



〈翻訳〉最古のラテン語数学問題集：アルクイン『青年達を鍛えるための諸命題』の翻訳と注解

三浦，伸夫

(Citation)

国際文化学研究：神戸大学国際文化学部紀要, 8:157*-196*

(Issue Date)

1997-09

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81001191>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81001191>



最古のラテン語数学問題集： アルクイン『青年達を鍛えるための 諸命題』の翻訳と注解

三 浦 伸 夫

西欧中世の数学は13世紀初頭のピサのレオナルドに結実するといえるであろう。レオナルドはアラビア数学の圧倒的影響のもと、さらに独自の研究を加え、中世後期に多大な影響を与えたのである。一方、アラビア数学との接触以前では、西欧は11世紀頃から多くのアバクス文献を残してきた。しかしそれ以前となると、多くの数学史書は古代末期のポエティウスにさかのぼるのが常であった。古代末期には、ポエティウス『算術教程』や、古代ローマの土地測量師の手引きをまとめた『土地測量術』が著され、これらは西欧初期ラテン世界にも影響を与えてきた。前者は理論算術書、後者は実用幾何学書であり、これらにユークリッド『原論』からの初等的抜粋が理論幾何学書として後に加わった。それ以外には、百科的書物であるブリニウス『博物誌』、イシドルス『語源』、カッシオドルス『聖俗教程』などに数学の初歩的な項目が垣間みられるだけで、西欧中世初期には数学を扱ったものとしてはわずかな書物しかなかった。こうしたなかアルクインの『青年達を鍛えるための諸命題』は、ポエティウス以降西欧世界最初のまとまった数学書として重要である。しかしその存在は知られてはいたが、研究されることはあまりなかった。その理由は、まず十分な批判校訂版がなかったことである。またその作品内容が初等数学に属し、しかも貧弱であったからでもある。しかしながらアルクインのその書は、古代から中世への学問伝達上きわめて多くの情報を提供してくれる。本稿では、このアルクイン『青年達を鍛えるための諸命題』を、近年出版されたラテン語批判校訂版をもとに翻訳し、さらにそこに幾らかの解説を加えるものである。

1. アルクインの生涯と著作¹

教皇大グレゴリウスは6世紀末にブリタニアに宣教師を派遣し、大々的にキリスト教布教を開始した。こうしてその後イングランドやアイルランドにキリスト教が浸透していった。こうしたなか各地に修道院やその付属学校が設けられるようになった。なかでもノーサンブリアにあるヨークの大聖堂付属学校は、カンタベリーのそれと並んで高度の文化を維持するようになった。その付属学校の図書館は8世紀にはイタリアを除いて西欧で最も冊数を誇る図書館になっていたという。

アルクインは730年頃にヨークに生まれた。² 778年に彼は大聖堂付属学校の図書館管理者になり、師に従って少なくとも二度ローマに旅し、多くの図書をもとめ、学者に出会い、あるいは教育を視察し帰ってきた。こうして彼はきわめて著名な教師となり、各地から多くの学生が彼のもとに集まったという。

他方、大陸のフランク王国の学問の状況は惨憺たるものであった。そこでカール大帝(742/47-817)は、782年に、ヨークからアルクインをアーヘンの宮廷学校に呼び寄せ、その校長に任命し、聖職者教化に取り組んだ。その結果、ノーサンブリアの学術・文化がフランク王国へと移植されたのである。そこでアルクインは、聖書・典礼書の改訂、正書法改革、カロリング朝小字体やグレゴリオ聖歌導入など多くの改革をすすめ、また神学論争にも参加した。こうして「カロリング・ルネサンス」が成立した。アルクインはその中心人物として「青年達を鍛えるため」に数々の貢献をした後、晩年にトゥールの聖マルタン修道院長として8年間過ごし、「アルクインとは、常に智を愛する者の名なり」という碑文を残して804年になくなった。

アルクインの著作の三分の二は神学に関するものである。また彼は、聖書研究に不可欠なものとして自由七科の学習の必要性を説いた。こうして彼は『文法』、『弁証論』などの三科に関する初等教科書を残している。四科に関しては、『音楽』が書かれたとされるが現存しない。四科を扱った唯一の残された作品が『青年達を鍛えるための諸命題』である。また、カール大帝との間で交わさ

れた天文学に関する書簡が残されている。彼の著作の一部は対話体で書かれ、実践的教育的傾向を持っていたようである。

2. 『青年達を鍛えるための諸命題』

『青年達を鍛えるためのカール大帝の学者アルクインによる諸命題』(*Proportiones Alcuini doctoris Caroli Magni Imperatoris ad acuendos juvenes*) のテキストは、ミーニユ版『ラテン著作者集』のアルクインの巻に含まれている⁴。また、ペーダの巻にもペーダ偽書として含まれている⁵。しかしながらその批判校訂版の編集は長い間試みられることはなかった。ようやく1978年になって、フォルカーツは12の写本をもとに批判校訂版を出した⁶。さらに1993年に、フォルカーツとゲーリケとはテキストに独訳と解説とを付けて出した⁷。ただしこのテキストには異読などが示されておらず、文献上では先の版に劣っている。他方シングマスターらは、1992年、英訳に先のフォルカーツとゲーリケに基づいた解説を付けて出した⁸。こうして『青年達を鍛えるための諸命題』の研究は端緒についたばかりである。

『青年達を鍛えるための諸命題』は53の具体的問題からなる。しかし9世紀末のものである現存最古の写本は、おおよそ全体の三分の一を欠いている⁹。したがって時代とともに問題が付け加えられていったのかもしれない。ところで執筆年代および場所に関する情報は残されていない。問題中にラクダ、東洋の商人などが登場することから、執筆地はヨークではなくフランク王国での可能性もあるが、決定的なことはなにも言えない。それら問題が後になって付け加えられこともあるし、また古代から伝承されてきた問題を取り入れただけかもしれないからである。実際、扱われている問題は雑多である。問題には具体的数値が与えられ、その数値解が問われる。幾何学の問題といえども、面積などの数値問題である。類似した問題は大方は順になってはいるが、問題配列には取り立てて基準があるわけではないようである。すべて問題は、「… 言いなさい」という形で終わる。問題のあとには直ちに具体的解答とその検算とが与

えられるが、決して解法は示されない。教育的配慮から解法は読者に委ねられたのであろうか。当時の資料が少ない今、その解法は推測によるしかない。

アルクインは自由七科を重要視したが、彼はユークリッド『原論』やポエティウス『算術教程』のように理論算術を扱わなかった。教育家としてアルクインは、当時の教育の実際を鑑み、その程度に合わせて实际的な教育を目指したものと思われる。その点から言えば、『青年達を鍛えるための諸命題』は、数学書のなかでも、数学パズル集あるいは数学遊技集とも呼べる部類に属することになる。とりわけ問題11, 14, 17, 18, 19, 20, 43はパズルとみなせる。この伝統はギリシャ、インド、中国と各文化圏にも見られるもので、和算でも、中根彦循『勘者御伽双紙』、村井中漸『算法童子問』、福田理軒『算法玉手箱』などにうかがえる。ギリシア・ラテン世界で言えば、ギリシア語で書かれたメトロドルス（4～6世紀頃）の『算術エピグラム』がそれ以前からある諸問題をまとめたものだが、アルクインの書との類似性を持つ。アルクインのはこの種のものとしてはラテン語で書かれた今日までに知られうる最古のものである。そこで扱われた問題は、後にピサのレオナルド『算盤の書』（1202年）をはじめとして、それ以降14世紀から16世紀にかけてのイタリア算法学派のテキストに用いられるようになる。だが算法学派が衰えた17世紀になると、それら問題はバシェによって集大成され¹¹、さらに今度はフランス、英国などの数学遊技愛好者用の著作に多く現れる。こうしてサム・ロイドや今日のガードナーに至ることになる。

3. 問題の分類

シングマスターによる分類に幾らか変更を加えて、問題を分類整理してみよう。¹² 用いられている数字は問題番号である。

算術問題

単純な乗法

単純な除法	37, 46, 49
速さの問題	1
イヌとウサギ	26
1 元方程式	
挨拶の問題	2, 3, 4, 36, 40, 44, 45, 48
アハ問題	7
数列の和	
算術数列	42
幾何数列	13, 41
利益配分	6
2 元一次連立方程式	16
謎解き問題	14, 43
百鶏問題	5, 32, 33, 33a, 34, 38, 39, 47
遺産分配	
樽	12, 51
双子	35
幾何学問題	
面積	
矩形	9, 10, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31
円形	25, 29
その他の問題	
奇妙な家族	11, 11a, 11b
渡船	17, 18, 19, 20

