Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2025-06-09

「フレームモデル」を用いた数理認識システムのモデル化 : 数学の学力の様相を表す「6層構造のモデル図」

澤田, 麻衣子
船越, 俊介

(Citation)
神戸大学発達科学部研究紀要,12(2):239-251

(Issue Date)
2005-02

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/81000602

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/81000602

神戸大学発達科学部研究紀要
第12巻第2号　2005

「フレームモデル」を用いた数理認識システムのモデル化
—数学の学力の様相を表す「6層構造のモデル図」—

澤田 麻衣子*　船越 俊介**

Modeling of Mathematical System Based on "Frame Model" : "Six-Layer Structural Model of Representation Conversion" Showing Mathematical Ability

Maiko SAWADA and Shunsuke FUNAKOSHI

1．はじめに

人は事物・事象からの情報を感覚器官で捉えて知覚し、そこで得た感覚情報と記憶（既知・既習の事柄）に関係（つながり）をつけ、新しい拡張した関係を作っていくことで認識を進める。認識の過程での対象事象についての（その人の）捉えを「表象（representation)」と呼ぶ。“表象”という言葉は心理学において「事象を心の中に代表化したもので、それは言葉であっても概念であってもイメージであっても、あるいは知覚像であってもよい。」(清水, 1982) と定義され、本稿でもこの意味で用いる。対象とする事物に対し、それぞれの観点に応じて、それぞれの表象が対応する（作られる）のである。対象を「数学的に認識する（数理認識)」ということは、事物の「数学的な本質（表象核)」を含んだ表象を形成することである。事物に対する認識を進めること（思考するということ）は、表象核を持つ多様な表象を形成する過程を通して「表象核」を明確にすることであるといえる。感覚情報から表象を形成し、思考により表象を変換して表象核を明確にする一連の機構を「認識システム」という。

本稿は次の二つを目標としている。一つ目は、脳科学の知見を基に、「認識システム」の実体は神経回路網であり、形成される表象を神経回路網の「つながり方」と捉えて、「認識システム」のモデルを構築することである。二つ目は、数学的事実に対する表象形成及び変換の過程を明らかにすることで、数理認識（数学学習）過程のモデルを構築し、その視座から「数学の学力」の様相を明確にすることである。

2．人のもつ「認識システム」

2.1　認識システムの実体

対象からの情報を感覚器官で捉えて知覚し、そこで得た感覚情報と記憶から表象を形成する過程は、脳（図1）を中心とした神経回路網でのニューロン（神経細胞）の情報伝達（電気的活動による伝導と神経伝達物質）により行われる。脳には大脳新皮質という大脳の表面を覆っている幅2～5ミリの細胞層（さらに6つの層に分かれている）がある。大脳新皮質は哺乳類、特に霊長類でよく発達し、高等霊長類では脳全体の体積の7～8割を占める（澤口, 1989)。

* 神戸大学大学院総合人間科学研究科人間形成科学専攻人間学習論講座
**神戸大学発達科学部

(2004年10月29日　受付
2004年11月4日　受理)

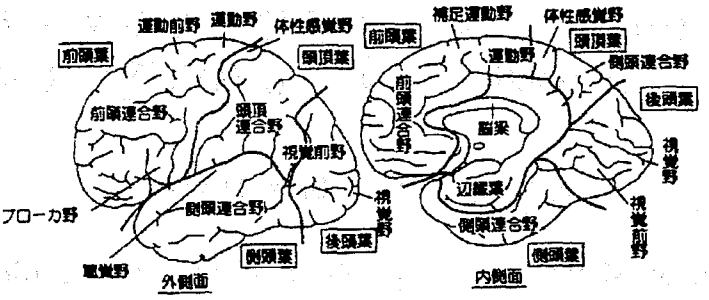

図１　脳の各領域の名称（船越, 2004）

神経経路は遺伝的に制御された一定の規則性に基づいて成り立っている。大脳新皮質での経路は「第一次感覚領野（第一次視覚野・第一次聴覚野など）→高次感覚領野（高次視覚野・高次聴覚野など）・頭頂連合野・側頭連合野→前頭連合野→運動連合野→運動野」である。この経路に従って「感覚情報を符号化→感覚素材を再構成し、知覚→さまざまな知覚を統合し行動を制御→運動プログラムの作成→筋活動を制御」という経過をたどる。高次な働きをする大脳新皮質は表象の形成に深く関わり、先の経過に従って表象は形成されると考えられる。

大脳新皮質の内部構造を神経科学的に捉えたモデルに澤口の「フレームモデル」（澤口, 1989）がある。フレームは「知性を実現する相対的に独立した神経回路網」で、内部は多数の機能的・構造的単位があり、その単位的内部構造を「モデュール」という。モデュールは大脳新皮質の各領野に対応している（図2）。大脳新皮質のニューロンは散在しているのではなく「コラム（細胞が固まりをなしている状態）」として存在している。コラムは大脳新皮質における構造的・機能的に最も基本的な単位で、モデュールを形成している。

認識の方向

大脳新皮質	第一次感覚領野	高次感覚領野 前頭連合野･側頭連合野	前頭連合	運動連合野	運動野
フレーム	低次モデュール	中-高次モデュール	最高次モデュール	中-高次モデュール	低次モデュール
機能	対象を感覚し、 符号化	感覚素材を再構成し、 知覚	入力系を統一 出力系に変換	運動プログラムの作成	筋活動を制御

図２　大脳新皮質の領野とフレームの対応

フレームは複数存在する。「言語フレーム」・「空間フレーム」・「論理数学フレーム」・「音楽フレーム」・「身体運動フレーム」などがあり、表象はこれらフレーム群をさまざまに組み合わせることによって形成される。フレームの基本的な構造は、先に述べた経路に従い、前頭連合野を最高次モデュールにもつ。しかし、これらフレームとは異なり、最高次モデュール（前頭連合野）に対して入出力を働きかけるフレームの「自我フレーム」がある。自我フレームは他のフレーム群の最高次モデュールでの処理結果を対象化して取り入れ、最高次モデュールを制御し、メタ認知的活動を行うフレームである。自我フレームの構造は他のフレームと同じ構造（生得性・階層性・構造性）をなしている（図3）。

