



共有資源および社会資本と最適消費経路

太田, 博史
片山, 誠一

(Citation)

国民経済雑誌, 203(6):1-11

(Issue Date)

2011-06

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81008341>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81008341>



共有資源および社会資本と最適消費経路

太 田 博 史
片 山 誠 一

国民経済雑誌 第 203 卷 第 6 号 抜刷

平成 23 年 6 月

共有資源および社会資本と最適消費経路

太 田 博 史
片 山 誠 一

枯渇性天然資源および蓄積可能な物的資本を用いて生産される生産物の一部を消費し、残りを資本蓄積に回す複数の経済主体を考える。資源・資本ともに経済主体の間で共有されているものとする。消費による効用と資源採掘費用の差の割引現在価値を最大化するための最適消費経路および最適資源採掘経路を求めるに際し、各経済主体は自己の消費量の絶対水準のみならず、他の主体の平均消費量に対する自己の消費量の相対水準を考慮するものとしたうえで、すべての主体が同じ行動を採ると仮定した場合と、互いに他の消費・採掘活動を不変として最適化を行うナッシュ均衡解を比較する。

キーワード 枯渇性資源, 社会的共通資本, status-seeking 型効用関数

1 はじめに

天然資源の最適利用は依然として大きな課題である。最近ではレアメタルの国際取引が話題になった。枯渇性資源はいずれは蓄積可能な他の資本・資産に置き換えられなければならない。資源ストックの減少を補って余りある物的資本を蓄積していくことによってのみ、長期にわたる経済活動を維持することができよう。資源と資本を用いて財を生み出す経済は、さまざまに分析されてきた。天然資源および物的資本の数がともに1で、同質な経済主体を代表する意思決定者が1人存在するような単純な国民経済の分析から、複数の経済主体を仮定するものまでさまざまである。意思決定の担い手である主体の数を増やすと、天然資源は1種類であったとしても、資本は主体間での共有物か、それとも各主体が独自にそれぞれの資本を蓄積するかで、分析結果が違ってくる。さらに、経済主体の効用水準が、コミュニティにおける自己の相対的位置付けに依存する場合とそうでない場合でも、結果は大きく異なってしまう。

本稿の目的は、1天然資源・1物的資本を共有する複数の経済主体がstatus-seeking（地位追求）型効用関数を持っている場合の最適消費・最適資源利用経路を求めることである。この問題はすでにKatayama and Long（2010）によって定式化され、いくつかの興味深い分

析結果が得られている。効用関数の特定化および生産関数と資源採掘費用にかかわるパラメーター間にある一定の関係が成立すれば、最適消費量と最適採掘量は、それぞれ物的資本および天然資源ストックの線形関数として求められ、資本蓄積経路は初期ストック量に依存して単純に減少していく場合と、一度増加したのち減少していく場合の2つが考えられる。また、経済主体の数がそれほど多くなければ、ナッシュ均衡における消費量／資本比率は、全主体が同じ行動をとるものとして計算される社会的最適解のそれより大きい。さらに、主体の地位追求の程度が大きければ、消費量／資本比率のナッシュ解は社会的最適解より大きい。採掘費用がゼロでない限り、また主体がより地位追求的であればあるほど、資源採掘量／資源ストック比率のナッシュ均衡解は社会的最適解より低くなることが示されている。そのような結論が得られた理由は、人びとがより地位追求的になれば、費用がかかる天然資源の利用ではなく、資本は公共資本であるから自己の物的資本蓄積のための投資を抑えることによって少しでも高い消費水準を目指そうとすることによるものであると考えられる。資源だけではなく、資本も共有であることから、資本蓄積に対してフリー・ライディングが起こる可能性が示されたことになる。

Katayama and Long (2010) の結果は、資源と資本がともに共有であり、前者の利用にはコストがかかる場合には、「共有地の悲劇」は資源ではなく、資本蓄積過程において発生することを示唆する点で極めて重要であると言えよう。しかしながら、彼らの解は上述のように本来は無関係であるはずの効用関数と生産技術の間に特定の関係性を仮定することによって求められている。クローズド・ループ (closed-loop) 解を求めるために必要不可欠であったとはいうものの、より一般的な仮定のもとでどこまで「共有資本の悲劇」に迫ることができるかを考えることには、大きな意味があるであろう。以下、この観点からの分析を展開する。

