は両条件とも $\Delta t = 1/98,000$ sとした。RIRを用いた室内音響の評価では音圧レベルの時間積分値を用いて算出する残響時間や明瞭性といった室内音響指標の使用が重要である。従って、本数値実験の計算精度の指標としては以下の式で定義する音圧レベルの時間積分値に関する絶対誤差を使用した。

$$e(t) = \left| 20 \log \left(\frac{\int_0^t p_{\text{reference}}(\tau) d\tau}{\int_0^t p_{\text{TDFEM}}(\tau) d\tau} \right) \right| \text{ [dB]} \quad (3.34)$$

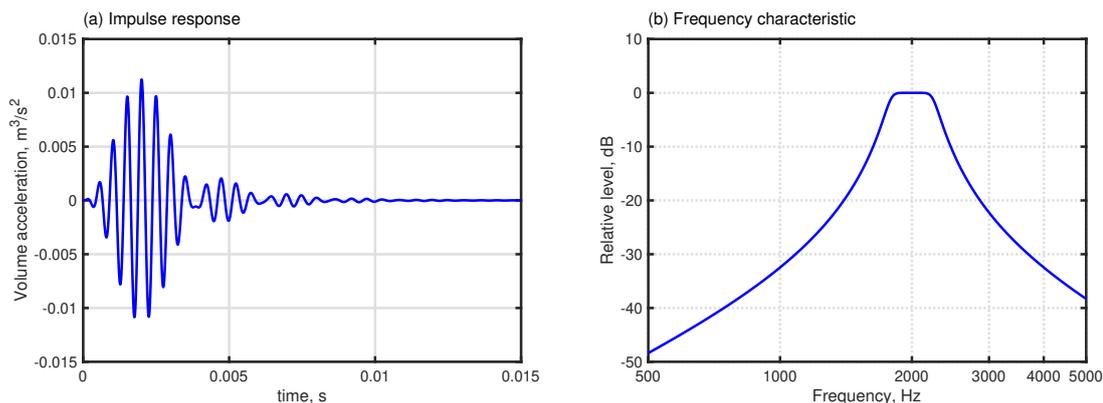


Fig. 3.12 Source signal of fourth-order Butterworth type 1/3 octave bandpass filter with center frequency of 2 kHz: (a) impulse response and (b) frequency characteristic.

Table 3.2 List for 15 receiver positions (R1–R15) in concert hall model

Receiver	(x, y) , m	Receiver	(x, y) , m
R1	(15.1, 1.25)	R9	(6.3, 3.5)
R2	(14.1, 1.5)	R10	(5.3, 3.9)
R3	(13.1, 1.7)	R11	(4.3, 4.3)
R4	(12.1, 2.0)	R12	(3.3, 4.7)
R5	(11.1, 2.1)	R13	(2.3, 5.1)
R6	(10.1, 2.5)	R14	(1.3, 6.3)
R7	(8.3, 2.7)	R15	(0.8, 6.7)
R8	(7.3, 3.1)		

ここで、 $p_{\text{TFEM}}(t)$ と $p_{\text{reference}}(t)$ はそれぞれ時刻 t における数値解と参照解を表す。参照解は同一の FE メッシュを使用した 4 次精度陰的 TD-FEM により計算した。なお、本メッシュにおける 4 次精度陰的 TD-FEM の理論的な分散誤差は 0.1% より小さく、参照解としては十分な精度である。

結果と考察

Fig. 3.13 に Cond. 1 における受音点 R1 $(x, y) = (15.1, 1.25)$ での直接音波形についての修正 Adams 法による陽的 TD-FEM, 2 次精度陰的 TD-FEM, 参照解の比較を示す。なお、Cond. 2 については同様の結果が得られたので描写を省略する。修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の結果は参照解とよく一致しているのに対して陰的 TD-FEM の結果は大きな分散誤差のため音速が速くなっており参照解より先に直接音が到来している。Fig. 3.14 に Cond. 1, Cond. 2 のそれぞれにおける 1 s 間の RIR を修正 Adams 法による陽的 TD-FEM, 2 次精度陰的 TD-FEM, 参照解での比較を示す。室条件によらず、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は応答全体を通して参照解と

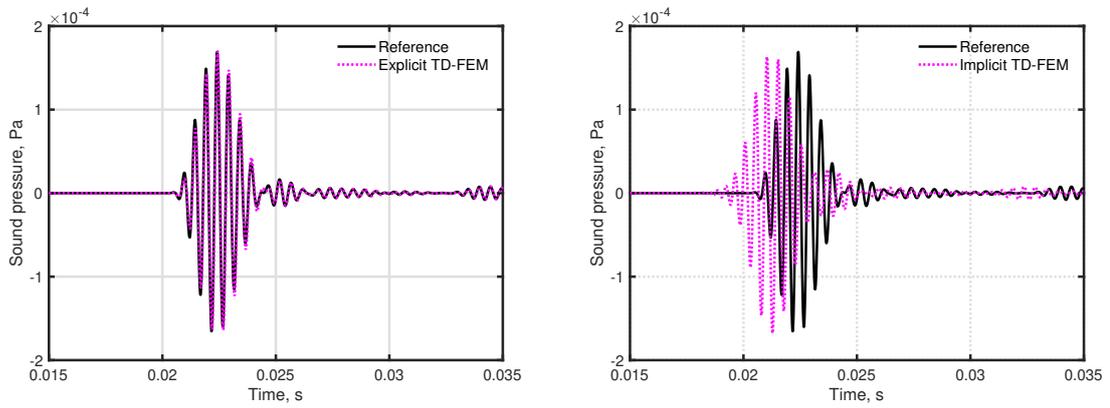


Fig. 3.13 Comparisons of direct sound waveform at R1: the reference solution vs. the explicit TD-FEM using modified Adams method (Left) and the reference solution vs. the standard implicit TD-FEM (right).

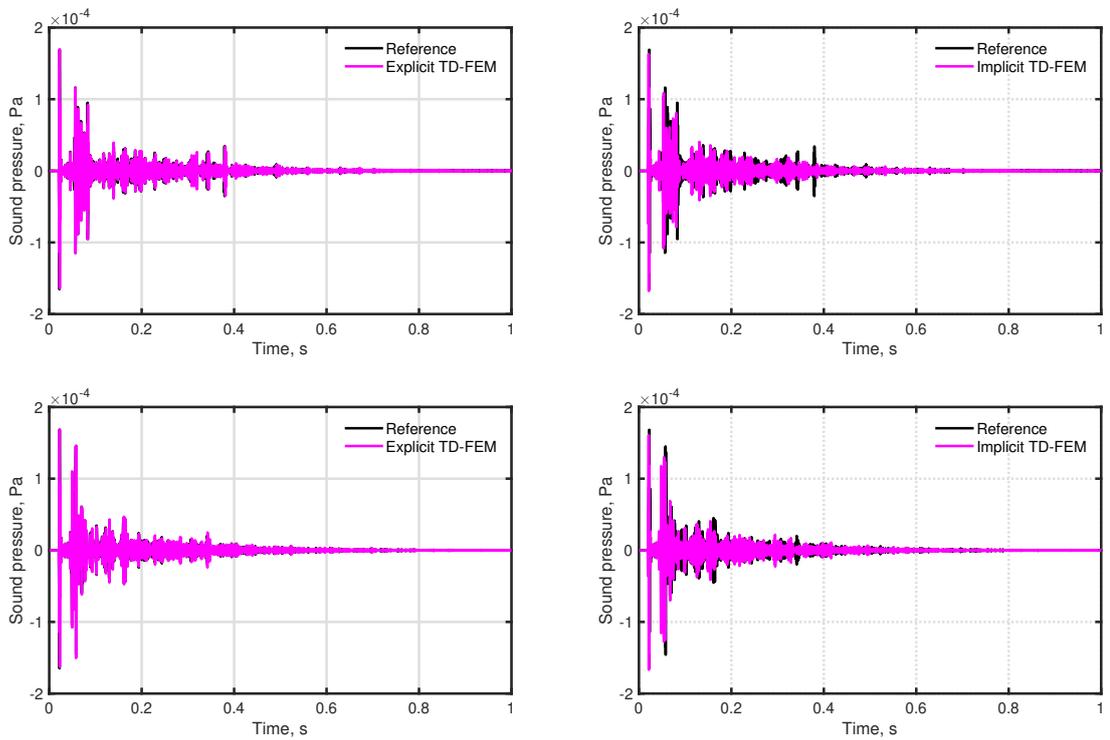


Fig. 3.14 Band-limited RIRs at R1 among the reference solution, the explicit TD-FEM using modified Adams method, and the standard implicit TD-FEM for Cond. 1 (upper row) and Cond. 2 (lower row).

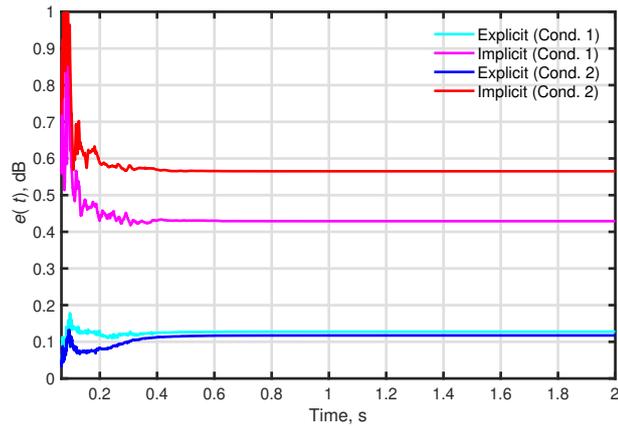


Fig. 3.15 Comparison of absolute errors in time integrated sound pressure levels between the explicit TD-FEM using modified Adams method and the standard implicit TD-FEM for Cond. 1 and Cond. 2.

良好な対応を示している。一方、2次精度陰的 TD-FEM は参照解とのいくつかの致命的な乖離を示している。例えば、Cond. 1 では 0.4 s 付近に到来する強い反射音を捉えてなく、Cond. 2 では 0.05 s 付近の初期反射音を過小評価している。Fig. 3.15 に Cond. 1 ならびに Cond. 2 での絶対誤差 $e(t)$ の空間平均値を修正 Adams 法による陽的 TD-FEM と 2 次精度陰的 TD-FEM で比較して示す。ここでは、直接音到来時刻以来の誤差を載せている。陽的 TD-FEM の $e(t)$ の最大値は吸音条件によらず 0.2 dB より小さいのに対して、2 次精度陰的 TD-FEM における $e(t)$ の最大値は Cond. 1, Cond. 2 のそれぞれで 0.4 dB, 0.6 dB であり、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は 2 次精度陰的 TD-FEM と比べて定量的にも高い計算精度が得られている。また、各手法で本コンサートホールモデルの解析に要した MVP の総数は陽的 TD-FEM で 392,000, 2 次精度陰的 TD-FEM で 1,995,506–2,053,979, 4 次精度陰的 TD-FEM で 1,219,622–1,306,921 であり、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は 2 次精度陰的 TD-FEM, 参照解の計算に用いた 4 次精度陰的 TD-FEM のそれぞれと比べて約 5 倍、約 3 倍の計算速度で解析可能であり、複雑な形状の室内音場の数 kHz 帯域までの解析において陰解法と比べて優れた計算効率をもつことが示された。

Fig. 3.16 に修正 Adams 法による陽的 TD-FEM でシミュレートした両吸音条件におけるコンサートホールモデル内の音波伝搬性状を示す。10 ms における音圧レベル分布より音波が等方的に伝搬していることがわかる。また、Cond. 2 ではステージ後壁のリブ構造による音波の散乱反射により Cond. 1 と比べて音場の拡散性が向上している。さらに、ステージ上部の反射板により客席部に到達する初期反射音が増加していることも確認できる。Fig. 3.17 に Cond. 1 ならびに Cond. 2 における 0.1 s 間の音圧レベルの時間積分値の空間分布を示す。反射板の設置により客席部に届く初期の音エネルギーが増加し、ステージ後壁周辺のエネルギーが減少している。これらの結果は過渡音場の可視化がコンサートホールの形状検討に有効なこと、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の実用的な室内音響設計ツールとしての有効性を示している。

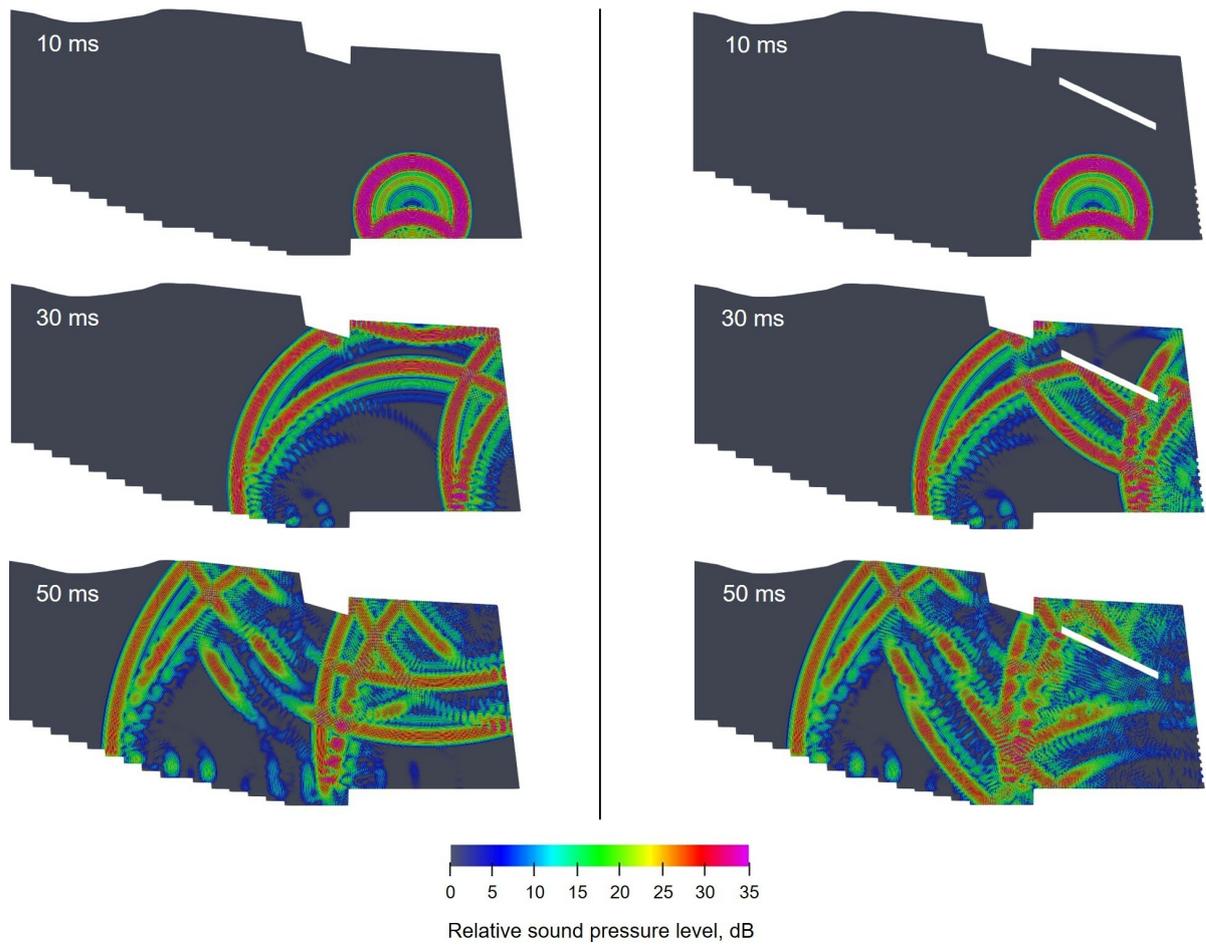


Fig. 3.16 Sound propagation in a concert hall model for Cond. 1 (left column) and Cond. 2 (right column) at $t= 10, 30$ and 50 ms.

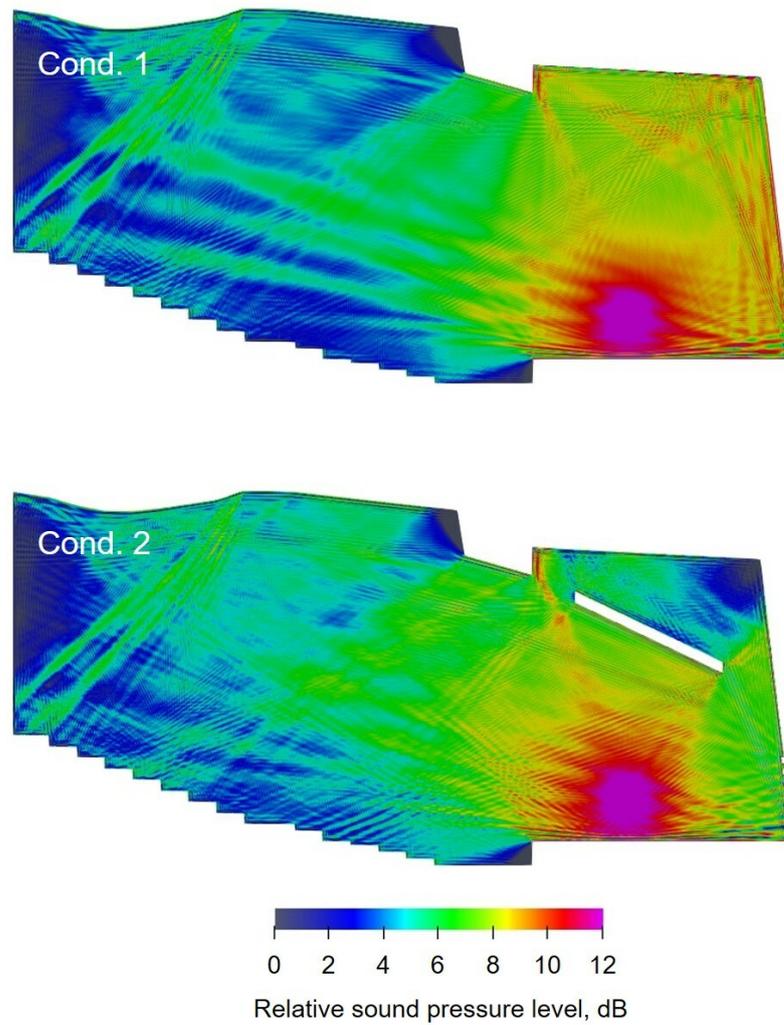


Fig. 3.17 Comparison of time-integrated sound pressure level until 0.1 s for Cond. 1 (upper) and Cond. 2 (lower).

3.5 まとめ

本章では、修正 Adams 法による時空間 4 次精度の陽的 TD-FEM を用いた室内音響解析手法を構築した。同手法は修正積分則による分散低減要素と理論解析に基づき独自に設計した時間積分法からなる。特筆すべき点としては、従来の陽的 TD-FEM の課題であった時間離散化の高精度化のための要素形状に関する制限を完全に克服しており、複雑な境界形状を有する室内音場を階段近似することなく、高精度に解析可能である。また、本章で開発した時間積分法は従来の陽的 TD-FEM と比較して時間ステップあたりの疎行列ベクトル積演算数が同一であり、演算量の増加が発生しない。本手法の離散化誤差特性を分散誤差解析、振幅誤差解析を通して検証した。分散誤差解析によると、同手法は音波伝搬方向のうち軸方向において分散誤差が最大となり、斜め方向 ($\theta = \pi/4$) で最小となる。さらに、時間離散化幅が細くなるに従い分散誤差は小さくなる。理論的な分散誤差解析より、数値的な音速が複素数となる場合に振幅誤差が発生することも明らかにした。この振幅誤差は時間刻み幅のみに依存し、その制御法も構築した。修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の複雑な形状の室内音響解析への有効性を複雑な拡散体を有する長方形室とコンサートホールモデルを対象とした標準的な陰的 TD-FEM との比較により検証した。結果として、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は複雑な室内音場の数 kHz 帯域までの解析を標準的な手法と比べて非常に少ない計算負荷でより高精度に実施でき、その有効性が確認できた。

第4章 分散誤差を最適化した陽的時間領域有限要素法による室内音響解析手法の構築

本章では式 (3.11) に示す線形多段型の時間積分法の一般形に基づく3段の時間積分法を用いた振幅誤差を完全に排除した2種類の陽的 TD-FEM による3次元室内音響解析手法を構築する。1つ目の手法は時空間4次精度のスキームで、もう1つは分散誤差の最適化法により時空間4次精度法と比べ高域における音場の近似性能を向上させたスキームである。2つのスキームの性能を理論解析、数値実験を通して比較し、最終的に分散誤差を最適化した手法の有効性を示す。ここでは、基礎的な検討として剛境界のみをもつ閉音場を対象とする。吸音条件を考慮しない場合の定式化は比音響アドミタンス比 $y = 0$ とすることで得られる。以下、振幅誤差を排除した時空間4次精度のスキームを4th-E TD-FEM、分散誤差の最適化を行ったスキームをOpt-E TD-FEMと呼ぶ。4.1節では4th-E TD-FEMの定式化を行う。分散誤差解析を通して、3段の時間積分法において振幅誤差を排除するための重み係数の条件式を求め、さらに、時間4次精度を達成する重み係数を導出する。また、安定条件ならびに理論的な分散誤差特性を提示する。4.2節ではOpt-E TD-FEMの定式化を行う。まず、周波数領域における分散誤差解析により空間離散化誤差の最適化を行い、続いて、時間領域での分散誤差解析の結果を用いて時間離散化誤差の最適化を行う。また、Opt-E TD-FEMの理論的な分散誤差特性の一例を示す。4.3節では立方体室と直方体室を対象に3種の数値実験を行いOpt-E TD-FEMの3次元音響解析への基本的な有効性を調査する。最後に4.4節において本章の成果をまとめる。

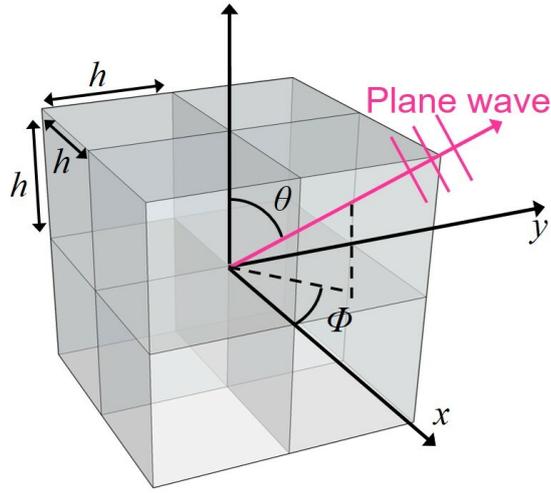


Fig. 4.1 Plane wave propagation in a free field under uniformly discretized mesh with cubic elements of length h , where θ and ϕ respectively denote the elevation and azimuth in the spherical coordinate system.

4.1 分散誤差を排除した時空間 4 次精度法の定式化

4.1.1 3 段の時間積分法

振幅誤差を排除した高精度な時間進行スキームを構築するため、線形多段型の時間積分法の一般形に基づく 3 段の時間積分法を用いて式 (2.71) の $\dot{\mathbf{p}}$ を次式のように離散化する。

$$\mathbf{p}^n = \sum_{i=1}^3 a_i \mathbf{p}^{n-i} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \sum_{j=1}^3 b_j \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-j} \quad (4.1)$$

ここで、 a_i と b_j はそれぞれ i 番目と j 番目の時間積分の重み係数で以下の条件式を満たす。

$$\sum_{i=1}^3 a_i = \sum_{j=1}^3 b_j = 1 \quad (4.2)$$

\mathbf{v} の時間進行については式 (2.78) において $y = 0$ とした次式を用いる。

$$\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n) \quad (4.3)$$

4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM のいずれも式 (4.1), (4.3) からなる時間進行スキームを使用する。この後記すように、各手法は質量行列と剛性行列の計算に用いる数値積分点と式 (4.1) の重み係数に異なる値を使用する。

4.1.2 分散誤差解析

ここでは、Fig. 4.1 に示すサイズ h の一様な立方体要素で離散化された自由空間を対象に 3 次元分散誤差解析を行い、時間 4 次精度を達成するための適切な重み係数を導出する。陽的 TD-FEM

の3次元分散誤差解析の手順の詳細は2.5.1項に示している。以下では、音波伝搬方向のうち x, y, z 軸に沿った方向 ($\theta = 0 \vee 90^\circ \wedge \phi = 0 \vee 90^\circ$) を軸方向、立方体要素の対角線方向 ($\theta = \phi = 45^\circ$) を対角線方向と呼ぶ。式 (4.1), (4.3) から外力項を除いた式と等価な線形多段形式は以下となる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{p}^{n+2} - (a_1 + 1)\mathbf{p}^{n+1} - (a_2 - a_1)\mathbf{p}^n - (a_3 - a_2)\mathbf{p}^{n-1} + a_3\mathbf{p}^{n-2} \\ & + c_0^2 \Delta t^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} (b_1 \mathbf{p}^{n+1} + b_2 \mathbf{p}^n + b_3 \mathbf{p}^{n-1}) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

3次元空間における平面波は式 (2.87) で表される。分散誤差は式 (4.4) に式 (2.87) を代入した上で c_0 について解くことで評価できる。ここで、第3章の結果より分散誤差の式が虚部を含む場合スキームは振幅誤差を含む。しかし、3段の時間積分法を用いる場合、以下の重み係数に関する条件を満たすことで振幅誤差を排除できる。

$$a_1 + 1 = a_3 - a_2, \quad a_3 = 1, \quad b_1 = b_3 \quad (4.5)$$

式 (4.2), (4.5) より以下が得られる。

$$a_1 = 2, \quad a_2 = -2, \quad a_3 = 1, \quad b_2 = 1 - 2b_1 \quad (4.6)$$

式 (2.87), (4.6) を用いて式 (4.4) は次のように変形できる。

$$(4 - 6 \cos \omega \Delta t + 2 \cos 2\omega \Delta t + c_0^2 \Delta t^2 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K} ((1 - 2b_1) + 2b_1 \cos \omega \Delta t)) p_{x,y,z}^n = 0 \quad (4.7)$$

式 (4.7) を c_0 について解くと以下の分散関係式が得られる。

$$c_0 = \sqrt{\frac{h^6(-4 + 6 \cos c^h k^h \Delta t - 2 \cos 2c^h k^h \Delta t)}{\Delta t^2 M_c K_c ((1 - 2b_1) + 2b_1 \cos c^h k^h \Delta t)}} \quad (4.8)$$

ここで、 M_c, K_c は式 (2.96) の通りである。4th-E TD-FEM は修正 Adams 法による陽的 TD-FEM と同様に式 (3.9) の積分点の修正値を使用することで空間4次精度を達成する。数値的な波数 k^h に関して式 (4.8) を Taylor 展開することで数値的な音速 c^h は以下のように表される。

$$c^h = c_0 \left(1 + \frac{(\omega \Delta t)^2}{24} (12b_1 - 13) + O(k^4) \right) \quad (4.9)$$

ここで、 $b_1 = 13/12$ とすることで2次の分散誤差の項が消去され、以下の時空間4次精度を達成できる。

$$c^h \approx c_0 \left(1 - \frac{(kh)^4}{368640} (14952\tau^4 + 1230 + C) \right) \quad (4.10)$$

ここで、

$$C = 295 \cos 2\theta + 514 \cos 4\theta + 9 \cos 6\theta + 16(29 - 9 \cos 2\theta) \cos 4\phi \sin^4 \theta \quad (4.11)$$

式 (4.10) より数値的な音速は実数であり、振幅誤差を含まないことがわかる。なお、式 (4.8) は虚部をもたないため、重み係数に式 (4.6) の値を用いた3段の時間積分法では Taylor 展開の次数によらず数値的な音速は実数となる。4th-E TD-FEM は式 (3.9) の積分点と式 (4.6) ならびに

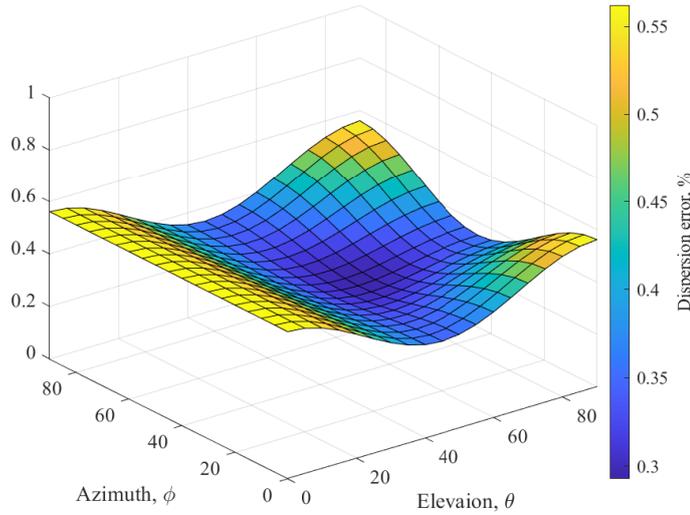


Fig. 4.2 Propagation-angle-dependent dispersion error characteristic of 4th-E TD-FEM.

$b_1 = 13/12$ の重み係数を使用する. Von Neumann の安定性解析より [65], 4th-E TD-FEM における安定限界時間刻み幅 Δt_{limit} は以下となる.

$$\Delta t_{\text{limit}} = 0.490774h/c_0 \quad (4.12)$$

Fig. 4.2 に安定限界時間刻み幅を用いた場合の 4th-E TD-FEM の分散誤差の伝搬方向角特性を示す. 計算条件は $f=2.5$ kHz, $h=0.02$ m, $c_0=343.7$ m/s とした. ここで, 空間解像度 R を音波長 λ を用いて λ/h と定義すると, 本計算条件では $R = 6.87$ である. TD-FEM の分散誤差は軸方向で最大値をとり, その値は 0.6% 程度である. 続いて, 軸方向, 対角線方向における分散誤差と空間解像度 R の関係を Fig. 4.3 に示す. ここで, Δt は式 (4.12) の Δt_{limit} を使用する. 4th-E TD-FEM は $R \geq 5.98$ において分散誤差が 1% 以下となる. 一方, 標準的な陰的 TD-FEM は分散誤差を 1% とするために少なくとも $R = 12$ が必要であり, 4th-E TD-FEM は標準的な手法と比べて高い計算精度をもつことがわかる.

4.2 分散誤差を最適化したスキームの定式化

ここでは, 2 つ目の振幅誤差を排除したスキームである Opt-E TD-FEM の定式化とその理論的な分散誤差特性を示す. 次節の数値実験で示すように, Opt-E TD-FEM は同一の空間解像度メッシュを用いた解析において 4th-E TD-FEM と比べて高周波数域における近似性能が優れた手法である. Opt-E TD-FEM は要素マトリクス計算における積分点 α_m, α_k と時間積分法の重み係数のそれぞれに特定の周波数において分散誤差を最小化する最適値を使用する.

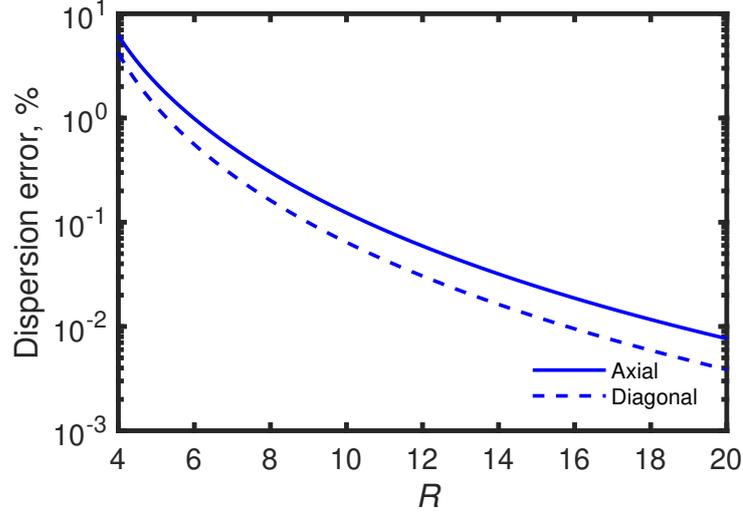


Fig. 4.3 Relations between spatial resolution R and dispersion error in 4th-E TD-FEM at the axial direction and at the diagonal direction.

4.2.1 空間離散化誤差の最適化

まず、半離散方程式 (2.71), (2.72) の周波数領域表現 (式 (3.1), (3.2)) に基づき空間離散化に伴う誤差を最小化する積分点を導出する. 3.1 節で示した周波数領域における分散誤差解析より 3次元音場の空間離散化による分散関係式は以下となる.

$$c_0 = c^h k^h \sqrt{\frac{h^6}{M_c K_c}} \quad (4.13)$$

式 (4.13) における c^h ならびに k^h をそれぞれ c_0 , k に置き換えることで空間離散化誤差 e_{spatial} は次式で評価できる.

$$e_{\text{spatial}} = \frac{c_0 k \sqrt{\frac{h^6}{M_c K_c}} - c_0}{c_0} \quad (4.14)$$

ここで、軸方向において $e_{\text{spatial}} = 0$ となるように式 (4.14) を解くと、次の α_m の最適値が陽な形で導出できる.

$$\alpha_m = \pm \sqrt{\frac{4\pi^2 + R^2(\cos^2(\frac{2\pi}{R}) - 1)}{R^2(\cos(\frac{2\pi}{R}) - 1)^2}} \quad (4.15)$$

式 (4.15) の積分点は FE メッシュまたは要素の空間解像度 R のみに依存し、解析周波数と使用する FE メッシュによって決定される. さらに、式 (4.15) の積分点を式 (4.14) へ代入した上で対角線方向について $e_{\text{spatial}} = 0$ を解くことで、 α_m と R のみに依存する α_k の最適値を導出できる.

$$\alpha_k = \pm \sqrt{\frac{-(\frac{2}{R}\sqrt{X_1} + X_2)}{3X_3^2 X_4^2 X_5 X_6}} \quad (4.16)$$

ここで、

$$X_1 = -X_3^2 X_4^2 X_6 (R^2 X_4^2 (Y_1 - Y_2)^2 (-X_6) + 48\pi^2 X_5)$$

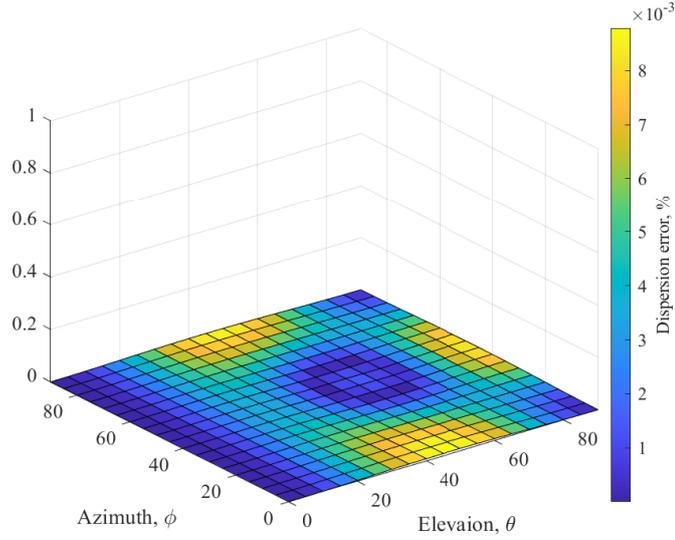


Fig. 4.4 Propagation-angle-dependent dispersion error characteristic of Opt-E TD-FEM.

$$\begin{aligned}
X_2 &= \alpha_m^6 X_3^3 X_5 X_7 - X_3 X_7 (Y_1 + 1)^2 (1 + Y_2) \\
&+ \alpha_m^2 (Y_1^2 - 1) (-3 + Y_1 - Y_2 + 3Y_1 Y_2) X_7 \\
&- \alpha_m^4 X_3^2 X_7^2
\end{aligned}$$

$$X_3 = Y_1 - 1, \quad X_4 = 1 + \alpha_m^2 + Y_1 - \alpha_m^2 Y_1$$

$$X_5 = Y_2 - 1, \quad X_6 = 1 + \alpha_m^2 + Y_2 - \alpha_m^2 Y_2$$

$$X_7 = -3 - Y_1 - Y_2 + 3Y_1 Y_2$$

$$Y_1 = \cos \frac{\pi}{R}, \quad Y_2 = \cos \frac{\sqrt{2}\pi}{R} \quad (4.17)$$

4.2.2 時間離散化誤差に関する最適化

続いて、時間離散化に伴う誤差を最小化する時間積分における重み係数を導出する。式 (4.8) に $\frac{h^6}{McKc} = 1/k^2$ を代入することで時間離散化誤差 e_{temporal} は次式で評価できる。

$$e_{\text{temporal}} = \frac{\sqrt{\frac{(-4+6 \cos c_0 k \Delta t - 2 \cos 2c_0 k \Delta t)}{k^2 \Delta t^2 ((1-2b_1)+2b_1 \cos c_0 k \Delta t)}} - c_0}{c_0} \quad (4.18)$$

ここで、 $e_{\text{temporal}} = 0$ を解くと重み係数 b_1 の最適値が以下のように求まる。

$$b_1 = \frac{1 - 2 \cos(\omega \Delta t)}{\omega^2 \Delta t^2} + \frac{1}{4 \sin^2(\frac{\omega \Delta t}{2})} \quad (4.19)$$

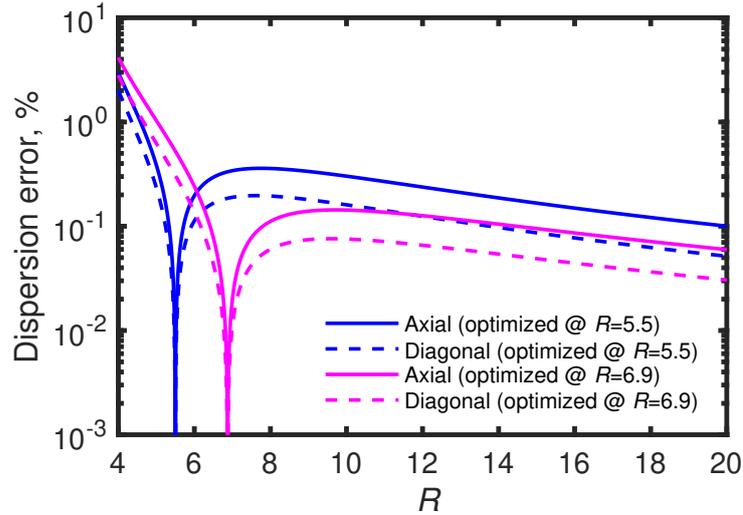


Fig. 4.5 Relations between spatial resolution R and dispersion error in Opt-E TD-FEM optimized at $R=5.5$ and at $R=6.874$ in the axial direction and in the diagonal direction.

式 (4.19) より b_1 の最適値は周波数と時間刻み幅のみに依存する。以上、Opt-E TD-FEM は式 (4.15), (4.16) の積分点の修正値ならびに時間積分の重み係数のうち b_1 に関して式 (4.19) の値を使用するものである。Fig. 4.4 に 4.1.2 項と同じ計算条件のもと算出した Opt-E TD-FEM の分散誤差の伝搬方向角特性を示す。Fig. 4.4 よりすべての伝搬方向において Opt-E TD-FEM の分散誤差が Fig. 4.2 に示す 4th-E TD-FEM の誤差と比べて著しく小さいことがわかる。Fig. 4.5 に軸方向ならびに対角線方向における Opt-E TD-FEM の分散誤差と R の関係を示す。ここでは、2 つの最適化条件を想定しており、それぞれ $R = 5.5$, $R = 6.87$ において分散誤差を最小化するように設定した。また、時間刻み幅は安定限界値を使用している。両最適化条件において意図した R で分散誤差が最小化されていることがわかる。また、 R によらず各最適化条件で軸方向の分散誤差が対角線方向より大きな値となっている。最適化される空間解像度の前後で分散誤差は劇的に増大するが、最適化条件 $R = 5.5$ では $R \geq 4.99$ において分散誤差は 0.4% 以下、 $R = 6.87$ では $R \geq 5.78$ において分散誤差は 0.2% 以下と Opt-E TD-FEM は広帯域に渡って小さな分散誤差を維持している。Opt-E TD-FEM の特筆すべき点として、4th-E TD-FEM と比べて計算コストを増やすことなく高周波数域における解析精度を向上させられることが挙げられる。次節の数値実験では広帯域の音響シミュレーションにおいて Opt-E TD-FEM が 4th-E TD-FEM より優れていることを数値的に示す。

4.3 剛な境界の室内音響解析を対象とした性能検証

本節では、4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM の性能を 3 種の数値実験を通して検証する。Opt-E TD-FEM は立方体要素を用いた空間離散化において軸方向ならびに対角線方向に伝搬する特定の周波数の音波の分散誤差を最小化する手法であるため、その不整形要素用いた様々な

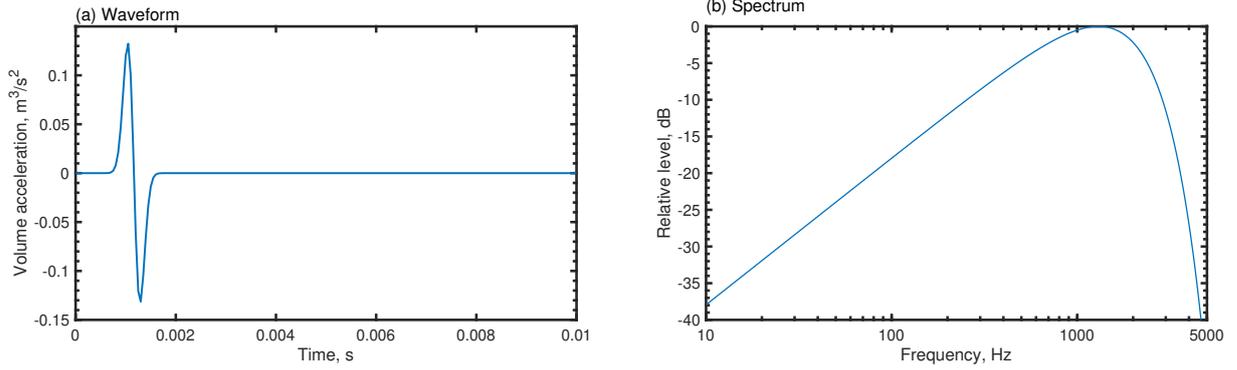


Fig. 4.6 Modulated Gaussian pulse for source signal: (a) waveform and (b) spectrum.

