



寡占と独占的競争が併存する市場均衡 : 解析的アプローチ

下村, 研一

(Citation)

国民経済雑誌, 210(3):35-53

(Issue Date)

2014-09

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81008999>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81008999>



寡占と独占的競争が併存する市場均衡： 解析的アプローチ

下 村 研 一

国民経済雑誌 第 210 卷 第 3 号 抜刷

平成 26 年 9 月

寡占と独占的競争が併存する市場均衡： 解析的アプローチ

下 村 研 一

製品差別のある産業で寡占企業（少数の大企業）と独占的競争企業（多数の中小企業）が併存する混合市場モデルを Dixit-Stiglitz モデルを基本として構築する。市場均衡が一意に存在するための経済パラメーターの条件を与え、なぜその条件の下で均衡が一意に存在するかを明らかにする。存在を示すために用いるものは1変数の連続な実数値関数の中間値の定理、一意性を示すために用いるものは1変数の実数値関数の単調性で、いずれも初等解析的な方法である。

キーワード 寡占，独占的競争，混合市場均衡

1 序 論

市場競争にさらされている企業はそれぞれが置かれている状態、具体的には商品の性質、競争相手の企業数、用いる市場構造の情報により、完全競争企業、独占的競争企業、寡占企業に大別される。Dixit-Stiglitz モデル (Dixit & Stiglitz, 1977) は製品差別のある独占的競争企業間の市場均衡が経済パラメーターの陽表的な関数として導出可能であるという高い有用性を持つ。同じモデルで製品差別のある寡占企業（大企業）と独占的競争企業（中小企業）が併存する混合市場均衡は一般に関数形までは導出可能ではない。しかし、混合市場均衡が経済パラメーターにどのように依存するか、どのような条件の下でそれが一意に存在するかなどの定性的な性質は、たとえば不動点定理などを用いなくても、Dixit-Stiglitz モデルでは初等解析的な方法で示すことができる。本論文はその解説を目的とする。

本論文における均衡概念は Shimomura & Thisse (2012) と本質的に同じであるが、モデルは本論文の方が若干一般的である。これは均衡の分析において、前者が生産量を主たる経済変数としたのに対し、後者が価格を主としたことによって煩雑さが排除されたことにより可能となった。また前者は代表的家計の効用関数における中小企業の生産物間の代替の弾力性と大企業の生産物間の代替の弾力性が等しいと仮定したのに対し、後者ではそれらが異なる場合についても論じる。

2 混合市場モデル

2.1 モデルの概略

本節では、混合市場モデルの定式化を行う。具体的には、まず経済主体である企業と家計のそれぞれの生産活動と消費活動の特性を決める基礎条件を述べる。次に完全競争状態の家計と企業の行動モデル、独占的競争状態の企業の行動モデル、そして寡占状態の企業の行動モデルを設定し、これらのモデルから導かれる連立方程式体系を用いて、市場経済全体の一般均衡を定義する。一般均衡は、家計の予算制約下での効用最大化、完全競争企業・寡占企業・独占的競争企業のそれぞれの制約下での利潤最大化、すべての商品の需給がそれぞれの市場で一致する価格体系の成立、そしてすべての独占的競争企業の利潤がゼロとなる長期均衡の状態を考える。

本論文で論じる経済は以下のような特性を持つ：

- A. 経済は2つの産業（X部門、Y部門）で構成されている。
 - B. 経済主体は、家計、Y部門企業（完全競争）、X部門大企業（寡占）、X部門中小企業（独占的競争）の4種類に分類される。
 - C. 家計の集合は、すべての商品を消費する代表的個人として集計可能である。
 - D. 各完全競争企業は、家計から提供される生産要素（労働）と他の完全競争企業が製造した生産物を投入し各自の生産物を製造する。
 - E. 各寡占企業は、家計から提供される生産要素（労働）と完全競争企業が製造した生産物を投入し各自の生産物を製造する。
 - F. 各独占的競争企業は、家計から提供される生産要素（労働）と完全競争企業が製造した生産物を投入し各自の生産物を製造する。
 - G. 家計は生産要素（労働）への報酬および企業利潤を所得として受け取る。
- ただし、後で定義される「混合市場均衡」では、完全競争企業と独占的競争企業には正の利潤が発生せず、家計への企業利潤の分配はゼロとなり、所得は寡占企業からの正の利潤の分配と労働への報酬からなる。

2.2 家計の行動モデル

この経済には2つの商品の部門X部門とY部門が存在し、代表的家計は両方の部門の商品を消費する。まずX部門の商品の集合を $I(n)$ とする（ n の意味は後で説明する）。集合 $I(n)$ はあるカテゴリーの不完全競争市場で取引される生産物（たとえば外食産業ならばファミリーレストラン・ファーストフードチェーン・飲食店が提供する食事、観光業ならばホテル・旅館が提供する宿泊サービスなど）の名前の集合である。

集合 $I(n)$ は閉区間 $[0, n]$ と有限集合 $\{1, \dots, N\}$ との合併, $I(n) = [0, n] \cup \{1, \dots, N\}$ と表される。閉区間 $[0, n]$ は中小企業の（または中小企業が生産するバラエティの）インデックスの集合で、正の実数 n はその集合の大きさを表す。解釈は X 部門の中小企業群の規模である。閉区間 $[0, n]$ から非負の実数への関数 $x(\cdot)$ は各バラエティ $t \in [0, n]$ の商品の数量を与える。

有限集合 $\{1, \dots, N\}$ は大企業の（または大企業が生産するバラエティの）インデックスの集合で、自然数 N は大企業のインデックスの数を表す。各 $i \in \{1, \dots, N\}$ に対して与えられる非負の実数 X_i はバラエティ i の商品の数量を表す。

中小企業による生産量が閉区間 $[0, n]$ 上の積分可能関数 $x(\cdot)$ で与えられるとき、これから代表的家計が得る効用は Dixit & Stiglitz (1977) に従い

$$\left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{1}{\rho}},$$

ただし $0 < \rho < 1$, という式で表されたとする。 $1/(1-\rho)$ は中小企業のバラエティ間の代替の弾力性の値である。これに企業による生産量が非負の N 次元ベクトル $(X_1, \dots, X_N)$ で与えられると、 $x(\cdot)$ と $(X_1, \dots, X_N)$ の両方から得られる効用は

$$\left[\left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{\alpha}{\rho}} + \sum_{i=1}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} = \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}},$$

ただし $X_0 = \left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{1}{\rho}}$, $0 < \alpha < 1$, という式で表されたとする。 $1/(1-\alpha)$ は大企業のバラエティ間の代替の弾力性の値である。

