



株価, 為替, 金利のボラティリティの変動要因・相互依存関係について : ノンパラメトリック推定の応用

谷崎, 久志

(Citation)

国民経済雑誌, 201(3):15-28

(Issue Date)

2010-03

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81006917>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81006917>



株価，為替，金利のボラティリティの
変動要因・相互依存関係について：
ノンパラメトリック推定の応用

谷 崎 久 志

国民経済雑誌 第 201 巻 第 3 号 抜刷

平成 22 年 3 月

株価，為替，金利のボラティリティの 変動要因・相互依存関係について： ノンパラメトリック推定^{*}の応用

谷 崎 久 志

本稿では、(i) 株価・為替・金利のボラティリティの変動要因を調べる、(ii) 株価・為替・金利のボラティリティの相互依存関係を調べる、(iii) 関数形を特定化せずに分析を行う、の三点を取り上げる。(i) については、休日効果・火曜日効果・非対称性効果等がボラティリティの変動要因となっているかどうかを調べる。(ii) については、株価のボラティリティが大きくなれば為替や金利のボラティリティも大きくなるかどうか、逆はどうか等、それぞれの市場間にボラティリティの波及効果があるかどうかを調べる。(iii) については、従来、関数形を仮定して(i)や(ii)の分析が行われていたが、関数形を特定化しなくても過去の研究と同様の結論が得られるかどうかを調べる。

キーワード 休日効果，非対称性効果，曜日効果（火曜日効果），
スピル・オーバー効果（波及効果）

1 は じ め に

本稿では、株価（東証株価・日経225種平均・終値）、為替レート（東京外国為替相場・円ドル・終値）、金利（普通国債・東京店頭最長期物・気配値）の3つの日次データ（1997年1月1日以降）を用いて、ボラティリティ（Volatility）の変動要因・相互依存関係等を実証分析を通して解明することを目的とする。過去の様々な研究において、株価のボラティリティを説明するものとして、非対称性（Asymmetry effect, すなわち、株価が下落した次の日には株価変動が大きくなる）、休日効果（Holiday effect, すなわち、休日明けには株価変動が大きくなる）、曜日効果（Day-of-the-week effect, すなわち、株価変動の大小は曜日に依存する）等が考えられてきた。さらに、株価のボラティリティのスピルオーバー（Spill-over, 波及）効果が国際間（例えば、日英米間）で観測されるかどうか、または、株価の値自体ではどうかなどの研究も数多くなされている（例えば、Tanizaki (2004), Tanizaki and Hamori (2009), 渡部 (2000) とその中の参考文献を参照せよ）。為替レートや金利に関しても同様

の実証研究が数多く行われている。

しかし、上述した株価・為替・金利の変動要因を同時に全部の効果を含めた実証研究や株価・為替・金利間のボラティリティの相互依存関係を調べた実証研究は、筆者の知る限りにおいて、まだ行われていない（上述の変動要因を個々に調べた実証分析は多いが、同時に調べたものは皆無である）。したがって、本稿では、まず、株価・為替・金利のそれぞれについて、ボラティリティにおける非対称性、休日効果、曜日効果の有無を実証分析によって明らかにする。さらに、ボラティリティにおいて株価・為替・金利の相互依存関係があるかどうかを調べる。

また、過去の研究では、GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity) モデルや SV (Stochastic Volatility) モデルのような、関数形を特定化したパラメトリック (Parametric) なモデルがボラティリティの実証研究に用いられてきた（例えば、Tanizaki (2004), Tanizaki and Hamori (2009), 渡部 (2000) 等）。このように、関数形を特定化することは通常の分析で一般的に見られる計量手法ではある。しかしながら、関数形は本来未知であり、関数形の特定化による誤りが生じる可能性によって、間違った推論を行ってしまう可能性も十分に考えられる。したがって、本稿では、関数形を特定化せずノンパラメトリック (Nonparametric) な手法を用いて、より緩い仮定のもとで分析を行うことを考える。この関数形による誤りを排除することにより、より正しく分析が行われることが期待される。

以上のように、本稿では、(i) 株価・為替・金利のボラティリティの変動要因を調べる、(ii) 株価・為替・金利のボラティリティの相互依存関係を調べる、(iii) 関数形を特定化せずに分析を行う、の三点を取り上げる。最後に、(i)―(iii) を同時に含めて得られた推定結果と過去の様々な実証研究との比較・検討を行う。(i)―(iii) を同時に含めて、過去の個々の研究と同様の結論を導き出すことが出来れば、過去の研究の頑健性を検討することも出来るだろう。

2 ノンパラメトリック推定

本節では、次節の実証分析で扱うノンパラメトリック推定の簡単な解説を行う。参考書としては、例えば、Pagan and Ullah (1999), Härdle (1990), Silverman (1986) 等が有名である。

y_t を被説明変数 (スカラー), x_t を説明変数 ($1 \times k$ ベクトル) とする。モデルは、関数形を特定化しないで、次のように表される。

$$y_t = m(x_t) + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

ただし、誤差項 ϵ_t は平均 0, 分散 $\sigma^2(x)$ のある分布に従うものとする。 y と x の密度関数を $f_{yx}(y, x)$, x の密度関数を $f(x)$ とするとき、 y の条件付期待値は、

$$E(y|x) = m(x) = \int \frac{yf_{yx}(y, x)}{f(x)} dy$$

となり， $m(x)$ によって表される。同様に， y の条件付分散は，

$$V(y|x) = \sigma^2(x) = \int \frac{(y-m(x))^2 f_{yx}(y, x)}{f(x)} dy = \frac{\int y^2 f_{yx}(y, x) dy}{f(x)} - m^2(x)$$

