



地盤の浸透破壊問題 : 全体的な破壊

田中, 勉

(Citation)

神戸大学都市安全研究センター研究報告, 29:173-193

(Issue Date)

2025-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/0100496663>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/0100496663>



地盤の浸透破壊問題 — 全体的な破壊 —

Seepage failure of soil – Failure by heave –

田中 勉¹⁾

Tsutomu Tanaka

概要: まず，地盤の浸透破壊問題と Order of magnitude の関係について述べ，慣用法の意義(重要性)について考える。浸透破壊安定解析法における慣用法は，少数の物理量から，簡単に，真値に近い値を算定することにより，まさに Order of magnitude の性質を有するものであり，その意義は将来も変わらない。ここでは，地盤の浸透破壊を，「土粒子の移動による破壊」と「全体的な破壊」に分類する。そして，とくに「全体的な破壊」について，一次元及び二次元地盤の浸透破壊問題に関して理論的・実験的に議論する。また，浸透破壊現象として，クイックサンド，ボイリング，ヒービング，及び，ハイドロリック・フラクチャリングを取り上げて説明し，次に，浸透破壊安定解析法(慣用法)として，一次元問題では限界動水勾配，二次元問題では Harza の方法，Terzaghi の方法，Prismatic failure concept を取り上げて考察する。

キーワード: 地盤の浸透破壊，全体的な破壊，クイックサンド，ボイリング，ヒービング，ハイドロリック・フラクチャリング，慣用法，限界動水勾配，Harza の方法，Terzaghi の方法，Prismatic failure concept

まえがき

地盤の浸透破壊(Seepage failure of soil)は，全体的な破壊(Failure by heave)と土粒子の移動による破壊(Failure by subsurface erosion)に大別される。本稿は，この分類法にしたがい，令和5，6年度に企画・開催された農林水産省 行政技術研修(頭首工)における講演のために作成した資料：

土構造物及び基礎地盤の浸透流と浸透破壊 その1 — 全体的な破壊 —

土構造物及び基礎地盤の浸透流と浸透破壊 その2 — 土粒子の移動による破壊 —

を下記のようにまとめ直した論文(のうち前者)に関するものである。

<前編 1_全体的な破壊>

田中 勉(2025)：地盤の浸透破壊問題—全体的な破壊—，神戸大学都市安全研究センター研究報告，第二十九号，神戸大学都市安全研究センター，令和7年3月31日。

<後編 2_土粒子の移動による破壊>

田中 勉(2024)：地盤の浸透破壊問題－土粒子の移動による破壊－，神戸大学都市安全研究センター研究報告，第二十八号，pp.99-130，神戸大学都市安全研究センター，令和6年3月31日。

1. 序論

1.1 浸透破壊問題と Order of magnitude¹⁾

浸透破壊安定性の計算における慣用法(Conventional method)について考えてみる。物理学の分野では，Order of magnitude (大きさの程度)を求めることが重要であると指摘されている²⁾。正確な値がわからなくても，大体の値またはオーダーを予測することの重要性である。土木工学の分野でも，構造物の形状や境界条件がわかれば，経験や実験に基づいて，安定性に関しておおその値が予測できる(または設計値が計算できる)ことが重要である。現実的には，詳しい解析を行わなくても設計値を求めることができ，また，場合によっては現場で問題となった時にその場で正確に挙動を判定できることが求められる。設計の分野で用いられる慣用法や簡易法と呼ばれるものは，このような性質をもつものであるといえる。土質力学の分野では，フェレニウスのすべり円弧やクーロン土圧の土くさびの考え方³⁾，浸透流におけるデュピー・フォルヒハイマーの近似⁴⁾，フォルヒハイマーのフローネット法⁵⁾などがそれにあたる。浸透破壊問題においては，浸透路長の考え方^{6) 7)}，出口動水勾配の考え方⁸⁾，締切り矢板問題における破壊土塊の考え方^{9) 10)}，Prismatic failure concept (pfc)における破壊プリズムの考え方^{11) 12)}などがそれにあたる。

浸透破壊安定性に関する基準類^{13) 14) 15)}もこれに類するものである。これらの設計マニュアルにおいて，設計安全率として例えば 1.2～1.5 が与えられているとすると¹⁶⁾，それらの計算法には 20～50% 程度の誤差が見込まれているといえる。慣用法の意義は，少数の物理量から，簡単に，真値に近い値を算定することであり，その意義は将来も変わらない。

1.2 本論文で議論する事柄

本論文では，土構造物及び基礎地盤の浸透破壊(Seepage failure)について議論する。Terzaghi (1922)¹⁷⁾は，ここでいう浸透破壊(Seepage failure)を，広義のパイピングによる破壊(Failure by piping or Piping failure)と定義し，(1) Failures by subsurface erosion (地下浸食による破壊，または土粒子の移動による破壊)と，(2) Failures by heave or Bulk-heave failure (膨れ上がりによる破壊，または全体的な破壊)に分類した。パイピングという用語は，実際には，広義のパイピング(Piping of a broad sense)と狭義のパイピング(Piping of a narrow sense)，として使われている。ここで狭義のパイピングとは，浸透流とともに土粒子が移動し地盤内にパイプ状の水みちが生じる現象をいう。本論文では特に断らない限りパイピングは狭義のパイピングを表すものとする。

ここでは浸透流と浸透破壊について述べる。浸透流に関しては，まず，基本的な概念について述べ，次に，透水性を表す式，抵抗力を表す式，浸透力を表す式を定義し，それらの相互関係について述べる。浸透破壊に関しては，Failures by heave or Bulk- heave failure (膨れ上がりによる破壊，全体的な破壊)について，次の4項目に分けて議論する。

- (1) 一次元地盤の浸透破壊問題－理論と実験－
- (2) 二次元地盤の浸透破壊問題－理論－
- (3) 二次元地盤の浸透破壊問題－実験－
- (4) ハイドロリック・フラクチャリング

2. 浸透流と浸透破壊

2.1 浸透流 (Seepage flow)

農業用水(用水と排水)に関係する構造物には、永久構造物として、フィルダムやため池堤体、頭首工、河川堤防、干拓堤防、農業用水路などがあり、仮設構造物として、締切り矢板などがある。これらの構造物は水利施設と呼ばれる。水利施設構造物は水を貯めたり止めたり流したりする構造物であるため、その前後には必然的に水位差が生じ、土構造物自体または基礎地盤中に水の流れが生じる。土の中の水の流れを浸透流という。このような浸透流について考えるとき、重要な概念として基準線(Datum)とオープンピエゾメーター(Open piezometer)がある。

浸透領域内において、ある高さ z にある点 P を考えるとき、私たちは基準となるレベル(Reference level)または水準線を設定する必要がある。浸透流問題では、この水準線を基準線(Datum or Datum line)と呼ぶ(Fig.2.1)。浸透領域内のある点 P を考えたとき、点 P における水は位置エネルギー(水頭表示して位置水頭 h_e とする)と圧力エネルギー(水頭表示して圧力水頭 h_p)をもつ。ここで、水頭とはエネルギーの大きさを水柱の高さで表すものである。水のもつエネルギーにはその他に、運動エネルギー(水頭表示して速度水頭 h_v)があるが、通常の浸透流の場合、その値は h_e や h_p と比べて大変小さいので無視することができる。単位体積の水のもつ全エネルギーを水頭表示して h (全水頭と呼ぶ)とすると、

$$h = h_e + h_p + h_v \approx h_e + h_p \quad (2.1)$$

となる。

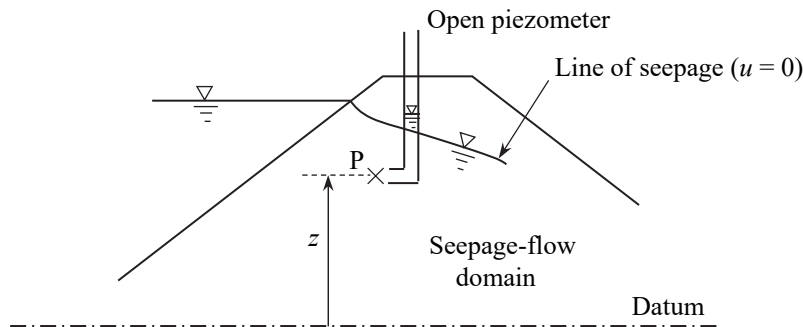


Fig.2.1 フィルダム内の浸透流

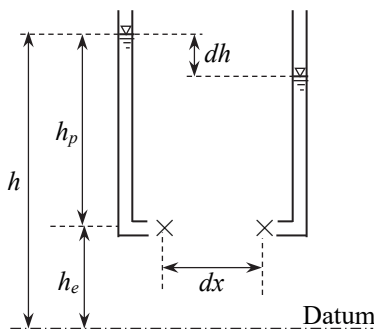
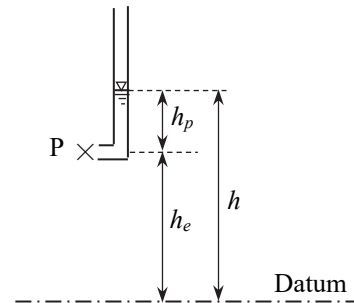


Fig.2.2 水平方向に dx 離れた 2 点における水頭差 dh

$$i_x = -\frac{dh}{dx}$$

$$v_x = k_x i_x$$

$$h = h_e + h_p + h_v \approx h_e + h_p$$

$$\begin{cases} h_e = z \\ h_p = \frac{u}{\gamma_w} \\ h_v = \frac{v^2}{2g} \approx 0 \end{cases}$$