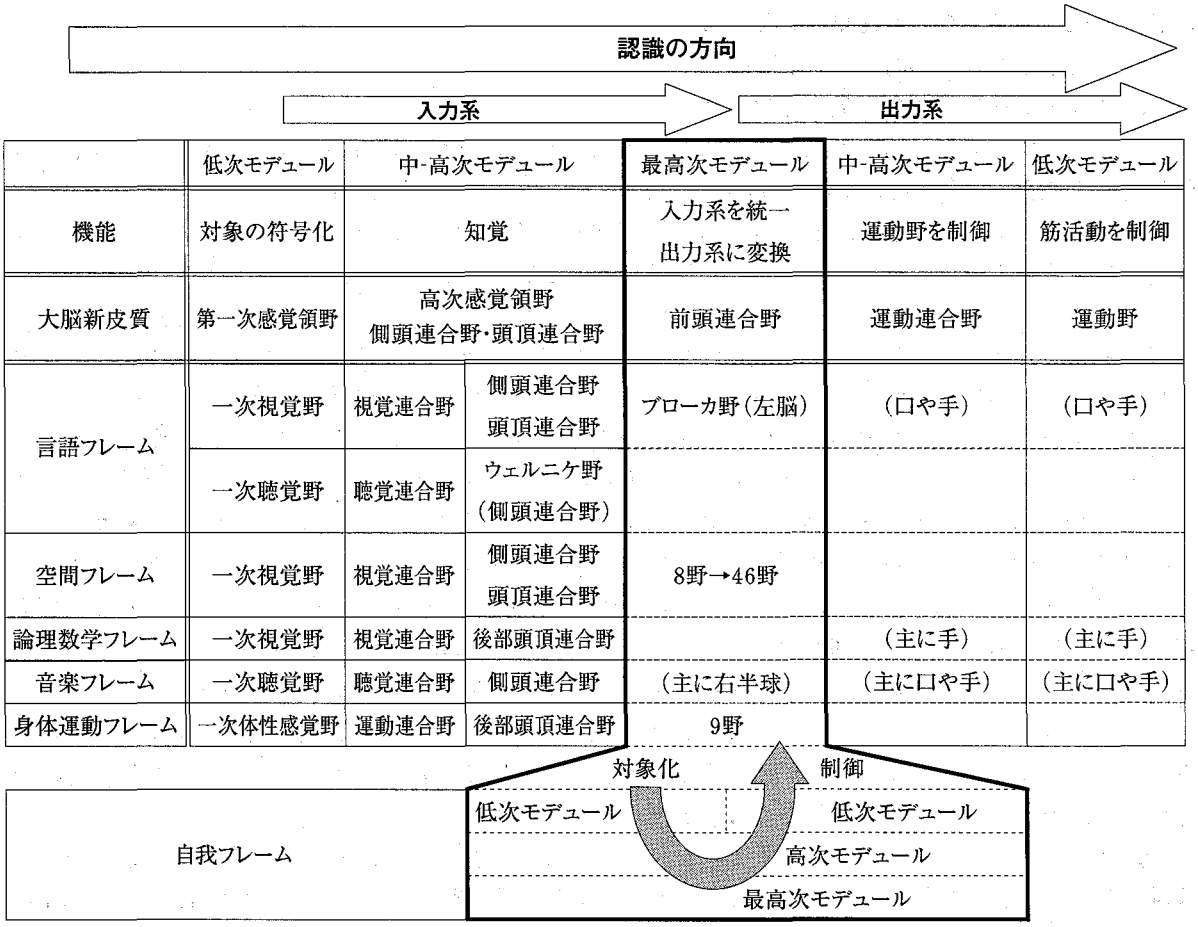

図 3　大脳新皮質のフレーム群

脳全体は神経回路網により繋がっているため、フレーム群だけでなく「やる気の脳」(大木,1993)といわれる「側坐核」、感情・感覚に関わる辺縁系なども表象の形成には関与する。「やる気の脳」といわれている「側坐核」は大脳の中心近く、前頭連合野のすぐ後ろにある直径約2㎜の大きさの部位で、前頭連合野（フレーム群の最高次モデュール）と密接な関係をもつことがわかっている。密接な関係とは次のようである。側坐核に前頭連合野の刺激が伝わると、即座核は前頭連合野での処理を手助けするように各脳（辺縁系）に働きかけ、前頭連合野を活発化する。そして、それと同時に支配されるという「活発化⇔支配」という関係である。

各フレームはある程度独立しながらも連動して働くが、認識の対象によって中心的に働くものが決まっている。その中心的に働くものが、その事物の「表象核」を形成するのである。数理認識、つまり数学的事実（概念・定理・定義・公理など）を認識するとき中心的に働くフレームは、記号の理解とその論理的操作に関わる「論理数学フレーム」であり、それに数字・文字・記号等による表記に関わる「言語フレーム」及び図形（幾何）認識に関わる「空間フレーム」等が寄与するものと考えられる。ところで、パターワース（パターワース,2002）は大脳新皮質の左頭頂葉には「数のモデュール」という、誰もが生まれつき持っている能力で、数の大小を識別する部位が在ることを述べている。この“数のモデュール”も“論理数学モデュール”とともに、数学的事実に対する表象形成の際に中心的に働くものと思われる。

2.2　認識システムの「６層構造のモデル図」

2.2.1　形成される3つの表象（入力系）

J.S.ブルーナーは子供の表象の発達には次のような３つの変化が見られることを主張している（ブルーナー,1968)。発達過程に見られる３つの表象は「動作的表象（enactive representation：習慣的動作に対する表象)」、「映像的表象（iconic representation：動作から解放されたイメージによる表象)」、「象徴的表象（symbolic representation：動作やイメージを言語に翻訳する際の表象)」である。表象は動作的表象から映像的表象へ、そして象徴的表象へと発達すると述べている。しかし、ある一つの表象が形成されることで他の表象がまったく使われなくなるということではない。発達過程としては順序があるが、３つの表象は各々が独立性をもち、並存し、相互に変換が可能である。つまり、表象の発達とは３つの表象の段階的発達と、これら３つの表象の相互操作が可能になることといえる。