さて、幾つかの典型的な問題を見てみよう。

(1) 百鶏問題

これは5世紀中国の『張丘建算経』巻下38の、「今有鶏翁一直錢五，鶏母一

「直錢三，鷄雛三直錢一，凡百錢買鷄百隻，問鷄翁母雛各幾何」に由来し， $ax+by+cz=k$ ， $x+y+z=k$ という連立不定方程式に還元できる問題． $k=100$ とすると典型的な百鷄問題になる．アルクインでは次のような数値を持つ．

第5問 $10x+5y+(1/2)z=100$ ， $x+y+z=100$; $(x,y,z)=(1, 9, 90)$

第32問 $3x+2y+(1/2)z=20$ ， $x+y+z=20$; $(x,y,z)=(1, 5, 14)$

第33問 $3x+2y+(1/2)z=30$ ， $x+y+z=30$; $(x,y,z)=(3, 5, 22)$

第33a問 $3x+2y+(1/2)z=90$ ， $x+y+z=90$; $(x,y,z)=(6, 20, 64)$

第34問 $3x+2y+(1/2)z=100$ ， $x+y+z=100$; $(x,y,z)=(11, 15, 74)$

第38問 $3x+y+(1/24)z=100$ ， $x+y+z=100$; $(x,y,z)=(23, 29, 48)$

第39問 $5x+y+(1/20)z=100$ ， $x+y+z=100$; $(x,y,z)=(19, 1, 80)$

第47問 $2x+(1/2)y+(1/4)z=12$ ， $x+y+z=12$; $(x,y,z)=(5, 1, 6)$

ここで，第34問は他にも $(17, 5, 78)$ ， $(14, 10, 76)$ ， $(8, 20, 72)$ ， $(5, 25, 70)$ ， $(2, 30, 68)$ と複数の解が可能ではあるが，テキストではただ一つしか示されていない。¹³

(2) 土地測量

土地測量に関しては古代ローマ以来多くの文献が残されている．アルクインもその伝統下にあるとみてよいであろう．幾何学の問題でも，22，23，24，25が土地測量，27，28，29が都市に家屋を建てる問題である．これらはまた，『作者未詳の幾何学』(*Geometria incerti auctoris*)にも表現や値が少し異なるけれども見いだされ，両者の問題の類似性が指摘できる。¹⁴

これらの中には古代中国，エジプトに見られる問題と類似したものもあるが，これら古代文明とアルクインとの直接の影響関係を見いだすのは困難である．アルクインは図書館管理者として多くのラテン世界の文献に通じていた．実際，彼は図書の著作リストを詩文にして残している．したがってローマ時代末期以

来のラテン語著作からの影響は間違いないであろう。アルクイン自身にはギリシア語の知識はなかったといわれている。彼自身この著作以外には数学書を残しておらず、またおそらくは書かなかったであろうから、その問題作成能力は不明である。しかし彼の受けた当時の数学教育の状況からして、問題の多くは既に存在していた多くの問題から選び取られたと見て差し支えないと思われる。

4. 数表記と計算法

アルクインの時代には、計算途中の数表記には古代ギリシア以来の指が用いられていた。実際、アバクスが用いられるようになるのは11世紀初頭のジェルベールの頃からであり、さらにアラビア数字による計算法は12世紀になってからである。さて指による数表記では、両指を用いて $n \cdot 10^i$ ($n=1-9$; $i=0-3$) までを示すことができる。アルクインの師であるベードがコンプトゥス（暦計算）を押し進めたことから、計算法は学者たちの間ではいくらか普及してはいたが、複雑な計算になると写本でも多くの誤記が見られる。実際、問題で扱われている数値も計算が楽になるようにと10の倍数が多い。

アルクインはまたローマ数字を用いているが、ここで注意しておかねばならないのは1000倍の数である。まず彼は、あるいは写本の写字生は、1000を超えた部分については、数字の上に線を付ける。たとえば、7500は $\overline{\text{VIIID}}$ である。つまり一般的に用いられているとされる M は用いられないのである。さらに、1000の1000倍では mille millia という数詞を用いる。すなわち、2097152は bis mille millia $\overline{\text{XCVII CLII}}$ となり、用いられている最大数1073741824は、milies LXXIII mille millia $\overline{\text{DCCXLI DCCCXXIII}}$ と表記される。

写本と編集本では、数を表記するのにどちらを用いるかの基準がないまま数詞とローマ数字とが併用されている。なかには Triginta III (三十3) のような表記もみえる。こういった混在の数表記はその後の中世西欧ではみられる。

最後に、用いられている単位を示しておく。

長さ

1 ペース=12ウンキア (=約30cm)

1 パッスス= 5 ペース

1 ペルティカ=10ペース

1 レウヴァ=1500パッスス

1 クビトゥス (=約45cm)

面積

1 アリペンヌス= (12ペルティカ)² (=約1300m²)

容積

1 メルス= 3 セクスタリウス (=約 3 / 2 リットル)

1 モディウス=24セクスタリウス

1 メトルム=48セクスタリウス

1 メトレテース= 3 モディウス

重さ

1 ソリドゥス=12デナリウス

1 リブラ=20ソリドゥス=12ウンキア

値段

1 ソリドゥス=12デナリウス

1 リブラ=20ソリドゥス=12ウンキア

1 タレントゥム=75ポンドゥス

1 ポンドゥス=12ウンキア=72金ソリドゥス

翻訳にあたっての注意

[] 内は訳者が補ったもの。

原文がローマ数字のものは算用数字で、原文が数詞のものは漢数字でと訳し分けた。

各問題の末文は、「望む者は、…言いなさい」、「できる者は、…言いなさい」など

であるが、これらの「望む者」,「できる者」等は訳文では省略した。
 会話部分の「」は訳者が補った。
 <>内はテキスト校訂者フォルカーツが補ったもの。

『青年達を鍛えるための諸命題』翻訳と注解¹⁵

[1.] ナメクジ

1 レウカ離れたところにいるナメクジがツバメから食事に招待された。ところがナメクジは、日に1ウンキアの歩行しかできなかった。ではこのナメクジは何日かかってこの食事にたどり着けるであろうかを言いなさい。

解 答

1 レウカは1500パッスス,あるいは7500ペース,あるいは90000ウンキア。ウンキアと同じだけの日にちがかかった。それは246年と210日である。¹⁶

[2.] 道行く男

道行く男が向かってくる人を見て、彼らにこう言った。「あなた方と同じ人数だけ他にも人がいて、また[その合わせた人数の] 半分の半分の人と、さらに[以上の] 半分の人数に関してその半分の人がいたとしよう。すると私を含めて100人になった」。では最初に彼が見たのは何人であったのかを言いなさい。

解 答

最初に彼が見たのは36人であった。[それと] 同じ人数だけの他の人[と]は72人, [その] 半分の半分は18人, その半分は9人である。それゆえこう言いなさい。「72人と18人とで90人をなす。9人を加えよ。99人になる。話者を加えよ。すると100人が得られるであろう」。¹⁷

〔3.〕 コウノトリを見た二人の旅人

二人の道行く男がコウノトリを見て、「何羽いるのだろうか」と互いに言い交わした。数を議論しながら彼らはこう言った。「もし他にも同じ数だけいて、また三度目も同じ数だけいて、さらにその三分の一の半分がいて、そして二羽が加えられると、100羽になった」。では、最初に彼らが見たのは何羽であったのかを言いなさい。

解 答

28羽と28羽と三度目の同じ数28羽を合わせて84羽になり、その三分の一の半分は14羽である。すると全体で98羽である。こうして二が加えられると100羽になる。¹⁸

〔4.〕 人、および野原に放し飼いにされたウマ

ある男が野原に放し飼いにされたウマを見て、それらを欲しくなってこう言った。「それらが私のもので、さらに他にも同じ頭数だけと、そしてその半分の半分とが私のものであったらなあ」。するときと彼は100頭の馬を自慢することになるであろう。では、最初にその人物は何頭の放し飼いのウマを見たのかを判定しなさい。

解 答

放し飼いにされているのは40頭の馬であった。他の馬と合わせると80頭になる。この半分の半分、つまり20頭が加えられると100頭になる。¹⁹

〔5.〕 100デナリウスを持つ買い手

ある買い手が言った。「百デナリウスで100頭のブタを買いたい。ただし雌ブタを10デナリウス、母ブタを5デナリウス、他方二頭の子ブタを一デナリウスで買うとする」。さて、頭数が過不足ないようにするためには、何頭の雌ブタ、何頭の母ブタ、何頭の子ブタになるのかを言いなさい。

