



じゃんけん癖のゲーム理論

宮川, 栄一

(Citation)

国民経済雑誌, 204(4):53-62

(Issue Date)

2011-10

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81008366>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81008366>



じゃんけん癖のゲーム理論

宮 川 栄 一

国民経済雑誌 第 204 巻 第 4 号 抜刷

平成 23 年 10 月

じゃんけん癖のゲーム理論

宮 川 栄 一

じゃんけんの標準的なゲーム理論分析では、すべての手を等確率で出すという結論になる。しかし、実際のプレーヤーには癖や傾向が存在する。そこで本稿では、「つついグーを出してしまう」というタイプの癖を理論モデルに取り入れて分析を行う。相手の癖についてはプレーを通じて推測するしかないと仮定する。すると、ゲームの均衡プレーには「前回出した手はあまり出さない」という負の自己相関が現れる。例えばグーを出してあいこになると、次はグーの確率を下げるのである。これは癖があるプレーヤーでも癖のないプレーヤーでも同じである。この結論は、毎回独立に等確率で出すという標準的な結論が必ずしも正しくないことを示唆する。

キーワード じゃんけん, 癖, 傾向, ゲーム理論, 自己相関

1 は じ め に

じゃんけんは、ゲーム理論の応用例として教科書などでよく取り上げられる。¹⁾ ゲーム理論を使ったじゃんけんの分析というのは、ゲーム理論が誕生した頃から同じで、特段の進化や洗練化は見られない。ゲーム理論の出発点である von Neumann and Morgenstern (1944) にも登場する 3 行 3 列の利得表を使ってナッシュ均衡を計算すると「グー・チョキ・パーを等確率で出す」という解が出る、というものである。これは昔も今も同じである。ゲーム理論による答えはこれで決まりというわけである。

しかし「すべての手を等確率で出す」というゲーム理論の答えは、実際にじゃんけんをする立場からするとかなり初歩的・大雑把な話に聞こえるのではないだろうか。基本原理としてはいいとしても、実際にはあまり役に立たない話と言えるかもしれない。その一因として、実際のプレーが等確率からズレている、ということがある。チョキをあまり出さないといった一般的な傾向もあれば、個人それぞれの癖もある。じゃんけんの世界ではそうした傾向や癖が決定的に重要になる。ゲーム理論家も実際にアドバイスを求められれば、「等確率で出せ」ではなく「相手の癖を把握せよ」と進言するのではないだろうか。

そこで本稿では、プレーヤーの癖というものをじゃんけんのゲーム理論モデルに取り入れて分析する。²⁾ 癖というのは「つついグーを多く出してしまう」という種類のものを考える。

意図する比率よりも実際には特定の手（例えばグー）を多く出してしまうわけである。ただし、相手に癖があるかは事前には分からないとする。あくまでプレーを見て相手の癖を判断する。したがって、本当は癖はないのに癖があるように見せ掛けて相手を誘導する戦略も考えられる。グーを多く出して「この人はグーを出す癖があるかもしれない」と相手に思わせておいてチョキで勝負するわけである。ゲーム理論で分析すると本当にそういうことになるのだろうか。

2 ジャンケンのモデル

2人のプレーヤー（AとB）が通常のじゃんけんをすることを考える。勝負は1回で、どちらのプレーヤーも勝てば1の効用を得るが、負ければ効用は-1である。あいこの場合は³⁾ 決着が付くまで繰り返しじゃんけんを行う。 t 回目のじゃんけんで決着がつく場合、勝者の効用（の現在価値）は $\delta^{t-1} \times 1$ で、敗者の効用は $\delta^{t-1} \times (-1)$ である。ここで δ は割引因子とよばれるもので $(0 < \delta < 1)$ 、将来に得られる効用を現在時点での価値に直すために掛けられる。プレーヤーは確率的に手を出すことができる。癖については次節以降で述べる。勝負は確率的になるので、通常通りプレーヤーは効用の期待値（期待効用）を最大化することとする。後出しはできないとし、毎回のじゃんけんにおいて2人は同時に手を出す。