方向に伝搬する音波の広帯域に渡ってのシミュレーションにおける有効な使用方法を明らかにすることは重要である。本数値実験では解析解が使用可能な剛な境界からなる小立方体室とより大きな直方体室を扱う。4th-E TD-FEMならびに Opt-E TD-FEM の有効性を標準的な陰的 TD-FEM との比較より示す。ここで、標準的な陰的 TD-FEM は空間離散化に通常積分点に基づく線形要素を、時間離散化に Fox–Goodwin 法を使用した空間 2 次精度時間 4 次精度法である。すべての数値実験において上限周波数は 2.5 kHz とし、音源信号には Fig. 4.6 に示す体積加速度波形ならびに周波数特性をもつ Gaussian パルスを使用する。解析精度の定量化のため、各実験で以下に定義する解析解に対する相対誤差 e_r を評価する。

$$e_r = \frac{1}{N_{rp}} \sum_{j=1}^{N_{rp}} e(\mathbf{r}_j) \times 100[\%] \quad (4.20)$$

ここで、

$$e(\mathbf{r}_j) = \sqrt{\frac{1}{N_{step}} \frac{\sum_{i=1}^{N_{step}} (p_{analytic}(i, \mathbf{r}_j) - p_{FEM}(i, \mathbf{r}_j))^2}{\sum_{i=1}^{N_{step}} (p_{analytic}(i, \mathbf{r}_j))^2}} \quad (4.21)$$

なお、 N_{step} は総時間ステップ数、 N_{rp} は総受音点数で立方体室解析では 6、直方体室解析では 11 である。 $p_{analytic}(i, \mathbf{r}_j)$ と $p_{FEM}(i, \mathbf{r}_j)$ はそれぞれ時間ステップ i における j 番目の受音点における解析解と TD-FEM による数値解である。さらに、最適化法の周波数応答の計算精度を検証するため、次式で定義する 1/96 オクターブバンド SPL における絶対誤差 e_{abs} の評価も行う。

$$e_{abs}(f_i) = \frac{1}{N_{rp}} \sum_{j=1}^{N_{rp}} |L_{analytic}(f_i, \mathbf{r}_j) - L_{FEM}(f_i, \mathbf{r}_j)| \text{ [dB]} \quad (4.22)$$

ここで、 $L_{analytic}(f_i, \mathbf{r}_j)$ と $L_{FEM}(f_i, \mathbf{r}_j)$ は中心周波数 f_i での j 番目の受音点での解析解ならびに TD-FEM による計算値による 1/96 オクターブバンド SPL である。オクターブバンド SPL は時間応答と同じ時間長の Hann 窓をかけたのち Matlab 関数”p octave”により算出した。すべての計算にはワークステーション (Intel Xeon E5-2650 v4, 2.2 GHz, Precision Tower 7810; Dell) と Fortran compiler (ver. 2019; Intel Corp.) を使用した。

4.3.1 剛な3次元室内音場の解析解

以下の斉次波動方程式で記述される剛境界からなる直方体閉音場 ($x \in [0, L_x]$, $y \in [0, L_y]$, $z \in [0, L_z]$) の解析解の導出手順を記す。

$$\frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (4.23)$$

ここで、剛壁境界条件より以下が成り立つ。

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, L_x) \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial y} = 0 \quad (y = 0, L_y) \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial z} = 0 \quad (z = 0, L_z) \quad (4.26)$$

また、次の初期条件を想定する。

$$p(\mathbf{r}, 0) = f(\mathbf{r}) \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, 0)}{\partial t} = 0 \quad (4.28)$$

ここで、 $f(\mathbf{r})$ は任意の音圧分布を表す連続関数である。変数分離法に基づき p を次のように表現する。

$$p(\mathbf{r}, t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t) \quad (4.29)$$

式 (4.29) を式 (4.23) に代入すると次が成立する。

$$X(x)Y(y)\ddot{T}(t) - c_0^2 \left(\ddot{X}(x)Y(y)T(t) + X(x)\ddot{Y}(y)T(t) \right) \quad (4.30)$$

ここで、 \ddot{T} , \ddot{X} , \ddot{Y} , \ddot{Z} は各変数の二階偏微分 $\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$ を表す。ここで、式 (4.30) の全体を $X(x)Y(y)Z(z)T(t)$ で割り整理すると以下となる。

$$\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = c_0^2 \left(\frac{\ddot{X}(x)}{X(x)} + \frac{\ddot{Y}(y)}{Y(y)} + \frac{\ddot{Z}(z)}{Z(z)} \right) \quad (4.31)$$

式 (4.30) は変数の値によらず成立するので次の関係が成り立つ。

$$\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = c_0^2 \lambda = c_0^2 (\lambda_x + \lambda_y + \lambda_z) \quad (4.32)$$

$$\frac{\ddot{X}(x)}{X(x)} = \lambda_x \quad (4.33)$$

$$\frac{\ddot{Y}(y)}{Y(y)} = \lambda_y \quad (4.34)$$

$$\frac{\ddot{Z}(z)}{Z(z)} = \lambda_z \quad (4.35)$$

ここで, $\lambda, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ は定数で, 非自明な解を求めるには $\lambda < 0, \lambda_x < 0, \lambda_y < 0, \lambda_z < 0$ が必要条件である. 従って, $\lambda, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ を次のように表すこととする.

$$\lambda = -k^2 \quad (k > 0) \quad (4.36)$$

$$\lambda_x = -k_x^2 \quad (k_x > 0) \quad (4.37)$$

$$\lambda_y = -k_y^2 \quad (k_y > 0) \quad (4.38)$$

$$\lambda_z = -k_z^2 \quad (k_z > 0) \quad (4.39)$$

以上より, $T(t), X(x), Y(y), Z(z)$ の一般解はそれぞれ次式で表される.

$$T(t) = C_{t_1} \cos c_0 kt + C_{t_2} \sin c_0 kt \quad (4.40)$$

$$X(x) = C_{x_1} \cos k_x x + C_{x_2} \sin k_x x \quad (4.41)$$

$$Y(y) = C_{y_1} \cos k_y y + C_{y_2} \sin k_y y \quad (4.42)$$

$$Z(z) = C_{z_1} \cos k_z z + C_{z_2} \sin k_z z \quad (4.43)$$

ここで, $C_{t_1}, C_{t_2}, C_{x_1}, C_{x_2}, C_{y_1}, C_{y_2}, C_{z_1}, C_{z_2}$ はそれぞれ定数である. また, 式 (4.40)–(4.43) は複素指数の式を Euler の公式に基づき三角関数へ変換している. ここで, 境界条件式 (4.24) より以下が成立する.

$$C_{x_2} = 0 \quad (x = 0) \quad (4.44)$$

$$-C_{x_1} \sin k_x L_x + C_{x_2} \cos k_x L_x = 0 \quad (x = L_x) \quad (4.45)$$

ここで, $C_{x_1} \neq 0$ は自明な解であるので以下が求まる.

$$k_x = \frac{l\pi}{L_x} \quad (l \text{ は整数}) \quad (4.46)$$

従って,

$$X(x) = C_{x_1} \cos \frac{l\pi x}{L_x} \quad (4.47)$$

が得られる. 同様の手続きにより以下も成り立つ.

$$Y(y) = C_{y_1} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \quad (m \text{ は整数}) \quad (4.48)$$

$$Z(z) = C_{z_1} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \quad (n \text{ は整数}) \quad (4.49)$$

式 (4.40), (4.47)–(4.49) を式 (4.29) に代入すると次式となる.

$$p(\mathbf{r}, t) = C_{x_1} C_{y_1} C_{z_1} (C_{t_1} \cos c_0 kt + C_{t_2} \sin c_0 kt) \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \quad (4.50)$$

ここで, 式 (4.50) は (l, m, n) モードにおける式 (4.23) の解を表し, 式 (4.23) の解は異なるモード解の重ね合わせにより得られる. 従って, 重ね合わせの原理より次式が得られる.

$$p(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (D \cos \omega_{l,m,n} t + E \sin \omega_{l,m,n} t) \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \quad (4.51)$$

ここで, D, E はそれぞれ定数で,

$$\omega_{l,m,n} = c_0 \sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2} \pi \quad (4.52)$$

である. ここで, 初期条件式 (4.27), (4.28) を満たす $p(\mathbf{r}, 0)$ について考える. 条件式より次が成り立つ.

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} = f(\mathbf{r}) \quad (4.53)$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} E \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} = 0 \quad (4.54)$$

式 (4.54) より $E = 0$ である. ここで, 次の Fourier 余弦級数の関係式を考える.

$$g(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{L} \quad (4.55)$$

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L g(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \quad (4.56)$$

各変数に Fourier 余弦級数を適用することで D は次式のように表せる.

$$D = \frac{F(l, m, n)}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_z} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} f(\mathbf{r}) \cos \frac{l\pi \zeta}{L_x} \cos \frac{m\pi \eta}{L_y} \cos \frac{n\pi \xi}{L_z} d\zeta d\eta d\xi \quad (4.57)$$

ここで,

$$F(l, m, n) = \begin{cases} 1 & (l = 0 \wedge m = 0 \wedge n = 0) \\ 2 & (l \neq 0 \wedge m = 0 \wedge n = 0) \vee (l = 0 \wedge m \neq 0 \wedge n = 0) \vee (l = 0 \wedge m = 0 \wedge n \neq 0) \\ 4 & (l \neq 0 \wedge m \neq 0 \wedge n = 0) \vee (l = 0 \wedge m \neq 0 \wedge n \neq 0) \vee (l \neq 0 \wedge m = 0 \wedge n \neq 0) \\ 8 & (l \neq 0 \wedge m \neq 0 \wedge n \neq 0) \end{cases} \quad (4.58)$$

従って, 3次元波動方程式で記述される剛境界からなる矩形閉音場の解析解は次式となる.

$$p(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F(l, m, n)}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_z} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} f(x, y) \cos \frac{l\pi \zeta}{L_x} \cos \frac{m\pi \eta}{L_y} \cos \frac{n\pi \xi}{L_z} d\zeta d\eta d\xi \quad (4.59)$$

$$\cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \cos(\omega_{l,m,n} t)$$

続いて, 具体的な例として初期条件の分布関数に次の Gaussian パルスを考える.

$$f(\mathbf{r}) = \exp \frac{-r^2}{d^2} \quad (4.60)$$

ここで, $r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}$ で (x_s, y_s, z_s) は音源点の座標を表す. d はパルスの形状 (周波数特性) に関する定数である. 式 (4.60) を式 (4.59) の積分部分に代入すると以下となる.

$$\int_0^{L_z} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} f(\mathbf{r}) \cos \frac{l\pi \zeta}{L_x} \cos \frac{m\pi \eta}{L_y} \cos \frac{n\pi \xi}{L_z} d\zeta d\eta d\xi \quad (4.61)$$

$$= \int_0^{L_x} e^{-\frac{(\zeta - x_s)^2}{d^2}} \cos \frac{l\pi \zeta}{L_x} d\zeta \int_0^{L_y} e^{-\frac{(\eta - y_s)^2}{d^2}} \cos \frac{m\pi \eta}{L_y} d\eta \int_0^{L_z} e^{-\frac{(\xi - z_s)^2}{d^2}} \cos \frac{n\pi \xi}{L_y} d\xi$$

ここで、式 (4.61) の ζ 方向の積分について考える。本積分は有限の積分区間の場合は解析的に計算できない。従って、以下の積分区間を $[-\infty, \infty]$ とする近似を考える。

$$\begin{aligned} \int_0^{L_x} e^{-\frac{(\zeta-x_s)^2}{d^2}} \cos \frac{l\pi\zeta}{L_x} d\zeta &= \int_{-x_s}^{L_x-x_s} e^{-\frac{\zeta^2}{d^2}} \cos \frac{l\pi(\zeta+x_s)}{L_x} d\zeta \\ &\approx \cos \frac{l\pi x_s}{L_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{d^2}} \cos \frac{l\pi\zeta}{L_x} d\zeta - \sin \frac{l\pi x_s}{L_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{d^2}} \sin \frac{l\pi\zeta}{L_x} d\zeta \end{aligned} \quad (4.62)$$

この近似は d が $L_x, x_s, L_x - x_s$ と比べて十分小さい場合に有効である。ここで、留数定理により以下が成立する。

$$\cos \frac{l\pi x_s}{L_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{d^2}} \cos \frac{l\pi\zeta}{L_x} d\zeta = \sqrt{\pi} d \cos \frac{l\pi x_s}{L_x} e^{-\left(\frac{l\pi d}{2L_x}\right)^2} \quad (4.63)$$

$$\sin \frac{l\pi x_s}{L_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{d^2}} \sin \frac{l\pi\zeta}{L_x} d\zeta = 0 \quad (4.64)$$

従って、Gaussian パルスを想定した場合の 3 次元矩形音場の解析解は以下となる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{F(l, m, n)}{L_x L_y L_z} \sqrt{\pi}^3 d^3 \cos \frac{l\pi x_s}{L_x} \cos \frac{m\pi y_s}{L_y} \cos \frac{n\pi z_s}{L_z} e^{-\left(\left(\frac{l\pi d}{2L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi d}{2L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi d}{2L_z}\right)^2\right)} \\ &\quad \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \cos(\omega_{l,m,n} t) \end{aligned} \quad (4.65)$$

なお、実際の計算では固有モードの次数を有限の値で打ち切る必要があり、以下の数値実験では各軸方向について 120 次のモードまで考慮して解析解を計算する。

4.3.2 立方体室の解析

ここでは、剛な境界のみをもつ 1 m^3 の立方体室 $(x, y, z) \in [0, 1]$ における音波伝搬を考える。空間離散化には解像度の異なる 3 種の立方体要素 FE メッシュ (M1, M2, M3) を使用した。各メッシュの要素サイズならびに上限周波数における空間解像度 R は、M1 で 0.025 m の $R = 5.5$, M2 で 0.02 m の $R = 6.87$, M3 で 0.0125 m の $R = 11$ である。ここで、M3 のみが線形要素の経験則、波長あたり 10 要素の離散化を満たすメッシュである。音源点は $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ に設置し、6 個の受音点を $y = z = 0.5$ の線上に 0.2 m 間隔で設けた。本数値実験では、4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM は低解像度の M1 と M2 のみを使用する。一方、標準的な陰的 TD-FEM は最も解像度の高い M3 のみを使用する。また、Opt-E TD-FEM は各メッシュ使用時に 2.5 kHz における分散誤差が最小化されるように積分点と重み係数を設定した。各手法で時間刻み幅を安定限界値に設定し、 0.02 s 間の時間応答を計算した。なお、安定限界時間刻み幅は、陽解法では式 (4.12)、陰解法では式 (2.29) に基づき算出した。

Fig. 4.7(a)–(c) に $(x, y, z) = (0.6, 0.5, 0.5)$ における時間波形を解析解、メッシュ M2 を用いた 4th-E TD-FEM と Opt-E TD-FEM, M3 を用いた標準的な陰的 TD-FEM で比較したものを示す。Opt-E TD-FEM は解析解と最もよく一致している。また、4th-E TD-FEM についても低解像度の

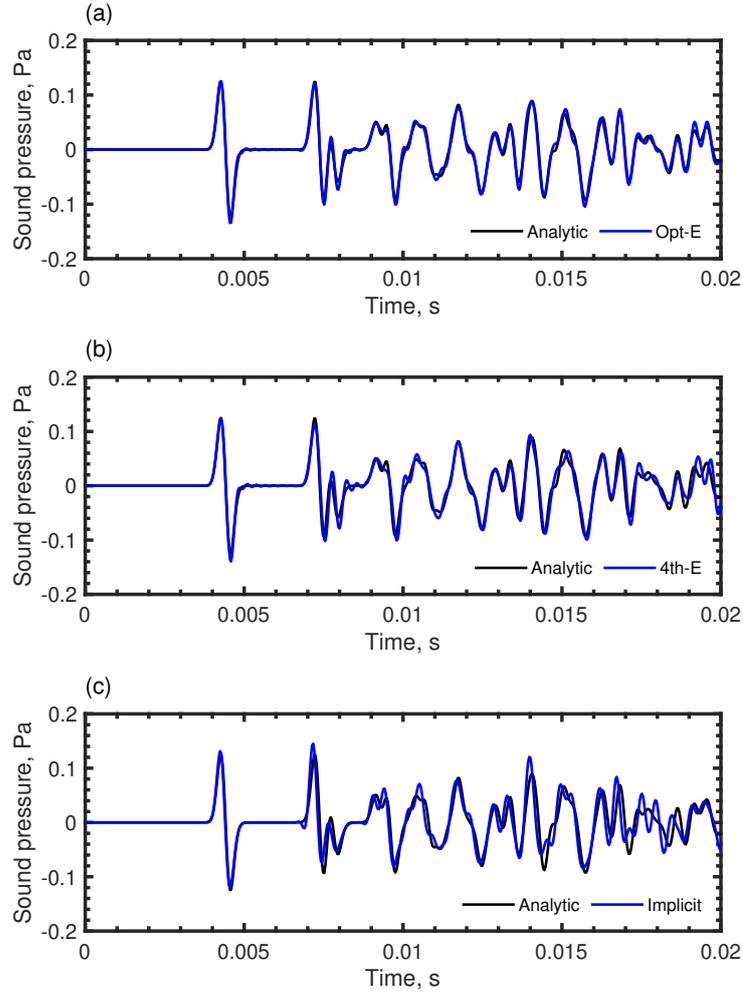


Fig. 4.7 Comparisons of waveforms at $(x, y, z) = (0.6, 0.5, 0.5)$: (a) the analytic solution vs. the Opt-E TD-FEM with M2, (b) the analytic solution vs. the 4th-E TD-FEM with M2, and (c) the analytic solution vs. the standard implicit TD-FEM with M3.

メッシュの使用に関わらず，標準的な解像度のメッシュを用いた陰的 TD-FEM より良好な結果が得られている．3手法の e_r はそれぞれ 1.27% (4th-E TD-FEM), 0.73% (Opt-E TD-FEM), 2.35% (標準的な陰的 TD-FEM) であり，Opt-E TD-FEM は定量的にも最も高い計算精度が得られている．さらに，最も解像度の低い M1 を用いた場合も 4th-E TD-FEM, Opt-E TD-FEM の e_r はそれぞれ 2.16%, 1.37% と解像度の高いメッシュ M3 を用いた陰的 TD-FEM より小さい値であった．以上の結果より，本章で定式化した 2 つの陽的 TD-FEM は粗い FE メッシュを用いて標準的な陰的 TD-FEM より優れた計算精度のもと室内音場のシミュレーションが可能である．

Fig. 4.8 に $(x, y, z) = (0.6, 0.5, 0.5)$ における 1/96 オクターブバンド SPL の解析解，メッシュ M1 を用いた 4th-E TD-FEM, Opt-E TD-FEM での比較を示す．Opt-E TD-FEM は解析解と良好に一致しているのに対して 4th-E TD-FEM の結果は 2.1 kHz 付近から解析解と乖離している．Fig. 4.9 に 100 Hz から 2.5 kHz における e_{abs} をメッシュ M1, M2 を用いた陽的 TD-FEM, メッシュ M3 を使用した陰的 TD-FEM で比較して示す．4th-E TD-FEM ならびに陰的 TD-FEM の e_{abs} は

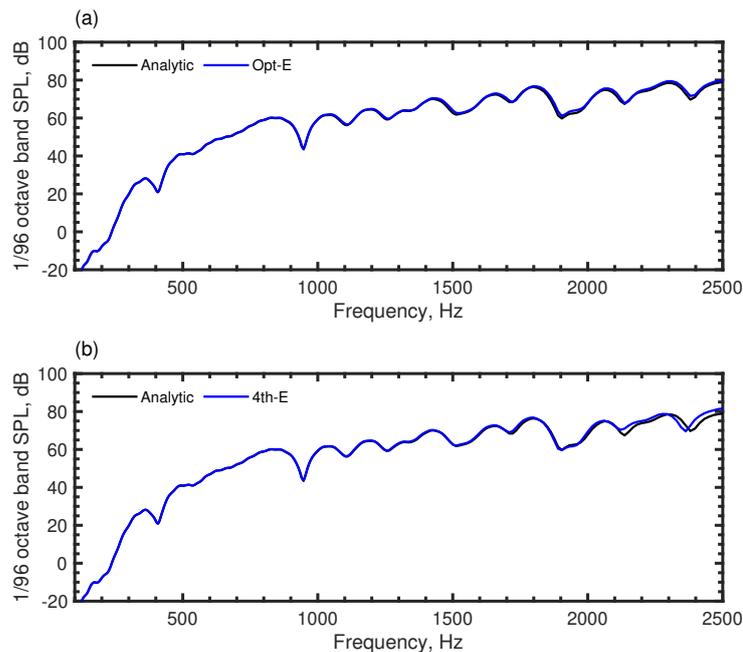


Fig. 4.8 Comparisons of 1/96 octave band SPLs at $(x, y, z) = (0.6, 0.5, 0.5)$: the analytic solution vs. the Opt-E TD-FEM with M1 (Upper), and the analytic solution vs. the 4th-E TD-FEM with M1 (Lower).

周波数とともに大きくなる特性を示す。一方，Opt-E TD-FEM の e_{abs} は高周波数域においてフラットな特性であり，他の手法と比べて小さな値である。以上より Opt-E TD-FEM は立方体要素を用いた音響解析において 4th-E TD-FEM より優れた計算性能をもつと言える。また，2種類の陽的 TD-FEM は優れた計算効率を示しており，M1, M2 を使用した際の計算時間はそれぞれ 8.8 s, 20.5 s と標準的な陰的 TD-FEM の計算時間 483.4 s と比べて非常に高速である。

4.3.3 直方体室の解析

ここでは，Fig. 4.10 に示す $3 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ の直方体室を対象に Opt-E TD-FEM の直方体要素，不整形要素を用いた解析への有効性を 4th-E TD-FEM との比較より検証する。本直方体室内の $(x, y, z) = (1, 1, 0.5)$ に音源点を設置し， $z = 0.5$ の面に設けた $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ のグリッド上に 11 点の受音点を設置した。各受音点における 0.05 s 間の時間応答を計算し，式 (4.20), (4.22) に基づき e_r と e_{abs} のそれぞれを評価する。

直方体 FE を用いた解析

ここでは，Fig. 4.10 の直方体室を $0.02 \text{ m} \times 0.017 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$ の直方体 FE を用いて空間離散化した。Opt-E TD-FEM による解析では，最大要素長の上限周波数 2.5 kHz に対する空間解像度 $R = 6.87$ において分散誤差を最小化するように積分点を設定した。また，時間重み係数 b_1 につい

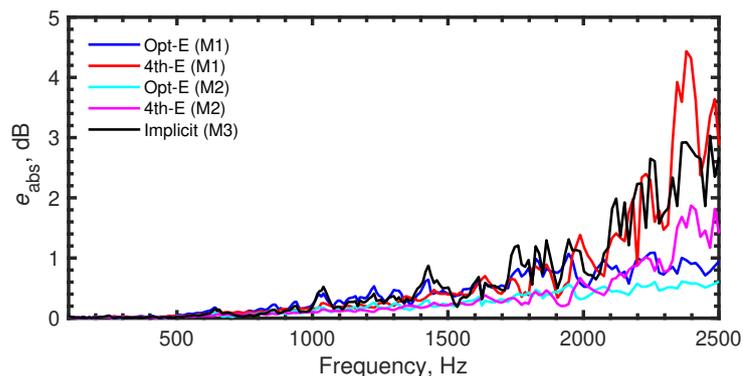


Fig. 4.9 A comparison of e_{abs} among the explicit TD-FEMs with M1 and M2, and the standard implicit TD-FEM with M3.

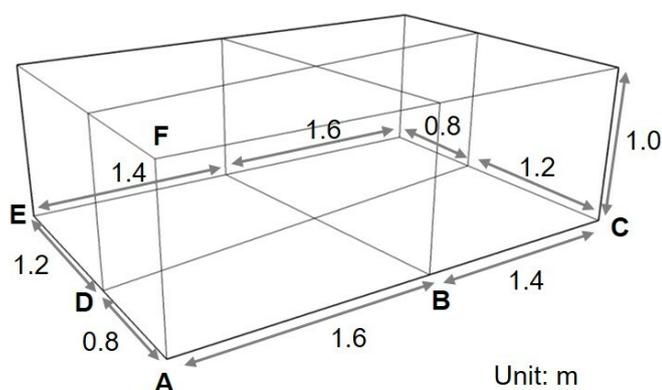


Fig. 4.10 Analyzed rectangular room discretized using rectangular elements and distorted hexahedral elements. Lines between the letters denote the representative lines to create distorted elements.

ては、最小要素長 0.01 m が式 (4.12) を満たす時間刻み幅のもと、2.5 kHz における分散誤差を最小化するように設定した。

Fig. 4.11 に $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$ における解析解と 4th-E TD-FEM, Opt-E TD-FEM による時間応答を比較して示す。Opt-E TD-FEM の結果は解析解と良好に一致している。一方、4th-E TD-FEM の結果では典型的な分散誤差の影響が表れており、音波の伝搬距離が長くなるに伴い分散誤差が蓄積し、0.04 s 付近において解析解と比べて音波が遅れて伝搬している。また、両手法の結果において振幅誤差の影響が表れていないことも確認できる。定量的には Opt-E TD-FEM の e_r は 0.436% と 4th-E TD-FEM の 0.793% より小さく、分散誤差の最適化法は直方体 FE を用いた解析にも有効である。Fig. 4.12 に $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$ における 1/96 オクターブバンド SPL を解析解、Opt-E TD-FEM, 4th-E TD-FEM で比較して示す。Opt-E TD-FEM の結果は解析解と良好に対応しているのに対して 4th-E TD-FEM は高周波数域において解析解と差が生じている。Fig. 4.13 に各陽的 TD-FEM における 1 - 2.5 kHz での e_{abs} を比較して示す。Opt-E TD-FEM は分散誤差の最適化により高周波数において 4th-E TD-FEM と比べて小さな e_{abs} となっている。な

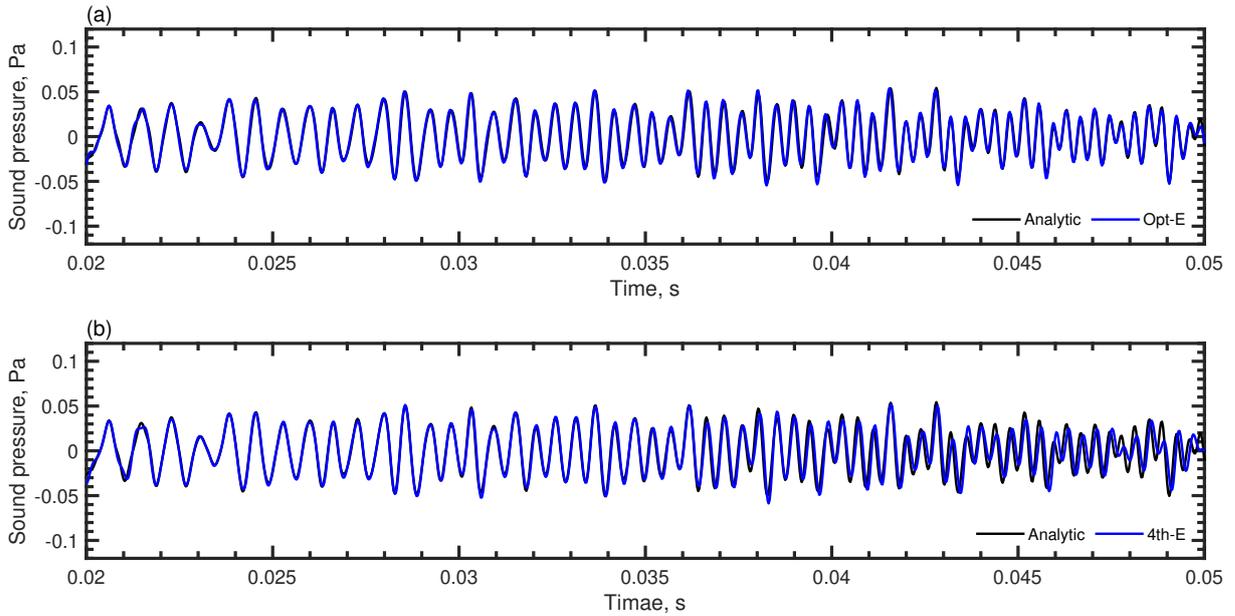


Fig. 4.11 Comparisons of waveform at $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$ between analytic solution and explicit TD-FEMs using rectangular elements: Opt-E TD-FEM vs. analytic solution (Upper), 4th-E TD-FEM vs. analytic solution (Lower).

お、Opt-E TD-FEM の e_{abs} はいくつかの周波数においてピークを示しているが、これは周波数応答のディップにおける誤差であり実用上は問題ない。Opt-E TD-FEM では、この高域における誤差の低減が広周波数成分を含む音波伝搬の高精度な計算に貢献していると考えられる。

不整形六面体 FE を用いた解析

最後に、Opt-E TD-FEM の不整形六面体要素を用いた音響解析への適用性を検証する。不整形要素は Fig. 4.10 に示す直方体室の各辺を次のように分割することで作成した：辺 AB と辺 BC を 80 要素で分割；AD と辺 DE を 72 要素で分割；辺 AF を 100 要素で分割。作成された FE メッシュの最大要素長ならびに最小要素長はそれぞれ 0.02 m と 0.01 m である。 Δt と b_1 は直方体 FE を用いた解析と同一の値を使用した。本検討で使用する FE メッシュは要素によって最大要素長が異なるので、次に示す 2 種類の積分点の設定法 OPT1, OPT2 を使用する。OPT1: すべての要素で、メッシュの最大要素長 0.02 の上限周波数に対する解像度 R に基づき同一の積分点を使用する。OPT2: 各要素で最大要素長の上限周波数に対する解像度 R に基づき異なる積分点を使用する。OPT1 は各要素で異なる周波数における分散誤差を最小化する方法なのに対して、OPT2 はすべての要素で同一の周波数における分散誤差を最小化する方法である。

まず、 e_r の結果について述べる。各手法の e_r は 4th-E TD-FEM で 0.53%, Opt-E TD-FEM (OPT1) で 0.47%, Opt-E TD-FEM (OPT2) で 0.38% であり、Opt-E TD-FEM は不整形要素を使用した場合も 4th-E TD-FEM より時間波形の計算精度が優れている。また、積分点の設定法については OPT2 の方が解析精度の観点でより有効である。続いて、各手法における e_{abs} の比較を

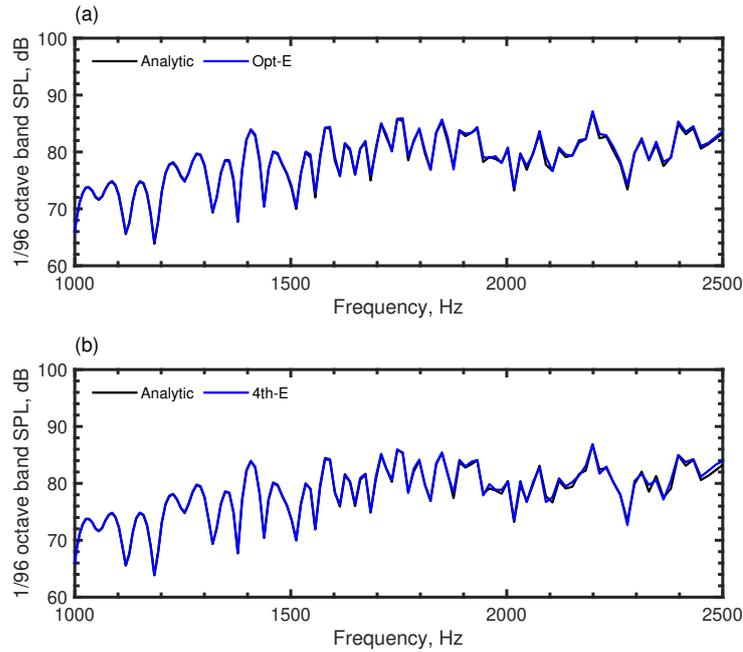


Fig. 4.12 Comparisons of 1/96 octave band SPLs at $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$: Opt-E TD-FEM vs. analytic solution (Upper), 4th-E TD-FEM vs. analytic solution (Lower).

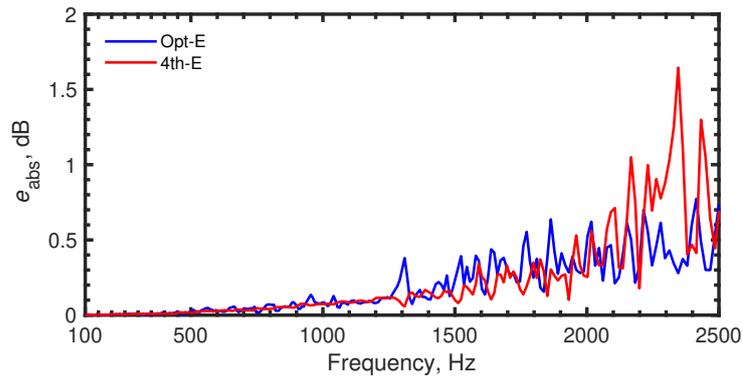


Fig. 4.13 A comparison of e_{abs} between the Opt-E TD-FEM and the 4th-E TD-FEM.

Fig. 4.14 に示す. 直方体要素の場合と同様に, Opt-E TD-FEM は高域において 4th-E TD-FEM より高い精度が得られている. 積分点の設定法によらず Opt-E TD-FEM は 2.4 kHz 付近で比較的大きな e_{abs} を示しているがこれはディップにおける誤差である. また, OPT2の方がOPT1と比べて高精度である. 参考として, Fig. 4.15(a)–(c) に $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$ における時間波形を解析解, Opt-E TD-FEM (OPT1), Opt-E TD-FEM (OPT2), 4th-E TD-FEM で比較して示す. 最適化の方法によらず Opt-E TD-FEM の結果は解析解と良好に一致している. 一方, 4th-E TD-FEM の結果は時間の経過とともに解析解と乖離している. この結果からも最適化法の有効性が確認できる. また, 不整形 FE の場合の Opt-E TD-FEM (OPT2) の e_r は直方体 FE の場合と比べて小さくなる. これは, 本不整形 FE メッシュが, 先の数値実験で用いた直方体 FE メッシュと比べて R の最小値が大きい要素の数が多いためである. 従って, Opt-E TD-FEM は要素の最小解像度が

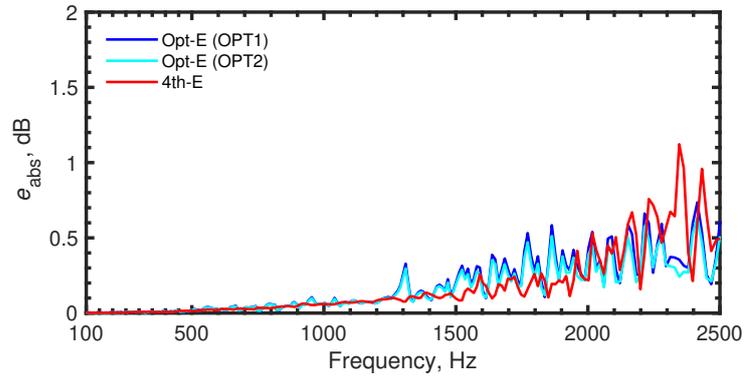


Fig. 4.14 A comparison of e_{abs} among the Opt-E TD-FEM (OPT1), the Opt-E TD-FEM (OPT2) and the 4th-E TD-FEM.

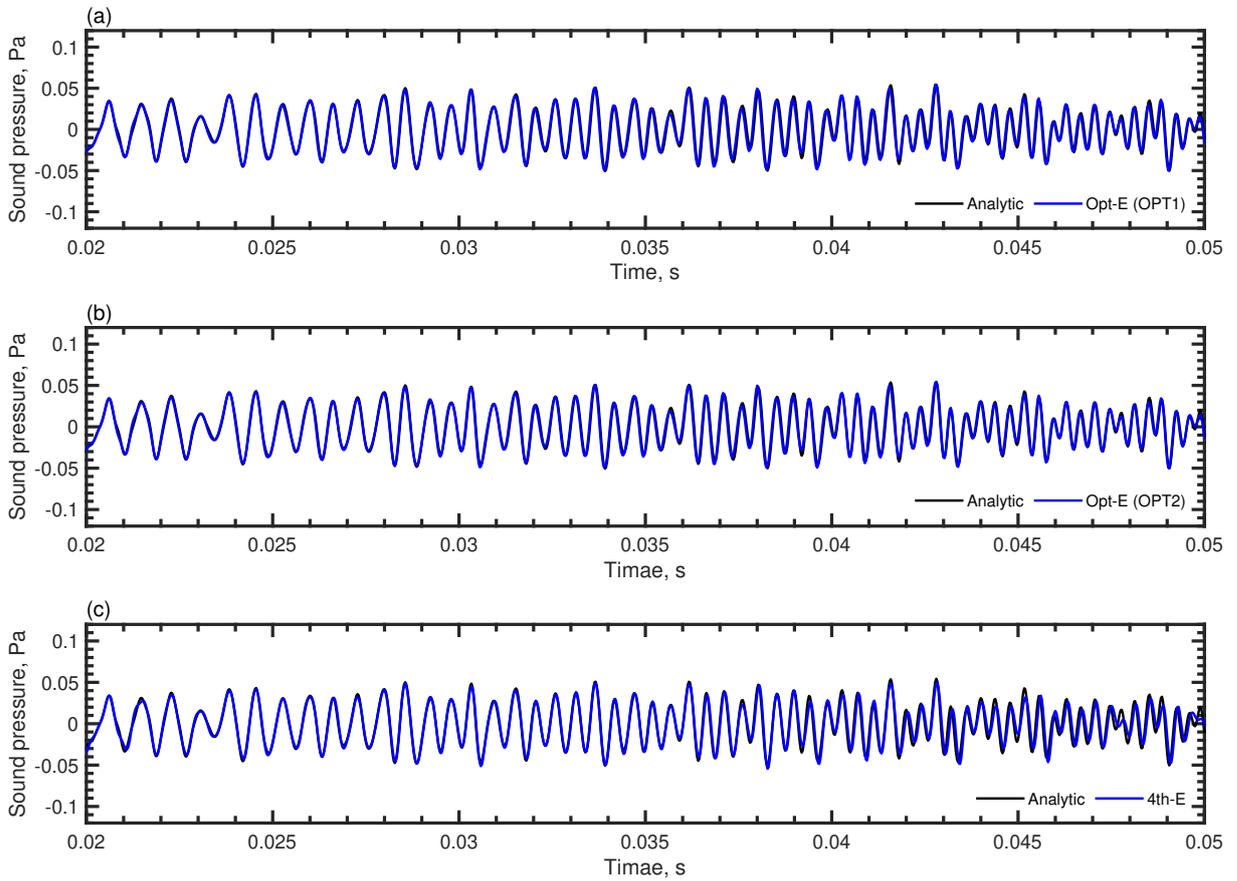


Fig. 4.15 Comparisons of waveform at $(x, y, z) = (1, 2, 0.5)$ between the analytic solution and explicit TD-FEMs using irregular-shaped elements: (a) Opt-E TD-FEM (OPT1) vs. analytic solution, (b) Opt-E TD-FEM (OPT2) vs. analytic solution, and (c) 4th-E TD-FEM vs. analytic solution.

大きく異なるメッシュを使用する場合も、誤差の大きさを支配する解像度が最も低い要素が適切に最適化されていれば、有効に機能すると考えられる。

4.4 まとめ

本章では、第3章の知見に基づき分散誤差を排除した2種の高精度な陽的 TD-FEM を構築した。振幅誤差を排除した高精度な時間離散化のため、線形多段型時間積分法の一般形に基づく3段の時間積分法を新たに定式化した。本章で構築した手法は時空間4次精度をもつ4th-E TD-FEM と分散誤差の最適化を行った Opt-E TD-FEM である。このうち、Opt-E TD-FEM は4th-E TD-FEM と比べて追加の計算負荷なしに高周波数域の近似性能を向上できる。分散誤差の最適化は特定のメッシュまたは要素の空間解像度における軸方向ならびに対角線方向に伝搬する音波の分散誤差を最小化する方法である。理論的な分散誤差解析より、本最適化により広域に渡って小さな分散誤差を維持できることを示した。2つの振幅誤差を排除した手法の性能を3種の数値実験を通して検証した。数値実験では Opt-E TD-FEM が不整形 FE を使用した広帯域の音響シミュレーションにおいて有効であるかに重きを置いた。立方体形状 FE を用いた立方体室を対象とした第1の実験では、2種の陽的 TD-FEM が標準的な陰的 TD-FEM と比べ高い計算精度と計算効率をもつことを示した。第2, 第3の実験ではそれぞれ Opt-E TD-FEM の直方体 FE ならびに不整形六面体 FE を用いた解析への適用性を検証した。結果として、Opt-E TD-FEM は使用する要素形状によらず4th-E TD-FEM より高精度な解析が可能であった。また、非一様な FE からなるメッシュを使用する場合、要素ごとに最適化を行うことが有効である。

第5章 陽的時間領域有限要素法への周波数依存吸音境界の実装

本章では、TD-FEMによる高精度な室内音響解析のために必要不可欠な境界面の吸音特性における周波数依存性を考慮するための手法を構築する。5.1節では最も基本的な周波数依存の吸音境界である周波数依存のインピーダンス境界を扱うための手法を開発する。インピーダンス境界は任意の吸音体を局所作用の仮定に基づきモデル化するため使用性に優れているが、吸音特性のうちの入射角依存性は考慮できず、背後に空気層を伴う吸音構造などの拡張作用性の高い吸音体のモデル化精度は低い。そこで、5.2節では入射角依存性まで考慮可能な吸音境界の例として、PM吸音体の拡張作用モデルの取り扱い法に関して検討する。なお、陽的TD-FEMの半離散化方程式において、新たな境界条件の実装に伴い \dot{v} に関する半離散化方程式(2.72)は変形されるが、 \dot{p} に関する半離散化方程式(2.71)はそのままである。以下の検討では4章で構築した3段の時間積分法に基づく時空間4次精度陽的TD-FEM(4th-E TD-FEM)ならびに分散誤差を最適化した陽的TD-FEM(Opt-E TD-FEM)に上記の周波数依存吸音境界を組み込む。従って、音圧 p の時間発展は式(4.1)に基づき計算し、振幅誤差の排除のために式(4.6)の時間積分の重み係数を使用する。

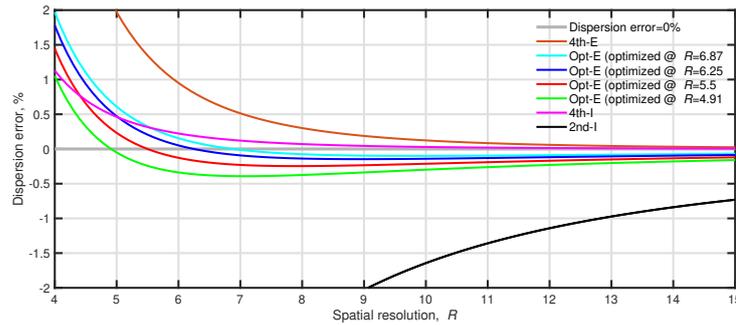


Fig. 5.1 Dispersion errors of 4th-E and Opt-E TD-FEMs compared to 4th-I and 2nd-I TD-FEMs. The comparison is made as a function of the spatial resolution. Opt-E TD-FEMs use four optimized conditions in which the dispersion error is minimized at different spatial resolutions.