2 モデル

枯渇性資源と物的資本を1種類ずつ共有するコミュニティーを考える。コミュニティー構成員は、採掘した天然資源と社会資本である物的資本ストックの量から一定の生産物を作り出し、一部を消費したのちの残余量を社会資本の蓄積のために投資する。Katayama and Long (2010) に従い、 n 人の経済主体を考え、第 i 主体の t 時点での消費量を $c_i(t)$ で表し、他の主体の消費量の平均値を

$$C_i(t) \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} c_j(t) \quad (1)$$

と定義する。各主体の効用水準が、 $c_i(t)$ と $C_i(t)$ の両方によって規定され、 c_i の限界効用は正であるが、 C_i の限界効用は負であることをもって status-seeking を表現する。効用関数

は自己の消費量のみならず、他人の消費量にも依存することは、例えば、Abel (1990), Gali (1994), Dupor and Liu (2003), Eaton and Eswaran (2003), Long and Wang (2009) などによってさまざまに論じられているが、ここでは上記のように C_i の限界効用が負であるようにモデルを構築することで十分である。

枯渇性天然資源のストックを X で表そう。ストックの時間に対する変化率は、コミュニティの全構成員の資源採掘量（利用量）の合計に依存する。第 i 主体の採掘量を R_i とすると、

$$\frac{dX}{dt} \equiv \dot{X} = - \sum_{i=1}^n R_i \quad (2)$$

である。資源の採掘には採掘量に応じて費用がかかるものとし、以下のように特定化する。

$$(sR_i)^\mu$$

$\mu > 0, s \geq 0$ で、 $s=0$ なら採掘費用は採掘量にかかわらずゼロである。採掘費用の定式化については、採掘量（フロー）ではなく、残存資源ストックの低下に伴って費用が逡増するようにモデル化することも可能であり、さらには太田・片山 (2001), 太田・片山 (2003), 太田 (2004), のようにフローとストックの両方に依存すると仮定することもできるが、ここではフローによる定式化に限定する。

第 i 主体の生産関数を

$$F(K, R) = K^\alpha R_i^{1-\beta}$$

と特定化する。 K が蓄積可能な物的資本ストックであり、主体を表す添え字 i が付いていないことで、この資本がコミュニティ構成員に共通の社会資本であることがわかる。パラメーターの制約は、 $0 < \alpha < 1, 0 < 1-\beta < 1$ かつ $\alpha + (1-\beta) \leq 1$ である。

各主体が自らの生産物のうち、 c_i ($i=1, \dots, n$) を消費し、残りを社会資本の蓄積に回すならば、社会資本の蓄積は

$$\frac{dK}{dt} \equiv \dot{K} = \sum_{i=1}^n (K^\alpha R_i^{1-\beta} - c_i) \quad (3)$$

に従う。ただし、簡単化のために資本減耗は考えない。

Katayama and Long (2010) と同じように、地位追求的効用関数から資源採掘費用による不効用を引いた効用水準を以下のように仮定する。

$$\frac{1}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta) C_i} \right)^\lambda - \bar{\theta} ((sR_i)^\mu)^\sigma \quad (4)$$

$0 \leq \lambda < \gamma < 1, 0 \leq \delta \leq 1, \bar{\theta} \geq 0, \sigma > 1$ であり、 $\bar{\theta}$ および σ は採掘費用の限界不効用にかかわるパラメーターである。また、 $\delta=0$ の場合は、地位追求を表す項は c_i/C_i になる。 C_i の限界効用は負であることは簡単にわかるが、 c_i の限界効用が正であることも以下のようにして確か

められる。上記の効用水準を c_i で偏微分すると

$$\begin{aligned} & c_i^{-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^\lambda + \frac{\lambda}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^{\lambda-1} \frac{\delta c_i + (1-\delta)C_i - \delta c_i}{\{\delta c_i + (1-\delta)C_i\}^2} \\ &= c_i^{-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^\lambda \left[1 + \frac{\lambda}{1-\gamma} \cdot \frac{(1-\delta)C_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right] > 0 \end{aligned}$$

となる。

以下、まずコミュニティの構成員全員が同じ行動をとると仮定した場合の最適消費・採掘経路を求め、続いて各構成員が他人の行動を所与として自己の効用最大化を行うナッシュ解の導出を行う。