となる。

2つの密度関数 $f_{yx}(y, x)$, $f(x)$ の推定量を $\hat{f}_{yx}(y, x)$, $\hat{f}(x)$ として，

$$\begin{aligned} \hat{f}_{yx}(y, x) &= \frac{1}{nh^{k+1}} \sum_{t=1}^n K_{yx}\left(\frac{y_t - y}{h}, \frac{x_t - x}{h}\right) \\ \hat{f}(x) &\equiv \int \hat{f}_{yx}(y, x) dy = \frac{1}{nh^k} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x_t - x}{h}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

とする。 $z = (y, x)$ として， $K_{yx}(z)$ と $K(x)$ の性質は，

$$\begin{aligned} \int K_{yx}(z) dz &= 1, & \int z K_{yx}(z) dz &= 0, & \int z' z K_{yx}(z) dz &= \Omega_*, \\ \int K(x) dx &= 1, & \int x K(x) dx &= 0, & \int x' x K(x) dx &= \Omega, \\ \int K_{yx}(z) dy &= K(x) \end{aligned}$$

として表される。 Ω_* は $(k+1) \times (k+1)$ 行列， Ω は $k \times k$ 行列である。 Ω_* と Ω との関係は，

$$\Omega_* = \begin{pmatrix} \omega_y^2 & \cdots \\ \vdots & \Omega \end{pmatrix}$$

となるものとする。後述の実証分析では， ω_y^2 は y_t , $t=1, 2, \dots, n$ から得られた標本分散，

Ω は $x_1, x_2, \dots, x_n$ から計算された $(1/n) \sum_{t=1}^n x_t' x_t$ とする。

このとき， $m(x)$ の推定量 $\hat{m}(x)$ は， $f_{yx}(y, x)$ と $f(x)$ を $\hat{f}_{yx}(y, x)$ と $\hat{f}(x)$ で置き換えると，

$$\begin{aligned} \hat{m}(x) &= \int \frac{y \hat{f}_{yx}(y, x)}{\hat{f}(x)} dy = \frac{\frac{1}{nh^{k+1}} \sum_{t=1}^n \int y K_{yx}\left(\frac{y_t - y}{h}, \frac{x_t - x}{h}\right) dy}{\frac{1}{nh^k} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x_t - x}{h}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{nh^k} \sum_{t=1}^n \int (y_t - hu) K_{yx}\left(u, \frac{x_t - x}{h}\right) du}{\frac{1}{nh^k} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x_t - x}{h}\right)} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n y_i K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)}{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} = \frac{\hat{g}(x)}{\hat{f}(x)} \quad (3)$$

となる。2 行目では $(y_i - y)/h = u$ として変数変換を行っている。3 行目では $\int u K_{yx}(u, v) du = 0$ が用いられている。ただし、分子の $\hat{g}(x)$ を

$$\hat{g}(x) = \frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n y_i K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)$$

と定義する。

さらに、 $\sigma^2(x)$ の推定量 $\hat{\sigma}^2(x)$ は、

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2(x) &= \frac{\int (y - \hat{m}(x))^2 \hat{f}_{yx}(y, x) dy}{\hat{f}(x)} = \frac{\int y^2 \hat{f}_{yx}(y, x) dy}{\hat{f}(x)} - \hat{m}^2(x) \\ &= \frac{\frac{1}{nh^{k+1}} \sum_{i=1}^n \int y^2 K_{yx}\left(\frac{y_i - y}{h}, \frac{x_i - x}{h}\right) dy}{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} - \hat{m}^2(x) \\ &= \frac{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n \int (y_i - hu)^2 K_{yx}\left(u, \frac{x_i - x}{h}\right) du}{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} - \hat{m}^2(x) \\ &= \frac{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n y_i^2 K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)}{\frac{1}{nh^k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} + \omega_y^2 h^2 - \hat{m}^2(x) \end{aligned} \quad (4)$$

として表される。3 行目では $(y_i - y)/h = u$ として変数変換を行っている。4 行目では $\int u K_{yx}(u, v) du = 0$ と $\int u^2 K_{yx}(u, v) du = \omega_y^2$ が用いられている。

$\hat{m}(x)$ の漸近的性質は、 $nh^k \rightarrow \infty$ のとき、次のようになることが知られている。

$$(nh^k)^{1/2} (\hat{m}(x) - m(x)) \sim N\left(0, \frac{\sigma^2(x)}{f(x)} \int K^2(u) du\right) \quad (5)$$

すなわち、 $\hat{m}(x)$ は $m(x)$ の一致推定量となり、漸的に正規分布に従うことになる。実証分析において、 $\hat{m}(x)$ の漸近分散は、(5) 式の $\sigma^2(x)$ と $f(x)$ をその推定量 $\hat{\sigma}^2(x)$ 、 $\hat{f}(x)$ で置き換えて、求められる。