一方、澤口のフレームモデルの立場から表象形成について考察する。澤口はカント哲学で重要とする「感性―悟性―理性」の３つの認識能力を、大脳新皮質の内部構造の入力系（第一次感覚領野→高次感覚領野・側頭連合野・頭頂連合野→前頭連合野）に対応させている（澤口,1989)。「感性」とは五感に代表される、身体の存在を基盤とした対象を感覚する能力で、第一次感覚領野（低次モデュール）の働きを中心とする。「悟性」とは、感覚素材を再構成し、対象の実態を把握する能力で、高次感覚領野・側頭連合野・頭頂連合野（中－高次モデュール）の働きを中心とする。「理性」は悟性をさらに組み合わせて、対象そのものの構造を把握、つまり対象を表す言語・記号の考察（＝意味論）と言語・記号の表記の構造やその内的な構成の考察（＝構文論）をする能力（船越,1990）で、前頭連合野（最高次モデュール）の働きを中心とする。このように、各次モデュールを中心とした認識能力があり、その認識能力に対し各々に表象形成が考えられる。

J.S.ブルーナーの述べた３つの表象とフレームの入力系の各次モデュールで形成される３つの表象は対応させることができる。つまり、低次モデュールを中心に形成された表象は動作的表象（enactive representation)、中- 高次モデュールを中心に形成された表象は映像的表象（iconic representation)、最高次モデュールを中心に形成された表象は象徴的表象（symbolic representation）となる（図4)。

認識の方向

大脳新皮質	第一次感覚領野	高次感覚領野 前頭連合野･側頭連合野	前頭連合野
フレーム	低次モデュール	中-高次モデュール	最高次モデュール
カントの認識経路	感性	悟性	理性
表象	動作的表象 enactive representation	映像的表象 iconic representation	象徴的表象 symbolic representation

図 4　各次モデュールで形成される表象（入力系）

認識の対象を〈形態〉から分類すると、物・人・現象などの「具体的事物」、科学・文化・芸術・宗教・道徳などの「形式的事物」、そして、具体的事物及び形式的事物を客観的・感覚的に図･絵などにより表現した「映像的事物」の３つに分かれる（船越,1990)。対象を表現にした〈形態〉の情報から対象を認識し、認識を進める。具体的事物の場合、得られる感覚情報にはさまざまなものが混在している。そこで、混在した情報を適切に符号化する働き、つまり低次モデュールの働きが重要となる（動作的表象の形成)。映像的事物は得られる感覚情報は視覚情報に限られている。視覚情報を補う

のはイメージである。イメージは視覚的経験と深い関わりをもつが、それだけでなく抽象的概念とも関わりをもつ。よって、中－高次モデュールの働きにより感覚情報を再構成し、知覚することが重要となる（映像的表象の形成）。そして、形式的事物を用いた場合に表象形成に重要なのは、体得的記憶を用いることよりも、その情報の意味する内容と形式を明らかにするために、最高次モデュールの働きが重要となる（象徴的表象の形成）（図5）。

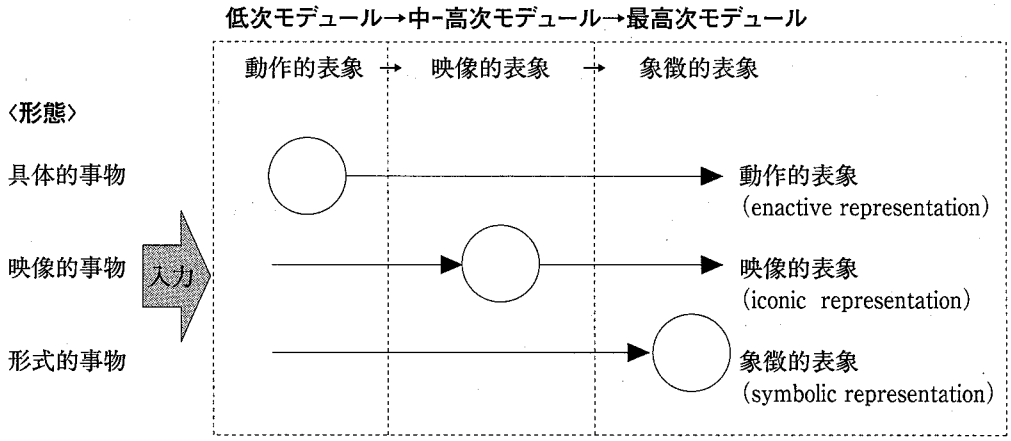

図 5　〈形態〉に対して働く重要なモデュールと形成される表象

2.2.2　表象の表現（出力系）

認識システムが形成した表象は、〈形態〉を用いて表現することができる。この表現過程（**出力系，図3**）においても認識システムでの表象変換は行われる。脳全体はひとまとまりとして働いているため、認識システムでは表象を形成する際に中心的に働くモデュールまたはフレーム以外のモデュールも働いている。そのため、（認識システムの状態により程度差はあるが）表象を変換することができるのである。変換に関与するのが自我フレームや、やる気の脳（側坐核）の最高次モデュールへの働きかけである。

言葉と記憶の関係は現在の脳科学では全てを説明することはできない。柳澤はソシュールの思想「ヒトがある事物を認識してから言葉がつくられるのではなく、言葉が在ってはじめて事物が認識される」という観点から、脳内にある漠然とした観念の中で言葉が手がかりとなる概念だけが取り出されて認識するのではないかと述べている（柳澤, 1995）。この考え方によると、表現過程で表象は形成された表象の象徴的表象への変換の後、表現方法とする〈形態〉に合わせて表象を変換すると考えられる（図6）。

形式的事物を用いての表現は、変換された象徴的表象を言語や記号に呼び起こし、行動として出力することにより行われる。映像的事物としての表現方法には「描画」がある。描画は「模写」と「自発描画」の２つの行為に分けられる（岩田, 1997）。「模写」は既に２次元に描かれているものを真似て再生する行為、「自発描画」は３次元空間にある対象、あるいはその対象の記憶に基づいて２次元平面に描く行為で、対象の認識に基づいた表現は自発描画と思われる。自発描画は対象の空間内での方向・位置・大きさの決定が必要で、そこには象徴的表象によるイメージ活動、つまり映像的表象への変換が行われる。象徴的表象による映像的表象への変換は具体的事物を用いて表現する場合にも行われる。具体的事物を用いた表現は、これに表象を動作的表象に変換することで行われる。

