



需要ショックと供給ショックについて：AD-AS モデルの状態空間分析

春山，鉄源

(Citation)

国民経済雑誌, 227(5):15-28

(Issue Date)

2023-09-10

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/0100483202>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/0100483202>



国民経済雑誌

THE
KOKUMIN-KEIZAI ZASSHI
(JOURNAL OF ECONOMICS & BUSINESS ADMINISTRATION)

需要ショックと供給ショックについて：
AD-AS モデルの状態空間分析

春 山 鉄 源

国民経済雑誌 第227巻 第5号 抜刷

2023年9月

神戸大学経済経営学会

需要ショックと供給ショックについて： AD-AS モデルの状態空間分析

春 山 鉄 源^a

AD-AS モデルに基づき定量的マクロ経済分析をおこない、GDPの変動における需要ショックと供給ショックの相対的な寄与度について検討する。AD-AS モデルを状態空間モデルとして捉え直し、最尤推定法とベイズ推定法を使いパラメーターを推定する。推定値に基づく確率的シミュレーションではデータの特徴をある程度再現できることを示す。予測誤差分散分解をおこない、GDPの変動の約70%近くが需要ショックに起因し、残りの約30%が供給ショックによるものであることが明らかになった。

キーワード 需要ショック，供給ショック，AD-AS 状態空間モデル，
ベイズ推定

1 はじめに

経済で発生するショックには様々なものがあるが、全てがGDPの変動に直結している訳ではない。個々の消費者や企業に対してのショックは、無相関であれば大数の法則により景気循環の大きな要因にはならないだろう。¹⁾しかしコロナ・ショックや災害などのように消費者・企業が受けるショックが同じ、もしくは相関度が高ければ、GDPの変動として現れることになる。このようなマクロ的なショックは、大別して需要ショックと供給ショックの2つに分けることができる。2つのショックはGDPや物価水準に異なる影響を及ぼすと考えられるため、景気対策には異なる政策が必要となる。では、過去に遡ると需要ショックと供給ショックのどちらがGDPの変動により大きく寄与したのだろうか。本論文の目的は、この問題を検討することである。

標準的なAD-ASモデルを分析に使うが、多くの既存研究とは異なる解釈に基づき議論を進める。教科書的なAD-ASモデルでは産出量と価格水準の2変数が内生変数となり、実証研究ではそれらの変化率として解釈し直す場合が多い。その場合の利点としては、永続的な

a 神戸大学大学院経済学研究科, haruyama@econ.kobe-u.ac.jp

ショックと一時的なショックを区別し、それらのインパクトを同時に分析できることである。対照的に、本稿ではAD-ASモデルの2変数をそれぞれのトレンドからの乖離率として解釈する。これにより、永続的なショックは除去され一時的なショックのみが残ることになり、その場合の需要ショックと供給ショックのGDP変動への相対的な寄与度を求める。永続的なショックがGDPの変動に影響しないということを主張しているのではなく、一時的なショックに限ると、どちらのショックがより重要かを検討しようというのが本論文の主旨である。²⁾

分析には1980年から2021年の日本の実質GDPとGDPデフレーターの一四半期データを使う。簡便的ではあるがHodrick-Prescottフィルターを使い、それぞれのトレンドからの乖離率を求める。³⁾ 推定方法としては、教科書的なAD-ASモデルを状態空間モデルとして捉え直し、まず最尤推定法でパラメーターを計算する。またマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)によるベイズ推定も試みる。更に、求められた推定値を使い確率的シミュレーションをおこない、データの再現性を確認し、予測誤差分散分解とヒストリカル分解に基づき各ショックの寄与度を求める。⁴⁾

結果を簡単に説明する。パラメーターの推定値は最尤推定とベイズ推定(平均, 中央値, 最頻値)ともに非常に近い値となる。また100万回のシミュレーションではデータの標準偏差と自己相関係数を概ね再現できている。予測誤差分散分解によると、GDPのトレンドからの乖離の約64%~70%が需要ショックにより発生し、残りの割合が供給ショックに起因することが明らかになった。

次に、簡単に関連する文献について触れる。需要・供給ショックの相対的な寄与度はベクトル自己回帰モデル(VAR)で検討される場合が多い。先駆的な研究はBlanchard and Quah (1989)であり、米国の一四半期データを使って、需要ショックは永続的なインパクトはないという識別制約の下、需要ショックの貢献度を求めている。結果の幅は広く、一四半期先の予測誤差の場合は99.3%、40四半期先の場合は50.4%になるという結果を報告している。需要ショックの重要性を引き立たせる結果であるが、Lippi and Reichlin (1993)は同じデータを使い需要ショックの寄与度はより小さいと主張している。より最近の米国のデータを使った研究にCover, Enders, and Hueng (2006)があり、GDPの変動に需要ショックは約82%寄与していることを示している。日本のデータを使った研究にはMio (2002)がある。総供給曲線が右上がりになる識別制約を使った場合、一四半期先で80.7%、13四半期先で49.6%のGDPの変動が需要ショックに起因することを報告している。特に、Cover, Enders, and Hueng (2006)とMio (2002)はAD-ASモデルに基づいたVARを使った分析をしている。また最近の研究にAvarucci, Cavicchioli, Forni, and Zaffaroni (2022)があり、動的ファクターモデルを使い需要ショックの重要性を明らかにしている。

本稿は次の構成となる。第二節で AD-AS 状態空間モデルとデータについて説明する。第三節では推定結果について言及し、第四節ではデータの再現性について議論する。需要・供給ショックの相対的な寄与度については第五節で考察し、第六節はまとめとする。