次に Y 部門の商品の集合を H とする。集合 H は完全競争市場全般で取引される ℓ 種類の商品（労働や農水産物など）の名前の集合であり、労働は最後の第 ℓ 番目の商品の名前とする。これらの商品の数量が非負の ℓ 次元ベクトル y で与えられるとき、これから代表的家計が得る効用は 1 次同次かつ正象限上で強く準凹な関数 V により $V(y)$ という値で表される¹⁾とする。

そして代表的家計の効用関数は X と Y の両部門の商品の消費量を変数とする Cobb-Douglas ネスティッド (Cobb-Douglas 関数と他の関数との合成関数) で

$$\left[\left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{\alpha}{\rho}} + \sum_{i=1}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{\mu}{\alpha}} [V(y)]^{1-\mu} = \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{\mu}{\alpha}} [V(y)]^{1-\mu},$$

ただし $0 < \mu < 1$, と表されたとする。ここで X 部門の中小企業が生産するバラエティ t の価格を $p(t)$, 大企業が生産するバラエティ i の価格を, P_i , Y 部門の商品価格の ℓ 次元ベクトルを q , そして代表的家計が労働の初期保有の価値と全企業の利潤から得る所得を M とすると、予算制約式は

$$\int_0^n p(t)x(t)dt + \sum_{i=1}^N P_i X_i + q \cdot y = M$$

となる ($q \cdot y$ は 2 つの ℓ 次元ベクトル q と y の内積 $\sum_{h \in H} q_h y_h$ を表す)。なお、本論文では労働をニユメレールとし、 Y 部門の価格ベクトル q で労働の価格の成分はつねに 1 である。このとき代表的家計の効用最大化問題は

$$\begin{aligned} & \text{Maximize}_{x(\cdot), X_1, \dots, X_N, y} \left[\left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{\alpha}{\rho}} + \sum_{i=1}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{\mu}{\alpha}} [V(y)]^{1-\mu} \\ & \text{subject to } \int_0^n p(t)x(t)dt + \sum_{i=1}^N P_i X_i + q \cdot y = M \end{aligned}$$

と設定される。この問題を以下のように三段階に分割し初等的な方法で解く。

【第 1 段階】まず X 部門の中小企業が生産する各バラエティの価格 $p(t)$, $t \in [0, n]$, と中小企業が生産する製品への家計の所得の割り当て m_0 を所与として、代表的家計が中小企業が生産する製品から得る効用 X_0 を最大化するように $x(t)$, $t \in [0, n]$, を選択する問題

$$\begin{aligned} & \text{Maximize}_{x(\cdot)} X_0 = \left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{1}{\rho}} \\ & \text{subject to } \int_0^n p(t)x(t)dt = m_0 \end{aligned}$$

を解く。中小企業の生産物の価格指標を Dixit & Stiglitz (1977) にない

$$P_0 \equiv \left[\int_0^n (p(t))^{\frac{\rho}{\rho-1}} dt \right]^{\frac{\rho-1}{\rho}}$$

と定義すれば、解は

$$x(t) = (p(t))^{\frac{1}{\rho-1}} [P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho}} m_0 \quad \forall t \in [0, n]$$

と導かれる。これより

$$\int_0^n (x(t))^\rho dt = \left[\left(\int_0^n (p(t))^{\frac{\rho}{\rho-1}} dt \right) [P_0]^{\frac{\rho^2}{1-\rho}} \right]^{1-\rho} (m_0)^\rho = \left[[P_0]^{\frac{\rho}{\rho-1}} [P_0]^{\frac{\rho^2}{1-\rho}} \right]^{1-\rho} (m_0)^\rho$$

となるから、最大値は

$$X_0 = m_0 [P_0]^{-1}$$

となる。

【第 2 段階その 1】第 1 段階の結果から、 $\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha = [P_0]^{-\alpha} (m_0)^\alpha + \sum_{i=1}^N (X_i)^\alpha$ であることに注意する。次に X 部門の中小企業の生産物の価格指標 P_0 , 大企業が生産するバラエティの価格 $P_1, \dots, P_N$, X 部門すべての製品への家計の所得の割り当て M_X を所与として、代表的家計が効用 $[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha]^{\frac{1}{\alpha}}$ を最大化するように $m_0, X_i, i \in \{1, \dots, N\}$ を選択する問題

$$\text{Maximize}_{m_0, X_1, \dots, X_N} \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} = \left[[P_0]^{-\alpha} (m_0)^\alpha + \sum_{i=1}^N (X_i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\text{subject to } m_0 + \sum_{i=1}^N P_i X_i = M_X$$

を解く。\$X\$ 部門全体の価格指標を

$$P \equiv \left[\sum_{i=0}^N (P_i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$$

と定義すれば、解は

$$m_0 = (P_0)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X, \quad X_i = (P_i)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X, \quad i \in \{1, \dots, N\}$$

と導かれる。また \$X_0 = m_0 [P_0]^{-1}\$ より \$X_0 = [P_0]^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X\$ であるから、上の結果は

$$X_i = (P_i)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X, \quad i \in \{0, 1, \dots, N\}$$

とまとめられる。ここで

$$X \equiv \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

と定義すると、\$X\$ の最大値は

$$X = M_X [P]^{-1}$$

となる。

【第2段階その2】一方 \$Y\$ 部門すべての商品の価格の \$\ell\$ 次元ベクトル \$q\$ と \$Y\$ 部門への家計の所得の割り当て \$M_Y\$ を所与として、代表的家計が効用 \$V(y)\$ を最大化するように \$\ell\$ 次元ベクトル \$y\$ を選択する問題

$$\text{Maximize}_{y} \quad V(y)$$

$$\text{subject to } q \cdot y = M_Y$$

を解く。制約式が \$q \cdot y = 1\$ のときの \$V(y)\$ の最大値を \$\nu(q)\$ とすれば、目的関数 \$V\$ が1次同次であることから、制約式が \$q \cdot y = M_Y\$ のとき \$V(y)\$ の最大値は

$$Y = M_Y \nu(q)$$

\$Y\$ 部門の商品の需要関数は、Roy の恒等式により

$$y = -\frac{M_Y}{\nu(q)} \nabla \nu(q)^{(2)}$$

というベクトル値関数で導かれる。

【第3段階】第2段階その1とその2の結果から、\$[\sum_{i=0}^N (X_i)^{\alpha}]^{\frac{\mu}{\alpha}} [V(y)]^{1-\mu} = [M_X [P]^{-1}]^{\mu} [M_Y \nu(q)]^{1-\mu}\$ であることに注意する。最後に \$X\$ 部門全体の価格指標 \$P\$、\$Y\$ 部門すべての商品の価格の \$\ell\$ 次元ベクトル \$q\$、そしてすべての製品に出費可能な家計の所得 \$M\$ を所与として、代表的家計が効用 \$[M_X [P]^{-1}]^{\mu} [M_Y \nu(q)]^{1-\mu}\$ を最大化するように \$M_X, M_Y\$ を選択する問題

