



# 金融ネットワーク・モデルとネットワーク理論：現状と課題

小林, 照義

---

(Citation)

国民経済雑誌, 210(6):91-101

(Issue Date)

2014-12

(Resource Type)

departmental bulletin paper

(Version)

Version of Record

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81009021>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81009021>



# 金融ネットワーク・モデルとネットワーク理論

—現状と課題—

小 林 照 義

国民経済雑誌 第210巻 第6号 抜刷  
平成26年12月

# 金融ネットワーク・モデルとネットワーク理論

——現状と課題——

小林 照 義

2008年に発生したリーマン・ショック以降、金融ネットワーク研究が盛んになっている。この研究分野では経済学者はむしろ少数派で、物理や数理工学および生態学などの研究者が参加するなど、極めて学際色豊かである。その背景には、ネットワーク理論が2000年に入ってから急速な進歩を見せたことと、多くの自然科学系分野でネットワーク理論を用いた研究成果があがっていることがある。本稿では、未だ経済学においてはマイナーな存在である金融ネットワーク研究の背景や、その基本的な考え方を簡単に解説する。また、今後金融ネットワーク・モデルが乗り越えるべき課題についても検討していく。

キーワード 金融ネットワーク, ネットワーク理論, 金融危機

## 1 ネットワーク理論とは

### 1.1 ネットワーク理論の背景

現代の世界はつながりに満ちている。World Wide Web (WWW) やインターネット、フェイスブックやツイッターといった近年急速に発達したつながりから、脳神経や生態系、道路網や航空網といった従来から見られるつながりまで様々である。

ネットワーク理論とは、これらのつながりを「点と線」だけを用いて表現することで、その構造を特徴付けることに本質的な特徴がある。ネットワーク理論の文献では、「点」をノード (node) あるいはバーテックス (vertex) と呼び、「線」をエッジ (edge) あるいはリンク (link) と呼ぶ。

ノードとエッジのみを用いてネットワークを表現する点では、数学におけるグラフと同じである。グラフ理論は、18世紀にレオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) による一筆書き問題いわゆる「ケーニヒスベルグの問題」に始まると言われ、有名な数学問題としては「巡回サラリーマン問題」や「最短経路問題」および「彩色問題」などがある。

ただし、グラフ理論が新たな数学的問題の提示やその証明に重きを置くのに対して、ネットワーク理論はより物理学的・工学的な意味合いが強く、現実に観察される様々なネットワーク現象の原理を解明・応用するためのツールとして用いられる。

ネットワーク研究が爆発的に広がったきっかけは、Watts and Strogatz (1998) によって「6次の隔たり」が単純なネットワーク・モデルで説明されたことである。「6次の隔たり」とは、Milgram (1967) の手紙実験によって明らかにされた現象で、平均して6人程度を介せば全く知らない人にも手紙が届くという実験結果に基づく。

Watts and Strogatz (1998) は、6次の隔たりのような「スモールワールド現象」が起こるためには、全体から見れば無視できるほどのごく少数のエッジがランダムな相手とつながっていれば十分であることを明らかにした。少数のエッジを持つこの特徴は、従来 Granovetter (1973) によって“strength of weak ties”と呼ばれた性質と同じであると解釈できる。

Watts and Strogatz の研究とほぼ同時期に、Albert et al. (1999) によって WWW の構造が調べられ、各サイトに張られたリンク数が冪分布に従っていることがはじめて明らかにされた。冪分布は、平均値が解釈として意味を成さないことから、スケール・フリー分布とも呼ばれる。

また Barabasi and Albert (1999) は、そうしたスケール・フリー性が現れる「優先的選択モデル」を提示し、多くのリンクを持つノードほど新たなリンクを集めやすいことが、冪分布が形成される背景にある可能性を示した。さらには、スケール・フリー性を持つネットワークと全くランダムにつながれたネットワークを比べると、ランダムな攻撃に対してスケールフリー・ネットワークは極めて頑健であるのに対し、リンクの多く集まるハブへの選択攻撃に対しては極端に弱いことも明らかにした (Albert et al., 2000)。

## 1.2 ネットワーク構造とメソスコピック現象

様々な現象をネットワーク現象として扱う大きな意味は、それがマイクロでもマクロでもないメソスコピック領域のモデルとして表現できる点にある。

科学は要素還元論に立脚することで大きな発展を見せてきたことは確かだが、その一方で現実には単一の要素に還元できない現象が多く存在する。

例えば、脳がニューロンやシナプスといった細胞の一つひとつによって構成されているからといって、我々の意識がどれか一つの細胞から生まれてきているわけではない。脳はあくまで集合体となって始めて機能するのであって、単一要素ばかりを見ていても本質は見えない。