さらに、本稿では、 $K(u)$ を次のように $N(0, \Omega)$ の多変数正規分布を仮定する。

$$K(u) = (2\pi)^{-k/2} |\Omega|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} u' \Omega^{-1} u\right) \quad (6)$$

このとき，(5)式の積分値は，

$$\begin{aligned} \int K^2(u) du &= \int (2\pi)^{-k} |\Omega|^{-1} \exp(-u' \Omega^{-1} u) du \\ &= (2\pi)^{-k/2} |2\Omega|^{-1/2} \int (2\pi)^{-k/2} \left| \frac{1}{2} \Omega \right|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} u' \left(\frac{1}{2} \Omega\right)^{-1} u\right) du \\ &= 2^{-k} \pi^{-k/2} |\Omega|^{-1/2} \end{aligned}$$

として計算される。

さらに， h の求め方については，いくつかの方法（例えば，Silverman (1986) を参照せよ）があるが，本稿では，

$$h = \left(\frac{4}{n(k+2)} \right)^{1/(k+4)} \quad (7)$$

を用いることにする。これは， $f(\cdot)$ が正規分布， $K(\cdot)$ を正規分布とした場合の「最適」な h となる。「最適」の意味は， $\hat{f}(x)$ の平均二乗誤差（Mean Square Error, MSE）の x に関する積分値（Mean Integrated Square Error, MISE）が最小になる h ということである。

偏微係数の分布：多くの場合， x が変化したときの $\hat{m}(x)$ や $\hat{\sigma}^2(x)$ の変化を知りたい。 x_j を x の第 j 要素とすると， x_j に関する $\hat{m}(x)$ の偏微係数 $\hat{\beta}_j(x)$ は，

$$\frac{\partial \hat{m}(x)}{\partial x_j} \equiv \hat{\beta}_j(x) = \frac{\hat{g}'_j(x) - \hat{f}'_j(x) \hat{m}(x)}{\hat{f}(x)} \quad (8)$$

となる。ただし， $\hat{g}'_j(x)$ と $\hat{f}'_j(x)$ は，

$$\begin{aligned} \hat{g}'_j(x) &\equiv \frac{\partial \hat{g}(x)}{\partial x_j} = -\frac{1}{nh^{k+1}} \sum_{t=1}^n y_t K'_j\left(\frac{x_t - x}{h}\right) \\ \hat{f}'_j(x) &\equiv \frac{\partial \hat{f}(x)}{\partial x_j} = -\frac{1}{nh^{k+1}} \sum_{t=1}^n K'_j\left(\frac{x_t - x}{h}\right) \end{aligned}$$

と表される。 $K'_j(x)$ は， $K'_j(x) \equiv \partial K(x) / \partial x_j$ と定義される。 $K(u)$ を上記のような多変数正規分布を仮定すると，

$$K'_j(u) = -a'_j u K(u)$$

となる。 u は $k \times 1$ ベクトル， a_j は Ω^{-1} の j 列目の $k \times 1$ ベクトルとする。

$nh^{k+2} \rightarrow \infty$ のとき， $\hat{\beta}_j(x)$ は次の漸近的性質を持つことが示される（前出の文献を参照せよ）。

$$(nh^{k+2})^{1/2} (\hat{\beta}_j(x) - \beta_j(x)) \sim N\left(0, \frac{\sigma^2(x)}{f(x)} \int K_j'^2(u) du\right) \quad (9)$$

h に(7)式を用いた場合、 $n \rightarrow \infty$ のとき、 $nh^{k+2} \propto n^{2/(k+4)} \rightarrow \infty$ となることに注意せよ。実証分析において、 $\hat{\beta}_j(x)$ の漸近的分散を求めるためには、 $\sigma^2(x)$ と $f(x)$ を(4)式の $\hat{\sigma}^2(x)$ と(2)式の $\hat{f}(x)$ で置き換えればよい。さらに、(9)式の積分値は、 $K(u)$ を $N(0, \Omega)$ の多変数正規分布を仮定すると、

$$\begin{aligned} \int K_j^2(u) du &= \int (-a'_j u K(u))^2 du = a'_j \left(\int u u' K^2(u) du \right) a_j \\ &= a'_j \left((2\pi)^{-k/2} |2\Omega|^{-1/2} \int u u' (2\pi)^{-k/2} \left| \frac{1}{2} \Omega \right|^{-1/2} \exp \left(-\frac{1}{2} u' \left(\frac{1}{2} \Omega \right)^{-1} u \right) du \right) a_j \\ &= \frac{1}{2} (2\pi)^{-k/2} |2\Omega|^{-1/2} a'_j \Omega a_j \end{aligned} \quad (10)$$

と計算される。

3 株価、為替、金利のボラティリティの推定

3.1 データ

本稿では、株価（東証株価・日経225種平均・終値、以下では S_t とする）、為替レート（東京外国為替相場・円ドル・17時時点売り気配値、以下では E_t とする）、金利（普通国債・東京店頭最長期物・気配値、以下では R_t とする）の3つの日次データを用いる。対象とする期間は1997年1月6日～2009年11月24日とする（データ数は $n=3,169$ ）。図1～図3に、原データ（それぞれの図の(a)に対応）とその変化率（それぞれの図の(b)に対応）のデータが描かれている。ただし、 $100 \times \Delta \log S_t = 100(\log S_t - \log S_{t-1})$ と定義する（図2、図3では、 S_t が E_t 、 R_t で置き換えられている）。3つのデータについて、1997年1月6日から2005年3月31日のデータは『経済統計年鑑 CD-ROM 2005年版』（東洋経済新報社）から、それ以降は『経済統計月報』と日経テレコン21（日経四紙）から入手した。