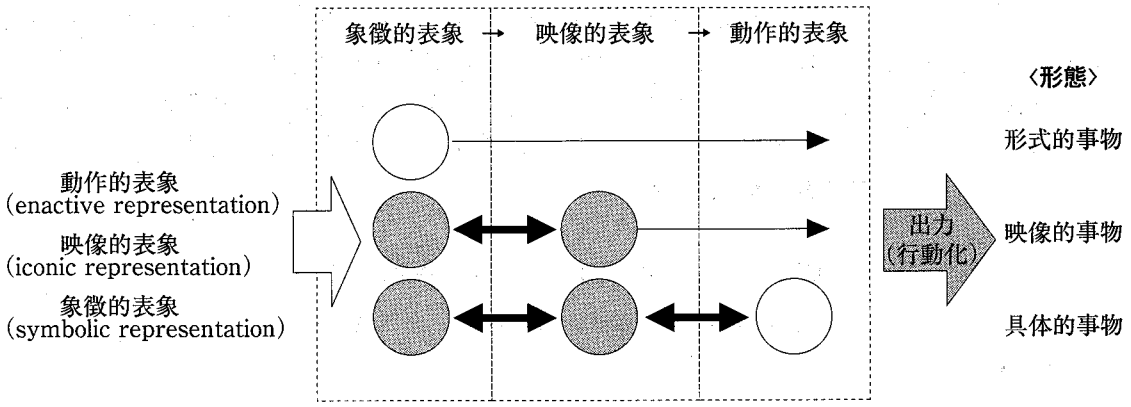

図 6　各〈形態〉を用いて表現するまでの表象の変換過程

2.2.3　「６層構造のモデル図」

ここまで「表象を形成し（入力系)、〈形態〉を用いて表現する（出力系)」という一連の認識活動における認識システム内での表象の変換を考察してきたが、まとめると認識システムの表象変換は６層の構造の中で行われる（**図7**)。図7に示したモデル図を、表象変換という観点から捉えた大脳新皮質の「６層構造のモデル図」ということにする。

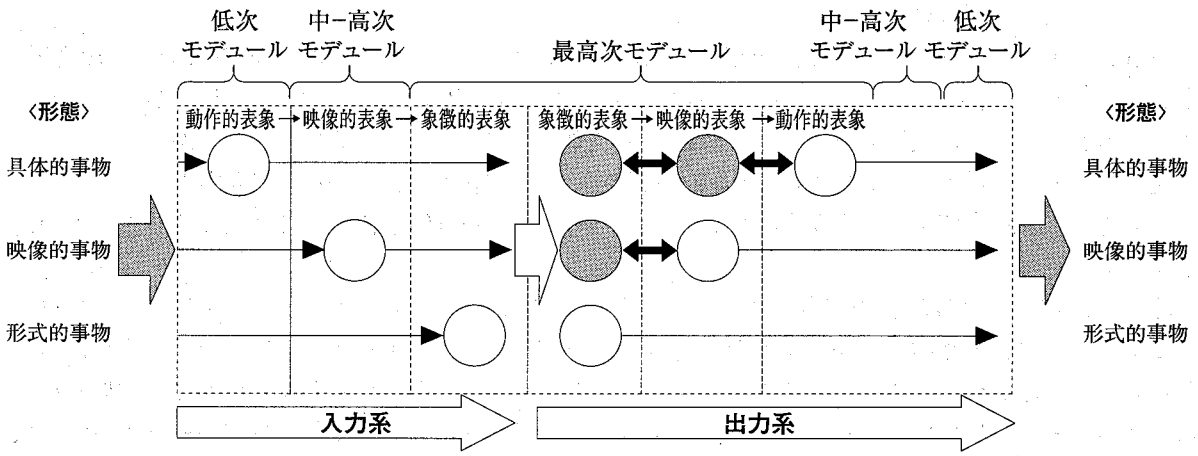

図 7　認識システムでの表象変換過程（６層構造のモデル図)

〈形態〉として表現することを課題にもつことで、認識システムで形成した表象を記録し、自ら確認できる。それだけではなく、表現する過程の中で運動器官は入力系として働き、表現することを通して新たに認識のための情報を得る。表現された〈形態〉は認識システムで形成されている表象とまったく同一のものとは言えないが、表現することを含めた認識システムの働きは、認識システム全体の働きを増し、表象形成及び変換が活発に行われる。

2.3　認識システムの変容を表す「ベクトル場モデル」

神経回路網は発生過程において段階的に変容する（船越, 2004)。まず胎児の時ニューロンは増加し、生理的形成が行われる。ニューロンのシナプス連結により形成されているこの回路網は、遺伝的に制

御された一定の規則に基づいて成り立ち、遺伝情報に行動のメカニズムが組み込まれている（このメカニズムに依存した行動が反射や本能行動である（南雲・萬年,1976））。誕生後の神経回路網の変容は二つある。一つは神経伝達物質の分泌量の変化である。脳内物質は基本的には神経細胞の細胞体の核にある遺伝子により生産されるものであるが、精神的環境や食生活にも大きく作用される。分泌量は適量確保することで成長し、多すぎても少なすぎても不具合が生じる。もう一つはシナプスの増加である。細胞やシナプスの消失は遺伝的な発生プランに基づいて起きるが、その際に環境要因による選択（選ばれたものが発生、選に漏れたものが退化・消失）がなされる。シナプスの急速な生産と消失は生後数ヶ月から少なくとも少年期の終わり頃まで起こる。脳が生理的につながり、完成するのは10歳頃といわれている。その後も神経回路網は環境要因や学習により、活動性の変容と形態の変化を伴う変容が相互に規定しあいながら、生涯にわたって小規模ながらたえず起こり続ける（可塑性）（澤口,1989）。