解 答

9頭の母ブタと一頭の雌ブタとを五十五デナリウス、そして80頭の子ブタを40デナリウスで買いなさい。すると90頭のブタになる。残りの五デナリウスで10頭の子ブタを買いなさい。すると双方で100頭となるであろう²⁰。

〔6.〕100ソリドゥス所持している二人の商人

合わせて100ソリドゥス所持している二人の商人がいて、それらで彼らはブタを購入した。二ソリドゥスで5頭のブタを買い、それらを太らせ、再び売ってもうけようとした。しかし彼らはブタを太らせるには適切な時期ではないことがわかり、しかも彼らはブタを冬に放牧することができなかったので、できることならそれらを売って利益を得ようとした。しかしながらそうはできなかった。というのも彼らはそれらを買った値段でしか売ることができなかったからである。つまり、5頭のブタを二ソリドゥスで得たようにである。このことがわかったので、彼らは互いに言葉を交わした。「ブタを分けることにしよう」。彼らを買ったようにブタを分けることができれば利益が得られるであろう。では最初には何頭のブタがいたのかを言いなさい。そして分割して売って、したがって直ちに売ることでは得られなかったような利益を得なさい。

解 答

最初250頭のブタがいたが、それらは5頭のブタは二ソリドゥスであると言われているのであるから、100ソリドゥスで買い集められた。というのも五の五十倍も50の五倍も250であるから。それらを分割して片方の商人は125頭、他方も同じだけ手に入れた。片方は〔品質の〕劣ったブタ三頭を一ソリドゥスで、他方は〔品質の〕すぐれたブタ二頭を一ソリドゥスで売った。こうして、劣ったブタを売った者は120頭のブタから40ソリドゥスを得たが、他方、よりよいブタを売った者は60ソリドゥスを得た。というのも劣ったブタ30頭は常に10ソリドゥスで、すぐれたブタ20頭は10ソリドゥスで売られたからである。こうして双方にはそれぞれブタ5頭が残っており、それらから彼らは4ソリドゥスと

二デナリウスの利益を得ることができた²¹。

[7.] 30リブラの重さの皿

金、銀、真鍮、鉛からなる30リブラ、つまり600ソリドゥスの重さの皿がある。銀は金の三倍、真鍮は銀の量の三倍、鉛は真鍮の三倍の重さである。では各々の金属はどれほどの重さなのかを言いなさい。

解 答

金は九ウンキアの重さになる。銀は九ウンキアの三倍、つまり二リブラと三ウンキアになる。真鍮は三倍の二リブラと三倍の三ウンキア、つまり六リブラと九ウンキアの重さになる。鉛は三倍の六リブラと三倍の九ウンキア、つまり二〇リブラと三ウンキアの重さになる。九ウンキア、二リブラと三ウンキア、六リブラと九ウンキア、二〇リブラと三ウンキアが加えられると30リブラになる。

さらにソリドゥスに関する別法。金は<銀>15ソリドゥスの重さである。銀は三倍の15、つまり45。真鍮は三倍の45つまり135である。鉛は三倍の135つまり405である。405と135と45と15とを合わせなさい、すると600ソリドゥスが得られ、これは30リブラである²²。

[8.] 樽

100メトレテを含む樽があり、そこにはそれぞれ[最大で]三モディウスを流すことのできる3本の管がついている。モディウスの数のうちの三分の一と六分の一とが一つの管を、もう一つの管には三分の一だけが、第三番目の管には六分の一だけが流れている。では各々の管には一体どれほどのセクスタリウスが流れているのかを言いなさい。

解 答

最初の管には3600セクスタリウスが、第二の管には2400セクスタリウスが、第三の管には1200セクスタリウスが流れている²³。

[9.] 外套

私は丈100クビトゥス、幅80クビトゥスの外套を持っている。それを分けて、それぞれが丈5クビトゥス、幅4クビトゥスの小外套を作りたい。では何着の小外套が作られるのかを言いなさい。

解 答

400の八十分の一は5、百分の一は4である。それゆえ5を八十倍しても、4を百倍しても汝は常に400を見いだす。それだけの小外套が作られるであろう。²⁴

[10.] 麻

私は長さ60クビトゥス、幅40クビトゥスの麻を持っている。それを長さ六クビトゥス、幅四クビトゥスになるように分けて、下着を作りたい。では何着の下着がそこから作られうるのかを言いなさい。

解 答

六十の十分の一は6、四十の十分の一は4である。それゆえ六十の十分の一も四十の十分の一も十回〔取れる〕と見なされるので、長さ6クビトゥス、幅4クビトゥスの百着〔の下着〕が見いだせる。

[11.] それぞれの姉妹と結婚する二人の男

もし二人の男が互いに一方が他方の姉妹と結婚したら、彼らの子供たちは互いにどのような親族関係になるのかを言いなさい。²⁵

[11a.] それぞれの母親と結婚する二人の男

もし二人の男が互いに一方が他方の母親と結婚したら、彼らの子供たちは互いにどのような親族関係で結びつけられるのであろうか。²⁶

[11b.] 父と息子、未亡人とその娘

もし父と息子が、残された妻つまり未亡人とその娘と、息子と母親、娘と父親という組み合わせで結婚するのなら、彼らから生まれた子供たちは互いにどのような関係で結ばれるのかを言いなさい。²⁷

[12.] ある家長とその三人の息子たち

ある家長が死んで、その三人の息子たちに遺産として30個のガラスビンを残した。そのうちの十個は油で満たされ、他の十個は半分満たされ、第三番目の十個は空であった。三人の息子各々にガラスビンと油とが等しく行き渡るように、油とビンとを分けなさい。

解 答

それゆえ三人の息子と30個のガラスビンとがある。ガラスビンのうちの10個は満杯で、10個は半分満たされ、10個は空である。十を三倍すると30になる。各々の息子に対して10のガラスビンが取り分として与えられる。三分しなさい。すなわち、第一番目の息子には10個の半分満たされたガラスビンとを、ついで第二番目の息子には5個の満杯のビンと5個の空のビンとを、第三番目の息子にも同様に与えなさい。すると3人の兄弟の間でガラスビンと油とが等しく分けられるであろう。

[13.] 王とその軍隊

ある王がその召使いに、それまで召集してきたのと同じ人数を集めるという仕方で、30の村から軍隊を召集するよう命じた。ただし彼らは最初の村には一人で、第二の村にはもう一人と、さらに第三の村には[他に]三人で出かけた。これら30の村からどれだけの人が集められたのかを言いなさい。

解 答

それゆえ最初の逗留では二人、第二では4人、第三では8人、第四では16人、

第五では32人，第六では64人，第七では128人，第八では256人，第九では512人，第十では1024人，第十一では2048人，第十二では4096人，第十三では8192人，第十四では16384人，第十五では32768人，第十六では65536人，第十七では131072人，第十八では262144人，第十九では524288人，第二十では1048576人，第二十一では2097152人，第二十二では4194304人，第二十三では8388608人，第二十四では16777216人，第二十五では33554432人，第二十六では67108864人，第二十七では134217728人，第二十八では268435456人，第二十九では536870912人，第三十番目の村では1073741824人になった。

[14.] 牛

一日中耕す牛は，最後の畦に足跡をいくつ残すのかを私に言いなさい。

解 答

牛は鋤よりも前に進み，そのあと鋤が続くのであるから，最後の畦には決して足跡は残らない．というのも，このように未耕地を前進しながら多くの足跡を残そうとも，耕すことであとに続くものは消されてしまうからである．こうして最後の畦には足跡はなにも見いだせない。

[15.] 人

私はあなたにこう尋ねます．人が畑の各端ごとに三つの転回点を作ったとき，その人はその土地に何本の畝を作ったことになるのかを私に言って下さいと．

解 答

畑の一端に3つ，他端に3つ [の転回点が] 作られるので，転回点を持つ7本の畝が作られたことになる。

[16.] 牛を引く二人の男

二人の男が道に沿って牛を引いており，そのうちの一方が他方に言った。

「私に二頭の牛を下さい。そうすれば私はあなたが持っているのと同数の牛を持つことになるでしょう」。すると他方が言った。「ではあなたも私に二頭の牛を下さい。そうすればあなたが持つ2倍の頭数の牛を私は持つことになるでしょう」。何頭の牛がいたのか、各々は何頭の牛を持っていたのかを言いなさい。

解 答

二頭の牛を与えることを互いに要求した最初の人物は、4頭を持っていた。他方、要求された人物は8頭を持っていた。というのも、要求された人物は要求した人物に二頭の牛を与えたので、各々は六頭になったからである。先に受け取った人物は、2頭の牛を、6頭持っていた最初に与えた人物に返し、こうして彼は8頭持つことになり、これは四の二倍であり、他方の人物には4頭が残り、これは8の片方である。