ここでいう圧力はゲージ圧であることに注意すべきである。ゲージ圧とは大気圧を基準として測った圧力をいう。したがって、負圧というのは、絶対的な負ではなく大気圧よりも低い値であることを意味する。

Fig.2.2 に示すように、同じ高さで水平方向に dx だけ離れた 2 点に設置されたオープンピエゾメーターを考え、その水位の差を dh (2 点におけるエネルギーの差の水頭表示) としたとき、 $i_x = -dh/dx$ を動水勾配と呼ぶ。Fig.2.2 において、 u は間隙水圧、 γ_w は水の単位体積重量、 g は重力の加速度である。浸透水は、 h の高い方から低い方へ流れるが、その速さ v は、Darcy 則：

$$v = ki \quad (\text{透水性を表す式}) \quad (2.2)$$

となることが知られている。ここに、 k は透水係数、 i は動水勾配である¹⁸⁾。

さて、Stokes は、Fig.2.3 に示すように、速度 v (cm/s) の粘性流体中にある球形粒子が流体から受ける抵抗について理論的に計算を行い、粘性流体から粒子に次に示すような圧力抵抗 d_p と摩擦抵抗 d_f が作用することを明らかにした¹⁹⁾。

$$d_p = 2\pi\mu v r \quad (2.3)$$

$$d_f = 4\pi\mu v r \quad (2.4)$$

ここに、

μ (g/cm·s): 水の粘性係数

r (cm): 粒子の半径

である。全抵抗 d は、圧力抵抗 d_p と摩擦抵抗 d_f の合計に等しく、

$$d = 6\pi\mu v r \quad (2.5)$$

となる。(2.5)式から、粒子は粘性流体から流速に比例した抵抗を受けることがわかる。

土粒子の集合体である地盤の場合にも、その中を流れる浸透水から流速に比例した力を受けるものとする。そして、単位体積内の土粒子が浸透流から受ける抵抗力 D は、

$$D = a v \quad (\text{抵抗力を表す式}) \quad (2.6)$$

と表されるものとする。ここに、 a は比例定数である。

一方、マクロな観点から浸透水に対して運動方程式をたてて(浸透流速が小さいとして慣性力を無視して)整理すると、たとえばフローリン(ФЛОРИН)²⁰⁾によると、浸透水は単位体積内の土粒子に動水勾配の方向に、体積力 F 、

$$F = i \gamma_w \quad (\text{浸透力を表す式}) \quad (2.7)$$

を及ぼすことが知られている。ここに、

F : 単位体積内の土粒子に作用する体積力(浸透力)

i : 動水勾配

γ_w : 水の単位体積重量

である。

均質等方な地盤の場合、(2.2)式、及び、(2.7)式から、

$$F = \frac{\gamma_w}{k} v \quad (\text{等方透水性地盤の場合}) \quad (2.8)$$

となる。ここで、

$$a = \gamma_w / k \quad (2.9)$$

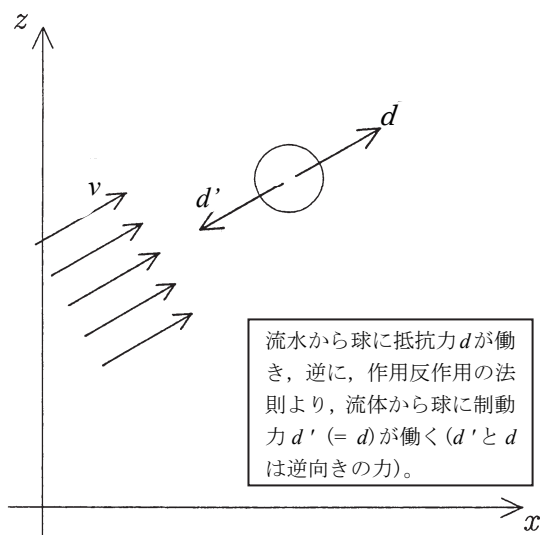


Fig.2.3 大変遅い水の流れの中におかれた球

とおくと、 $F = a v$ となり、(2.2)式と(2.7)式から(2.6)式が導かれることがわかる。また、 $F = D$ である。

ここで、浸透力について考える。等方性地盤では、浸透力 F は流速に比例した力となり流速と同じ方向に働く。一方、異方透水性地盤の場合には、正確には、 F は動水勾配の方向に働くことが知られている。すなわち、浸透力(ベクトル)を $\mathbf{F}$ 、動水勾配(ベクトル)を $\mathbf{i}$ とベクトル表示すると、次のように表される。

$$\mathbf{F} = \mathbf{i} \gamma_w \quad (2.10)$$

個々の土粒子は、ミクロにみると浸透水から圧力抵抗 d_p と摩擦抵抗 d_f を受けているが、単位体積内の土粒子はこれらの抵抗を足し合わせた力 D を受けることになる。マクロな視点から見た体積力(単位体積の土塊に作用する力) F は、ミクロな視点から見た抵抗力(単位体積内の土粒子に働く力) D と等しい(すなわち $F = D$ となる)。

さて、次に、 $F = D$ とすると、(2.6)、(2.7) 式から、 $v = (\gamma_w/a) i$ が得られ、(2.9) 式を用いて(2.2) 式が導かれる。同様に、(2.2) 式と(2.6) 式から、 $D = (a k) i$ が得られ、(2.9) 式を用いて(2.7) 式が導かれることがわかる。これら 3 つの式 (2.2)、(2.6)、(2.7) は相互に関連があり、いずれか 2 つの式から他の 1 式を導くことができる。このように、透水性、抵抗力、浸透力には相互に関係があることがわかる。

2.2 浸透破壊 (Seepage failure)

土の中を水が流れると、浸透水から土粒子に力が及ぼされる。この力を浸透力と呼ぶ。浸透力が大きくなり限界値を超えると、地盤は、土粒子が移動したり、土塊が全体的に移動したりして破壊する。この現象を浸透破壊と呼ぶ。浸透破壊 (Seepage failure) は、Terzaghi (1922)¹⁷⁾ によると Failures by subsurface erosion と Failures by heave に分けられ、Yousefi et al. (2016)²¹⁾ によると同じ現象が、それぞれ、Local failure と General failure に対応付けられている。ここでは、浸透破壊を Terzaghi にならって次のように分類する。

- (1) Failures by subsurface erosion (地下浸食による破壊、土粒子の移動による破壊)、及び、
- (2) Failures by heave or Bulk-heave failure (膨れ上がりによる破壊、全体的な破壊)

両者は、実際にはそれぞれ独立した現象ではなく相互に関連して起こるものであり、合わせて取り扱うのがよいと考えられるが、現象発生のし方に基づきこのように分類すると理解しやすい。

第 2 章では、Terzaghi の分類法にしたがって、まず、(2) について、一次元地盤の浸透破問題－理論と実験－、二次元地盤の浸透破壊問題－理論－、二次元地盤の浸透破壊問題－実験－、及び、ハイドロリック・フラクチャリングについて取り上げる。

3. 膨れ上がりによる破壊(または全体的な破壊) (Failures by heave (or Bulk-heave failure))

膨れ上がりによる破壊(または全体的な破壊)の典型的な問題として、Fig.2.1 に示すような、二次元矢板締切り地盤の浸透破壊(Seepage failure of soil in front of a sheet-pile wall)がある。ここに、 T は地盤の層厚、 D は矢板の根入れ深さである。この問題は本質的に二次元的な現象であり後で取り扱うことにするが、問題を単純化(簡単化)して、「締切り矢板壁に接した下流側地盤をピックアップし、現象を一次元上昇浸透流のある砂柱(地盤)の問題」として取り扱うと理解しやすい。例えば、Fig.3.1 の二次元締切り矢板の下流側壁に接する浸透流について考えると、Fig.3.2 に示すように、上昇浸透流のある一次元砂柱の浸透破壊問題として、(a) 押えフィルターのない場合と、(b) 押えフィルターのある場合に単純化することができる。このように単純化することによって、全体的な破壊形態である、クイックサンド、ボイリング、ヒービングという現象がよく理解できる。ここでは、まず一次元地盤における浸透破壊問題について考える。

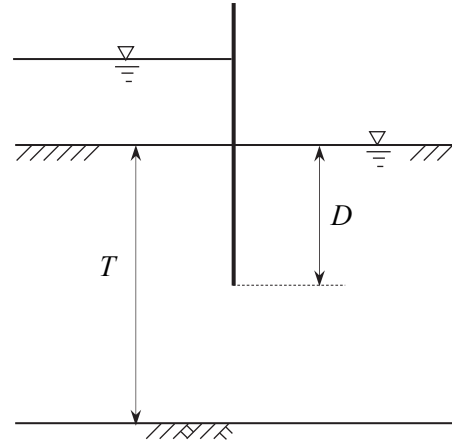
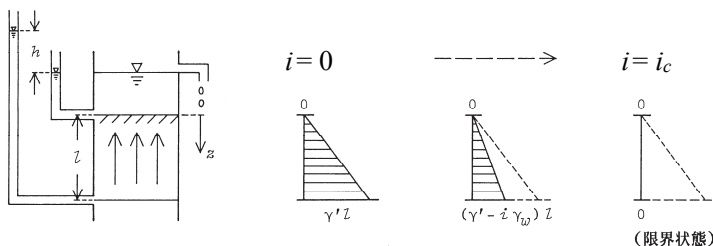