神経回路網の変容要因（神経伝達物質の分泌量とシナプスの数）は、ニューロン間の結合の程度、つまり、ニューロン間の「情報の流れ方の程度」を決定する。各ニューロンの情報の流れ方の程度を実数$x_i(t) \in [0,1]$で表し、認識システムにおける認識活動の状態を数理的に表したモデルがある。船越の「(数学概念の）シェマのベクトル場モデル」である（船越,2004）。生理的に繋がっている神経回路網が機能的に繋がるまでの変化が、このモデルにより$x_i(t)$の値の0から1への変化として捉えられる。

「(数学概念の）シェマのベクトル場モデル」

$$X(t_\alpha) = (x_1(t_\alpha),\ x_2(t_\alpha),\ \cdots,\ x_n(t_\alpha),\ \cdots,\ x_{140億}(t_\alpha)),$$

$x_i(t_\alpha) \in [0,1]$,　t_α：時間,　140億：大脳新皮質のニューロンの数

ところで、大脳新皮質のニューロン$x_i(t)$は散在しているのではなく、コラム $\{x_i(t)\}$ として存在し、コラムは構造的・機能的に最も基本的な単位で、モデュールを形成している（澤口,1989[1]）。従って、認識ステムにおける認識活動もコラム単位の回路網として機能しているのである。このように考えれば、ある事象の表象をコラム $\{x_i(t)\}$ の結合の程度としてグラフ（曲線）に表すことができ、表象の変化（認識過程）、つまりコラム $\{x_i(t)\}$ の結合の程度の変化の様子をグラフの変化として捉える事ができる（図8）。

表象を形成する認識システムが高度な働きをするということは「明確な表象核を常に含んだ表象形成及び変換が、３つの表象の間で円滑に行われること」である。つまり、表象核を形成するコラム $\{x_i(t)\}$ が1に近い値を常に保ちながら、動作的表象の形成には低次モデュールのコラム $\{x_i(t)\}$、映像的表象の形成には中ー高次モデュールのコラム $\{x_i(t)\}$、象徴的表装の形成には最高次モデュールのコラム $\{x_i(t)\}$ が（全体的に）1に近い値をとるということである。

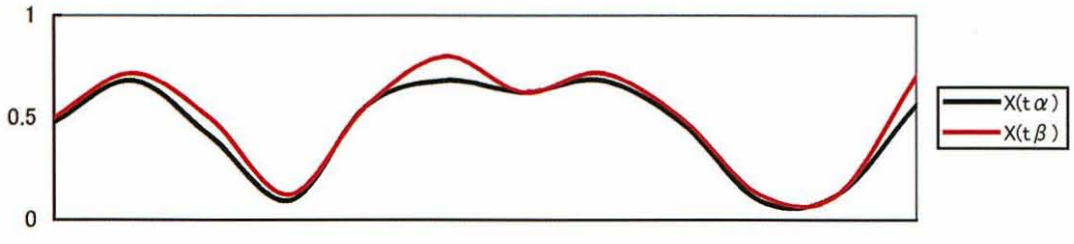

図 8　ベクトル場モデルに見る表象の変化（時間$t_\alpha \rightarrow t_\beta$）

澤口はフレームの変容機構を述べる中で、霊長類の大人の大脳新皮質での経験や学習による機能や構造の変化は神経線維やシナプスの可塑的な形態変化、つまり学習や経験によって使用頻度の高いシナプスや神経線維はよく発達し、使われないシナプスや神経線維は退化または消失することを示唆している（澤口, 1989)。このことから、認識システムにより形成頻度の高い表象と低い表象があり、学習や経験によりこの差は変化し、さらには３つの表象の間で行われる変換が円滑になると言える。

３．算数・数学的事実に対応する認識システム

3.1　算数・数学的事実の表象形成及び変換に関わるフレーム

算数・数学の授業を通して培われる学力には「受動知」と「能動知」があり、「学力」はこれら２種類の学力の融合体である（船越, 2004)。受動知とは「計画的・意図的に教授することによって培われる学力」、能動知は「環境（状況）とのかかわりによる経験から学ばれる学力」である。先に、数理認識に中心的に働くフレームは「論理数学フレーム」であり、「言語フレーム」、「空間フレーム」等が寄与することは述べたが、「数学の学力」の形成の際に認識システムで中心的に働くのは、受動知の形成に主として関与する「論理数学フレーム」・「言語フレーム」・「空間フレーム」と、能動知の形成に主として関与する「身体運動フレーム（身体の姿勢や運動状態の知覚、記憶とそれらに基づく行動発言)」・自我フレーム・やる気の脳である。

「数学の学力」に関与するこれらフレーム群は、入力情報となる各〈形態〉に対し、次のように用いられる。具体的事物を〈形態〉として用いる場合、中心的に働くのは論理数学フレームの低次モデュールである。ところが、この時、表象形成には具体物に対する身体の運動状態とそれに基づく行動も重要で、身体運動フレームとの関わりも強いと考えられる。映像的事物を用いて認識する場合は、中心的に働く論理数学フレームの中- 高次モデュールと、そこに描かれている対象の空間関係を把握する空間フレームの働きにより表象は形成される。ところで、数学言語・記号（数式）を用いた〈形態〉は形式的事物に含まれる。形式的事物を用いて認識する場合は、中心的に働く論理数学フレームの最高次モデュールと言語フレームにより表象は形成される。

3.2　「６層構造のモデル図」・「ベクトル場モデル」を用いた授業実践の考察

「６層構造のモデル図」と「ベクトル場モデル」を用いることで、学習活動を表象形成及び変換の立場からグラフとして表すことができる。これまで空間認識の力を育成するための教材を開発するために行ってきた授業実践（澤田, 2003, 2004）を例に、学習活動のグラフ化を試みる。

授業の対象は現行のカリキュラムにおいて空間図形の学習を終えた中学生である。授業の目標は「空間図形の描き方の学習により、平行投象の概念を獲得すること」で、認識システムで明確にすべき「表象核」は「平行投象の概念」である。「投象（projection：３次元（もしくはそれ以上の次元）の図形を（２次元）平面上に規則的に写像すること（玉腰・伊從, 1984))」は図学で扱われている言葉で、幾何の性質により説明できる。平行投象は投象の一つで、立体の主要な諸点を通る平行な直線（投射線）と平面（投象面）との交点を結んでできた図形のことをいい、アフィン幾何により説明できる。投象の概念を獲得するということは、投象にある規則を理解すること、つまり、投象を説明することができる幾何の性質を理解することである。