5.1 周波数依存インピーダンス境界を扱うための手法

本節では、周波数依存のインピーダンス境界を考慮した陽的 TD-FEM による室内音響解析手法を構築する。まず、その境界条件式を定式化し、時間領域手法への実装において難所となる畳み込みについて説明する。続いて、ADE 法 [62] に基づき畳み込みを効率的に処理した周波数依存インピーダンス境界を扱うための陽的 TD-FEM の時間進行計算スキームの定式化を行う。ADE 法は周波数依存の関数を有理関数モデルに近似することで畳み込みを補助微分方程式に置き換えて効率的に処理する手法である。その際、境界面における安定性と計算効率を両立するための局所的に陰的なスキームの計算法についても説明する。5.1.3 項では、音響管と小立方体室を対象として定式化の妥当性を検証する。第 4 章では構築した 2 種の陽的 TD-FEM の剛な境界の室内音響解析における性能しか明らかにしていない。特に、Opt-E TD-FEM による高精度な広帯域の音響シミュレーションのために推奨される最適化条件を明らかにすることは同手法の実用的な建築音響問題への応用の上で非常に有用である。そこで、本節の最後に 4th-E TD-FEM ならびに 4 種の最適化条件における Opt-E TD-FEM により周波数依存吸音境界を含む室内の広帯域の音響シミュレーションを実施し、既存の 2 つの陰的 TD-FEM との比較よりその計算性能ならびに有効な最適化条件について調査する。ここで、既存の陰的 TD-FEM としては、通常の Gauss-Legendre 積分に基づく 2 次精度法と修正積分則による 4 次精度法を使用する。以下、前者を 2nd-I TD-FEM、後者を 4th-I TD-FEM と呼ぶ。いずれも時間積分には 4 次精度の Fox-Goodwin 法を使用するが、2nd-I TD-FEM は空間離散化に伴う分散誤差のため 4th-I TD-FEM より大きな誤差を含む。参考として、Fig. 5.1 に各手法の理論的な分散誤差特性を比較して示す。Fig. 5.1 において正の分散誤差は数値的な音速が理論的な値より遅くなることを意味する。Opt-E TD-FEM では 5.1.4 項の数値実験で使用する 4 種の最適化条件における特性を示しており、それぞれ $R = 6.87, 6.25, 5.5, 4.91$ で分散誤差を最適化している。標準的な TD-FEM による音響解析手法である 2nd-I TD-FEM は分散誤差を 1% 以内とするために $R > 12.8$ が必要である。一方、他の手法はより粗い空間解像度で分散誤差を低減可能で、4th-E TD-FEM は $R > 5.9$ で、Opt-E TDFEM は各最適化条件にお

いて $R > 4.5$ ($R = 6.87$ で最適化), $R > 4.4$ ($R = 6.25$ で最適化), $R > 4.2$ ($R = 5.5$ で最適化), $R > 4.0$ ($R = 4.91$ で最適化) で, 4th-I TD-FEM は $R > 4.1$ で分散誤差を 1% 以内に収めることができる. また, Opt-E TD-FEM は最適化を行った空間解像度で分散誤差が最小化されている. さらに, Opt-E TD-FEM は広帯域に渡って小さな分散誤差を維持しており, 最適化条件 $R = 6.87$ では $R \geq 5.8$ において $e_{\text{dispersion}} \leq 0.2\%$, 最適化条件 $R = 6.25$ では $R \geq 5.3$ において $e_{\text{dispersion}} \leq 0.3\%$, 最適化条件 $R = 5.5$ では $R \geq 5$ において $e_{\text{dispersion}} \leq 0.4\%$, 最適化条件 $R = 4.91$ では $R \geq 4.4$ において $e_{\text{dispersion}} \leq 0.5\%$ であった. また, 4th-E TD-FEM は音速が遅れる誤差特性なのに対して, Opt-E TD-FEM は最適化した解像度より高い解像度となる範囲で音速が速くなる誤差特性である.

5.1.1 周波数依存インピーダンス境界の境界条件式

時間領域解析において周波数依存のインピーダンス境界の条件式は以下で表される.

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial n} = -\frac{1}{c_0} \int_{-\infty}^t \check{y}(\mathbf{r}, t - \tau) \dot{p}(\mathbf{r}, \tau) d\tau \quad (5.1)$$

ここで, \check{y} は周波数依存の比音響アドミタンス比 $\hat{y}(\omega)$ の逆 Fourier 変換値である. 境界条件式 (5.1) より, インピーダンス境界において周波数依存性を考慮する場合, 陽的 TD-FEM の $\dot{\mathbf{v}}$ に関する半離散化方程式 (2.72) は以下となる.

$$\mathbf{D}\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f} - c_0^2 \mathbf{K}\mathbf{p} - c_0 \mathbf{C}(\check{y} * \dot{\mathbf{p}}) \quad (5.2)$$

ここで,

$$\check{y} * \dot{\mathbf{p}} = -\frac{1}{c_0} \int_{-\infty}^t \check{y}(\mathbf{r}, t - \tau) \dot{p}(\mathbf{r}, \tau) d\tau \quad (5.3)$$

従って, 時間領域解析において周波数依存のインピーダンス境界を考慮する場合, 畳み込みを処理する必要がある. しかし, 直接的な畳み込み計算を行う場合, 境界面における過去の時間ステップの情報をすべて保持する必要があり, 計算メモリ, 計算時間の観点で負荷が大きい. また, 直接的な畳み込みが安定性に与える影響も不明である. 従って, 周波数依存のインピーダンス境界を扱える実用的な TD-FEM の開発のためには畳み込みの効率的な処理が必須である. 周波数依存のインピーダンス境界を扱うための方法としては等価電気回路に置き換えるもの [53, 54] や z 変換を使用する方法 [58] などが存在するが, 本論文では, 境界面において補助的な微分方程式を解くことで周波数依存性を考慮可能な ADE 法 [62] を用いて周波数依存のインピーダンス境界を陽的 TD-FEM に組み込む.

5.1.2 補助微分方程式法を用いた時間進行スキーム定式化

補助微分方程式法

ここでは、ADE法を用いて周波数依存のインピーダンス境界に伴う畳み込みを効率的に処理する方法を記す。ADE法ではまず $\hat{y}(\omega)$ を以下の有理関数形式に近似する。

$$\hat{y}(\omega) \approx y'(\omega) = y_\infty + \sum_{i=1}^{n_{rp}} \frac{A_i}{\lambda_i + j\omega} + \sum_{i=1}^{n_{cp}} \left(\frac{B_i - jC_i}{\alpha_i - j\beta_i + j\omega} + \frac{B_i + jC_i}{\alpha_i + j\beta_i + j\omega} \right) \quad (5.4)$$

ここで、 n_{rp} は有理関数近似に使用される実数の極 λ_i の数、 n_{cp} は複素共役な極の対 $\alpha_i \pm j\beta_i$ の数を表す。また、 y_∞, A_i, B_i, C_i は係数である。周波数依存の境界を扱う際、数値的な安定性を担保するためには $y'(\omega)$ が $\lambda_i \geq 0$, かつ、 $\alpha_i \geq 0$ により因果性 (causality) を、 $\text{Re}(y'(\omega)) \geq 0$ により受動性 (passivity) を満たす必要がある。以降では、Vector Fitting 法 [115] を用いて因果性を満たす有理関数近似を行い、Passivity Enforcement [116] により $y'(\omega)$ の受動性を担保する。 $y'(\omega)$ を用いて畳み込み演算 $\check{y} * \dot{\boldsymbol{p}}$ は以下のように近似できる。

$$\check{y} * \dot{\boldsymbol{p}} \approx y_\infty \dot{\boldsymbol{p}} + \sum_{i=1}^{n_{rp}} A_i \phi_i + 2 \sum_{i=1}^{n_{cp}} (B_i \psi_i^{(1)} + C_i \psi_i^{(2)}) \quad (5.5)$$

ここで、 $\phi_i, \psi_i^{(1)}, \psi_i^{(2)}$ はアキュムレータと呼ばれ、以下の積分方程式で定義される。

$$\phi_i = \int_{-\infty}^t \exp(-\lambda_i(t-\tau)) \dot{\boldsymbol{p}}(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

$$\psi_i^{(1)} = \int_{-\infty}^t \exp(-\alpha_i(t-\tau)) \cos(\beta_i(t-\tau)) \dot{\boldsymbol{p}}(\tau) d\tau \quad (5.7)$$

$$\psi_i^{(2)} = \int_{-\infty}^t \exp(-\alpha_i(t-\tau)) \sin(\beta_i(t-\tau)) \dot{\boldsymbol{p}}(\tau) d\tau \quad (5.8)$$

アキュムレータの時間発展は式 (5.6)–(5.8) を時間 1 階微分することで得られる以下の連立常微分方程式を解くことで計算できる。

$$\dot{\phi}_i + \lambda_i \phi_i = \dot{\boldsymbol{p}} \quad (5.9)$$

$$\dot{\psi}_i^{(1)} + \alpha_i \psi_i^{(1)} + \beta_i \psi_i^{(2)} = \dot{\boldsymbol{p}} \quad (5.10)$$

$$\dot{\psi}_i^{(2)} + \alpha_i \psi_i^{(2)} - \beta_i \psi_i^{(1)} = \mathbf{0} \quad (5.11)$$

アキュムレータの微分方程式 (5.9)–(5.11) は係数によっては硬い方程式となり陽的な時間積分法で計算する場合に安定性が著しく悪化する。従って、式 (5.9)–(5.11) の解法には無条件安定の Crank–Nicolson 法が有効である。

時間進行スキーム

式 (5.5) を式 (5.2) に代入すると以下が得られる。

$$\boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{f} - c_0^2 \boldsymbol{K}\boldsymbol{p} - c_0 \boldsymbol{C}(y_\infty \dot{\boldsymbol{p}} + \sum_{i=1}^{n_{rp}} A_i \phi_i + 2 \sum_{i=1}^{n_{cp}} (B_i \psi_i^{(1)} + C_i \psi_i^{(2)})) \quad (5.12)$$

式 (5.12) の $\dot{\mathbf{v}}$ を 1 次精度の後退差分近似で以下のように時間離散化する.

$$\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} \left(\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n - c_0 \mathbf{C} (y_\infty \dot{\mathbf{p}}^n + \sum_{i=1}^{n_{rp}} A_i \phi_i^n + 2 \sum_{i=1}^{n_{cp}} (B_i \psi_i^{(1),n} + C_i \psi_i^{(2),n})) \right) \quad (5.13)$$

さらに, 式 (5.13) の $\dot{\mathbf{p}}$ を式 (4.1) を踏まえ 1 次の中心差分近似により以下のように時間離散化する.

$$\dot{\mathbf{p}}^n = \frac{b_1}{2} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{v}^n + \frac{1}{2} \mathbf{D}^{-1} ((1 - 2b_2) \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-1} + b_1 \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-2}) + \frac{1}{2\Delta t} (2\mathbf{p}^n - 3\mathbf{p}^{n-1} + \mathbf{p}^{n-2}) \quad (5.14)$$

式 (5.14) を式 (5.13) に代入し, アキュムレータの微分方程式 (5.9)–(5.11) を Crank–Nicolson 法により時間離散化すると, 最終的に以下の \mathbf{v} の時間進行式が構築される.

$$\left(\mathbf{I} + \frac{b_1}{2} c_0 \Delta t (y_\infty + \sum_{i=1}^{n_{rp}} \frac{A_i \Delta t}{2 + \Delta t \lambda_i} + 2 \sum_{i=1}^{n_{cp}} \frac{B_i (2\Delta t + \alpha_i \Delta t^2) + C_i \beta_i \Delta t^2}{4 + 4\alpha_i \Delta t + (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2}) \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \right) \mathbf{v}^n \quad (5.15)$$

$$= \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n - c_0 \mathbf{C} (y_\infty \mathbf{V}^n + \sum_{i=1}^{n_{rp}} A_i \mathbf{X}_{1,i} + 2 \sum_{i=1}^{n_{cp}} (B_i \mathbf{X}_{2,i} + C_i \mathbf{X}_{3,i})))$$

$$\phi_i^n = \frac{\Delta t}{2 + \lambda_i \Delta t} \dot{\mathbf{p}}^n + \mathbf{X}_{1,i} \quad (5.16)$$

$$\psi_i^{(1),n} = \frac{2\Delta t + \alpha_i \Delta t^2}{4 + 4\alpha_i \Delta t + (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2} \dot{\mathbf{p}}^n + \mathbf{X}_{2,i} \quad (5.17)$$

$$\psi_i^{(2),n} = \frac{\beta_i \Delta t^2}{4 + 4\alpha_i \Delta t + (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2} \dot{\mathbf{p}}^n + \mathbf{X}_{3,i} \quad (5.18)$$

ここで,

$$\mathbf{V}^n = \frac{1}{2} \mathbf{D}^{-1} ((1 - 2b_1) \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-1} + b_1 \mathbf{M} \mathbf{v}^{n-2}) + \frac{1}{2\Delta t} (2\mathbf{p}^n - 3\mathbf{p}^{n-1} + \mathbf{p}^{n-2}) \quad (5.19)$$

$$\mathbf{X}_{1,i} = \frac{(2 - \lambda_i \Delta t) \phi_i^{n-1} + \Delta t \dot{\mathbf{p}}^{n-1}}{2 + \lambda_i \Delta t} \quad (5.20)$$

$$\mathbf{X}_{2,i} = \frac{(4 - (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2) \psi_i^{(1),n-1} + (2\Delta t + \alpha_i \Delta t^2) \dot{\mathbf{p}}^{n-1} - 4\beta_i \Delta t^2 \psi_i^{(2),n-1}}{4 + 4\alpha_i \Delta t + (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{X}_{3,i} = \frac{(4 - (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2) \psi_i^{(2),n-1} + \beta_i \Delta t^2 \dot{\mathbf{p}}^{n-1} + 4\beta_i \Delta t^2 \psi_i^{(1),n-1}}{4 + 4\alpha_i \Delta t + (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \Delta t^2} \quad (5.22)$$

本節で構築する周波数依存のインピーダンス境界を扱うための陽的 TD-FEM の時間進行スキームは式 (4.1) と式 (5.15)–(5.18) からなる.

反復法の局所的な適用

周波数依存のインピーダンス境界を扱うための陽的 TD-FEM の時間進行スキームのうち式 (4.1), (5.16)–(5.18) 式は陽な式だが, 式 (5.15) は左辺に非対角成分をもつ質量行列 \mathbf{M} を含む陰的な式であり連立 1 次方程式の求解が必要となる. この事実は陽的 TD-FEM の長所である優れた計算速度を損なう. しかし, 式 (5.15) の係数行列において非対角成分が現れるのは境界面上の節点に関

する行のみである。従って、線形方程式のソルバを境界面のみにも局的に適用することで連立1次方程式の求解に伴い計算負荷を大幅に低減できる。そうすることで、境界面以外の部分の時間進行は以下の陽的な式を用いて計算できる。

$$\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K} \mathbf{p}^n) \quad (5.23)$$

この反復法を局的に適用する方法は文献 [117] において PM 吸音体を扱うための手法のために開発されたものであり、反復法を局的に適用することで通常の陰的な手法と比べて計算精度を損なうことなく高速化できることが確認されている。以下の数値実験では、Opt-E TD-FEM と 4th-E TD-FEM の両方にこの方法を適用する。局的な連立1次方程式のソルバには、係数行列が不定値行列となることを踏まえ、CR法 (Conjugate Residual method) [118] を使用する。なお、前処理は行わない。以下の数値実験では CR 法により 10 回以下の少ない反復回数で連立1次方程式が解けることが確認できる。

5.1.3 音響管と小立方体室を対象とした定式化の妥当性の検証

本項では、周波数依存のインピーダンス境界を扱うための陽的 TD-FEM の定式化の妥当性を音響管ならびに小立方体室を対象とした数値実験を通して検証する。音響管問題では理論解との比較により、小立方体室の解析では十分な解像度のメッシュを使用した4次精度 FD-FEM との比較により検証を行う。この定式化の妥当性検証には3段の時間積分法を用いる陽的 TD-FEM の中でも基礎的な定式化である 4th-E TD-FEM を使用する。本検証実験では、周波数依存のインピーダンス境界に3種の吸音体 (GW, NF, MPP-GW) の吸音特性を想定する。GW は背後剛壁のグラスウール吸音体 (密度 24 kg/m^3 , 厚さ 50 mm)、NF は背後剛壁のニードルフェルト (厚さ 15 mm)、MPP-GW は背後に GW を設置した MPP 吸音体である。多孔質材の吸音特性は Miki モデル [90] により推定し、各吸音体の流れ抵抗率としては GW に $6,900 \text{ Pa s/m}^2$ 、NF に $10,000 \text{ Pa s/m}^2$ を想定した。各多孔質吸音体の表面インピーダンス Z_n は伝達マトリクス法 [85] に基づき式 (2.57) により計算した。一方、MPP 吸音体のモデル化には式 (2.67) に示す Maa の伝達インピーダンスモデル [109] を使用した。背後に多孔質材をもつ MPP 吸音体の表面インピーダンス $Z_{n,\text{MPP-GW}}$ は伝達マトリクス法に基づき次式で計算できる。

$$Z_{n,\text{MPP-GW}} = Z_{t,\text{MPP}} - jZ_c \cot(k_e d) \quad (5.24)$$

以下の数値実験に用いる MPP のパラメータについては次のとおりである： $t_m = 0.5 \text{ mm}$; $d_m = 0.5 \text{ mm}$; $\varepsilon = 0.55\%$; $\eta = 17.9 \text{ } \mu\text{Pa s}$ 。3種の吸音体の周波数依存性を時間領域解析で扱うため、各吸音体の比音響アドミタンス比はそれぞれ 100 Hz - 5 kHz の範囲を対象に $n_{\text{rp}} = 3, n_{\text{cp}} = 3, n_{\text{rp}} = 2, n_{\text{cp}} = 2, n_{\text{rp}} = 10, n_{\text{cp}} = 5$ の有理関数で近似した。有理関数近似のための各種パラメータの詳細を Tables 5.1-5.3 に記す。

Table 5.1 Values of y_∞ , λ_i , α_i , β_i , A_i , B_i and C_i for GW

y_∞	0.76		
i	1	2	3
λ_i	991.51	3251.47	5984.60
α_i	3280.45	5588.54	20358.34
β_i	-7737.91	-27960.34	-47563.60
A_i	-14.72	-139.29	259.67
B_i	4836.78	5968.06	3135.82
C_i	2475.29	1231.00	19666.69

Table 5.2 Values of y_∞ , λ_i , α_i , β_i , A_i , B_i and C_i for NF

y_∞	0.64	
i	1	2
λ_i	1826.55	6395.53
α_i	7171.08	51309.50
β_i	-30096.80	-144303.73
A_i	-19.62	-150.00
B_i	19006.73	66607.19
C_i	5181.02	69809.40

Table 5.3 Values of y_∞ , λ_i , α_i , β_i , A_i , B_i and C_i for MPP-GW

y_∞	0.04				
i	1	2	3	4	5
λ_i	215.00	652.87	736.62	1714.70	3141.91
α_i	1023.08	3149.27	4579.25	5125.50	4557.33
β_i	-1560.72	-8475.89	-18116.92	-27842.93	-40738.81
A_i	8.68	-206.20	203.98	68.56	236.69
B_i	581.928	153.04	19.74	-10.12	-4.20
C_i	472.74	-22.84	-20.89	1.77	12.02
i	6	7	8	9	10
λ_i	3851.02	7803.88	10222.90	72799.99	76374.16
A_i	-675.22	3049.80	-3153.30	119285.58	-124761.19

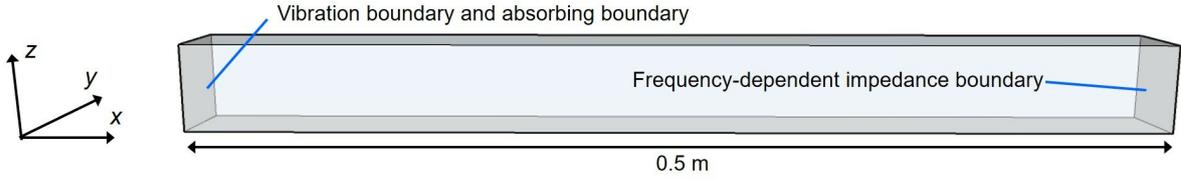


Fig. 5.2 Impedance tube model with a frequency-dependent impedance boundary.

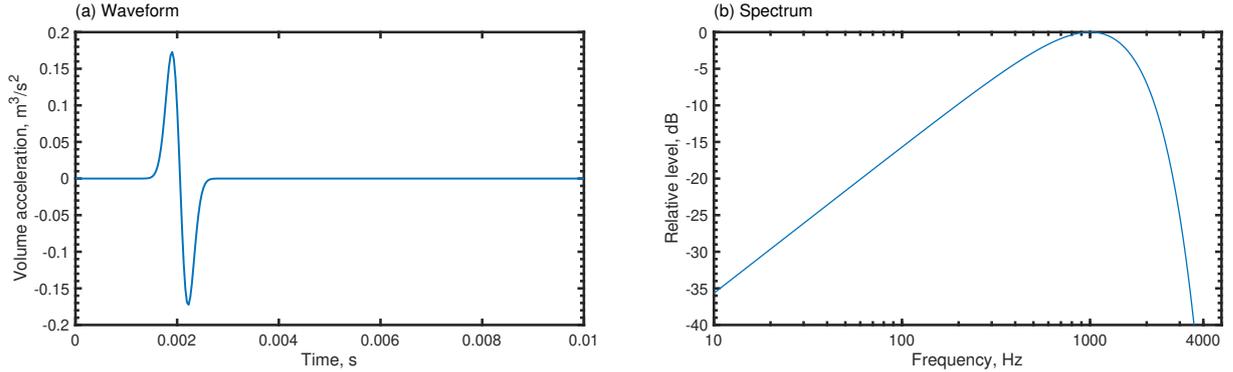


Fig. 5.3 Modulated Gaussian pulse used as a source signal: (a) waveform of volume acceleration and (b) spectrum characteristic.

音響管問題

ここでは音響管モデルの解析を通して ADE 法に基づく周波数依存インピーダンスの取り扱い法の妥当性を確認する．具体的には，伝達関数法 [119, 120] に基づき 4th-E TD-FEM により 3 種の吸音体の垂直入射吸音率と表面インピーダンスを算定し，伝達マトリクス法による理論解と比較する． Fig. 5.2 に解析対象の長さ 0.5 m，断面積 $0.02 \text{ m} \times 0.02 \text{ m}$ の音響管モデルを示す．本モデルの管端を周波数依存のインピーダンス境界とした． FEM 解析のため音響管モデルは要素サイズ 0.01 m の立方体 FE により空間離散化した．初期条件としては，管の入り口を振動境界としてピーク周波数 1 kHz の Gaussian パルスを振動加速度波形として与えた．使用した Gaussian パルスの時間波形と周波数特性を Fig. 5.3 に示す． $(x, y, z) = (0.44, 0.01, 0.01)$ と $(0.45, 0.01, 0.01)$ に設けた 2 つの受音点における 1 s 間の時間応答を 4th-E TD-FEM で計算し，その後，伝達関数法により各吸音体の垂直入射吸音特性を算定する． 4th-E TD-FEM による計算結果の精度を評価するため，以下の理論的な表面インピーダンスに対する TD-FEM 計算値の相対誤差 e_Z を評価する．

$$e_Z = \sqrt{\frac{1}{N_f} \frac{\sum_{f=f_l}^{f_u} |Z_{\text{theory}}(f) - Z_{\text{FEM}}(f)|^2}{\sum_{f=f_l}^{f_u} |Z_{\text{theory}}(f)|^2}} \quad (5.25)$$

ここで， N_f は総周波数成分数， f_l と f_u はそれぞれ下限周波数 100 Hz と上限周波数 5 kHz を表す． $Z_{\text{theory}}(f)$ と $Z_{\text{FEM}}(f)$ はそれぞれ理論ならびに TD-FEM で求めた周波数 f における表面イ

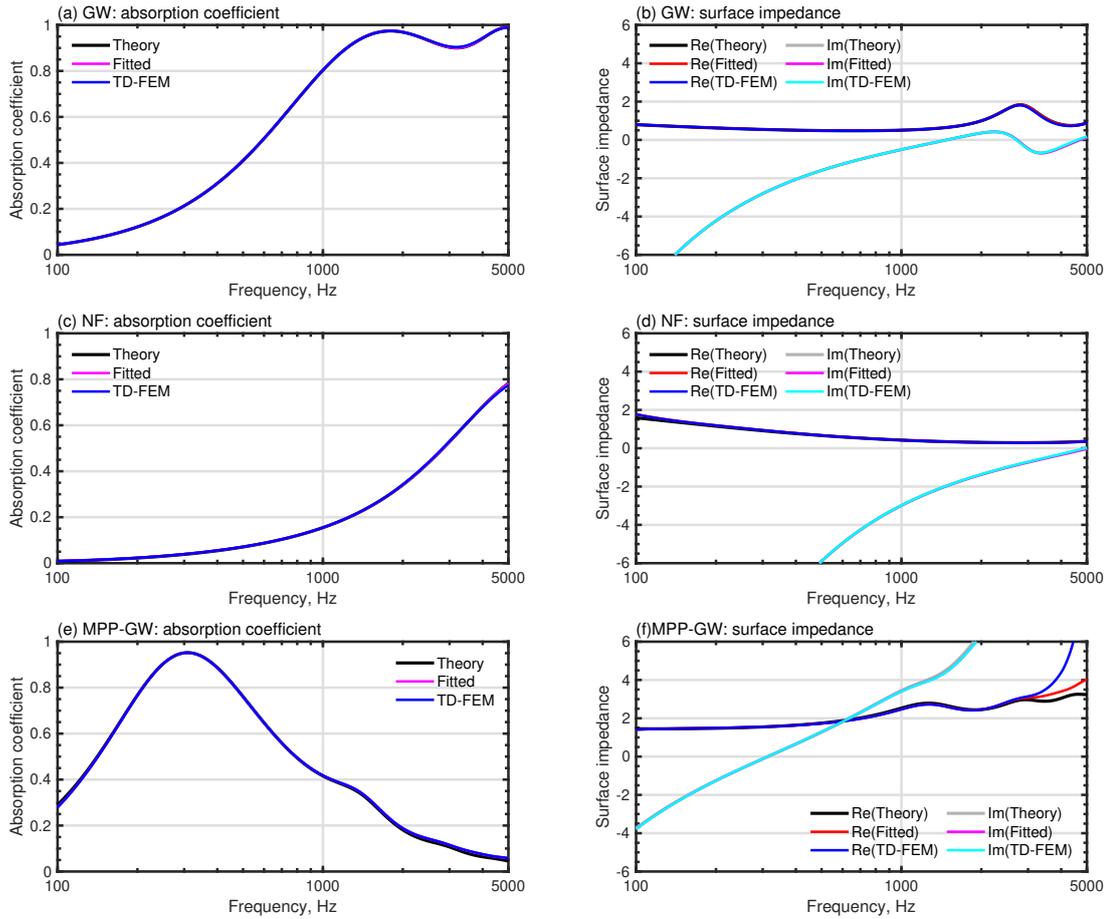


Fig. 5.4 Comparisons of normal incidence absorption coefficient and surface impedance for GW, NF and MPP-GW among the theory, the fitted rational model and the 4th-E TD-FEM. (a) GW: absorption coefficient, (b) GW: surface impedance, (c) NF: absorption coefficient, (d) NF: surface impedance, (e) MPP-GW: absorption coefficient and (f) MPP-GW: surface impedance.

ンピーダンスである。また、ここでのCR法の収束判定値は 10^{-6} とした。

Figs. 5.4(a)–(f)にGW, NF, MPP-GWの垂直入射吸音率と表面インピーダンスを伝達マトリクス法に基づく理論解, 有理関数近似値, 4th-E TD-FEMによる計算値で比較して示す。2つの多孔質吸音体GWとNFについては垂直入射吸音率と表面インピーダンスのいずれも理論, 有理関数近似値, 4th-E TD-FEMで良好に一致している。相対誤差 e_z についてはGWとNFのそれぞれで0.035%と0.011%であった。この結果より本節で構築した定式化は妥当である。また, MPP-GWについても吸音率については理論, 有理関数近似値, TD-FEM計算値で良好に一致している。一方, 表面インピーダンスについては有理関数近似値, TD-FEM計算値のいずれも3 kHzより高域で理論と乖離している。相対誤差 e_z は0.395%でGW, NFより大きな値であった。従って, より高精度なMPP吸音体のモデル化のためには有理関数近似の方法を含め改善が必要である。この問題の解決は今後の課題の1つである。

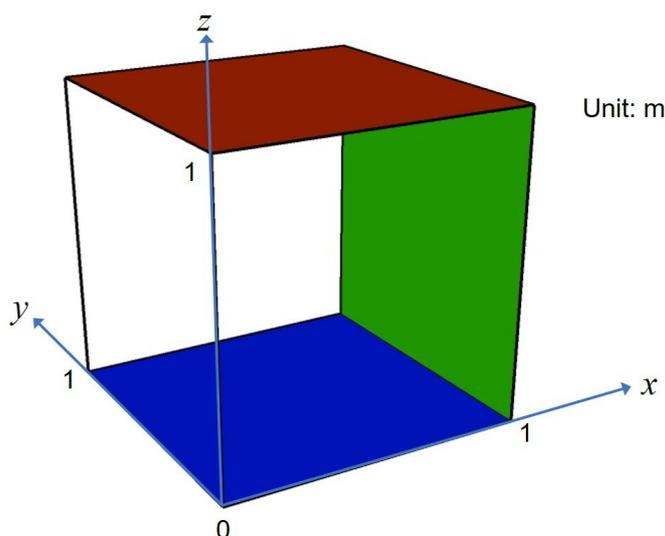


Fig. 5.5 Analyzed cubic room of 1 m^3 , where the colored surfaces are, respectively, assigned frequency-dependent impedance of GW (red), NF (blue), and MPP-GW (green).

小立方体室の解析

ここでは、4th-E TD-FEM が本質的に周波数依存吸収境界を扱える FD-FEM と比べてどの程度の解析精度をもつかを検証する。本数値実験では周波数領域解法として修正積分則による4次精度 FD-FEM [52] を使用する。Fig. 5.5 に解析対象の 1 m^3 の小立方体室を示す。ここでは、周波数依存吸収境界の数が異なる2つの境界条件 (Case1, Case 2) を想定した。Case 1 は天井面 (Fig. 5.5 の赤面) に GW の比音響インピーダンス比を与えた。Case 2 は天井の GW に加え、床 (Fig. 5.5 の青面) に NF, 後壁 (Fig. 5.5 の緑面) に MPP-GW の比音響インピーダンス比を与えた。いずれの条件でも周波数依存境界以外の面には垂直入射吸音率 0.052 に相当する実数の比音響インピーダンス比を与えた。小立方体室の空間離散化には、要素サイズ 0.04 m の立方体要素を用いた。メッシュの空間分解能は 1.2 kHz の音波長に対して 7.16 要素である。音源点を $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ の位置に設け、各手法で $y = z = 0.52$ の線分に 0.2 m 間隔で設置した 6 受音点での周波数応答を計算した。両手法の計算結果の比較には SPL の全受音点の平均値を用いた。4th-E TD-FEM による計算では式 (4.12) の安定限界時間刻み幅のもと 1 s 間のインパルス応答を計算し、離散 Fourier 変換により周波数応答を計算した。音源信号には Fig. 5.3 の Gaussian パルスを使用した。なお、FD-FEM との比較のため、周波数応答を音源信号の周波数特性で除している。一方、FD-FEM の解析では体積加速度 $1 \text{ m}^3/\text{s}^2$ を音源点に与え、1 Hz 刻みで周波数応答を計算した。線形方程式 (2.22) の解法には COCG (Conjugate Orthogonal Conjugate Gradient) 法を使用した。収束判定値は 10^{-6} である。

計算結果の精度の定量化のため、FD-FEM と TD-FEM の計算結果の類似性を平均 SPL の相関

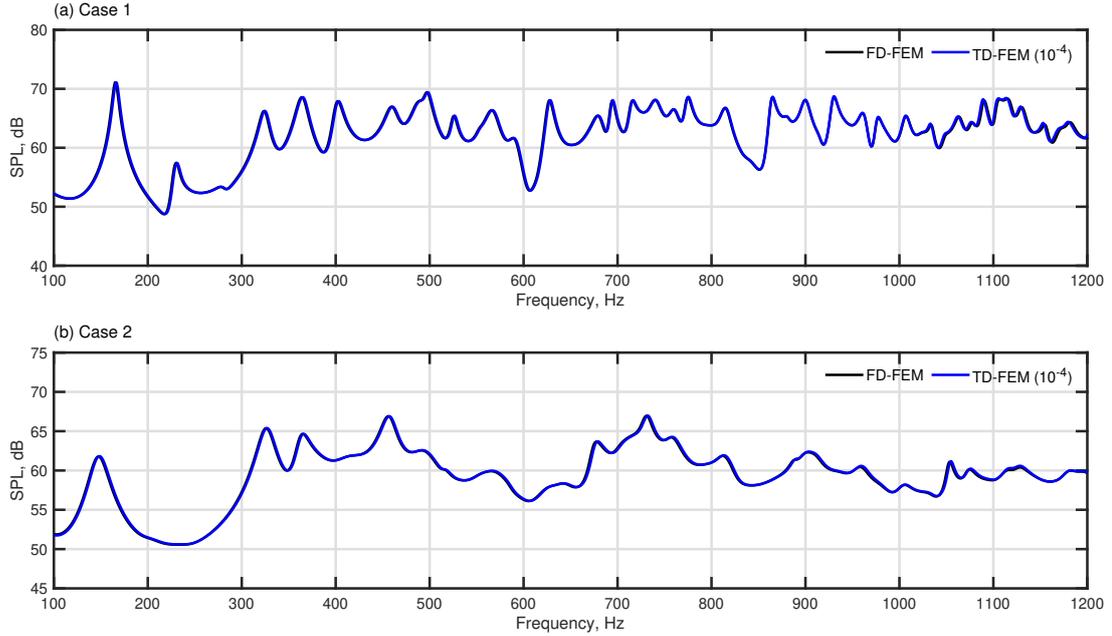


Fig. 5.6 Comparisons of mean SPLs between the FD-FEM and the 4th-E TD-FEM with convergence tolerance of 10^{-4} for (a) Case 1 and (b) Case 2, where the values in parentheses following TD-FEM represent the convergence tolerance for CR method.

係数係数 CC_{L_m} により評価した.

$$CC_{L_m} = \frac{\sum_{f=f_1}^{f_u} L_{m,FD}(f)L_{m,TD}(f)}{\sqrt{\sum_{f=f_1}^{f_u} L_{m,FD}(f)^2} \sqrt{\sum_{f=f_1}^{f_u} L_{m,TD}(f)^2}} \quad (5.26)$$

ここで、 $L_{m,FD}(f)$ と $L_{m,TD}(f)$ はそれぞれ FD-FEM, TD-FEM で計算した周波数 f における平均 SPL である。 f_1 と f_u はそれぞれ 100 Hz, 1.2 kHz である。 また、本検討では CR 法の収束判定値として 10^{-6} , 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} の 5 つを想定し、収束判定値が計算精度と効率に与える影響も調査する。 なお、一般的に反復法の収束判定値が小さいほど計算精度は向上するが効率は悪化する。 精度と効率のバランスがとれた収束判定値を明らかにすることは本陽的 TD-FEM を実用的な建築音響問題に適用する上で非常に有益である。

まず、Fig. 5.6(a), (b) のそれぞれに吸音条件 Case 1, Case 2 における収束判定値 10^{-4} の場合の 4th-E TD-FEM により計算した平均 SPL を FD-FEM と比較して示す。 なお、収束判定値 10^{-4} はこの後示すように、精度と効率のバランスの観点で最も有効な収束判定値である。 平均 SPL の比較より、4th-E TD-FEM は定性的に FD-FEM と同程度の精度で複数の周波数依存の吸音境界をもつ室内を解析可能だと言える。 また、Case 1, Case 2 における CC_{L_m} はそれぞれ 0.998, 0.999 であり、両手法の計算結果は定量的にも良好に一致している。 続いて、Case 1, Case 2 のそれぞれで 4th-E TD-FEM の計算結果が収束判定値の緩和に伴いどのように変化するか Fig. 5.7(a), (b) に示す。 Case 1 については収束判定値 10^{-2} の場合、平均 SPL の値が他の条件と比べて大きくなっている。 その他の収束判定値では結果はよく一致している。 Case 2 でも同様の傾向が確認できる。 Case 2 では、さらに、収束判定値 10^{-3} による計算結果はより厳しい収束判定値を用いた場合の

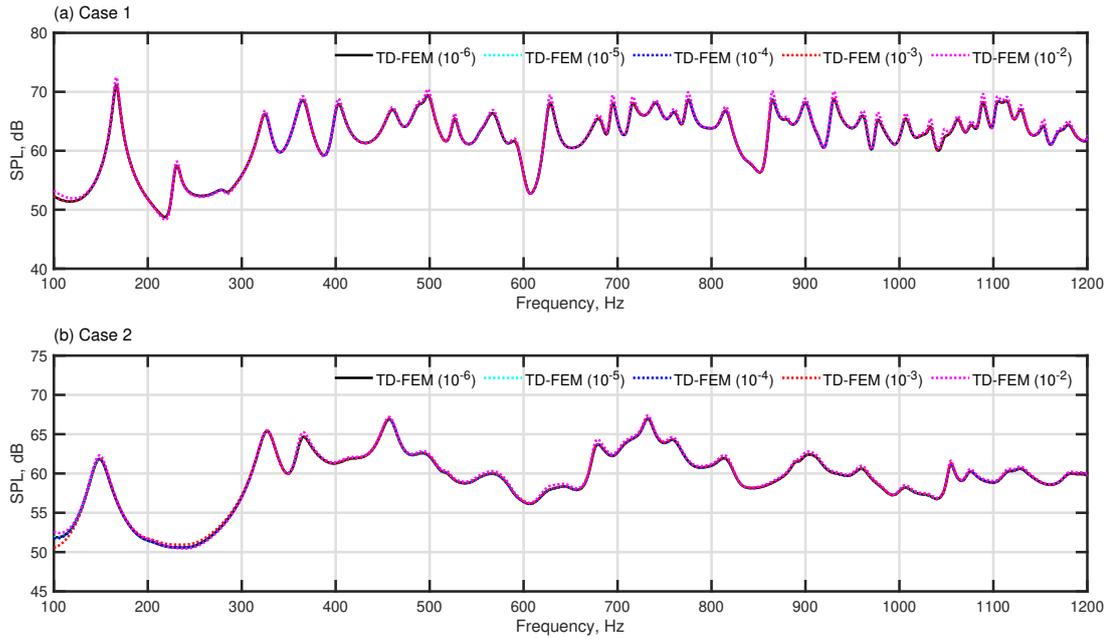


Fig. 5.7 Comparisons of mean SPLs among the 4th-E TD-FEM with various tolerance values for (a) Case 1 and (b) Case 2, where the values in parentheses following TD-FEM represent the convergence tolerance for CR method.

計算結果と 100 Hz 付近で乖離している．定量的な比較として Fig. 5.8 に最も高精度な収束判定値 10^{-6} の場合の平均 SPL に対する他の場合の計算結果の絶対誤差を示す．Case 1 の場合，1 dB を超える大きな絶対誤差は収束判定条件 10^{-2} の場合のみに確認できる．Case 2 では収束判定条件 10^{-2} における絶対誤差は Case 1 より小さいが誤差が 0.5 dB を超える周波数がいくつか観測される．また，Case 2 では収束判定条件 10^{-3} の場合に低周波数域で 1 dB より大きな誤差が現れる．一方，収束判定条件 10^{-4} と 10^{-5} については吸音条件によらず十分な精度が得られており，各収束判定条件の誤差は 0.16 dB, 0.005 dB より小さい．また，収束判定値により 4th-E TD-FEM の計算効率がどのように変化するか提示するため各収束条件における反復回数の時間ステップあたりの平均値を Table 5.4 に列挙する．ここで，反復回数が少ないほど時間ステップあたりの演算量は少なく計算効率が高い．収束判定条件 10^{-4} の平均反復回数は 3.59, 3.80 であり， 10^{-6} の場合の 5.61, 6.60 と比較すると 58–64% の演算量である．以上の検討より 4th-E TD-FEM を用いた周波数依存吸音境界を含む室内音響解析において CR 法の収束判定値としては 10^{-4} が精度と効率のバランスの観点で有効である．

5.1.4 2種の既存の陰的 TD-FEM との広帯域の音響シミュレーションにおける性能比較

本項では，4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM の周波数依存吸音境界を含む部屋の広帯域の音響シミュレーションにおける性能を既存の 2 種の陰的 TD-FEM との比較より明らかにする．ここで，陰的 TD-FEM には修正積分則による 4 次精度陰的 TD-FEM (4th-I TD-FEM) と従

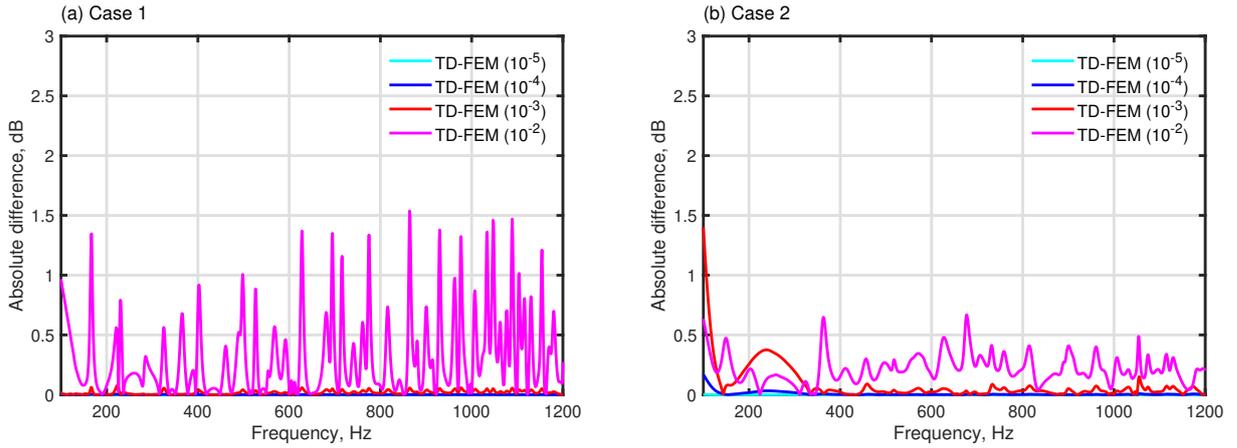


Fig. 5.8 Absolute differences with respect to mean SPL in each tolerance condition from the sufficiently accurate condition of 10^{-6} in (a) Case 1 and (b) Case 2, where the values in parentheses following TD-FEM represent the convergence tolerance for CR method.