Fig.3.1 二次元締切り矢板前後における浸透流

(a) 一層系(押えフィルターあり)



(b) 一層系(押えフィルターなし)

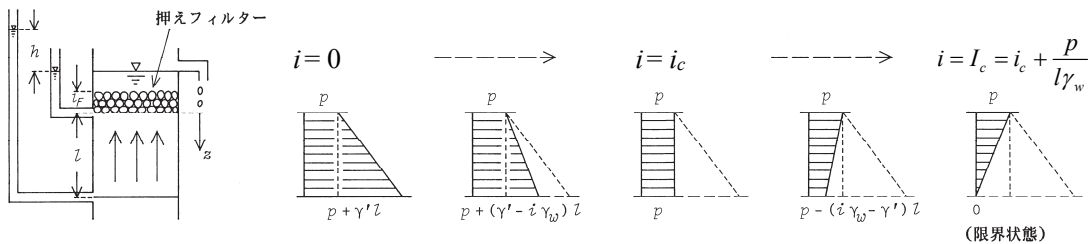


Fig.3.2 一次元一層系地盤における σ'_z 分布の変化

3.1 一次元地盤の浸透破壊問題—理論と実験—

(1) 上昇浸透流のある一次元一層系砂柱の浸透破壊問題(単純化したモデル地盤)

Fig.3.2 に示すように、上昇浸透流のある一次元一層系砂柱の浸透破壊問題について考える。前述したように、二次元締切り矢板に接する下流側地盤の浸透破壊現象を単純化(簡単化)するものである。または、狭い範囲の三次元集中流や軸対称集中流条件の止水壁囲い内(軸対称集中流の場合には円筒壁内)の地盤の浸透破壊現象を近似するものである。現象を一次元場に近似して単純化

することによって浸透破壊現象が理解しやすくなる。

(2) クイックサンド

Fig.3.2 に、上昇浸透流のある一次元一層系砂柱内における「動水勾配 i の増加に伴う鉛直有効応力 σ'_z 分布の変化」を、(a) 押えフィルターのない場合、及び、(b) 押えフィルターのある場合に分けて示している²²⁾。砂柱にかかる水頭差を h 、砂層の厚さを l としたとき、砂層内の動水勾配 i は、 $i = h/l$ と定義される。押えフィルターとは、下の砂層に比べて透水係数が十分大きく、間隙水の流動による水頭損失(Head loss)が無視できるほど粒径が粗く、かつ、下層の砂粒子が通り抜けないほど粒径が細かいものをいう(参考文献 23 の 3.2.1 フィルターの設計基準²³⁾を参照)。押えフィルターのない場合、Fig.3.2(a) に示すように、最初、三角形分布していた鉛直有効応力 σ'_z は、動水勾配の増加に伴い砂層全体において次第に減少していき、最終的に砂層全体で 0 となる(限界状態となる)。このときの動水勾配 i を限界動水勾配 i_c と定義する。

$$i_c = \gamma' / \gamma_w = G_s / (1+e) \quad (3.1)$$

ここに、 γ' は砂の水中単位体積重量、 γ_w は水の単位体積重量、 G_s は砂の比重、 e は砂の間隙比である。限界状態のとき、砂柱内の σ'_z が全体的に 0 となる。すなわち、砂粒子間に働いていた有効応力がなくなり、砂粒子は上昇浸透流中に浮いてばらばらの状態、すなわち、無重力状態となる。または、砂地盤は飽和単位体積重量 γ_{sat} の液体と同様の状態になると言い換えられる。砂地盤は支持力がなくなり、砂層の上にあった単位体積重量 γ_B が γ_{sat} ($\approx 2.0 \text{ gf/cm}^3$) より大きな構造物 ($\gamma_B > \gamma_{sat}$) は支えられなくなり沈下し、砂層の中にあった単位体積重量 γ_B が γ_{sat} ($\approx 2.0 \text{ gf/cm}^3$) より小さな構造物 ($\gamma_B < \gamma_{sat}$) は地表に浮き上がってくる。飽和砂地盤の地震時における液状化と同じ状態である。

(3) ボイリング

一次元浸透破壊実験では、供試体の下部に流れを整えるために供試体より透水係数の大きな整流フィルターが設置される。動水勾配 i が限界動水勾配 i_c より大きくなると、砂層へ水を流す条件、すなわち、整流フィルターの透水係数 k_F と供試体の透水係数 k の相対的な大きさによって、

(a) $k_F > 15k$ のとき：圧力型、及び、

(b) $1k < k_F < 5k$ のとき：一様流型

と定義され、「破壊形態」や「動水勾配 i と流速 v の関係」が異なってくる²⁴⁾。すなわち、砂層へ水を流す条件によって、異なった「砂層の破壊形態 (Fig.3.3 参照)²⁴⁾」となり、異なった「動水勾配 i と流速 v の曲線 (Fig.3.4 参照)²⁴⁾」が形成される。ここにいる整流フィルターとは、流水断面内において水の流れを一様に整えるためのものであり、次項目「(4) 押えフィルター」や参考文献 23 の「3.2.1 フィルターの設計基準²³⁾におけるフィルター」とは異なる。まず、

(a) の場合には、砂層が限界状態に達すると、浸透流は流れやすい箇所(地盤の弱い箇所や緩い箇所)を流れようとするため、水が砂地盤の一部分を集中して流れ沸騰したような状態(すなわち、ボイリング状態)を呈する (Fig.3.3(a))。流量 Q が急激に増大し、 $i \sim v$ の曲線は不連続に飛躍したものとなる (Fig.3.4(a))。一方、

(b) の場合には、砂層が限界状態に達すると、砂粒子は上昇浸透流中(整流中)に浮いた状態となり、さらに水頭差を上昇していったときにも、水頭差の増加とともに砂層全体がクイックサンドの状態を保ったまま徐々に膨らんでいく (Fig.3.3(b))。Fig.3.5 に一次元一層系砂柱(押えフィルターなし)の浸透破壊実験 (S0589) におけるクイックサンドの状況(一様流型)を示す。この場合には、限

界状態に達した後もスムーズな $i \sim v$ の曲線が形成される (Fig.3.4(b))。これは、砂地盤は透水係数が大きくなり動水勾配が小さくなるが、地盤が膨らんで厚さを増していくため地盤全体にかかる水頭損失は大きくなり砂地盤に負荷した水頭差と釣り合うためであると考えられる。