この教材に対し２つの授業実践を行った（表１)。授業実践①は図を描くことを重要視し、平行投象の概念の理解は生徒個人の活動に任せたもので、授業実践②は図を描く活動に、平行投象の概念の理解を確かめる活動を随時取り入れたものである。

表 1　授業実践の内容

授業実践①［展開の数＝15］		授業実践②［展開の数＝16］	
1.見たままの図を描く	1-1　1辺5cmの正三角柱の展開図を描く	1.経験してきた見取り図に関する知識をまとめる	1-1　1辺5cmの正三角柱の展開図を描く
	1-2　展開図を組み立てる		1-2　展開図を組み立てる
	1-3　正三角柱の「見たままの図」を描く		1-3　正三角柱の見取り図を描く
2.正投象図を描く	2-1　平面図を基に、立面図、右からの側面図を描く		1-4　見取り図の性質をまとめる
	2-2　異なる向きの平面図を基に、立面図、右からの側面図を描く		1-5　小集団で性質について話し合い、各自“「見取り図」合格チェック表”を作成する
	2-3　自由な向きに置いて、3方向から投象図（平面図、立面図、右からの側面図）を描く	2.直投象図を描く	2-1　正投象図を描く
3.副投象図（仰角45度）を描く	3-1　平面図、右からの側面図を基に、副投象図を描く		2-2　副投象図（仰角45度）を描く
	3-2　異なる向きの副投象図を描く		2-3　描いた投象図（見取り図）から“チェック表”の項目を確認する
4.作品作りとまとめ	4-1　正多面体を一つ選び副投象図を描く		2-4　異なる向きの直投象（正投象・副投象）図を描く
	4-2　気づいたことを「言葉」でまとめる		2-5　描いた投象図から“チェック表”の項目を確認する
5.直投象の復習	5-1　仰角を変え、1辺5cmの立方体の副投象図を描く	3.斜投象図を描く	3-1　斜投象（キャビネ投象）図を描く
			3-2　描いた投象図から“チェック表”の項目を確認する
6.斜投象図を描く	6-1　斜投象（キャビネ投象）図を描く	4.作品作りとまとめ	4-1　“チェック表”の判定結果から、見取り図を描く為の有効な性質を書き出す
	6-2　いろいろな方向に斜投象図を描く		4-2　小集団で話し合い、結果を発表しあう
7.作品づくりとまとめ	7-1　多面体、投象の方法を定め、投象した図を描く		4-3　図形を作成する
	7-2　投象した図と立体図形の間にある性質を「言葉」でまとめる		4-4　投象の方法を定め、投象図を描く
用いた教具	立体模型	用いた教具	立体模型、３Ｄジオシェイプス

学習活動のグラフ化は「表象形成及び変換の際に認識システム全体が動くが、各表象に対し中心的に働くフレーム、モデュールは定まっていることから、ある表象が形成されているとき、それに対するフレームやモデュールのニューロン間での『情報の流れ方の程度』は『1』に近い値をとる」という仮定の下で行う。そして、授業の各展開に「６層構造のモデル図」を対応させ、表象形成が行われた部位のコラム $\{x_i(t)\}$ の値を○=1、 | =0.5と仮定し（図９）、授業実践全体での各表象の形成や変換に関与したコラム $\{x_i(t)\}$ の合計を求める（表２）。この合計を各授業の展開の数で割ると、各表象に対するコラム $\{x_i(t)\}$ を[0,1]区間の実数で得ることができ、「ベクトル場モデル（グラフ）」（授業によって培われるシェマの数的予測モデル）に表すことができる（図10）。

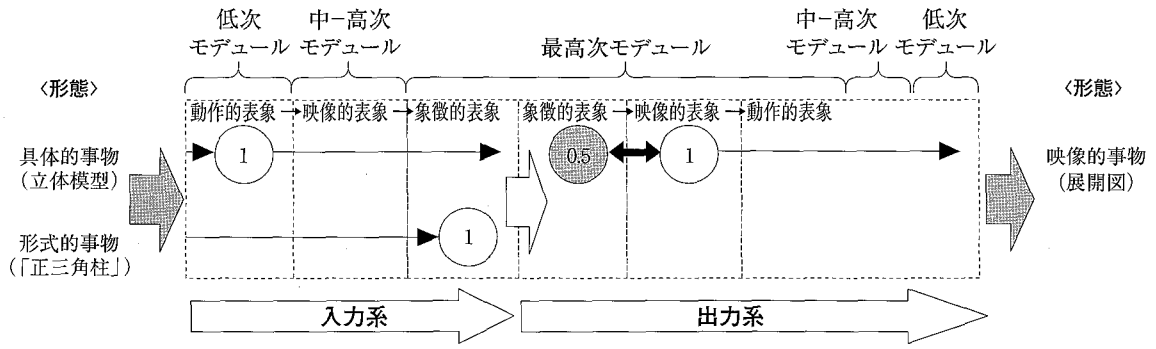

図 9　「６層構造のモデル図」の対応の例　（授業実践①1-1　１辺５cmの正三角柱の展開図を描く）

表 2　表象形成や変換に関与したコラム $\{x_i(t)\}$ の合計

	動作的表象	映像的表象	象徴的表象	象徴的表象	映像的表象	動作的表象
授業実践①	14	6	7	8.5	12.5	1
授業実践②	9	10	6	11.5	8	2