2 AD-AS モデルとデータ

2.1 モデルと解釈

Mankiw (2022) で展開される AD-AS モデルの均衡は次式で与えられる。⁵⁾

$$Y_t = b_t - cP_t + u_t, \quad c > 0 \quad (1)$$

$$P_t = P_t^e + a(Y_t - Y_t^*) + v_t, \quad a > 0 \quad (2)$$

$$P_t^e = P_{t-1} \quad (3)$$

本論文ではそれぞれの変数を次のように解釈する。 Y_t は産出量の対数、 P_t は価格水準の対数、 P_t^e は $t-1$ 期における P_t の期待、 Y_t^* は Y_t のトレンドとし、式(1)は総需要曲線、式(2)は総供給曲線、式(3)は適応的期待である。また、 u_t は総需要ショック、 v_t は総供給ショックとする。式(1)の総需要曲線を考えてみよう。AD-AS モデルには、 Y_t に依存しない政府支出、中央銀行のマネーサプライや外生変数として扱う消費、投資の部分があるが、それらは全て b_t もしくは u_t に含まれる。永続的な変化であれば b_t の変化として現れ、一時的な変化は u_t の変化として捉える。同様に、 v_t は P_t^e と $Y_t - Y_t^*$ に含まれていない企業の行動や政府のサプライサイド政策を反映していると解釈できる。これらの解釈に基づき次の定式化をおこなう。

$$u_{t+1} = \rho_u u_t + e_{ut}, \quad e_{ut} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{eu}^2), \quad -1 < \rho_u < 1 \quad (4)$$

$$v_{t+1} = \rho_v v_t + e_{vt}, \quad e_{vt} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{ev}^2), \quad -1 < \rho_v < 1 \quad (5)$$

AD-AS モデルが捉えていない経済メカニズムの影響は $\rho_u, \rho_v, \sigma_{eu}, \sigma_{ev}$ に反映されることになる。

AD-AS モデルがデータと整合性を保てるように次の変数を定義する。 P_t^* を P_t のトレンドとすると、一時的な需要ショックがない場合 ($u_t = 0$) は $Y_t^* = b_t - cP_t^*$ が成立する。従って、 $p_t = P_t - P_t^*$ は物価水準のトレンドからの乖離率、そして $y_t = Y_t - Y_t^*$ は産出量のトレンドからの乖離率となる。これらの変数を使うと均衡は次の2つの式で決定されることになる。

$$y_t = -cp_t + u_t \quad (6)$$

$$p_t = p_{t-1} + ay_t + v_t \quad (7)$$

これらの式から次のことが言える。第一に、 $u_t = v_t = 0$ となる長期均衡では $y_t = p_t = 0$ が成立する。第二に、永続的な総需要ショックを捉える b_t は式(6)と(7)で決定される均衡に影響しない。第三に、 u_t と v_t は永続的なショックは含んでおらず一時的なショックだけを捉えており、一時的なショックにより産出量と価格水準がトレンドから乖離することになる。

2.2 AD-AS 状態空間モデル

行列を使って式(6)と(7)を次のように表す。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & c \\ -a & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y_t \\ p_t \end{bmatrix}}_{x_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ p_{t-1} \end{bmatrix}}_{x_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix}}_{\alpha_t}$$

更に、次のように書き換える。

$$x_t = Cx_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

ここで

$$C \equiv A^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & -ch \\ 0 & h \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_t \equiv A^{-1}\alpha_t = h \begin{bmatrix} 1 & -c \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{pt} \end{bmatrix}, \quad h \equiv \frac{1}{1+ac} \quad (9)$$

このような書き換えは、ベクトル自己回帰モデルの構造型 VAR から誘導型 VAR の変換に似ているが、本稿での分析は VAR とは根本的に異なる。変数のラグは AD-AS モデルによって固定されており、データに最適なラグを探索するわけではない。従って、ショック項 u_t と v_t の解釈も異なる。 u_t と v_t は経済メカニズムにより発生するショックが含まれており、その意味では、VAR の文献での「構造ショック」とは異なる。更に、AD-AS モデルは識別可能となっている。例えば、式(8)のそれぞれの式に OLS を使うと、 p_{t-1} の係数である $-ch$ と h を推定できるが、その値からパラメーターの推定値 $\hat{a}$ と $\hat{c}$ を求めることができる。

この特徴を生かすために、式(4)、(5)、(8)を使い、AD-AS モデルを次の状態空間モデルとして捉え直すことにする。

$$x_t = d_t + Z\alpha_t \quad (10)$$

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + R\eta_t \quad (11)$$

$$d_t \equiv Cx_{t-1}, \quad Z \equiv A^{-1}, \quad T \equiv \begin{bmatrix} \rho_u & 0 \\ 0 & \rho_v \end{bmatrix}, \quad R \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \eta_t \equiv \begin{bmatrix} e_{ut} \\ e_{vt} \end{bmatrix}$$

式(10)は観測方程式、式(11)は状態方程式と呼ばれる。 x_t と d_t は観測可能であり、 α_t は状態変数と呼ばれ、観測不可能な変数となる。推定するパラメーターは $a, c, \rho_u, \rho_v, \sigma_{eu}, \sigma_{ev}$ の 6 つとなる。