Table 5.4 Mean iteration number per time step for each tolerance condition in Case 1 and Case 2

Cases	Tolerance value				
	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
Case 1	5.61	4.51	3.59	2.65	1.25
Case 2	6.60	5.23	3.80	2.82	1.78

来の積分点を用いる一般的な2次精度陰的TD-FEM (2nd-I TD-FEM) のそれぞれを使用する。また、Opt-E TD-FEM について、広帯域の音響シミュレーションの場合に分散誤差を最適化する空間解像度 R の推奨値は不明である。そこで、本検討では Opt-E TD-FEM は4種の最適化条件のもと計算を行う。本数値実験では、5.1.3項と同一の小立方体室 (Fig. 5.5) を解析対象とするが吸音条件は Case 1 の場合のみとする。一方で、より広帯域の音響シミュレーションにおける性能を検討するため、解析上限周波数を 2.5 kHz まで拡張する。ここでの計算機環境はワークステーション (Precision Tower 7810, Intel Xeon E5-2650 v4, 2.2 GHz; Dell Inc.) ならびに Intel Fortran compiler (ver. 2019) であり、各手法 OpenMP による 8 スレッド並列で計算を実施した。

計算設定

本検討では立方体室を空間解像度の異なる3種のFEメッシュ (M1, M2, M3) で空間離散化した。いずれのメッシュも立方体要素のみで構成され、M1は最も解像度が低く、要素サイズは0.025 mで上限周波数2.5 kHzにおける空間解像度は波長当たり5.5要素である。メッシュM2は要素サイズならびに空間解像度 R がそれぞれ0.0125 mの11である。メッシュM3は最も高い解像度を

もち、その要素サイズは 0.0067 m, 空間解像度は $R = 20.5$ である。本性能検証実験において、分散誤差低減法を使用している 4th-E TD-FEM, Opt-E TD-FEM, 4th-I TD-FEM は最低解像度の M1 を使用する。一方で、基本的な手法である 2nd-I TD-FEM は線形要素の経験則である波長あたり 10 要素を満たす M2 を使用する。最高解像度の M3 は 4th-I TD-FEM を用いて参照解を計算するのに用いる。なお、4th-I TD-FEM は周波数依存吸音境界をもつ部屋を同一の FE メッシュを用いた 4 次精度 FD-FEM より高い精度で計算可能なことを確認している [121]。従って、本検討では 4th-E TD-FEM と Opt-E TD-FEM が粗い要素を用いて標準的な 2nd-I TD-FEM より優れた性能を示すか、ならびに、4th-E TD-FEM と Opt-E TD-FEM が同一の粗いメッシュを用いた 4th-I TD-FEM と比較してどの程度の性能を示すかを調査するものである。各手法で時間刻み幅は安定限界値とした。また、Opt-E TD-FEM について分散誤差を最小化する空間解像度として次の 4 種を想定した： $R=6.87$ (2 kHz); $R=6.25$ (2.2 kHz); $R=5.5$ (2.5 kHz); $R=4.91$ (2.8 kHz)。音源点は $(x, y, z)=(0, 0, 0)$ に設置し、6 つの受音点を $y = z = 0.5$ の線上に 0.2 m 間隔で設けた。各手法、Fig. 5.3 に示す Gaussian パルスを音源信号として 1 s 間の時間応答を計算した。

評価指標

計算精度の定量化のため、本数値実験では以下に定義する 3 つの指標を評価する。最初の指標は参照解に対する周波数応答の類似性を評価する相互相関係数 CC である。

$$CC = \frac{\sum_{f=f_l}^{f_u} L_{\text{ref}}(f, \mathbf{r}_i) L_{\text{FEM}}(f, \mathbf{r}_i)}{\sqrt{\sum_{f=f_l}^{f_u} L_{\text{ref}}(f, \mathbf{r}_i)^2} \sqrt{\sum_{f=f_l}^{f_u} L_{\text{FEM}}(f, \mathbf{r}_i)^2}} \quad (5.27)$$

ここで、 $L_{\text{ref}}(f, \mathbf{r}_i)$ と $L_{\text{fem}}(f, \mathbf{r}_i)$ は周波数 f の受音点位置 \mathbf{r}_i における SPL の参照解ならびに TD-FEM による計算値である。SPL は時間応答を Fourier 変換することで求めた。また、最終的に算出する SPL は音源の周波数特性を除いた伝達関数である。また、 f_l と f_u はそれぞれ 100 Hz と 2.5 kHz に設定した。なお、例えば [12, 121] では、 CC を時間応答の精度評価に使用しているが、本検討ではフラットな周波数特性の音場励起に対する精度を評価するために伝達関数を対象としている。

さらに、建築音響問題についての実用的な観点から室内音響指標を用いた評価指標を設けた。ここでは評価に使用する室内音響指標として初期残響時間 (EDT) と明瞭性 (C50) の 2 つを想定した。各音響指標について以下に定義する e_{EDT} と e_C を評価する。

$$e_{\text{EDT}}(f_c) = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} \frac{|EDT_{\text{ref}}(f_c, \mathbf{r}_i) - EDT_{\text{FEM}}(f_c, \mathbf{r}_i)|}{EDT_{\text{ref}}(f_c, \mathbf{r}_i)} \times 100 [\%] \quad (5.28)$$

$$e_C(f_c) = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} |C_{\text{ref}}(f_c, \mathbf{r}_i) - C_{\text{FEM}}(f_c, \mathbf{r}_i)| [\text{dB}] \quad (5.29)$$

ここで、 $EDT_{\text{ref}}(f_c, \mathbf{r}_i)$ と $EDT_{\text{FEM}}(f_c, \mathbf{r}_i)$ はそれぞれ 1/3 オクターブバンド中心周波数 f_c の受音点座標 \mathbf{r}_i における EDT の参照解と TD-FEM による計算値である。また、 $C_{\text{ref}}(f_c, \mathbf{r}_i)$ と $C_{\text{FEM}}(f_c, \mathbf{r}_i)$

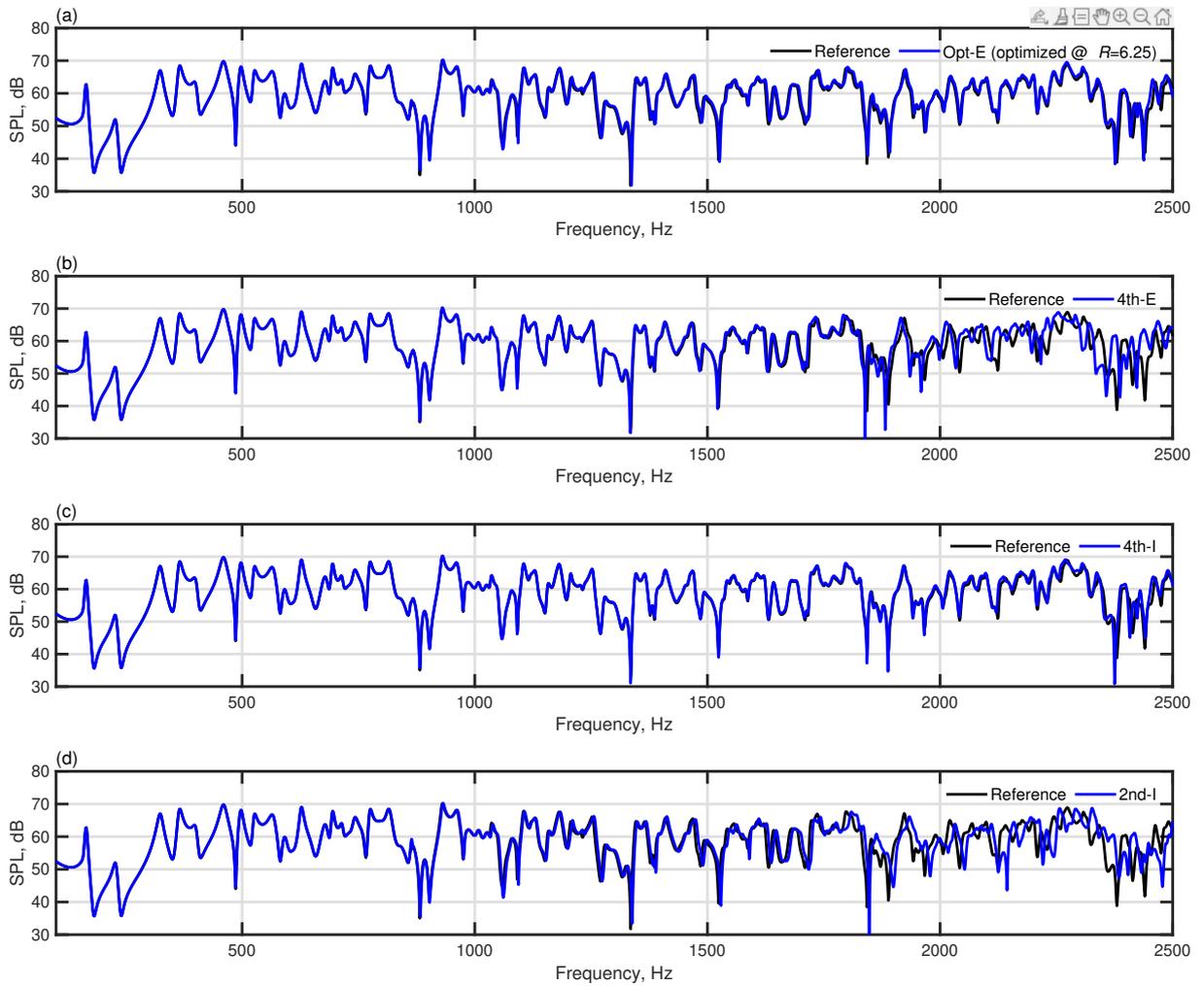


Fig. 5.9 Comparisons of SPL spectra at receiver $(x, y, z)=(0.6, 0.5, 0.5)$: (a) the reference solution vs. the Opt-E TD-FEM (optimized at $R=6.25$), (b) the reference solution vs. the 4th-E TD-FEM, (c) the reference solution vs. the 4th-I TD-FEM, and (d) the reference solution vs. the 2nd-I TD-FEM.

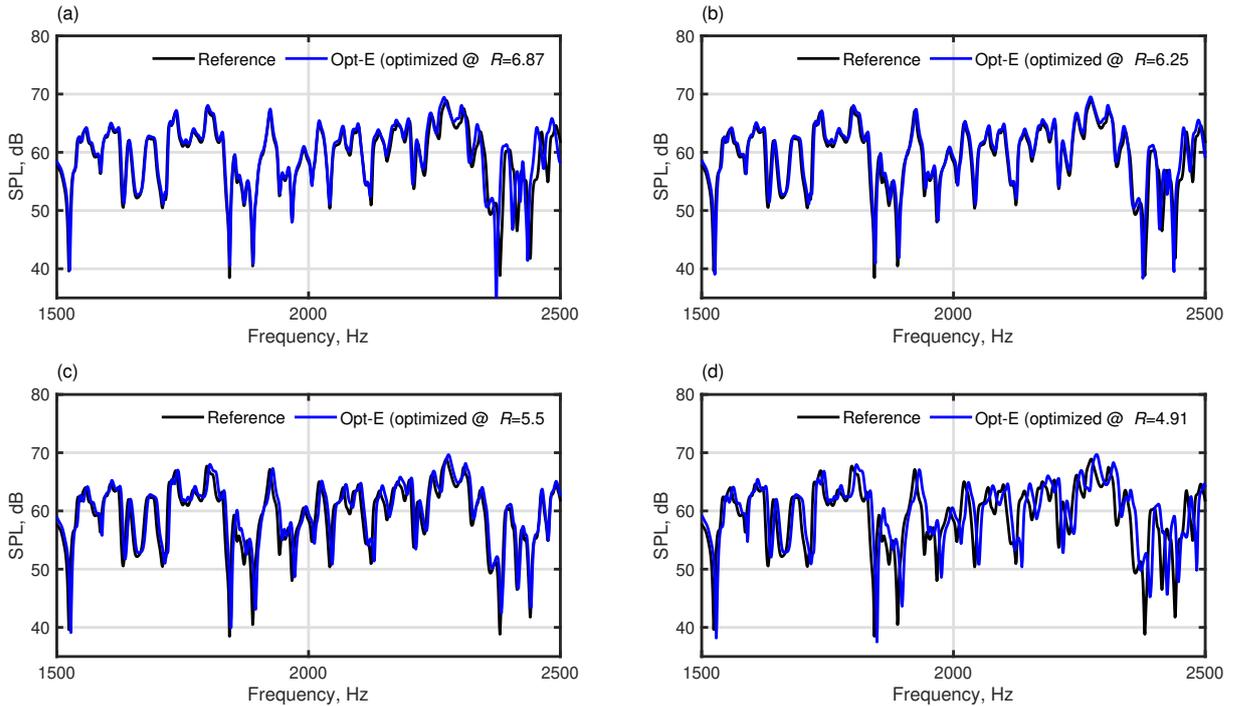


Fig. 5.10 Comparisons of SPL spectra above 1.8 kHz at receiver $(x, y, z)=(0.6, 0.5, 0.5)$: (a) the reference solution vs. Opt-E TD-FEM (optimized at $R=6.87$) and (b) the reference solution vs. Opt-E TD-FEM (optimized at $R=6.25$), (c) the reference solution vs. Opt-E TD-FEM (optimized at $R=5.5$) and (d) the reference solution vs. Opt-E TD-FEM (optimized at $R=4.91$).

はそれらの C50 に対するものである。各音響指標は TD-FEM で計算したインパルス応答から ITA toolbox [122] を用いて算出した。なお、他の代表的な室内音響指標として残響時間が挙げられるが、本解析対象のような吸音面が偏在した室内では残響曲線が折れ曲がりその評価が困難となる [123] ため EDT を評価指標として採用した。

結果と考察

まず、Fig. 5.9 に受音点 $(x, y, z)=(0.6, 0.5, 0.5)$ における SPL を参照解、Opt-E TD-FEM ($R = 6.25$ で最適化)、4th-E TD-FEM、4th-I TD-FEM、2nd-I TD-FEM で比較して示す。Opt-E TD-FEM と 4th-I TD-FEM の結果は、4th-E TD-FEM ならびに 2nd-I TD-FEM と比較して、広帯域に渡って参照解と良好に一致している。4th-E TD-FEM は 2.1 kHz 以上で参照解と比較して SPL のピーク・ディップの周波数が低域にシフトしている。2nd-I TD-FEM は、経験則を満たすメッシュ M2 を用いているにも関わらず、参照解との乖離が最も大きく、ピーク・ディップが高域にシフトしている。これらの 4th-E TD-FEM と 2nd-I TD-FEM の誤差の特徴は Fig. 5.1 に示す各手法の理論的な分散誤差特性と一致しており、4th-E TD-FEM では音速が遅れる誤差のためにピークやディップの周波数が参照解と比べ低くなり、2nd-I TD-FEM では音速が速くなる誤差に

Table 5.5 Comparison of CC values among various TD-FEMs

Method	4th-E	Opt-E ($R=6.874$)	Opt-E ($R=6.25$)	Opt-E ($R=5.5$)
CC	0.843	0.938	0.945	0.918
Method	Opt-E ($R=4.91$)	4th-I	2nd-I	
CC	0.835	0.964	0.802	

Table 5.6 Comparison of e_{EDT} [%] among various TD-FEMs

Method	Frequency, kHz				
	1	1.25	1.6	2	2.5
4th-E	1.03	1.17	1.33	4.40	7.26
Opt-E ($R=6.874$)	1.21	1.47	0.77	1.25	6.02
Opt-E ($R=6.25$)	1.53	1.76	0.96	1.26	4.05
Opt-E ($R=5.5$)	1.88	2.27	1.32	1.47	3.39
Opt-E ($R=4.91$)	2.58	3.32	1.86	2.72	5.41
4th-I	1.30	1.49	1.10	2.36	9.98
2nd-I	3.15	4.63	1.88	3.72	10.26

よってピーク・ディップの周波数が参照解と比べ高くなっている。また、Opt-E TD-FEM と 4th-I TD-FEM が優れた精度をもつことも Fig. 5.1 に示す分散誤差の理論的な特性と一致している。続いて、Opt-E TD-FEM による計算結果が最適化条件によってどのように変化するかを確認する。Fig. 5.10 に 4 種の最適化条件のもと Opt-E TD-FEM で計算した SPL を 1.8 kHz より高域に着目して参照解と比較している。まず、各最適化条件において分散誤差を最小化した周波数付近で SPL が参照解と良好に一致していることがわかる。加えて、各最適化条件において最適化された周波数より高域では SPL のピーク・ディップの周波数が参照解と比べて高域にシフトしていることが確認できる。この誤差のふるまいは Fig. 5.1 に示す Opt-E TD-FEM の理論的な誤差特性から説明できる。さらに、 $R = 4.91$ で最適した場合の結果からわかるように小さすぎる空間解像度 R で分散誤差を最適化しても恩恵は少ない。

Table 5.5 に各手法の SPL の参照解に対する CC の空間平均値を示す。4th-I TD-FEM の CC は 0.964 と最も高い値である。3 種の最適化条件における Opt-E TD-FEM (分散誤差を $R = 6.874, 6.25, 5.5$ で最適化) はいずれも CC が 0.91 より大きい。Fig. 5.9 から予想される通り、 $R = 6.25$ で最適化した Opt-E TD-FEM は 4th-I TD-FEM に匹敵する高い精度を示している。また、Fig. 5.10 から予想される通り、 $R = 4.91$ で最適化した Opt-E TD-FEM は他の最適化条件と比べて CC の値が小さいが、その値は倍の空間解像度のメッシュを使用した標準的な 2nd-I TD-FEM より高い。4th-E TD-FEM は $R = 4.91$ で最適化した Opt-E TD-FEM よりわずかに優れた精度を示した。

Table 5.7 Comparison of e_C [dB] among various TD-FEMs

Method	Frequency, kHz				
	1	1.25	1.6	2	2.5
4th-E	0.04	0.06	0.29	0.65	1.66
Opt-E ($R=6.874$)	0.10	0.19	0.26	0.39	1.26
Opt-E ($R=6.25$)	0.12	0.22	0.26	0.40	1.00
Opt-E ($R=5.5$)	0.16	0.26	0.25	0.54	0.47
Opt-E ($R=4.91$)	0.19	0.32	0.29	0.67	0.76
4th-I	0.09	0.16	0.32	0.67	1.68

Table 5.8 Mean numbers of iterations for explicit TD-FEMs

Method	4th-E	Opt-E ($R=6.874$)	Opt-E ($R=6.25$)
Mean iteration	3.77	3.76	3.76
Method	Opt-E ($R=5.5$)	Opt-E ($R=4.91$)	
Mean iteration	3.76	3.76	

Tables 5.6, 5.7 はそれぞれ e_{EDT} と e_C を 4th-E TD-FEM, 4 種の最適化条件における Opt-E TD-FEM, 4th-I TD-FEM, 2nd-I TD-FEM で比較して示している. 1 kHz より低い周波数帯域の誤差はすべての手法で各音響指標の JND (Just Noticeable Difference) 値 (EDT : 5% [124]; C50 : 1.1 dB [125]) より小さかったので記載は省略した. 2つの最適化条件における Opt-E TD-FEM (分散誤差を $R = 6.25, 5.5$ で最適化) のみがすべての周波数帯域で誤差が JND 値以下であった. 周波数領域ならびに時間領域における計算精度の評価より, Opt-E TD-FEM を用いた広帯域の室内音響解析における最適化条件の推奨値は $R = 6.25$ である.

本検討の最後に各種 TD-FEM の計算コストを比較する. なお, 4th-E TD-FEM と Opt-E TD-FEM は同一のメモリ消費であり, さらに, Table 5.8 にまとめた各種陽的 TD-FEM の CR 法の平均反復回数が示すように両陽的 TD-FEM は演算量についても同等である. 従って, 2つの陽的 TD-FEM の計算コストは同一である. 陽的 TD-FEM のメモリ消費は 49.6 MBytes であり, 4th-I TD-FEM の 46.6 MBytes よりはずかには大きいが, 2nd-I TD-FEM の 359.0 MBytes と比較すると $1/7.3$ のメモリ消費である. 特筆すべきは, 陽的 TD-FEM の計算速度で, その計算時間は 82.1 s と 4th-I TD-FEM の 116.9 s と比べて 1.4 倍高速, 2nd-I TD-FEM の 6272.2 s と比べて 76.4 倍高速であった. 以上より, Opt-E TD-FEM は既存の 2 種類の陰的 TD-FEM と比べて, 本質的なアルゴリズム面で著しく少ない計算コストでより高精度な解析を可能とすることが明らかとなった.

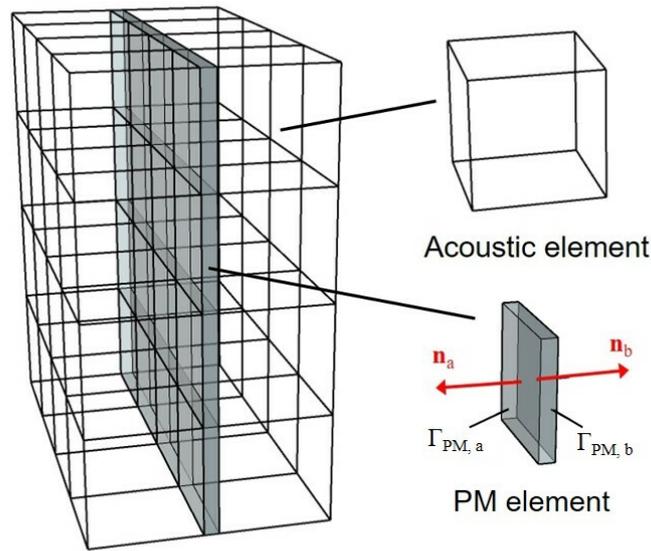


Fig. 5.11 PM の FE モデル.

5.2 通気性膜吸音体を扱うための手法

本節では、吸音体の吸音特性における周波数依存性・入射角依存性の両者を考慮できる拡張作用境界への応用例として、PM 吸音体の拡張作用境界を組み込んだ陽的 TD-FEM による新たな時間進行スキームを提案する。PM 吸音体の拡張作用境界は [64] において従来の陽的 TD-FEM に実装されているが、提案された手法は陰的な時間進行スキームを構成するため陽的 TD-FEM の強みである速い計算速度は損なわれている。また、吸音モデル化の精度が低く、理論的な吸音特性と一致するためには非常に解像度の高いメッシュが必要であり、予測精度の改善が必要であった。従って、5.2 節では従来の PM を扱うための手法の欠点を克服した、計算効率に優れたより実用的な手法を提案する。まず、無張力膜要素に基づく PM の時間領域 FE モデルを導出し、内部吸音境界条件として扱う手続きについて説明する。さらに、PM 要素の数値積分の方法を具体例とともに提示する。続いて、PM 吸音体を扱うための陽的 TD-FEM の時間進行スキームの定式化を行う。まず、[64] の手続きに倣う従来法の定式化を示した後、本研究で新たに提案する手法の定式化を提示する。提案法による吸音モデル化精度の改善効果を 3 種の単一 PM 吸音体を設置した音響管モデルの解析を通して検証する。最後に、小会議室を対象とした数値実験を行い、従来法と提案法の計算性能を比較する。

5.2.1 通気性膜の時間領域有限要素モデル

ここでは、佐久間等による周波数領域の無張力膜要素 [47] の定式化に倣い、PM の時間領域 FE モデルを構築する。無張力膜モデルでは、膜の厚み 0、張力 0 を仮定し、その物性値として面密度 M_{PM} 、流れ抵抗値 R_{PM} を考える。Fig. 5.11 に PM の FE モデルを示す。ここで、 $\Gamma_{PM,a}$ と $\Gamma_{PM,b}$

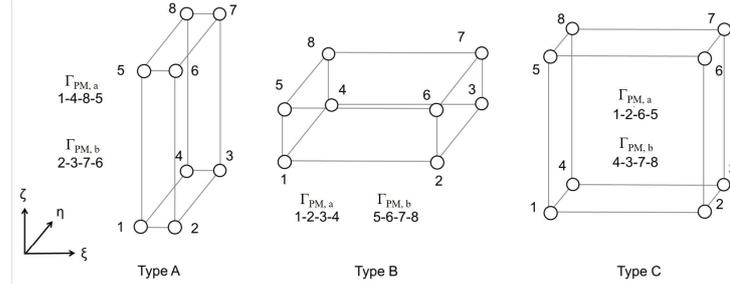


Fig. 5.12 Three types of eight node hexahedral PM elements.

はそれぞれ通気性膜両面の境界を表す. p_a, p_b をそれぞれ膜両面の音圧, v_f と v_p をそれぞれ膜面上と膜内部の粒子速度, 膜の振動速度とすると, 膜の振動方程式は次のように定義される.

$$M_{PM} \frac{\partial v_p}{\partial t} = p_a - p_b \quad (5.30)$$

さらに, 膜の通気性に関して, A. D. Pierce によって提案された Porous blanket model によれば, 流れ抵抗値 R_{PM} は以下のように定義される.

$$R_{PM} = \frac{p_a - p_b}{v_f - v_p} \quad (5.31)$$

ここで, (5.30) 式と (5.31) 式を連立し v_p を消去すると, 以下の PM のための内部吸音境界条件式を得る.

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} = \begin{cases} -\rho_0 \left(\frac{1}{R_{PM}} (\dot{p}_a - \dot{p}_b) + \frac{1}{M_{PM}} (p_a - p_b) \right) & \text{on } \Gamma_{PM,a} \\ \rho_0 \left(\frac{1}{R_{PM}} (\dot{p}_a - \dot{p}_b) + \frac{1}{M_{PM}} (p_a - p_b) \right) & \text{on } \Gamma_{PM,b} \end{cases} \quad (5.32)$$

この境界条件式を境界面の FE 方程式に代入すると以下に示す, 膜境界に関する離散化方程式を得る.

$$c_0^2 \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial p}{\partial n} d\Gamma_e = \frac{\rho_0 c_0^2}{R_f} \mathbf{S}_e \dot{\mathbf{p}}_e + \frac{\rho_0 c_0^2}{M} \mathbf{S}_e \mathbf{p}_e \quad (5.33)$$

ここで,

$$\mathbf{S}_e = \int_{\Gamma_{PM,a}} \mathbf{N}_{PM,a}^T (\mathbf{N}_{PM,a} - \mathbf{N}_{PM,b}) d\Gamma_e - \int_{\Gamma_{PM,b}} \mathbf{N}_{PM,b}^T (\mathbf{N}_{PM,a} - \mathbf{N}_{PM,b}) d\Gamma_e \quad (5.34)$$

また, $\mathbf{N}_{PM,a}$ と $\mathbf{N}_{PM,b}$ はそれぞれ境界 $\Gamma_{PM,a}$ と $\Gamma_{PM,b}$ における内挿関数である.

8 節点膜要素の数値積分

\mathbf{S}_e の数値積分による計算法の一例を以下に示していく. 8 節点六面体膜要素は Fig. 5.12 に示す 3 種類が想定され, 吸音面である境界 $\Gamma_{PM,a}$ と $\Gamma_{PM,b}$ を構成する要素内節点番号の組み合わせによって内挿関数の与え方が変わることには注意が必要である. Fig. 5.12 の Type A を対象する場合の膜要素の内挿関数は Table 5.9 のようになる. これを踏まえ, Gauss-Legendre の 2 次元 2 点積

Table 5.9 Shape function for eight node hexahedral membrane element for Case A, in which absorbing surfaces of PM, $\Gamma_{\text{PM},a}$ and $\Gamma_{\text{PM},b}$, respectively consist of nodes 1–4–8–5 and 2–3–7–6

	$i=1, 2$	$i=4, 3$	$i=8, 7$	$i=5, 6$
N_i	$\frac{1}{4}(1-\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{4}(1+\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{4}(1+\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{4}(1-\eta)(1+\zeta)$
$\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$	$-\frac{1}{4}(1-\zeta)$	$\frac{1}{4}(1-\zeta)$	$\frac{1}{4}(1+\zeta)$	$-\frac{1}{4}(1+\zeta)$
$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta}$	$-\frac{1}{4}(1-\eta)$	$-\frac{1}{4}(1+\eta)$	$\frac{1}{4}(1+\eta)$	$\frac{1}{4}(1-\eta)$

分公式を用いて S_e は次のように計算される.

$$S_e = \frac{A_e}{36} \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 & 2 & 2 & -2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 & -2 & -2 & 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & -4 & -1 & 1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -4 & 4 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 & 1 & 4 & -4 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & -1 & -4 & 4 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & -2 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 2 & -2 & -4 & 4 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

ここで, A_e は膜の表面積である.

5.2.2 時間進行スキームの定式化

続いて, PM 吸音体を扱うための陽的 TD-FEM の時間進行スキームの定式化を行う. ここで, PM の内部吸音境界条件を考慮する場合, 陽的 TD-FEM の半離散方程式の第 2 式 (式 (2.72)) は以下となる.

$$D\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f} - c_0^2 \mathbf{K}_{\text{PM}} \mathbf{p} - c_0 \mathbf{C}_{\text{PM}} \dot{\mathbf{p}} \quad (5.36)$$

ここで,

$$\mathbf{K}_{\text{PM}} = \mathbf{K} + \frac{\rho_0}{M_{\text{PM}}} \mathbf{S}, \quad \mathbf{C}_{\text{PM}} = \mathbf{y} \mathbf{C} + \frac{\rho_0 c_0}{R_{\text{PM}}} \mathbf{S} \quad (5.37)$$

まず, [64] に基づく従来の定式化を紹介した後, 従来法の問題点である, 低い予測精度ならびに連立 1 次方程式の求解に伴う高い計算負荷を低減した新たなスキームを定式化する. 本節では, 4th-E TD-FEM に PM 吸音体の拡張作用境界を組み込むとし, 音圧の時間進行式には 3 段の時間積分法に基づく式 (4.1) を使用し, 時間積分の重み係数は $b_1=13/12$ とした. また, $\mathbf{M}_e, \mathbf{K}_e$ の計算に式 (3.9) の積分点を使用する.

従来の定式化

[64]では、式 (5.36) の \dot{v} を 1 次の後退差分近似で時間離散化し、さらに、 $\dot{p} = v$ の関係を用いて以下の v の時間進行式を定式化している。

$$(\mathbf{I} + c_0 \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}_{\text{PM}}) \mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K}_{\text{PM}} \mathbf{p}^n) \quad (5.38)$$

ここで、 \mathbf{C}_{PM} は非対角成分をもっており、式 (5.38) は陰的である。従って、時間ステップ毎に連立 1 次方程式の求解が必要であり、陽的 TD-FEM の強みである速い計算速度が損なわれる。また、吸音モデル化の精度が低く、理論的な吸音特性と一致するためには非常に解像度の高いメッシュが必要であった。以下の数値実験では、連立 1 次方程式のソルバに CG 法を使用する。

提案法の定式化

提案法では従来法における低い吸音予測精度の原因が減衰項の \dot{p} の時間離散化精度が低いためと仮定し、式 (5.36) の \dot{v} を 1 次の後退差分近似で時間離散化し、さらに、 \dot{p} を 1 次の中央差分近似で離散化し、次の時間進行式を形成する。

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{I} + \frac{b_1}{2} c_0 \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}_{\text{PM}} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \right) \mathbf{v}^n \\ & = \mathbf{v}^{n-1} + \Delta t \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{f}^n - c_0^2 \mathbf{K}_{\text{PM}} \mathbf{p}^n - c_0 \mathbf{C}_{\text{PM}} \mathbf{V}^n) \end{aligned} \quad (5.39)$$

式 (5.39) の係数行列は行列積 $\mathbf{C}_{\text{PM}} \mathbf{M}$ を含むため非対角成分を含む非対称行列となり、かつ、行列のバンド幅が従来と比べて大きくなる。しかし、係数行列において非対角成分が現れるのは膜に隣接する音響要素の節点のみであり、インピーダンス境界の場合と同様に局所的に反復法を適用することで効率的な線形方程式の求解が期待できる。本研究では、PM 吸音境界のための局所的な反復法として、非対称行列に適用可能な BiCGstab (BiConjugate Gradient STABILized method) を使用する。

5.2.3 音響管モデルを対象とした予測精度の検証

ここでは、Fig. 5.13 に示す厚さ 0.2 m の背後空気層をもつ単一 PM 吸音体が設置された 3 次元音響管モデルを対象に解析を行う。なお、単一 PM 吸音体は PM, 空気層, 剛壁から構成される最も基本的な PM 吸音体である。音響管には物性値が異なる 3 種の PM (PM A, PM B, PM C) を設置する。各 PM の面密度ならびに流れ抵抗を Table 5.10 に示す。伝達関数法を模擬することにより単一 PM 吸音体の垂直入射吸音特性を数値的に算出し、結果を伝達マトリクス法により求めた理論解と比較することで提案法の定式化の妥当性ならびに両手法の基本的な性能を調査する。ここで、単一 PM 吸音体の垂直入射比音響インピーダンス比 z_{SPM} の伝達マトリクス法により以下で表される。

$$z_{\text{SPM}} = \left(\frac{\rho_0 c_0}{R_f} + \frac{\rho_0 c_0}{j \omega M} \right)^{-1} - j \cot(kd) \quad (5.40)$$

ここで、 d は空気層厚さである。

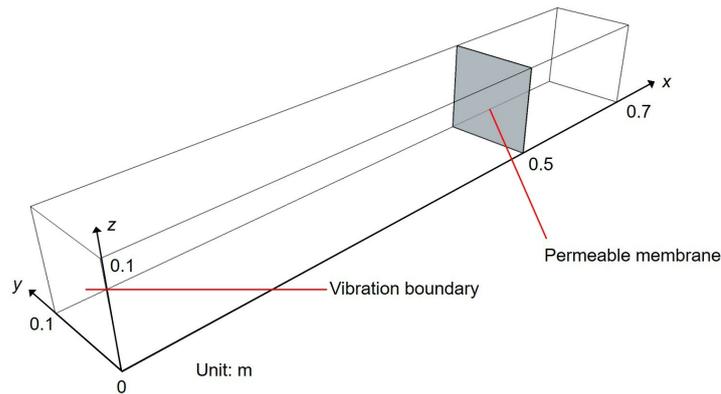


Fig. 5.13 Impedance tube model with single PM having air space of 0.2 m.

Table 5.10 Three types of PM for numerical analyses

Type	Surface density, kg/m ²	Flow resistance, Pa s/m
A	0.065	196
B	0.120	462
C	0.495	1087

計算設定

管の入口 ($x = 0$ の面) は振動境界として、振動加速度波形には上限周波数 1.5 kHz の Gaussian パルスを使用する。さらに、空気特性インピーダンスを与え吸音体からの反射波を吸収するための無反射境界とした。その他の境界は剛とした。2種の陽的 TD-FEM を用いて受音点 R1, R2 における 1 s 間の時間応答波形を計算する。ここで、R1, R2 の座標は $(x, y, z) = (0.4, 0.05, 0.05)$, $(0.45, 0.05, 0.05)$ である。なお、音速と空気密度はそれぞれ 343.7 m/s, 1.205 kg/m³ とした。空間離散化には解像度が異なる 2つの立方体要素メッシュを使用し、1つは低解像度メッシュで要素長 0.05 m, 空間解像度は上限周波数音波長あたり 4.6 要素である。もうひとつは高解像度のメッシュで要素長ならびに空間解像度が 0.0125 m, 上限周波数音波長あたり 18 要素である。低解像度メッシュ, 高解像度のメッシュのそれぞれで時間刻み幅は 1/14,029 s, 1/56,114 s とした。計算結果の精度を定量的に評価するため以下の吸音率の理論値に対する数値解の相対誤差ノルム e_α を評価する。

$$e_\alpha = \frac{\|\alpha_{\text{theory}} - \alpha_{\text{FEM}}\|_2}{\|\alpha_{\text{theory}}\|_2} \quad (5.41)$$

ここで、 α_{theory} ならびに α_{FEM} は吸音率の理論値ならびに TD-FEM 計算値である。 $\|\cdot\|_2$ はユークリッドノルムで周波数範囲 100 Hz - 1.5 kHz について計算した。

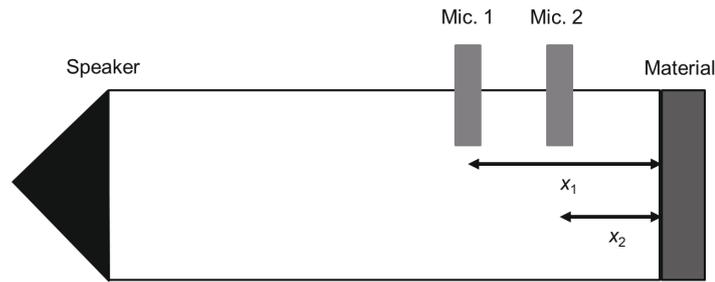


Fig. 5.14 A system for the impedance tube method.

伝達関数法

Fig. 5.14 に伝達関数法による測定系を示す。伝達関数法は音響管の一端のスピーカーから広帯域雑音を出力し、管内に固定された2本のマイクロホンの位置 (x_1, x_2) で測定した音圧 p_1, p_2 から2点間の伝達関数 ($H_{12} = p_2/p_1$) を求め、材表面の比音響インピーダンス比 z_n ならびに垂直入射吸音率 α_n を計算する方法である。伝達関数法によれば、複素音圧反射係数 R_A は以下の式から計算できる。

$$R_A = \frac{H_{12}e^{ikx_1} - e^{ikx_2}}{e^{-ikx_2} - H_{12}e^{-ikx_1}} \quad (5.42)$$

表面インピーダンスと垂直入射吸音率は R_A を用いて式 (2.40), (2.42) により求めることができる。

結果

最初に低解像度のメッシュを使用した従来法、提案法のそれぞれで計算した3種のPM吸音体の垂直入射吸音率の伝達マトリクス法による理論値との比較をそれぞれ Figs. 5.15, 5.16 に示す。理論値より PM A, B は 400 Hz 付近と 1200 Hz 付近にそれぞれ吸音率のピークをもち、PM C は 200 Hz 付近ならびに 1100 Hz 付近にそれぞれピークをもつ。従来法は PM A, PM B については吸音率の第1ピークを理論値と比較して大幅に過大評価しており、PM の流れ抵抗ならびに面密度が小さい PM A の方が理論値との差が大きい。PM C については第1ピークの過大評価は見られないが 600 Hz 付近で理論値との乖離が確認できる。また、1200 Hz 付近の第2ピークについては PM A, B, C のそれぞれで 1.1 kHz, 1 kHz, 950 Hz 程度までは理論値と対応しているがそれ以上の周波数では乖離している。一方、提案法による計算結果は PM A, B の第1ピークについては理論値とよく対応しており、従来法におけるピークの過大評価が改善されている。PM C の 600 Hz 付近の理論値との乖離は提案法においても確認できるが差の程度は小さくなっている。第2ピークについても PM A, B, C のそれぞれで 1.1 kHz, 1.2 kHz, 1 kHz 程度まで理論値と一致しており、PM B, C については従来法より高い精度で計算できている。なお、例えば従来法は PM A の第2ピークを過大評価しているのに対して提案法は過小評価しており、両手法の誤差特性が大きく異なることが予測される。PM A, B, C のそれぞれの相対誤差 e_α の値については、従来法では

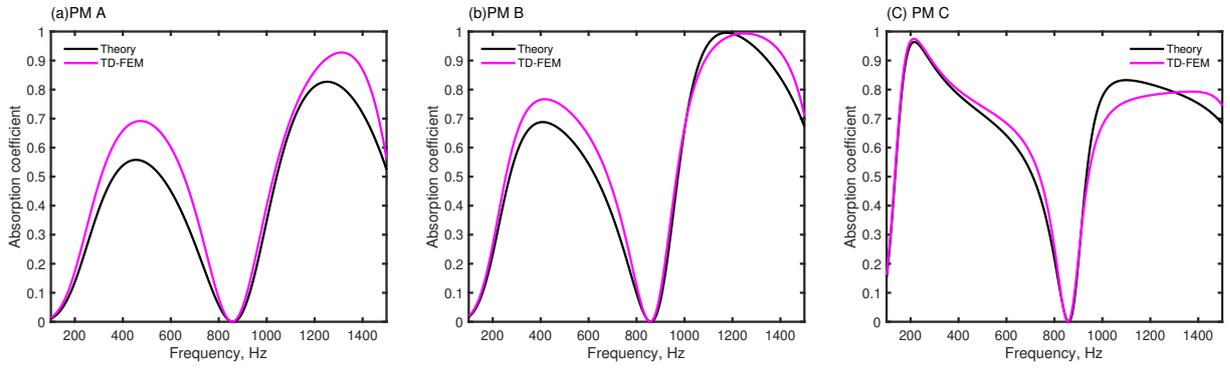


Fig. 5.15 Normal-incidence absorption coefficient of three single-leaf PM absorbers calculated using the conventional method with coarse mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

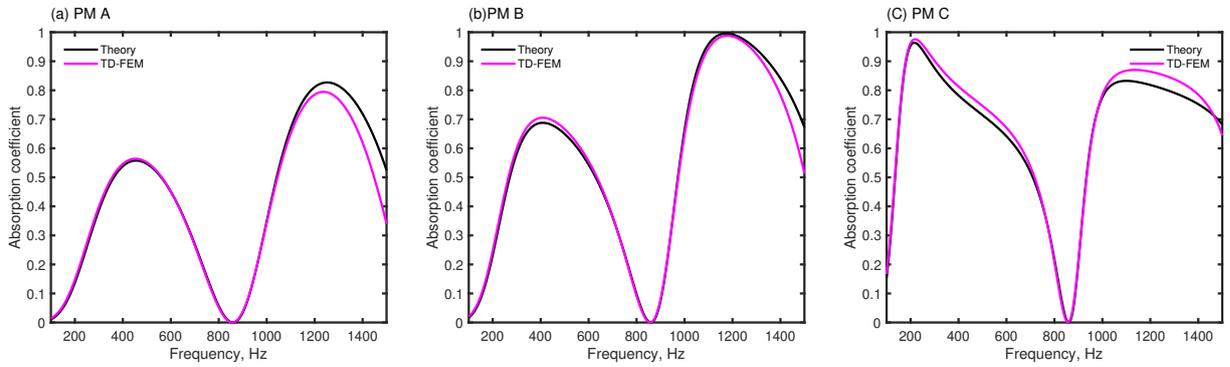


Fig. 5.16 Normal-incidence absorption coefficient of three single-leaf PM absorbers calculated using the proposed method with coarse mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

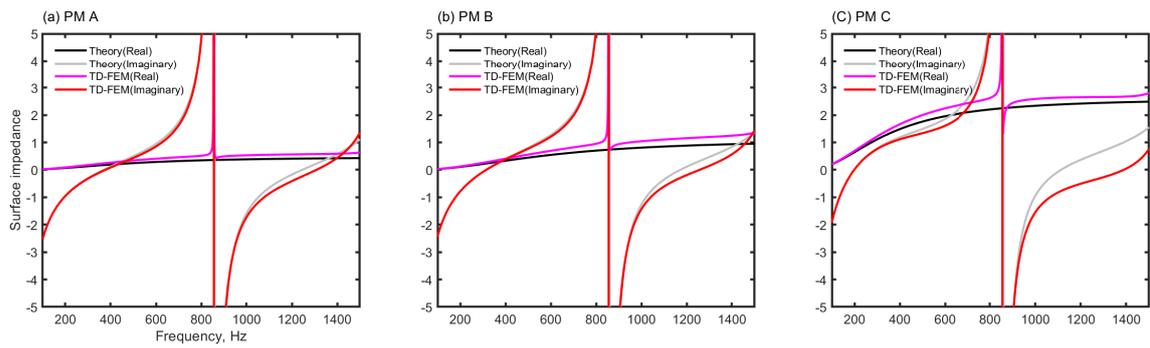


Fig. 5.17 Surface impedance of three single-leaf PM absorbers calculated using the conventional method with coarse mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