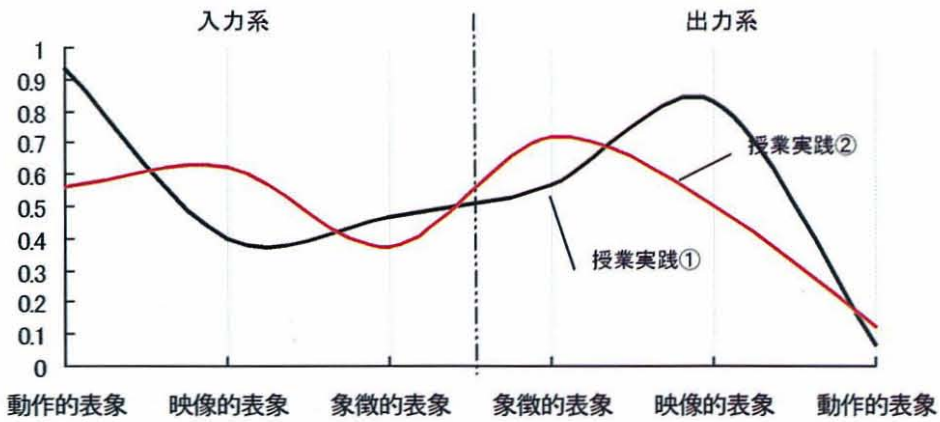

図 10　授業実践①、②の予測学習活動グラフ

このグラフは授業で行われる表象形成及び変換をモデル化したものである（予測学習活動グラフ）。グラフの示す値が高いということは、その表象を形成するような学習活動が盛んに行われるということを意味し、曲線の形状がなだらかであるほど、様々な〈形態〉を用いた学習活動を取り入れた授業内容であるということを意味する。つまり、３つの表象変換がバランスよく活発に行われた授業は、ある程度の高さのなだらかな曲線になると推測される。また、概念理解に踏み込んだ活動を取り入れた授業は象徴的表象の形成が活発に行われるため、最大値が中心に近い曲線になると推測できる。提案した教材は「図を描くことを通して、平行投象の概念を獲得すること」が目標で、映像的表象と象徴的表象のバランスとある程度の高さを重要とする。そのため、授業実践②の方が（授業者側の立場から）目標の意図には即していると判断できる。

3.3　「見えざる境界線」の影響

石川（石川, 1998）は、表象は感覚データとして与えられる感覚素材を基に形成される“経験的表象”と、決して感覚データからは形成されない“概念的表象”の２種類に分けることができ、その間には「見えざる境界線」が存在しているという。概念的表象の形成には、経験的表象の形成の繰り返しの中で、両者の間に類似点を見出すことが大いに役立つという特徴を持ち、そのため、日常の経験を繰り返すことで、その延長線上に概念的表象が形成されていく―境界線に出会わない―と自然に思い込んでしまうことが多い。しかし、たとえ思い込んだとしても、境界線は存在していると述べている。

このような「見えざる境界線」の認識システムにおける位置を、形成される３つの表象の“経験的表象”と“概念的表象”との分類から明らかにする。動作的表象は感覚素材からの情報を重視することで表象が形成されるため、「見えざる境界線」を意識することはあまりない。動作的表象は（主として）「見えざる境界線」との距離をもった位置にある“経験的表象”である。映像的表象の形成には、感覚素材だけではなく、視覚的経験と抽象的概念に関わりをもつイメージを用いる。映像的表象は（主として）「見えざる境界線」の影響を受けた“経験的表象”である。そして、象徴的表象は

（主として）「見えざる境界線」の先にある“概念的表象”である。「見えざる境界線」の位置は映像的表象と象徴的表象の間に置くことができる（図11）。

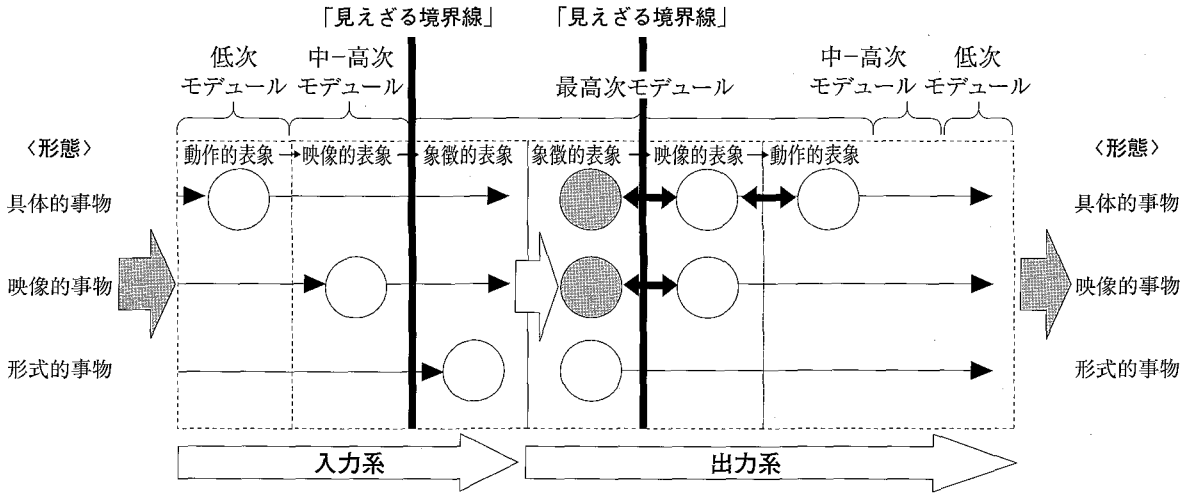

図 11　表象変換過程における「見えざる境界線」の位置づけ

「数学」とは人類発達の歴史の中で共通理解され、言語化されている社会的知識体系と考える。言語化は認識システムの言語フレームの働きの結果である。言語フレームは象徴的表象に重要な関わりをもつと推測され、このことから「数学」の学習では幾度となく「見えざる境界線」を越えて象徴的表象を形成及び変換することを要する。そこで、経験的表象の形成の繰り返しにより見出される概念的表象との類似点から、一見消失しているかに見えるが消えることはない「見えざる境界線」の存在が、「数学」の学習における躓きではないかと考える。

生徒の学習活動は、授業の各展開における学習活動の記録（描かれた図や言葉）を得点化することで、予測学習活動グラフのようにモデル化することができる。生徒の学習活動が高いほど予測学習活動グラフに近いものとなるため、躓きは予測学習活動グラフとの形状の違いから読み取ることができる。そこで、先に紹介した授業実践②を行った生徒（K大学附属中学2年生15名）の学習活動グラフを「見えざる境界線」をあてはめたグラフ上に示し（図12）、このグラフから生徒の躓きについて考察する。