[17.] それぞれ姉妹のある3人の友人

3人の友人がいた。それぞれ姉妹がいて、川を渡らねばならなかった。彼らの各々はその親友の姉妹とともに渡ることを望んだ。川にやってきた彼らは小船しか見いだせず、その船では彼らのうちの二人しか渡れなかった。姉妹の誰もが彼らによって辱められないようにするには、どのようにして渡船したらよいのかを言いなさい。

解 答

まず最初に私と私の姉妹が乗船し、川を渡り、対岸で私の姉妹を船から出し、私は河岸に向けて船で戻った。次に、二人の男つまり岸に残っていた男達のその姉妹が乗船した。こうして彼女らが上陸したら、最初に渡った私の姉妹が乗船し、私のもとへと船を戻した。彼女が外に出たら二人の友人は船に乗って渡った。次いで彼らのうちの一人はその姉妹とともに船に乗り、我々のところに渡ってきた。私と船でやってきたばかりの者とが私の姉妹を残して再び渡った。一人の女が船²⁸を戻し、私の姉妹をつれて私のところに渡ってくる。こうして、

その姉妹が対岸に残っている男が船に乗り、彼女を連れて戻る。こうしていかなる辱めも起こることなく渡船が成し遂げられた。

[18.] オオカミ、ヤギ、そして一束のキャベツ

ある男が川を越えてオオカミ、ヤギ、そして一束のキャベツを運ばねばならなかった。ところがそれらのうちの二つを運ぶことのできる船しか他には船を見つけることはできなかった。彼の使命は、これらすべてをまったく無償で運ぶことであった。いかにしてこれら²⁹を無償で運ぶことができたのかを言いなさい。

解 答

すなわち〔前問と〕同様な方法で最初に私はヤギを運び、オオカミとキャベツは外に残しておいた。そのあと戻って今度はオオカミを連れて渡り、オオカミを対岸におき、さらにヤギを船に寄せ連れて渡り、ヤギを残し、キャベツを運んだ。そして再び戻ってヤギを連れて渡った。このようにしてさほど混乱もなく効果的に漕ぎ渡ったのである。³⁰

[19.] 体重が荷車の重さと同じ男と妻

それぞれの体重が荷車の重さと同じ男と妻が、合わせて荷車の重さに等しい二人の子供をつれて大きな川を渡らねばならなかった。荷車一台の重さを運ぶことのできる船しか他には船を見つけたことはできなかった。船が沈むことのないように渡らせなさい。

解 答

ここでも上と同じ順番にせよ。最初に二人の子供が乗船し、渡り、そのうちの一人が船を戻す。次に母親が船で渡る。次いでその息子が船を戻す。戻した後その兄弟が船に乗り、二人で渡り、さらに彼らのうちの一人が船を父親のところに戻す。この息子が一人外で待って、父親が渡り、さらに先に渡っていた

息子がこの同じ船に乗って兄弟のところに戻る。二人は乗船し渡る。このように巧妙に漕げば、おそらく難破することもなく航海が達成されるであろう。

[20.] ハリネズミ

二匹の子供を持ち、体重一リブラの、大きな川を渡ろうとしている雄雌のハリネズミ³¹。

解 答

上と同様にして、最初に二匹の子供が渡り、そのうちの一匹が船を戻す。父親がその中に入って渡り、最初に渡った子供が船を対岸に戻す。その兄弟が再び中に入り、二匹は越えて渡る。そのうちの一匹が外に出て、もう一匹が母親のところに船を戻し、母親はその中に入り渡る。前に渡った息子が外に出て、さらにそれに乗船して兄弟のもとに戻る。二匹はその中に乗船して、こうして恐ろしい難破もなく航海が達成される。

[21.] 平地とそこに横たわる羊。

長さ200ペース、幅100ペースの平地がある。そこに私は羊を放し飼いにし、各々の羊が長さ5ペース、幅4ペースを占めるようにしたい。では何頭の羊をそこに横たえることができるのかを言いなさい。

解 答

この平地は長さ200ペース、幅100ペースである。200を5で割れ³²、すると40になる。次に100を4で割れ。百の四分の一は25である。それゆえ40倍の二十五も、25倍の四十も千という数を満たす。それゆえこれだけの頭数の羊がそこに配置できる。

[22.] 円錐状にとがった平地

一辺が100ペルティカ、他の辺が100ペルティカ、前方は50ペルティカ、中央

は60ペルティカ、もう一つの前方は50ペルティカの平地がある。アリペンノスをどれだけ含むのかを言いなさい。

解 答 [1]

この平地の長さは100ペルティカ、各前方の幅は50、他方中央は60である。中央の長さで両端の長さを加えなさい、すると160になる。その三分の一を取りなさい、すると53で、[それに] 百をかけなさい、すると5300になる。これを12等分しなさい、すると441が見いだされる。さらにこれを12等分しなさい、すると37が得られる。これがこの平地にあるアリペンノスの数である。³³

解 答 [2]

二つの長さを加えなさい、すると200である。二百の半分を取りなさい、すると100である。そして50と60と50とを加えなさい、すると160である。160の三分の一を取りなさい、すると53である。53の100倍を取りなさい、すると5300である。5300を十二で割りなさい。すなわちそこから12回取りなさい。たとえば、5300の12の部分を取りなさい、すると441である。さらに441から12の部分を取りなさい、すると37である。これがこの中のアリペンノスの数である。³⁴

[23.] 四角形の平地

一辺が30ペルティカ、他辺が32ペルティカ、前方が34ペルティカ、他の前方が32ペルティカの四角形の平地がある。そこにはどれほどのアリペンノスが含まれるのかを言いなさい。

解 答

平地の2つの長さは62になる。62の半分を取りなさい、すると31である。平地の二つの幅は合わされると66である。66の半分を取りなさい、すると33である。この三十一倍を取りなさい、すると1020である。これを上で行ったように再び12で割りなさい。すなわち、千二十の十二分の一を取りなさい、すると85

で、さらに85を12で割りなさい、すると7である。それゆえこのアリペンノスの数は七である。³⁵

[24.] 三角形の平地

一辺が30ペルティカ、他辺が30ペルティカ、前方が18ペルティカの三角形の平地がある。どれほどのアルペンノスが含まれることになるのかを言いなさい。

解 答

この平地の二つの長さを加えよ、すると60になる。60の半分をとれ、すると30になる。前方は18ペルティカなので18の半分をとれ、すると9になる。九倍の三十をとれ、すると270になる。ここから再び12 [で割ること] をおこなえ。すなわち270を十二で割れ、すると22と半分になる。さらに22と半분을十二で割れ、すると一アルペンノスと10ペルティカと半分になる。

[25.] 円形の平地

周が400ペルティカの円形の平地がある。それはいくつのアリペンノスを占めることになるのかを言いなさい。

解 答 [1]

400ペルティカを含むこの平地の四分の一は100である。もしこれが自分自身に乗ぜられると、すなわち百倍されると、10000になる。これを12の部分に分けねばならない。一万の十二分の一は833であり、それがさらに12の部分に分けられると、69が得られる。この平地はこれだけのアリペンノスを含む。³⁶

解 答 [2]

それゆえ400の四分の一をとれ、すると100になる。そしてさらに400の三分の一をとれ、すると132になる。100の半분을またとれ、すると50になる。さらに132の半분을とれ、すると66になる。66の五十倍をとれ、すると3151になる。

これを12で割れ、すると280になる。さらに280を十二で割れ、すると24になる。24の四倍をとれ、すると96になる。全体では96アリペンノスとなる。³⁷

[26.] 平地、そして犬の追跡と兎の逃走

長さ150ペースの平地がある。一端には犬が、他端には兎がいる。後者すなわち兎が逃げたあとを犬が追いかける。ところで犬が一回の跳躍で9ペース進む間に兎は7ペース進む。兎が捕まるまでにどれだけのペースあるいは一跳躍して、犬は追跡し兎は逃走するのかを言いなさい。

解 答

この平地の長さは150ペースである。150の半分をとれ、すると75になる。犬は一飛びで9ペース進む。75倍の九は675であり、兎を追跡して堅い歯で兎を捕まえるまで、犬はこれだけのペース進む。兎は一度に7ペース進むので、この七十五を七倍せよ、すると525になる。捕まるまでに兎はこれだけのペース逃走して進む。³⁸