3 癖の定式化

癖をどうやって定式化するかであるが、癖というのは「ついついグーを多く出してしまう」というものを考えるので、「ある確率 $\lambda > 0$ で、意図した比率とは無関係にグーを出す」というように定式化する。例えば、 $\lambda = 0.1$ で、本人は等確率で出す意図をもっている場合、毎回のじゃんけんにおいて90%の確率では等確率で出すことに成功するが、残りの10%の確率では意図とは無関係に確率1でグーを出してしまうわけである。したがって、実際に出されるグー・チョキ・パーの確率分布は

$$0.9 \times \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right) + 0.1 \times (1, 0, 0) = \left(\frac{4}{10}, \frac{3}{10}, \frac{3}{10} \right)$$

となり、比率は4:3:3になる。癖が出る確率 λ はあまり大きくないものとし、具体的には

$$\lambda < 1/3$$

と仮定する。

一方、もしこの癖の存在を本人が分かっているなら、実現比率が等確率になるように意図比率を調節すればいいだけの話である。上の例であれば、意図する比率を7:10:10にすれば実現比率は1:1:1になる。グーを出す癖があると分かっているならば、意識的にグーを

減らせばいいわけだ。ボールを投げると左方向にずれてしまう人が、わざと目標を右にずらして投げるようなものである。しかし、そうやって意思の力で自分の癖を打ち消すことが出来るのであれば、癖のない世界に戻ってしまう。そこで本稿では、自分の癖に気づかない人もいると考えることにする。

具体的には、プレイヤーには2つのタイプがいるとする。癖を持っているがそのことを知らないタイプ（癖持ちタイプ）と、癖を持っていないタイプ（標準タイプ）である。どちらのタイプになるかは外生的な確率でプレイヤー間で独立に決まるとする。

通常のゲーム理論モデルでは、自分のタイプは知っているとは仮定するのだが、もし癖持ちタイプが自分のタイプを知っていれば、自分で癖を修正できるのではないかという話に戻ってしまう。そこで、癖持ちタイプについては、自分に癖があるとは知らず、自分は標準タイプだと誤認して行動すると考える。これをゲーム理論モデルで扱うために、癖持ちタイプを合理的に考えるプレイヤーとしては考えず、知識やインセンティブとは関係なく外生的に行動するプレイヤーと設定する。何を考えているかは不問にするのである。行動経済学で behavioral type とか commitment type などと呼ばれるものである。行動を外生的にするといいても、ここでは自分を標準タイプと誤認するという解釈を与えるので、癖持ちタイプが意図する比率は標準タイプが選ぶ比率に等しく設定する。つまり、標準タイプがグー・チョキ・パーを (g, c, p) の確率で出すのなら、グーの癖持ちタイプが手を出す確率は（癖込みで）

$$((1-\lambda)g+\lambda, (1-\lambda)c, (1-\lambda)p)$$

と外生的に設定する。

一方、標準タイプは通常通りの合理的なプレイヤーであり、自分が標準タイプであることを知っているとする。自分のタイプを知っているので、ひょっとすると自分は癖持ちタイプかもしれない、とは考えない。

また、これも通常通りであるが、標準タイプであっても相手プレイヤーのタイプは分からない。相手のタイプが最初にどういう確率で決まるかという確率のみ知っているとする。

4 簡易ケース：グーを出す癖

まずは最も簡単なケースとして、「グーを多く出してしまう」という癖しかない状況を考える。癖がない標準タイプもいるが、癖持ちタイプについてはグーを多く出してしまう癖があるとする。しかも、片方のプレイヤーにしか癖の可能性はないとする。癖持ちの可能性のあるプレイヤーをAとし、プレイヤーBについては確率1で標準タイプとする。もっと一般的なケースは後で考える。

プレイヤーAが癖持ちタイプである事前確率を β^0 とする。この確率は外生的に与えられ、 $0 < \beta^0 < 1$ とする。一方、あいこが続いてゲームが続行している間にBの立場になって考え

るところの「Aが癖持ちタイプである事後確率」を β で表す。1回目のじゃんけんをする前では事後確率は事前確率に一致して $\beta=\beta^0$ である。しかし、あいこになったら事後確率はもはや β^0 ではなくなる。ベイズの公式にしたがって事後確率が更新されるからである。グーであいこになれば事後確率 β は高くなるし、チョキやパーであいこになれば事後確率は下がる。あいこが続けば事後確率 β は変化し続ける。具体的な式はすぐ後で書く。