$$\text{Maximize}_{M_X, M_Y} \quad [M_X [P]^{-1}]^{\mu} [M_Y \nu(q)]^{1-\mu}$$

subject to $M_X + M_Y = M$

を解く。ここで、 $X = M_X [P]^{-1}$, $Y = M_Y \nu(q)$ であることから上の問題は次の問題

$$\text{Maximize}_{X, Y} [X]^\mu [Y]^{1-\mu}$$

$$\text{subject to } PX + \frac{Y}{\nu(q)} = M$$

として書き換えられる。目的関数が Cobb-Douglas 型であるから解は

$$X = \frac{\mu M}{P}, \quad Y = (1-\mu)\nu(q)M,$$

X 部門, Y 部門それぞれへの所得の割り当ては

$$M_X = \mu M, \quad M_Y = (1-\mu)M$$

となる。つまり, X 部門, Y 部門への所得の割り当ては価格体系とは無関係, 各部門における需要関数はそれぞれ他の部門の価格体系とは無関係になる。

ここで代表的家計の X , Y 部門への所得の割り当て μM , $(1-\mu)M$ を M_X , M_Y とおき, 第 2 段階その 1 にさかのほれば, 中小企業の生産物への支出額, 大企業への生産物の需要関数がそれぞれ

$$m_0 = [P_0]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X,$$

$$X_i = [P_i]^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$$

と導かれ, 第 2 段階その 2 にさかのほれば, 完全競争部門商品の需要関数が

$$y_k = \frac{M_Y}{\nu(q)} \nu_k(q) \quad \forall k \in \{1, \dots, \ell\}$$

と導かれる。さらに第 1 段階にさかのほれば, 中小企業の生産物の需要関数が

$$x(t) = [p(t)]^{\frac{1}{\rho-1}} [P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho} + \frac{\alpha}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X \quad \forall t \in [0, n]$$

と導ける。中小企業の生産物の需要関数は, 関数形により, 中小企業が生産するバラエティ間の代替の弾力性と大企業が生産するバラエティ間の代替の弾力性が一致する場合は, バラエティの価格 $p(t)$ と X 部門全体の価格指標 P と所得 M が変数であり, 一致しない場合はこれらの変数に加えて中小企業の生産物の価格指標 P_0 が変数となる。

以上の段階的な効用最大化は, 関数の特定化を中小企業が生産するバラエティに対する効

用関数 $X_0 = \left[\int_0^n (x(t))^\rho dt \right]^{\frac{1}{\rho}}$ のみに限定し, X 部門の効用関数は変数 $(X_0, X_1, \dots, X_N)$ の,

Y 部門の効用関数は変数 y の 1 次同次関数であるという仮定だけでほぼ同じ議論が可能である。ただし, 全商品に対する効用関数が X 部門の効用関数と Y 部門の効用関数の Cobb-Douglas ネスティッド型でないと, 各部門の需要関数が他部門の価格体系にも依存しうるので分析は複雑になる。

2.3 完全競争企業の行動モデル

集合 H は Y 部門で投入産出されるすべての商品の集合であり、労働を含む。労働以外の Y 部門の商品はそれぞれ何種類かの Y 部門の生産物と労働で再生産可能であり、労働は再生産不能であるとする。各生産物 h （つまり労働以外の Y 部門の商品）の生産量はその他の生産物と労働の投入量を表す $(\ell-1)$ 次元ベクトル a_{-h} ³⁾ で与えられ、生産量は 1 次同次かつ正象限上で強く準凹な関数 Φ^h により $\Phi^h(a_{-h})$ という値で表されたとする。この関数 Φ^h が互いに外部性がなく商品 h を生産する完全競争企業の生産関数を集計したものであるとき、各企業の個別利潤の最大解を集計した生産ベクトルと全企業の総利潤を最大にする生産ベクトルは一致するので、1 つの企業 h とみなせることに注意する。自己の生産物の価格 q_h を除く価格ベクトル q_{-h} を所与とし商品 h の生産量が b_h のとき費用を最小化するように選択される投入ベクトル a_{-h} は最小化問題

$$\underset{a}{\text{Minimize}} \quad q_{-h} \cdot a_{-h}$$

$$\text{subject to } \Phi^h(a_{-h}) = b_h$$

の解である。制約式が $\Phi^h(a_{-h})=1$ のときの $q_{-h} \cdot a_{-h}$ の最小値を $g^h(q_{-h})$ とすれば、関数 g は価格ベクトル q_{-h} に関して 1 次同次となる。また関数 Φ^h が 1 次同次であることから、制約式が $\Phi^h(a_{-h})=b_h$ のときの $q_{-h} \cdot a_{-h}$ の最小値は

$$G^h(q_{-h}, b_h) = b_h g^h(q_{-h})$$

という生産量に関して線形の費用関数 G^h で与えられ、企業 h の制約付きの生産要素需要関数は、Shephard の補題により

$$G_q^h(q_{-h}, b_h) = b_h \nabla g^h(q_{-h})$$
⁴⁾

というベクトル値関数で導かれる。最終的に労働投入量の制約のない利潤最大化問題は

$$\underset{b_h}{\text{Maximize}} \quad q_h b_h - G^h(q_{-h}, b_h)$$

となるから、 Y 部門の企業 h の利潤最大化条件は

$$q_h = g^h(q_{-h}) \quad h \in \{1, \dots, \ell-1\},$$

つまり生産物価格が限界費用に等しいという条件が導かれる。以上の体系では未知数が、 $q_1, \dots, q_{\ell-1}$ の $\ell-1$ 個、条件を表す方程式は $\ell-1$ 本で互いに独立なので、ある種の条件が保証されれば解は一意に存在する（たとえば、 $g(q_{-\ell}) = (g^1(q_{-1}), \dots, g^{\ell-1}(q_{-(\ell-1)}))$ で定義される $(\ell-1)$ 次元ユークリッド空間の正象限からそれ自身への関数 g が縮小写像になるための条件などがあるがここでは論じない）。注意すべきことは、この $\ell-1$ 本の連立方程式体系、つまり同部門の技術構造のみにより、 Y 部門の生産物価格はすべて決まることである。