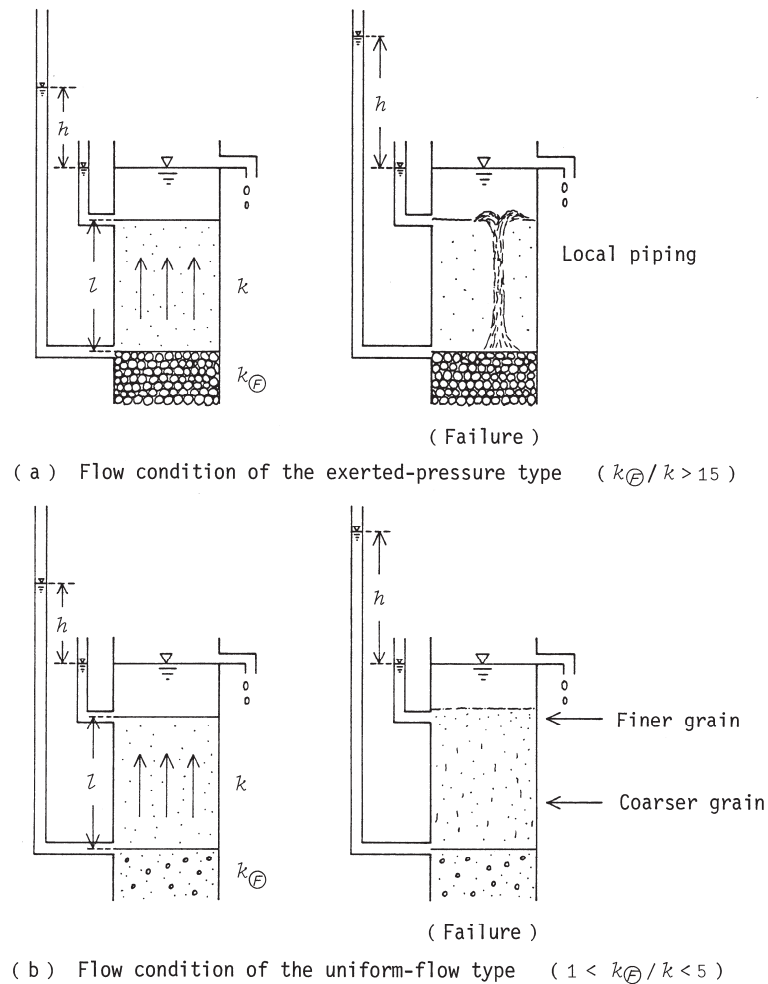


Fig.3.3 一層系(押えフィルターなし)の破壊形態

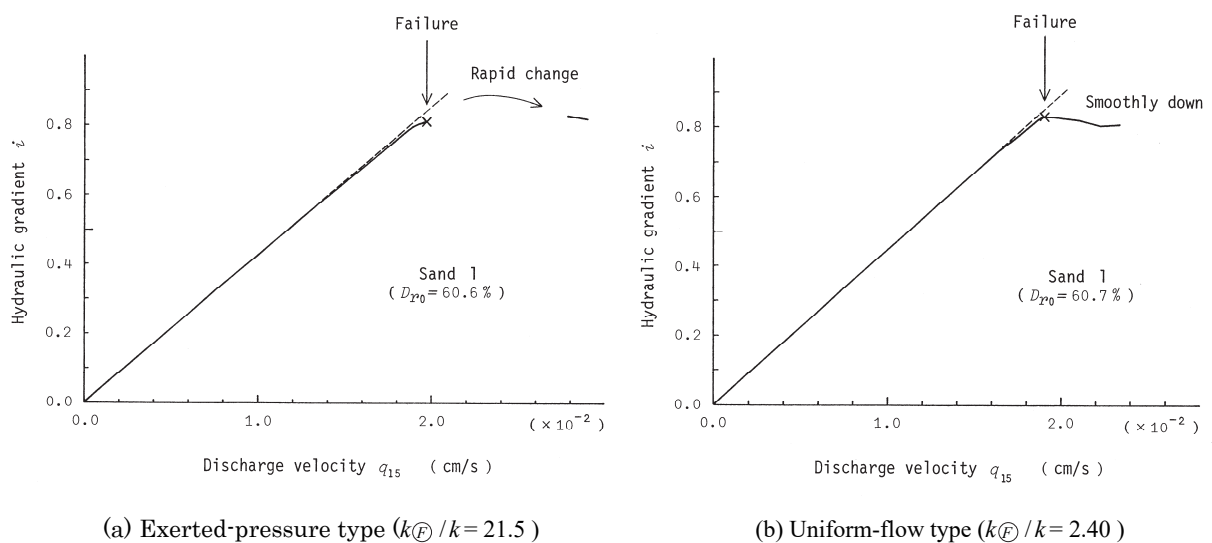
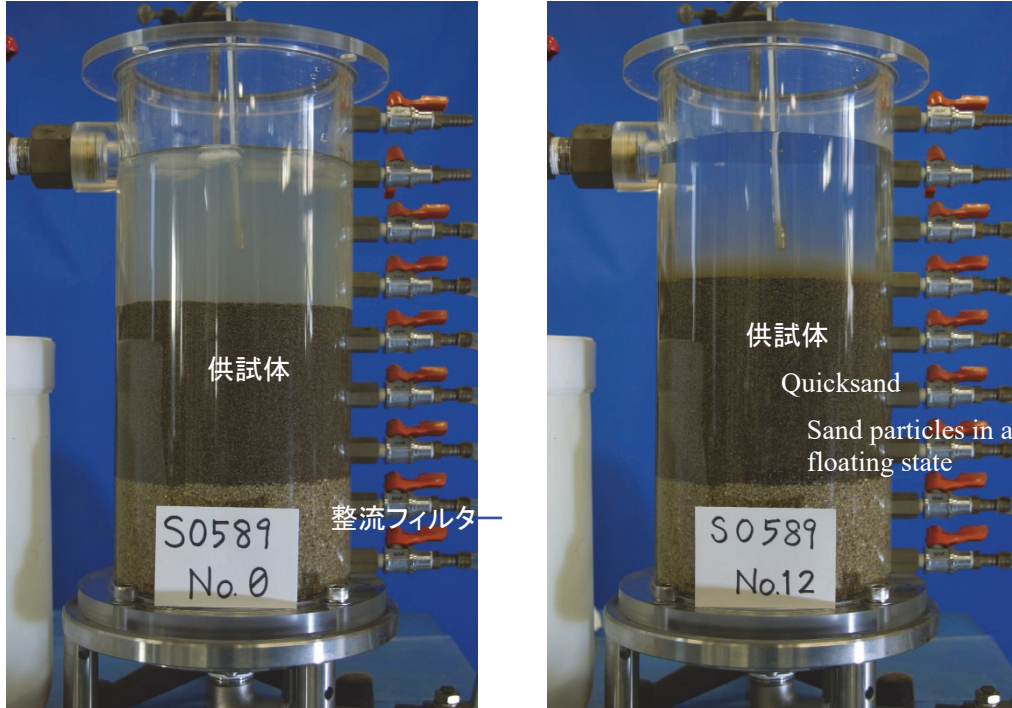


Fig.3.4 $i \sim v_{15}$ 曲線 ((a) S0156 及び (b) S0143)



(a) $i = 0.000$ (初期段階)

(b) $i = 0.756$ (最終段階)

Fig.3.5 一層系(押えフィルターなし)の浸透破壊実験(S0589)クイックサンドの状況(一様流型)

(4) 押えフィルター

クイックサンドを防止するために砂地盤の上に押えフィルターが設置される。押えフィルターは、水は自由に通し砂地盤の部分に比べて水頭損失が無視できる程小さいが、砂地盤の土粒子が流失しないように設計される。押えフィルターは参考文献 23 の「3.2.1 フィルターの設計基準²³⁾」におけるフィルター」と同じものであり、「3.2 節²³⁾」にその詳しい定義がある。

(5) ヒービング

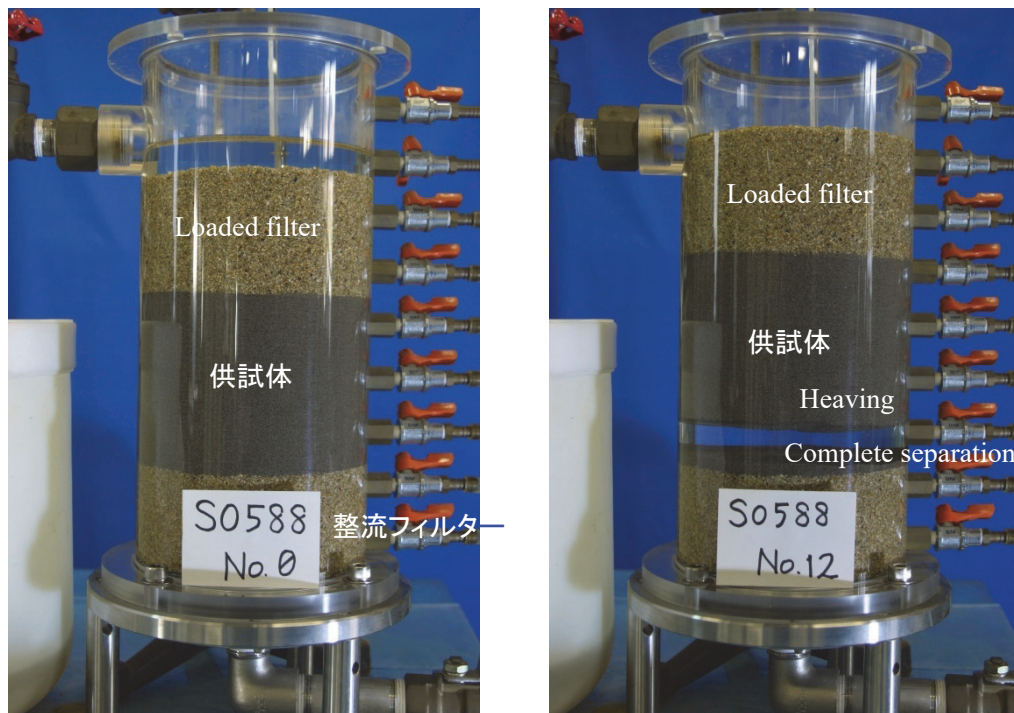
砂柱の上端に押えフィルターがある場合、動水勾配が増加するにつれて、砂柱内部の鉛直有効応力 σ'_z が Fig.3.2 (b)に示すように変化する。最初、台形状に分布していた鉛直有効応力 σ'_z が、動水勾配 i の増加につれて上端を除く砂層全体において減少していく(砂層の上端では常に $\sigma'_z = p$)。また、「 $i = i_c = \gamma'/\gamma_w$ のとき、押えフィルターがない場合には Fig.3.2 (a)のように全層で $\sigma'_z = 0$ (限界状態)であった」ものが、押えフィルターがある場合には、Fig.3.2 (b)のように砂柱内において一様な鉛直有効応力分布となり($\sigma'_z = p$)、砂層は安定した状態を呈する。ここに、 p は押えフィルターの有効上載圧である。押えフィルターの有効上載圧は Fig.3.2 (b)のように水中に没しているときには、その水中単位体積重量 γ_F' 、及び、厚さ l_F を用いて、

$$p = \gamma_F' l_F \quad (3.2)$$

と表される。さらに動水勾配が増加していくと、鉛直有効応力 σ'_z は、砂柱下部において減少していき最終的に砂柱下端で 0 (すなわち、限界状態)となる。押えフィルターがある場合の限界動水勾配 I_c は、

$$I_c = \frac{\gamma' l + p}{\gamma_w l} = i_c + \frac{p}{\gamma_w l} \quad (3.3)$$

である。 i_c は一層系(押えフィルターなし)の限界動水勾配であるので、一層系(押えフィルターあり)の I_c の値における押えフィルターの効果は、(3.3)式から $p/\gamma_w l$ であることがわかる。この場合、限界状態のときにも、砂柱内には有効応力が残留しており、砂地盤は安定していることがわかる。さらに水頭差が増加していくと、地盤は下端で下部の「整流フィルター」と分離し上昇する、すなわち、ヒービング現象を起こす。ヒービング現象は、通常、粘性土地盤が下方から大きな水圧を受けたときに起こると考えられているが、砂地盤の場合にも存在することがわかる。Fig.3.6 に一次元一層系(押えフィルターあり)の浸透破壊実験(S0588)におけるヒービングの状況を示す。