脳のように単独の構成要素によって集合体の振る舞いが説明できない系は、一般に複雑系と呼ばれる。ネットワーク理論は、各ノードの特徴をあえて消すことでネットワークの構造のみに焦点を当て、世の中にあふれる複雑系を理解しようというアプローチに他ならない。

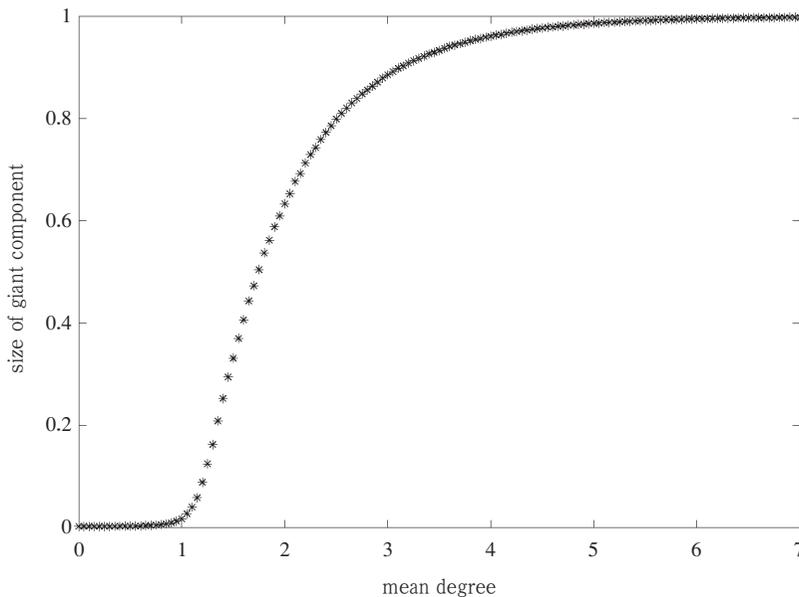
では、ネットワーク上で発生する現象として代表的な例をいくつか紹介しよう。

### 1.2.1 パーコレーション

いま、 $N$ 個のノードと0本のエッジがあるとしよう。このとき、ランダムに2つノードを選び、それらを一定の確率で結ぶという作業を繰り返すことを考える。このプロセスは、徐々に浸透が進んでいく過程として見るができるため、パーコレーション過程と呼ばれる。

単純に考えれば、ノード間を結ぶ確率を少しずつ上昇させると、どのノードもお互いにつながっているような「連結成分」のサイズも少しずつ大きくなっていくと予想できる。これを実際に試した結果が図1である。

図1 パーコレーション



(ノード数500。1000回のシミュレーションの平均値。横軸は平均次数、縦軸は最大連結成分が全体に占める割合。)

この図から明らかなように、各ノードが保有する平均リンク数（平均次数）が1を超えると、急激に連結成分が大きくなるのが分かる。換言すると、平均次数1を臨界点とした相転移（phase transition）が発生している。

平均次数が1を超えるということは、ランダムに選ばれた2つのノードがつながる確率 $p$ が $\frac{1}{N-1}$ を超えることと同値である。直観的には、各ノードが平均して1つ以上の他ノードにつながるわけだから、全体で見れば有意な割合のノードがつながることになる。

### 1.2.2 Robust-yet-fragile

巨大連結成分が形成されることは、情報伝達などの面では効率性が増すといったメリットがあるが、その一方でつながることがリスクになる場合もある。例えば口コミの伝播などを考えたとき、ネットワークが密であるほど口コミは広がりやすいが、ネガティブな風評の伝播も同様に効率的に拡散してしまう。

通常はネットワークが密であるほど効率的だが、いったんデマや故障などの負のシードが発生すると、密なつながりが逆に仇となる。こうした性質は“robust-yet-fragile”と呼ばれ、あらゆるネットワークにおいて観察される特徴でもある。

この現象をモデル化した例として、Watts (2002) の有名なモデルがある。

Watts モデルの特徴は、各ノードが閾値  $\theta_i \in [0, 1]$ ,  $i=1, \dots, N$  を持っており、隣接ノードの状態によって各ノードの状態が変化するという点である。例えば、白と黒という2種類の状態を考え、初期時点ではすべてのノードが白だとしよう。ここで、ある特定のノード群が外生的に黒に変化したとすると、白ノードの周辺にいくつかの黒ノードがあるかもしれない。Watts モデルでは、ノード  $i$  の隣接ノード数を  $k_i$  とおくと、隣接ノードの中で黒になった数が  $\theta_i k_i$  を超えると、ノード  $i$  は黒に変化する。