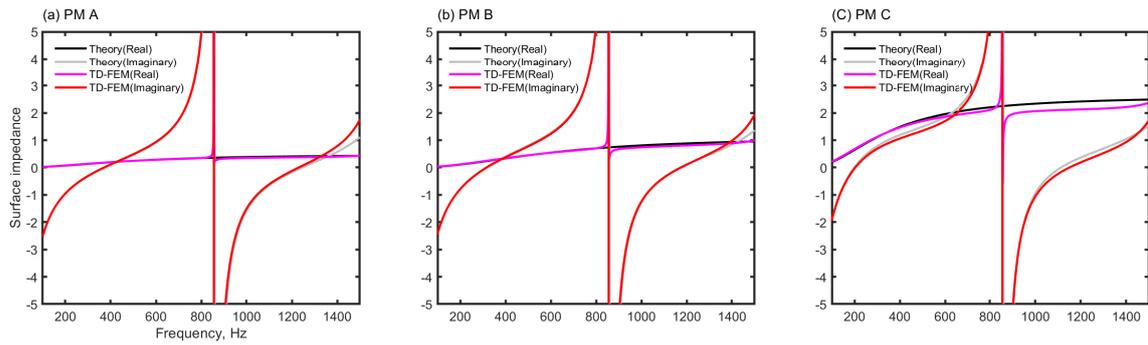


Fig. 5.18 Surface impedance of three single-leaf PM absorbers calculated using the proposed method with coarse mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

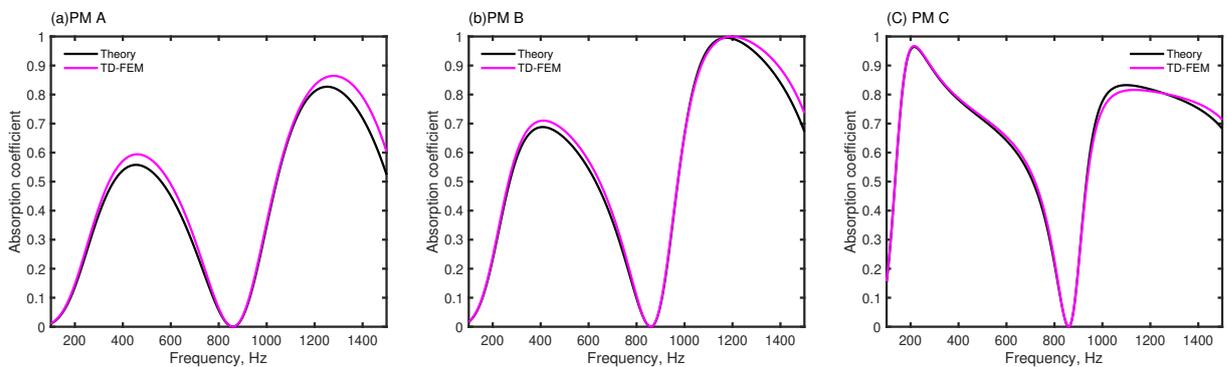


Fig. 5.19 Normal-incidence absorption coefficient of three single-leaf PM absorber calculated using the conventional method with fine mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

0.186, 0.0945, 0.0644, 提案法では 0.0879, 0.0494 0.0393 と PM の種類によらず提案法がより高い精度を示した。また、両手法で PM の面密度、流れ抵抗が小さいほど誤差が大きくなる傾向を示した。Figs. 5.17, 5.18 のそれぞれに低解像度メッシュを用いた従来法ならびに提案法で計算した各 PM 吸音体の表面インピーダンスを理論値と比較して示す。従来法による表面インピーダンスの実部は膜の種類によらず理論値と比べ大きな値となっており、膜の物性値が大きくなるほど乖離が大きくなっている。虚部についても 1 kHz 以上で理論値と乖離しており、こちらも膜の物性値が大きいほどその程度が大きくなる。PM C については 500 Hz - 800 Hz の範囲においても虚部の理論値との乖離が見られ、PM C の吸音率ピークの予測精度が他の膜と比べて高くなったのは実部と虚部の誤差が相殺しあったためだと考えられる。提案法の計算結果に関しては、PM A, B の実部については理論値とよく一致している。また、この 2 種の膜については虚部に関しても 1.3 kHz 付近まで理論値を捕らえており、従来法と比べて予測精度が向上している。PM C については 1 kHz 以降で実部が理論値と乖離している。また、虚部については従来法と比べると理論値との乖離の程度は大きく減少しているが、同様の誤差の傾向が見られた。

高解像度のメッシュを使用した従来法、提案法のそれぞれで計算した 3 種の PM 吸音体の垂直入射吸音率の伝達マトリクス法による理論値との比較をそれぞれ Figs. 5.19, 5.20 に示す。メッシュ

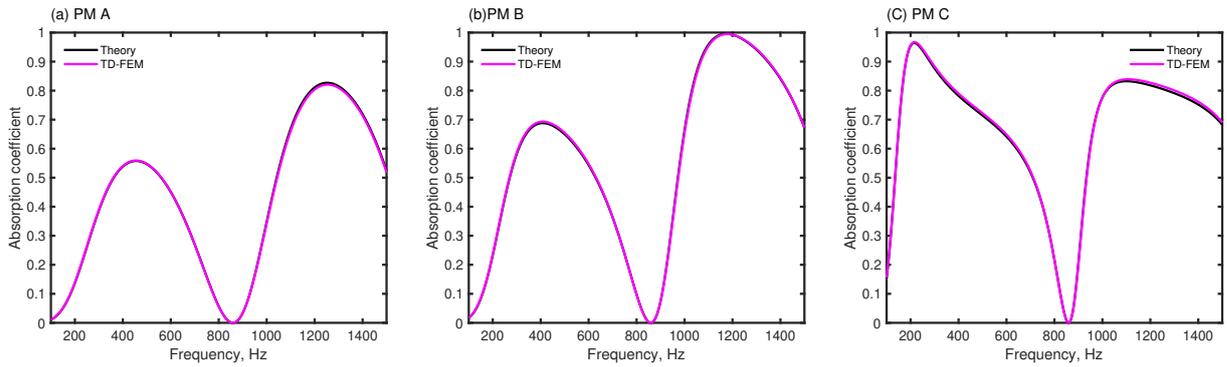


Fig. 5.20 Normal-incidence absorption coefficient of three single-leaf PM absorber calculated using the proposed method with fine mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

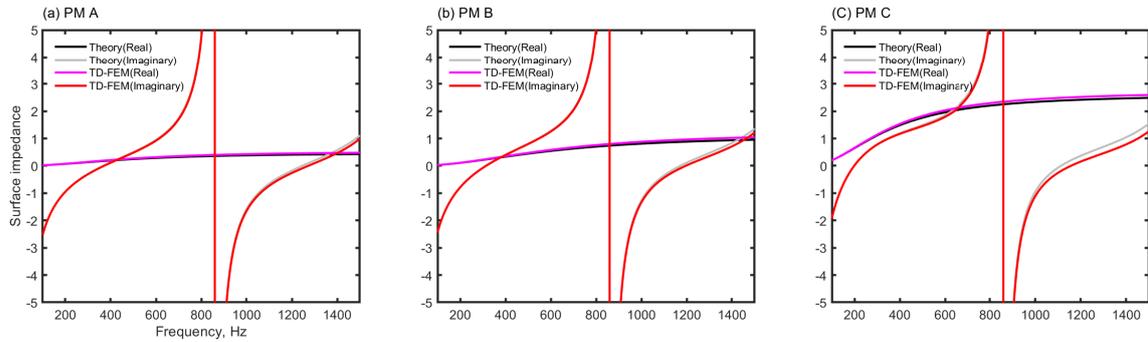


Fig. 5.21 Surface impedance of three single-leaf PM absorber calculated using the conventional method with fine mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

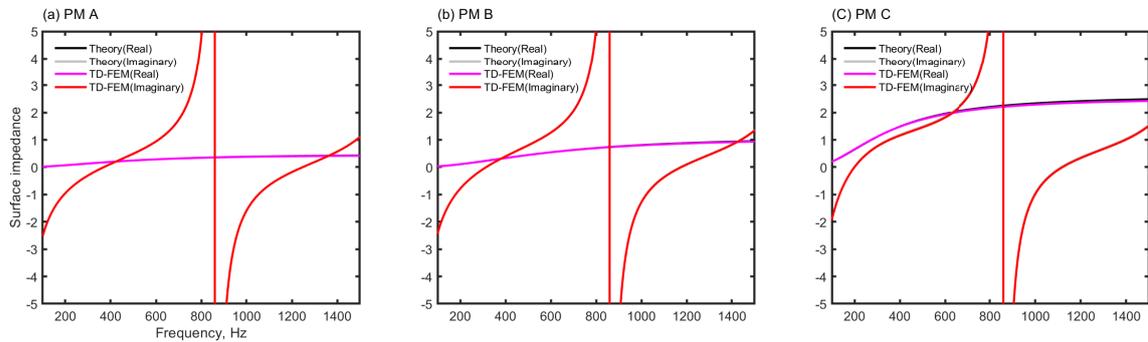


Fig. 5.22 Surface impedance of three single-leaf PM absorber calculated using the proposed method with fine mesh: (a) PM A, (b) PM B and (c) PM C.

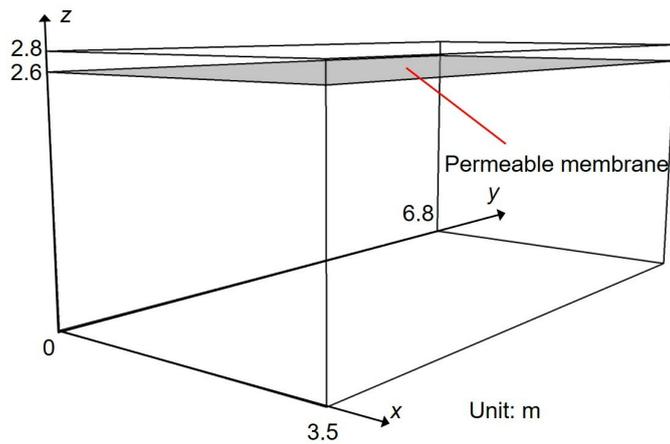


Fig. 5.23 A small meeting room model with single-leaf PM absorber.

の解像度向上により程度は減少しているが、PM A, B の吸音率の第 1 ピークの過大評価は依然として確認できる。また、いずれの膜の場合においても第 2 ピークで理論値との乖離が見られる。一方、提案法の結果はいずれの膜種についても理論値とよく一致しており、その定式化の有効性が確認できる。なお、既往研究 [64] において従来法についてもより細かいメッシュを使用することで理論値へ収束することを確認している。PM A, B, C のそれぞれの相対誤差 e_{α} の値については、従来法では 0.0694, 0.0375, 0.0198, 提案法では 0.00808, 0.00603, 0.00944 と PM の種類によらず提案法がより高い精度を示した。なお、従来法では、低解像度メッシュ使用時と同様に、膜の物性値が小さいほど誤差が大きくなる傾向を示したが、提案法は物性値が最も大きい PM C で誤差が最大であった。Figs. 5.21, 5.22 のそれぞれに高解像度メッシュを用いた従来法ならびに提案法で計算した各 PM 吸音体の表面インピーダンスを理論値と比較して示す。従来法の計算結果の実部は僅かな差が見られるものの、理論値とよく対応している。虚部については高域において理論値と乖離しており、膜の物性値が大きいほどその程度は大きい。この結果より、PM 吸音体の吸音率はインピーダンス値の誤差が僅かであってもピークにおける誤差が大きくなるため高精度な吸音モデル化が重要である。提案法の結果は理論値とよく一致しており、従来法より粗い解像度メッシュを用いて PM 吸音体を適切にモデル化できることが確認できた。

5.2.4 小会議室モデルを対象とした計算性能の検証

ここでは、Fig. 5.23 に示す単一 PM 吸音体を天井に有する小会議室を従来の陽的 TD-FEM, 提案法で解析する。FD-FEM による解析結果との比較を通して提案手法の建築音響問題における有効性を検証する。なお、天井に設置する膜は PM A と PM C の 2 種類とした。単一 PM 吸音体の空気層は 0.2 m である。

Table 5.11 Locations of receivers in the small meeting room

Receiver	(x, y, z)
R1	(1.45, 0.7, 1.2)
R2	(2.35, 0.7, 1.2)
R3	(3.25, 0.7, 1.2)
R4	(4.15, 0.7, 1.2)
R5	(1.45, 2.8, 1.2)
R6	(2.35, 2.8, 1.2)
R7	(3.25, 2.8, 1.2)
R8	(4.15, 2.8, 1.2)

計算設定

小会議室の境界面はいずれも反射性とし、統計入射吸音率 0.08 に相当する比音響インピーダンス比を与えた。空間離散化には、要素サイズ 0.05 m の立方体要素を用いた。メッシュの空間分解能は 1.1 kHz の音波長に対して 6.25 要素である。音源点を $(x, y, z) = (5.8, 2.5, 1.5)$ の位置に設け、Table 5.11 に示す 8 つの受音点における音響応答を各手法で計算した。時間領域手法による計算では、時間刻み幅 $\Delta t = 1/14,100$ s のもと 2 s 間の RIR を計算し、さらに、離散 Fourier 変換により周波数応答を計算した。音源信号には 80 Hz から 1.1 kHz の範囲でフラットな特性をもつ FIR フィルタのインパルス応答を使用した。Fig. 5.24 に音源信号の時間波形ならびに周波数特性を示す。また、周波数応答は FD-FEM との比較のために音源信号の周波数特性で除して、伝達関数とした。一方、FD-FEM での解析では体積加速度 $1 \text{ m}^3/\text{s}^2$ を音源点に与え、0.5 Hz 刻みで周波数応答を計算した。逆離散 Fourier 変換により時間応答も算出した。その際、周波数応答に時間領域解析に用いた音源信号の周波数特性を掛けた上で時間応答への変換を行った。線形方程式の解法には COCG 法を使用した。収束判定値は 10^{-6} である。また、音響要素に修正積分則を適用し、空間 4 次精度法とした。

計算精度の評価には 5.1.4 項と同様の指標を用いる。周波数応答の精度については参照解に対する相互相関係数 CC を式 (5.27) により評価し、時間応答の精度については 2 つの室内音響指標 (EDT, C50) の参照解に対する誤差 ($e_{\text{EDT}}, e_{\text{C}}$) をそれぞれ式 (5.28), (5.29) により評価した。音響指標は各手法で計算したインパルス応答から ITA toolbox [122] を用いて算出した。ここでは FD-FEM による計算値を参照解とする。また、 CC の計算において f_l と f_u はそれぞれ 100 Hz と 1.1 kHz に設定した。

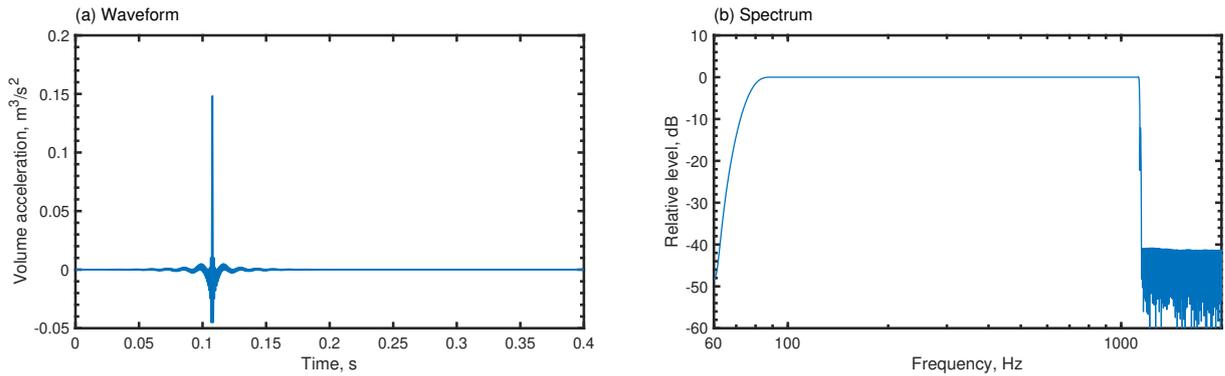


Fig. 5.24 Source signal: (a) waveform and (b) spectrum.

結果と考察

Figs. 5.25, 5.26 のそれぞれに各手法で計算した PM A, PM C からなる単一 PM 吸音体を設置した小会議室内の受音点 R1 における SPL の比較を示す. 陽的 TD-FEM による計算結果は手法と PM の種類によらず 900 Hz 以上の周波数帯域で FD-FEM による参照解と乖離する. この乖離は周波数が高くなるに従い大きくなり, いずれの条件においてもピーク・ディップの周波数が参照解より低くなっている. これは同一の解像度メッシュを使用した場合, 時空間 4 次精度陽的 TD-FEM の分散誤差が FD-FEM より大きいためである. PM A の場合, 従来の陽的 TD-FEM の計算結果は 560~660 Hz の範囲で FD-FEM より小さい SPL の値となっている. これは音響管問題で観測された従来法が膜の物性値が小さい場合に PM の吸音を過大評価する傾向と一致している. 一方, 提案法の結果は上記の周波数範囲において参照解と良好に一致しており, 精度改善効果が室内音響解析においても確認できた. PM C の場合の SPL の比較では従来法と提案法の結果で大きな差は確認できなかった. 定量的な SPL の計算精度についても PM A の場合に提案法は従来法より高い精度が得られており, CC の値は提案法で 0.792, 従来法で 0.566 であった. また, PM C の場合の CC は提案法で 0.797, 従来法で 0.790 と同程度であった. 従って, 提案法は膜の物性値によらず高い精度で PM を有する室内音響解析を実施可能である.

続いて, 時間波形の計算精度に関して各種陽的 TD-FEM の e_{EDT} , e_C をそれぞれ Tables 5.12, 5.13 に示す. なお, 400 Hz より低い周波数の誤差はいずれも各音響指標の JND (EDT: 5%, C50:1.1 dB) より小さいので省略する. 提案法の e_{EDT} は PM C の 800 Hz を除いてすべての周波数で従来法より小さい. 特に, PM A の場合の 630 Hz 以上の精度が大きく改善されており, 提案法の定式化による吸音予測精度の向上が確認できる. なお, PM C の 800 Hz における e_{EDT} についても両手法の誤差の差は小さく, かつ, EDT の JND より小さな値である. 一方, C50 については膜の種類と周波数によらず両手法の誤差は同程度であり, かつ, JND より小さい. 従って, 吸音予測精度の音場の初期-後期のエネルギー比に対する影響は残響パラメータへの影響と比べ小さいと考えられる.

最後に各種陽的 TD-FEM ならびに FD-FEM の解析に要した計算時間を Table 5.14 に比較して

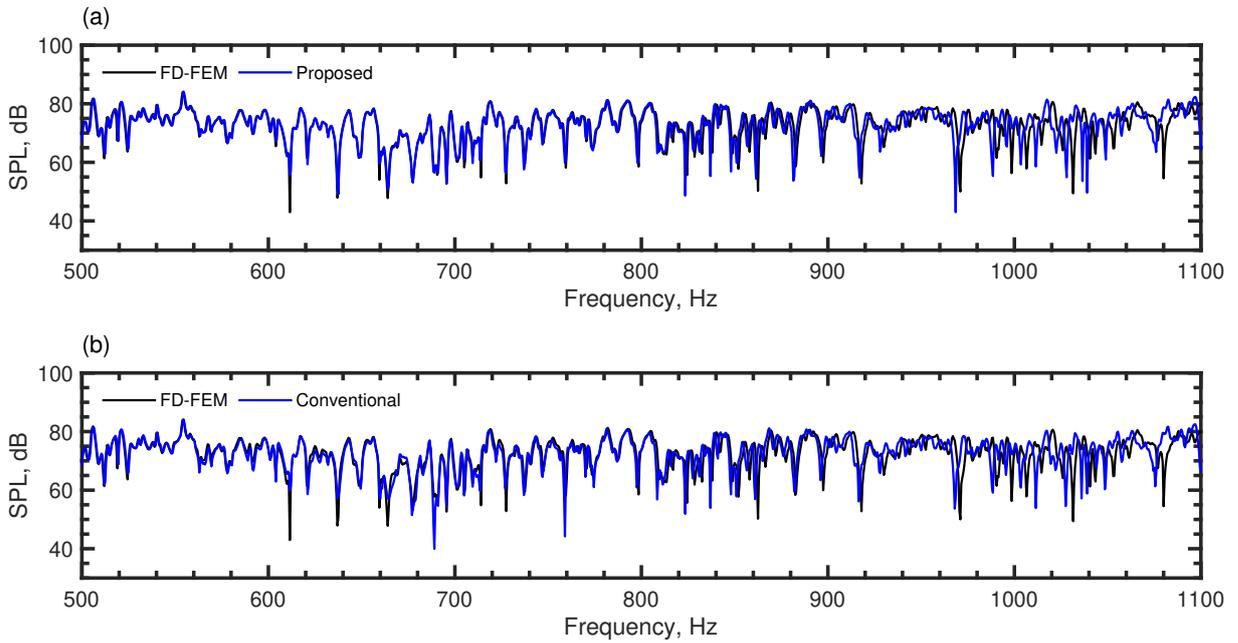


Fig. 5.25 Comparisons of SPL at receiver R1 in the small meeting room with PM A: (a) FD-FEM vs. proposed method and (b) FD-FEM vs conventional method.

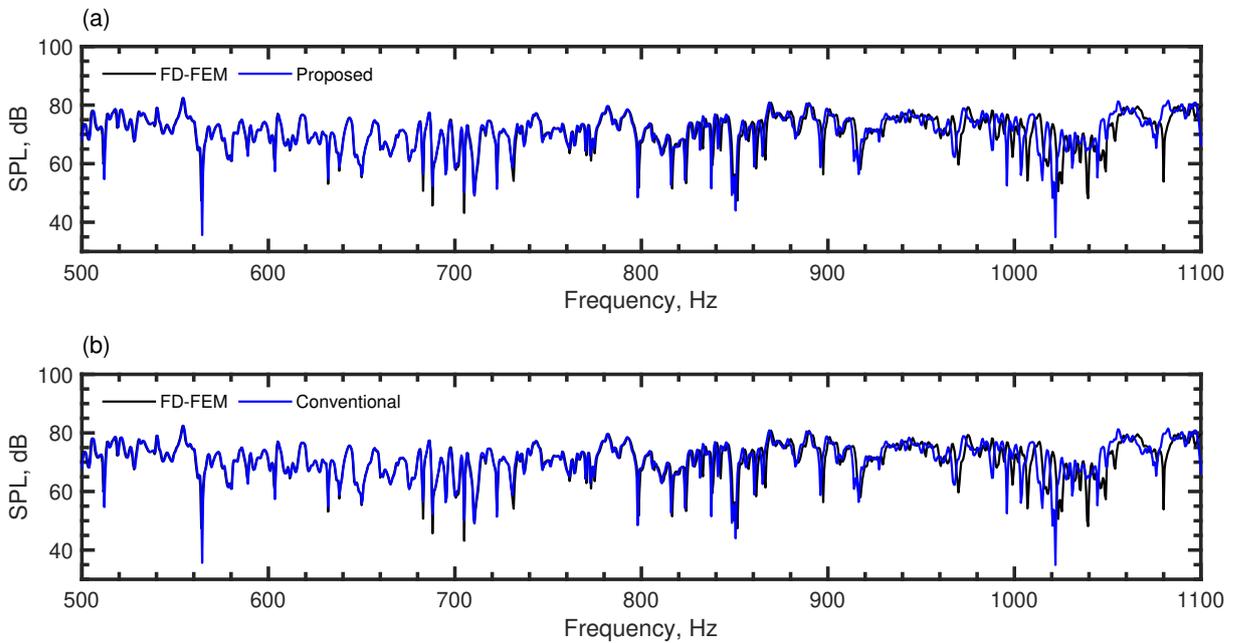


Fig. 5.26 Comparisons of SPL at receiver R1 in the small meeting room with PM C: (a) FD-FEM vs. proposed method and (b) FD-FEM vs conventional method.

Table 5.12 Comparison of e_{EDT} [%] between the proposed and conventional explicit TD-FEMs

Method (Condition)	Frequency, Hz				
	400	500	630	800	1000
Proposed (PM A)	0.18	0.25	1.65	3.39	6.45
Conventional (PM A)	0.87	1.21	4.07	6.92	10.79
Proposed (PM C)	0.29	0.25	1.29	3.70	6.28
Conventional (PM C)	1.43	0.66	1.91	3.23	7.00

Table 5.13 Comparison of e_C [dB] between the proposed and conventional explicit TD-FEMs

Method (Condition)	Frequency, Hz				
	400	500	630	800	1000
Proposed (PM A)	0.01	0.02	0.12	0.05	0.37
Conventional (PM A)	0.08	0.02	0.23	0.40	0.18
Proposed (PM C)	0.01	0.03	0.10	0.08	0.20
Conventional (PM C)	0.04	0.16	0.04	0.40	0.13

Table 5.14 Comparison of computational time among the proposed and conventional explicit TD-FEMs and the FD-FEM

Method	PM A	PM C
Proposed	846 s	1,580 s
Conventional	1,409 s	2,437 s
FD-FEM	98,946 s	98,973 s

示す。提案法は従来法と比べて PM A の場合で 1.7 倍, PM C の場合で 1.9 倍高速であり, 提案法は精度と計算効率の観点から従来法より実用性に優れている。また, FD-FEM と比較すると PM A, PM C のそれぞれの場合で 117 倍, 62 倍高速であった。以上より, 本論文で新たに提案した PM 吸音体を取り扱うための陽的 TD-FEM は従来の陽的 TD-FEM に基づく手法と比べて優れた計算精度と計算効率のもと PM を有する室内音響解析可能なことを確認できた。また, FD-FEM と比較すると精度は若干低下するが著しく高い計算効率もっており FD-FEM の代替手法として十分に活用できる。

5.3 まとめ

本章では、陽的 TD-FEM による高精度な室内音響解析に必要な境界面の吸音特性における周波数依存性を考慮するための手法を構築し、その定式化の妥当性と計算性能を検証した。なお、本章で構築した手法は第 4 章で開発した 4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM を基礎として周波数依存の吸音境界を組み込んだものである。

5.1 節では、最も基本的な周波数依存の吸音境界である周波数依存のインピーダンス境界を扱うためのスキームを構築した。周波数依存のインピーダンス境界条件式に伴う計算負荷の大きい畳み込みは ADE 法により効率的に処理している。本スキームは境界面における精度と安定性を両立するため境界面のみ陰的となるが、境界面の自由度のみで構成される線形方程式に反復解法を局所的に適用することで効率的な計算を実現している。音響管問題と小立方体室の解析を通して定式化の妥当性を調査した。音響管問題では 3 種の吸音体 (GW, NF, MPP-GW) を対象として陽的 TD-FEM により計算した各吸音体の吸音特性が伝達マトリクス法による理論解と良好に一致することを示した。なお、MPP-GW の複素インピーダンスの予測精度については改善の余地があり今後の課題である。小立方体室の解析では FD-FEM による数値解との比較を行い、構築した陽的 TD-FEM が複数の周波数依存吸音境界をもつ室内音場を適切にモデル化できることも明らかにした。また、境界面の線形方程式の求解に使用する CR 法の収束判定値に関して、精度と計算効率のバランスの観点から 10^{-4} が有効なことを提示した。さらに、4th-E TD-FEM, 4 つの最適化条件における Opt-E TD-FEM の広帯域の室内音響解析における計算性能を 2 種の陰的 TD-FEM (2nd-I TD-FEM, 4th-I TD-FEM) との比較により検証した。結果として、 $R = 6.25$ で最適化した Opt-E TD-FEM が 4th-I TD-FEM の 1.4 倍、2nd-I TD-FEM の 76.4 倍の計算速度のもと、高精度な 4th-I TD-FEM と同程度の精度、2nd-I TD-FEM より高い精度で室内音響予測が可能であることを明らかにした。

5.2 節では、吸音特性の入射角依存性まで考慮できる手法として PM 吸音体を取り扱うための手法について検討し、[64] で構築した従来法と比べて吸音モデル化精度と計算効率が向上した手法を新たに提案した。無張力膜モデルに基づく PM の時間領域 FE モデルとその寄与に関するマトリクスの計算法を説明し、従来法ならびに提案法の定式化を行った。従来法における低い吸音モデル化精度が減衰項の時間離散化精度に由来すると仮定し、提案法では減衰項の時間離散化に 2 次精度の差分近似を適用した。さらに、従来法における時間ステップあたりの連立一次方程式の求解に伴う計算負荷を低減するため提案法では反復法の局所的な適用を行った。提案法の従来法に対する有効性を 2 種の数値実験により検証した。音響管を対象とした実験を通して提案法は PM の種類によらず従来法より高い精度で PM 吸音体の吸音特性をモデル化できることを示した。単一 PM 吸音体を設置した小会議室を対象とした実験では、従来法は膜の物性値が小さい場合に解析精度が低下するのに対して提案法は膜の物性値によらず高い精度で音響解析可能なことを示した。また、従来法と比べて 1.7-1.9 倍高速と計算効率も大きく改善しており従来法より優れた計算性能を有することが確認できた。さらに、提案法は FD-FEM と比べると解析精度は若干低下する

が 62-117 倍の計算速度で解析可能であり, FD-FEM の代替手法としても十分に活用できる.

第6章 領域分割法に基づく並列陽的時間領域有限要素法の大規模音響解析への適用とバイノーラル可聴化への応用

本章では、第5章で構築した周波数依存のインピーダンス境界条件を組み込んだ Opt-E TD-FEM の計算速度を向上させ、室内音響設計ツールとしての実用性を高めるために、DDM に基づく並列計算法を実装し、その大規模室内音響解析への適用を試みる。また、ここでは、開発手法を用いた実用的な室内音響の評価のためにバイノーラル可聴化への応用も行う。6.1 節では、DDM に基づく並列計算法について説明する。そこでは、DDM を用いる場合の疎行列ベクトル積演算、内積演算の具体的な計算方法についても述べる。6.2 節では、陽的 TD-FEM をバイノーラル可聴化へ応用するための方法について述べる。まず、本論文で構築する可聴化の基礎技術であるアンビソニクスについて紹介し、続いて、1 次のアンビソニクスと HRTF によるハイブリッド可聴化の手続きと、アンビソニック信号を形成する球面調和展開係数を内挿関数の微分により計算する方法を説明する。6.3 節では、構築した並列陽的 TD-FEM の大規模室内音響解析への適用性をスーパーコンピュータシステムを用いて検証する。ここでは、 2000 m^3 程度の複数の周波数依存吸音境界を有するオーディトリウムの 3 kHz までの周波数成分を含むインパルス応答を 512 コアによるハイブリッド並列のもと計算する。さらに、6.4 節では、クラウド HPC 環境を用いた検証を行う。まず、6144 コアまで使用した大規模並列に対する並列陽的 TD-FEM のスケーラビリティを 2 種の実用的な建築音響問題の解析を通して評価する。その後、6.3 節で扱ったオーディトリウムを対象として並列陽的 TD-FEM のバイノーラル可聴化への応用例を提示する。なお、臨場感の高い可聴化のために解析上限周波数は 5 kHz まで拡大する。 6144 コアを用いた大規模並列のもと 2 つの吸音条件におけるオーディトリウムの音響シミュレーションを実施し、アンビソニクス信号の計算法ならびにバイノーラル可聴化法の妥当性を示す。6.5 節では本章の成果をまとめる。

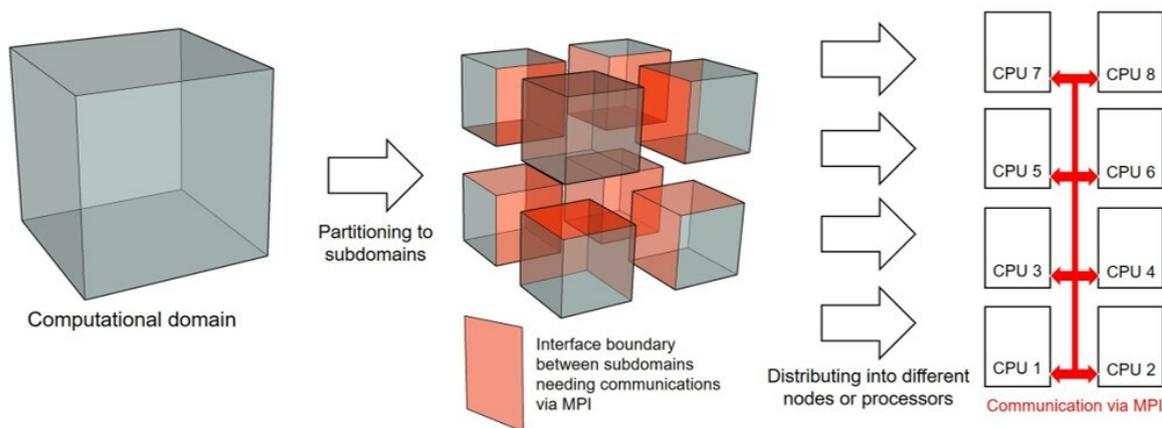


Fig. 6.1 Flow of DDM-based parallel computing method.

6.1 領域分割法に基づく分散メモリ型並列計算法

DDM は計算領域を複数の部分領域に分割し、部分領域ごとに計算を実施することで解を得る手法である。DDM に基づく分散メモリ型並列計算法では、各部分領域を異なる計算機ノードまたは計算プロセッサに割り当て、部分領域間で並列に計算を行う。DDM に基づく並列計算法にはオーバーラップな部分領域と非オーバーラップな部分領域を用いる手法の 2 種が存在するが、本論文では後者に基づき並列計算を行う。DDM に基づく並列計算により陽的 TD-FEM の行列生成、時間進行計算といった全計算過程を並列化することができる。各計算プロセスが部分領域分のメモリのみを消費するため計算可能な問題サイズを大幅に拡張できる。なお、部分領域間の境界面は他の部分領域のデータを Message Passing Interface (MPI) による通信を介して入手する必要がある。

DDM に基づく並列計算を行うには、まず FE メッシュをプロセッサ間の通信に必要な情報を含めた部分領域メッシュに分割する必要がある。ここで、DDM を用いたプロセス並列では部分領域間での良好なワークロードバランスを達成する領域分割が並列性能を発揮するために重要である。本論文では、グラフ理論に基づく Metis [126] を用いて FE メッシュを非オーバーラップな部分領域メッシュへと分割した。続いて、各計算プロセスに割り当てられた部分領域 FE ボリュームメッシュを読み込み、 M , K , D を並列に生成する。なお、境界マトリクス C については実装を容易とするため各プロセッサで全体境界メッシュより計算し、その後、各プロセスで必要な部分のみ保持する形式をとった。メッシュ生成のプロセスが完了したら、式 (4.1), 式 (5.15)–(5.18), 式 (5.23) からなる時間進行計算を各計算機ノードまたはプロセッサごとに並列に実施する。MPI による通信は、 D の生成時に 1 度必要であり、さらに、時間ステップごとの 2 回の行列ベクトル積演算部 (式 (4.1) の Mv と式 (5.23) の Kp)、と CR 法による式 (5.15) の求解に伴う行列ベクトル積演算部ならびに内積演算部で発生する。ただし、ノード内ではスレッド並列が可能であり、MPI–OpenMP のハイブリッド並列も使用できる。

ここからは、DDM に基づく並列計算における行列ベクトル積演算と内積演算の詳細を説明す

る。例えば、疎行列ベクトル積演算 Mv は各部分領域における疎行列ベクトル積演算の結果の足し合わせとして以下のように計算される。

$$Mv = \sum_{i=1}^{N_{sd}} M_i v_i = \sum_{i=1}^{N_{sd}} w_i \quad (6.1)$$

ここで、 N_{sd} は総部分領域数、 M_i と v_i はそれぞれ i 番目の部分領域で生成された M と v を表す。また、 w_i は i 番目の部分領域における疎行列ベクトル積演算の結果として得られるベクトルである。DDM に基づく並列計算では、最初に各部分領域ごとに疎行列ベクトル積演算を行い w_i を算出する。続いて、部分領域間の境界面の節点について各部分領域のベクトル w_i を MPI による通信を介して足し合わせることで疎行列ベクトル積演算を行う。この手続きは D の生成時にも行われる。一方、内積演算については部分領域間の境界面の重複の影響を考慮する必要がある。すなわち、境界面の節点におけるベクトル成分をそのノードが所属する部分領域の数で割らなければならない。これを踏まえ内積演算は次のように行われる。

$$(q \cdot q) = \sum_{i=1}^{N_{sd}} (q_i \cdot q_i / N_{bd}) = \sum_{i=1}^{N_{sd}} s_i \quad (6.2)$$

ここで、 q は任意のベクトルを表し、 q_i は i 番目の部分領域における q である。 N_{bd} は節点が所属する部分領域の数を格納したベクトルである。 s_i は i 番目の部分領域における内積計算の結果として得られるスカラー量である。DDM による並列計算では、まず、各部分領域で内積計算を行い、MPI を介して各部分領域の s_i を足し合わせることで内積計算を行う。

6.2 バイノーラル可聴化への応用法

6.2.1 アンビソニックス

アンビソニックスは音場再現法の1つで、音場内の任意の点の音圧を球面調和展開に基づく平面波の重ね合わせとして表現する。アンビソニックス信号は任意の次数までの時間領域での球面調和展開係数から構成される。アンビソニックスによる音場再現では、アンビソニックス信号を任意のスピーカアレイに割り当て、アレイの中心に原音場を再現する。アンビソニックスと HRTF を組み合わせる場合、まず、アンビソニックス信号を仮想のスピーカアレイに割り当て、スピーカの駆動信号にスピーカ設置方向における頭部インパルス応答 (Head Related Impulse Response: HRIR) を畳み込むことでバイノーラル可聴化を実施する。アンビソニックスは VR アプリケーションとの親和性が高いため、近年、その研究が盛んとなっている。1次アンビソニックス (First-Order Ambisonics: FOA) [78] と2次以上の展開係数までを含む高次アンビソニックス (Higher-Order Ambisonics: HOA) [79] に分類される。FOA は HOA と比較すると音場再現の精度は低いですが HOA と比べると実装は容易である。また、FOA は様々な建築音問題への応用がなされており、例えば、教会 [127]、コンサートホール [127]、地下鉄の駅構内 [129]、会議室 [130] の音響評価に活用されている。また、FOA を VR アプリケーションで活用されるためのプラグイン [131, 132] も整備さ

れている。以上の観点から、本検討では実装が容易かつ建築音響問題に対して有効な FOA に基づくバイノーラル可聴化を陽的 TD-FEM に組み込む。

6.2.2 アンビソニックスと頭部伝達関数に基づくバイノーラル可聴化

アンビソニックスは音場の球面調和展開に基づく音場再現法である。実数の球面調和関数 $Y_{l,m}$ を用いて周波数領域の音場は次式で表される [133]。

$$p(\mathbf{r}, \omega) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l j_l^l(kr) Y_{l,m} a_{l,m} \quad (6.3)$$

ここで、 r は極座標系における動径、 j_l は l 次の球 Bessel 関数である。 $a_{l,m}$ は球面調和展開係数を表し、 $Y_{l,m}$ は以下で定義される実数の球面調和関数である。

$$Y_{l,m} = \begin{cases} N_l^0 P_l^0(\cos \phi) & (m = 0) \\ \sqrt{2} N_l^m P_l^m(\cos \phi) \cos m\theta & (0 < m) \\ \sqrt{2} N_l^m P_l^{-m}(\cos \phi) \sin m\theta & (m < 0) \end{cases} \quad (6.4)$$

ここで、

$$N_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \quad (6.5)$$

P_l^m は陪ルジャンドル関数である。式 (6.3) はデカルト座標系における平面波の式を用いて次式のように書き改めることができる。

$$p(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{l,m}(\omega) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{l,m} e^{j(kx\gamma_x + ky\gamma_y + kz\gamma_z)} \sin \theta d\theta d\phi \quad (6.6)$$

ここで、

$$\gamma_x = \sin \theta \cos \phi, \quad \gamma_y = \sin \theta \sin \phi, \quad \gamma_z = \cos \theta \quad (6.7)$$

式 (6.6) の表現はデカルト座標系における音場の有限要素解析結果から展開係数を求めるのに便利である。アンビソニックスによる音場再現では任意の次数までの時間領域の展開係数 $A_{l,m}$ からなるアンビソニックス信号 \mathbf{A} が必要である。ここで、数値解析手法を用いる場合、 $A_{l,m}$ は仮想マイクロホンの配置 [134]、または、計算グリッドやメッシュの節点音圧の空間微分 [135] を介して算定できる。アンビソニックスでは $A_{l,m}$ を評価する手続きをエンコードと呼ぶ。以下で詳細に記すが、本論文では、数値微分により $A_{l,m}$ を計算する。アンビソニックスは回転行列 $\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$ を \mathbf{A} に掛けることで聴者の頭部の動きに伴う音場の回転を簡単に考慮できるため、VR アプリケーションとの親和性が高い。ここで、 α, β, γ はオイラー角であり、それぞれ z, y, x 軸周りの回転角である。 \mathbf{A} が求まったら、続いてそれを任意のスピーカアレイからの駆動信号ベクトル \mathbf{G} に変化する。

$$\mathbf{G} = \mathbf{d}\mathbf{A} \quad (6.8)$$

ここで、 \mathbf{d} はデコード行列を表す。 \mathbf{G} は以下に示すような L 個の信号成分からなる。

$$\mathbf{G} = [g_1(\theta_1, \phi_1), g_2(\theta_2, \phi_2), \dots, g_L(\theta_L, \phi_L)]^T \quad (6.9)$$

ここで、 $g_i(\theta_i, \phi_i)$ はスピーカアレイの中心から (θ_i, ϕ_i) の方向に設置された i 番目のスピーカの駆動信号である。アンビソニックスではこの変換工程をデコードと呼ぶ。なお、 l 次のアンビソニックスをデコードする場合は $L \geq (l+1)^2$ を満たす必要がある。アンビソニックス信号を均一なスピーカアレイならびに不均一なスピーカアレイに割り当てるための様々なデコード行列 \mathbf{d} の種類が存在する。本論文では、Mode-matching デコード (pseudo-inverse) 法を用いて FOA 信号をスピーカアレイ 'Cube' の駆動信号に変換する。ここで、'Cube' は 8 つのラウドスピーカを聴者を中心とする立方体の各頂点に配置するアレイである。アンビソニックスでは高域におかえる定位精度を向上させるためにエネルギーベクトルを最適化する Max-rE デコード [81, 82] が使われる。特に、デコード行列を低周波数域と高周波数域の 2 つに分割し、高域用のデコード行列にのみ Max-rE 最適化を行う、Dual band デコードは広帯域に渡って優れた定位精度を得るためによく使用される。しかし、本章で行う検証実験では、アンビソニックス信号の定位精度の最適化が目的ではないので、デコード行列を分割せずに Max-rE 最適化を広帯域に渡って適用する。本検討では、アンビソニックスのデコードならびに信号の回転に HOA library [136] を使用した。最後に、左耳、右耳のそれぞれに提示されるバイノーラル信号成分 B_{left} と B_{right} は以下の駆動信号と HRIR の畳み込みにより計算される。

$$B_{\text{left}} = \sum_{i=1}^L H_{\text{left}}(\theta_i, \phi_i) * g_i(\theta_i, \phi_i), \quad (6.10)$$

$$B_{\text{right}} = \sum_{i=1}^L H_{\text{right}}(\theta_i, \phi_i) * g_i(\theta_i, \phi_i). \quad (6.11)$$

ここで、 $H_{\text{left}}(\theta_i, \phi_i)$ と $H_{\text{right}}(\theta_i, \phi_i)$ は方向 (θ_i, ϕ_i) から到来する信号に対する左耳、右耳のための HRIR である。6.4 節の数値実験では Acoustics Research Institute, Austrian Academy of Sciences (<http://sofacooustics.org/data/database/ari/>) が公開している HRTF を使用した。また、HRTF の補間は Matlab 関数 "interpolateHRTF" により行った。

6.2.3 内挿関数の空間微分による展開係数の計算法

本項では最初に文献 [135] に記載されている $a_{l,m}$ と音圧の空間微分の関係式を導出し、その後、球面調和展開係数を内挿関数の空間微分により算出する方法を説明する。まず、球面調和関数 $Y_{l,m}$ における $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ を空間の偏微分 $\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z$ に置き換えた微分作用素 $D_{l,m}$ を考える。Table 6.1 に 0 次と 1 次の $Y_{l,m}$ ならびに $D_{l,m}$ を例示する。式 (6.6) の $p(\mathbf{r}, \omega)$ に対して $D_{l,m}$ を適用することで以下が得られる。

$$D_{l,m} p(\mathbf{r}, \omega) = (jk)^l \sum_{l'=0}^{\infty} \sum_{m'=-l'}^{l'} a_{l',m'}(\omega) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{l,m} Y_{l',m'} e^{j(kx\gamma_x + ky\gamma_y + kz\gamma_z)} \sin \theta d\theta d\phi \quad (6.12)$$

Table 6.1 Correspondence between $Y_{l,m}$ and $D_{l,m}$ up to first-order

(l, m)	$Y_{l,m}$	$D_{l,m}$
(0, 0)	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$
(1, -1)	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\gamma_y$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{\partial}{\partial y}$
(1, 0)	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\gamma_z$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{\partial}{\partial z}$
(1, 1)	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\gamma_x$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{\partial}{\partial x}$

また、球面調和関数は正規直交性をもつので以下が成り立つ。

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{l,m} Y_{l',m'} d\theta d\phi = \begin{cases} 1 & (l = l' \text{ and } m = m') \\ 0 & (l \neq l' \text{ or } m \neq m') \end{cases} \quad (6.13)$$

ここで、単純な仮定として式 (6.12) に $\mathbf{r} = 0$ を代入すると次の $a_{l,m}$ と音圧の空間微分の関係式が得られる。

$$a_{l,m}(\omega) = \left(\frac{1}{jk}\right)^l D_{l,m} p(\omega) \quad (6.14)$$

文献 [135] では、式 (6.14) を逆 Fourier 変換により時間領域表現へ変換し、低次の有限差分近似の繰り返しにより展開係数を計算している。しかし、有限差分近似には一様な計算グリッドが要求されるため、この方法は空間を非一様な FE で離散化する FEM には不向きである。そこで、ここでは FEM による空間離散化にも適した球面調和展開係数の算出法として、FE の基底関数である内挿関数の空間微分による算出法を構築する。以下では、FOA 信号に必要な 1 次の $a_{l,m}$ の計算法を詳細に述べる。周波数領域における 8 節点六面体 FE の節点音圧ベクトル $\mathbf{p}(\omega)$ を考えると、要素内の任意の点 \mathbf{r}_a における音圧の空間微分は以下で計算される。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial p(\mathbf{r}_a, \omega)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(\mathbf{r}_a, \omega)}{\partial y} \\ \frac{\partial p(\mathbf{r}_a, \omega)}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \end{pmatrix} \mathbf{p}(\omega) \quad (6.15)$$

本論文では、自然座標系 (ξ, η, ζ) で定義されるアイソパラメトリック要素を使用しているため、 \mathbf{N} のデカルト座標系 (x, y, z) での偏微分を求めるには次の合成関数の偏微分の連鎖律を使う。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \mathbf{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

ここで、ヤコビアン行列 \mathbf{J} は下式で定義される。

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

式 (6.15), (6.2.3) より, 8 節点六面体要素内における FOA 信号は次式で計算できる。

$$A_{0,0} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \mathbf{N} \mathbf{p}(t) \quad (6.18)$$

ならびに

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} \\ A_{1,-1} \\ A_{1,0} \end{pmatrix} = \mathcal{F}^{-1} \left[\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left(\frac{1}{jk}\right)^l \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \end{pmatrix} \mathbf{p}(\omega) \right] \quad (6.19)$$

ここで, $\mathbf{p}(t)$ は時間領域での 8 節点六面体要素の節点音圧ベクトルを表す. \mathcal{F}^{-1} は逆 Fourier 変換演算子である. FOA 信号の成分のうち, $A_{0,0}$ は無指向性成分であり, $A_{1,-1}$, $A_{1,0}$, $A_{1,1}$ はそれぞれ y , z , x 軸方向における双指向性成分を表す. 本論文では, 1 次の展開係数までしか計算しないが, 上記の計算法は高次の展開係数の計算にも応用可能である.