(a) $i = 0.000$ (初期段階)

(b) $i = 1.693$ (最終段階)

Fig.3.6 一次元一層系(押えフィルターあり)の浸透破壊実験(S0588)_ヒービングの状況

3.2 二次元地盤の浸透破壊問題—理論—

ここでは、二次元地盤における浸透破壊理論について考える。

(1) 二次元単列矢板締切り地盤の上昇破壊

河川や海岸、地下水位の高い地点などにおいて掘削工事を行う場合、矢板等でまわりを囲い込み内部の水を排水して Dry work とするのが一般的である。このような工事を締切り (Cofferdam) という。Fig.3.1 に二次元締切り矢板前後における浸透流の概念図を示す。これは、二次元浸透破壊の典型的な問題であり、均質な単層地盤に矢板が打ち込まれた状態を表す。

(2) 二次元地盤の浸透破壊安定解析法(慣用法)

ここでは、浸透破壊に対する安定解析法としてよく用いられている慣用的な方法: (a) Harza の方法, (b) Terzaghi の方法, (c) Baumgart-Davidenkoff の方法, (d) 道路協会の方法, (e) Prismatic failure concept について述べる。

(a) Harza の方法

Fig.3.7 のように地盤に矢板が打込まれている場合を考える。Harza⁸⁾ は、浸透水の出口部分の動水勾配、すなわち出口動水勾配(Escape gradient) i_e について考えた。 i_e の最大値、すなわち、最大出口動水勾配 $i_{e \max}$ が砂の限界動水勾配 i_c より大きくなると地盤表層でボイリングが発生すると考える。ボイリングの発生に対する安全率 F_s は、

$$F_s = \frac{i_c}{i_{e \max}} \quad (3.4)$$

となる。ここに、

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1 + e}$$

γ' : 土の水中単位体積重量

γ_w : 水の単位体積重量

G_s : 土粒子の比重

e : 土の間隙比

である。Kochina²⁵⁾ の考え方、CGS Manual²⁶⁾ は原理的にこの方法に基づいている。

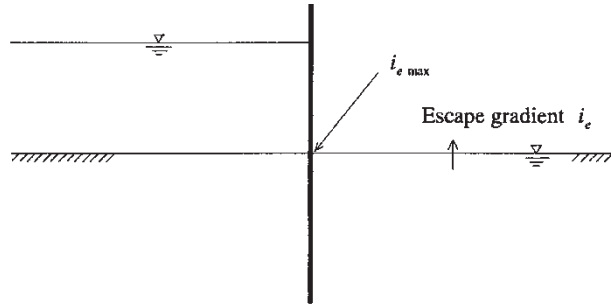


Fig.3.7 出口動水勾配 (Harza の方法)

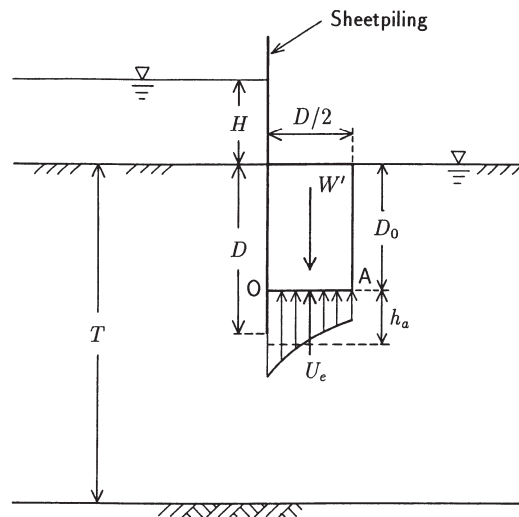


Fig.3.8 Terzaghi の方法(A)

(b) Terzaghi の方法

1) Terzaghi の方法 (A) Terzaghi⁹⁾ は、モデル実験などから、Fig.3.8 に示すように、矢板壁に接した幅 $D/2$ 、深さ D_0 ($0 \leq D_0 \leq D$) の角柱土塊が力の釣合いを失って持ち上がるときに破壊が起こると考えた。ここに、 D は止水壁の下流側根入れ深さである。この角柱土塊の持ち上がりに抵抗する力は、角柱土塊の重量と鉛直面に働くせん断抵抗力(摩擦力と粘着力)である。しかし、砂地盤(粘着力 ≈ 0)を考え、崩壊の瞬間には角柱に水平方向に働く有効応力はほぼ 0 とみなすことができるので、結局、この場合には、角柱の底面に働く過剰間隙水圧が角柱の水中重量より大きくなったときに角柱土塊の上昇(浸透破壊)が起こることになる。土塊の上昇に対する安全率 F_s は、考える土塊の深さ D_0 によって変化するが、その最小値がその地盤の浸透破壊に対する安全率 $F_{s \min}$ となる⁹⁾。

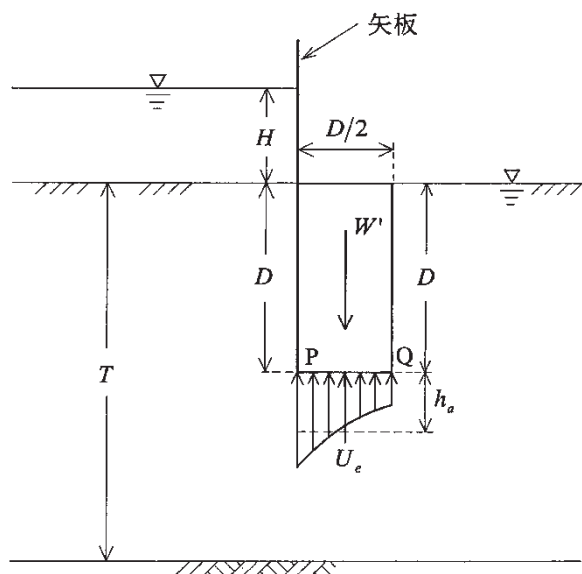


Fig.3.9 Terzaghi の方法(B) (破壊土塊)

2) Terzaghi の方法 (B) 均質な地盤の場合には、浸透破壊に対する安全率は、Fig.3.9 に示すように角柱土塊の下端が矢板の下端と一致したときに最小値となる¹⁰⁾。このとき、浸透破壊に対する安全率 F_s は、

$$F_s = \frac{W'}{U_e} = \frac{\gamma' D}{h_a \gamma_w} \quad (3.5)$$

となる。ここに、

$$W' = \frac{D}{2} D \gamma' : \text{角柱土塊の水中重量}$$

$$U_e = \frac{1}{2} \gamma_w D h_a : \text{角柱の底面(幅 } D/2) \text{ に働く過剰間隙水圧の合力}$$

γ' : 土の水中単位体積重量

γ_w : 水の単位体積重量

h_a : 角柱の底面に働く平均過剰間隙水圧(水頭表示)

である。 h_a の値は、流線網を描いて求めたり、FEM 浸透流解析から求めたりすることができる²⁷⁾。後述の道路協会の方法 1999 年版¹⁵⁾は、この考え方に基づいている。Terzaghi の方法は、Fig.3.8 のような均質等方な二次元地盤の場合に適用される方法である。地盤が異方透水性を有していたり、下流側地盤表面に押えフィルターがあつて破壊土塊が Terzaghi の角柱土塊と異なっていたりする場合には適用できない^{11) 12) 28) 29)}。また、軸対称地盤の場合にも適用ができない³⁰⁾。このような場合にも適用できる方法として著者らは Prismatic failure の考え方(prismatic failure concept, 略して pfc)を提案した^{11) 12) 30)}。後述の(e)で Prismatic failure の考え方について述べる。

(c) Baumgart-Davidenkoff の方法

Baumgart-Davidenkoff の方法³¹⁾は、前述の(b) 1) Terzaghi の方法 (A) と同じように、矢板下流側の上昇浸透流を考える。矢板壁に接した、微小な幅、任意のプリズムを考え、浸透破壊に対する安全率 F_B を次のように定義する。

$$F_B = \frac{(\text{そのプリズムの有効重量})}{(\text{そのプリズムの圧力損失})} \quad (3.6)$$

そして、種々の深さに対して、安全率 F_B が最小となる点を調べる。このとき、砂柱は、安全率 F_B が最小となる点で限界となると考える (Minimum criterion)³²⁾。

前述の(b) 1) Terzaghi の方法 (A) との相違は、「Terzaghi⁹⁾ が浸透水によって持ち上げられるプリズムの幅を、矢板の貫入長の 1/2 と仮定しているのに対して、Baumgart-Davidenkoff³¹⁾ は非常に小さいと仮定している」点にある。すなわち、Baumgart-Davidenkoff の方法では、安全側の考慮から、プリズムの幅 B が $B \rightarrow 0$ となるときを考え、 $h_a \rightarrow H/2$ とすると、(3.5)式は次のようになる。

$$F_s = \frac{\gamma' D}{h_a \gamma_w} = \frac{\gamma' D}{(D/2) \gamma_w} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \cdot \frac{2D}{H} \quad (B \rightarrow 0 \text{ のとき}) \quad (3.7)$$

次に述べる、道路協会の方法 1977 年版¹³⁾ 及び 1987 年版¹⁴⁾ は、この考え方に基づいている。

(d) 道路協会の方法

道路協会の方法は、1977, 1987, 1999 年版で算定式が異なっている。Fig.3.10 に示すような掘削地盤について考えた場合、各年版の算定式は、それぞれ、次のように表される。