以上の完全競争企業の利潤最大化は、 Y 部門の各企業の生産集合が凸錐（生産活動が分

割可能かつ規模に関して収穫不変)であるという仮定に基づいている。一般均衡モデルの構築に当たっての本質的な仮定は Y 部門の総生産集合が原点を含む凸集合 (生産活動が分割可能) であるが、凸錐でなければ企業の利潤が正になりうる。 Y 部門の企業の正の利潤が家計の所得の一部となると、 X 部門の需要関数が Y 部門の価格体系、つまり技術構造に依存しうるので分析は複雑になる。凸錐の仮定により企業の最大利潤はゼロとなるので、 X 部門の需要関数は Y 部門の技術構造には依存しない。

2.4 独占的競争企業の行動モデル

この経済の X 部門は企業ごとに製品が差別化された産業であり、中小企業同士は独占的競争の状態にあるとする。いま X 部門の中小企業 t はバラエティ t の生産者で Y 部門の商品 (労働を含む) を可変的生産要素とし、一定量の労働を固定的生産要素として投入する。その技術はすべての中小企業に共通の費用関数

$$c(q, x(t)) = \gamma(q)x(t) + f$$

で表され、限界費用関数 γ は Y 部門の商品価格ベクトル q に関して1次同次かつバラエティ t の生産量 $x(t)$ から独立、固定費用は一定の労働量 f である。ここで代表的家計の X 部門への所得の割り当て μM を M_X とおくと、代表的家計のバラエティ t の需要関数は

$$x(t) = [p(t)]^{\frac{1}{\rho-1}} [P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\alpha}{1-\alpha}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X$$

となる。これからバラエティ t の逆需要関数が

$$p(t) = (x(t))^{\rho-1} \left([P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\alpha}{1-\alpha}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X \right)^{1-\rho}$$

と導かれる。したがって、中小企業 t の収入は

$$p(t)x(t) = (x(t))^{\rho} \left([P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\alpha}{1-\alpha}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X \right)^{1-\rho}$$

となり、中小企業 t の独占的競争的選択は中小企業の価格水準 P_0 , X 部門全体の価格水準 P , X 部門全体への代表的家計の支出予定額 M_X , そして Y 部門の価格ベクトル q を所与として自己の利潤最大化問題

$$\underset{x(t)}{\text{Maximize}} \quad (x(t))^{\rho} \left([P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\alpha}{1-\alpha}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X \right)^{1-\rho} - \gamma(q)x(t) - f$$

を解くこととして特徴づけられる。 X 部門の中小企業共通の利潤最大化条件は

$$p(t) = \rho^{-1} \gamma(q),$$

つまり生産物価格がマークアップと限界費用の積に等しいという関係が導ける。 X 部門の

中小企業の生産物の価格指標は $P_0 = \left[\int_0^n (p(t))^{\frac{\rho}{\rho-1}} dt \right]^{\frac{\rho-1}{\rho}}$ であるから

$$P_0 = (n)^{\frac{\rho-1}{\rho}} \rho^{-1} \gamma(q)$$

となる。これと $p(t) = \rho^{-1}\gamma(q)$ を $x(t) = [p(t)]^{\frac{1}{\rho-1}} [P_0]^{\frac{\rho}{1-\rho}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X$ に代入すると

$$x(t) = [\rho^{-1}\gamma(q)]^{\frac{1}{\alpha-1}} [n]^{\frac{\alpha-\rho}{\rho(1-\alpha)}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X$$

また $p(t) - \gamma(q) = (1-\rho)[\rho^{-1}\gamma(q)]$ であるから、企業 t の利潤は

$$(p(t) - \gamma(q))x(t) - f = (1-\rho)(n)^{\frac{\alpha-\rho}{\rho(1-\alpha)}} [\rho P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} [\gamma(q)]^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} M_X - f$$

となる。

2.5 寡占企業の行動モデル

この経済の X 部門において、大企業同士は製品差別のある寡占状態にあり、数量競争、つまりクールノー競争を行っているとする。いま X 部門の大企業 j はバラエティ j の生産者で Y 部門の商品（労働を含む）を可変的生産要素として、一定量の労働を固定的生産要素として投入する。その技術はすべての大企業に共通の費用関数

$$C(q, X_j) = \Gamma(q)X_j + F$$

で表され、限界費用関数 Γ は Y 部門の商品価格ベクトル q に関して 1 次同次かつバラエティ j の生産量 X_j から独立、固定費用は一定の労働量 F である。ここで X 部門の価格指標が $P = M_X[X]^{-1}$ 、代表的家計のバラエティ j に対する需要関数が $X_j = (P_j)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X$ であることから、バラエティ j に対する逆需要関数は

$$P_j = (X_j)^{\alpha-1} (M_X)^{1-\alpha} P^\alpha = (X_j)^{\alpha-1} M_X [X]^{-\alpha} = (X_j)^{\alpha-1} M_X \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{-1}$$

と導かれる。したがって、大企業 j の収入は

$$P_j X_j = (X_j)^\alpha M_X \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{-1}$$

となり、大企業 j のクールノー競争的選択は、 X 部門の中小企業から代表的家計が得る効用水準 X_0 、他の大企業の生産量 $X_i (i \neq j)$ 、 X 部門全体への代表的家計の支出予定額 M_X 、そして Y 部門の価格ベクトル q を所与として自己の利潤最大化問題

$$\underset{X_j}{\text{Maximize}} \quad (X_j)^\alpha M_X \left[\sum_{i=0}^N (X_i)^\alpha \right]^{-1} - \Gamma(q)X_j - F$$

を解くこととして特徴づけられる。 X 部門の大企業 j の利潤最大化条件は

$$P_j = \frac{P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}{\alpha(P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - [P_j]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}})} \Gamma(q),$$

つまり生産物価格がマークアップと限界費用の積に等しいという関係が導ける。これは

$$P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \frac{[P_j]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}{1 - (\alpha P_j)^{-1} \Gamma(q)}, \text{ i. e., } P^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{[P_j]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[P_j - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]}{P_j}$$

と変形できる。この方程式は大企業の数だけ存在する。ここで $P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \sum_{i=0}^N (P_i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = P_0^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + \sum_{i=1}^N (P_i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$ であることから

$$P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \left[(n)^{\frac{\rho-1}{\rho}} \rho^{-1} \gamma(q) \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + \sum_{i=1}^N (P_i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

という方程式も成立する。以上の条件で未知数は $P_1, \dots, P_N, P$ の $(N+1)$ 個、方程式は $(N+1)$ 本で互いに独立である。注意すべきことは、この $(N+1)$ 本の連立方程式体系により、 X 部門の大企業の生産物価格はすべて同部門の技術構造（費用関数）、代表的家計の選好パラメーター (α, ρ) 、そして中小企業集合と大企業集合の規模 (n, N) に依存して決まり、代表的家計の所得水準からは独立であることである。この特徴は数量競争による均衡条件の未知数をすべて価格で表現することによって明らかとなる。