[27] 四角形の都市

一辺が千百ペース、他辺が千ペース、前方が600ペース、他の前方が600ペースの四角形の都市がある。私はそこに家の屋根を置いて、各家が長さ40ペース、幅30ペースになるようにしたい。何件の家が占めることになるのかを言いなさい。

解 答

もしこの都市の二つの長さが加えられると、2100になる。同様にして、もし二つの幅が加えられると1200になる。それゆえ1200の半分をとれ、すると600になる。さらに2100の半分をとれ、すると1050になる。そして各々の家は長さ40ペース、幅30ペースなので、1050の四十分の一をとれ、すると26になる。さらに600の三十分の一をとれ、すると20になる。それゆえ26の二十倍は520にな

る．これだけの数の家が占められる．

[28.] 三角形の都市

一辺が100ペース，他辺が100ペース，そして前方が90ペースの三角形の都市がある．各家が長さ20ペース，幅10ペースになるような家屋をそこに私は建築したい．何件の家が占めることになるのかを言いなさい．

解 答

それゆえこの都市の二つの辺が加えられると200になる．200の半分を取れ，すると100になる．また前方は90ペースなので，90の半分をとれ，すると45になる．各々の家の長さは20ペース，幅は10ペースなので，100の中には五倍の20があり，40³⁹の中には四倍の10がある．それゆえ4の五倍をとれ，すると20になる．これだけの家をこの都市は占めることになる．

[29.] 円形の都市

周囲が8000ペースの円形の都市がある．各家が長さ30ペース，幅20ペースとすると，[そこには] 何件の家がなければならないのかを言いなさい

解 答 [1]

この都市の周りには8000ペースが数えられるが，それを一倍半比⁴⁰に分割すると，4800と3200になる．前者は家の長さ，後者は幅である．それゆえ，双方の全体から半分を引け，すると大きい方から2400が，小さい方から1600が残る．それゆえこの1600を二十で割れ，すると八十倍の二十が見いだされ，さらに大きい方の全体すなわち2400が30の部分に分けられ，八十倍の三十が数えだてられる．80の八十倍をとれ，すると16000になる．上記の命題によると，この都市の中にはこれだけの数の家が建てられ得る．

解 答 [2]

この都市の周囲は8000ペースである。それゆえ8000の四分の一をとれ、すると2000になる。さらに8000の三分の一をとれ、すると2666になる。二千の半分をとれ、すると1000になり、さらに二千666の半分をとれ、すると1333になる。さらに1333の三十分の一をとれ、 $<$ すると44になり、さらに1000の二十分の一をとれ、すると50になる。44の五十倍をとれ、 $>$ すると2200になる。ここから二千200の四倍をとれ、すると8800になる。これが家の総和である。⁴¹

[30.] 大聖堂

長さが240ペース、幅が120ペースの大聖堂がある。煉瓦を敷き詰めた道にある一個の煉瓦は、長さ23ウンキアすなわち一ペースと11ウンキアで、幅12ウンキアすなわち一ペースである。この道を覆うには幾つの煉瓦が必要なのかを言いなさい。

解 答 [1]

126個の煉瓦は長さ240ペースであり、120個の煉瓦は幅120ペースである。各々の煉瓦は幅にペースの尺度を持つのでそれゆえ126を百二十倍せよ、すると全体は15120になる。それゆえこの大聖堂ではこれだけの個数の煉瓦が舗装を覆うことができる。

解 答 [2]⁴²

240の十二倍をとると、2880になる。そして煉瓦一個は長さ15ウンキアなので、2880の十五分の一をとれ、すると192になる。さらに120の十二倍をとれ、すると1440になる。そして各煉瓦は幅8ウンキアなので、1440の八分の一をとれ、すると180になる。192を百八十倍せよ、すると3460になる。これだけの個数の煉瓦が覆い尽くす。

[31.] 酒蔵

長さ100ペース、幅64ペースの酒蔵がある。各樽が長さ7ペース、辺すなわち中央部が4ペース、通路が四ペースになるようにすると、何個の樽が必要になるのかを言いなさい。

解 答 [1]⁴³

百のなかには十四倍の7が数えられる。64には十六倍の四が含まれ、この64のうちから酒蔵の長さをなす通路として4が切り取られる。それゆえ60の中には十五倍の四があり、100のなかには十四倍の七があるので、14を十五倍せよ、すると210になる。上記の大きさによれば、これだけの樽がこの酒蔵には含まれる。

解 答 [2]⁴⁴

7を六倍せよ、すると42になり、これは6列の樽である。3ペースを持つ通路に至るように、3を七倍せよ、すると21になる。それゆえ、42と21とを同時に加えよ、すると63になる。六列の樽に対して通路がある。次いで100の四分の一をとれ、すると25になる。これは一列に対して25個の樽があることを意味する。そして6列の樽があるので、25の6倍は150になる。これが全体の樽の個数である。

[32.] 穀物を分配する家長

ある家長は20人の家族をもち、彼らに20モディウスの穀物を与えることを命じた。夫には三モディウス、妻には二モディウス、そして子供には半モディウスがわたるように命じたのである。何人の夫、妻、子供がいることになるのかを言いなさい。

解 答

三を一倍せよ。すなわち一人の夫は3モディウスを受け取る。同様にして二

を五倍せよ，すると10になる．つまり五人の妻が10モディウス受け取る．さて二を七倍せよ，すると14になる．すなわち14人の子供は7モディウス受け取る．それゆえ1と5と14を加えよ，すると20になる．これが家族の数20である．そして次に3，7，10を加えよ，すると20になる．これはモディウスの数である．それゆえ家族が20人，20モディウスが成り立つ．

[33.] 他の問題

ある家長は30人の家族を持ち，彼らに対して30モディウスの穀物を与えるように命じた．夫は三モディウス，妻は二モディウス，子供はそれぞれ半モディウスを受け取るようにである．何人の夫，あるいは何人の妻，あるいは何人の子供がいたのかを解きなさい．

解 答

3を3倍にすれば9になる．そして二を五倍するなら，10になる．そして次に二十二を半分にすると，11になる．すなわち三人の夫は9モディウス受け取り，五人の妻は10モディウス受け取り，二十二人の子供は11モディウス受け取る．この3，5，22が同時に加えられると，30人の家族が生じる．さらに8，11，22が同時に加えられると30モディウスを生む．こうして同時に家族30人でもあり，30モディウスでもある．

[33a.] さらに別の問題

ある家長には90人の家族がいたが，彼は90モディウスの穀物を彼らに与えるように命じた．夫は三モディウス，妻は二モディウス，子供はそれぞれ半モディウスを受け取るようにである．何人の夫，何人の妻，何人の子供がいたのかを言いなさい．

解 答

三を六倍せよ，すると18になる．そして二十を二倍せよ，すると40になる．

六十四を半分にせよ，すると32になる．これは六人の夫が18モディウスを受け取り，20人の妻が40モディウス受け取り，64の子供が32モディウス受け取ることである．これらすなわち6，20，64を同時に加えると，90人の家族を生む．同様にして，18，40，32を加えよ，すると90になる．これは90モディウスを示す．これら同時に加えられたものは90人の家族と90モディウスとを意味する．

[34.] さらに別の問題

ある家長には100人の家族がおり，彼は100モディウスの穀物を彼らに与えるように指示した．夫は三モディウス，妻は二モディウス，子供はそれぞれ半モディウス受け取るようにである．それゆえ，何人の夫，何人の妻，何人の子供がいたのかを言いなさい．

解 答

三を十一倍せよ，すると33になる．そして15を二倍せよ，すると30になる．七十四を半分にせよ，すると37になる．これは六人の夫が33モディウスを受け取り，15人の妻が30モディウス受け取り，74の子供が37モディウス受け取ることである．これらすなわち6，15，74を同時に加えると，100になり，これは100人の家族を意味する．同様にして，33，30，37を加えよ，すると100になり，これは100モディウスを意味する．それゆえこれらが同時に加えらると，100人の家族と100モディウスが得られる．

[35.] ある家長の死

ある家長が子供達と960ソリドゥスの蓄えと妊娠中の妻とを残して死んだ．もし彼に男子が生まれたなら，その子は全体の四分の三つまり9ウンキア⁴⁵受け取り，その母親は四分の一つつまり3ウンキア受け取ることを，他方女子が生まれたら，その子は十二分の四つまり7ウンキア受け取り，その母親は十二分の五つまり5ウンキア受け取ることを命じていた．ところが母親は息子と娘の双子を生んだのであった．母親はいくら，息子はいくら，娘はいくら受け取った