株価の変動について、2008年10月10日に-10.1%の株価下落、その反動で同月14日に13.2%の株価急騰、さらに、同月16日に-12.1%対象期間最大の下落となった。2008～2009年には株価の変動が大きくなっている。2008年にはリーマンショックによる金融危機や原油高騰が起こっている。

外国為替は株価や金利と比べると安定的に推移している。1998年と2008～2009年はその他の期間と比べると比較的外国為替の変動がある。

国債利回りは、3つの中で最も変動が激しい。特に、1998～1999年あたりと2003年あたりの変動が大きい。1998～1999年は、大手銀行21行に公的資金注入、日本長期信用銀行破綻、日銀がゼロ金利政策導入の時期と重なる。2003年では、6月12日に長期金利（新発10年物国債利回り）が0.435%と過去最低（対象期間でも最低）を記録した。また、この年には足利銀行破綻や郵政公社発足などもあった。

図1 東証株価・日経225種平均

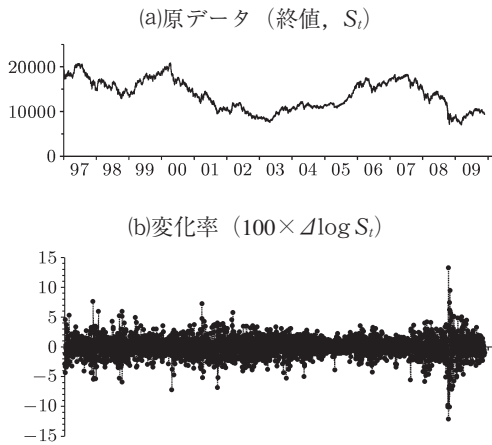


図2 東京外国為替相場・円ドル

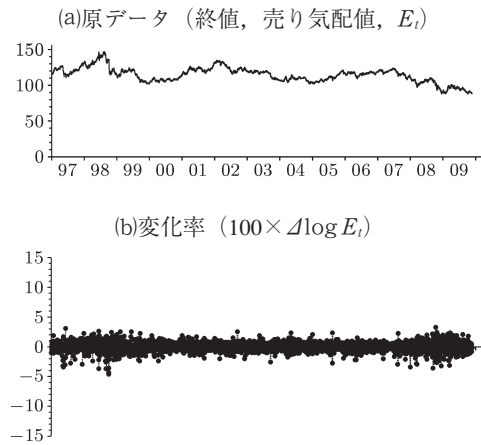
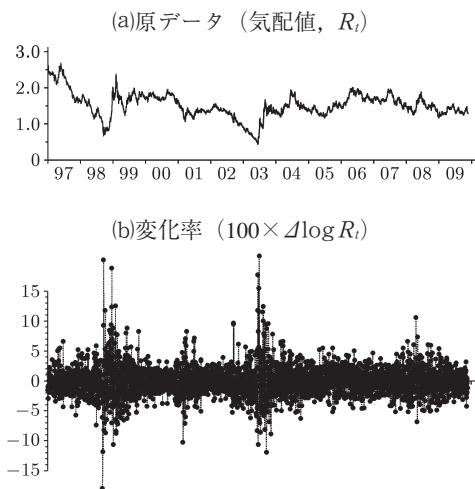


図3 普通国債・東京店頭再長期物



3.2 推定の手順

推定の手順は下記の通りである。それぞれの式を別個に推定する。すなわち、被説明変数を代えて3回下記の手順を繰り返す。

- (i) (6)式を用いて、(2)~(4)式を求める。
- (ii) (4)式から、 x_t に応じて標準誤差 $\hat{\sigma}(x_t)$, $t=1, 2, \dots, n$ を計算する。
- (iii) ステップ (ii) で得られた $\hat{\sigma}(x_t)$ を(1)式の y_t と置き換えて、再度、(2)~(4)式を求める。すなわち、 $\hat{\sigma}(x_t) = m^*(z_t) + v_t$ を推定し、 $\hat{m}^*(z_t)$ を求める。この場合も $K(\cdot)$ には(6)式を用いる。

(iv) ステップ (i) と (iii) で求めた $\hat{m}(x_t)$ と $\hat{m}^*(z_t)$ のそれぞれについて、その偏微係数の推定値を (8) 式から求め、(2) 式と (4) 式を $\sigma^2(x)$ と $f(x)$ の代わりに代入して、偏微係数の推定値の標準誤差を求める。

以上のように、ノンパラメトリック推定の2段階推定を行う。ステップ (i) で y_t の説明変数は $x_t = (1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, 100\Delta \log S_{t-1}, 100\Delta \log E_{t-1}, 100\Delta \log R_{t-1})$ とし、ステップ (iii) では $z_t = (1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, |100\Delta \log S_{t-1}|, |100\Delta \log E_{t-1}|, |100\Delta \log R_{t-1}|)$ をボラティリティの説明変数とする。それぞれの変数の意味を下記に記す。