1) 1977 年版 1977 年版¹³⁾では、矢板に接する上下流側の壁面をすべて有効な浸透路長と考え

$$F_s = \frac{(2D + d)\gamma'}{H\gamma_w} \quad (\text{by JRA 1977}) \quad (3.8)$$
$$F_s = \frac{2D\gamma'}{H\gamma_w} \quad (\text{by JRA 1987}) \quad (3.9)$$

Fig.3.10 道路協会の方法

$$F_s = \frac{\gamma' D}{\frac{1.57 \gamma_w H}{4}} = 1.27 \frac{\gamma'}{\gamma_w} \frac{2D}{H} \quad (\text{by JRA 1999}) \quad (\text{ボーリングに対して}) \quad (3.10)$$

次に、パイピングに対しては、矢板と土の境界面に沿って起こる現象であると考え、限界水頭差 H_c を、

$$H_c = \frac{(2D+d)\gamma'}{2\gamma_w} \quad (\text{by JRA 1999}) \quad (\text{パイピングに対して}) \quad (3.11)$$

$$\left(2\frac{\gamma_w}{\gamma'} \approx 2 =\right) F_s = \frac{H_c}{H} = \frac{2D+d}{d} \quad (3.12)$$

(e) Prismatic failure の考え方

$$F_s = \frac{W' + F_L + F_R}{U_s} \quad (3.13)$$

— 185 —

ている。そして、水頭差が限界水頭差を越えて増加したとき限界プリズムがまず最初上昇し地盤が破壊するものとする。側面の摩擦を考える場合と考える場合に分けられる。限界プリズムは、摩擦を考慮しない場合矢板に接した幅のないプリズムとなるが、摩擦を考慮した場合ある幅をもつ。また、pfcによる限界水頭差(壁面摩擦を考慮した場合)は実験による変形開始時水頭差とほぼ等しいことがわかっている¹¹⁾¹²⁾。ここでは、二次元版 pfc-2D について説明したが、軸対称版 pfc-AXS³⁰⁾、三次元版 pfc-3D³³⁾についても同様である。

2) Extended pfc 下流側掘削地盤に押えフィルターを載せた場合の浸透破壊問題を考えるとき、押えフィルターの矢板から離れた側の(下流)地盤表面でボイリングが発生することがある。この場合、プリズムについて、Fig.3.11(b)のように矢板壁に接したものだけではなく、Fig.3.13 のように矢板から離れたものを考える必要が生じる。著者らは、このような場合に対応して安定解析を行う方法として、Extended prismatic failure の考え方を提案した³⁴⁾。

3.3 二次元地盤の浸透破壊問題—実験—

二次元地盤における浸透破壊実験(E0009)について考える。ここで、実験E0009³⁵⁾は、実験水槽(奥行き 40 cm, 幅 160 cm, 高さ 130 cm)を用いて、実験条件(琵琶湖砂 2, $T = 39.9$ cm, $D = 19.8$ cm, $D_r = 49.0\%$)の下で行ったものである。

(1) $H \sim Q_{15}$ 曲線

Fig.3.14 に相対密度 D_r が約 50%の中密の砂地盤に関する二次元浸透破壊実験E0009について、 $H \sim Q_{15}$ 曲線を示す。ここに、 H は地盤にかかる水頭差、 Q_{15} は15°C時の値に換算した流量である。水頭差 H を増加していくとき、 Q_{15} は H の増加に連れ

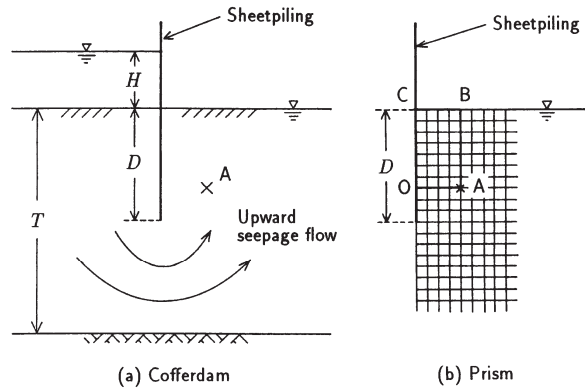


Fig.3.11 Prismatic failure の考え方

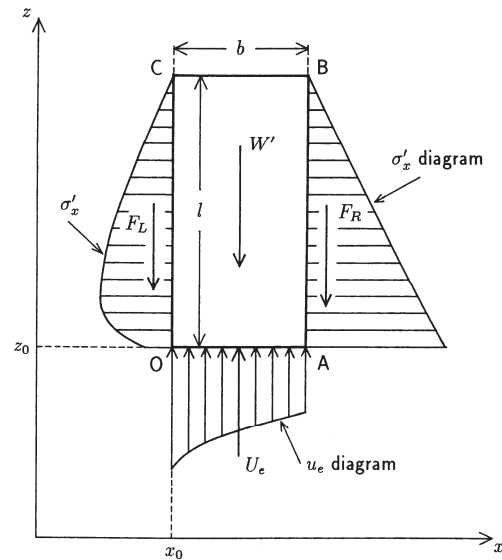


Fig.3.12 プリズムに作用する力

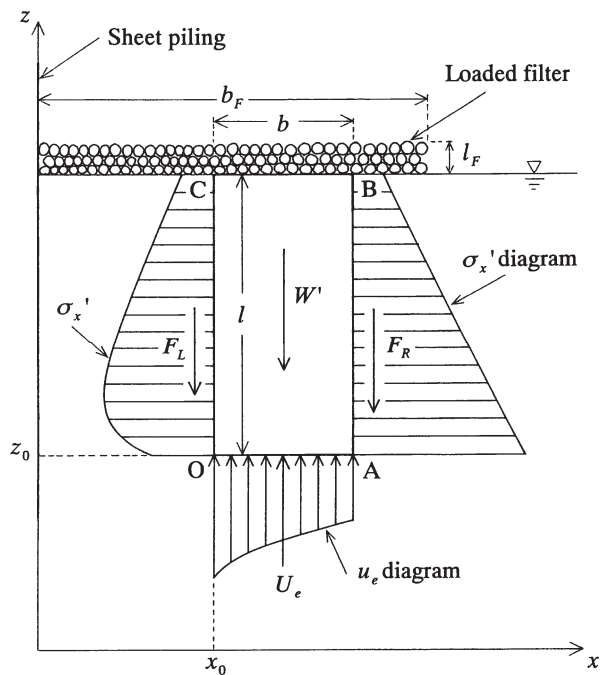


Fig.3.13 Extended Prismatic failure の考え方

て最初直線的に増加していくが、ある水頭差に達すると直線関係から外れて実験流量が急増することがわかる。このときの水頭差を流量急増時水頭差 H_d と定義する。これは、後述するように、ちょうどこのあたりから、矢板近傍で、地盤が上流側で沈下し下流側で隆起し始めることと対応している。このときの水頭差を変形開始時水頭差 H_y と定義する。また、 $H_d = H_y$ である³⁵⁾。流量の急

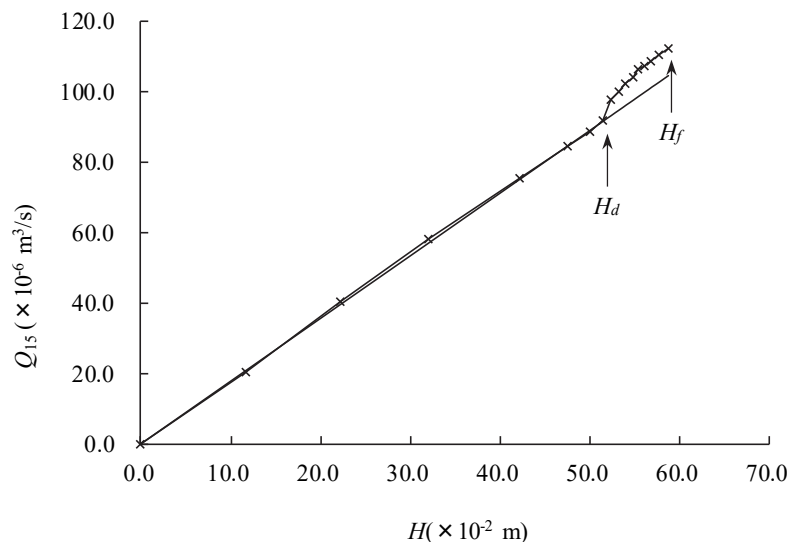


Fig.3.14 $H \sim Q_{15}$ 曲線 (実験 E0009³⁵⁾)

増は、地盤変形、及び、変形に伴いその部分の地盤が緩くなり間隙が大きくなって、透水係数が増大したためであると考えられる。また、流量急増時水頭差 $H_d (=H_y)$ は、pfc による理論限界水頭差 H_c によって精度よく算定できることがわかった¹¹⁾¹²⁾。さらに、 H を増加していくと、地盤は、矢板近傍で上流側沈下及び下流側隆起が進行していき、最終的に破壊時水頭差 H_f で破壊する。