このタイプのモデルは閾値モデルと呼ばれ、Granovetter (1978) によってその原型が提示された。Watts の貢献は、ネットワーク全体の振る舞いを数学的に表現し、グローバルなカスケードが起こる条件を明らかにした点にある。

Watts は、グローバルな波及が最も発生しやすい状態が、ネットワークが中程度に連結された場合であることを示した。直観的に言えば、リンク数が少なければ波及は起こりにくいし、逆にリンクが過密になってくると隣接ノード数が多くなるので、多少の隣接ノードが黒になっても自らの状態には影響しなくなる。

ただし、グローバルなカスケードが発生したことで条件付けると、条件付カスケードのサイズはネットワークの連結度に関して単調増加となる。換言すれば、過密リンクの状態ではカスケードは稀にしか起こらないが、起こったときには巨大なカスケードになるという性質がある。これが“robust-yet-fragile”性である。

### 1.2.3 効率的免疫化

グローバルなカスケードは、多くの文脈において大惨事が発生することを意味する。例えば感染症ネットワークにおけるパンデミックなどがそれにあたる。

この問題に対処するためには、感染源となるウイルスを生み出さないことの他に、感染の拡大を早期に防ぐことが重要となる。後者に関しては、ネットワーク上の連結成分をなるべく小さくすることで感染の広がりを抑える方法が考えられる。

具体的には、免疫化を促すワクチンの接種について、どのノードから行えば効率的に連結成分を小さくすることができるのかを考える数学的問題として定義することができる。連結成分において核となっているノードを見出し、そこから順に免疫化を行うことで、ワクチン接種の対象人数が少なくても巨大連結成分を効率的に分解することが可能になる。

ネットワーク・モデルを用いて分析した例としては、Cohen et al. (2003), Gallos et al. (2007), Restrepo et al. (2008) および Schneider et al. (2011) などがある。これらの研究では、ネットワーク構造に関する大域的あるいは局所的情報を利用することで、効率的に免疫化を行うための指標を提示している。

## 2 金融ネットワーク・モデル

### 2.1 金融ネットワーク・モデルの登場

金融ネットワークとは、各ノードを金融機関、エッジを金融取引関係として描写したネットワークである。この場合のエッジには、資金のフローや株式の持ち合い関係および CDS の取引関係など、様々な金融取引が想定される。

金融ネットワーク研究が盛んになってきたのは、やはりリーマン・ショック以降である。リーマン・ブラザーズの破たんが多くの連鎖破たんを生み出し、それが世界的な不況を招いたことから、従来のようなマクロモデルではなく金融市場をネットワークとして理解しようという試みが世界中で行われた。

図2 銀行のバランスシート

資産	負債
安全資産	受入預金
銀行向け貸出	
外部リスク資産	銀行借入
	自己資本

よく引用される研究としては、Nier et al. (2007), Gai and Kapadia (2010), Gai et al.

(2011), Haldane and May (2011) などがある。これらの研究では、銀行のバランスシートをモデル化した上で、特定のノードが破たんしたときにその影響が銀行間市場を通じてどのように波及するかを分析している。図2は、典型的なモデルにおける銀行のバランスシートである。なお、金融機関一般について、簡単のために「銀行」と呼ぶ。

銀行間市場で破たんが発生した場合の損失の広がりに関しては、Eisenberg and Noe (2001) の研究がよく知られている。彼等は、貸出量に比例した合理的な均衡損失額が一意に決定されるアルゴリズムを提示した。

ただし、彼等のアルゴリズムでは損失額 (loss given default: LGD) が一意に決定されるための条件がいくつかあり、その中でもネットワークの強連結性 (i.e., 隣接行列の既約性) については現実的には成立していないと考えられる。また、金融機関が破たんするという混乱時において、残存債権の分配が合理的な均衡に落ち着くかという点についても疑問である。

こうした理由から、金融ネットワーク・モデルではLGDを外生として逐次的に破たんさせていく方法を採用することが多くなっている。よく見られるパターンが、ネットワーク構造として銀行間市場を想定し、その上で破たんシミュレーション分析を行うケースである。ただしこれにも2通りあり、一つは中央銀行のエコノミストが実際の取引データを使用するケースと、もう一つはデータが取得不可能なため人工的にネットワークを作成して分析を行う場合である。