癖などを考えない標準的なモデルでは、あいこになっても続きのゲーム構造は以前と変わらない。それまでに何回あいこになっても、現時点以降の続きゲームの構造は、1回目からのゲーム全体と同じ構造（入れ子構造）になっている。一方、癖がある今回のモデルでは、あいこになると β が変わるので、続きゲームの構造はゲーム全体の構造とは異なってくる。たまたま $\beta=\beta^0$ の場合だけが例外である。つまり、 β が続きゲームの状態変数 (state variable) になっていると言える。

状態変数 β の値が違えば、続きゲームの構造が違うのだから、均衡行動も違うかもしれない。一方、状態変数の値が同じであれば、均衡行動も同じになると考えるのは自然なことであり、本稿ではそういう均衡を考える。つまり、現時点以前までのあいこの経緯がどんなものであれ、プレイヤーの行動は現時点の β の値にのみ依存して決まるという均衡である。

状態変数の値が β の場合にプレイヤー $i \in \{A, B\}$ の標準タイプがグー・チョキ・パーを出す確率を $(g_i(\beta), c_i(\beta), p_i(\beta))$ と書く。また、彼の期待効用をその時点で評価した値を $V_i(\beta)$ と書く。これらの記号はあくまで標準タイプのものであって、癖持ちタイプについては記号を設定しない。

ベイズの公式を使うと、あいこになった場合に β がどう変化するかが計算できる。グーであいこになった後の β の更新値を β_g と書くと、

$$\beta_g = \frac{\beta \{(1-\lambda)g_A(\beta) + \lambda\}}{\beta \{(1-\lambda)g_A(\beta) + \lambda\} + (1-\beta)g_A(\beta)} = \frac{\beta(1-\lambda)g_A(\beta) + \beta\lambda}{(1-\beta\lambda)g_A(\beta) + \beta\lambda} \geq \beta$$

となる。これは事後確率を求めるベイズの公式である。分母にはAがグーを出す総確率が入り、そのうちでAが癖持ちタイプの場合に関わる部分が分子に入る。もし $0 < \beta < 1$ で $0 < g_A(\beta) < 1$ なら $\beta < \beta_g < 1$ である。同様に、チョキやパーであいこになった後の β の値は

$$\beta_c = \frac{\beta(1-\lambda)c_A(\beta)}{(1-\beta\lambda)c_A(\beta)} = \frac{\beta(1-\lambda)}{1-\beta\lambda}, \quad \beta_p = \frac{\beta(1-\lambda)p_A(\beta)}{(1-\beta\lambda)p_A(\beta)} = \frac{\beta(1-\lambda)}{1-\beta\lambda} \leq \beta$$

となって2つは等しい。チョキであいこになってもパーであいこになっても β は同様に変化する。 $0 < \beta < 1$ であれば $\beta > \beta_p = \beta_c > 0$ である。

いよいよ各プレイヤーが均衡でグー・チョキ・パーをどういう確率で出すのかを求める。どちらのプレイヤーもすべての手を正の確率で出すという均衡に始めから絞って考える。すべての手を正の確率で出すのだから、どの手を出しても期待効用は同じである。もし出す手

によって期待効用に差があると、高い期待効用をもたらす手に確率を移し替えることによって期待効用を高めることが出来るからである。そして、その共通の値がすなわち $V_i(\beta)$ である ($i \in \{A, B\}$)。どの手を出しても期待効用が同じなのだから、その値が期待効用の最大値であり、均衡においてプレーヤーが得る期待効用の値である。

したがって、均衡を求めるために全ての手について各自の期待効用を求める。まずAから考える。といっても癖持ちタイプのインセンティブは考えないので、標準タイプのみを考える。もしAがグーを出すと、Aの期待効用は

$$c_B(\beta) - p_B(\beta) + g_B(\beta)\delta V_A(\beta_g) = V_A(\beta) \quad (1)$$

となる。相手(B)がチョキを出せば自分が勝って1の効用を得るし、相手がパーを出せば自分が負けて効用は-1になるし、相手がグーを出せばあいこになって決着が持ち越しになる。持ち越しになれば、次回以降のゲームにおける効用の期待値 $V_A(\beta_g)$ を得るが、決着が1回分延びるので割引因子の δ が1つ掛かる。最後の等号は、左辺を展開したわけではなく、前の段落で述べた(均衡が満たすべき)条件を式に表したものである。