3 社会的最適化

前節で提示したモデルの構造上、効用関数および生産関数の形状は全主体共通であり、また資源も資本も共有であるため、それらの初期値も主体間で差はない。よって、すべての主体を同等に扱い、消費量も資源採掘量も同じである状況を考えることによって、このコミュニティ全体の最適行動を捉えることが可能である。この問題を社会的最適化問題と呼ぼう。

すべての主体が同じ戦略をとるとすると、(1)式から $C_i = c_i$ である。コミュニティ全体の効用水準の割引現在価値は

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[\frac{n}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^\lambda - n\tilde{\theta}(sR_i)^\mu \right] dt \\ &= \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[\frac{n}{1-\gamma} c^{1-\gamma} - n\tilde{\theta}(sR)^\mu \right] dt \end{aligned} \quad (5)$$

で表される。 ρ は時間に対する割引率で一定と仮定する。 c は1主体の消費量を表し、 $C_i = c_i = c$ である。また、資源採掘量も主体間で共通で $R_i = R$ とする。資源と資本の初期値 $X(0) \equiv X_0$, $K(0) \equiv K_0$ を所与として、(2)(3)式の下で、(5)式を c および R で最大化する問題を解くための価値関数 V を以下のように定義しよう。

$$V(K(t), X(t), t) \equiv \max_{c, R} \int_t^\infty e^{-\rho \tau} \left[\frac{n}{1-\gamma} c^{1-\gamma} - n\theta R^{\mu\sigma} \right] d\tau \quad (6)$$

ただし、 $\theta \equiv \tilde{\theta}s^{\mu\sigma}$ である。最適性原理により、右辺の積分は

$$\int_t^{t+dt} e^{-\rho \tau} \left[\frac{n}{1-\gamma} c^{1-\gamma} - n\theta R^{\mu\sigma} \right] d\tau + V(K(t+dt), X(t+dt), t+dt)$$

と表されるので、 $V(K(t+dt), X(t+dt), t+dt)$ を t 時点で展開し、 dt の2乗の項以下を無視することにより、(2)(3)式を援用して、次式が得られる。

$$0 = \max_{c, R} \left\{ e^{-\rho t} \left[\frac{n}{1-\gamma} c^{1-\gamma} - \theta R^{\mu\sigma} \right] + V_K n(K^\alpha R^{1-\beta} - c) - V_X nR + V_t \right\} \quad (\text{H-J-B})$$

$V_K \equiv \frac{\partial V}{\partial K}$, $V_X \equiv \frac{\partial V}{\partial X}$, $V_t \equiv \frac{\partial V}{\partial t}$ であり, 以下でも同様に偏微分を添え字で表すことにする。

(H-J-B) 右辺の最大化 1 階条件は,

$$e^{-\rho t} n c^{-\gamma} = n V_K \quad (7)$$

$$-e^{-\rho t} n \theta \mu \sigma R^{\mu \sigma - 1} + V_K n (1 - \beta) K^\alpha R^{-\beta} = n V_X \quad (8)$$

である。これらの 2 式から最適な消費・採掘量は資本・資源ストックおよび時間 t の関数として求められることがわかる。

$$c^* = c(K, X, t)$$

$$R^* = R(K, X, t)$$

これらを (H-J-B) に入れた

$$0 = e^{-\rho t} \left[\frac{n}{1 - \gamma} (c^*)^{1 - \gamma} - n \theta (R^*)^{\mu \sigma} \right] + V_K n \{ K^\alpha (R^*)^{1 - \beta} - c^* \} - V_X n R^* + V_t$$

は恒等的に成り立つので, 右辺を K で偏微分し, 1 階条件 (7) (8) を用いて整理すると,

$$0 = V_{KK} n (K^\alpha (R^*)^{1 - \beta} - c^*) + V_K n \alpha K^{\alpha - 1} (R^*)^{1 - \beta} - V_{XK} n R^* + V_{tK} \quad (9)$$

が得られる。以下, 最適解を表す $*$ は適宜省略する。

一方, 価値関数 V が 2 回連続微分可能であると仮定し, K による偏微分式を全微分し, (2) (3) 式を適用すると,

$$\dot{V}_K \equiv \frac{dV_K}{dt} = V_{KK} n (K^\alpha R^{1 - \beta} - c) - V_{XK} n R + V_{tK}$$