前者については2000年代前半から行われていたが、金融市場が安定していた時期でもあり、当時はあまり注目されていなかった。研究内容としても、ネットワーク理論の高まりを受けた初期の研究であるため、ネットワークの構造そのものを明らかにするだけの記述統計としての面が強く、ネットワーク構造と波及の関係を深く分析したものは少ない。

## 2.2 ネットワーク理論との関係

### 2.2.1 Watts (2002) モデルの応用

破たんの波及アルゴリズムに逐次法が採用される研究が増加している背景には、強連結性が必要ないということの他に、ネットワーク理論におけるモデルや論理がそのまま適用できるという利点がある。

例えばGai and Kapadia (2010) は、Watts (2002) の無向ネットワーク・モデルを有向ネットワークにそのまま拡張したものである。このとき、オリジナル・モデルにおける破たんの閾値 ( $\theta$ ) は、(自己資本/銀行向け貸出債権) として再定義される。仮に、自己資本=1、銀行向け貸出債権=3であれば、貸出債権のうち1/3以上が毀損すると自らも破たんするから、 $\theta=1/3$  である。

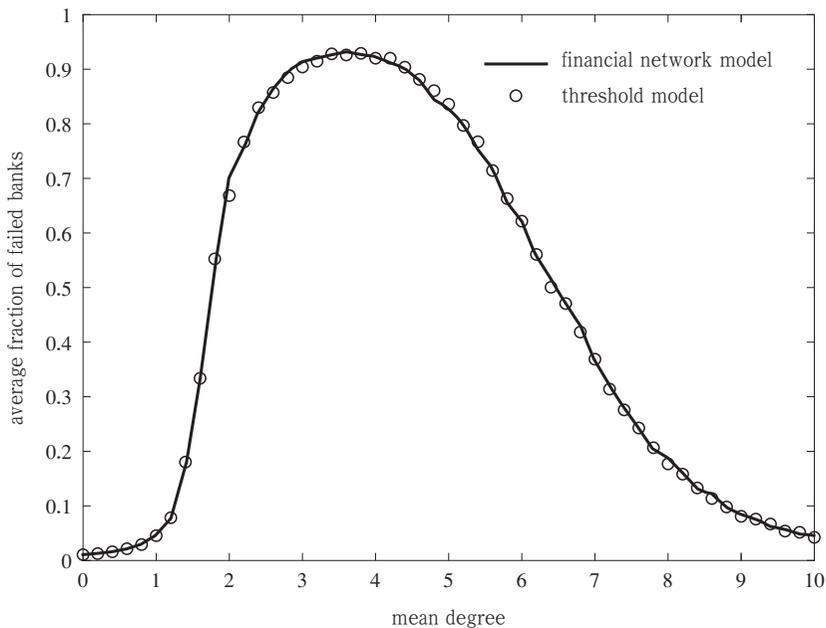
Gai and Kapadia モデルは Watts モデルの素直な拡張であるが、各ノードが銀行であるこ

とを踏まえると、自己資本の変動が他銀行向け与信にのみ起因するというのは不自然である。そこで Kobayashi (2014) では、各ノードが他銀行向け与信の他にも有価証券などの外部リスク資産を保有している状態をモデル化した。

各ノードがそれぞれに外部リスク資産を抱える状況を Watts モデルに即して理解すると、閾値 ( $\theta$ ) がリスク資産の分布に対応して確率的に変動する場合と捉えることができる。例えば、外部リスク資産が損失を出した場合にはその分自己資本が毀損するため、閾値は低下する。したがって閾値の確率分布をリスク資産の分布に応じて適切に設定することで、基本的には Watts モデルと同じ扱いをすることができる。

図3はシミュレーション結果である。閾値の分布を適切に決めてやることで、外部資産の価値が変動する場合でも、修正された Watts モデルによって金融ネットワーク・モデルと全く同じ結果が得られている。

図3 金融ネットワーク・モデルと修正された閾値モデル



( $N=1000$ 。実線はバランスシートの変動を考慮した金融ネットワーク・モデル、丸印は修正された Watts (2002) 型閾値モデル。横軸は平均次数、縦軸は破たん銀行割合の平均。詳細は Kobayashi (2014) Fig. 2a を参照。)