同様に、Aがチョキとパーを出す場合のAの期待効用はそれぞれ

$$p_B(\beta) - g_B(\beta) + c_B(\beta)\delta V_A(\beta_c) = V_A(\beta), \quad (2)$$

$$g_B(\beta) - c_B(\beta) + p_B(\beta)\delta V_A(\beta_p) = V_A(\beta) \quad (3)$$

となる。右辺が示すように、上の3つの値(1)–(3)はすべて等しく(だからこそ確率的な選択が最適になる)、そしてその値が $V_A(\beta)$ である。

同様に、今度はBの期待効用を求める。Bがグーを出せばBの期待効用は

$$(1-\beta\lambda)c_A(\beta) - (1-\beta\lambda)p_A(\beta) + \{(1-\beta\lambda)g_A(\beta) + \beta\lambda\}\delta V_B(\beta_g) = V_B(\beta) \quad (4)$$

となる。例えば1項目は相手がチョキを出す総確率である。同様に、Bがチョキとパーを出したときのBの期待効用はそれぞれ

$$(1-\beta\lambda)p_A(\beta) - \{(1-\beta\lambda)g_A(\beta) + \beta\lambda\} + (1-\beta\lambda)c_A(\beta)\delta V_B(\beta_c) = V_B(\beta), \quad (5)$$

$$\{(1-\beta\lambda)g_A(\beta) + \beta\lambda\} - (1-\beta\lambda)c_A(\beta) + (1-\beta\lambda)p_A(\beta)\delta V_B(\beta_p) = V_B(\beta) \quad (6)$$

である。前と同様、3つの値(4)–(6)はすべて $V_B(\beta)$ に等しい。

この6本の式(1)–(6)を全ての β について満たす $(g_i(\beta), c_i(\beta), p_i(\beta), V_i(\beta))$ の解を求めることによって均衡が求まる。この解を求めることは一見すると難しいのだが、1つの解は簡単に求めることができる。通常分析に戻るようだが、すべての手の確率を等しくするのである。といっても、相手にとって等確率になることが大事なので、Aが意図する確率については、すべての手が等確率で選ばれると相手が思うようにする。癖を持たないことが相手にも分かっているBについては単純に等確率で選べばよい。つまり、すべての β について

$$(1-\beta\lambda)g_A(\beta)+\beta\lambda=(1-\beta\lambda)c_A(\beta)=(1-\beta\lambda)p_A(\beta)=1/3, \quad (7)$$

$$g_B(\beta)=c_B(\beta)=p_B(\beta)=1/3 \quad (8)$$

である。この確率でグー・チョキ・パーが出されると、どの手を出したところで勝ち・負け・あいこが主観的には等確率で起こる。これはどちらのプレーヤーの立場から考えても、すべての β の値についても同じである。したがって、どの手を選んでも無差別であり、確率的に選ぶことは最適になる。また、どちらのプレーヤーにとっても主観的には勝負は五分五分なので、期待効用はゼロである。つまり

$$V_i(\beta)=0 \quad (9)$$

が任意の $i \in \{A, B\}$ と任意の β で成り立つ。実際(7)–(9)は連立方程式(1)–(6)を満たす。

5 負の自己相関

前節で見つけた均衡には大きな特徴がある。それはAの行動である。Aの標準タイプがグー・チョキ・パーを出す確率は(7)より求められ、それぞれ

$$g_A(\beta)=\frac{1-3\beta\lambda}{3(1-\beta\lambda)}, \quad c_A(\beta)=p_A(\beta)=\frac{1}{3(1-\beta\lambda)}$$

である。確率は均等ではなく、グーを出す確率が他よりも低くなっている。これは癖込みで確率を均等化しているからである。 $\lambda < 1/3$ の仮定より、どの確率も厳密に正である。

ここで特に注目したいのは、確率に β が入っていることである。これは相手の立場になって確率を均等化していることが原因である。確率の式をみると、 β が高くなればグーの確率を減らしてチョキとパーの確率を増やすことが分かる。 β が高くなる要因と言えば、グーであいこになることである。したがって、グーを出してあいこになれば次のじゃんけんではグーを出す確率が減るのである。反対に、チョキやパーであいこになれば次はグーを出す確率が高くなる。抽象的に言うと、出す手が負の自己相関をもつことを意味する。直前に出した手を避ける傾向があるわけである。