X 部門のすべての大企業について限界費用関数 Γ は共通であるから、 $P^* \equiv P_i$, $i \in \{1, \dots, N\}$ とおくと

$$P^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{[P^*]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]}{P^*}$$

$$P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \left[(n)^{\frac{\rho-1}{\rho}} \rho^{-1} \gamma(q) \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + N[P^*]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

という2つの式が成り立つ。再び代表的家計のバラエティ j に対する需要関数が $X_j = (P_j)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X$ であることから、大企業 j の利潤は

$$\Pi_j = (P_j - \Gamma(q)) (P_j)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X - F$$

となり、 $P^* \equiv P_i$, $i \in \{1, \dots, N\}$ を用いると、 X 部門の各大企業の利潤は共通に

$$\Pi^* = (P^* - \Gamma(q)) (P^*)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_X - F$$

で与えられる。

2.6 ワルラス法則

X 部門の中小企業の費用関数 c 、大企業の費用関数 C から、Shephard の補題より生産量 $z(t)$, Z_i の制約付きの生産要素需要関数がそれぞれベクトル値関数

$$c_q(q, z(t)) \equiv (\gamma_h(q) z(t))_{h=1}^{\ell}, \quad C_q(q, Z_i) \equiv (\Gamma_h(q) Z_i)_{h=1}^{\ell}$$

で与えられる。したがって、費用関数 c 、大企業の費用関数 C は

$$c(q, z(t)) = q \cdot c_q(q, z(t)) + f, \quad C(q, Z_i) = q \cdot C_q(q, Z_i) + F$$

と表せる。また Y 部門の完全競争企業の費用関数 G は定義により Y 部門の商品価格ベクトル q に関して1次同次であるから

$$G^h(q_{-h}, b_h) = q_{-h} \cdot G_q^h(q_{-h}, b_h)$$

であり、生産量 b_h の制約付き生産要素需要関数は、

$$G_q^h(q_{-h}, b_h) \equiv (g_k^h(q_{-h}) b_h)_{k \in H \setminus \{h\}}$$

ですすでに与えられたことにも注意する。また代表的家計の所得 M は労働 L への報酬およびすべての企業からの利潤の分配の総和から構成されるので

$$M = L + \int_0^n [p(t)z(t) - c(q, z(t))] dt + \sum_{i=1}^N (P_i Z_i - C(q, Z_i)) + \sum_{h=1}^{\ell} (q_h b_h - G^h(q_{-h}, b_h)).$$

したがって、代表的家計の予算制約式は

$$\begin{aligned} & \int_0^n p(t)x(t) dt + \sum_{i=1}^N P_i X_i + q \cdot y \\ &= L + \int_0^n [p(t)z(t) - c(q, z(t))] dt + \sum_{i=1}^N (P_i Z_i - C(q, Z_i)) + \sum_{h=1}^{\ell-1} (q_h b_h - G^h(q_{-h}, b_h)) \\ &= L + \int_0^n [p(t)z(t) - q \cdot c_q(q, z(t)) - f] dt \\ & \quad + \sum_{i=1}^N (P_i Z_i - q \cdot C_q(q, Z_i) - F) + \sum_{h=1}^{\ell-1} (q_h b_h - q_{-h} \cdot G_q^h(q_{-h}, b_h)) \end{aligned}$$

となる。ゆえに

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^n p(t) [x(t) - z(t)] dt + \sum_{i=1}^N P_i [X_i - Z_i] \\ & \quad + \sum_{h=1}^{\ell-1} q_h \left[y_h + \int_0^n c_h(q, z(t)) dt + \sum_{i=1}^N C_h(q, Z_i) + \sum_{k=1}^{\ell-1} G_h^k(q_{-k}, b_k) - b_h \right] \\ & \quad + \left[y_\ell + \int_0^n c_\ell(q, z(t)) dt + n f + \sum_{i=1}^N C_\ell(q, Z_i) + N F + \sum_{k=1}^{\ell-1} G_\ell^k(q_{-k}, b_k) - L \right] \\ &= \int_0^n p(t) [x(t) - z(t)] dt + \sum_{i=1}^N P_i [X_i - Z_i] \\ & \quad + \sum_{h=1}^{\ell-1} q_h \left[y_h + \int_0^n \gamma_h(q) z(t) dt + \sum_{i=1}^N \Gamma_h(q) Z_i + \sum_{k=1}^{\ell-1} g_h^k(q_{-k}) b_k - b_h \right] \\ & \quad + \left[y_\ell + \int_0^n \gamma_\ell(q) z(t) dt + \sum_{i=1}^N \Gamma_\ell(q) Z_i + \sum_{k=1}^{\ell-1} g_\ell^k(q_{-k}) b_k + n f + N F - L \right] \end{aligned}$$

となる。この等式はこの経済のワルラス法則であり、代表的消費者の所得構成と予算制約式のみが根拠で価格体系にかかわらず成立する。したがって、もし

$$x(t) = z(t), t \in [0, n]; X_i = Z_i, i = 1, \dots, N;$$

$$y_h + \int_0^n \gamma_h(q) z(t) dt + \sum_{i=1}^N \Gamma_h(q) Z_i + \sum_{k=1}^{\ell-1} g_h^k(q_{-k}) b_k = b_h, h = 1, \dots, \ell = 1$$

がすべて成立すれば、

$$y_\ell + \int_0^n \gamma_\ell(q) z(t) dt + \sum_{i=1}^N \Gamma_\ell(q) Z_i + \sum_{k=1}^{\ell-1} g_\ell^k(q_{-k}) b_k + n f + N F = L$$

はワルラス法則により自動的に成立する。

2.7 市場均衡：定義

以上の準備を基に寡占と独占的競争が併存する製品差別市場の均衡を考察する。独占的競争企業と寡占企業がある産業内に存在し、完全競争企業が他の産業に存在する混合市場の均衡は一般に以下のように定義できる。

定義. 混合市場均衡とは次の7つの条件をすべて満たす状態である：

1. 消費者はすべての商品の価格と所得を所与とし予算制約の下で効用を最大化するように消費行動を決定する；
2. 完全競争企業はすべての商品の価格を所与とし技術制約の下で利潤を最大化するように生産活動を決定する；
3. 独占的競争企業はすべての生産要素価格・同種企業の価格水準・所属する産業全体の価格水準・消費者の所得を所与とし自社製品に対する需要関数と技術制約の下で利潤を最大化するように生産活動を決定する；
4. 独占的競争企業数は新規参入企業に正の利潤が発生しない数で決まる；
5. 寡占企業はすべての生産要素価格・所属する産業の他の寡占企業が生産量・消費者の所得を所与とし自社製品に対する需要関数と技術制約の下で利潤を最大化するように生産活動を決定する；
6. 寡占企業にはすべて正の利潤が発生している；
7. それぞれの商品に対する総需要と総供給は等しい。