### 2.2.2 効率的免疫化問題の応用

破たんの連鎖が広がることを予防する方法として、現実には様々な銀行規制が設けられている。

単純に考えれば、規模の大きい銀行や金融取引のハブになっているような金融機関が破たんすると、その影響は平均的な銀行が破たんしたときよりも大きくなると予想される。そのためバーゼルⅢでは、システム上重要な金融機関（G-SIBs, G-SIFIs）に対して自己資本比率を上乗せして課すなど、破たんリスクを小さくするための方策がとられている。

こうした規制は効率的免疫化の問題と本質的に同じであり、本来は金融取引ネットワークを所与として各ノードの影響度を測り、その上でシステム上重要な金融機関を同定する作業が必要である（e.g., Kobayashi and Hasui, 2014）。現状では、FSB（Financial Stability Board: 金融安定理事会）が各国の金融取引データを収集しているものの、厳密な数学問題としてシステム上重要な金融機関を選択しているわけではない。

理論上は、金融ネットワークの構造が与えられれば効率的免疫化の議論が適用されるが、金融機関をノードとするネットワーク上の免疫化は通常の感染症における免疫化とはいくつかの点で異なる。

第一に、リンクの意味が多義的である。例えば、銀行間市場のネットワークにおけるリンクは実際の与信・受信関係となるが、CDSの取引関係でネットワークを定義すれば、CDSの売り手・買い手の関係がリンクとして描写される。

第二に、ノード間で感染（破たん）確率が大きく異なることがあげられる。金融機関はそれぞれ異なる資産構成を持っており、ある状況では頑健でも他の状況では脆弱になる場合がある。また、その状況が逆になる金融機関も存在する。

第一の点に関しては、金融市場を多層ネットワークとしてモデル化することが適切だろう。純粋なネットワーク理論においても、単層的なネットワーク構造でなく複層的な構造からなるネットワークの挙動が近年急速に研究されている。これらは“interdependent network”や“network of networks”と呼ばれ、パーコレーション過程が従来よりも急激な相転移を見せる点が指摘されている。

第二の点については、やはり各ノードが元々保有する特性をモデル化することが必要であろう。前述のように、ネットワーク理論は各ノードの個性を消すことでつながりの構造を浮き彫りにしていたが、金融ネットワークに関しては各ノードが本来持つ特性がネットワーク全体の安定性にも大きく影響すると考えるのが自然である。

### 3 金融ネットワーク研究の課題

金融ネットワーク研究はネットワーク理論から多くの影響を受けて発展してきた。ただ、それが故に様々な問題に直面している面もある。以下では、金融ネットワーク研究が抱える課題をあげておきたい。

第一に、銀行間市場を想定した破たん連鎖の妥当性についてである。

多くの研究では、銀行間市場の貸借を想定してネットワークを構築し、その上でどこかのノードが破たんした場合の影響を分析するという手続きを踏んでいる。これは所謂古典的システミックリスクと呼ばれるもので、ドミノ倒しのように連鎖破たんが発生するイメージである。

しかし、現実には銀行間の与信・受信関係を通じて連鎖的にドミノ現象が発生した例は少なく、むしろ保有外部資産の目減りによる自己資本の毀損が大きく関係したと言われている。これは市場型システミックリスクとも呼ばれる。

1997年の三洋証券の破たんや2008年のリーマン・ショックでは、保有する外部資産の損失（バブル後の不良債権やサブプライムローン債権）が原因となってある金融機関が破たんしたが、破たん行に対して貸し付けている銀行が直接的に連鎖破たんしたというよりも、最初の破たんがきっかけとなって発生した特定資産の投売りや、短期金融市場の機能不全がシステミックリスクを顕在化させた。

例えば、破たん先に直接的に貸し付けていた銀行が破たんしなくても、投売りの影響で保有資産価値が減少したり、金融市場の機能不全によって流動性が枯渇することで、銀行間市場では破たんした金融機関とまったくつながりのない銀行が破たんするという現象が起こる。

これは銀行間貸借だけでは金融危機が描写しきれないことを意味しており、資産相関などを加えた多層ネットワークで捉えることの必要性を示唆している。と同時に、投売りや貸し渋りなどに代表される、危機時に見られる同期現象をモデル化する必要性もある。

第二に、実務上の応用可能性である。

上では規制に関する議論として効率の免疫化の議論をとりあげたが、銀行間市場を想定したシミュレーション分析と比べると、研究が非常に手薄な分野だと言える。その理由としては、各ノードの特性やエッジの多義性などから、ネットワーク理論の議論をそのまま適用することが難しい面があるからである。しかし、どのノードに対してどのような規制をかけるのかという問題は金融監督当局にとって喫緊の課題であり、理論的な基礎付けを行うことは急務である。