6.3 スーパーコンピュータシステムを用いた検証

ここでは, スーパーコンピュータシステムを使用した DDM に基づく並列 Opt-E TD-FEM の大規模音響解析への適用性を検証する. 具体的には, 2271 m³ のオーディトリウムモデルを対象に 3 kHz までの周波数成分を含む 3 s 間のインパルス応答を計算する. オーディトリウムは音声明瞭性の確保のための適切な音響処理が要求される巨大な建築空間であり, その波動音響解析手法を用いた音響シミュレーションは設計上有用であるが, 一般的な手法を用いての解析は非常に大きな計算負荷が要求されるため困難である. 使用するスーパーコンピュータシステムは九州大学に設置されている ITO Subsystem A, Fujitsu Primergy CX2550/CX2560M4 である. 本スーパーコンピュータは 2000 台の計算機ノードからなり, 各ノードには 2 つのプロセッサ (Intel Xeon Gold 6154 : 3.0 GHz, 18 cores) が搭載されている. また, Fortran プログラムのコンパイルには Intel Fortran compiler ver. 2020 を使用した. スーパーコンピュータシステムはノード間で分散メモリ型の並列計算を実施し, ノード内では共有メモリ型の並列計算も可能である.

6.3.1 解析対象の詳細と境界条件

Fig. 6.2 に解析対象のオーディトリウムモデルを示す. 吸音条件として Cond. 1 と Cond. 2 の 2 種を設定する. Cond. 1 では天井面 (赤面) を GW, 床の色塗りした段差部 (青面) を NF, 後壁の色塗りした箇所 (緑面) を MPP-GW とした. その他の境界は垂直入射吸音率 0.1 相当の実数の

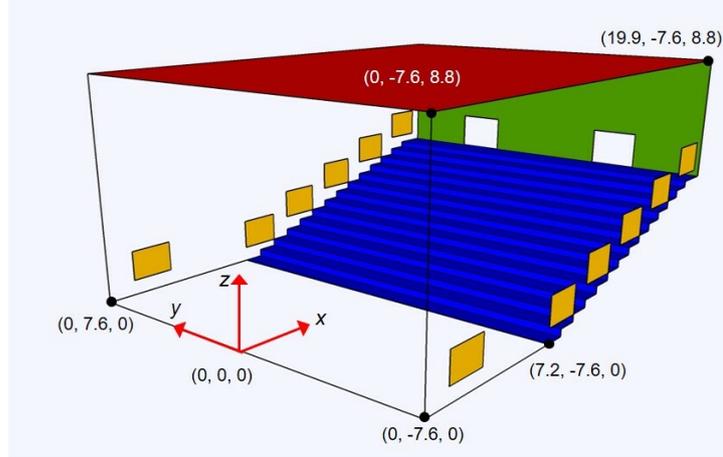


Fig. 6.2 Analyzed auditorium model of 2271 m³ where non-colored surfaces are reflective surfaces with frequency-independent impedance and where colored surfaces are absorptive with frequency-dependent impedance of GW (red, yellow), NF (blue), and MPP-GW (green), in which yellow surfaces are assigned absorption properties only in Cond. 2. The yellow surface size is 1.74 m × 1.2 m ($x \times z$).

比音響アドミタンス比を与えた。ここで、3種の吸音体 GW, NF, MPP-GW はそれぞれ 5.1.2 項で使用したものと同一でその吸音特性は Fig. 5.4 に示している。また、ADE 法のための有理関数近似パラメータも Tables 5.1–5.3 の値を使用している。Cond. 2 は側壁へさらに GW の吸音特性をもつサイズが 1.74 m × 1.2 m の吸音パネル（黄面）を 12 枚追加した設定で、大きなオーディトリウムにおける側壁吸音の効果を検証するようなシナリオとなっている。音源点は $(x, y, z) = (2.1, 0, 1.2)$ に設置し、Table 6.2 に示す 14 点の受信点を設けた。

Table 6.2 Location of receivers

Receiver	(x, y, z)	Receiver	(x, y, z)
R1	(8.07, 0, 0.9)	R8	(13.3, 4.6, 2.7)
R2	(8.07, 4.6, 0.9)	R9	(15.0, 0, 3.3)
R3	(9.81, 0, 1.5)	R10	(15.0, 4.6, 3.3)
R4	(9.81, 4.6, 1.5)	R11	(16.8, 0, 3.9)
R5	(11.6, 0, 2.1)	R12	(16.8, 4.6, 3.9)
R6	(11.6, 4.6, 2.1)	R13	(18.5, 0, 4.5)
R7	(13.3, 0, 2.7)	R14	(18.5, 4.6, 4.5)

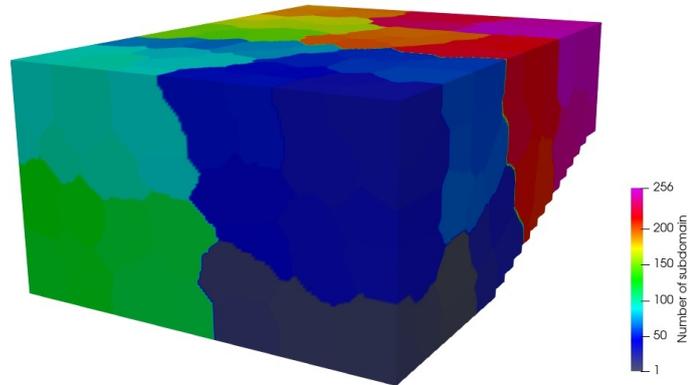


Fig. 6.3 Decomposed auditorium model with 256 subdomains.

6.3.2 シミュレーションの概要

有限要素解析のため、オーデトリウムモデルは最大要素長が 0.025 m 以下の 8 節点六面体要素で空間離散化した。本 FE メッシュの 3 kHz 音波長における空間解像度は波長あたり 4.6 要素である。また、本問題の自由度数は 146,583,255 である。DDM による並列計算のため Metis Library [126] を用いて FE メッシュを 256 の部分領域メッシュに分割した。Fig. 6.3 に 256 の部分領域に分割されたオーデトリウムモデルのイメージ図を示す。また、Fig. 6.4 には各部分領域に割り当てられたワークロード分布として、各部分領域における DOF と MPI を介して通信ごとに通信されるデータ数を示している。全部分領域間での DOF と通信データ数の平均値はそれぞれ 596,287 と 48,451 であった。また、DOF 分布の変動係数は 0.72% と非常に小さく、オーデトリウムモデル全体の自由度が各部分領域に均等に配分されていることがわかる。一方、通信データの部分領域間における変動係数は 18.2% と DOF の場合と比べると大きな値だが、極端な偏りは存在せず、ワークロードバランスのとれた良好な領域分割が実施できている。本数値実験では 256 のプロセス並列に加えて、各計算ノードで 2 スレッド並列を実施する。従って、MPI による 256 プロセス並列ならびに Openmp による 2 スレッド並列からなる 512 コアを使用するハイブリッド並列のもとオーデトリウムモデルを解析する。Opt-E TD-FEM による非一様な FE メッシュを用いた高精度な音響シミュレーションのため、各要素の最大要素長の 2.2 kHz に対する空間解像度において分散誤差が最適化されるように積分点を設定した。この設定法は 4.3.3 項と 5.1.4 項の結果に基づく方法である。時間刻み幅については最小要素長が安定条件式 (4.12) を満たすように 1/30,000 s とした。音源信号には Fig. 5.3 に示すピーク周波数 1 kHz のガウシアンパルスを使用した。Opt-E TD-FEM の実用的な応用例として、計算結果に基づき 2 つの吸音条件間で RIR, 減衰曲線 (Energy Decay Curve: EDC), 4 つの室内音響指標 (残響時間 (T30), 初期残響時間 (EDT), 明瞭性 (C50), 音量因子 (G)) を比較する。EDC と室内音響指標は ISO3382-1 [124] に基づき評価した。また、室内音

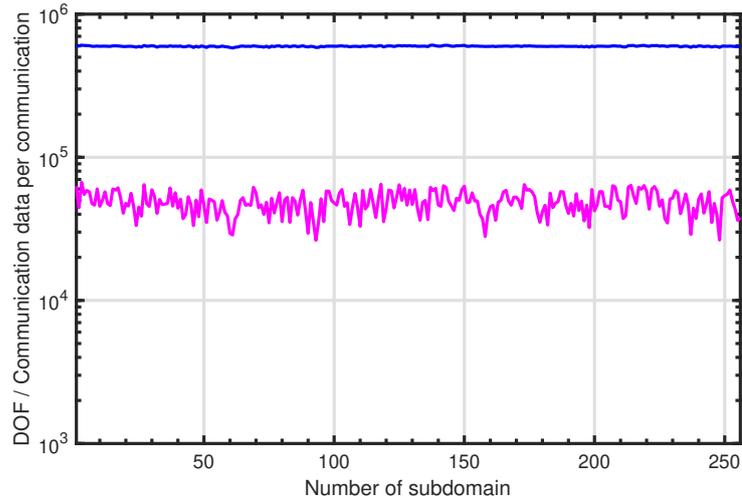


Fig. 6.4 Distribution of workload on each subdomain. Blue line: DOF; Pink line: number of communication data per communication.

響指標は 125 Hz から 2 kHz のオクターブバンド値を算出した。さらに、Opt-E TD-FEM の並列性能を検証するため、並列していない場合に対する高速化を調査した。なお、非並列の場合、使用したスーパーコンピュータシステムの制限時間内に 3 s 間のインパルス応答は計算できないので、高速化に関する調査は 0.1 s 間（3,000 ステップ）の応答の計算に要した計算時間を対象とした。

6.3.3 結果と考察

最初に、並列 Opt-E TD-FEM の計算時間に関して示す。3 s 間のインパルス応答計算に要した時間は Cond. 1, Cond. 2 のそれぞれで 8878 s と 8996 s であり非常に高速であった。Cond. 2 の方がわずかに長い計算時間となったが、これは、5.1.3 項の小立方体室を対象とした検討より、追加の GW 吸音パネルにより周波数依存の吸音境界が増え、反復法の収束性がわずかに劣化したためである。非並列条件に対する高速化は Cond. 1 と Cond. 2 のそれぞれで 336 倍、341 倍であり優れた並列性能が得られた。この結果は、大規模音響解析における並列 Opt-E TD-FEM の高い実用性を示している。なお、6.4 節で示すように、本並列ソルバは並列 CPU 数を増やすことで更なる高速化も可能である。

Fig. 6.5(a)–(d) に zx 平面 ($y = 0$) の時刻 5 ms, 12.5 ms, 20 ms, 27.5 ms における SPL 分布を示す。なお、本図は Cond. 1 の結果だが、可視化時間内において 2 条件間で境界条件の異なる側壁に音波は届いてなく、両条件で音場は同一である。Fig. 6.5(a) より音波は等方的に広がっており、Opt-E TD-FEM が分散誤差の最適化によりその影響を低減していることがわかる。また、Fig. 6.5(c), (d) では座席部周りで音波回折が起きていることが確認できる。さらに、Fig. 6.5(d) において天井からの反射音（緑の波面）が他の音波（黄の波面）と比べて減衰していることから、天井吸音体を適切にモデル化できていることがわかる。このような音場の可視化は吸音体の吸音効果を直感的に理解するためにも有効であることがわかる。

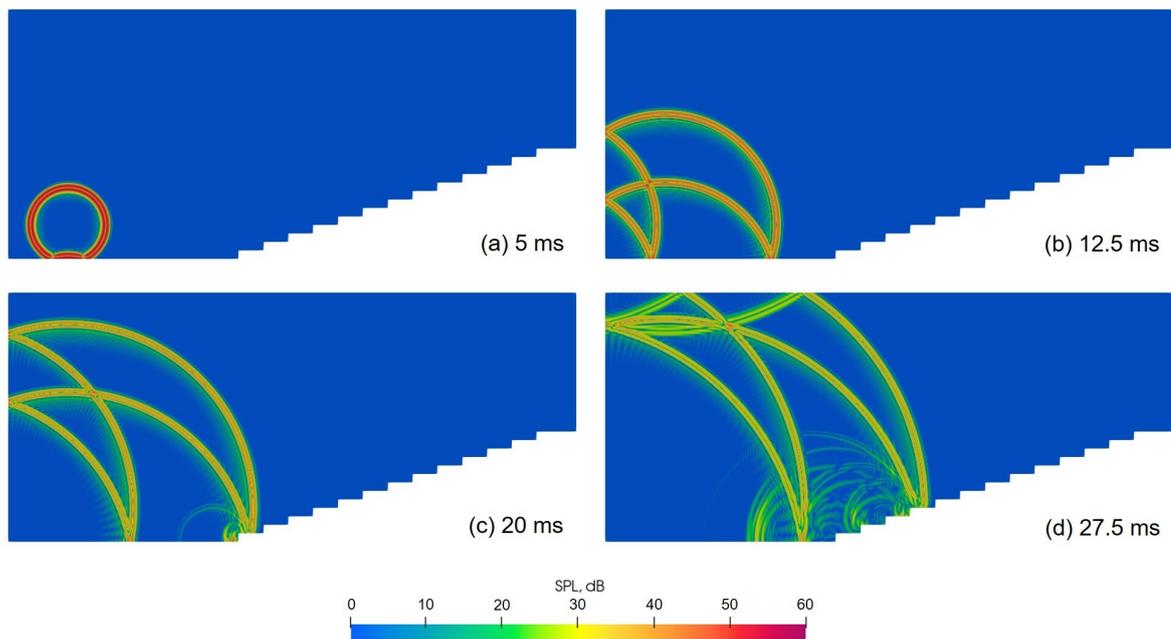


Fig. 6.5 Visualized zx plane ($y = 0$) sound fields at (a) 5 ms, (b) 12.5 ms, (c) 20 ms, and (d) 27.5 ms.

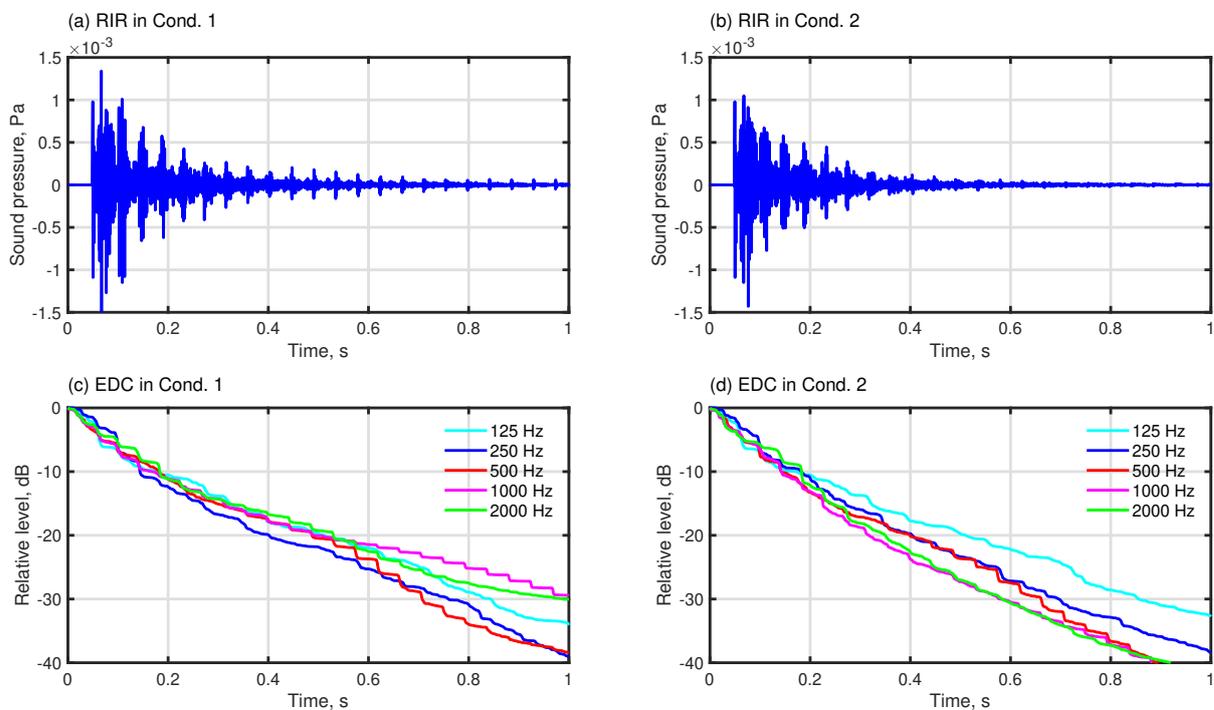


Fig. 6.6 Calculated results at receiver R13: (a) RIR in Cond. 1, (b) RIR in Cond. 2, (c) EDC in Cond. 1 and (d) EDC in Cond. 2.

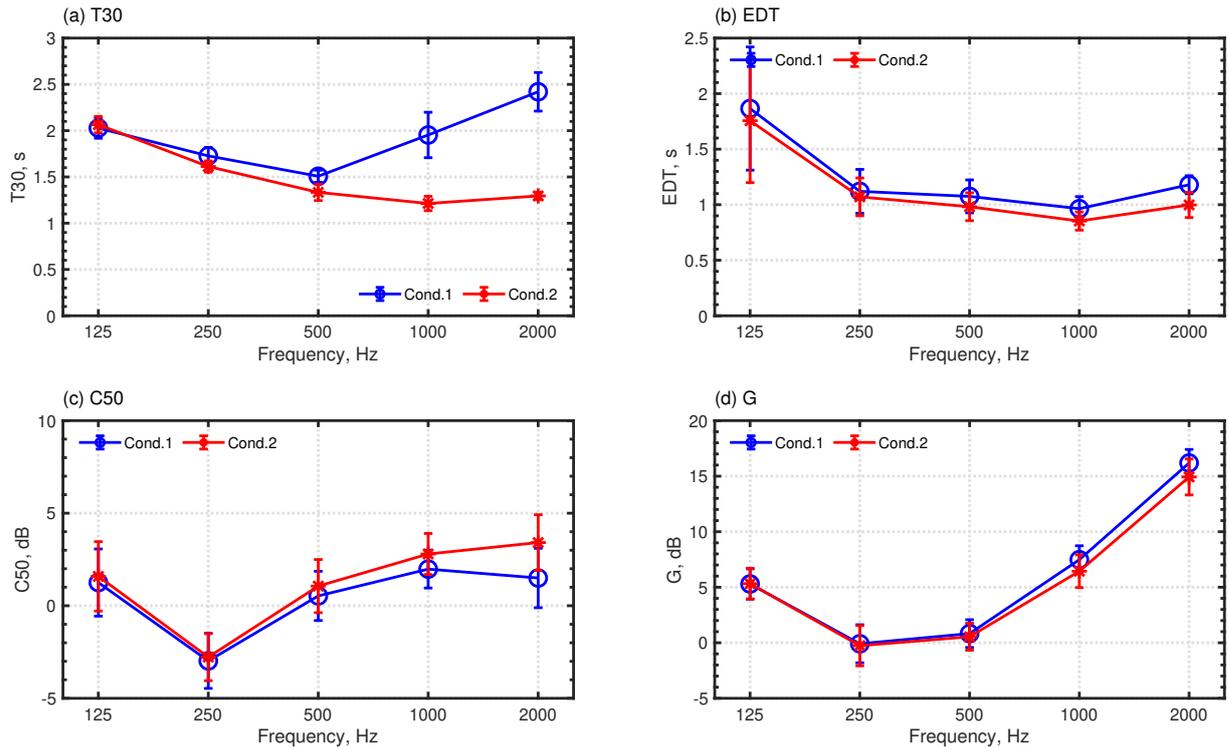


Fig. 6.7 Comparisons of room acoustic parameters for Cond. 1 and Cond. 2: (a) T30, (b) EDT, (c) C50, and (d) G.

Fig. 6.6(a)–(d) に受音点 R13 における Cond. 1, Cond. 2 のそれぞれの RIR と EDC を示す。Cond. 1 のインパルス応答では周期的な強い反射音成分が確認でき、代表的な音響障害であるフラッターエコーが発生していると考えられる。この多重反射音は側壁間を伝搬する音波の時間間隔である 44.2 ms 周期で到来してことから、側壁の吸音が低いことに起因するものである。多重反射音の影響は EDC にも表れており、すべての周波数域で EDC が折れ曲がっている。特に、1 kHz と 2 kHz の曲線は大きく湾曲していることから、高域になるに従い、側壁間を行き交う音に対する高吸音性の天井吸音体の寄与が小さくなっていると考えられる。一方、Cond. 2 では側壁吸音パネルの設置により、Cond. 1 で観測された多重反射音が低減されている。また、初期に到来する強い反射音も弱められていることが確認できる。減衰曲線についても、500 Hz 以上でその性状が改善されている。500 Hz と比べて 1 kHz, 2 kHz の減衰性状が改善されており、側壁に設置した GW の吸音特性が適切に反映されている。

側壁吸音パネルの設置による音響改善の効果は Fig. 6.7(a)–(d) に示す 4 種の音響指標の 2 つの吸音条件間での比較からも確認できる。なお、ここで示す値は各音響指標の空間平均値であり、エラーバーは全受音点の結果に対する標準偏差である。Cond. 1 の T30 は 500 Hz までは周波数が高くなるに従い短くなるが、より高域では周波数と共に値が増加しており、1 kHz, 2 kHz での値はそれぞれ 2.0 s, 2.4 s である。この高域での残響時間の上昇は上記で説明した EDC の折れ曲がりによるものである。一方、吸音パネルを追加した Cond. 2 では T30 が低減されており、1 kHz, 2 kHz で 1.3 s 程度の長さとなっている。また、側壁吸音により高域における残響時間のばらつきも低減

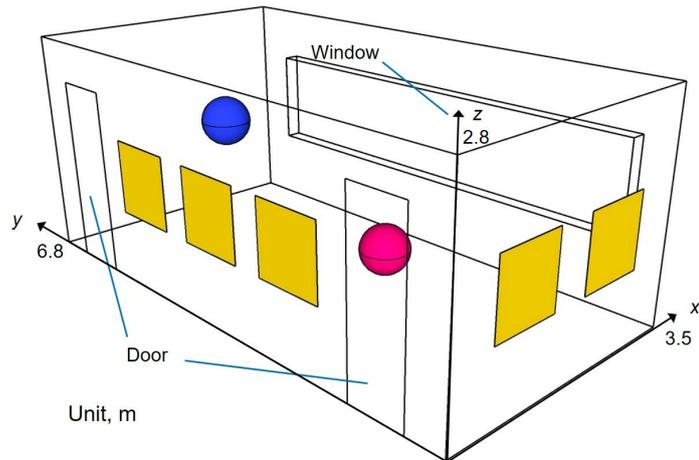


Fig. 6.8 Problem 1 for scalability test: meeting room model. Blue and magenta spheres are respectively the source point and the receiving point.

されており、Cond. 1 では 1 kHz と 2 kHz での残響時間の変動係数が 12.6% と 8.6% であったのが、Cond. 2 ではそれぞれ 6.4% と 3.0% となっている。これは Cond. 1 では受音点位置によってフラッターエコーの影響の大小が異なるためである。また、他の音響指標についても、EDT と G は 1 kHz, 2 kHz において、C50 は 2 kHz において Cond. 2 の値が Cond. 1 の値と比べて JND (EDT: 5%, C50: 1.1 dB, G: 1 dB) 以上に改善されている。また、改善の程度は周波数が高い方が大きい。

以上の結果より、DDM に基づく並列計算法を組み込んだ陽的 TD-FEM は大規模室内音響問題に対して有効かつ実用的な解法であることが示された。

6.4 クラウド HPC 環境を用いた検証

本節では、スーパーコンピュータシステムと比べてより可用性の高いクラウド HPC 環境を用いて並列陽的 TD-FEM の大規模並列計算への適用性を検証する。まず、2 種の実用的な建築音響問題を対象として、6144 コア並列までの並列陽的 TD-FEM の高速化を評価する。続いて、並列陽的 TD-FEM 実用的な音場評価への応用としてオーディトリウムを対象としたバイノーラル可聴化を実施する。そこでは、6.3 節で扱ったオーディトリウムを 2 種の吸音条件のもと 5 kHz まで解析し、6.2 節で構築した手法の妥当性を検証する。

本節での計算環境は Amazon Web Services HPC6a.48xlarge instance (AMD EPYC 7003, 96 CPU and 384 GBytes per node) ならびに Intel Fortran compiler ver. 2021 である。

Table 6.3 Values of y_∞ , λ_i , α_i , β_i , A_i , B_i and C_i for GW32K

y_∞	0.87				
i	1	2	3	4	5
λ_i	498.79	592.44	1826.43	3244.58	14769.66
α_i	4374.04	8099.11	10318.47	11688.27	49798.90
β_i	-5906.16	-25345.53	-45586.45	-65414.81	-77177.69
A_i	0.45	-2.96	-35.84	-3.56	2096.57
B_i	3395.57	5327.05	5759.46	4513.76	-8320.54
C_i	3466.69	1978.86	1452.42	1594.70	34639.47

6.4.1 2つの建築音響問題を対象としたスケーラビリティの評価

解析モデルの概要

ここでは、スケーラビリティの評価に使用する2つの解析モデル (Problem 1, Problem 2) について説明する。Problem 1は Fig. 6.8 に示す 66.6 m^3 の空室の会議室モデルである。音源と受音点はそれぞれ $(x, y, z) = (2.5, 5.8, 1.5)$, $(0.7, 1.45, 1.2)$ に設けた。天井と Fig. 6.8 において黄色で塗られた吸音パネルはそれぞれ多孔質吸音材 GW32K, GW96K の吸音特性をもつ周波数依存吸音境界である。GW32K, GW96K はそれぞれ背後剛壁のグラスウール 32 kg/m^3 50 mm 厚と 96 kg/m^3 25 mm 厚である。各吸音体の吸音特性の算定にあたってグラスウールの内部流体モデルには Miki モデル [90] を使用し、GW32K, GW96K のそれぞれで単位厚さ流れ抵抗は $13,900 \text{ Pa s/m}^2$, $50,000 \text{ Pa s/m}^2$ とした。各吸音体の比音響アドミタンス比は伝達マトリクス法により算出し、それぞれ $n_{\text{rp}} = 5, n_{\text{cp}} = 5$, ならびに、 $n_{\text{rp}} = 8, n_{\text{cp}} = 3$ の有理関数で近似した。各グラスウール吸音体の有理関数近似に用いたパラメータを Tables 6.3, 6.4 に示す。また、参考として Fig. 6.9 に GW32K, GW96K の統計入射吸音率を示す。窓と扉には統計入射吸音率 0.05, それ以外の面には統計入射吸音率 0.08 に相当する比音響アドミタンス比を与えた。

Problem 2 は Fig. 6.10 に示す 189 m^3 の8つの長机と教壇が設置された講義室モデルであり、Problem 1 よりも大規模かつ複雑である。音源点と受音点の座標はそれぞれ $(x, y, z) = (0.5, 3.5, 1.5)$, $(2.8, 2.0, 1.2)$ である。吸音条件は Problem 1 と同様で、天井: GW32K, 吸音パネル (Fig. 6.10 中の黄面) : GW96K, 窓・扉: 統計入射吸音率 0.05, その他の面: 統計入射吸音率 0.08 である。

計算設定と評価指標

両モデルはそれぞれ要素サイズ 0.0125 m の立方体形状の8節点六面体要素で離散化した。Problems 1, 2 の自由度はそれぞれ $35,179,305$, $97,917,391$ であり Problem 2 の問題規模は Problem 1 の約 2.8 倍である。各室内の受音点における 1 s 間のインパルス応答を $\Delta t = 1/57,000$ で計算し

Table 6.4 Values of y_∞ , λ_i , α_i , β_i , A_i , B_i and C_i for GW96K

y_∞	0.92							
i	1	2	3	4	5	6	7	8
λ_i	737.82	856.35	1868.09	2523.72	3709.72	8270.16	21302.86	71992.07
α_i	10093.20	22252.28	26736.45					
β_i	-6219.29	-41722.56	-63692.70					
A_i	22.98	-34.33	52.81	-99.12	11.36	-13.02	7551.10	-35762.49
B_i	1442.38	6695.05	-4725.50					
C_i	7936.79	7012.75	3140.68					

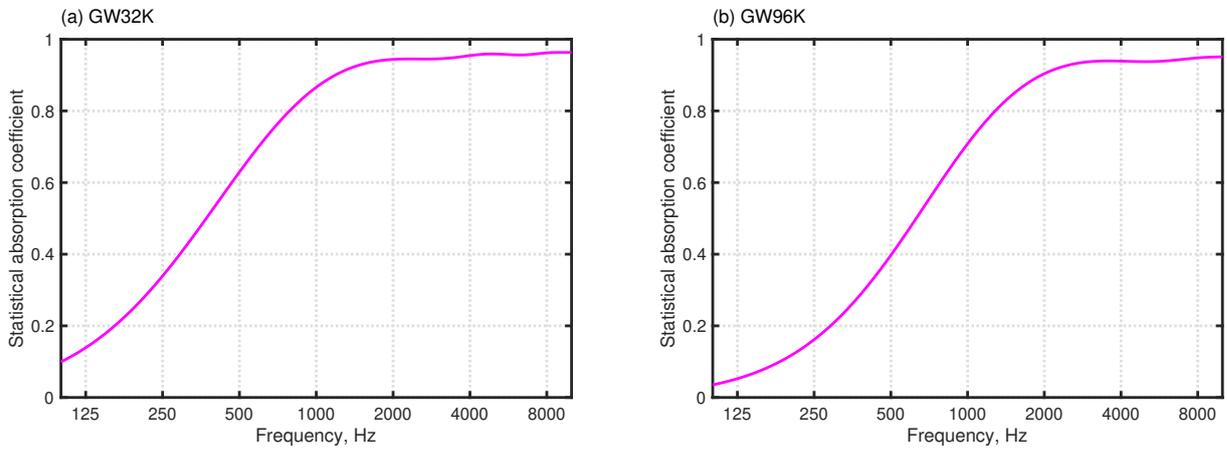


Fig. 6.9 Statistical absorption coefficient for (a) GW32K and (b) GW96K.

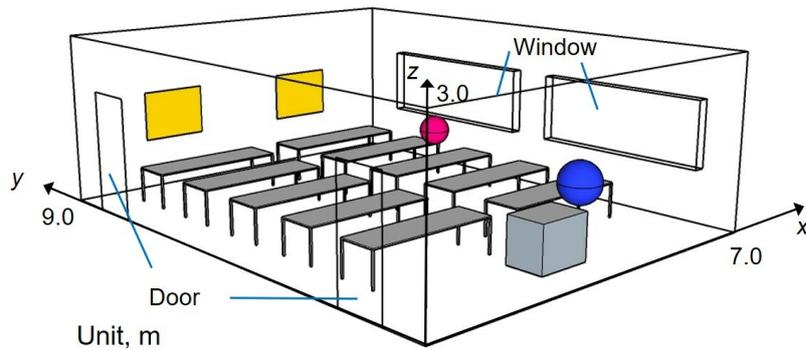


Fig. 6.10 Problem 2 for scalability test: lecture room model. Blue and magenta spheres are respectively the source point and the receiving point.

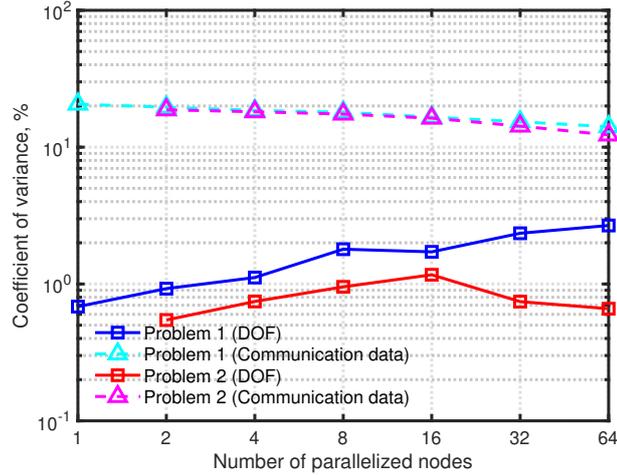


Fig. 6.11 Coefficient variances for distribution of DOF and communication data per communication among all subdomains in each parallel condition.

た．音源信号には上限周波数 6 kHz の Parks-McCellan アルゴリズムに基づく FIR フィルタのインパルス応答を使用した．並列する計算ノード数の増加による高速化の評価指標として以下で定義する S を用いる．

$$S = \frac{T_b}{T_X} \quad (6.20)$$

ここで， T_X は X ノード並列した場合の計算時間を表し， b は高速化の評価のためのベースとなるノード数で Problem 1 と Problem 2 のそれぞれで b は 1, 2 とした．Problem 2 で $b = 2$ とするのはメモリの制約のためである．本検討では，TD-FEM の主要演算部である時間進行スキーム計算に要した計算時間ならびに総計算時間に対する S を調査する．また，1 ノードあたり 96 CPU コアを用いたプロセス並列を行い，64 ノード使用時までの S を評価する．従って，最大で 6144 CPU コア並列までの並列性能を評価する．高い並列性能を得るため，Metis library [126] を使用し，部分領域間でワークロードの極端な偏りが生じないように領域分割を行った．Fig. 6.11 に各並列条件における全計算プロセス間のワークロードのばらつき程度として DOF と通信データ数の変動係数を Problem 1 と Problem 2 で比較して示す．DOF の変動係数は条件によらず 3% 以下と小さい．一方，通信データ数の変動係数は DOF と比べ大きく 20% 程度であった．しかし，極端な偏りは存在せず，ワークロードバランスは良好である．

結果と考察

Fig. 6.12(a) に各問題における時間進行スキーム計算ならびに総計算時間と並列ノード数の関係を示す．Problem 1 と Problem 2 の 64 ノードを用いた場合の総計算時間はそれぞれ 217 s, 613 s であり，並列 Opt-E TD-FEM はクラウド環境における大規模並列計算により実大の室内音場を高域まで非常に高速に計算できている．Problem 2 の計算時間は Problem 1 の約 2.8 倍であり，問題間の計算時間の比は自由度数の比と一致している．また，Problem 1 は 1 ノード使用時で 10,360

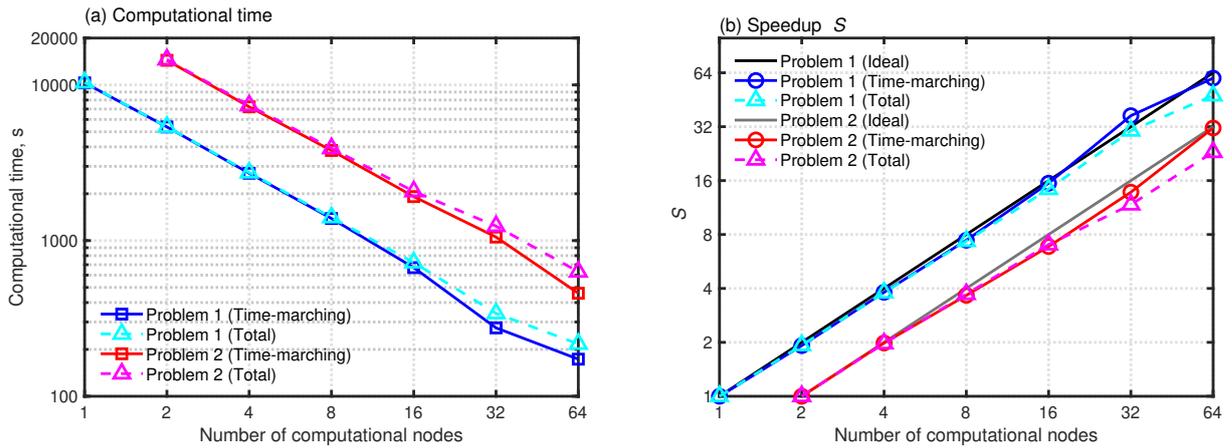


Fig. 6.12 The results of scalability test (a) computational time and (b) speedup S .

s, Problem 2 は 2 ノード使用時で 14,555 s で計算できており、本並列ソルバは少ない並列ノード数においても大規模問題を実用的な時間内に解析可能である。いずれの問題においても並列ノード数が 16 までは時間進行スキーム計算時間と総計算時間はほとんど同一であるが、より大きな並列ノード数の場合に両者に差が生じている。これは本実験に用いたコードでは各計算プロセスが 1 つの全体境界メッシュを同時に読み込むため、ノード数が増大したときにファイル読み込みの競合が発生し、メッシュ生成部の高速化がされていないためと考えられる。Fig. 6.12(b) に各問題の時間進行スキーム計算ならびに総計算時間における S を理想値と比較して示す。なお、理想値は X/b により計算される。時間進行スキーム演算部について、64 ノード使用時の S は Problems 1, 2 でそれぞれ 59.7, 31.5 とそれぞれの理想値 64, 32 に近い理想的な高速化が達成されており、並列陽的 TD-FEM の優れたスケーラビリティが確認できた。総計算時間についてはノード数の増加に伴い理想値との乖離が見られ、64 ノード使用時の S は Problem 1, 2 で 47.8, 23.1 と時間進行スキーム演算部と比べて低下する。なお、全計算時間における S 低下の理由は上述した境界メッシュ読み込み時の競合である。しかし、依然として高い並列性能は得られており、大規模並列により総計算時間が大幅に短縮されることから現行のコードでも十分な性能をもつと言える。以上より、クラウド HPC を使用した並列陽的 TD-FEM は室内音響設計ツールとして非常に実用性に優れている。

6.4.2 オーディトリウムモデルを対象としたバイノーラル可聴化への応用

ここでは、2つの吸音条件を想定した自由度数 745,335,325 のオーディトリウムモデルを対象に並列 Opt-E TD-FEM のバイノーラル可聴化への応用を試みる。本検討では、吸音条件の変化に伴うオーディトリウム内の音響の変化を 6.2 節で説明したバイノーラル可聴化法によって聴感的に提示することを目的としている。また、アンビソニックス信号、受音点の指向性、音響指標、BRIR の例示を通して、本アプリケーションの妥当性を検証する。

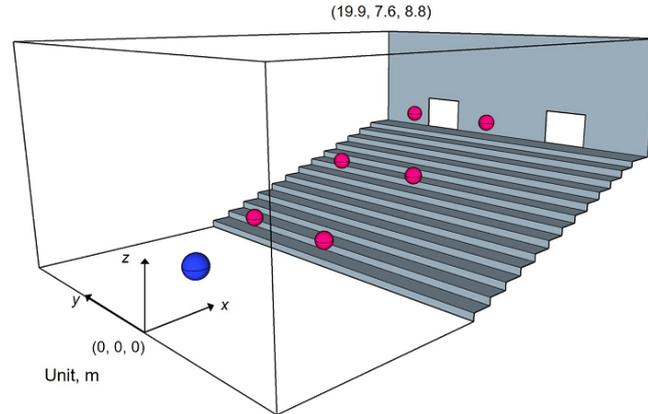


Fig. 6.13 Auditorium model for demonstrating binaural auralization application.