本論文で構築したモデルでこの均衡はどのように与えられるか説明する。まず、考察する市場の中小企業と大企業の ℓ 種類の生産要素の価格体系は

$$q_h = g^h(q_{-h}) \quad h \in \{1, \dots, \ell-1\} \quad (q_{-\ell})$$

という Y 部門の $(\ell-1)$ 本の $(\ell-1)$ 元連立方程式の解と、労働の価格 1 により決定するので定数として扱う。さらに効用関数と費用関数のパラメーターの同一性と対称性より、 X 部門の価格水準 P と大企業の製品価格 P^* を決める式はそれぞれ

$$P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \left[(n)^{\frac{\rho-1}{\rho}} \rho^{-1} \gamma(q) \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + N[P^*]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad (P)$$

$$P^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{[P^*]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]}{P^*} \quad (P^*)$$

で与えられる。これに、中小企業の企業数 n を決める利潤消滅条件

$$(1-\rho)(n)^{\frac{\alpha-\rho}{\rho(1-\alpha)}} [\rho P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} [\gamma(q)]^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} \mu M = f \quad (n)$$

および家計の所得 M を決める定義式

$$M = L + (1-\rho)(n)^{\frac{\alpha(1-\rho)}{\rho(1-\alpha)}} [\rho P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} [\gamma(q)]^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} \mu M - nf \\ + N(P^* - \Gamma(q))(P^*)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \mu M - NF \quad (M)$$

により、未知数が P, P^*, n, M の4つで独立な方程式が4本となる。つまり、この混合市場モデルの本質的な内生変数は

- ・ X 部門の価格指標
- ・ 寡占企業の製品価格
- ・ 中小企業の数
- ・ 家計の所得水準

となる。これらに加え、 N 個の大企業が市場で生産活動を行うインセンティブとして

- ・ 寡占企業の利潤発生条件

$$(P^* - \Gamma(q))(P^*)^{\frac{1}{\alpha-1}} [P]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \mu M > F \quad (\Pi^*)$$

を課す。

まず条件 (P) と (P^*) を用いて、未知数 P を消去することにより

$$[n]^{\frac{(1-\rho)\alpha}{\rho(1-\alpha)}} = \frac{(N-1) \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} - P^* \right]}{P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha}} \left[\frac{\gamma(q)}{\rho P^*} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}},$$

つまり

$$n = \frac{(N-1)^{\frac{\rho(1-\alpha)}{(1-\rho)\alpha}} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} - P^* \right]^{\frac{\rho(1-\alpha)}{(1-\rho)\alpha}} \left[\frac{\gamma(q)}{\rho P^*} \right]^{\frac{\rho}{1-\rho}}}{\left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]^{\frac{\rho(1-\alpha)}{(1-\rho)\alpha}}} \quad (n)^*$$

が得られる。次に条件 (n) と (M) を用いて、

$$M = \frac{[P^*]^2 [L - NF]}{(P^*)^2 - \mu N(P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right)} \quad (M)^*$$

この M を条件 (n) に代入することにより、

$$\frac{f[\gamma(q)]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[(P^*)^2 - \mu N(P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right) \right]}{(L - NF) \mu (1-\rho) \rho^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} [P^*]^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]} = (n)^{\frac{\alpha-\rho}{\rho(1-\alpha)}},$$

さらにこの式に $(n)^*$ で得られた n を代入することにより、

$$\begin{aligned}
& \frac{f \left[(P^*)^2 - \mu N (P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right) \right]}{(L - NF) \mu (1 - \rho) \left[P^* \left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right] \right]} \left[\frac{\gamma(q)}{\rho P^*} \right]^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} \\
&= \frac{\left[\left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]^{\frac{1}{(1 - \rho)\alpha}} \left[\frac{\rho P^*}{\gamma(q)} \right]^{\frac{1}{(1 - \rho)(1 - \alpha)}} \right]^{\rho - \alpha}}{\left[(N - 1)^{\frac{1}{(1 - \rho)\alpha}} \left[\frac{N \Gamma(q)}{(N - 1)\alpha} - P^* \right]^{\frac{1}{(1 - \rho)\alpha}} \right]}
\end{aligned}$$

が得られる。ゆえに

$$\begin{aligned}
& \frac{(P^*)^2 - \mu N (P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right)}{\mu P^* \left[P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]} \\
&= \frac{(L - NF)(1 - \rho)}{f} \left[\frac{\frac{P^* \Gamma(q)}{\alpha}}{(N - 1) \left[\frac{N \Gamma(q)}{(N - 1)\alpha} - P^* \right]} \right]^{\frac{\rho - \alpha}{(1 - \rho)\alpha}} \left[\frac{\rho P^*}{\gamma(q)} \right]^{\frac{\rho}{1 - \rho}} \quad (P^*)^*
\end{aligned}$$

は混合市場均衡における寡占企業の製品価格 P^* を未知数とする一元方程式である。また方程式 (P^*) , $(n)^*$, そして $(M)^*$ により, X 部門の価格指標, 独占的競争企業の数, そして代表的家計の所得水準がそれぞれ P^* の関数として陽表的に導出されている。その意味で方程式体系の構造の上から最も本質的な内生変数は P^* である。

2.8 市場均衡：存在と一意性

方程式 $(P^*)^*$ において, 代表的家計の効用関数の代替の弾力性のパラメーターが左辺には α のみ含まれ, 右辺には α と ρ が含まれていることに注意する。また左辺と右辺の値が定義できるためには, P^* は开区間

$$\Theta \equiv \left[\frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha} / \alpha, \frac{N \Gamma(\alpha)}{(N - 1)\alpha} \right]$$

の中で値をとる必要がある。ここで, 寡占企業の製品価格 P^* を未知数とする方程式 $(P^*)^*$ の左辺を用いて

$$\Delta(\theta; \alpha) \equiv \frac{(\theta)^2 - \mu N (\theta - \Gamma(q)) \left(\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right)}{\mu \theta \left[\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]},$$

右辺を用いて

$$\Omega(\theta; \alpha, \rho, f, F) \equiv \frac{(L - NF)(1 - \rho)}{f} \left[\frac{\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha}}{(N-1) \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} - \theta \right]} \right]^{\frac{\rho - \alpha}{(1-\rho)\alpha}} \left[\frac{\rho\theta}{r(q)} \right]^{\frac{\rho}{1-\rho}}$$