最近では、フェイスブックやツイッターといったSNSにおけるネットワーク上において、最も影響力のあるノードを同定するといった研究が盛んに行われている。これは数学的には劣モジュラ関数 (submodular function) の最大化問題として定義されるが、その理論的基盤は Kempe et al. (2003) によって与えられている。Kempe et al. (2003) によると、貪欲アルゴリズムを用いることで、閾値モデルなどの単純な拡散モデルにおいて影響力が最大になるノードの組をある条件の下では制度保証付で抽出できる。

将来的には、こうした離散最適化問題を金融ネットワークに適用することも可能であると考えられ、もし実現すれば客観的に重要なノードを選択することができるようになるかもしれ

れない。ただしそのためには、国内外に関する膨大な金融取引データを蓄積することが必要である。その上で、どのようなモデルが望ましいのかをクロスボーダーの取引を含めたデータを解析しながら検討していく必要がある。

こうしたことを踏まえると、金融ネットワーク研究は各国が独自の問題意識として研究していくのではなく、国際的に協力して統一的な目標に向けて研究を進めていく体制の整備が望まれる。膨大な金融データを用いて金融市場の安定性を高めるための研究は、まだスタート地点に立った段階にすぎない。

この論文は、科学研究費補助金（若手B：25780203，基盤A：24243044代表者 上東貴志 神戸大経済経営研究所教授）の資金援助を受けて作成された。

#### 参 考 文 献

- Albert, R., Jeong, H., and Barabási, A.-L. (1999) "Diameter of the world wide web", *Nature* 401, 130-131.
- Albert, R., Jeong, H., and Barabási, A.-L. (2000) "Attack and error tolerance of complex networks", *Nature* 406, 378-382.
- Barabási, A.-L., and Albert, R. (1999) "Emergence of scaling in random networks", *Science* 286, 509-512.
- Cohen, R., Havlin, S., and ben-Avraham, D. (2003) "Efficient immunization strategies for computer networks and populations", *Physical Review Letters* 91, 247901.
- Eisenberg, L., and Noe, T. H. (2001) "Systemic risk in financial systems", *Management Science* 47, 236-249.
- Gai, P., Haldane, A., and Kapadia, S. (2011) "Complexity, concentration and contagion", *Journal of Monetary Economics* 58(5), 453-470.
- Gai, P., and Kapadia, S. (2010) "Contagion in financial networks", *Proceedings of the Royal Society A*, 466, 2401-2423.
- Gallos, L. K., Liljeros, F., Argyrakis, P., Bunde, A., and Havlin, S. (2007) "Improving immunization strategies", *Physical Review E*, 75, 045104.
- Granovetter, M. (1973) "The strength of weak ties", *American Journal of Sociology* 78 (6), 1360-1380.
- Granovetter, M. (1978) "Threshold models of collective behavior", *American Journal of Sociology* 83 (6), 1420-1443.
- Haldane, A. G., and May, R. G. (2011) "Systemic risk in banking ecosystems", *Nature* 469, 351-355.
- Kempe, D., Kleinberg, J., and Tardos, E. (2003) "Maximizing the spread of influence through a social network", In *Proceedings of 9th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*.
- Kobayashi, T. (2014) "A model of financial contagion with variable asset returns may be replaced with a simple threshold model of cascades", *Economics Letters* 124, 113-116.

- Kobayashi, T., and Hasui, K. (2014) “Efficient immunization strategies to prevent financial contagion”, *Scientific Reports* 4, 3834.
- Milgram, S. (1967) “The small-world problem”, *Psychology Today* 1, 60-67.
- Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., and Alentorn, A. (2007) “Network models and financial stability”, *Journal of Economic Dynamics and Control* 31 (6), 2033-2060.
- Restrepo, J. G., Ott, E., and Hunt, B. R. (2008) “Weighted percolation on directed networks”, *Physical Review Letters* 100, 058701.
- Schneider, C. M., Mihaljev, T., Havlin, S., and Herrmann, H. J. (2011) “Suppressing epidemics with a limited amount of immunization units”, *Physical Review E*, 84, 061911.
- Watts, D. J. (2002) “A simple model of global cascades on random networks”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 99 (9), 5766-5771.
- Watts, D. J., and Strogatz, S. H. (1998) “Collective dynamics of ‘small-world’ networks”, *Nature* 393, 440-442.