Table 6.5 Locations of receivers in the auditorium model

Receiver	(x, y, z)
R1	(8.07, 0, 0.9)
R2	(8.07, 4.6, 0.9)
R3	(13.3, 0, 2.7)
R4	(13.3, 4.6, 2.7)
R5	(18.5, 0, 4.5)
R6	(18.5, 4.6, 4.5)

解析モデルと計算設定

Fig. 6.13 に検証に使用する音源点と 6 つの受信点が設けられた 2271 m^3 のオーディトリウムモデルを示す。音源点は $(x, y, z) = (2.1, 0, 1.2)$ に設置した。また、受信点の設置箇所は Table 6.5 に列挙する。ここでは、2 つの吸音条件 (Cond. A, Cond. B) におけるオーディトリウムモデル内の上限周波数 5 kHz の BRIR を 3 s 間計算する。両吸音条件で、天井は GW、床の段差部の色塗りされた箇所は NF、後壁の色塗りされた箇所は MPP-GW の比音響アドミタンス比をもつ周波数依存吸音境界である。ここで、3 種の吸音体 GW, NF, MPP-GW は 5.1.2 項で使用したものと同一で ADE 法のための有理関数近似パラメータも Tables 5.1-5.3 の値を使用している。参考として、3 種の吸音体の統計入射吸音率を Fig. 6.14 に示す。Cond. B では、上記に加えて、両側壁全体を GW の吸音特性をもつ周波数依存吸音境界とした。また、両吸音条件において周波数依存吸音境界以外の境界面は反射性として統計入射吸音率 0.175 相当の実数の比音響アドミタンス比を与えた。なお、本吸音条件は 2 条件間で音場を大きく変化させるための架空の条件設定である。参考として、各吸音条件における平均吸音率を比較して Fig. 6.15 に示す。各条件、周波数と共に平均吸音

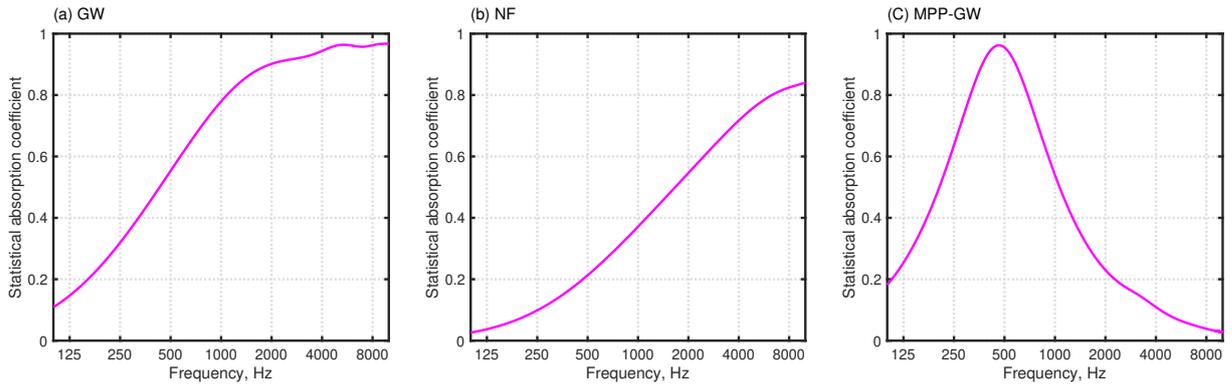


Fig. 6.14 Statistical absorption coefficient: (a) GW, (b) NF and (c) MPP-GW.

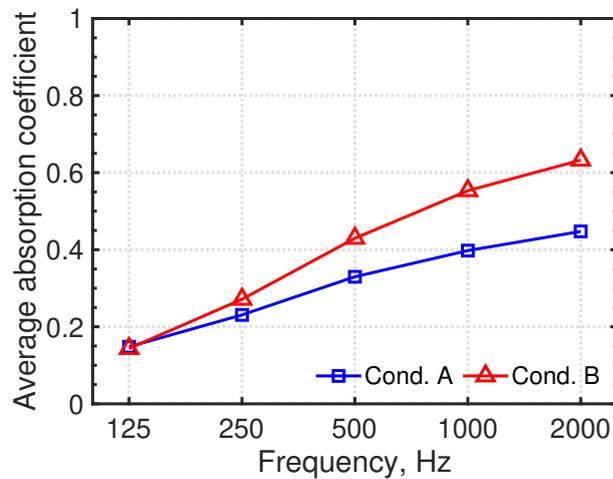


Fig. 6.15 Average absorption coefficients of auditorium for two absorption conditions.

率は増加している。また、側壁への追加の吸音処理により Cond. B は 250 Hz 以上の帯域において Cond. A より高い平均吸音率を示す。音源信号には上限周波数 5 kHz の Parks-McCellan アルゴリズムに基づく FIR フィルタのインパルス応答を使用した。参考として、音源信号の時間波形ならびに周波数特性を Fig. 6.16 に示す。本 FIR フィルタのインパルス応答は 80 Hz から 5 kHz の範囲でフラットな特性をもつため、非フラットな特性をもつ Gaussian パルスと比べて室内音響指標の計算や可聴化に適した信号である。オーディトリウムモデルは最大要素長が 0.015 m 以下の 8 節点六面体要素により空間離散化した。本メッシュの空間解像度は 5 kHz 音波長あたり 4.6 要素であり、分散誤差の最適化により理論的な分散誤差は 1% 以下である。全体メッシュは Metis [126] を用いて 6144 個の部分領域メッシュに分割した。そして、6144 コアの大規模並列のもと並列 Opt-E TD-FEM によりオーディトリウムモデル内の音響シミュレーションを実施した。ここで、部分領域間の DOF、通信データ数の変動係数はそれぞれ 0.3% と 11.8% であり、ワークロードバランスは良好であった。

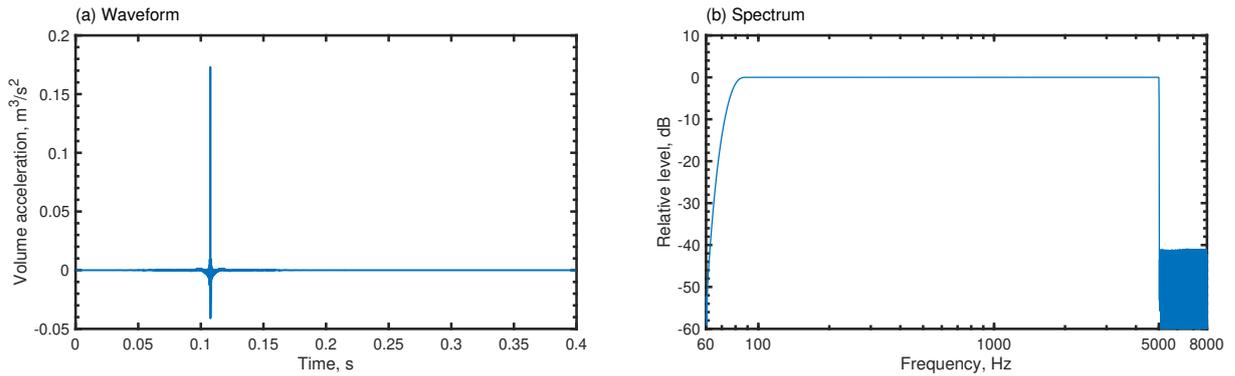


Fig. 6.16 Source signal: (a) waveform and (b) spectrum.

空気吸収の考慮

空気の熱粘性効果と緩和現象による音の空気吸収は伝搬距離が長くなるほど、周波数が高くなるほど大きくなるため、本検討のような大空間の高周波数域までの音響シミュレーションでは空気吸収の影響を考慮することが重要である。熱粘性効果に伴う空気吸収は波動方程式の代わりに Stokes 方程式を解くことで考慮可能である [54]。また、緩和現象の影響も反映可能なモデルも提案されている [137]。一方で、より簡便な方法として、本論文で扱うような波動方程式に基づく音響シミュレーションや幾何音響手法で計算したインパルス応答に空気吸収の特性を近似したローパスフィルタを適用する方法がある。本数値実験では、時変ローパス IIR ファイル [138] により、空気条件：温度 25 °C, 相対湿度 50%における空気吸収の影響を計算結果に反映させた。

音場の客観的な評価

ここでは、Opt-E TD-FEM による計算結果に基づく FOA 信号、受音点の指向性、音響指標、BRIR に基づき音場の客観的な特徴について考察する。そのような結果を示す前に並列陽的 TD-FEM のオーディトリウム内の音響シミュレーションに要した計算時間を提示する。計算時間は Cond. A と Cond. B のそれぞれで 12,777 s と 12,028 s と大規模問題を非常に高速に解析できており、クラウド HPC 環境を活用した並列 Opt-E TD-FEM は数千立米規模の大建築空間の高域までの解析にも十分活用可能なことが示された。

FOA 信号を用いたオーディトリウム内の音場評価例を示す。Figs. 6.17, 6.18 に Cond. A ならびに Cond. B における受音点 R3 での FOA 信号をそれぞれ示す。なお、6.2 節で説明したように $A_{0,0}$ は無指向性成分、 $A_{1,-1}$, $A_{1,0}$, $A_{1,1}$ はそれぞれ y , z , x 方向における双指向成分である。Cond. A の $A_{1,-1}$ おいてフラッターエコーを誘発するような強い反射音の繰り返しが見られる。 $A_{1,-1}$ が y 方向成分であることより、この多重反射音は側壁の吸音が小さいことに起因する。一方で、Fig. 6.18(b) に示す Cond. B の受音点 R3 における FOA 信号の $A_{1,-1}$ 成分は側壁の吸音効果により Cond. A と比べて大幅に減衰している。追加の吸音体による吸音効果は他の FOA 信号成分でも観測できる。また、R3 では直接音が x 方向から到来するため、初期の時間では、吸音条件によ

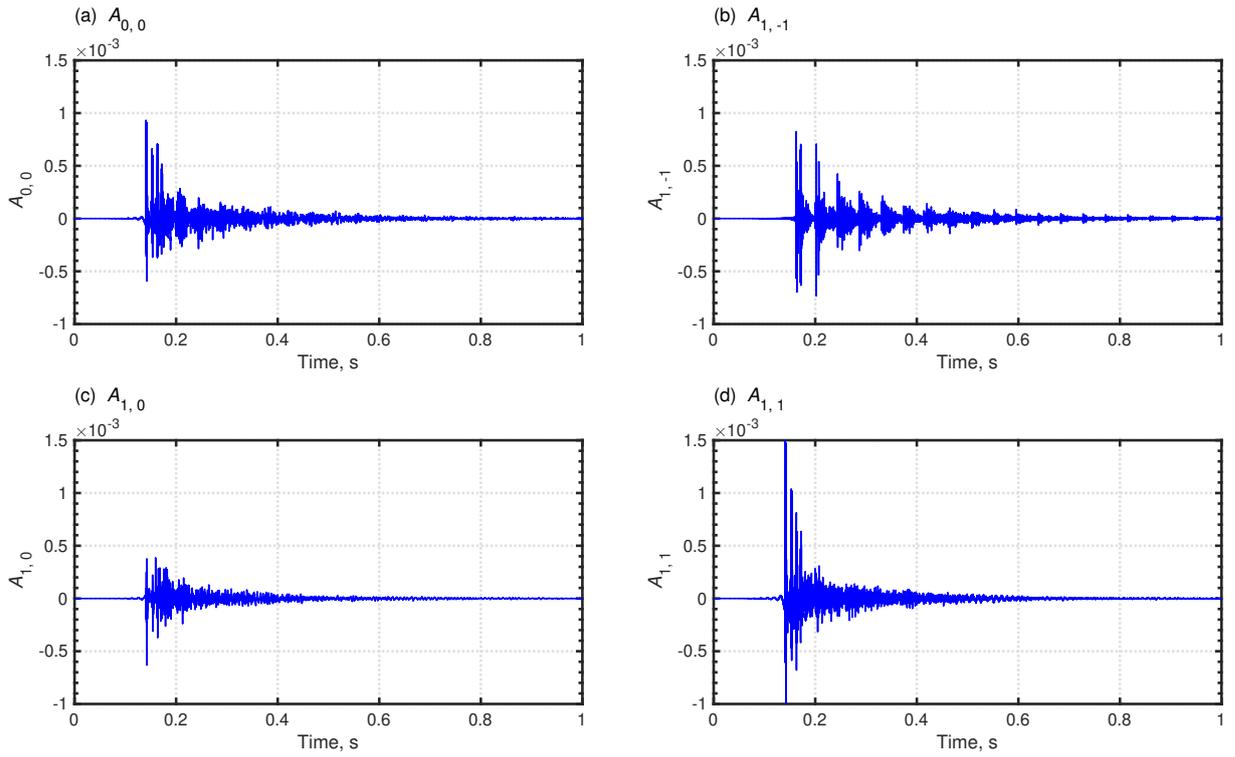


Fig. 6.17 Simulated FOA signals at R3 in Cond. A: (a) $A_{0,0}$, (b) $A_{1,-1}$, (c) $A_{1,0}$ and (d) $A_{1,1}$.

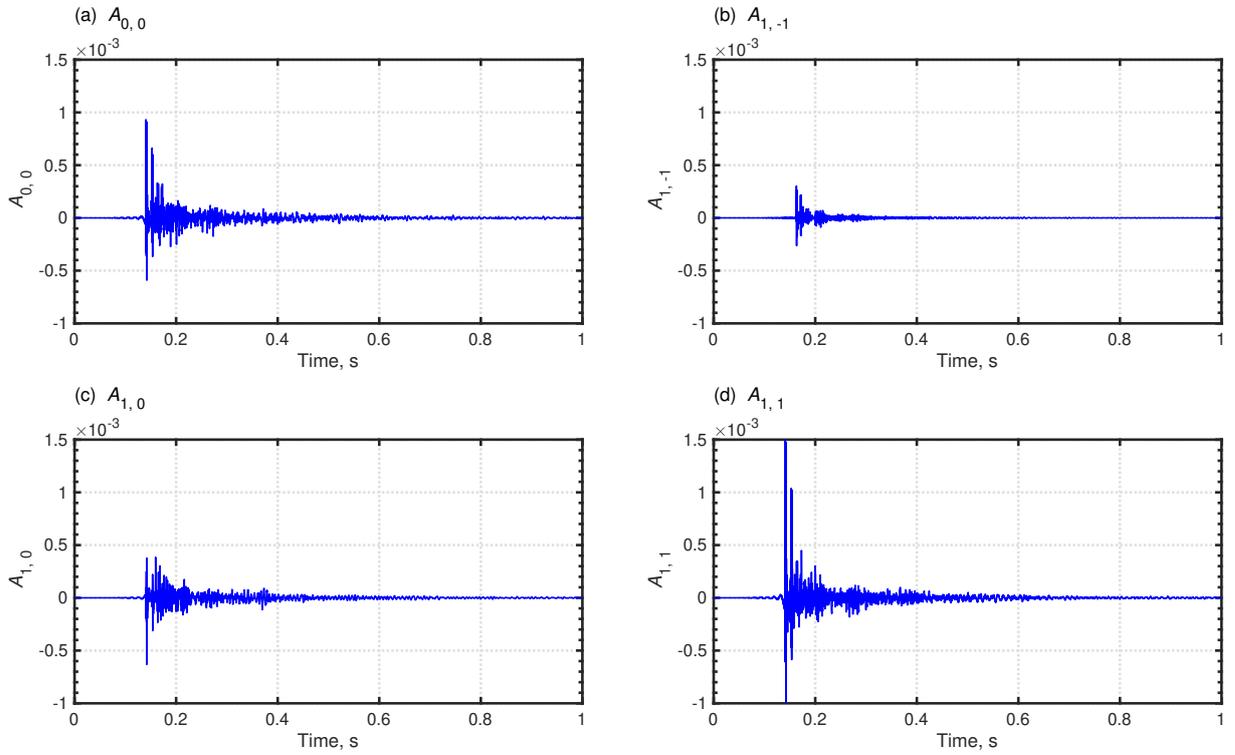


Fig. 6.18 Simulated FOA signals at R3 in Cond. B: (a) $A_{0,0}$, (b) $A_{1,-1}$, (c) $A_{1,0}$ and (d) $A_{1,1}$.

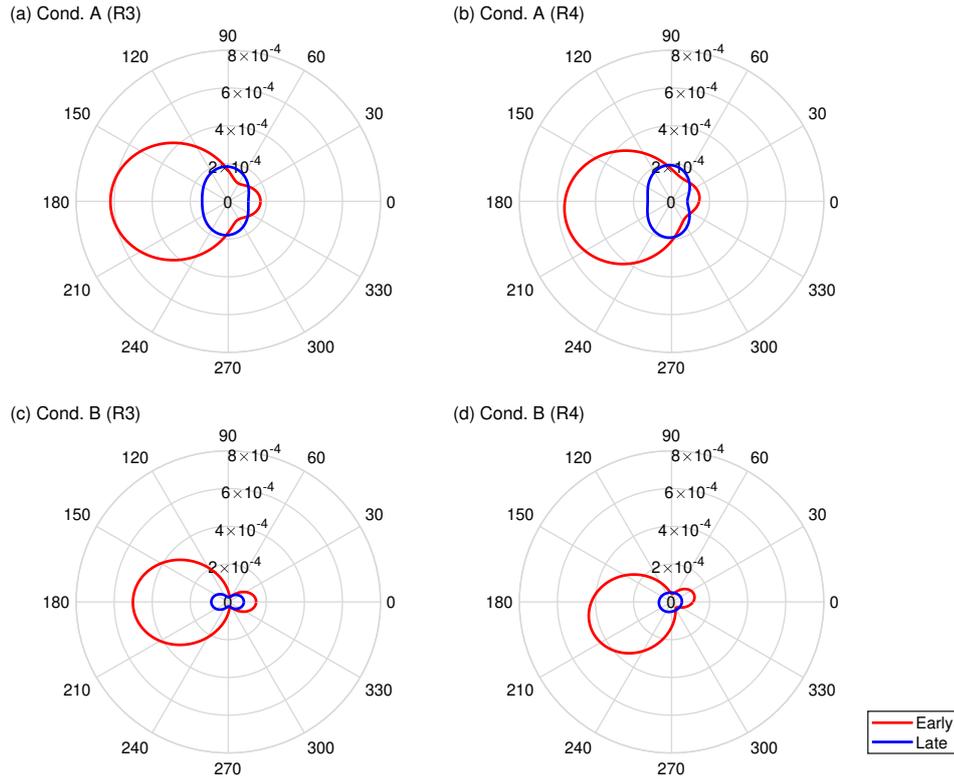


Fig. 6.19 Directivity patterns in early and late time on horizontal plane against azimuth ϕ with following absorption and receiver conditions: (a) Cond. A and R3, (b) Cond. A and R4, (c) Cond. B and R3, and (d) Cond. B and R4.

らず $A_{1,1}$ の振幅が全成分の中で最も大きい。さらに、Fig. 6.19 に受音点 R3, R4 における初期ならびに後期の水平面上での指向性を示す。ここで、水平面の指向性 $D(\phi)$ は受音点に入射する平面波のエネルギーの足し合わせとして次式で評価した。

$$D(\phi) = \int_{t_s}^{t_e} \left| \sum_{l=0}^1 \sum_{m=-l}^l A_{l,m}(t) Y_{l,m}(\phi, \theta) \right|^2 dt \quad (6.21)$$

ここで、 t_s と t_e はそれぞれ初期の指向性計算の際は 0 と 50 ms に、後期の指向性計算には 50 ms と ∞ に設定した。なお、ここでの時刻 0 は ISO3382-1 [124] で定義されている直接音の到来時刻である。水平面の指向性は式 (6.21) において $\theta = 90^\circ$ とすることで計算できる。また、Fig. 6.19 において $\phi = 0$ と $\phi = 90^\circ$ の方角はそれぞれ x -軸、 y -軸の方向にあたる。従って、受音点 R3, R4 において音源はそれぞれ 180° と 202° の方向に位置する。受音点 R3 の初期の指向性は吸音条件によらず $\phi = 180^\circ$ にピークをもっており音源の位置を捉えている。また、受音点 R4 における初期の指向性ピークは受音位置の変化に伴う音源のシフトを追従している。 $D(\phi)$ のピークは Cond. A で $\phi = 190^\circ$ 、Cond. B で $\phi = 199^\circ$ に表れており、音源の方向 202° と差があるが、これは R4 の初期音は $\phi = 90^\circ$ の方向の側壁からの反射音を含むためである。Cond. B の方が Cond. A より定位精度が高いのは側壁が吸音面なためである。また、両受音点において側壁吸音の効果が初期な

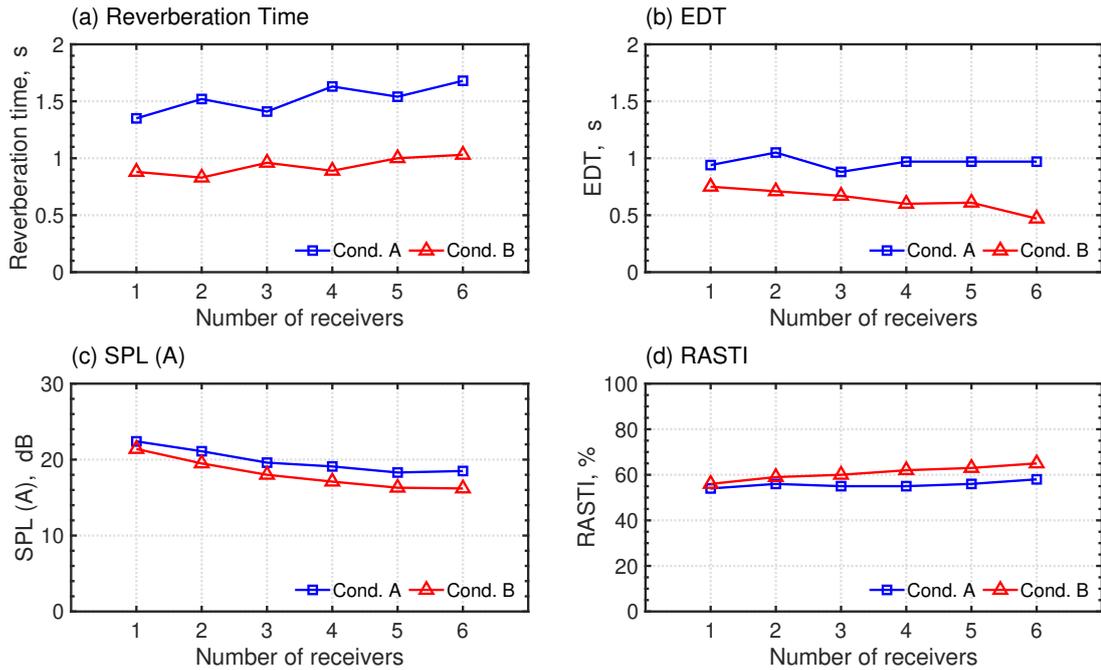


Fig. 6.20 Acoustic parameter: (a) reverberation time, (b) EDT, (c) SPL (A) and (d) RASTI.

らびに後期に入射するエネルギーの振幅の減少として表れている。特に、後期の指向性への影響が大きく、Cond. A では y -軸方向 ($\phi = 90^\circ, 270^\circ$) に卓越しているのに対して、Cond. B では音源の方向を示している。以上の結果は FOA 信号の計算の妥当性とその室内音響評価への有効性を示している。

Fig. 6.20 に音場の音響指標として両吸音条件の各受音点における残響時間 (T30), 初期残響時間 (EDT), A 特性 SPL (SPL (A)), RASTI (RApid Speech Transmission Index) を示す。これらの音響指標は TD-FEM で計算した RIR より Odeon 16 [139] を用いて算出した。また、残響時間と EDT は 500 Hz と 1 kHz の平均値を単一値として示している。Fig. 6.20(a) が示すように残響時間は吸音条件によって大きく変化しており、各条件での全受音点平均値は Cond. A で 1.52 s, Cond. B で 0.93 s であった。両吸音条件における相対差は 35% - 45% であった。また、Fig. 6.20(b) より EDT についても吸音条件間の明らかな違いが確認でき、空間平均値は Cond. A, Cond. B のそれぞれで 0.96 と 0.64 であった。Cond. A と Cond. B の EDT の各受音点での相対差は 20% - 52% と JND (5% ([124]) より遥かに大きく、聴感的にも残響間の違いを明らかに体感できると予想される。Fig. 6.20(c) によると SPL (A) は受音点がオーディトリウムの奥に行くに従い小さくなり、例えば、R5 の値は R1 と比べて Cond. A, Cond. B でそれぞれ 4.1 dB, 5.1 dB 小さかった。また、同一の受音点において Cond. A は SPL (A) の値が Cond. B より 1 dB 以上大きく、その差は R6 で最大 2.3 dB となる。Fig. 6.20(d) によると、Cond. B の RASTI はすべての受音点で Cond. A と比べて高い音を示しており、受音点 R1 を除いて、その差は音声伝達指標 (Speech Transmission Index: STI) の JND (0.03 [125]) より大きかった。RASTI の値は Cond. A で 54% - 58%, Cond. B で 56% - 65% であった。本結果より、可聴化したスピーチ音声において 2 つの吸音条件間での明

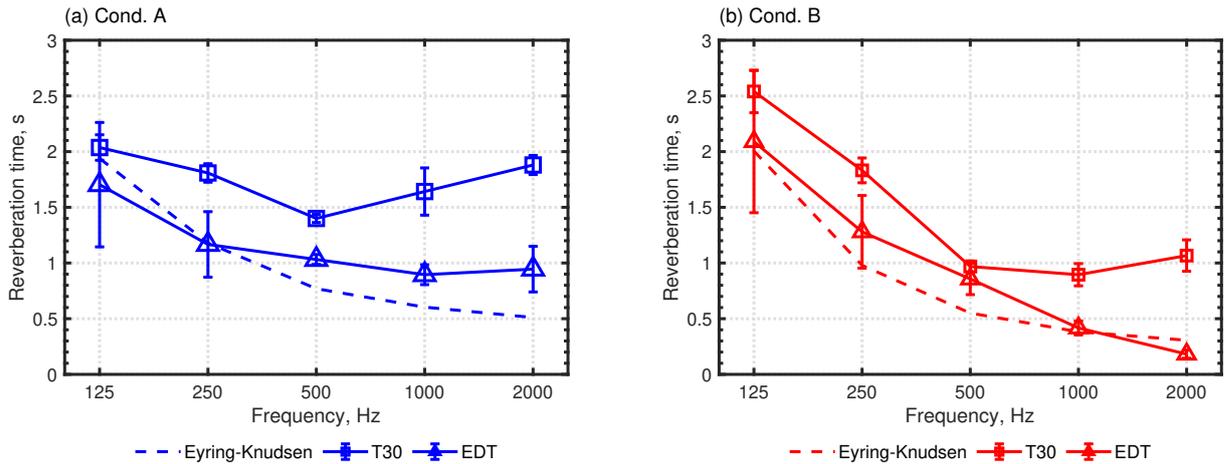


Fig. 6.21 Comparisons of reverberation properties in the auditorium calculated by Eyring-Knudsen formula and the wave-based solver: (a) Cond. A and (b) Cond. B.

確な明瞭性の違いが現れると予測できる。

Fig. 6.21 に各吸音条件における残響時間 (T30), EDT の空間平均値の周波数特性を Eyring-Knudsen の式 [75] による残響理論値と比較して示す。ここで、エラーバーは各値の標準偏差を表す。残響理論値と T30 は Cond. A の 125 Hz を除いて異なっており、いずれの吸音条件においても音場の拡散性が低いことがわかる。Cond. A の T30 は 500 Hz 以上で周波数と共に増加しており、残響理論値と異なる傾向を示している。一方、Cond. B では追加の吸音処理によるフラッターエコーの防止により T30 は周波数と共に低下しており、残響理論値と同様の傾向を示している。EDT の値は Cond. A の 125 Hz を除いて T30 より残響理論値と一致しており、陽的 TD-FEM が境界面の吸音特性における周波数依存性を適切に反映していることがわかる。

最後に TD-FEM により求めた FOA 信号と HRIR を用いて算出した Cond. A の受音点 R3, R4 における BRIR を Fig. 6.22 に示す。ここで、BRIR は聴者の正面が $\phi = 180^\circ$ となるように FOA 信号を回転させた後、HRIR と畳み込み作成している。従った、受音点 R3 では直接音が正面から到来し、受音点 R4 では斜め左前方から到来する。Fig. 6.22 の 0.145 s 付近に到来する直接音ではそのような到来方向の違いが明らかに観測でき、受音点 R3 では B_{left} と B_{right} が同程度の振幅であるが、受音点 R4 では B_{left} が明らかに大きい。この結果は本アプリケーションの妥当性を支持する。また、各 BRIR において周期的な反射音が観測されることから、Cond. A の受音点 R3, R4 ではフラッターエコーが知覚できると予想される。

バイノーラル可聴音に基づく音場

ここでは提案法に基づき生成した BRIR ならびにそれをスピーチ音声と畳み込んだサウンドデータにより音場のバイノーラル可聴化を実施し、聴感的な印象が音場の物理的な特徴を反映しているか確認した。バイノーラル可聴化にあたりすべての受音点が x 軸方向を正面とするように信号

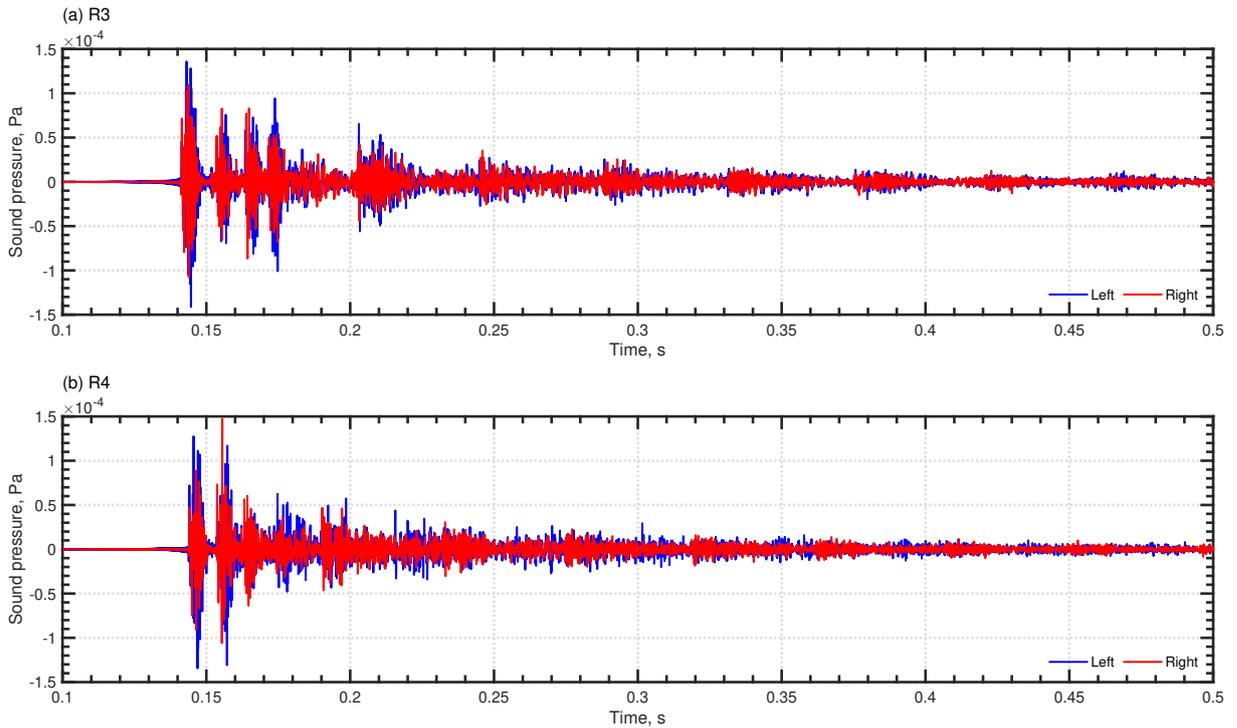


Fig. 6.22 BRIRs for Cond. A at (a) R3 and (b) R4.

を生成している。生成した BRIR は吸音条件によらず同じ座席列の 2 つの受信点間の水平面における音波の到来方向の違いを適切に反映していた。例えば、受信点 R3 では音波が正面から到来するように感じられたのに対して受信点 R4 では左斜め前方から到来しているように知覚でき、これは Fig. 6.19 に示す受信点の指向性の結果と対応している。また、Cond. A の BRIR では全受信でフラッターエコーが知覚できたが、Cond. B では側壁吸音の効果により知覚できなかった。吸音条件における BRIR の劇的な変化は両吸音条件間での残響時間の大幅な変化と対応しており、この残響時間の違いはスピーチ音声においても確認できた。音量感に関して、各吸音条件で座席列が奥になるに従い音量が小さくなっており、SPL (A) の計算結果と聴感的な音量感の大小が対応している。さらに、各受信点で Cond. B の方が Cond. A より音声をはっきりと聞き取ることができ、RASTI の計算結果と聴感的な音声の明瞭性についても対応を確認できた。以上の通り、音場の物理的な特徴とバイノーラル可聴化による聴感的な印象はよく対応しており、提案するバイノーラル可聴化法の妥当性と有効性が示された。

6.5 まとめ

本章では、陽的 TD-FEM による室内音響解析手法の適用範囲を拡大するため、DDM に基づく並列計算法を組み込み、スーパーコンピュータシステムとクラウド HPC 環境のそれぞれで大規模音響問題の解析を試みた。また、開発手法を用いた実用的な室内音響の評価のためにバイノーラル可聴化への応用も行った。バイノーラル可聴化は FOA と HRTF に基づくハイブリッド法により実施し、アンビソニックスに必要な球面調和展開係数を FE の内挿関数の空間微分により算出する方法を新たに構築した。

スーパーコンピュータシステムを用いた検討では、2000 m³ 程度の複数の周波数依存吸音境界を有するオーディトリウムの 3 kHz までの周波数成分を含む 3 s 間のインパルス応答を 2 つの吸音条件のもと計算した。問題の自由度数は約 1 億 5 千万程度と非常に巨大であったが、512 コアを用いたハイブリッド並列により吸音条件によらず 9,000 s 程度で計算が実施でき、非常に高速であった。また、音場の可視化や 2 つの吸音条件間におけるインパルス応答、減衰曲線、室内音響指標の比較を通してその実用的な室内音響設計ツールとしての可能性を示した。

クラウド HPC 環境を用いた検討では、まず、実大の建築音響問題を対象に 6144 コア使用時までのスケーラビリティを検証した。結果として、並列陽的 TD-FEM は 6144 コアを用いたプロセス並列により自由度数が 3 千 5 百万、ならびに、1 億の大規模室内音場の 6 kHz までの周波数成分を含む 1 s 間のインパルス応答をそれぞれ 217 s、613 s と超高速に計算可能であった。また、主要演算部である時間進行スキーム計算部については並列ノード数と共にニアに計算時間が短縮されており、優れたスケーラビリティが確認できた。さらに、構築したバイノーラル可聴化法の妥当性ならびに有効性の検証として、2 種の吸音条件を設定したオーディトリウム内の 5 kHz までの解析を実施した。オーディトリウムの RIR を並列陽的 TD-FEM を用いて計算し、その後、FOA と HRTF に基づくバイノーラル可聴化を行った。問題の自由度数は 7 億 5 千万と非常に巨大であったが、6144 コアを用いた大規模並列により 3 s 間のインパルス応答を 12,000 s 以内と高速に計算できた。吸音条件間での FOA 信号と受音点の指向性の比較により FOA 信号の計算法の妥当性を示した。また、室内音響指標の計算結果の吸音条件間での比較により計算した RIR が音場の特徴を捕らえられていることを確認した。さらに、FOA と HRTF を畳み込み生成した BRIR を異なる受音点で比較することで算出した BRIR が音源-受音点の位置関係を適切に反映していることを示した。最後に算出した BRIR ならびにそれとスピーチ音声を畳み込んだものを聴取した。バイノーラル可聴化による聴感的な印象と音場の物理的な特徴は一致しており、提案するバイノーラル可聴化法の妥当性と有効性を確認できた。

第7章 総括

7.1 研究のまとめ

本論文では、形状の幾何学的な近似性能に優れ、かつ、陽的な時間進行スキームにより広帯域の周波数成分を含むインパルス応答を高速に計算可能な陽的な TD-FEM に着目し、室内音響設計支援に活用可能な実用的な手法を新たに構築した。具体的には、以下に挙げる従来の陽的 TD-FEM を実用的な室内音響設計支援ツールとして活用するための4つ課題に取り組んだ。

- 要素形状の制限を克服した高精度なスキームの定式化。
- 境界面における吸音特性の周波数依存性・入射角依存性を考慮できる手法の実装。
- DDM に基づく並列アルゴリズムを用いた大規模並列音響解析への適用性の検討。
- ハイブリッド可聴化に基づく室内音響のバイノーラル可聴化への応用。

以下に本研究で得られた成果を列挙する。

第2章では既存の FEM による室内音響解析手法について記述した。はじめに、最も基本的な陰的な TD-FEM と FD-FEM による室内音響解析手法を導出し、続いて、TD-FEM 離散化に伴う分散誤差の影響と修正積分則の有効性を例示した。また、室内音響モデリングの精度を大きく左右する境界面における吸音に関する理論を説明し、伝達マトリクス法を用いて背後空気層を伴う吸音材は拡張作用境界としてモデル化することが予測精度の観点で重要なことを示した。その後、2つの従来の陽的 TD-FEM の定式化を示した。従来法における要素形状の制限ならびに吸音境界の取り扱いに関する課題を説明し、本研究で新たに提案する手法の理論解析に用いる理論的な分散誤差解析と安定性解析の方法を詳細に記述した。また、理論解析のデモンストレーションとして従来法の理論的な分散誤差特性と安定性を提示した。最後に、4種の数値実験を通して従来の陽的 TD-FEM の性能を紹介した。数値的な安定性解析より、陽的 TD-FEM の安定性は吸音境界の時間離散化の方法に大きく依存し、減衰項を陰的に時間離散化することで安定的なスキームを構築できることを示した。数値的な振幅誤差解析より、従来の陽的 TD-FEM は空間解像度が波長あたり 4.7 要素を超える FE メッシュ使用時に非常に小さな振幅誤差のもとで解析可能なことを確認した。数値的な分散誤差解析より、従来の陽的 TD-FEM はメッシュの空間解像度が不足すると数値的な音速が実際の音速と比べ遅れ、空間解像度が波長あたり 9.8 要素を超えると計算結果が参照解と良好に一致することを示した。3次元矩形室の音響解析では、従来の陽的 TD-FEM は既存の

陰的 TD-FEM と比較して、同一精度の解を得るのにより多くのメモリを消費するが、より高速であることを示した。

第 3 章では、従来の陽的 TD-FEM における要素形状に関する課題を克服した、修正 Adams 法を用いた時空間 4 次精度の陽的 TD-FEM による室内音響解析手法を新たに構築した。同手法は修正積分則による分散低減要素と理論解析に基づき独自に設計した時間積分法からなる。本手法によれば複雑な境界形状を有する室内音場を階段近似することなく高精度に解析可能である。また、本章で設計した時間積分法は従来の陽的 TD-FEM と比較して時間ステップあたりの疎行列ベクトル積演算数が同一であり、演算量の増加が発生しない。同手法の離散化誤差特性を理論解析ならびに数値実験を通して検証した。理論的な分散誤差解析より、同手法は音波伝搬方向のうち軸方向において分散誤差が最大に、斜め方向で最小になり、さらに、時間離散化幅が細くなるに従い分散誤差が小さくなることを示した。また、数値的な音速が複素数となる場合に振幅誤差が発生することも明らかにした。この振幅誤差は時間刻み幅のみに依存しており、振幅誤差を十分小さなレベルにまで抑えるのに必要な時間刻み幅を予測する方法を提示し、数値実験によりその妥当性を示した。最後に、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM の標準的な陰的 TD-FEM に対する計算性能を複雑な拡散体を有する長方形室とコンサートホールモデルの解析を通して検証した。結果として、修正 Adams 法による陽的 TD-FEM は複雑な室内音場の数 kHz 帯域までの解析を標準的な手法と比べて非常に少ない計算負荷のもとより高精度に実施できることを提示し、その建築音響問題への有効性を明らかにした。

第 4 章では、第 3 章の検討結果に基づき分散誤差を排除したより高精度な手法として時空間 4 次精度をもつ 4th-E TD-FEM と分散誤差の最適化を行った Opt-E TD-FEM の 2 つを新たに構築した。本章では、線形多段型時間積分法の一般形に基づく 3 段の時間積分法を新たに定式化し、分散誤差解析を通して振幅誤差を排除した上で高精度化を達成できる適切な重み係数を導出した。4th-E TD-FEM と Opt-E TD-FEM は修正積分則における積分点の修正値と時間積分法における重み係数のみが異なっており、両手法の計算負荷は同一である。Opt-E TD-FEM は分散誤差の最適化により 4th-E TD-FEM と比べて高周波数域における音場の近似性能が向上した手法である。分散誤差の最適化は特定のメッシュまたは要素の空間解像度における軸方向ならびに対角線方向に伝搬する音波の分散誤差を最小化する方法である。理論的な分散誤差解析より、本最適化により広域に渡って小さな分散誤差を維持できることを示した。2 つの振幅誤差を排除した手法の性能を 3 種の数値実験を通して検証した。立方体形状 FE を用いた立方体室を対象とした第 1 の実験では、構築した 2 つの陽的 TD-FEM が標準的な陰的 TD-FEM と比べ優れた計算精度と計算速度をもつことを示した。第 2, 第 3 の実験ではそれぞれ Opt-E TD-FEM の直方体 FE ならびに不整形六面体 FE を用いた解析への適用性を検証した。結果として、Opt-E TD-FEM は使用する要素形状によらず同一の FE メッシュを使用した 4th-E TD-FEM より高精度な解析が可能であり、その広帯域の室内音響シミュレーションへの有効性が確認できた。また、非一様な FE からなるメッシュを使用する場合、要素ごとに最適化を行うことが有効なことを明らかにした。