が得られるので, (9) 式より

$$\dot{V}_K = -V_K n \alpha K^{\alpha - 1} R^{1 - \beta} \quad (10)$$

を得る。

次に, 1 階条件 (7) を t により全微分すると

$$\dot{V}_K = -\rho e^{-\rho t} c^{-\gamma} - e^{-\rho t} \gamma c^{-\gamma - 1} \dot{c}$$

になるので, (10) 式を合わせ, 再び (7) を用いることにより, 最適消費量の変化率が以下のように求められる。

$$\frac{\dot{c}^*}{c^*} = \frac{n \alpha K^{\alpha - 1} (R^*)^{1 - \beta} - \rho}{\gamma} \quad (11)$$

時間とともに消費量が増えるか否かは, 右辺の分子の符号によることがわかるが, 第 1 項は共有資本の限界生産力の人数倍になっている。もし, この値が常に時間割引率 ρ に等しくなるように最適資源採掘量 R^* が調整されるならば, この経済の消費量は一定不変に保たれることになる。因みに, 資本の限界生産物の合計が常に時間割引率に等しくなるように資源が採掘されていくということは,

$$\left. \frac{dR^*}{dK} \right|_{c^*=0} = \frac{\alpha-1}{\beta-1} \cdot \frac{R^*}{K} \quad (12)$$

が成り立つことを意味し、 $\alpha < 1, \beta < 1$ のもとでは、資本ストックの増大につれて資源採掘量は減少することを示している。

では、その最適採掘量はどうなるだろうか。最適解を入れた (H-J-B) を今度は X で偏微分し、 V_X の全微分および (2) (3) 式を用いると、 $\dot{V}_X = 0$ が得られる。さらに、(8) 式を全微分したものと合わせると

$$\frac{\dot{R}^*}{R^*} = \frac{\rho\theta\mu\sigma(R^*)^{\mu\sigma-2} - n(c^*)^{1-\gamma}\alpha(1-\beta)K^{\alpha-1}(R^*)^{-\beta-1}}{\theta\mu\sigma(\mu\sigma-1)(R^*)^{\mu\sigma-2} + (c^*)^{-\gamma}\beta(1-\beta)K^{\alpha}(R^*)^{-\beta-1}} \quad (13)$$

が得られる。やはり、最適資源採掘量が時間とともに単調に減少または増大していくかどうかは一般的には定かではないことが判明する。上記 (11) (13) 式の右辺が同時にゼロになれば、この経済に定常状態が存在し、消費量・資源採掘量・資本ストックが時間を通じて正の値で一定の水準で推移することになるが、資源が枯渇性であることからすると、そのような状態が長く続くことは考えにくいのではなかろうか。

さて、本節の分析結果は (11) (13) 式に集約されるが、これを Katayama and Long (2010) の分析と比べてみよう。彼らは (i) $\gamma = \alpha$ 、(ii) $\mu\sigma = 1 - \beta$ と仮定することによって、最適消費量が資本ストックの、最適資源採掘量が資源ストックの定数倍になることを示した。仮定 (i) は Pezzey and Withagen (1998) や Hartwick, Long and Tian (2003) によっても用いられているが、 γ は効用関数の形状、 α は生産関数の形状に関するパラメーターであり、両者の間に特定の関係を想定することの経済学的意味づけは簡単ではない。また、仮定 (ii) は資源採掘技術と生産物製造技術の関連性を示しており、それらの間に常に一定の関係があることの必然性は大きいとは言えないだろう。ともあれ、これらの2つの仮定のもとでは、

$$c^{K-L} = \left(\frac{\rho}{n\alpha} \right) K \quad (14)$$

$$R^{K-L} = \left(\frac{\rho}{n\beta} \right) X \quad (15)$$

という結論が得られている。添え字の $K-L$ は Katayama and Long (2010) の解であるという意味である。(14) 式は、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{c}^{K-L}}{c^{K-L}} &= \frac{\dot{K}}{K} = \frac{n(K^{\alpha}R^{1-\beta}-c)}{K} = nK^{\alpha-1}R^{1-\beta} - \frac{nc}{K} = nK^{\alpha-1}R^{1-\beta} - \frac{\rho}{\alpha} \\ &= \frac{n\alpha K^{\alpha-1}R^{1-\beta} - \rho}{\alpha} = \frac{n\alpha K^{\alpha-1}R^{1-\beta} - \rho}{\gamma} = \frac{\dot{c}^*}{c^*} \end{aligned}$$