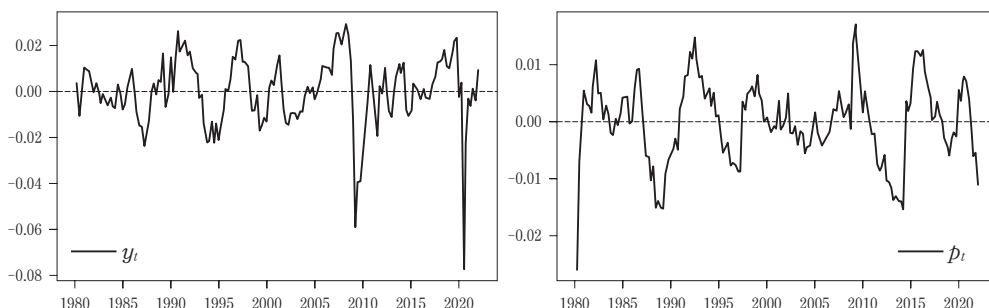
本稿では 2 つの推定方法を考える。一つは攪乱項の正規分布に基づく最尤推定である。二つ目の推定方法としてマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) に基づくベイズ推定を試みる。最尤法によるパラメーターの推定は、前提となる仮定が満たされる必要があるが、以下で示すように、必ずしも全ての検定が仮定を支持する結果とはならない。それを補う意味でベイズ推定も採用する。またパラメーターの推定値と尤度関数を使い、状態変数 α_t を推定することができる。それにより、需要ショック u_t と供給ショック v_t を再現することが可能となり、産出量の変動に対する需要ショックと供給ショックの相対的な寄与度を求めること

ができる。

2.3 データ

推定には1980年 Q1 から2021年 Q4 の日本の実質 GDP と GDP デフレーター⁶⁾の四半期データ（季節調整済）を使う。この2つのデータを Hodrick-Prescott フィルター（ $\lambda=1600$ ）を用いて簡便的にトレンドを計算し、トレンドからの乖離率を y_t と p_t に使用する。図1では y_t と p_t のプロットを表示している。 y_t はリーマン・ショックとコロナ・ショックによりトレンドから大きく乖離しているのが分かるが、 p_t の動きは GDP 程ではない。一方で、1980年 Q1 における GDP デフレーター⁷⁾の乖離率は大きいですが、1993年 Q4 以前は平成27年基準簡易週及系列（参考系列）となっていることもあり、外れ値の可能性は拭えないだろう。データの統計的な特徴については後述する。

図1 GDP と GDP デフレーター⁷⁾のトレンドからの乖離率



3 推定結果

まず最尤法による推定を考えるが、計算には Seabold and Perktold (2010) を使った。結果は表1の列(1)にまとめられている。符号は全て期待どおりであり、 ρ_v 以外は1%水準で統計的に有意となっている。誤差項である e_{ut} と e_{vt} の仮定は1期先予測誤差に引き継がれるため、Durbin and Koopman (2012) に従い、モデルの特定化に関して検定(1)～(4)をおこなった。残念ながら、全ての検定をクリアすることはできていない。考えられる問題として、リーマン・ショックとコロナ・ショックによる y_t の値と1980年 Q1 の p_t の値がモデルの特定化にそぐわない可能性がある。実際、それらのデータを除いて1981年 Q2 から2007年 Q4 のデータを使うと、検定(1)～(4)の結果は全て「yes」となる。

この結果を踏まえてベイズ推定を考える。最尤推定法ではパラメーターを定数と考え点推定をおこなうが、その前提条件を確認しているのが検定(1)～(4)である。一方、ベイズ推定ではパラメーターをランダム変数と捉え、その事後分布を推定するのが主な目的となる。

表1 推定結果

	(1)	(2)	(3)	(4)
	最尤推定	平均	ベイズ推定 中央値	最頻値
a	0.1686*** (0.0802, 0.2570)	0.1684	0.1684 (0.1532, 0.1849)	0.1684
c	2.0691*** (1.3988, 2.7395)	2.0688	2.0680 (1.9154, 2.2258)	2.0611
ρ_u	0.7667*** (0.6834, 0.8500)	0.7661	0.7662 (0.6838, 0.8474)	0.7602
ρ_v	0.0680 (-0.0618, 0.1979)	0.0681	0.0683 (-0.0687, 0.2100)	0.0728
σ_{eu}	0.0113*** (0.0102, 0.0125)	0.0114	0.0114 (0.0103, 0.0124)	0.0113
σ_{ev}	0.0046*** (0.0042, 0.0050)	0.0046	0.0046 (0.0042, 0.0050)	0.0046
標本の大きさ	167	-	-	-
MCMC の反復回数	-	-	12,500	-
検定 (1) : Jarque-Bera	no, no	-	-	-
検定 (2) : Goldfeld-Quandt	no, yes	-	-	-
検定 (3) : Ljung-Box (L1)	yes, yes	-	-	-
検定 (4) : $\hat{e}_{ut}$ と $\hat{e}_{vt}$ の相関	yes	-	-	-

Note: *: $p < 0.1$; **: $p < 0.05$; ***: $p < 0.01$;

列 (1) の括弧内は90%信頼区間であり, 列 (2)~(4) は90%最高事後密度信用区間;

検定 (1)~(3) は1期先予測誤差に関する検定であり, 5%の有意水準で帰無仮説(正規性, 均一分散, 自己相関(L1)なし)を棄却できない場合は「yes」, 棄却できる場合は「no」とし, 左は y_t , 右は p_t の結果を示す; 検定 (4) はピアソン相関係数の検定であり, 帰無仮説 (0) を5%の有意水準で棄却できる場合は「yes」。 $\hat{e}_{ut}$ と $\hat{e}_{vt}$ は e_{ut} と e_{vt} の推定値。