授業実践②は生徒に共通の〈形態〉を提供することで学習活動を行ってきた。そのため、生徒の学習活動グラフの入力系の形状は予測学習活動グラフと一致している。一方、グラフの出力系の形状から二種類の生徒の躓きの様子を見ることができる。一つは、出力系の「見えざる境界線」を挟んでグラフの傾きが予測学習活動グラフよりも急となる曲線（赤色の曲線）である。もう一つは予測学習活動グラフに比べて出力系を通してなだらかな曲線（青色の曲線）である。前者（赤色の曲線）は出力系の「見えざる境界線」の影響が表象変換の妨げになっているのではないかと推測され、後者（青色の曲線）は出力系に変換される前の、入力系の「見えざる境界線」が表象変換の妨げとなっているのではないかと推測される。

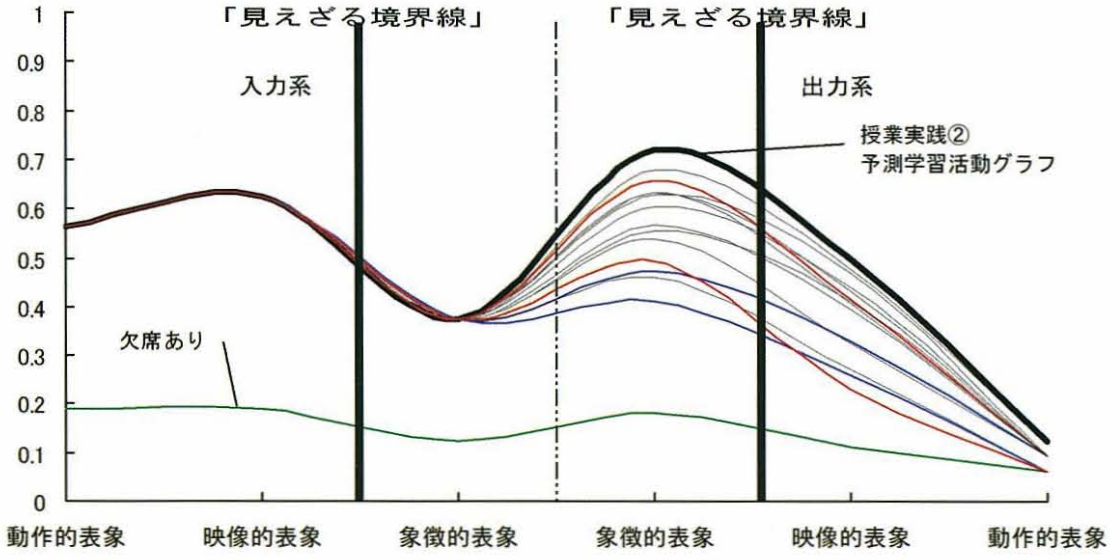

図 12　授業実践②の学習活動グラフに見る「数学」の躓き

４．おわりに

学習活動により認識が深まるということは、短期的に見られる一時的な反応ではなく、長期的な時間の流れの中での行動として表れる。研究の結果である「６層構造のモデル図」は入力から出力までを一つの認識活動として捉え、「学習活動グラフ」はこのモデル図を用いて長期的な時間の中での生徒の学力の様相を表したものである。このように、学習者の認識活動に対する学習モデルを提示するということは、授業理論を主張することであり、授業者の授業設計に有効であると考える。つまり、認識モデルとして構築してきた「６層構造のモデル図」及びそれを用いた「学習活動グラフ」は、脳科学のフレームモデル理論に基づいた学習理論である。

今後は、「６層構造のモデル図」と「学習活動グラフ」を用いて、学習指導要録に述べられている算数・数学の評価の四観点（「関心･意欲・態度」、「数学的な考え方」、「表現・処理」、「知識・理解」）の解釈を観点ごとに行い、その視座からの教材の考察を試みることを課題としている。さらには、van-Hilleの水準論との関連いついても明確にし、空間認識の力を育成するための教材の開発を進めていきたいと考えている。また、これまで多くの学習理論が展開されてきた中で、これまでの学習理論との関連いついても明らかにすることを考えている。

引用・参考文献

１．清水御代明（1982）「第４章　認識の展開―思考の過程―」『講座　現代の心理学５　認識の形成』257-339.　小学館
２．澤口俊之（1989）『知性の脳構造と進化』海鳴社
３．船越俊介（2004）「認知発達についての脳科学の知見」『児童発達研究March, 2004, Vol. 7』53-68.　神戸大学発達科学部人間発達科学科児童発達論講座
４．大木幸介（1993）『やる気を生む脳科学―神経配線で解く「意欲」の秘密』講談社
５．ブライアン・パターワース著　藤井留美訳（2002）『なぜ数学が「得意な人」と「苦手な人」がいるのか』主婦の友社
６．J.S.ブルーナー著　岡本夏木訳者代表（1968）『認識能力の成長　上』明治図書

7．船越俊介（1990）「言語的視点から捉えた数学教材構成の原理」『第23回数学教育論文発表会論文集』97-100．日本数学教育学会
8．柳澤桂子（1995）『脳が考える脳―「想像力」のふしぎ―』講談社
9．岩田誠（1997）『見る脳・描く脳―絵画のニューロサイエンス』東京大学出版会
10．南雲仁一・萬年甫 編（1976）『現代の神経科学２　神経系の発生・分化と可塑性』産業図書
11．澤田麻衣子（2003）「空間（図形）認識過程のモデル化と投象の意義」『第36回数学教育論文発表会論文集』205-210．日本数学教育学会
12．澤田麻衣子（2004）「「投象」による空間（図形）認識の力の変容（3）」『2004年度数学教育学会秋季例会論文発表集』73-75．数学教育学会
13．玉腰芳夫・伊從勉（1984）『図学　上巻』ナカニシ出版
14．石川文康（1998）『カントはこう考えた―人はなぜ「なぜ」と問うのか』筑摩書房