まず、 H_t は休日効果 (Holiday effect) を表し、 t 期と $t-1$ 期との間の市場が開いていない日数とする。多くの場合、 t 期が月曜日であれば $H_t=2$ となる (土・日の二日間が休日)。もし月曜日が振り替え休日であれば、 t 期が火曜日のときは $H_t=3$ となる (土・日・月の三日間が休日)。休日が多ければ、その間に何か外生的なショックが起こる可能性が高く、ボラティリティが大きくなると考えられる。具体的には、本稿の対象期間 (1997年1月6日～2009年11月24日) にデータ数は $n=3169$ であるが、その中で $H_t=6$ となる場合は3回、 $H_t=5$ は11回、 $H_t=4$ は9回、 $H_t=3$ のときは81回、 $H_t=2$ の場合は569回、 $H_t=1$ は47回、 $H_t=0$ のときは2449回となっている。多くの場合、月曜日に $H_t=2$ となることから、休日効果は月曜日効果 (一つの曜日効果) を含むと考えてもよいだろう。

次に、 Tue_t は火曜日効果 (Tuesday effect, 一つの曜日効果) を表す。すなわち、 t 期が火曜日であれば $Tue_t=1$ 、その他は $Tue_t=0$ となる。日本市場は米国市場に影響を受けると考えられ、時差の関係で米国の休日効果の影響が、日本では火曜日に現れることになるためである。

さらに、 $D_t^s = I(\Delta S_{t-1} < 0)$ とする。ただし、 $I(\cdot)$ はインディケーター関数と呼ばれ、 A が起これば $I(A)=1$ 、 A が起こらなければ $I(A)=0$ と定義される。同様に、 $D_t^e = I(\Delta E_{t-1} < 0)$ 、 $D_t^f = I(\Delta R_{t-1} < 0)$ とする。このように、 D_t^s 、 D_t^e 、 D_t^f については、 S_t 、 E_t 、 R_t からデータを作成することが出来る。株式市場では、 $t-1$ 期に株価が下落すれば、 t 期に株価の変動が大きくなることが知られている (すなわち、株価の下落は経済の不安定要因となる)。この効果のことを非対称性効果 (Asymmetry effect) と呼ばれる。非対称というのは、 $t-1$ 期に株価が上昇したか下落したかで変動 (言い換えると、分散) の大きさが異なるという意味で非対称ということである。外国為替市場や金利市場でもこの効果が現れるかどうか、また、他市場からの非対称性効果を受けるかどうか (すなわち、市場相互の波及効果) を調べるためにこれら3つのダミー変数を含めて推定を行う。

最後に、 $|100\Delta \log S_{t-1}|$ 、 $|100\Delta \log E_{t-1}|$ 、 $|100\Delta \log R_{t-1}|$ は $t-1$ 期のボラティリティの代理変数とする。株価のボラティリティが持続的であれば $|100\Delta \log S_{t-1}|$ は株価変動に正の影響を与える。また、他市場の変動が株式市場の変動に波及するかどうかを調べるために、

$|100\Delta\log E_{t-1}|$, $|100\Delta\log R_{t-1}|$ も説明変数に加える（ボラティリティのスピルオーバー効果，または，波及効果）。

3.3 推定結果

パラメトリック推定：まず，概観を知るために，下記のようなパラメトリックな推定を行う。

$$y_{i,t} = \beta_i x_{i,t} + u_{i,t}, \quad u_{i,t} \sim N(0, \sigma_{i,t}^2), \quad \sigma_{i,t}^2 = s_i^2(1 + \alpha_i z_{i,t})^2$$

t は時点を表す。 i は市場を表し， $y_{1,t} = 100\Delta\log S_t$, $y_{2,t} = 100\Delta\log E_t$, $y_{3,t} = 100\Delta\log R_t$ とする。説明変数 x_t と z_t は，3つの推定式で共通の変数を考え， $x_t = (1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, y_{3,t-1})$ とし， $z_t = (1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, |y_{1,t-1}|, |y_{2,t-1}|, |y_{3,t-1}|)$ とした。 $i=1, 2, 3$ について，3本の方程式を最尤法によって同時推定を行い，パラメータ β_i と α_i の推定値を求める。計量ソフトは Eviews 4.1 を用いた。

推定結果は表1にまとめられる。推定値の右横の括弧内の数値は標準誤差を表す。括弧の右横の*は有意水準5%の両側検定で有意であることを示し，**は有意水準1%の両側検定で有意であることを意味する（漸近的な検定結果である）。

3つの市場全部について，レベルに関しては，表1の x_t の係数推定値の有意性から判断して，休日効果 (H_t)，火曜日効果 (Tue_t)，非対称性効果 (D_t^s, D_t^e, D_t^f) は観測されないと