と定義される開区間 Θ 上の関数 $\Delta(\cdot; \alpha)$, $\Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ を考える。関数 $\Delta(\cdot; \alpha)$ は

$$\begin{aligned} \Delta(\theta; \alpha) &= \frac{(\theta)^2 - \mu N(\theta - \Gamma(q)) \left(\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right)}{\mu \theta \left[\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]} \\ &= \frac{(\Gamma(q))^2}{\alpha^2 \mu \theta \left[\theta - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]} + \frac{1}{\mu} - N + \left(\frac{1}{\alpha \mu} + N \right) \frac{\Gamma(q)}{\theta} \end{aligned}$$

と変形できるので、 $\Delta(\cdot; \alpha)$ は θ の連続関数かつ減少関数であり、

$$\begin{aligned} \Delta(\theta; \alpha) &\rightarrow \infty \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha}, \\ \Delta(\theta; \alpha) &\rightarrow \frac{(1-\mu)N + \alpha\mu(N-1)}{\mu} > 0 \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} \end{aligned}$$

という性質を持つ。ここで、パラメターについて2つの条件

- ・ $\mu L - F > 0$
- ・ $\rho \geq \alpha$

を仮定する。条件「 $\mu L - F > 0$ 」の解釈は家計の労働の保有量は大企業の固定費用に比べ相対的に十分大きな量であることであり、条件「 $\rho \geq \alpha$ 」の解釈は中小企業の製品間の代替性の方が大企業の製品間の代替性より強いと同じであることである。

まず、モデルの均衡を次の場合について考察する。

【 $\rho > \alpha$ のとき】関数 $\Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ は

$$\frac{\rho - \alpha}{(1-\rho)\alpha} > 0$$

により θ の連続関数かつ増加関数であり、

$$\Omega(\theta; \alpha, \rho, f, F) \rightarrow 0 \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha}, \Omega(\theta; \alpha, \rho, f, F) \rightarrow \infty \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha}$$

という性質を持つ。したがって、 $\Delta(\cdot; \alpha) - \Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ は θ の連続関数であり、

$$\Delta(\theta; \alpha) - \Omega(\theta; \alpha, \rho, f, F) \rightarrow \infty \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha},$$

$$\Delta(\theta; \alpha) - \Omega(\theta; \alpha, \rho, f, F) \rightarrow -\infty \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha}$$

となるから、中間値の定理により、 $\Delta(P^*; \alpha) - \Omega(P^*; \alpha, \rho, f, F) = 0$ を満足する P^* が開区

間 Θ 内に存在し, $\Delta(\cdot; \alpha) - \Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ は θ の減少関数であることから, P^* は一意である。

この P^* が混合市場均衡における寡占企業の製品価格であるためには, 寡占企業の利潤発生条件 (Π^*) を満足する必要がある。いま条件 (Π^*) の P と M を, 条件 (P^*) と $(M)^*$ を用いて消去すれば,

$$\frac{\mu(P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right) (L - NF)}{(P^*)^2 - \mu N(P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right)} > F$$

すなわち

$$\mu L(P^* - \Gamma(q)) \left(P^* - \frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right) > F(P^*)^2 \quad (\Pi^*)^*$$

が得られる。これを展開すると

$$(\mu L - F)(P^*)^2 - \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha} \right) \mu L \Gamma(q)(P^*) + \frac{\mu L (\Gamma(q))^2}{\alpha} > 0$$

という2次不等式が得られる。この左辺を用いて

$$\Psi(\theta; \alpha, F) \equiv \left(\mu - \frac{F}{L} \right) \theta^2 - \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha} \right) \mu \Gamma(q) \theta + \frac{\mu (\Gamma(q))^2}{\alpha}$$

という開区間 Θ 上の2次関数 $\Psi(\cdot; \alpha)$ を考える。ここで,

$$\mu L - F > 0$$

という仮定を思い出そう。これにより $\Psi(\cdot; \alpha)$ のグラフは下に凸な放物線であり,

$$\Psi(\theta; \alpha) \rightarrow -\frac{F}{L} \left[\frac{\Gamma(q)}{\alpha} \right]^2 \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha},$$

$$\Psi(\theta; \alpha) \rightarrow \left[\mu((1-\alpha)N + \alpha) - \frac{N^2 F}{L} \right] \left[\frac{\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} \right]^2 \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha}$$

という性質を有する。ここで

$$\left[\mu((1-\alpha)N + \alpha) - \frac{N^2 F}{L} \right] \left[\frac{\Gamma(q)}{(N-1)\alpha} \right]^2 > 0$$

という条件と

$$\frac{\mu L - F}{F} > \frac{(N-1)(N+1+\alpha)}{(1-\alpha)N + \alpha}$$

という条件が同値であること, この条件は当初仮定した $\mu L - F > 0$ という条件を含意するより強い条件であること, そして θ の2次方程式 $\Psi(\theta; \alpha, F) = 0$ の大きい方の根を $\bar{P}(\alpha, F)$ とすれば

$$\bar{P}(\alpha, F) = \frac{\mu\Gamma(q)}{2\left[\mu - \frac{F}{L}\right]} \left[\frac{\alpha+1}{\alpha} + \sqrt{\left[\frac{\alpha-1}{\alpha}\right]^2 + \frac{4F}{\alpha\mu L}} \right]$$

と求められることの3点に注意する。ここで横軸に θ ，縦軸に関数値をとる座標平面を考えれば，すべてのパラメーターを所与とした関数 $\Delta(\cdot; \alpha)$ の右下がりのグラフと関数 $\Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ の右上がりのグラフの交点における θ の値 P^* が $\bar{P}(\alpha, F)$ より大きいこと，つまり $\theta = \bar{P}(\alpha, F)$ のとき $\Delta(\cdot; \alpha)$ のグラフが $\Omega(\cdot; \alpha, \rho, f, F)$ のグラフより上方にあることが P^* が均衡であることを意味することがわかる。以上の準備から次の命題が主張できる。

命題1. 混合市場モデルにおいてパラメーターが $\mu L - F > 0$ かつ $\rho > \alpha$ であるとき，均衡は2つの条件

$$\begin{aligned} & \cdot \mu L((1-\alpha)N + \alpha) > N^2 F \\ & \cdot \Delta(\bar{P}(\alpha, F); \alpha) > \Omega(\bar{P}(\alpha, F); \alpha, \rho, f, F) \end{aligned}$$

が両方満足されるならば一意に存在し，少なくともどちらか一方が満足されないならば存在しない。

命題1の条件が満たされて，寡占企業の製品価格 P^* が一意に定まれば，方程式 $(n)^*$ と $(M)^*$ により，それぞれ独占的競争企業の数と代表的家計の所得水準が定まる。さらに方程式 (P) または (P^*) により X 部門の価格指標が定まる。したがって，この場合の混合市場モデルの均衡は完全に解ける。