負の自己相関性については古くから心理学者による実験研究が蓄積されている。被験者に無作為に数列を選んでもらうと負の自己相関が出るのである。⁴⁾独立な乱数の列では同じ数が続くことが案外頻繁に起こるのだが、人が作り出す乱数列では同じ数が続くことが少なくなる。同じ数が続くのはランダムではないと感じるのである。

ただ、こうした心理実験の結果と本稿の理論結果には大きな違いがある。心理実験では、独立(無相関)を意図している(と考えられる)にもかかわらず、結果は相関してしまうという話であるが、本稿の理論は逆で、結果が(相手にとって)独立になるように、意図して選択に相関を作り出しているのである。我々の理論では負の相関は故意であるが、心理実験

では過失の疑いがあるわけである。

本稿中のプレーヤーは独立の乱数列を作ることができるので、心理実験で問題になっているような意図と結果の食い違いは生まれない。我々の理論で負の自己相関が出てくるのは、癖持ちかどうか相手が分からないからである。前回ゲーを出したのであれば、こちらがゲーの癖を持っているかもしれないという疑念が相手のなかで大きくなっている。そうすると、こちらが次もゲーを出すという確率が相手の主観で高くなっている。それを打ち消して相手を無差別にキープするためにゲーの確率を下げるのである。逆に、前回の手がチョキやパーの場合、癖持ちの疑いが小さくなっているの、こちらが次にゲーを出す確率が相手の主観のなかで下がっている。それを相殺するためにゲーの確率を上げるのである。

では本稿の理論が正しいとすると、モデルが生成するデータに負の自己相関は現れるだろうかという疑問が出てくるが、現れるのである。Aが標準タイプの場合はすでに議論した。一方、Aが癖持ちタイプの場合、ゲーを出す確率は

$$(1-\lambda)g_A(\beta)+\lambda \quad (10)$$

である。 $g_A(\beta)$ が負の自己相関を出すのだから、(10)も負の自己相関を出す。したがって、Aがどちらのタイプであっても、出す手のデータには負の自己相関が現れるのである。

じゃんけんによく似たゲームにおいて負の相関が検出された実証・実験研究はいくつか存在する。たとえば Walker and Wooders (2001) は、テニスのウィンブルドン選手権においてサーブが左右どちらに行ったかのデータに負の自己相関が存在することを発見している。一流テニスプレーヤーによる重要な試合であっても、前回のサーブとは逆の方向にサーブする傾向があるのである。また Brown and Rosenthal (1990) では、じゃんけんによく似たトランプゲームの経済実験データに自己相関が見られることが報告されている。一方、Chiappori et al. (2002) や Palacios-Huerta (2003) によると、サッカーのPK戦のデータには自己相関は検出されない。しかしPK戦の場合は毎回キッカーが入れ替わるという重要な違いがある。

6 他の癖もあるケース

前節まではゲーを出す癖しかないケースを考えた。しかも片方のプレーヤーにしか癖の可能性がないと仮定した。本節ではこうした制限を取り払った一般的なモデルを考える。

癖には、前節で考えた「ゲーを出す癖」のほかにも「チョキを出す癖」と「パーを出す癖」があるとする。実際にはもっと多様な癖が考えられるが、本稿の一般化ではこの3つの癖しかないとする。癖の意味はこれまでと同様である。例えばチョキを出す癖があるというのは、確率 $1-\lambda$ では意図通りの比率で手を出すことに成功するが、残りの確率 λ では意図とは無関係に確率1でチョキを出してしまうというものである。

癖はどちらのプレーヤーにも可能性があるとする。ゲームが始まる前に癖の有無と種類が各プレーヤーに外生的な確率で割り振られる。どのプレーヤーについても可能性（タイプ）は4つで、「グーの癖を持つ」、「チョキの癖を持つ」、「パーの癖を持つ」、「癖を持たない」のどれかである。どのタイプも正の確率で選ばれる。タイプはプレーヤー間で独立に決まる。