違いを簡単に説明するために, D を観測されたデータとし, θ をパラメータとすると事後分布 $p(\theta|D)$ は次のように表すことができる。

$$p(\theta|D) \propto p(D|\theta)p(\theta) \quad (12)$$

右辺の $p(\theta)$ は事前分布であり, $p(D|\theta)$ が尤度である。最尤法では, $p(\theta)$ を定数として扱い尤度 $p(D|\theta) \equiv L(\theta|D)$ を最大化する θ を探索することにより表1の列 (1) にある値を求めている。対照的にベイズ推定では $p(\theta)$ の情報を利用し左辺の事後分布を求める。しかし解析的に計算することは難しいため, 通常はマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) と呼ばれるシミュレーションを使うことになる。MCMC により事後分布を求めた後は損失関数を導入し点推定をおこなうことになる。損失関数についての説明は省くが, 本稿では平均, 中央値, 最頻値の3つの結果を比べることとする。

直感的に MCMC は式(12)の右辺を使い独立ではないランダム変数を発生させ, 左辺の事後分布を「炙り出す」ことになる。MCMC には様々な手法が提案されているが, 本稿ではメトロポリス・ヘイスティングス法の拡張版となる No U-Turn サンプラーを使う。Salvatier,⁸⁾

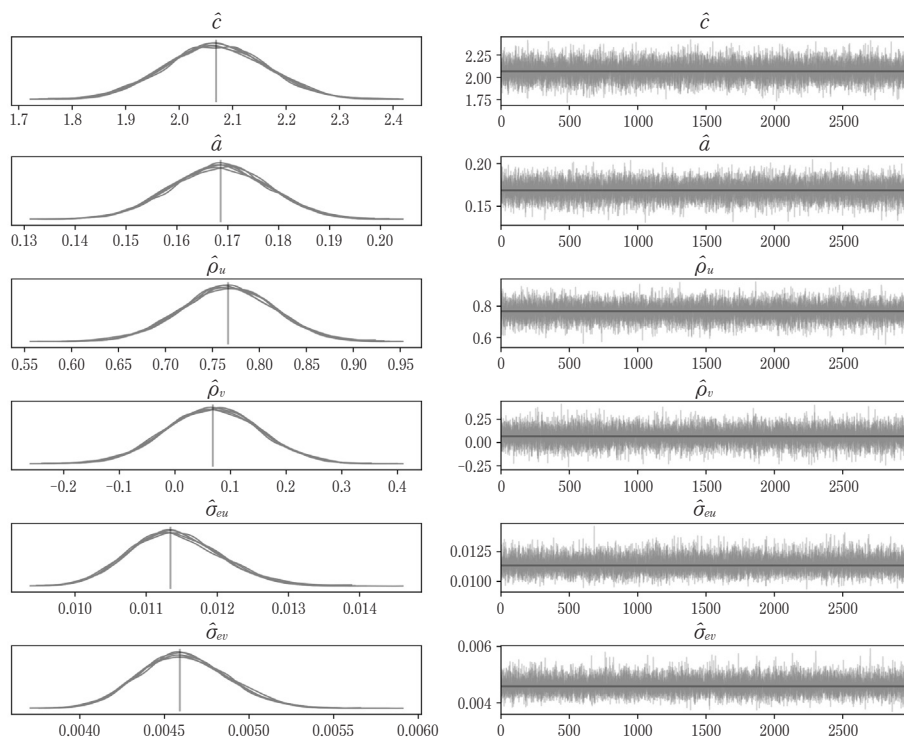
Wiecki, and Fonnesebeck (2016) で実装されており，最尤推定で使った対数尤度関数を利用し計算する。

シミュレーションでは，表 2 にある事前分布を使う。1 回のチェーンで 3000 のランダム変数を生成し，最初の 500 はバーンインとして削除する。この工程を 5 回繰り返し合計 12,500 のランダム変数を生成した。その結果が図 2 である。左側は 5 回のチェーンを別々に

表 2 MCMC で使用した事前分布。添え字 MLE は最尤法の推定値を表している。逆ガンマ分布のパラメータは最尤法の推定値から計算した値を使っている。

パラメーター	標準偏差
a	切断正規分布 $\mathcal{N}(a_{\text{MLE}}, 0.01^2)$, $0.0001 \leq a$
c	切断正規分布 $\mathcal{N}(c_{\text{MLE}}, 0.1^2)$, $0.001 \leq c$
ρ_u	一様分布 $\mathcal{U}(-0.99, 0.99)$
ρ_v	一様分布 $\mathcal{U}(-0.99, 0.99)$
σ_{eu}	逆ガンマ分布 $\text{Inv-Gamma}(1.06991, 0.00696)$
σ_{ev}	逆ガンマ分布 $\text{Inv-Gamma}(1.11683, 0.00180)$

図 2 左側は 5 回のチェーンのカーネル密度推定であり，縦線は最尤法の推定値を表している。右側はそれぞれのチェーンにおけるサンプリングの時系列プロットを示している。



カーネル密度推定した結果を表示しており、5回とも概ね同じ分布になっているのが確認できる。図の右側は生成したランダム変数の時系列のプロットであり、視覚的に収束していると判断できる。また全てのチェーンで収束判断の指標である Rhat は1であった。MCMCの結果は表1の列(2)～(4)にまとめてある。はじめに気づくのは、平均、中央値、最頻値の値は殆ど同じであり、それぞれの分布は対称分布に従っていることが伺える。次に気づくのは最尤法の値と非常に近いということである。最尤法とベイズ推定法は異なる推定法だが、この結果は推定値の信頼性が高いことを示唆する。