を意味し、われわれの結果 (11) 式に等しいことがわかる。また、(15) 式は

$$\frac{\dot{R}^{K-L}}{R^{K-L}} = \frac{\dot{X}}{X} = \frac{-nR}{X} = \frac{-n\left(\frac{\rho}{n\beta}\right)X}{X} = -\frac{\rho}{\beta}$$

になるが、われわれの (13) 式も

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}^*}{R^*} \Big|_{\substack{\gamma=\alpha \\ \mu\sigma=1-\beta}} &= \frac{(1-\beta)R^{-\beta-1}(\rho\theta - nc^{1-\alpha}\alpha K^{\alpha-1})}{-(1-\beta)\beta R^{-\beta-1}(\theta - c^{-\alpha}K^{\alpha})} \\ &= \frac{\rho\theta - n\alpha\left(\frac{c}{K}\right)^{1-\alpha}}{-\beta\left\{\theta - \left(\frac{c}{K}\right)^{-\alpha}\right\}} = \frac{\rho\theta - n\alpha\left(\frac{\rho}{n}\right)^{1-\alpha}}{-\beta\left\{\theta - \left(\frac{\rho}{n\alpha}\right)^{-\alpha}\right\}} = -\frac{\rho}{\beta} \end{aligned}$$

と変形できることから、われわれの結果が Katayama and Long (2010) を包摂していることがわかる。

よって、共有資源・社会資本保有経済の社会的最適解は、一般的には (11) (13) 式によって表されるが、効用関数・生産関数・採掘費用にかかわるパラメーター間に特定の関係がある場合には、最適消費量は資本ストックと、最適採掘量は資源ストックと線形関係にあると結論づけられよう。資源の枯渇性により、Katayama and Long (2010) では、(2) (15) 式から、最適採掘量は時間とともに単調に減少していく。一方、(14) 式によって規定される最適消費量は、資本ストック $K(t)$ の増減に従う。彼らの分析では、資本ストックの動きは2通り考えられ、初期にすでに大量のストックが蓄積されている時には、それらが単調に取り崩され、対応して最適消費量も単調に減少していくが、初期ストックが小さい時には、しばらくはストックが積み増され、やがて減少に転じるとされている。本稿においては最適消費量の時間を追っての変化は (11) 式によって示されるが、初期ストックがすでに十分大きければ右辺分子第1項が表す資本の限界生産力は小さいと考えられることから、右辺が負になり、最適消費量は少なくともしばらくは単調に減少していくものと考えられる。逆に、初期資本ストックが小さい場合には、資本の限界生産力は高く、消費量は少なくとも当初は増大する。しかしながら、Katayama and Long (2010) と異なり、時間の経過に伴う資本ストックの変化は単調減少か単峰的变化には限定されず、消費量、採掘量ともにより複雑な動きを示すものと考えられよう。

4 ナ ッ シ ュ 解

つぎに、各主体は他の主体の行動を所与として自己の効用水準の割引現在価値を最大化するものと考えよう。第 i 主体の問題は

$$\max_{c_i, R_i} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[\frac{1}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^{\lambda} - \theta R_i^{\mu\sigma} \right] dt$$

であり、制約条件は(1)(2)(3)である。Katayama and Long (2010)は、ナッシュ解を求める際にも、すべての主体が最適戦略と資源・資本ストックとの線形関係を維持するものとして分析を進めているが、ここではそのような仮定を置く必要はない。他の主体の戦略 c_j および $R_j(j \neq i)$ が変わらないものとして、上記目的関数を最大化する c_i, R_i を求めることにする。

第 i 主体の最適化の価値関数を $V^i(K(t), X(t), t)$ とすると、前節と同様、最適性原理により

$$0 = \max_{c_i, R_i} \left\{ \begin{aligned} & e^{-\rho t} \left[\frac{1}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^\lambda - \theta R_i^{\mu\sigma} \right] \\ & + V_K^i \left[\sum_{j \neq i} (K^\alpha R_j^{1-\beta} - c_j) + K^\alpha R_i^{1-\beta} - c_i \right] \\ & - V_X^i (\sum_{j \neq i} R_j + R_i) + V_t^i \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