(2) 二次元地盤の浸透破壊形態と Self-stabilizing effect

Fig.3.15 に実験 E0009³⁵⁾ における矢板近傍の地盤状況の変化を示す。図において、左側が上流、右側が下流である。水頭差 H が変形開始時水頭差 H_y に達すると、最初水平であった地盤表面 (Fig.3.15(a)) が、上流側で沈下し下流側で隆起する。上流側から下流側に砂粒子が移動して(それに伴って上流側地盤が沈下し)、上流側からの砂粒子の供給によって下流側の矢板に接した土塊が上昇し(かつ体積及び重量も大きくなり)、それによって下流側土塊が上昇破壊に対して抵抗する (Fig.3.15(b))。さらに水頭差が増加していくと、さらに砂粒子が上流から下流へ移動し、下流側地盤は新しい力の釣合いを形成して耐える (Figs.3.15(c), (d))。そして、下流側地盤は最終的に持ちこたえられなくなり水頭差 H_f で破壊する (Fig.3.15(e))。このように、 H が H_y を少し越えても、破壊に対してある程度持ちこたえることがわかる。この現象において、変形から破壊に至るまでの水頭差に関する値、(すなわち、破壊時水頭差 H_f と変形開始時水頭差 H_y の差) $H_f - H_y$ を余裕と定義する。余裕を H_c で無次元化した値: $(H_f - H_y)/H_c$ で表すと、二次元地盤の場合約 11% であると報告されている³⁶⁾。この式で H_c は Prismatic failure concept による理論限界水頭差(壁面摩擦を考慮した場合)を表す。この現象は Self-stabilizing effect³⁶⁾ と名付けられ、浸透流に対する地盤の自己防衛機能の一つであり、「ダムフィルターの期待される Self-healing effect」と類をともにするものである。

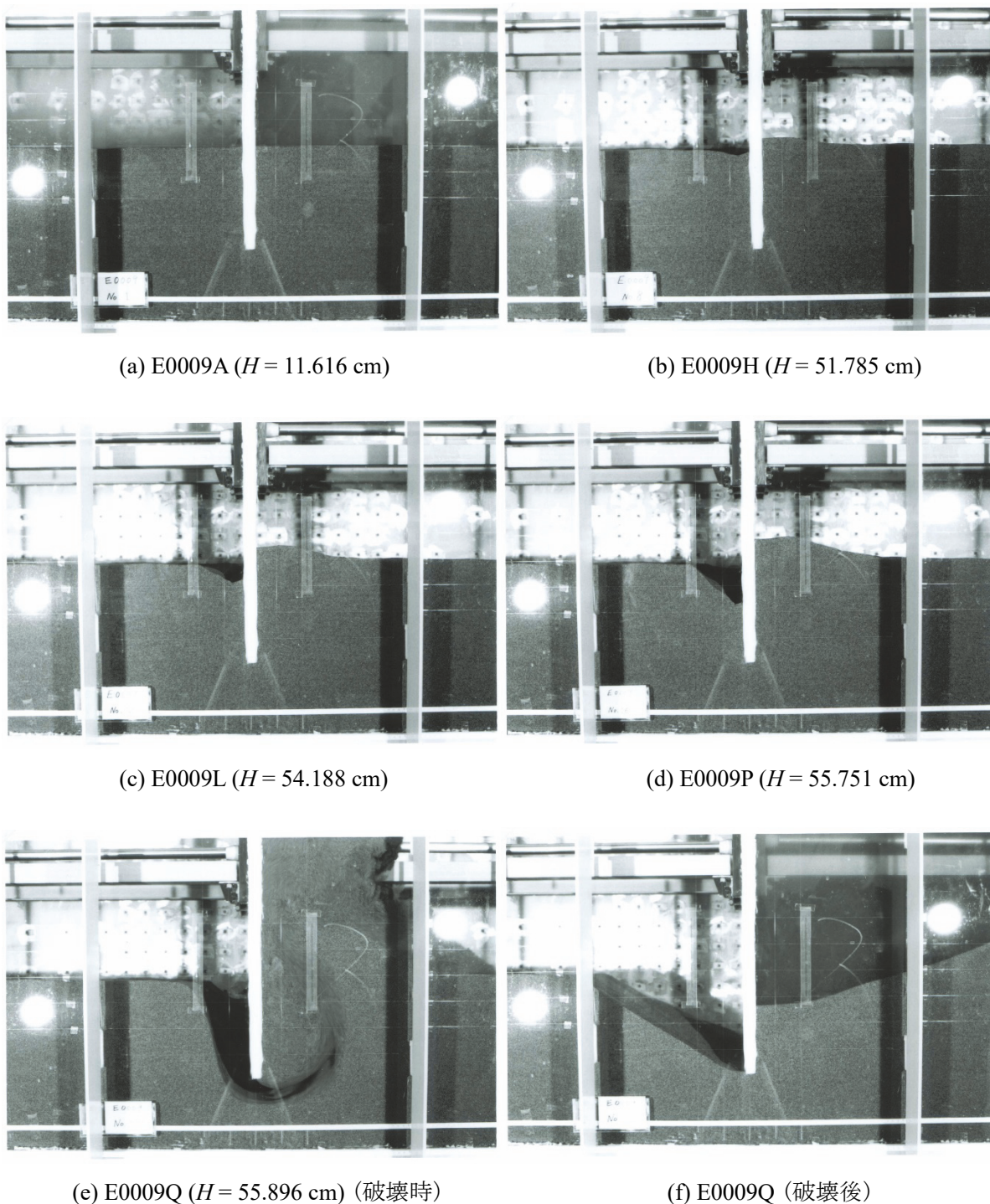


Fig.3.15 地盤形状の変化および破壊形態の写真(実験 E0009³⁵⁾)

3.4 ハイドロリック・フラクチャリング

ハイドロリック・フラクチャリング(Hydraulic fracturing)とは、岩盤や(土質)地盤の中で間隙水圧がその引張り強さ以上になったときに、岩盤や(土質)地盤に亀裂が発生する現象をいう。Fig.3.16 に、Open fracture 中における流水の漏出機構が示されている³⁷⁾。図で中央の円はボーリング孔(液の注入孔)を表している。ハイドロリック・フラクチャリング現象については、元来、石油産業の分野で、岩盤に関して定義され用いられてきた。ハイドロリック・フラクチャリングは、ク

ラックが発生し、大きくなる過程は膨れ上がりによる破壊に相当する。そのクラックが水孔や水みちとなると、土粒子を洗い流す原因、すなわち地下浸食による破壊の誘因となる。

ハイドロリック・フラクチャリングの発生について Duncan と Seed が提案した定義式は、 $\Delta u > \sigma_3 + \sigma_t$ であり、引張り強度との関係で表されている³⁸⁾。ここに、 Δu は間隙水圧、 σ_3 は全応力表示による最小主応力、 σ_t は土の引張り強度である。また、実験的に浸透破壊を評価することもできて、 $\Delta u = m\sigma_3 + n$ としてまとめられる。ただ、 m, n は粘着力や材料に依存するが、明瞭ではなく、粘性土については未だ明確な判定がないという課題が挙げられる³⁸⁾。ハイドロリック・フラクチャリング現象は、石油やシェールオイルの採取に当たって活用されている技術であるが、フィルダムの基礎地盤では避けるべき現象であるとされている。1964 年の Teton Dam 決壊はハイドロリック・フラクチャリングが原因であると言われている。

近年、ボーリングは、技術の進歩によって、より深い岩盤への施工が容易に可能となり、かつ経済的に採算が取れるようになってきた。このことから各地でシェールオイルの開発が進むようになってきた。

ハイドロリック・フラクチャリングは、原理的には、3.1(5) ヒービングと同一の現象であるといえる。

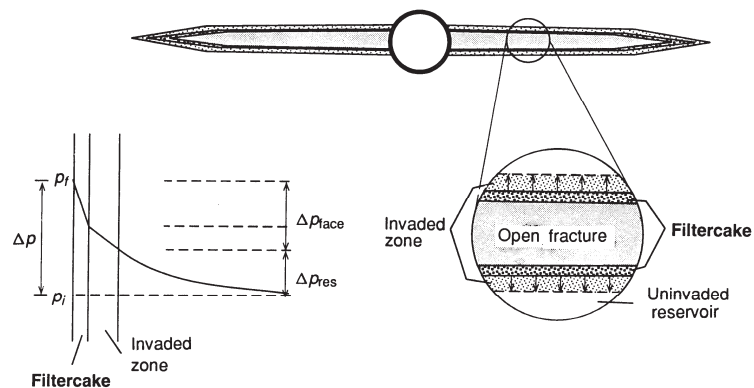


Fig.3.16 ハイドロリック・フラクチャリング³⁷⁾

4. まとめ

まず、浸透破壊安定性の計算における慣用法について考えた。物理学の分野では Order of magnitude の重要性が指摘されている。浸透破壊安定性に対して設計で用いられる慣用法は、少数の物理量から、簡単に、真値に近い値を算定することであり、まさに Order of magnitude の性質を有するものであり、その意義は将来も変わらないことを指摘した。

次に、地盤の浸透破壊現象を、Terzaghi (1922) にならって「土粒子の移動による破壊」と「全体的な破壊」に分類した。ここでは、「全体的な破壊」について、一次元及び二次元地盤の浸透破壊問題に関して理論的・実験的に議論した。そして、

- (1) 浸透破壊現象として、クイックサンド、ボイリング、ヒービング、及び、ハイドロリック・フラクチャリングを取り上げて詳しく解説した。また、
- (2) 浸透破壊安定解析法(慣用法)として、一次元問題では限界動水勾配、二次元問題では Harza の方法、Terzaghi の方法、Prismatic failure concept を取り上げて考察した。

謝辞

令和6年10月25日、農林水産省東海農政局第1会議室で開催された、令和6年度 行政技術研修(頭首工)において著者が行った講義(タイトルは「土構造物及び基礎地盤の浸透流と浸透破