【 $\rho = \alpha$ のとき】関数 $\Omega(\cdot; \alpha, \alpha, f, F)$ は

$$\Omega(\theta; \alpha, \alpha, f, F) \equiv \frac{(L - NF)(1 - \alpha)}{f} \left[\frac{\alpha\theta}{\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

という θ の連続関数かつ増加関数であり，

$$\Omega(\theta; \alpha, \alpha, f, F) \equiv \frac{(L - NF)(1 - \alpha)}{f} \left[\frac{\Gamma(q)}{\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha},$$

$$\Omega(\theta; \alpha, \alpha, f, F) \equiv \frac{(L - NF)(1 - \alpha)}{f} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha}$$

という性質を持つ。したがって， $\Delta(\cdot; \alpha) - \Omega(\cdot; \alpha, \alpha, f, F)$ は θ の連続関数であり，

$$\Delta(\theta; \alpha) - \Omega(\theta; \alpha, \alpha, f, F) \rightarrow \infty \text{ as } \theta \rightarrow \frac{\Gamma(q)}{\alpha},$$

$$\Delta(\theta; \alpha) - \Omega(\theta; \alpha, \alpha, f, F) \rightarrow \frac{(1-\mu)N + \alpha\mu(N-1)}{\mu} \\ - \frac{(L-NF)(1-\alpha)}{f} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \text{ as } \theta \rightarrow \frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\alpha}$$

となる。よって、 $\Delta(P^*; \alpha) - \Omega(P^*; \alpha, \alpha, f, F) = 0$ を満足する P^* が開区間 Θ 内に存在するための必要十分条件は、 $\Delta(\cdot; \alpha) - \Omega(\cdot; \alpha, \alpha, f, F)$ が θ の減少関数であることから、

$$\frac{(1-\mu)N + \alpha\mu(N-1)}{\mu} - \frac{(L-NF)(1-\alpha)}{f} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} < 0,$$

すなわち

$$f < \frac{(L-NF)\mu(1-\alpha)}{(1-\mu)N + \alpha\mu(N-1)} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

となり、このとき P^* は一意である。

この P^* が混合市場均衡における寡占企業の製品価格であるためには、寡占企業の利潤発生条件 (Π^*) を満足する必要がある。以降の議論については $\rho > \alpha$ のときと同じなので省略する。以上の準備から次の命題が主張できる。

命題 2. 混合市場モデルにおいてパラメータが $\mu L - F > 0$ かつ $\rho = \alpha$ のとき、均衡は 3 つの条件

$$\begin{aligned} & \cdot f < \frac{(L-NF)\mu(1-\alpha)}{(1-\mu)N + \alpha\mu(N-1)} \left[\frac{N\Gamma(q)}{(N-1)\gamma(q)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ & \cdot \mu L((1-\alpha)N + \alpha) > N^2 F \\ & \cdot \Delta(\bar{P}(\alpha, F); \alpha) > \Omega(\bar{P}(\alpha, F); \alpha, \alpha, f, F) \end{aligned}$$

がすべて満足されるならば一意に存在し、少なくとも 1 つが満足されないならば存在しない。

命題 2 の条件が満たされて、寡占企業の製品価格 P^* が一意に定まれば、命題 1 の条件が満たされたときと同じ理由により、混合市場モデルの均衡は完全に解ける。

3 結 論

本論文においては、Dixit-Stiglitz モデルを基本として構築した製品差別のある寡占企業（大企業）と独占的競争企業（中小企業）が併存する混合市場モデルにおいて、均衡が一意に存在するための経済パラメータの条件を与え、なぜその条件の下で均衡が一意に存在するかを明らかにした。存在を示すため用いたものは連続関数の中間値の定理、一意性を示すため用いたものは関数の単調性で、いずれも初等解析的な方法である。また経済パラメータに

関する経済変数の比較静学も、経済変数を解とする具体的な方程式体系が導かれることから基本的な計算による微分の符号あるいはより簡単にグラフによる関数の増加減少の吟味により可能となる。

本論文では寡占企業は生産量を戦略としたクールノー競争を行う場合を考察したが、価格を戦略とするベルトラン競争を行う場合はどうかという問いは当然予想される。ベルトラン競争の場合も形式は異なるが各大企業 $j=1, \dots, N$ の利潤最大化条件が

$$P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \frac{(P_j)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}(P_j + \Gamma(q))}{P_j - \frac{\Gamma(q)}{\alpha}}$$

という自社の製品価格 P_j と部門全体の価格指標 P のみとの関係で与えられ、混合均衡を表す方程式体系の構造の上から最も本質的な内生変数はクールノー競争の場合と同様に寡占企業の製品価格となる。

注

* 本論文の作成に対し、村田学術振興財団、日本学術振興会科学研究補助金基盤研究B（課題番号2431110）および基盤研究C（課題番号25380228）の研究助成を受けた。また、本論文の作成期間において、リーズ大学ビジネススクールから在外研究のための研究環境の提供を受けた。ここに記して謝意を表す。

1) 非負象限上で定義された実数値関数 V が1次同次 (one-homogeneous) であるとは

$$\forall y \geq 0, \forall t > 0, V(ty) = tV(y),$$

正象限上で強く準凹 (strongly quasi-concave on the positive orthant) であるとは

$$\forall y, y' \gg 0, \forall t \in]0, 1[, [V(y') \geq V(y) \Rightarrow V(ty' + (1-t)y) > V(y)]$$

で定義される。 V の例として1次同次のCES型関数、Cobb-Douglas型関数がある。

2) 実数値関数 ν の第 k 変数 q_k に関する偏微分を ν_k 、実数値関数 ν の勾配ベクトル (gradient vector) $(\nu_1(q), \dots, \nu_\ell(q))$ を $\nabla \nu(q)$ と表す。

3) ℓ 次元ベクトル x の第 k 成分を除いてできる $(\ell-1)$ 次元ベクトルを x_{-k} と書く。

4) $G_q^h(q_{-h}, b_h)$ は実数値関数 G^h の q_{-h} に関する勾配ベクトル $(G_i^h(q_{-h}, b_h))_{i \in H \setminus \{h\}}$ 、 $\nabla g^h(q_{-h})$ は実数値関数 g^h の勾配ベクトル $(g_i^h(q_{-h}))_{i \in H \setminus \{h\}}$ を表す。

参 考 文 献

- Dixit, Avinash K. and Joseph E. Stiglitz (1977), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, 67: 297-308.
- Shimomura, Ken-Ichi and Jacques-Francois Thisse (2012), "Competition among the Big and the Small," *RAND Journal of Economics*, 43: 329-347.