が成立し、右辺の最大化のための1階条件は、以下のとおりである。

$$e^{-\rho t} c_i^{-\gamma} \left(\frac{c_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right)^\lambda \left\{ 1 + \frac{\lambda}{1-\lambda} \cdot \frac{(1-\delta)C_i}{\delta c_i + (1-\delta)C_i} \right\} = V_K^i \quad (17)$$

$$-e^{-\rho t} \theta \mu \sigma R_i^{\mu\sigma-1} + V_K^i (1-\beta) K^\alpha R_i^{-\beta} = V_X^i \quad (18)$$

これら2式を満たす最適解 c_i^*, R_i^* を取り込んだ(16)式を K で偏微分し、1階条件と V_K^i の全微分から、

$$\dot{V}_K^i = -V_K^i \alpha K^{\alpha-1} (\sum_{j \neq i} R_j^{1-\beta} + R_i^{1-\beta}) \quad (19)$$

が得られる。右辺の括弧内は、 $\sum_{l=1}^n R_l^{1-\beta}$ と表現しても構わない。

(17)式を全微分し、(17)(18)(19)式を代入すると、前節と同様に最適消費量の変化率が次のように求められる。

$$\frac{\dot{c}_i^*}{c_i^*} = \frac{\alpha K^{\alpha-1} (\sum_{j \neq i} R_j^{1-\beta} + (R_i^*)^{1-\beta}) - \rho}{\gamma - \lambda \frac{(1-\delta)C_i}{\delta c_i^* + (1-\delta)C_i} \left[1 - \frac{\delta C_i}{(1-\gamma)\delta c_i^* + (1-\gamma+\lambda)C_i} \right]} \quad (20)$$

$\lambda=0$ 、すなわち、構成員が消費の地位追及をしないようなコミュニティであれば、最適消費量のナッシュ解は社会的最適解と同様、コミュニティ全体の資本の限界生産力と時間割引率の差に比例することがわかる。

$\lambda>0$ の場合には、一般的には社会的最適解とナッシュ解の比較は難しい。もし、 $\delta=0$ で消費からあがる地位追及型効用関数が

$$\frac{1}{1-\gamma} c_i^{1-\gamma} \left(\frac{c_i}{C_i} \right)^\lambda \quad (21)$$

になっている場合には、(20) 式右辺は

$$\frac{\alpha K^{\alpha-1} (\sum_{j \neq i} R_j^{1-\beta} + R_i^{1-\beta}) - \rho}{\gamma - \lambda}$$

になり、社会的最適解に比べて、ナッシュ均衡における最適消費量の変化率の絶対値が大きくなること⁸ (11) 式から見てとれる。

$$\left| \left(\frac{\dot{c}_i^*}{c_i^*} \right)_{Nash} \right| > \left| \left(\frac{\dot{c}^*}{c^*} \right)_{Social} \right|$$

個々人の地位追及的消費⁹が、少なくとも (21) 式に従って行われる場合には、社会的最適化に比べて大きく消費量を調整することが分かる。また、この場合、消費における地位追及の程度 λ が大きくなれば、最適消費量の変化率の絶対値が大きくなることも示される。

最後に、最適資源採掘量の動きを導出しよう。前節と同様、(16) 式を X で偏微分し、1 階条件を駆使すると、 $\dot{V}_X^i = 0$ を得る。これを (18) 式を全微分した結果と合わせると

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}_i^*}{R_i^*} &= \frac{\rho \theta \mu \sigma (R_i^*)^{\mu\sigma-2} - (c_i^*)^{-\gamma} A B \alpha (1-\beta) K^{\alpha-1} (R_i^*)^{-\beta-1} (\sum_{j \neq i} c_j + c_i^*)}{\theta \mu \sigma (\mu\sigma-1) (R_i^*)^{\mu\sigma-2} + (c_i^*)^{-\gamma} A B \beta (1-\beta) K^{\alpha} (R_i^*)^{-\beta-1}} \\ A &= \left(\frac{c_i^*}{\delta c_i^* + (1-\delta) C_i} \right)^\lambda \\ B &= 1 + \frac{\lambda}{1-\gamma} \cdot \frac{(1-\delta) C_i}{\delta c_i^* + (1-\delta) C_i} \end{aligned} \quad (22)$$

が得られる。枯渇性資源を長期間にわたって利用し続けるためには、最適採掘量は時間とともに減少していくと考えられようが、(22) 式による限り採掘量の単調減少性を示すことは難しい。ただし、資源の採掘に費用がかからない場合 ($s=0$, すなわち $\theta=0$ のとき) には、(22) 式は

$$\frac{\dot{R}_i^*}{R_i^*} = - \frac{\alpha (\sum_{j \neq i} c_j + c_i^*)}{\beta K} < 0$$