以下では、表1列(2)の推定値を使い議論を進めることにする。⁹⁾

4 データの再現性

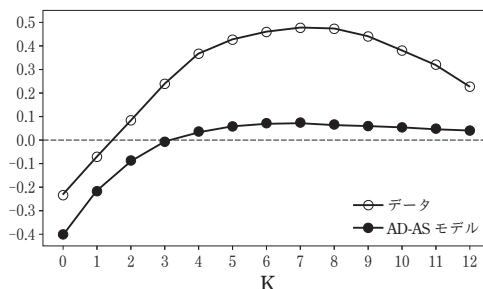
データの統計的な特徴は表3にまとめている。 y_t の標準偏差は p_t の約2倍あり、図1の縦軸の目盛の差が反映されている。一方で、自己相関係数は p_t の方が大きく、GDPよりもデフレーターはより持続性が高いことが分かる。図3はGDPと K 期先のデフレーターとの相関係数をプロットしている。同時期の相関関係は負だが、徐々に上昇し、最大は7期先の0.475となっている。図3の特徴は、価格水準の調整に時間的なラグが発生しているという解釈と整合的だと考えることができる。以下では、AD-ASモデルがこれらの特徴をどこまで再現できるかを検討する。

データの再現性を確認するために、確率的シミュレーションをおこなった。具体的には、推定値を式(4)、(5)、(6)、(7)に代入し、1,000,000個の (y_t, p_t) を生成した。その値を使い、計算した結果が表3に示されている。標準偏差と自己相関係数の両方は概ね再現できている。AD-ASモデルを使って生成した y_t と p_{t+K} の相関係数は図3にプロットしている。負の値から始まり、逆U字の形をしているのはデータと同じだが、値の水準が低すぎる。総じて、変数のラグ数も含めて教科書的なモデルにしては、ある程度データの特徴を捉えていると言えるだろう。

表3 データの基本的な特徴

		標準偏差	自己相関係数
y_t	データ	0.0148	0.6809
	AD-AS モデル	0.0152	0.6616
p_t	データ	0.0070	0.8293
	AD-AS モデル	0.0083	0.8809

図3 y_t と p_{t+K} の相関係数

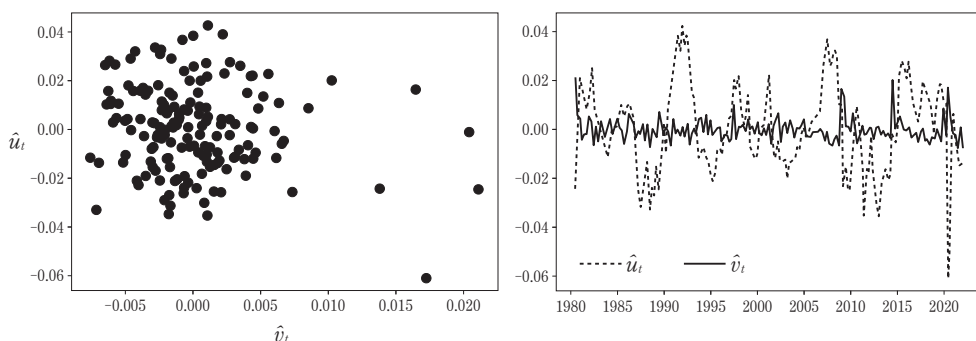


5 需要ショックと供給ショック

5.1 u_t と v_t の相関性

式(1)の需要ショック u_t と式(2)の供給ショック v_t は、その呼称が示すようにマクロ経済の2つの異なる側面に関する攪乱項であり、通常、 u_t と v_t は体系的な関係性はないと仮定するが、この仮定が満たされているかを確認する。状態空間モデルでは、全てのデータを用いて観測できない状態変数 u_t と v_t を2021年 Q4 から逆向きに推定することができる。それをスムージングと呼び、推定値を $\hat{u}_t$, $\hat{v}_t$ と表すことにする。図4ではその散布図と時系列データをプロットしている。右のプロットを見ると、需要ショックがより大きく変動しているのが確認できる。 $\hat{u}_t$ の標準偏差は0.0177, $\hat{v}_t$ のそれは0.0046であり、前者の値は約3.8倍となっている。左の散布図のトレンドは右下がりに見えるかも知れないが、図の右下にある一つの観測値が大きな影響を及ぼしており、その値がなければトレンド線は平行に見える。実際、OLSを使い $u_t = d + f v_t + \epsilon_t$ を推定式として計算すると、スロープ係数の推定値 $\hat{f}$ の不均一分散自己相関頑健標準誤差(HAC)の p 値は0.082であり、5%有意水準では帰無仮説 $\hat{f} = 0$ を棄却できない。この結果を踏まえ、次の節では u_t と v_t の共分散は考慮せず需要¹⁰⁾ショックと供給ショックがGDPの変動にどれだけ寄与するかを考察する。