のかを解きなさい。

解 答

それゆえ 9 と 3 とを加えよ、すると 12 になる。一方、12 ウンキアは一リブラである。同様にして 7 と 5 とを加えよ、するとまた 12 になる。それゆえ 12 の二倍は 24 になる。他方 24 ウンキアは二リブラであり、これは 40 ソリドゥスである。それゆえ 960 を二十四の部分に分けよ。それらの二十四の部分は 40 である。次に、四分の三をなすので、40 を九に掛けよ。それゆえ息子は 40 の九倍、つまり 18 リブラを受け取り、これは 360 ソリドゥスである。そして母親は息子に対して [十二分の] 三、娘に対して [十二分の] 五を受け取るので、3 と 5 [を合わせるとそれ] は 8 をなす。それゆえ、二回にわたって遺言されたのであるから、40 を八つの部分に掛けよ。それゆえ母親は八倍の 40、つまり 16 リブラ受け取り、これは 320 ソリドゥスである。次に [娘は] 七になるように遺言されたのであるから、40 を 7 つの部分に掛けよ。そののち 40 を七倍せよ、すると 9 リブラになり、これは 280 ソリドゥスである。これを娘は受け取る。それゆえ 360 と 320 と 280 とを加えよ、すると 960 ソリドゥスであり、これは 48 リブラでもある。⁴⁶

[36.] 少年に対するある老人の挨拶

ある老人が少年に挨拶してこう言った。「息子よ、生き長らえなさい」。そしてこう質問した。「おまえが今まで生きてきたのと同じ年月だけ生き長らえなさい、そしてもう他にそれだけの年月生き長らえなさい。そしてその 3 倍だけ [の年月生き長らえなさい]。さらに神はおまえに私の年齢から一歳加えるであろう。するとおまえは百歳になるであろう」。そのときこの少年は何歳であったのかを解きなさい。

解 答

彼が言ったこと、つまり「おまえが今まで生きてきたのと同じ年月だけ生き

「長らえなさい」では、彼はすでに8年と三カ月間生きてきたのである。そして「もう他にそれだけの年月」は16年と6ヶ月を意味し、さらにその2倍の年月は33年をなし、それが三倍されて99年となる。これに一が加えられて100歳となる。⁴⁷

[37.] 家を建てようとしている人

家を建てようとしている人が6人の職人を雇った。そのうちの5人は親方で、一人は徒弟であった。そして家を建てようとしている人と職人の間では、一日の報酬は25デナリウスで、また弟子は親方一人が受け取る額の半分を受け取るということが同意されている。毎日彼ら各々はどれだけ受け取るのかを言いなさい。

解 答

まず22デナリウスを取り、それらを6つに分けよ。つまり次のようにしなさい。五人の親方の各々に4デナリウスを与えなさい。実際、五倍の四は20である。4の半分である残った二を取り、徒弟に与えなさい。するとここまでに3デナリウス残っているが、それを以下のように配分しなさい。各デナリウスから11の部分を取りなさい。三倍の十一は33になる。これらの部分の三十分の一を取り、それらを5人の親方で分配せよ。五倍の6は30である。それゆえ6つの部分が各親方のものになる。30から残っている六の半分である三つの部分を取り、徒弟に与えなさい。

[38.] 百頭の動物を買う人

ある人が百ソリドゥスで百頭の雑多な動物を買おうとした。こうして馬が三ソリドゥス、牛が1ソリドゥス、24頭の羊が1ソリドゥスで買われた。何頭の馬、何頭の牛、何頭の羊がいたのかを言いなさい。

解 答

三を二十三倍せよ，すると69になる．そして二を二十四倍せよ，すると48になる．それゆえ23頭の馬で69ソリドゥス，48頭の羊で2ソリドゥス，29頭の牛で29ソリドゥスになる．それゆえ23と48と29とを加えよ，すると100頭の動物になる．そして次に69と2と29とを加えると，100ソリドゥスになる．それゆえ同時に加えられると100頭の動物と100ソリドゥスになる．

[39.] 東洋のある買い手

ある人が東洋で100ソリドゥス払って雑多な動物を100頭買おうとした．彼は召使いに，ラクダを5ソリドゥス，ロバを1ソリドゥス，20頭の羊を一ソリドゥスで調達するよう命じた．100ソリドゥスの取引で，何頭のラクダあるいはロバあるいは羊を買ったのかを言いなさい．

解 答

5を10倍と九倍すると95になる．すなわち19頭のラクダが，5の10倍と九倍によって95ソリドゥスで買われた．これらに一すなわち一ソリドゥスの一頭のロバを加えよ，すると96になる．そして次に四を二十倍せよ，すると80になる．すなわち四ソリドゥスでは80頭の羊になる．それゆえ19と1と80とを加えよ，すると100になる．これは100頭の動物を意味する．そして次に95と1と4とを加えよ，すると100になる．それゆえ同時に合わせて100頭の家畜と100ソリドゥスとなる．

[40.] 人，および山で放牧されている羊たち

ある人が山で羊が放牧されているのを見て，こう言った．「それだけの頭数と，もう他に同じ頭数と，その半分の半分の頭数と，この半分の半分の頭数の羊が欲しい．そしてこれらに私を含めて百として私は帰宅したい」．彼は何頭の羊がそこで放牧されているのを見たのかを解きなさい．

解 答

それゆえ彼が述べたこと「私はそれだけの頭数が欲しい」では、彼が最初に見た羊は36頭である。そして「もう他に同じ頭数」は72頭、そして「その半分つまり36頭」の半分は18頭である。さらにこの第二の半分すなわち36から半分が取られると、18になる。それゆえ36と36とを加えよ、すると72になる。これらに18を加えよ、すると90になる。90に9を加えよ、すると99になる。これらにこの男が加えられて100となる。

〔41.〕 ブタ小屋と母ブタ

ある家長がブタ小屋を区切って新しい区画を作り、そこに母ブタを置いたところ、それはまず中央部で7頭の子ブタを生んだ。また母ブタを8番目としそれらはその母ブタを含めてそれぞれ7頭を四隅で生んでいった。そして最後にそれらはブタ小屋中央部で各世代ごとに7頭生んだ。母ブタを含めてブタは何頭になったのかを言いなさい。

解 答

さて、ブタ小屋中央部では最初に7頭の子ブタが誕生して、それらの母親が八番目である。それゆえ八が八倍されて64になる。それらの母親を含めてこれだけの数の子ブタが最初の一隅にいた。そして次に六十四が八倍されると512になる。その母親を含めてこれだけの数の子ブタが第二番目の一隅にいた。さらに512が八倍されて4096になる。その母親を含めてこれだけの子ブタが第三番目の一隅にいた。これが八倍されて32768となる。その母親を含めてこれだけの数の子ブタが第四番目の一隅にいた。さらに32768を八倍せよ、すると262144になる。ブタ小屋中央部に最も新しい区画が作られたとき、たしかにこれだけの数の子ブタが生まれていたのである。

〔42.〕 百段の階段

百段の階段がある。第一段には一羽のハト、第二段には二羽、第三段には

三羽，第四段には四羽，第五段には五羽が座っていた。百段に至るまで各段で同様である。全体では何羽のハトがいたのかを言いなさい。

解 答

次のように数えよう。一羽がとまっている最初の段からそれを取り，九十九段目に陣取っている99羽に加えよ，すると100羽になる。第二番目と九十八番目にも同様にして同じように100を見つける。同様にして各段に対して，それより上の段一つとより下の段一つとをこの順に加えよ，するとこの二段には常に百が見いだせる。ただし五十段目だけはただ一つであり，対を持たない。同様にして百段目も一つのままである。それゆえすべてを同時に加えよ，すると5050が見いだせる。

[43.] ブタ

ある人が300頭のブタを飼っていたが，そのブタ全体を3日間で奇数頭数ずつ殺すよう命じた。30頭に関する同じ内容の命題もある。300頭にしろ30頭にしろ，三日間で何頭の奇数のブタが死ななければならないのかを言いなさい。⁴⁸

解 答

これは作り話であり，300頭あるいは三十頭のブタが三日間で奇数頭数ずつ死ぬという問題は誰にも解けない。この作り話は子供たちに刺激を与えるために作られた。⁴⁹

[44.] 父親への子供の挨拶

ある子供が父親に挨拶した。「やあ，おとうさん」。彼に対して父親が答えた。「やあ，息子よ。おまえが今まで生きていたのと同じ年月だけ生き長らえなさい。この倍になった年月を三倍し，私の年齢から一歳を加えなさい，すると100歳になるであろう」。その当時子供は何歳であったのかを言いなさい。