第5章では、従来の陽的 TD-FEM の課題のうちの吸音境界の高精度化に着目し、第4章で構築した 4th-E TD-FEM ならびに Opt-E TD-FEM に周波数依存の吸音境界を組み込み、その定式化の妥当性と計算性能を検証した。

前半では、最も基本的な周波数依存の吸音境界である周波数依存のインピーダンス境界を扱うためのスキームを構築した。本スキームは ADE 法により周波数依存のインピーダンス境界条件式に伴う計算負荷の大きい畳み込みを補助微分方程式に置き換えることで効率的に処理している。また、境界面における精度と安定性を両立するため境界面を陰的に時間離散化しているが、境界面の自由度のみで構成される線形方程式に反復解法を局所的に適用することで効率的な計算を実現している。音響管問題と小立方体室の解析を通して定式化の妥当性を調査した。音響管問題では3種の吸音体を対象として陽的 TD-FEM により計算した各吸音体の吸音特性が伝達マトリクス法による理論解と良好に一致することを示した。小立方体室の解析では FD-FEM による数値解との比較を行い、構築した陽的 TD-FEM が複数の周波数依存吸音境界をもつ室内音場を適切にモデル化できることを明らかにした。また、境界面の線形方程式の求解に使用する反復法の収束判定値は精度と計算効率のバランスの観点から 10^{-4} に設定するのが有効であることを提示した。Opt-E TD-FEM の実用的な境界条件を考慮した広帯域の音響シミュレーションにおける計算性能ならびに有効な最適化の設定を明らかとするため、4つの最適化条件における Opt-E TD-FEM, 4th-E TD-FEM, 2種の陰的 TD-FEM (2nd-I TD-FEM, 4th-I TD-FEM) の性能を周波数依存の吸音境界を有する立方体室解析を通して比較した。結果として、空間解像度 $R = 6.25$ で最適化した Opt-E TD-FEM は 4th-I TD-FEM の 1.4 倍、2nd-I TD-FEM の 76.4 倍の計算速度のもと、4th-I TD-FEM と同程度の精度、2nd-I TD-FEM より高い精度で実用的な境界条件を想定した室内音響予測が可能なることを明らかにし、同手法が本質的なアルゴリズム面で著しく高い計算効率を達成することを提示した。

後半では、吸音特性の入射角依存性まで考慮できる手法として PM 吸音体を取り扱うための手法について検討し、既往研究 [64] で構築した従来の PM 吸音体を扱うための陽的 TD-FEM と比べて吸音モデル化精度と計算効率が向上した手法を新たに提案した。従来法における低い吸音モデル化精度が減衰項の時間離散化精度に由来すると仮定し、提案法では減衰項の時間離散化に2次精度の差分近似を適用した。また、演算負荷のホットスポットである連立一次方程式の求解部に関して、提案法では周波数依存インピーダンス境界の場合と同様に反復法の局所的な適用により計算効率化を図った。提案法の従来法に対する有効性を2種の数値実験により検証した。音響管を対象と実験を通して提案法は PM の種類によらず同一の FE メッシュを用いた従来法より高い精度で PM 吸音体の吸音特性をモデル化できることを示した。単一 PM 吸音体を天井に取り付けた小会議室を対象とした実験では、従来法は膜の物性値が小さい場合に解析精度が低下するのに対して提案法は膜の物性値によらず高い精度で音響解析可能なことを示した。また、従来法と比べて計算速度が 1.7-1.9 倍高速であり、提案法がより優れた計算速度を有することが確認できた。また、提案法は FD-FEM と比べると解析精度は若干低下するが 62-117 倍と著しく速い計算速度で解析可能であり、FD-FEM の代替手法としても十分に活用できる。

第6章では、本研究での課題のうち、DDMに基づく並列アルゴリズムによる大規模並列音響解析への適用とハイブリッド可聴化に基づく室内音響のバイノーラル可聴化への応用に取り組んだ。周波数依存吸音境界を考慮した Opt-E TD-FEM に DDM に基づく並列計算法を組み込み、スーパーコンピュータシステムとクラウド HPC 環境のそれぞれを用いて検討を行った。バイノーラル可聴化は FOA と HRTF に基づくハイブリッド法により実施し、FOA に必要な球面調和展開係数を FE の内挿関数の空間微分により算出する方法を新たに提案した。

スーパーコンピュータシステムを用いた検討では、2000 m³ 程度の複数の周波数依存吸音境界を有するオーディトリウムの 3 kHz までの周波数成分を含む 3 s 間のインパルス応答を 2 つの吸音条件のもと計算した。問題の自由度数は約 1 億 5 千万程度と非常に巨大であったが、512 コアを用いたハイブリッド並列により吸音条件によらず 9,000 s 程度で計算が実施でき、非常に高速であった。また、音場の可視化や 2 つの吸音条件間における RIR、減衰曲線、室内音響指標の比較を通してその実用的な室内音響設計ツールとしての可能性を示した。

クラウド HPC 環境を用いた検討では、まず、2 つの実大の建築音響問題を対象に 6144 コア使用時までのスケーラビリティを検証した。結果として、並列陽的 TD-FEM は 6144 コアを用いたプロセス並列により自由度数が 3 千 5 百万のオフィスモデル、ならびに、1 億の講義室モデル内の 6 kHz までの周波数成分を含む 1 s 間の RIR をそれぞれ 217 s、613 s と超高速に計算可能であった。また、主要演算部である時間進行スキーム計算部については並列ノード数の増加と共に計算時間がリニアに短縮される理想的なスケーラビリティを示し、並列 TD-FEM の室内音響設計ツールとしての優れた実用性を明らかにした。さらに、構築したバイノーラル可聴化法の妥当性ならびに有効性の検証として、2 種の吸音条件を設定したオーディトリウムを対象とした数値実験を実施した。ここでは、オーディトリウム内の 5 kHz までの周波数成分を含む RIR を並列陽的 TD-FEM を用いて解析し、FOA と HRTF に基づくバイノーラル可聴化を実施した。問題の自由度数は 7 億 5 千万と非常に巨大であったが、6144 コアを用いた大規模並列により 3 s 間のインパルス応答を 12,000 s 程度と非常に高速に計算でき、開発手法が巨大な建築空間内音場の高周波数域までの解析に十分活用できることが示された。吸音条件間での FOA 信号と受音点の指向性の比較により FOA 信号の計算法の妥当性を示した。また、室内音響指標の吸音条件間での比較により計算した RIR が音場の特徴を捕らえられていることを示し、さらに、BRIR を異なる受音点間で比較することで計算した BRIR が音源-受音点の位置関係を適切に反映することを示した。最後に、算出した BRIR ならびにそれにスピーチ音声を畳み込んだ音声の聴取を行い、バイノーラル可聴化による聴感的な印象と音場の物理的な特徴の対応を示し、提案するバイノーラル可聴化法の妥当性と有効性を明らかにした。

以上、本研究を通して従来の陽的 TD-FEM の課題を克服した新たな陽的 TD-FEM による実用的な室内音響解析手法を構築した。同手法によれば吸音材の周波数依存性を考慮した信頼性の高い吸音モデリングのもと、従来では困難とされていた任意形状の実大室の音場を数 kHz 帯域まで高精度かつ高速に解析できる。また、バイノーラル可聴化法によりシミュレートした音場を直感的に評価可能である。本研究の成果は室内音響設計技術の発展に大きく貢献すると考えられる。

7.2 今後の課題

今後の課題として、以下が挙げられる。

- 本研究を通して陽的 TD-FEM により周波数依存のインピーダンス境界と PM 吸音体の拡張作用境界が取り扱い可能となったが、建築音響で最も活用されるグラスウール等の多孔質吸音体材や共鳴器型吸音材の拡張作用境界モデルは整備されてなく、建築音響予測における適用性の向上のためにはこれらの吸音体を取り扱える方法の開発が望まれる。しかし、筆者はより頑強性に優れた陰的 TD-FEM を対象として等価流体に基づく多孔質材 [140] ならびに共鳴器型吸音材の 1 つである MPP の時間領域 FE モデル [141] を開発しており、これらを陽的 TD-FEM に応用することで各種吸音体の拡張作用モデルを取り扱える陽的 TD-FEM が構築できると考えられる。
- 開発手法は与えられた境界条件のもと室内音響を従来の波動音響解析手法より高効率にモデル化できる。しかし、室内音響の予測精度は境界条件への入力に大きく依存するため、高精度な室内音響モデルの作成のためには信頼性の高い吸音データベースの作成が必要である。同様に、吸音データの測定に伴う不確かさがシミュレーション結果に与える影響を検討することも信頼度の高い室内音響モデリングのための重要な課題である [142, 143]。
- 本論文で構築した陽的 TD-FEM は四辺形要素ならびに六面体要素を用いた場合に優れた計算効率を達成する。しかし、解析対象の形状が複雑となる場合、四辺形要素・六面体要素による FE メッシュ生成には膨大な労力が要求されるため、自動メッシュ生成技術の発展が著しい三角形ならびに四面体要素を取り扱える手法の開発は陽的 TD-FEM の使用性向上の観点で魅力的である。しかし、一般的に三角形・四面体要素を用いる場合、対角質量行列が 0 または負の値をとるため、安定的な計算ができない。この理由のため、書籍によっては FEM は陽的な定式化ができないと記されることもある [28]。しかし、気泡節点を付与した 7 節点三角形要素 [144] や 15 節点四面体要素 [145]、Partition of Unity に基づく 10 節点四面体要素 [146] といった安定的な対角質量行列を形成可能な要素が提案されており、これらに応用することで三角形・四面体要素を用いた陽的 TD-FEM による室内音響解析手法の構築が期待できる。
- 開発手法の音響 VR への応用は建築設計士といった非音響専門家達や学生の音環境の重要性の理解促進の観点で非常に有用である。また、VR アプリケーションへの応用により開発手法が建築工学以外の幅広い分野で活用されることが期待される。Unity, Unreal Engine といったゲーム開発環境には既に FOA 信号を用いて VR 空間で視聴覚体験が行える技術が整備されており、これらと統合した音響 VR シミュレーションシステムの構築ならびに VR コンテンツの作成は今後の課題である。
- 本研究では開発手法の精度検証として理論解や十分な解像度のメッシュを用いた FEM による参照解との比較しか行っておらず、実在の建築の音響測定結果との比較は行われていない。

特に、周波数依存の吸音境界を考慮した TD-FEM の実測との比較の実施例はなく、開発手法の実測結果との比較は開発手法の適用範囲や更なる課題を明らかとするために重要である。

- 開発手法は線形要素を用いた FD-FEM のコードから高次の FEM などと比べると容易に実装できるが、吸音境界や並列計算の取り扱い部分などは複雑である。従って、開発手法の室内音響設計支援への応用を促進のためには、研究成果に基づくユーザーインターフェースの整備されたオープンソースソフトウェアの開発は重要である。

参考文献

- [1] 橘秀樹, 石井聖光, “音響模型実験における相似則と実験手法,” 日本音響学会誌, 32(10), 621–630, 1976.
- [2] 日本建築学会編, “音環境の数値シミュレーション—波動音響解析の技法と応用—(第2版),” 丸善出版株式会社, 2021.
- [3] M. Vorländer, “Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality,” Springer Science & Business Media: Berlin/Heidelberg, Germany, 2007.
- [4] J. C. Allred, A. Newhouse, “Application of the Monte Carlo method to architectural acoustics,” J. Acoust. Soc. Am., 30(1), 1–3, 1958.
- [5] A. Krokstad, S. Strom, S. Sørsdal, “Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique,” J. Sound Vib., 8(1), 118–125, 1968.
- [6] L. Savioja, U. P. Svensson, “Overview of geometrical room acoustic modeling techniques,” J. Acoust. Soc. Am., 138, 708–730, 2015.
- [7] J. H. Rindel, G. B. Nielsen, C. L. Christensen, “Diffraction around corners and over wide barriers in room acoustic simulations,” Proc. of 16th ICSV, Kraków, 2009.
- [8] J. H. Rindel, “Computer simulation techniques for acoustical design of rooms,” Acoust. Aust., 23(3), 81–86, 1995.
- [9] A. Nakajima, K. Ueno, T. Yokota, S. Sakamoto, H. Tachibana, “Study on sound transmission between open-type classrooms by numerical analysis,” Acoust. Sci. Technol., 26(6), 537–539, 2005.
- [10] S. Sakamoto, H. Nagatomo, A. Ushiyama, H. Tachibana, “Calculation of impulse responses and acoustic parameters in a hall by the finite-difference time-domain method,” Acoust. Sci. Technol., 29(4), 256–265, 2008.
- [11] 星和磨, 羽入敏樹, 小山由美, “カウンターに設置された衝立による遮音効果に関する検討,” 日本建築学会技術報告集, 19(41), 185–190, 2013.

- [12] S. Sakamoto, “Phase-error analysis of high-order finite difference time-domain scheme and its influence on calculation results of impulse response in closed sound field,” *Acoust. Sci. Technol.*, 28(5), 295–309, 2007.
- [13] K. Kowalczyk, M. Van Walstijn, “Room Acoustics Simulation Using 3-D Compact Explicit FDTD Schemes,” *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 19(1), 34–46, 2010.
- [14] B. Hamilton, S. Bilbao, “FDTD Methods for 3-D Room Acoustics Simulation with High-Order Accuracy in Space and Time,” *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 25(11), 2112–2124, 2017.
- [15] S. Bilbao, “Modeling of Complex Geometries and Boundary Conditions in Finite Difference/Finite Volume Time Domain Room Acoustics Simulation,” *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 21(7), 1524–1533, 2013.
- [16] B. Hamilton, “Finite Difference and Finite Volume Methods for Wave-based Modeling of Room Acoustics,” PhD thesis, The University of Edinburgh, 2016.
- [17] 太刀岡勇気, 安田洋介, 佐久間哲哉, “CIP 法による音場解析,” 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2007-28, 2007.
- [18] M. Hornikx, T. Krijnen, L. van Harten, “openPSTD: The open source pseudospectral time-domain method for acoustic propagation,” *Comput. Phys. Commun.*, 203, 298–308, 2016.
- [19] N. Raghuvanshi, R. Narain, M. C. Lin, “Efficient and Accurate Sound Propagation Using Adaptive Rectangular Decomposition,” *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.*, 15(5), 789–801, 2009.
- [20] N. M. Newmark, “A method of computation for structural dynamics,” *J. Engr. Mech. Div.*, 85, 67–94 1959.
- [21] L. L. Thompson, “A review of finite-element methods for time-harmonic acoustics,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 119, 1315–1330, 2006.
- [22] T. J. R. Hughes, “The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis,” Dover, New York, 2000.
- [23] T. Otsuru, R. Tomiku, “Basic characteristics and accuracy of acoustic element using spline function in finite element sound field analysis,” *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)*, 87–96, 21(2), 2000.
- [24] T. Okuzono, T. Otsuru, R. Tomiku, N. Okamoto, “A finite element method using dispersion reduced spline elements for room acoustics simulation,” *Appl. Acoust.*, 79, 1–8, 2014.

- [25] S. Marburg, B. Nolte, “Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids – Finite and Boundary Element methods,” Springer-Verlag, Heidelberg, 2010.
- [26] F. Ihlenburg, “Finite Element Analysis of Acoustic Scattering,” Springer-Verlag, Heidelberg, 1998.
- [27] G. Cohen and S. Pernet, “Finite Element and Discontinuous Galerkin Methods for Transient Wave equations,” Springer Science+Business Media, Heidelberg, 2017.
- [28] J. S. Hesthaven, T. Warburton, “Nodal Discontinuous Galerkin Methods–Algorithms, Analysis, and Applications,” Springer, New York, 2008.
- [29] T. Otsuru, N. Okamoto, T. Okuzono, T. Sueyoshi, “Applications of large-scale finite element sound field analysis onto room acoustics,” Proc. 19th ICA, Madrid, 2007.
- [30] T. Otsuru, T. Okuzono, R. Tomiku, N. Okamoto, T. Imai, “Large-scale Finite Element Sound Field Analysis of Rooms with Ensemble Averaged Impedance and 3D Laser Scanner Modeling,” Proc. 10th WESPAC, Beijing, 2009.
- [31] T. Okuzono, T. Otsuru, R. Tomiku, N. Okamoto, “Fundamental accuracy of time domain finite element method for sound-field analysis of rooms,” Appl. Acoust., 71(10), 940–946, 2010.
- [32] T. Okuzono, T. Otsuru, R. Tomiku, N. Okamoto, “Application of modified integration rule to time-domain finite-element acoustic simulation of rooms,” J. Acoust. Soc. Am., 132, 804–813, 2012.
- [33] M. N. Guddati, B. Yue, “Modified integration rules for reducing dispersion error in finite element methods,” Comput. Methods in Appl. Mech. Eng., 193, 275–287, 2004.
- [34] B. Yue, M. N. Guddati, “Dispersion-reducing finite elements for transient acoustics,” J. Acoust. Soc. Am., 118(4), 2132–2141, 2005.
- [35] T. Okuzono, K. Sakagami, T. Otsuru, “Dispersion-reduced time domain FEM for room acoustics simulation,” Proc. 23rd ICA, Aachen, 763–770, 2019.
- [36] T. Okuzono, N. Shimizu, K. Sakagami, “Predicting absorption characteristics of single-leaf permeable membrane absorbers using finite element method in a time domain,” Appl. Acoust., 151, 172–182, 2019.
- [37] J. Z. Zhu, “The finite element method: Its basis and fundamentals,” Seventh ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2013.

- [38] T. Okuzono, T. Otsuru, K. Sakagami, “Applicability of an explicit time-domain finite-element method on room acoustics simulation,” *Acoust. Sci. Technol.*, 36(4), 377–380, 2015.
- [39] T. Okuzono, T. Yoshida, K. Sakagami, T. Otsuru, “An explicit time-domain finite element method for room acoustics simulations: Comparison of the performance with implicit methods,” *Appl. Acoust.*, 104, 76–84, 2016.
- [40] T. Yoshida, T. Okuzono K. Sakagami, “Numerically stable explicit time-domain finite element method for room acoustics simulation using an equivalent impedance model,” *Noise Control Engr. J.*, 66(3), 176–189, 2018.
- [41] 吉田卓彌, 奥園健, 阪上公博, “長方形要素を用いた陽的時間領域有限要素法による室内音場解析のための修正積分則,” *日本音響学会誌*, 72(7), 367–373, 2016.
- [42] A. Craggs, “A finite element model for rigid porous absorbing materials,” *J. Sound Vib.*, 61(1), 101–111, 1978.
- [43] A. Craggs, “Coupling of finite element acoustic absorption models,” *J. Sound Vib.*, 66(4), 605–613, 1979.
- [44] V. Easwaran, M. L. Munjal, “Finite Element Analysis of Wedges Used in Anechoic Chambers,” *J. Sound Vib.*, 160(2), 333–350, 1993.
- [45] U. R. Kristiansen, T. E. Vigran, “On the design of resonant absorbers using a slotted plate,” *Appl. Acoust.*, 43(1), 39–48, 1994.
- [46] W. H. Chen, F. C. Lee, D-M. Chiang, “On the acoustic absorption of porous materials with different surface shapes and perforated plates,” *J. Sound Vib.*, 237(2), 337–355, 2000.
- [47] T. Sakuma, T. Iwase, M. Yasuoka, “Prediction of sound fields in rooms with membrane materials –development of a limp membrane element in acoustical FEM analysis and its application–,” *J. Archit. Plann. (Transactions of AIJ)*, 63(505), 1–8, 1998.
- [48] R. Tomiku, T. Otsuru, “Sound fields analysis in an irregular-shaped reverberation room by finite element method,” *J. Archit. Plann. (Transactions of AIJ)*, 67(551), 9–15, 2002.
- [49] M. Aretz, M. Vorländer, “Efficient modelling of absorbing boundaries in room acoustic FE simulations,” *Acta Acust. United Acust.*, 96(6), 1042–1050, 2010.
- [50] T. Okuzono, K. Sakagami, “Dispersion error reduction of absorption finite elements based on equivalent fluid model,” *Acoust. Sci. Technol.*, 39(5), 362–365, 2018.

- [51] T. Okuzono, K. Sakagami, “A finite-element formulation for room acoustics simulation with microperforated panel sound absorbing structures: Verification with electro-acoustical equivalent circuit theory and wave theory,” *Appl. Acoust.*, 95, 20–26, 2015.
- [52] T. Okuzono, K. Sakagami, “A frequency domain finite element solver for acoustic simulations of 3D rooms with microperforated panel absorbers,” *Appl. Acoust.*, 129, 1–12, 2018.
- [53] 千葉修, 柏達也, 霜田英麿, 鏡慎, 深井一郎, “リープフロッグアルゴリズムに基づく時間依存差分法による3次元音場解析,” *日本音響学会誌*, 49(8), 551–562, 1993.
- [54] B. Hamilton, C. J. Webb, N. Fletcher, S. Bilbao, “Finite difference room acoustics simulation with general impedance boundaries and viscothermal losses in air: Parallel implementation on multiple GPUs,” *Proc. ISMRA 2016, La Plata*, 2016.
- [55] J. Escolano, F. Jacobsen, J. J. López, “An efficient realization of frequency dependent boundary conditions in an acoustic finite-difference time-domain model,” *J. Sound Vib.*, 316, 234–247, 2008.
- [56] K. Kowalczyk, M. van Walstijn, “Modeling Frequency-Dependent Boundaries as Digital Impedance Filters in FDTD and K-DWM Room Acoustics Simulations,” *J. Audio Eng. Soc.*, 56(7/8), 569–583, 2008.
- [57] Y. Tachioka, “Boundary condition for finite-difference time-domain method using digital filters and efficient design of filter coefficients using equivalent mechanical system,” *Acoust. Sci. Technol.*, 33(5), 329–331, 2012.
- [58] H. Jeong, Y. W. Lam, “FDTD modelling of frequency dependent boundary conditions for room acoustics,” *Proc. 20th ICA, Sydney*, 2010.
- [59] H. Suzuki, A. Omoto, K. Fujiwara, “Treatment of boundary conditions by finite difference time domain method,” *Acoust. Sci. Technol.*, 28(1), 16–26, 2007.
- [60] C. Zwikker, C. W. Kosten, “*Sound Absorbing Materials*,” Elsevier: New York, 1949.
- [61] K. Wilson, “Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure,” *J. Acoust. Soc. Am.* 94(2), 1136–1145, 1993.
- [62] D. Dagna, P. Pineau, P. Blanc-Benon, “A generalized recursive convolution method for time-domain propagation in porous media,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 138, 1030–1042, 2015.
- [63] J. Zhao, M. Bao, X. Wang, H. Lee, S. Sakamoto, “An equivalent fluid model based finite-difference time-domain algorithm for sound propagation in porous material with rigid frame,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 143, 130–138, 2018.

- [64] T. Yoshida, T. Okuzono K. Sakagami, “ A THREE-DIMENSIONAL TIME-DOMAIN FINITE ELEMENT METHOD BASED ON FIRST-ORDER ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR TREATING PERMEABLE MEMBRANE ABSORBERS,” Proc. 25th ICSV, Hiroshima, 2018.
- [65] J. Von Neumann, R. D. Richtmeyer, “ A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks,” J. Appl. Phys., 21, 232–237, 1950.
- [66] AWS ParallelCluster. Available online: <https://aws.amazon.com/hpc/parallelcluster/> (accessed on 11 December 2021).
- [67] Azure High-Performance Computing. Available online: <https://azure.microsoft.com/en-us/solutions/high-performance-computing/> (accessed on 11 December, 2021).
- [68] High Performance Computing. Available online: <https://cloud.google.com/solutions/hpc> (accessed on 11 December 2021).
- [69] H. Azad, G. W. Siebein, R. Ketabi, “ A Study of Diffusivity in Concert Halls Using Large Scale Acoustic Wave-Based Modeling and Simulation,” Proc. 47th Inter-Noise, Chicago, 2018.
- [70] N. Morales, R. Mehra, D. Manocha, “ A parallel time-domain wave simulator based on rectangular decomposition for distributed memory architectures,” Appl. Acoust., 97, 104–114, 2015.
- [71] N. Morales, V. Chavda, R. Mehra, D. Manocha, “ MPARD: A high-frequency wave-based acoustic solver for very large compute clusters,” Appl. Acoust., 121, 82–94, 2017.
- [72] T. Okuzono, T. Otsuru, T. Tomiku, N. Okamoto, T. Minokuchi, “Speedup of time domain finite element sound field analysis of rooms,” Proc. 37th Inter-Noise, Shanghai, 2008.
- [73] T. Yokota, S. Sakamoto, H. Tachibana, “Sound field simulation method by combining finite difference time domain calculation and multi-channel reproduction technique,” Acoust. Sci. Technol., 25(1), 15–23, 2004.
- [74] 横田 考俊, 坂本 慎一, 橘 秀樹, 石井 聖光, “ FDTD 法による鳴き竜現象の数値解析と可聴化,” 日本建築学会環境系論文集, 73(629), 849–856, 2008.
- [75] 前川純一, 森本政之, 阪上公博, “ 建築・環境音響学 (第 3 版),” 共立出版, 2011.
- [76] A. J. Berkhout, D. de Vries, P. Vogel, “ Acoustic control by wave field synthesis,” Acta Acust. United Acust., 93(5), 2764–2778, 1993.

- [77] S. Ise, “A principle of sound field control based on the Kirchhoff-Helmholtz integral equation and the theory of inverse systems,” *Acta Acust. United Acust.*, 85(1), 78–87, 1999.
- [78] M. A. Gerzon, “Periphony: With-Height Sound Reproduction,” *J. Audio Eng. Soc.*, 21, 2–10, 1972.
- [79] J. Daniel, S. Moreau, R. Nicol, “Further Investigations of High-Order Ambisonics and Wavefield Synthesis for Holophonic Sound Imaging,” *Proc. 114th AES*, Amsterdam, 2003.
- [80] S. Yokoyama, K. Ueno, S. Sakamoto, H. Tachibana, “6-channel recording/reproduction system for 3-dimensional auralization of sound fields,” *Acoust. Sci. Technol.*, 23(2), 97–103, 2004.
- [81] T. McKenzie, D. T. Murphy, G. Kearney, “Interaural Level Difference Optimization of Binaural Ambisonic Rendering,” *Appl. Sci.*, 9(6), 1226, 2019.
- [82] M. Otani, H. Shigetani, M. Mitsuishi, R. Matsuda, “Binaural Ambisonics: Its optimization and applications for auralization,” *Acoust. Sci. Technol.*, 41(1), 142–150, 2020.
- [83] H. S. Llopis, F. Pind, C.-H. Jeong, “Development of an auditory virtual reality system based on pre-computed B-format impulse responses for building design evaluation,” *Build. Environ.*, 169, 106553, 2020.
- [84] R. Doggett, E. J. Sander, J. Birt, James, M. Ottley, O. Baumann, “Using Virtual Reality to Evaluate the Impact of Room Acoustics on Cognitive Performance and Well-Being,” *Front. Virtual Real.*, 2, 2021.
- [85] J. F. Allard, N. Atalla, “Acoustic impedance at normal incidence of fluids. Substitution of a fluid layer for a porous layer. In *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials*,” 2nd ed.; John Wiley & Sons: Chichester, 2009; pp. 15–27.
- [86] 日本建築学会編, “室内音場予測手法—理論と応用—,” 丸善出版株式会社, 2001.
- [87] J. F. Allard, N. Atalla, “Sound propagation in porous materials having a rigid frame. In *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials*,” 2nd ed.; John Wiley & Sons: Chichester, 2009; pp. 73–109.
- [88] J. F. Allard, N. Atalla, “Biot theory of sound propagation in porous materials having an elastic frame. In *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials*,” 2nd ed.; John Wiley & Sons: Chichester, 2009; pp. 111–135.
- [89] 加藤大輔, “多孔質材料内伝搬音の粘性減衰と熱伝導減衰に関する波動論的考察,” *日本音響学会誌*, 72(7), 374–382, 2016.

- [90] Y. Miki, “Acoustical properties of porous materials-Modification of Delany-Bazley models,” *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)*, 11(1), 19–24, 1990.
- [91] K. U. Ingard, “Notes on sound absorption technology,” Noise Control Foundation, 1994.
- [92] K. Uenishi, T. Okuzono, K. Sakagami, “Finite element analysis of absorption characteristics of permeable membrane absorbers array,” *Acoust. Sci. Technol.*, 38(6), 322–325, 2017.
- [93] T. Okuzono, K. Uenishi, K. Sakagami, “Experimental comparison of absorption characteristics of single-leaf permeable membrane absorbers with different backing air cavity designs,” *Noise Control Engr. J.*, 68(3), 237–245, 2020.
- [94] K. Sakagami, “An experimental study on the absorption characteristics of a three-dimensional permeable membrane space sound absorber,” *Noise Control Engr. J.*, 63(3), 300-307, 2015.
- [95] K. Sakagami, T. Okuzono, Y. Somatomo, K. Funahashi, M. Toyoda, “A Basic Study on a Rectangular Plane Space Sound Absorber Using Permeable Membranes,” *Sustainability*, 11(7), 2185, 2019.
- [96] M. Toyoda, K. Funahashi, T. Okuzono, K. Sakagami, “Predicted Absorption Performance of Cylindrical and Rectangular Permeable Membrane Space Sound Absorbers Using the Three-Dimensional Boundary Element Method,” *Sustainability*, 11(9), 2714, 2019.
- [97] K. Sakagami, T. Okuzono, H. Suzuki, N. Koyanagi, M. Toyoda, “Application of Paper Folding Technique to Three-Dimensional Space Sound Absorber with Permeable Membrane: Case Studies of Trial Productions,” *Int. J. Acoust. Vib.*, 25(2), 243–247 2020.
- [98] 矢入幹記, 阪上公博, “微細穿孔板の吸音特性,” *日本音響学会誌*, 63(2), 76–82, 2007.
- [99] K. Sakagami, M. Yairi, M. Toyoda, “Multiple-leaf sound absorbers with microperforated panels: An overview,” *Acoust. Aust.*, 38(2), 76–81, 2010.
- [100] K. Sakagami, Y. Fukutani, M. Yairi, M. Morimoto, “A theoretical study on the effect of a permeable membrane in the air cavity of a double-leaf microperforated panel space sound absorber,” *Appl. Acoust.*, 79, 104–109, 2014.
- [101] M. Toyoda, K. Sakagami, M. Okano, T. Okuzono, E. Toyoda, “Improved sound absorption performance of three-dimensional MPP space sound absorbers by filling with porous materials,” *Appl. Acoust.*, 116, 311–316, 2014.
- [102] K. Sakagami, I. Yamashita, M. Yairi, M. Morimoto, “Sound absorption characteristics of a honeycomb-backed microperforated panel absorber: Revised theory and experimental validation,” *Noise Control Engr. J.*, 58(2), 157–162, 2010.

- [103] M. Yairi, K. Sakagami, K. Takebayashi, M. Morimoto, “Excess sound absorption at normal incidence by two microperforated panel absorbers with different impedance,” *Acoust. Sci. Technol.*, 32(5), 194–200, 2011.
- [104] M. Kusaka, K. Sakagami, T. Okuzono, S. Kido, D. Yamaguchi, “Three-dimensional MPP space absorbers: An overview of the project and recent development,” *Proc. 49th Inter-Noise*, Seoul, 2020.
- [105] K. Sakagami, M. Kusaka, T. Okuzono, S. Kido, D. Yamaguchi, “Diffuse-field sound absorption characteristics of a spherical-microperforated space absorber,” *Acoust. Sci. Technol.*, 41(5), 784–787, 2020.
- [106] M. Kusaka, K. Sakagami, T. Okuzono, “A Basic Study on the Absorption Properties and Their Prediction of Heterogeneous Micro-Perforated Panels: A Case Study of Micro-Perforated Panels with Heterogeneous Hole Size and Perforation Ratio,” *Acoustics*, 3(3), 473–484, 2021.
- [107] H. P. Lee, S. Kumar, J. W. Aow “Proof-of-Concept Design for MPP Acoustic Absorbers with Elements of Art,” *Designs*, 5(4), 72, 2021.
- [108] K. Sakagami, M. Kusaka, T. Okuzono, “A Basic Study on the Design of Dotted-Art Heterogeneous MPP Sound Absorbers,” *Acoustics*, 4(3), 588–608, 2022.
- [109] D.-M. Maa, “Microperforated-panel wideband absorbers,” *Noise Control. Eng. J.* 29(3), 77–84, 1987.
- [110] K. Sakagami, M. Toyoda, M. Yairi, “A note on the effect of vibration of a microperforated panel on its sound absorption characteristics,” *Acoust. Sci. Technol.*, 26(2), 204–207, 2005.
- [111] S. Duczeka, H. Gravenkamp, “Mass lumping techniques in the spectral element method: On the equivalence of the row-sum, nodal quadrature, and diagonal scaling methods,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 353(15), 516–569, 2019.
- [112] A. London, “The determination of reverberant sound absorption coefficients from acoustic impedance measurements,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 22(2), 263–269, 1950.
- [113] P. O. J. Scherer, “Computational Physics: Simulation of classical and Quantum Systems,” Springer Nature, Heidelberg, 2017.
- [114] 加藤大輔, “音響管計測の原理と計測量,” *日本音響学会誌*, 68(9), 463–468, 2012.
- [115] B. Gustavsen, A. Semlyen, “Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, 14, 1052–1061, 1999.

- [116] B. Gustavsen, “Fast passivity enforcement for pole-residue models by perturbation of residue matrix eigenvalues,” *IEEE Trans. Power Deliv.* 23(4), 2278–2285, 2008.
- [117] T. Yoshida, T. Okuzono, K. Sakagami, “Locally implicit time-domain finite element method for sound field analysis including permeable membrane sound absorbers,” *Acoust. Sci. Technol.* 41(4), 689–692, 2020.
- [118] Y. Saad, “Krylov subspace methods, Part I. In *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*,” 2nd ed., SIAM, Philadelphia, 2003; pp. 151–216.
- [119] ISO. *10534-2:1998. Acoustics—Determination of Sound Absorption Coefficient and Impedance in Impedance Tubes—Part 2: Transfer-Function Method*; International Organization for Standardization: Geneva, Switzerland, 1998.
- [120] 日本工業規格, “音響管による吸音率及びインピーダンスの測定—第2部: 伝達関数法,” 1-34, 2007.
- [121] T. Okuzono, T. Yoshida, K. Sakagami, “Efficiency of room acoustic simulations with time-domain FEM including frequency-dependent absorbing boundary conditions: Comparison with frequency-domain FEM,” *Appl. Acoust.*, 182, 108212, 2021.
- [122] ITA-Toolbox. Open source MATLAB toolbox for acoustics developed by the Institute of Technical Acoustics of the RWTH Aachen University, Neustrasse 50, 52056, Aachen, Germany. In *Proceedings of the DAGA 2017*, Kiel, Germany, 6–9 March 2017.
- [123] Y. Yasuda, A. Ushiyama, S. Sakamoto, H. Tachibana, “Experimental and numerical studies on reverberation characteristics in a rectangular room with unevenly distributed absorbers,” *Acoust. Sci. Technol.*, 27(6), 366-374, 2006.
- [124] ISO. *3382-1:2009 Acoustics—Measurement of Room Acoustic Parameters—Part 1: Performance Spaces*; International Organization for Standardization: Geneva, Switzerland, 2009.
- [125] J.S. Bradley, R. Reich, S. G. Norcross, “A just noticeable difference in C_{50} for speech,” *Appl. Acoust.* 58(2), 99-108, 1999.
- [126] G. Karypis, V. Kumar, “A Fast and Highly Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs,” *SIAM J. Sci. Comput.*, 20(1), 359–392, 1999.
- [127] J. Merimaa, V. Pulkki, “Sound propagation and energy relations in churches,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(1), 232–248, 2005.

- [128] C. Ettore, M. Francesco, “Spatial impulse response rendering I: Analysis and synthesis,” *J. Audio Eng. Soc.*, 53(12), 1115–1127, 2005.
- [129] R. Shimokura, Y. Soeta, “Sound field characteristics of underground railway stations – Effect of interior materials and noise source position,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 73(11), 1150–1158, 2012.
- [130] T. Yoshida, Y. Ueda, N. Mori, Y. Matano, “An Experimental Study of the Performance of a Crossed Rib Diffuser in Room Acoustic Control,” *Appl. Sci.*, 11(9), 3781, 2021.
- [131] M. Gorzel, A. Allen, I. Kelly, A. Gungormusler, J. Kammerl, H. Yeh, F. Boland, “Efficient encoding and decoding of binaural sound with resonance audio,” *Proce. AES Conference on Immersive and Interactive Audio*, York, 2019.
- [132] L. McCormack, A. Politis, “SPARTA & COMPASS: Real-Time Implementations of Linear and Parametric Spatial Audio Reproduction and Processing Methods,” *Proce. AES Conference on Immersive and Interactive Audio*, York, 2019.
- [133] 日本音響学会編, “音場再現,” コロナ社, 2014.
- [134] J. Sheaffer, M. van Walstijn, B. Rafaely, K. Kowalczyk, “Binaural Reproduction of Finite Difference Simulations Using Spherical Array Processing,” *IEEE/ACM Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 23(12), 2125–2135, 2015.
- [135] S. Bilbao, A. Politis, B. Hamilton, “Local Time-Domain Spherical Harmonic Spatial Encoding for Wave-Based Acoustic Simulation,” *IEEE Signal Process. Lett.*, 26(4), 617–621, 2019.
- [136] A. Politis, “Microphone array processing for parametric spatial audio techniques,” *Doctoral thesis*, School of Electrical Engineering Aalto University, 2016.
- [137] B. Hamilton, S. Bilbao, “Time-domain modeling of wave-based room acoustics including viscothermal and relaxation effects in air,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 1(9), 130–138, 2021.
- [138] J. M. Kates, E. J. Brandewie, “Adding air absorption to simulated room acoustic models,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 148(5), 408–413, 2020.
- [139] Odeon Room Acoustics Software. Available online: <https://odeon.dk/> (accessed on 4 January 2023).
- [140] T. Yoshida, T. Okuzono, K. Sakagami, “Time-domain finite element formulation of porous sound absorbers based on an equivalent fluid model,” *Acoust. Sci. Technol.*, 41(6), 837–840, 2020.

- [141] 吉田卓彌, 奥園健, 阪上公博, “音響材料の波動性を考慮した時間領域 FEM による 3 次元音響解析 – その 2 微細穿孔板の拡張作用モデル –, ” 音響学会季講春演論文集, 925-926, 2021.
- [142] M. Vorländer, “Computer simulations in room acoustics: Concepts and uncertainties,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 133(3), 1203–1213, 2013.
- [143] T. Thydal, F. Pind, C.-H. Jeong, A. P. Engsig-Karup, “Experimental validation and uncertainty quantification in wave-based computational room acoustics,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 178, 107939, 2021.
- [144] G. Cohen, P. Joly, J. E. Roberts, J. E., N. Tordjman, “Higher Order Triangular Finite Elements with Mass Lumping for the Wave Equation,” *SIAM J. Numer. Anal.*, 38(6), 2047–2078, 2001.
- [145] K. T. Danielson, “Fifteen node tetrahedral elements for explicit methods in nonlinear solid dynamics,” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 272, 160–180, 2014.
- [146] G. Zhang, Y. Yang, G. Sun, H. Zheng, “A mass lumping scheme for the 10-node tetrahedral element,” *Eng. Anal. Bound. Elem.*, 106, 190–200, 2019.

謝 辞

本研究は筆者が神戸大学大学院工学研究科博士課程後期課程在籍時に工学研究科建築学専攻の阪上・奥園研究室において行った研究をまとめたものです。阪上公博教授には研究の進め方、査読対応や学術雑誌の編集者との交流法など研究者として自立していくために必要な広範な知識をご教授頂きました。また、建築音響の基礎をご指導頂きました。たまにお聞かせ頂いた吸音材に関する様々な話題はとても刺激的で先生の知識の広範さに感服し、身が引き締まりました。たくさんのご指導頂いたことを深く感謝申し上げます。

奥園健助教には、本研究で対象とした有限要素法による音響解析の基礎のご教授に始まり、私の研究者としての礎の大半を構成する多くのことをご教授頂きました。また、先生とは非常に多くの議論を交わさせて頂きました。私にとって先生との議論は最も楽しい研究発表の場であり、先生からのコメントを受け自分の至らない点に気づかされることもあれば、自分の考えに自信をもてることもありました。研究面以外にも進路に関して親身になってご助言頂きました。心より感謝申し上げます。

神戸大学大学院佐藤逸人准教授には学部生、博士前期の時のゼミ等で貴重なご意見、ご質問を頂きました。また、音響心理の基礎についてご講義頂きました。ここに感謝の意を表します。関西大学豊田政弘教授ならびに神奈川大学安田洋介教授には学会で多くの貴重なご意見を頂きました。また、研究会等では激励のお言葉を頂きました。感謝申し上げます。前橋工科大学の井上尚久講師には有限要素法の理論に関して多くの議論を交わさせて頂きました。特にPMLの理論については懇切丁寧にご教授頂き大いに救われました。深く感謝いたします。

ICA2019ならびにISRA2019では世界中の様々な方と議論を交わさせて頂き、普段では得られない貴重な刺激を多く受けました。ご議論頂いた皆様に深く感謝申し上げます。

株式会社安藤・間技術研究所所長の弘末文紀様には私の博士課程への進学を奨励頂き、社内審査では強い後ろ盾となって頂きました。また、同社技術研究所建築研究部長の境茂樹様ならびに田中靖彦様には博士課程の取り組みをご推奨頂き、多くのご助言を賜りました。ここに感謝申し上げます。同社技術研究所建築研究部快適性グループの皆様には在社中大変お世話になりました。特に、野本利英様と吉原恵子様には公私ともにご支援頂きました。深く感謝いたします。

幼少期より勉学の機会を与えてくれ、暖かく見守って下さいました両親に心より感謝いたします。

最後に、何よりの励みとなった妻と娘に感謝の意を表します。

神戸大学博士論文「室内音響設計支援のための陽的時間領域有限要素法による実用的な
波動音響解析手法の開発」全166頁

提出日 2023年1月17日

本博士論文が神戸大学機関リポジトリ Kernel にて掲載される場合、掲載登録日（公開
日）はリポジトリの該当 ページ上に掲載されます。 © 吉田 卓彌

本論文の内容の一部あるいは全部を無断で複製・転載・翻訳することを禁じます。