図4 需要ショックと供給ショックのプロット



5.2 予測誤差分散分解

まず予測誤差分散を使って分析を進める。式(8)を使い1期先の予測誤差を考えてみよう。

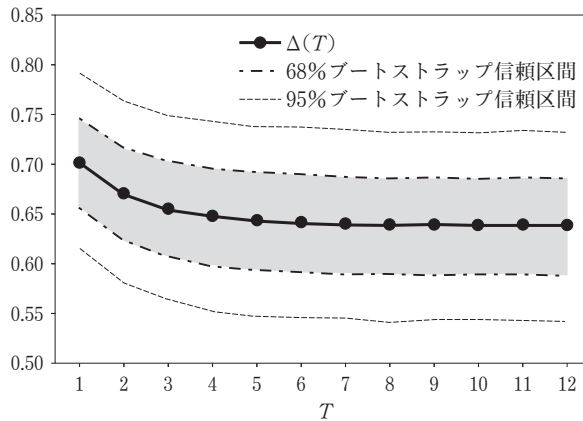
$$x_{t+1} - \mathbb{E}_t(x_{t+1}) = \varepsilon_{t+1} = h \begin{bmatrix} 1 & -c \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t+1} \\ v_{t+1} \end{bmatrix}$$

ここで $\mathbb{E}_t(x_{t+1})$ は t 期の情報に基づく x_{t+1} に対する期待である。 $u_{t+1} = v_{t+1} = 0$ の場合、予測誤差はゼロとなる。ショックを導入すると、予測誤差は正や負の値を取り変動することになり、その分散は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_u^2(1) \\ \sigma_b^2(1) \end{bmatrix} \equiv \text{Var}[x_{t+1} - \mathbb{E}_t(x_{t+1})] = h^2 \begin{bmatrix} 1 & c^2 \\ a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \\ \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

左辺の (1) は 1 期先を意味している。この式を使い $S = h^2\sigma_u^2 + (ch)^2\sigma_v^2$ とすると、需要ショックによる GDP の変動への寄与度は $h^2\sigma_u^2/S$ で与えられ、供給ショックのそれは $(ch)^2\sigma_v^2/S$ として分解することができる。同様に、デフレーター の 1 期先予測誤差分散を計算し、それぞれのショックのデフレーターの変動への寄与度を計算することもできるが、以下では、GDP の変動に着目する。

図5 GDP の予測誤差分散における需要ショックの寄与度



この考えを一般化するために T 期先の予測誤差を考えよう。

$$x_{t+T} - \mathbb{E}_t(x_{t+T}) = \sum_{k=1}^{T-1} C^k \varepsilon_{t+k} + \varepsilon_{t+T} \quad (13)$$

ここから GDP の予測誤差だけを取り出し分散を計算し整理すると、需要ショックの GDP の変動への寄与度は次式で与えられる (付録を参照)。

$$\Delta(T) = \frac{[1 + a^2\Phi(T)]\sigma_u^2}{[1 + a^2\Phi(T)]\sigma_u^2 + [c^2 + \Phi(T)]\sigma_v^2}, \quad \Phi(T) = \begin{cases} 0 & T=1 \\ \sum_{k=1}^{T-1} (ch^k)^2 & T \geq 2 \end{cases} \quad (14)$$

また供給ショックの寄与度は $1 - \Delta(T)$ となる。これらの式に a, c, σ_u, σ_v の推定値を代入しプロットしたのが図5である。1 期先では約 $\Delta(1) \approx 0.703$ であり、単調的に減少する。その一年後には $\Delta(5) \approx 0.645$ に減少し、 $\lim_{T \rightarrow \infty} \Delta(T) \approx 0.640$ に収束する。また 95% ブートストラップ信頼区間も一貫して 0.5 を超えている。

この結果は、GDP の変動の大部分は需要ショックにより説明できることを示している。この結果を直感的に説明するために式 (6) と (7) を考えてみよう。総需要ショックは直接的に y_t に影響を及ぼす ($u_t \rightarrow (6) \text{ の } y_t$) とともに間接的には式 (7) の y_t と p_t を通して産出量にインパクトを与える ($u_t \rightarrow (6) \text{ の } y_t \rightarrow (7) \text{ の } y_t \rightarrow (7) \text{ の } p_t \rightarrow (6) \text{ の } p_t \rightarrow (6) \text{ の } y_t$)。一

方、総供給ショック v_t は p_t を通して間接的に y_t に影響を与えるだけである ($v_t \rightarrow (7)$ の $p_t \rightarrow (6)$ の $p_t \rightarrow (6)$ の y_t)。また式(7)では、 p_{t-1} を通して過去の価格変動も間接的に y_t に影響することになるが、 u_t の直接的なチャンネルが大きな役割を果たしていると考えられる。更に、図4が示すように、 v_t と比較すると u_t の動きは非常に大きいことが確認できる。まとめると、需要ショックは比較的大きく、主に直接的なチャンネルを通して上述の結果に繋がったと解釈できる。

5.3 ヒストリカル分解

次に、GDP 乖離率のヒストリカル分解を考える。ヒストリカル分解では、予測誤差分散分解で使った情報を異なる側面から検討することにより過去のショックを分解する。

式(8)に逐次的代入法を適用し、 y_t だけを取り出すと次式で与えられる。

$$y_t = C_{01}(T)p_{t-T} + \sum_{k=1}^{T-1} C_{01}(k)\varepsilon_{pt-k} \quad (15)$$