解 答

その子供は16歳と6ヶ月であった。これが月とともに倍にされると33歳になる。これが三倍にされると99になる。父親の年齢の一歳が加えられ100歳となる。⁵⁰

[45.] ハト

木にとまっているハトが飛んでいる他のハトを見て彼らにこう言った。「他にも同じ数だけのハトがいて、また第三番目にもそれと同じだけのハトがいることを私は望みます。すると私を含めて100羽になります」。最初に何羽のハトが飛んでいたのかを言いなさい。

解 答

三十3羽のハトがいて、これらが飛んでいるのを最初のハトは見た。さらにもう同じ数いるので66羽になり、三度目にまた同じ数いるので99羽になる。とまっているハトを加えよ、すると100羽になるであろう。

[46.] 人の見つけた財布

道を歩いている人が二タレントウム入っている財布を見つけた。それを見て人が彼にこう言った。「友達よ、おまえの見つけたものの一部を我々によこせ」。彼は彼らに渡したくなくて断った。すると彼らは突進してきて、財布を奪い去り、各々が五十ソリドゥス取った。すると彼は自分自身ではそれに対抗できないことがわかったので、手を伸ばし、五十ソリドゥス奪い返すにとどめた。人は何人いたのかを言いなさい。

解 答

一タレントウムは75ポンドゥスあるいは⁵¹リブラである。他方リブラは黄金72ソリドゥスである。72が七十五倍されると5400になり、この数が二倍されると10800になる。10千と八百は五十倍の216である。それゆえこれだけの数の人

がそこにいた。

[47.] 12個のパンを聖職者に分配することを命じた司教

ある司教が12個のパンを聖職者に分配することを命じた。実際、各司教は2個のパン、助祭は半分、朗読者は四分の一を受け取るように命じたのである。ただし聖職者とパンの数は同じとする。何人の司教、何人の助祭、何人の朗読者がいなければならないのかを言いなさい。⁵²

解 答

五倍の二は10、すなわち聖職者5人が十個のパンを受け取り、助祭一人が半分を、そして朗読者6人が一個と半分のパンを受け取った。5と1と6とを同時に加えよ、すると12になる。さらに10、半分、一と半分を加えよ、すると12になる。これは十二個のパンを示し、これらが同時に加えられると12人の人間と12個のパンになる。それゆえ聖職者とパンの数は同じである。

[48.] 学生たちに出会った人

ある人が学生たちに出会い、彼らにこう言った。「学校には何人いましたか？」彼らの一人がこう答えた。「それについてはあなたには言いたくありません。我々を二度数えて、三倍しなさい。そして四で割りなさい。その数の四分の一に私を加えると、その数は百人となります」。道を歩いている人にかつて出会ったのは何人であったのかを言いなさい。

解 答

三十三の二倍は66である。これだけの数の学生が道を歩いている人にかつて出会った。この数に二を掛けると132になる。これを三で掛けよ、すると396になる。この四分の一は99である。返答した子供を加えよ、すると100になる。

[49.] 大工

7 人の大工が七個の車輪を作った。何台の四輪車を作ったのかを言いなさい。

解 答

7 を七倍せよ、すると49になる。これだけの車輪を大工たちは作った。四が12倍されると48になる。48個の車輪の上に十二台の四輪車が作られ、一個の車輪が余る。

[50.] 他の命題 [容器中の葡萄酒]

百メートルムの葡萄酒はどれだけセクスタリウスを含んでいるか、あるいはこの同じ百メートルムはどれだけのメルム含んでいるのかを言いなさい。

解 答

一メートルムは40と8セクスタリウスを含む。48を百倍せよ、すると4800になる。これだけのセクスタリウスがあることになる。同様にして、一メートルムは288メルムである。288を百倍せよ、すると28800になる。これだけのメルムがある。

[51.] ある父親によって分配された容器中の葡萄酒

瀕死の父親がその四人の息子に葡萄酒四樽を残した。第一の容器には40、第二には30、第三には20、第四には10モディウム入っていた。彼は自分の家の執事呼んでこう言った。「これら葡萄酒四樽を、中身を保ったまま四人の我が息子たちに分けなさい。ただし彼らの各取り分が葡萄酒でも容器でも等しくなるように」。皆が等しく受け取れるようにするにはどのように分ければよいのかを言いなさい。

解 答

実際、第一の樽には40モディウム、第二には30、第三には20、第四には10モ

ディウムあった。それゆえ40と30と20と10とを加えなさい、すると100になる。次に百の数を四つの部分に分けなさい。百の四分の一である25が生じ、この数が二倍されると、そこから五十という数が生じる。それゆえ各々の息子の取り分は25モディウスとなり、二人の息子では50モディウスになる。第一の樽には40モディウス、第四の樽には10モディウスある。これらが加えられると50モディウムになる。あなたはこれを二人の息子に与える。同様にして、第二と第三の樽にある30モディウムと20モディウムとを加えなさい、すると50になり、これも上と同じようにして二人に与えると、彼らは各々25モディウス受け取ることになり、こうして各々の息子の取り分は葡萄酒でも樽でも等しくなるであろう。

[52.] 家長

ある家長が、90モディウスの穀物を自分の家から30レウヴァ離れたもう一軒の家に運ぶように命じた。ただし一頭のラクダはその穀物全体を三回の旅程で運ぶことができ、各旅程では30モディウス運ばれるとする。ところでラクダは各レウヴァごとに一モディウス食べる。どれだけのモディウスが残ることになるのかを言いなさい。

解 答

最初の旅程でラクダは20レウヴァに対して30モディウス運び、各レウヴァごとに一モディウス食べる。すなわちラクダは20モディウス食べるので10モディウス残るのである。第二の旅程では同様にして30モディウスを運び、そこから20モディウス食べ、したがって10モディウス残るであろう。第三の旅程でも同様にして行う。つまりラクダは30モディウス運び、そこから20モディウスを食べ、こうして10モディウス残るであろう。さて残っているのは30モディウス、行程では10レウヴァである。これら30モディウスをラクダは第四回目の旅程で家に運び、途中の旅程でそれらのうち10モディウスを食べる。こうしてその全体のうち20モディウスだけが残る。

[53.] 12人の修道士からなる修道院の院長⁵³

ある修道院長のもとに12人の修道士がいた。彼はその家の執事を呼んで、204個の卵を与えて、これらすべてから同じ取り分を各々に与えよと命じた。ただし次のように命じたのである。5人の司祭に85個、四人の助祭に68個、3人の朗読者に51個の卵を与えよ。誰においても個数が超過もなくまた不足もなく、上で述べたように皆が同じ取り分を受け取れるようにするには、彼らの各々には何個の卵が行き渡ることになるのかを言いなさい。

解 答

それゆえ二百四を12で割りなさい。実際、この12分の一は十七になる。というのも十二倍の17も十七倍の12も204になるからである。八十五は十七を五倍したものであるように、六十八は四倍、五十一は三倍したものである。それゆえ5と4と3を加えよ、すると12になる。これは人が十二人ということである。さらに85と68と51とを加えよ、すると204になる。これは卵が204個ということである。それゆえ以上から、各取り分としては、十二等分して皿に分けられた十七という数である17個の卵が出てくる。

-
1. アルクインの生涯に関しては次のものを参照。朝倉文市「司教座聖堂附属学校」, 上智大学中世思想研究所(編)『中世の教育思想』(上), 東洋館出版社, 1984, pp.75-103. 松川成夫「カロリング・ルネサンスとアルクイン」, 前掲書, pp.129-155.
 2. したがってヨークのアルクイン(Alcuin of York)と呼ばれる。ラテン語名はアルクイヌス(Alcuinus), アルビヌス(Albinus)など。
 3. 部分訳がある。アルクイヌス「文法学」, 上智大学中世思想研究所(編)『カロリング・ルネサンス』(中世思想原典集成 6), 平凡社, 1992, pp.117-131.
 4. Migne, J.-P., *Patrologiae Latinae*, C., Paris, 1863, cc.1143-1160.
 5. Migne, J.-P., *Patrologiae Latinae*, XC., Paris, 1904, cc.665-676.
 6. Folkerts, M., *Die älteste mathematische Aufgabensammlung in lateinischer Sprache; Die Alkuin zugeschriebenen Propositiones ad acuendos invenes*

Überlieferung, Inhalt, Kritische Edition, (Österreichische Akademie der Wissenschaften Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse Denkschriften 116 Band 6, Abhandlung), Wien, 1978.