壊」)に関して作成した資料：

土構造物及び基礎地盤の浸透流と浸透破壊その1－全体的な破壊－

土構造物及び基礎地盤の浸透流と浸透破壊その2－土粒子の移動による破壊－

のうち、前者をまとめ直したものである。講義の実施に当たり、農林水産省 農村振興局 整備部 設計課 企画調整室の高岡直文氏、高橋裕幸氏ほかには大変お世話になった。ここに記して謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 田中 勉：地盤・土構造物のリスクマネジメント 地盤崩壊・液状化のメカニズムとその解析，監視，防災対策，第1編第2章第3節『地盤の浸透破壊メカニズムと安定解析』，pp.31-50，(株)エヌ・ティー・エス，2019.
- 2) Halliday, D., Reanik, R. and Walker, J.: Fundamentals of Physics, 6th ed., John Wiley & Sons, Inc., p.5, 2001, or Halliday, D., Reanik, R. and Walker, J./野崎光昭監訳：物理学の基礎 [1] 力学，培風館，p.5, 2002.
- 3) 山口柏樹：土質力学 全改訂（講義と講演），第3版，技報堂出版，pp.206-208, 240-242, 281-235, 1984.
- 4) Harr, M.E.: Groundwater and Seepage, McGraw-Hill, New York, pp.40-43, pp.101-111, 1962.
- 5) 最上武雄監修／久保田敬一，河野伊一郎，宇野尚雄：土質工学基礎叢書 2 透水－設計へのアプローチ，鹿島出版会，p.67, 1976.
- 6) Bligh, W.G.: Practical design of irrigation works, second edition, Constable, Edinburgh, pp.163-205, 1910.
- 7) Lane, E.W.: Security from under-seepage masonry dams on earth foundations, *Trans. of ASCE*, No.100, pp.1235-1351, 1935.
- 8) Harza, L.F.: Uplift and seepage under dams on sand, *Transactions of ASCE*, No.100, pp.1352-1406, 1935.
- 9) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, pp.257-261, 1943.
- 10) Terzaghi, K. and Peck, R.B.: Soil Mechanics in Engineering Practice, 1st ed., John Wiley and Sons, New York, pp.502-503, pp.510-512, 1948.
- 11) 田中 勉：上昇浸透流を受ける矢板背後地盤の浸透破壊－Prismatic failure の概念と解析結果一，農業土木学会論文集，第186号(第64巻，第6号)，pp.969-979, 1996.
- 12) Tanaka, T. and Verruijt, A.: Seepage failure of sand behind sheet piles –The mechanism and practical approach to analyze–, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.3, pp.27-35, 1999.
- 13) 日本道路協会編：道路土工－擁壁・カルバート・仮設構造物工指針，日本道路協会，pp.205-207, 1977.
- 14) 日本道路協会編：道路土工－擁壁・カルバート・仮設構造物工指針，日本道路協会，pp.240-242, 1987.
- 15) 日本道路協会編：道路土工－仮設構造物工指針，日本道路協会，pp.76-82, 1999.
- 16) 田中 勉，永井 茂，廣瀬 哲夫，三木 昂史：各種基準類における地盤浸透破壊に対する安全率算定方法と考え方，神戸大学都市安全研究センター研究報告，第19号，pp.284-307, 2015.
- 17) Terzaghi, K.: Der Grundbruch an Stauwerken und seine Verhütung, *Wasserkraft* 17, pp.445-449, 1922. または，Terzaghi, K.: From theory to Practice in Soil Mechanics, Wiley, New York, pp.114-118, 1960.
- 18) Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, McGraw-Hill, New York,

- pp.10-13, pp.56-69, 1937. (Reprinted by J.W. Edwards, Ann Arbor, 1946.)
- 19) 高野 暲：流体力学，岩波書店，pp.211-214, 1975.
- 20) ベー・アー・フローリン(ФЛОРИН, В. А.)原著／赤井浩一監修，大草重康訳編：フローリンの土質力学 第I巻，第2版，森北出版，pp.183-193, 1971.
- 21) Yousefi, M., Sedghi-Asl, M., and Parvizi, M. (2016): Seepage and Boiling around a Sheet Pile under Different Experimental Configuration, ASCE, Journal of Hydrologic Engineering, 12 Aug. 2016. 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001449, 06016015.
- 22) 沢田敏男，長谷川高士，田中 勉：一次元一層系砂柱の浸透破壊問題，一次元上昇浸透流による砂柱の破壊に関する理論的研究(1)－，農業土木学会論文集，第88号，pp.45-50, 1980.
- 23) 田中 勉：地盤の浸透破壊問題－土粒子の移動による破壊－，神戸大学都市安全研究センター研究報告，第28号，pp.99-130, 2024.
- 24) 田中 勉，吉良八郎，長谷川高士：一層系(押えフィルタなし)の浸透破壊実験，一層状堆積の砂柱の浸透破壊に関する実験的研究(I)－，農業土木学会論文集，第110号，pp.87-99, 1984.
- 25) Polubarinova-Kochina, P.Ya.: Theory of Groundwater Movement, Translated from the Russian by J.M.R. de Wiest Princeton University Press, Princeton, pp.85-88, 1962.
- 26) Canadian Geotechnical Society ed.: Canadian Geotechnical Engineering Manual: Chapter 28 Control of Groundwater, Canadian Geotechnical Society, pp.421-427, 1992.
- 27) 田中 勉，景山敏一：浸透流問題における各種数値解析法とフローネット法，神戸大学農学部研究報告，第21巻，第2号，pp.157-169, 1995.
- 28) Tanaka, T., Toyokuni, E. and Ozaki, E.: Prismatic failure –A new method of calculating stability against boiling of sand within a cofferdam, Proceedings of the International Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, pp.219-224, 1996.
- 29) Tanaka, T. and Verruijt, A.: Design of a loaded filter on soil behind sheet piles in two dimensions, Proceedings of the 3rd International Conference on Filters and Drainages in Geotechnical and Environmental Engineering, pp.99-106, June 5-7, 2000.
- 30) Tanaka, T., Hayashi, K. and Yamada, M.: Seepage failure of soil in an axisymmetric condition, Proceedings of the Geotech-Year 2000, Developments in Geotechnical Engineering, pp.665-674, November 27-30, 2000.
- 31) Davidenkoff, R.N.: Zur Berechnung des hydraulischen Grundbruches, Wasserwirtschaft 46, pp.230-235, 1955.
- 32) Kälin, M.: Hydraulic piping –theoretical and experimental findings, Can. Geotech. J., Vol.14, No.1, pp.107-124, 1977.
- 33) 田中 勉，久住慎也，廣瀬大輔：三次元地盤の浸透破壊に対する安定解析－Prismatic failure concept 3D の開発と実験地盤の解析－，神戸大学都市安全研究センター研究報告，第十六号，pp.285-299, 2012.
- 34) Tanaka, T., Setsune, N., Inoue, K. and Kusaka, T.: Evaluation of seepage failure of soil with a loaded filter in front of sheet piles in two dimensions using Extended Prismatic failure concept, Proceedings of the 4th International Conference on Filters and Drainages in Geotechnical and Environmental Engineering, pp.169-180, 2004.
- 35) 田中 勉，景山敏一，永井 茂：仮締切り矢板背後地盤の浸透破壊実験－実験装置の試作と

地盤内浸透流特性の把握－，第 40 回地盤工学シンポジウム－新しい課題と新しい技術－ 発表論文集, pp.323-330, 1995.

36) 田中 勉, 村上文明, 永井 茂, 坂根健一：地盤の浸透破壊における Self stabilizing effects, 神戸大学都市安全研究センター研究報告, 第五号, pp.359-377, 2001.

37) Valkó, P. and Economides, M.J.: Hydraulic Fracture Mechanics, John Wiley & Sons Ltd., p.183, 1995.

38) 岡本敏郎：河川堤防とフィルダムにおける浸透破壊の評価法と課題, 地盤工学会誌「土と基礎」, Vol.57, No.9 (Ser. No.620), pp.6-9, 2009.

著者

- 1) 田中 勉, 神戸大学名誉教授

Seepage failure of soil –Failure by heave–

Tsutomu Tanaka

Abstract

First, we consider the significance of conventional methods for stability analysis against seepage failure. As pointed out in physics, it is important to calculate the order of magnitude. Conventional methods are considered to be those for calculating the order of magnitude in stability analyses against seepage failure. The significance of conventional methods in seepage failure problems will remain unchanged, as they can be used to easily calculate values close to the true value from a small number of physical quantities. So, here, conventional methods are discussed. Seepage failure of soil can be classified into two types: “failure by subsurface erosion” and “failure by heave”. In this paper, failure by heave is discussed from theoretical and experimental points of view, especially with regard to seepage failure of one- and two-dimensional soils. Then, quicksand, boiling, heaving, and hydraulic fracturing are discussed as seepage failure phenomena. Next, we discuss conventional methods for seepage failure stability analysis: the critical hydraulic gradient for one-dimensional problems, and Harza's method, Terzaghi's method, and the prismatic failure concept for two-dimensional problems.

Key words: Seepage failure, Failure by heave, Quicksand, Boiling, Heaving, Hydraulic fracturing, Conventional methods, Critical hydraulic gradient, Harza's method, Terzaghi's method, Prismatic failure concept (pfc)

©2025 Research Center for Urban Safety and Security, Kobe University, All rights reserved.