表1 パラメトリック推定による推定結果

		$y_{1,t} = 100\Delta\log S_t$	$y_{2,t} = 100\Delta\log E_t$	$y_{3,t} = 100\Delta\log R_t$
x_t	1	-0.06367(.0733)	-0.00640(.0333)	-0.11781(.1147)
	H_t	0.05708(.0332)	-0.00214(.0159)	0.05144(.0449)
	Tue_t	0.00147(.0653)	0.03763(.0313)	0.06751(.1052)
	D_t^s	-0.02100(.0768)	-0.02120(.0371)	-0.11993(.1272)
	D_t^e	-0.00885(.0810)	-0.05345(.0371)	-0.02555(.1255)
	D_t^f	0.03869(.0769)	0.04838(.0369)	0.21603(.1109)
	$y_{1,t-1}$	-0.05142(.0284)	-0.02168(.0127)	-0.00939(.0444)
	$y_{2,t-1}$	0.04459(.0654)	-0.04092(.0295)	-0.05253(.0972)
	$y_{3,t-1}$	0.01408(.0165)	0.00269(.0081)	0.06560(.0309)*
z_t	s	1.14306	0.48450	1.62576
	H_t	0.28589(.0593)**	0.45566(.0769)**	0.03954(.0388)
	Tue_t	-0.35906(.0714)**	-0.15654(.0884)	-0.07929(.0737)
	D_t^s	0.20246(.0711)**	0.01727(.0870)	0.02661(.0701)
	D_t^e	0.05118(.0638)	0.38964(.1092)**	0.03821(.0666)
	D_t^f	-0.04993(.0636)	0.02960(.0819)	-0.10643(.0564)
	$ y_{1,t-1} $	0.43067(.0581)**	0.12320(.0578)*	0.04550(.0317)
	$ y_{2,t-1} $	0.49082(.0945)**	1.12400(.1650)**	0.52126(.1011)**
	$ y_{3,t-1} $	0.02291(.0192)	0.07122(.0328)*	0.54477(.0564)**

いう結果が得られた。

一方、ボラティリティに関しては、表1の z_t の係数推定値の有意性から判断して、休日効果は株価と為替の変動要因の一つとなり、その反動としての火曜日効果は株価変動に影響を与えている。株価変動と為替変動は非対称性効果の影響が強く現れているが、どちらも他市場からの非対称性効果は見られない。ボラティリティの持続性に関しては、 $i=1, 2, 3$ のすべてについて $|y_{i,t-1}|$ が $\sigma_{i,t}$ に影響を与えているので、ボラティリティは持続的であると言える。他市場からのボラティリティの波及効果については、為替変動が株価変動に波及し、株価変動と金利変動が為替変動に影響を与え、為替変動が金利変動に波及している。すなわち、株価と為替、為替と金利がそれぞれ相互にボラティリティの波及効果が見られるが、株価と金利の間には波及効果は見られない。

ノンパラメトリック推定：一段階目で $y_{i,t}=m_i(x_t)+\epsilon_{i,t}$ を推定し、 $\hat{m}_i(x_t)$ と $\hat{\sigma}_i^2(x_t)$ を(3)式と(4)式から求める。ただし、 $i=1$ のときは株価、 $i=2$ のときは為替、 $i=3$ のときは金利の式を意味する。二段階目では、 $\hat{\sigma}_i(x_t)=m_i^*(z_t)+v_{i,t}$ を推定し、 $\hat{m}_i^*(z_t)$ を求める。上述のパラメトリック推定と同様に、 $x_t=(1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, y_{3,t-1})$ とし、 $z_t=(1, H_t, Tue_t, D_t^s, D_t^e, D_t^f, |y_{1,t-1}|, |y_{2,t-1}|, |y_{3,t-1}|)$ とした。表2、表3の数値は、 $\hat{m}_i(x_t)$ と $\hat{m}_i^*(z_t)$ の偏微係数を表す。偏微係数は x_t と z_t の値に依存するので、表2は $x_t=z_t=(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ での偏微係数、表3は $x_t=z_t=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ での偏微係数の推定値を示す。定数項は1の値に固定し、その他の変数は0, 1の値を与えることにした。さらに、偏微係数の推定値の右隣の括弧内の数値は標準誤差であり、その右隣の**, *は有意水準1%, 5%の両側検定で漸近的に有意であることを意味する。

表2と表3は偏微係数の評価点が異なる以外は、同じデータが推定に使われている。 x_t と z_t の評価点の違いによって、偏微係数の推定値とその標準誤差は大きく異なることが分かる。評価点によってその推定値が大きく異なるということは、上述の線形関係を仮定したパラメトリック推定は分析には不適切だと言える。線形関数であれば、偏微係数は評価点には依存しなくなるからである。

表3の推定結果の z_t の欄によると、休日効果とその反動となる火曜日効果は3つの市場のボラティリティに有意に影響を及ぼしていると言える。この結果はパラメトリック推定のもと同じである。非対称性効果は金利のボラティリティにだけ観測されているが、前期に金利が下がれば今期の金利のボラティリティも小さくなるという結果となっている。また、他市場からの非対称性効果については、(i)前期に金利が下がれば今期に株価のボラティリティが大きくなり、前期に為替が下がれば今期に株価のボラティリティが小さくなる、(ii)前期に株価が下がれば今期に為替のボラティリティが大きくなり、前期に金利が下が

表2 ノンパラメトリック推定による結果： $x_t = z_t = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ で評価