$$= C_{01}(T)p_{t-T} + \Theta_u(T) + \Theta_v(T) \quad (16)$$

ここで

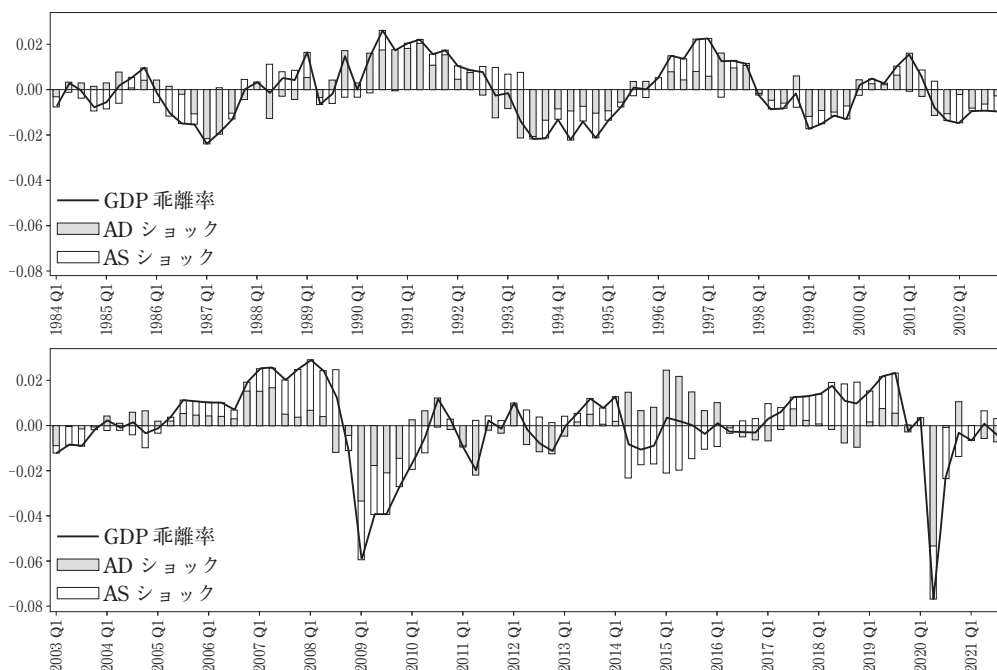
$$\Theta_u(T) = h \left[u_t + a \sum_{k=1}^{T-1} C_{01}(k)u_{t-k} \right], \quad \Theta_v(T) = h \left[-cu_t + \sum_{k=1}^{T-1} C_{01}(k)v_{t-k} \right] \quad (17)$$

であり、 $C_{ij}(k)$ は行列 C^k の (i, j) 成分である。式(15)は逐次的代入の結果であり、式(16)は $\varepsilon_{pt} = au_t + hv_t$ (式(9)を参照)を利用して書き換えている。 $\Theta_u(T)$ は $(t-T+1)$ 期から t 期までの需要ショックの加重累積和と解釈することが可能であり、その大きさは u_t だけではなくモデルのパラメーターに依存していることが分かる。同様に、 $\Theta_v(T)$ は過去の T 期間の供給ショックの加重累積和である。このように、ヒストリカル分解を利用すると、 y_t の値を需要ショックと供給ショックのそれぞれの累積和に分解することが可能となる。

図6は式(16)を使った計算結果を示している。この図を解釈する上で2つ留意点がある。第一に、式(16)の第1項である $C_{01}(T)p_{t-1}$ は、 y_t と $[\Theta_u(T) + \Theta_v(T)]$ の乖離を表すが、 T が十分に大きい場合、 $C_{01}(T) \rightarrow 0$ となる。この特徴を利用して、図6では1984年第1四半期以降のデータのみを表示している。第二に、 $\Theta_u(T)$ と $\Theta_v(T)$ は過去のショックの累積和であり、各時点でのショックと異なる。一方で、式(17)から分かるように、 t 期のショックのウェイトが最も大きく、過去のショックのウェイト $C_{01}(k)$ は徐々に小さくなっている。

図6から分かることは、乖離率の絶対値が大きい時期（例えば、リーマン・ショックやコロナ・ショック）では、両方のショックが同じ方向に動いていることが分かる。言い換えると、2つのショックが同じ方向に動くことにより「山」の高さ、もしくは「谷」の深さが大きくなっている。もちろん逆の方向に大きく動いている時期（2014年～2015年）もあるが稀のようである。しかし累積ショックの相関度が高いという訳ではない。相関係数は0.115で

図6 GDP 乖離率のヒストリカル分解



あり、5%水準での片側検定で帰無仮説（無相関）を棄却できない。もう一点気付く事は、需要ショック（グレー）と供給ショック（ホワイト）が占める面積の総和は大きい違いが無いように見える。実際、ショックが正の場合、需要ショックと供給ショックの平均はそれぞれ0.007472と0.007548であり、負の場合は-0.008672と-0.007622となり同程度である。また累積ショックの標準偏差を計算すると、需要ショックは0.01235であり、供給ショックは0.00672であり、前者は約1.8倍大きい。これは、図4でプロットした $\hat{u}_t$ と $\hat{v}_t$ の標準偏差を比べると前者が約3.8倍大きかった結果と対照的である。その理由は、ショックの累積和は $\hat{u}_t$ と $\hat{v}_t$ だけではなくパラメーターに依存しているためである。

6 ま と め

本稿では、AD-ASモデルに基づき定量的マクロ経済分析をおこない、GDPの変動における需要ショックと供給ショックの相対的な寄与度について検討した。AD-ASモデルを状態空間モデルとして捉え直し、最尤法とMCMCを使いパラメーターを推定したが、両推定法とも概ね同じ推定値を返した。また、推定値に基づく確率的シミュレーションではデータの特徴をある程度再現できることも確認できた。ショックの相対的寄与度を計算するために予測誤差分散分解をおこなったが、GDPの変動の70%近くが需要ショックに起因し、残りの