7. Folkerts, M. and Gericke, H., "Die Alkuin zugeschriebenen Propositiones ad Acuendos Juvenes", in Bultzer, P. L. *et.al.* (ed.), *Science in Western and Eastern Civilization in Carolingian Times*, Basel, 1993, pp.283-362.
8. Singmaster, D. and Hadley, J., "Problems to Sharpen the Young", *The Mathematical Gazette* 76 no. 476 (1992), pp.102-126. これを改訂したものがあ
る。Singmaster, C. and Hadley, J., *Problems to Sharpen the Young*, South Bank University Technical Report SBU-CISM-95-18, London, 1995.
9. Folkerts, *op.cit.*, 1978, S.24.
10. これは『ギリシア詞華集』に含まれている。Paton, W. R. (tr.), *The Greek Anthology*, vol.5, Loeb Classical Library, London/New York, 1918 (rep. 1960), pp.84-107. そこには31問が収められている。アルクインがこれらの問題を知っていたかどうかは不明。
11. Claude-Gaspar Bachet de Méziriac, *Problèmes plaisans et délectables*, ..., Lyon, 1612.
12. Singmaster, 1995, *op.cit.*, p.27.
13. 百鶏問題とアルクインとの関係は次の書物でも言及されている。林隆夫『インドの数学』中公新書, 1993, p.270. このきわめて典型的な問題はアルクインが考案したとは考えられない。おそらく中国で考案され、インドを通じアラビアを介して西欧にもたらされたものであろう。10世紀にはアブー・カーミルなどがアラビア世界で詳細に論じている。しかし12世紀ルネサンス以前にどのような経路を辿ってこの問題がラテン世界のアルクインに至ったのかは興味深い謎である。
14. アルクインの問題22-25, 27-31が『作者未詳の幾何学』の問題31-39とこの順に対応している。N. Bubnov (ed.), *Gerberti postea Silvestri II papae opera mathematica*, Berlin, 1899 (rep. Hildesheim, 1963), cc.352-356.
15. 使用したテキストは, Folkerts, 1978, *op.cit.*, SS.45-76.
16. $90000 \div 365 = 246$ あまり210.
17. 最初に道行く男が見た人数を x とすると, $2x + \frac{2x}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{4} + 1 = 100$. よって,
 $x = 36$.
18. 最初に見た鳥の数を x とすると, $x + x + x + \frac{x + x + x}{3} \cdot \frac{1}{2} + 2 = 100$. よって,

$x=28$.

19. 最初に放し飼いにされているウマの頭数を x とすると, $x+x+\frac{1}{2} \cdot \frac{x+x}{2} = 100$.

よって, $x=40$.

20. 雌ブタを x , 母ブタを y , 子ブタを z とすると, $x+y+x=100$, $10x+5y+\frac{z}{2}=100$. よって, $x=1$, $y=9$, $z=80+10$.

21. ブタ1頭は $\frac{2}{5}$ ソリドゥス, 痩せたブタは $\frac{1}{3}$ ソリドゥス, 肥えたブタは $\frac{1}{2}$ ソリドゥ

ス. よって残ったブタ10頭から, $5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{1}{6}$ ソリドゥスの利益を得る.

22. 金, 銀, 真鍮, 鉛をそれぞれ, x, y, z, u リブラとすると, $x+y+z+u=30$, $y=3x, z=3y, u=3z$. 1リブラ=12ウンキアを用いて求める.

23. 100メトレテ=300モディウム=7200セクスタリアス.

24. この解答はわかりにくい. 別の写本では次のように書かれている. 「各々の小外套は長さ5クビトゥス, 幅4クビトゥスであるので, 100の五分の一をとれ, すると20になり, また80 [写本では40と誤記] の四分の一をとれ, すると同様に20になる. それゆえ二十の二十倍をとれ, すると400になる. ここからこれだけの長さ5クビトゥス, 幅4クビトゥスの小外套が作られうるのである」. Folkerts, *op.cit.*, S. 49.

25. 編集テキストでは解答は真正のものではないと見なされ省略されている. ある写本では次のように書かれている. 「たとえば, もし私が私の友人の姉妹を娶り, 彼が私の姉妹を娶り, 我々に [子供が] 生まれるのであれば, 私は私の姉妹の息子の叔父となり, 彼女は私の息子の伯母となり, 彼らの間はこのような相互関係になる. それゆえ私の息子と私の姉妹の息子は従兄弟と呼ばれる」. Folkerts, *op.cit.*, S. 50.

26. 編集テキストでは解答は省略されているが, ある写本では次のように書かれている. 「それゆえ私の息子と私の母親の息子とは, 叔父と甥である」. Folkerts, *op.cit.*, S. 51.

27. 編集テキストでは解答は省略されているが, ある写本では次のように書かれている. 「それゆえ私の息子と私の父親の息子とは, 互いに叔父と甥である」. Folkerts, *op.cit.*, S. 51.

28. テキストは「これら二人のどちらかの女の一人」であるが, 実際にはこの時点では女は一人であるので, テキストを訂正して訳した.

29. ここでは, オオカミはヤギを, ヤギはキャベツを食べてしまうことが前提されている

る。

30. 他にも、まずヤギを渡し、次いでキャベツを渡し、その帰りにヤギを連れ戻し、その後オオカミに渡し、最後に再びヤギを渡す、という方法がある。
31. テキストの説明だけでは不十分である。しかし解答から判断して、問題19と同一の内容を持つと考えられる。
32. テキストは「200を二度五倍せよ」。写本 R の読みを採用。Folkerts, *op.cit.*, S. 57.
33. 底辺がそれぞれ100/3, 高さが50, 60, 50の3つの矩形を、底辺を一行にして山形に並べた図形の面積を求める問題とみなすと、この解法は正しい、しかしおそらくは底辺を共通に持つ2つの平行台形を合わせた図形の問題であろう。すなわち、一方の台形が底辺 a , c かつ高さ d , 他方が底辺 b , c かつ高さ d のとき、面積を $\frac{a+b+c}{3} \cdot d$ としている。もちろんこの場合、正しくは $a+b+c$ ではなく、 $a+b+2c$ である。また $160/3=53$, $5300/12=441$, $441/12=37$ の計算はかなり大雑把で、とくに第二番目は442のほうがふさわしい。
34. 高さの平均を取っている。つまり、 $d + \frac{2}{d} = d$ 。これを除けば解法1と同じである。
35. 一辺が a, b, c, d の矩形の面積を、 $\frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$ として求めている。
36. 周を C とすると、この問題では面積は $\left(\frac{C}{4}\right)^2$ ということになる。しかしこれはもとの図形が正方形であることを意味する。円と正方形を同一視するというかなり雑な算法である。あえて言えば π が4ということである。
37. 周を C とすると、この問題では面積は $\frac{C}{6} \cdot \frac{C}{8} \cdot 4 = \frac{C^2}{12}$ ということになる。したがってここでは π は3で近似されていることになる。
38. 跳躍の回数を x とすると、 $7x+150=9x$ 。よって、 $x=150/2=75$ 。
39. 45を40にした理由はあきらかではないが、三角形の土地に四角形を埋めるという難解な問題から、5だけ余裕を持たせたのかもしれない。
40. sesquialtera.
41. これは問題25の解法2を用いている。
42. 長さ15ウンキア、幅8ウンキアの場合である。
43. 通路が一つの場合である。
44. 各樽の間に通路がある場合である。
45. 1ペース=12ウンキアから、9/12を意味する。以下同様。
46. 幾つかの写本では、この問題とその解答だけ数詞がしばしば特殊な略字体で記されている。Folkerts, *op.cit.*, S.66. $960 \div 2 = 480$. 息子は $480 \cdot 3/4 = 360$. 娘は

$480 \cdot 5/12 = 280$. 母親は $480 \cdot 1/4 + 480 \cdot 7/12 = 320$.

47. 少年の年齢を x とすると, $2(2x) \cdot 3 + 1 = 100$. よって, $x = 8$ 年 3 ヶ月.
48. ある写本では, この末尾に次の一文が付け加えられている. 「この解不能の問題は刺激を与えるために作られている」. Folkerts, *op.cit.*, S. 70.
49. 奇数の奇数倍は偶数になるので, この解は不可能. ユークリッド『原論』第10巻命題23は「奇数の奇数個の和は奇数」という. アルクインが『原論』を知っていたかどうかは不明.
50. 子供の年齢を x とすると, $(2x) \cdot 3 + 1 = 100$. よって, $x = 16$ 才 6 ヶ月.
51. 写本Mの読みを採用. Folkerts, *op.cit.*, S.72.
52. ここでは, episcopus, diaconus をともに司教, presbyterus, clerus, clericus をともに聖職者と訳出した.
53. テキストは, *propositio de homine patrefamilias monasterii XII monachorum* で, *patrefamilias* (長) が複数形となり解釈が困難である. Folkerts, *op.cit.*, S.75.