		$y_{1,t} = 100 \Delta \log S_t$	$y_{2,t} = 100 \Delta \log E_t$	$y_{3,t} = 100 \Delta \log R_t$
x_t	1	2.05969 (.0880)**	-0.14652 (.0476)**	0.58448 (.1447)**
	H_t	-0.05255 (.0935)	0.00657 (.0505)	-0.08619 (.1538)
	Tue_t	-0.67973 (.0395)**	0.26393 (.0214)**	-1.96296 (.0650)**
	D_t^s	-0.68971 (.0621)**	0.15014 (.0336)**	2.21333 (.1022)**
	D_t^e	-2.88734 (.0613)**	-0.31223 (.0331)**	-2.58063 (.1009)**
	D_t^r	-0.33106 (.0619)**	0.33875 (.0335)**	0.00770 (.1019)
	$y_{1,t-1}$	-0.13410 (.1436)	0.02417 (.0776)	0.50669 (.2363)*
	$y_{2,t-1}$	-1.14836 (.0652)**	-0.04256 (.0352)	-1.51108 (.1072)**
	$y_{3,t-1}$	-0.06577 (.2197)	0.04472 (.1188)	0.03688 (.3614)
z_t	1	-0.11753 (.0179)**	-0.04258 (.0094)**	-0.42709 (.0367)**
	H_t	0.00287 (.0191)	0.00835 (.0100)	-0.00365 (.0390)
	Tue_t	0.03013 (.0081)**	0.09989 (.0042)**	-0.14176 (.0165)**
	D_t^s	0.32645 (.0127)**	-0.22258 (.0067)**	1.52867 (.0259)**
	D_t^e	0.03244 (.0125)**	0.35554 (.0066)**	-0.09445 (.0256)**
	D_t^r	-0.06045 (.0126)**	0.00736 (.0066)	-0.36621 (.0258)**
	$ y_{1,t-1} $	0.03178 (.0293)	0.01171 (.0154)	0.01134 (.0599)
	$ y_{2,t-1} $	-0.15780 (.0133)**	-0.11459 (.0070)**	-0.21242 (.0272)**
	$ y_{3,t-1} $	0.00575 (.0448)	0.00083 (.0235)	0.01435 (.0916)

表3 ノンパラメトリック推定による結果： $x_t = z_t = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ で評価

		$y_{1,t} = 100 \Delta \log S_t$	$y_{2,t} = 100 \Delta \log E_t$	$y_{3,t} = 100 \Delta \log R_t$
y_t	1	1.90420 (1.946)	-0.10129 (1.045)	2.68500 (3.294)
	H_t	0.08800 (2.069)	-0.04514 (1.111)	0.16231 (3.501)
	Tue_t	-0.12715 (.8748)	0.05587 (.4699)	-0.14338 (1.481)
	D_t^s	0.14141 (1.374)	-0.20857 (.7380)	0.08906 (2.326)
	D_t^e	-4.43355 (1.356)**	0.46264 (.7286)	-5.82998 (2.296)*
	D_t^r	0.30539 (1.371)	-0.01672 (.7361)	0.05825 (2.320)
	$y_{1,t-1}$	0.10900 (3.177)	-0.11318 (1.707)	0.16983 (5.378)
	$y_{2,t-1}$	-1.69770 (1.442)	0.36855 (.7744)	-3.30933 (2.440)
	$y_{3,t-1}$	0.04031 (4.860)	0.00067 (2.610)	-0.01357 (8.226)
z_t	1	0.06746 (.0525)	-0.26600 (.0320)**	-0.11151 (.1055)
	H_t	0.32422 (.0558)**	0.46462 (.0340)**	0.75033 (.1122)**
	Tue_t	-0.15795 (.0236)**	-0.20685 (.0144)**	-0.48140 (.0474)**
	D_t^s	0.06724 (.0371)	0.07315 (.0226)**	-0.35724 (.0745)**
	D_t^e	-0.40454 (.0366)**	0.03110 (.0223)	0.53459 (.0736)**
	D_t^r	0.20370 (.0370)**	0.14479 (.0226)**	-0.65296 (.0743)**
	$ y_{1,t-1} $	0.02509 (.0858)	-0.11746 (.0523)*	-0.21851 (.1723)
	$ y_{2,t-1} $	-0.32882 (.0389)**	0.18695 (.0237)**	0.68032 (.0782)**
	$ y_{3,t-1} $	0.01056 (.1312)	-0.00295 (.0800)	-0.01544 (.2635)

図4 株価変動の推移

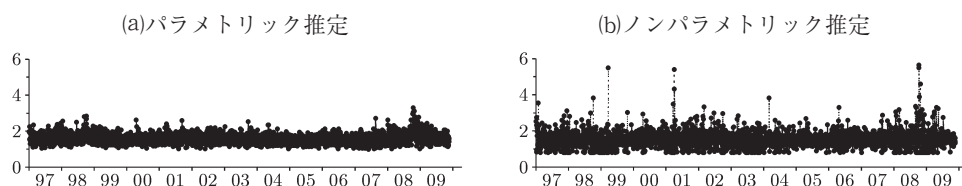


図5 為替変動の推移

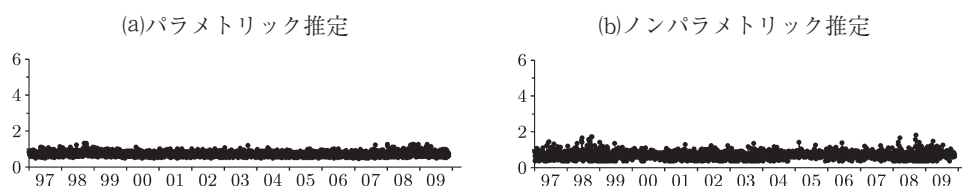
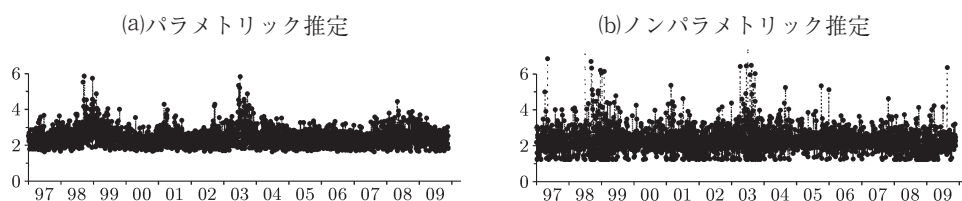