約30%が供給ショックによるものであることが明らかになった。一方で、使用した AD-AS モデルは教科書的なバージョンであり、変数のラグ数が限られ、フォーワード・ルッキング（将来を見越した）消費者や企業の行動に基づいていない。その意味では限定的なモデルと言わざるを得ないが、ショックの寄与度に関する値は既存研究に沿った結果となっており、AD-AS モデルはある程度のデータの説明力があると考えられるだろう。

付録

式(13)を使い予測誤差の分散を計算する。

$$\sigma_y^2(T) = \sigma_{\varepsilon y}^2 \left[1 + \sum_{k=1}^{T-1} C_{00}(k)^2 \right] + \sigma_{\varepsilon p}^2 \sum_{k=1}^{T-1} C_{01}(k)^2 \quad (18)$$

ここで $\sigma_{\varepsilon y}^2$ と $\sigma_{\varepsilon p}^2$ は式(9)にある ε_{yt} と ε_{pt} の分散であり、 $C_{ij}(k)$ は行列 C^k の (i, j) 成分となる。また、

$$C_{00}(k) = 0, \quad C_{01}(k) = -ch^k \quad \text{for } k=1, 2, \dots, N-1$$

となることは簡単に確認できる。更に、

$$\sigma_{\varepsilon y}^2 = h^2 \sigma_u^2 + (ch)^2 \sigma_v^2, \quad \sigma_{\varepsilon p}^2 = (ah)^2 \sigma_u^2 + h^2 \sigma_v^2$$

となるため、(18)は

$$\sigma_y^2(T) = h^2 \{ [1 + a^2 \Phi(T)] \sigma_u^2 + [c^2 + \Phi(T)] \sigma_v^2 \}$$

と整理することができる。この式から需要ショックの GDP に対する寄与度は $h^2 [1 + a^2 \Phi(T)] \sigma_u^2 / \sigma_y^2(T)$ となり、これは式(18)と同じである。

注

- 1) Gabaix (2011) は大数の法則が成立しない場合の景気循環を考察している。
- 2) King, Plosser, Stock, and Watson (1991) は、米国の景気循環の50%以上は一時的なショックにより発生していると報告している。
- 3) Hodrick-Prescott フィルターの問題点については Hamilton (2018) を参照。
- 4) 本稿を執筆する上で使った Python コードは https://github.com/spring-haru/adas_state_space で公開する。
- 5) 非線形 AD-AS モデルを線形近似した結果と解釈することも可能である。
- 6) y_t は GDP ギャップと解釈できるが、宮尾 (2006) は日本のデータに Hodrick-Prescott フィルターを使う際の問題点を指摘している。
- 7) ρ_v を 0 として推定すると AIC, BIC, HQIC (表にはない) は高くなる。
- 8) No U-Turn サンプラーは Hoffman and Gelman (2014) で提案された手法である。
- 9) 他の列の値を使っても結果は大きく変わらない。
- 10) $\text{Cov}(u_t, v_t) \neq 0$ の下で共分散を u_t と v_t の分散に等分し計算しても結果は大きく変わらない。

参考文献

AVARUCCI, M., M. CAVICCHIOLI, M. FORNI, AND P. ZAFFARONI (2022): “The Main Business Cycle Shock (s): Frequency-Band Estimation of the Number of Dynamic Factors,”.

- BLANCHARD, O. J., AND D. QUAH (1989): "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances," *The American Economic Review*, 79(4), 655–673.
- COVER, J. P., W. ENDERS, AND C. J. HUENG (2006): "Using the Aggregate Demand-Aggregate Supply Model to Identify Structural Demand-Side and Supply-Side Shocks: Results Using a Bivariate VAR," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38(3), 777–790.
- DURBIN, J., AND S. J. KOOPMAN (2012): *Time Series Analysis by State Space Methods*, vol. 38. OUP Oxford.
- GABAIX, X. (2011): "The Granular Origins of Aggregate Fluctuations," *Econometrica*, 79(3), 733–772.
- HAMILTON, J. D. (2018): "Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter," *Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831–843.
- HOFFMAN, M. D. AND A. GELMAN (2014): "The No-U-Turn Sampler: Adaptively Setting Path Lengths in Hamiltonian Monte Carlo.," *Journal of Machine Learning Research*, 15(1), 1593–1623.
- KING, R. G., C. I. PLOSSER, J. H. STOCK, AND M. W. WATSON (1991): "Stochastic Trends and Economic Fluctuations," *The American Economic Review*, 81(4), 819.
- LIPPI, M., AND L. REICHLIN (1993): "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances: Comment," *The American Economic Review*, 83(3), 644–652.
- MANKIW, N. G. (2022): *Macroeconomics*. Macmillan.
- MIO, H. (2002): "Identifying Aggregate Demand and Aggregate Supply Components of Inflation Rate: A Structural Vector Autoregression Analysis for Japan," *Monetary and Economic Studies*, 20(1), 33–56.
- SALVATIER, J., T. V. WIECKI, AND C. FONNESBECK (2016): "Probabilistic programming in Python using PyMC3," in *PeerJ Computer Science*.
- SEABOLD, S., AND J. PERKTOLD (2010): "Statsmodels: Econometric and Statistical Modeling with Python," in *9th Python in Science Conference*.
- 宮尾龍蔵 (2006): "日本経済の変動要因：生産性ショックの役割," 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No. 06-J-1, 日本銀行.