となり、資源の採掘量は次第に減少していくことが示されよう。

地位追及の程度 λ の増大は、(22) 式の右辺が正である限りは、右辺の値の減少を意味し、資源採掘の変化率が小さくなる。その意味では、より地位追及的社會の方が、資源保全的な利用の仕方が選択されるように思われる。しかしながら、右辺が負の時には、 λ の増大が採掘率を減少させるかどうかはわからない。Katayama and Long (2010) は、より地位追及的社會の方が、資源ストックに対する最適採掘量比率のナッシュ解が社会的最適解より小さくなることを示しているが、彼らのモデルでは採掘量は常に時間に対して単調減少することに注意しなければならない。

5 お わ り に

枯渇性資源と蓄積可能資本を共有するコミュニティの構成員が消費における地位追及的 (status-seeking) である場合の最適消費量と最適資源採掘量の動きについて分析した。先行研究として, Katayama and Long (2010) ではクローズド・ループ解を得るために, 効用関数・生産関数・採掘費用関数にかかわるいくつかのパラメーター間に特定の関係性が仮定されていた。そのため, 最適消費量は資本ストックに, 最適採掘量は資源ストックに比例するという結論が得られていた。本稿では, パラメーター間に特定の関係性を仮定しないため, 最適戦略と資源・資本ストックとの比例性は得られない。また, 資源が枯渇性であることからそのストックは同じく単調に減少していくが, 蓄積可能資本ストックについては, Katayama and Long (2010) のように単調減少または単峰的増減に限定されるものではない。最適戦略とストックの間の線形関係を仮定しないような, より一般的な想定のもとでは, 消費量も採掘量も複雑な動きをする。

最後に, この研究の今後の課題であるが, 第2節で触れたように, 資源採掘費用の定式化には, 本稿のようにフローである採掘量に対応して費用を算出する代わりに, 残存資源ストックの大きさに反比例して費用がかかるように想定することも可能である。あるいは, フローとストックの両方を含む費用関数を考えることもできよう。また, 資源の利用は長期間にわたるゆえ, さまざまな不確実性が介在する可能性が大きく, 本稿のモデルに何らかの形で不確実性を導入することが望まれる。残存資源ストックの把握は, 見通す期間が長くなればなるほど難しくなると思われるので, 例えばブラウン運動的要素を加味したモデルを構築することにも意味があろう。

*本研究は科研費(課題番号 22530229)の助成を受けたものである。

参 考 文 献

- Abel, A. (1990), "Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses," *American Economic Review* 80, 38-42
- Dupor, B. and Wen-Fang Liu (2003), "Jealousy and Equilibrium Overconsumption," *American Economic Review* 93, 423-428
- Eaton, B. C. and M. Eswaran (2003), "The Evolution of Preferences and Competition: A Rationalization of Veblen's Theory of Invidious Consumption," *Canadian Journal of Economics* 36, 832-859
- Gali, J. (1994), "Keeping up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choices, and Asset Prices," *Journal of Money, Credit, and Banking* 26, 1-8
- Hartwick, J. M., N. V. Long and H. Tian (2003), "On the Peaking of Consumption with Exhaustible Resources and Zero Net Investment," *Environmental and Resource Economics* 24, 235-244

- Katayama, S. and N. V. Long (2010), “A Dynamic Game of Status-seeking with Public Capital and an Exhaustible Resource,” *Optimal Control Applications and Methods* 31, 43-53
- Long, N. V. and S. Wang (2009), “Resource-grabbing by Status-conscious Agents,” *Journal of Development Economics* 89, 39-50
- Pezzey, J. and C. Whithagen (1998), “The Rise, Fall, and Sustainability of Capital-Resource Economics,” *Scandinavian Journal of Economics* 100, 513-527
- 太田博史 (2004) 「資源ストックおよび技術不確実性下の再生可能資源と資本蓄積」『商大論集』 55-5, 163-180
- 太田博史・片山誠一 (2001) 「再生可能資源の持続可能性：効用最大化と利潤最大化」『国民経済雑誌』 184-5, 17-29
- 太田博史・片山誠一 (2003) 「再生可能資源と資本蓄積および持続可能性」『国民経済雑誌』 188-5, 15-27