図6 金利変動の推移



れば今期に為替のボラティリティが大きくなる、(iii) 前期に株価が下がれば今期に金利のボラティリティが小さくなり、前期に為替が下がれば今期に金利のボラティリティが大きくなる、という推定結果となっている。変動の持続性については、為替のみが有意な結果となっている。株価と為替のボラティリティは相互に影響しあっているが、為替のボラティリティは一方的に金利のボラティリティに影響を与えている。

株価、為替、金利のボラティリティの動き：表1（パラメトリック推定）と表2、3（ノンパラメトリック推定）で得られた誤差項の標準誤差をグラフに表す。図4(a)～図6(a)のパラメトリック推定の変動の推移は、3.3節の $\sigma_{i,t}$ の推定値に対応する。図4(b)～図6(b)のノンパラメトリック推定の変動の推移は、3.2節のステップ(iii)の $\hat{\sigma}(x_t)$ に対応する。それぞれのグラフについて、パラメトリック推定の変動の動きとノンパラメトリック推定の変動の動きは似たような推移となっている。ただし、ノンパラメトリック推定の変動の方がパラメトリック推定の変動よりも激しい動きとなっている。

外国為替レートの変動は他の2つに比べてかなり安定的な推移であり、国債利回りの変動

は非常に大きい。銀行に公的資金を注入したり，破綻した銀行がいくつか出てきたり，ゼロ金利政策を採用したりなど金融不安が大きかったのが金利変動の激しさの一つの原因となったと考えられる。

4 お わ り に

本稿では，株価，為替，金利のボラティリティの変動要因をノンパラメトリック推定によって分析を行った。GARCH モデル，SV モデル，不均一分散を考慮に入れて推定した通常の回帰モデル（本稿のパラメトリック推定に相当）等のような関数形を特定化して，ボラティリティの変動要因を分析する研究は数多くあるが，本稿のような関数形を特定化せずにボラティリティの変動要因を調べた研究は皆無に等しい。

ノンパラメトリック推定において，評価点の違いによって偏微係数の推定値とその標準誤差の値は大きく異なっていることから，線形関数で近似するには無理があると考えられる。

表3の結果を要約すると下記の通りになる。3つの市場ともに，休日明けにはボラティリティが増加し市場の不安定性が増すことが示された。また，休日効果の反動として火曜日にはボラティリティは低下するとなった。GARCH モデルや SV モデルを用いた過去の研究でも同様の結果が得られている。

株価と為替は相互にボラティリティの非対称性効果が存在するという結果が得られた。前日に株価が下落すれば為替市場は不安定になるが，逆に，前日の為替が下落すると株価市場は安定的になるということである。また，為替と金利も相互にボラティリティの非対称性効果が存在するということが分かった。前日の為替レートが下落すれば金利が不安定になり，前日の金利が下落すれば為替レートは不安定になる。

株価と為替は相互にボラティリティの波及効果が存在するという結果も得られた。株価市場が不安定になると為替市場は安定的になり，為替市場が不安定になっても株価市場は安定的になるという結果であった。株価と為替の間には，不安定性が解消されるような要因が働いているということになる。為替と金利との間には，一方方向のボラティリティの波及効果が観測された。為替市場が不安定になると金利市場も不安定になるというものである。

* 本稿は，日本学術振興会・科学研究費・基盤研究(C) #18530158（期間：2006－2009）と全国銀行学術研究振興財団（2009年度分）から助成を受けた。

参 考 文 献

Härdle, W., (1990), *Applied Nonparametric Regression* (Econometric Society Monographs, No. 19), Cambridge University Press.

- Pagan, A. and Ullah, A., (1999), *Nonparametric Econometrics*, Cambridge University Press.
- Prakasa Rao, B. L. S., (1983), *Nonparametric Functional Estimation*, Academic Press.
- Silverman, B. W., (1986), *Density Estimation for Statistics and Data Analysis* (Monographs on Statistics and Applied Probability, No. 26), Chapman & Hall.
- Tanizaki, H., (2004), “On Asymmetry, Holiday and Day-of-the-Week Effects in Volatility of Daily Stock Returns: The Case of Japan,” *Journal of the Japan Statistical Society*, Vol. 34, No. 2, pp. 129-152.
- Tanizaki, H. and Hamori, S., (2009), “Volatility Transmission between Japan, UK and USA in Daily Stock Returns,” *Empirical Economics*, Vol. 36, No. 1, pp. 27-54.
- 渡部敏明 (2000) 『ボラティリティ変動モデル』(シリーズ＜現代金融工学＞4) 朝倉書店