ゲームの任意の時点でプレーヤー i がグーの癖を持っている事後確率を β_i^G で表す。同様に、チョキについては β_i^C 、パーについては β_i^P で表す。癖を持たないタイプ（標準タイプ）の事後確率を β_i^N と書く。当然この4つの確率は合計して1になる ($\beta_i^G + \beta_i^C + \beta_i^P + \beta_i^N = 1$)。4つの確率を2人分列挙して1つのベクトルにしたものを β と改めて定義する。つまり

$$\beta = (\beta_A^G, \beta_A^C, \beta_A^P, \beta_A^N, \beta_B^G, \beta_B^C, \beta_B^P, \beta_B^N)$$

である。一般化されたゲームではこの β というベクトルが状態変数となる。 β をこう再定義すると、 i がグー・チョキ・パーを出す確率は以前と同様に ($g_i(\beta), c_i(\beta), p_i(\beta)$) と書ける。

前節と同じ種類の均衡を求めることにする。すなわち、それぞれの手の確率が相手にとって均等になる均衡である。例えば i がグーを出す確率は、相手にとってみると

$$\beta_i^G \{(1-\lambda)g_i(\beta) + \lambda\} + (\beta_i^C + \beta_i^P)(1-\lambda)g_i(\beta) + \beta_i^N g_i(\beta)$$

である。1項目はグーを出す癖がある場合、2項目は他の癖がある場合、3項目は癖を持っていない場合、に対応している。整理すると

$$g_i(\beta) \{(1-\beta_i^N)(1-\lambda) + \beta_i^N\} + \beta_i^G \lambda$$

となる。チョキとパーについても同様に求められる。したがって、求める均衡では

$$\begin{aligned} g_i(\beta) \{(1-\beta_i^N)(1-\lambda) + \beta_i^N\} + \beta_i^G \lambda &= c_i(\beta) \{(1-\beta_i^N)(1-\lambda) + \beta_i^N\} + \beta_i^C \lambda \\ &= p_i(\beta) \{(1-\beta_i^N)(1-\lambda) + \beta_i^N\} + \beta_i^P \lambda = 1/3 \end{aligned}$$

が任意の $i \in \{A, B\}$ と任意の β について成り立つ。したがって

$$g_i(\beta) = \frac{\frac{1}{3} - \beta_i^G \lambda}{1 - \lambda + \beta_i^N \lambda}, \quad c_i(\beta) = \frac{\frac{1}{3} - \beta_i^C \lambda}{1 - \lambda + \beta_i^N \lambda}, \quad p_i(\beta) = \frac{\frac{1}{3} - \beta_i^P \lambda}{1 - \lambda + \beta_i^N \lambda} \quad (11)$$

である。

さて、一般化されたモデルでも負の自己相関は現れるのであろうか。それを調べるために、あいこになると β の値がどう変化するかを求める。どの手であいこになっても計算は対称的なので、グーであいこになる場合を考える。グーであいこになった後の β_i^X の更新値を $\beta_{i,g}^X$ と書くと ($X \in \{G, C, P, N\}$)、ベイズの公式より

$$\beta_{i,g}^G = 3\beta_i^G \{(1-\lambda)g_i(\beta) + \lambda\}, \quad \beta_{i,g}^C = 3\beta_i^C (1-\lambda)g_i(\beta), \quad \beta_{i,g}^P = 3\beta_i^P (1-\lambda)g_i(\beta)$$

となる。 $g_i(\beta)$ の式より

$$\frac{\frac{1}{3}-\lambda}{1-\lambda} < g_i(\beta) < \frac{\frac{1}{3}}{1-\lambda}$$

である。これを使うと

$$\beta_{i,g}^C > \beta_i^C, \quad \beta_{i,g}^C < \beta_i^C, \quad \beta_{i,g}^P < \beta_i^P \quad (12)$$

となることが分かる。これは直感通りであって、グーであいこになると相手がグーの癖を持っている疑いが増えて、他の癖を持っている疑いが減る。この不等式から負の自己相関を簡単に証明することができる。

命題. グーであいこになると、次の回でグーを出す確率は下がる。つまり、任意の $i \in \{A, B\}$ と任意の β について

$$\frac{\frac{1}{3}-\beta_{i,g}^C\lambda}{1-\lambda+\beta_{i,g}^N\lambda} < \frac{\frac{1}{3}-\beta_i^C\lambda}{1-\lambda+\beta_i^N\lambda} \quad (13)$$

となる。チョキやパーについても同様である。

証明. (11) の分子の部分それぞれ (G, C, P) と書く。グーであいこになった後の (G, C, P) の更新値を (G', C', P') と書く。すると(12)の不等式が示していることは

$$G' < G, \quad C' > C, \quad P' > P \quad (14)$$

である。証明すべき不等式(13)を書き直すと

$$\frac{G'}{G'+C'+P'} < \frac{G}{G+C+P}$$

となる。分母を払うと

$$G'(C+P) < G(C'+P')$$

となる。これが成立することは(14)より明らかである。(証明終)

7 お わ り に

トランプゲームやテニス・サーブのデータに見られる負の自己相関の原因が何かについて、本稿の理論が満足のいく説明になっているかは未知数である。有力な代替案は、心理学の実験が示唆するように、意図としては独立にランダム化しているのにどうしても自己相関を出してしまう、という過失説である。もちろん、現実には2つの理由が混在しているのかもしれない。本稿の理論を検証する1つの実験方法としては、あいこの度に相手を入れ替えて、しかも前回の手を次の相手に知らせないというゲームが考えられる。本稿の理論では β が更新されることが重要で、更新されない状況では自己相関が出ないからである。

注

* 本稿のきっかけを作ってくれた大学院ゼミの皆さんに感謝します。本研究は科研費（20530156）の助成を受けたものです。

- 1) じゃんけんを詳細に取り上げている教科書としては梶井（2002）や渡辺（2008）、Dixit and Nalebuff（2008）等がある。
- 2) 非常に近い論文として McCannon（2007）がある。彼は、どの手を出すかに好みが存在するモデルを分析している。例えば、グーを出す好みを持つプレーヤーというのは、グーを出すことによって勝敗にかかわらず追加の効用を得るのである。手の非対称性は効用の差から来るというアイデアである。好みが私的情報であるという点も本稿と似ている。本稿との決定的な違いは、じゃんけんを1回限りのゲームと仮定していることである。あいこになってもゲームが続行されないのである。したがって、彼のモデルでは負の自己相関という本稿の結果は出てこない。ただ、彼のモデルを本稿のように動学的に拡張してみるの面白いだろう。
- 3) じゃんけんの標準的なゲーム理論モデルでは、あいこになってもゲームは終了する。あいこになればゲームが続行するモデルについては宮川（2009）を参照のこと。
- 4) 例えば Bar-Hillel and Wagenaar（1991）を参照せよ。

参 考 文 献

- Bar-Hillel, M. and Wagenaar, W. A. (1991) "The Perception of Randomness," *Advances in Applied Mathematics*, Vol. 12, pp. 428-454.
- Brown, J. N. and Rosenthal, R. W. (1990) "Testing the Minimax Hypothesis: A Re-Examination of O'Neill's Game Experiment," *Econometrica*, Vol. 58, pp. 1065-1081.
- Chiappori, P. A., Levitt, S., and Groseclose, T. (2002) "Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer," *American Economic Review*, Vol. 92, pp. 1138-1151.
- Dixit, A. K. and Nalebuff, B. J. (2008) *The Art of Strategy: A Game Theorist's Guide to Success in Business & Life*, New York: W. W. Norton & Company（嶋津祐一・池村千秋訳『戦略的思考をどう実践するか』阪急コミュニケーションズ, 2010）.
- McCannon, B. C. (2007) "Rock Paper Scissors," *Journal of Economics*, Vol. 92, pp. 67-88.
- Palacios-Huerta, I. (2003) "Professionals Play Minimax," *Review of Economic Studies*, Vol. 70, pp. 395-415.
- von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton: Princeton University Press（銀林浩・橋本和美・宮本敏雄監訳、阿部修一・橋本和美訳『ゲームの理論と経済行動』全3冊、筑摩書房, 2009）.
- Walker, M. and Wooders, J. (2001) "Minimax Play at Wimbledon," *American Economic Review*, Vol. 91, pp. 1521-1538.
- 梶井厚志（2002）『戦略的思考の技術：ゲーム理論を実践する』中央公論新社。
- 宮川栄一（2009）「変則じゃんけんの動学均衡」『国民経済雑誌』第200巻第6号，37-55頁。
- 渡辺隆裕（2008）『ゼミナールゲーム理論入門』日本経済新聞出版社。