



# 粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動のデータ同化

珠玖, 隆行  
村上, 章  
西村, 伸一  
藤澤, 和謙  
中村, 和幸

---

## (Citation)

神戸大学都市安全研究センター研究報告, 14:163-176

## (Issue Date)

2010-03

## (Resource Type)

departmental bulletin paper

## (Version)

Version of Record

## (JaLCD0I)

<https://doi.org/10.24546/81011323>

## (URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/81011323>



# 粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動の データ同化

## Data Assimilation of the Settlement Behavior of Kobe Airport Constructed on Reclaimed Land Using the Particle Filter

珠玖 隆行<sup>1)</sup>  
Takayuki Shuku  
村上 章<sup>2)</sup>  
Akira Murakami  
西村 伸一<sup>3)</sup>  
Shin-ichi Nishimura  
藤澤 和謙<sup>4)</sup>  
Kazunori Fujisawa  
中村 和幸<sup>5)</sup>  
Kazuyuki Nakamura

概要：観測値を数値シミュレーションモデルに取り入れ、パラメータ同定を行いながら将来予測を行う「データ同化」が気象学・海洋学分野を中心に発展している。この手段にはアンサンブルカルマンフィルタや粒子フィルタがあるが、弾塑性挙動を示す地盤に適用をはかるには、従来の手法よりも後者のよるのが有利であることを明らかにした。粒子フィルタと水～土連成弾塑性有限要素法とを連動させることにより、実地盤挙動観測値に対して予測精度を向上させるべく地盤パラメータを同定（データ同化と同義）した。適用事例は神戸空港島護岸工事の沈下記録であり、サンドレーン改良域の透水係数や弾塑性パラメータの同定をはかった。データ同化手法の実地盤挙動への適用性を検討した。

キーワード：データ同化, 粒子フィルタ, 逆解析, 水～土連成有限要素解析

### 1. はじめに

「データ同化 (Data Assimilation)」<sup>1)</sup> とは、観測データと数値シミュレーションモデルを組み合わせ、モデルの再現性・予測性能を向上させるための手法であり、主として海洋学や気象学などの地球科学の分野で発達してきた。データ同化は、逆問題とほぼ同義であるため、工学における逆解析手法とデータ同化手法には共通点もみられる。データ同化手法は観測値を一括して処理する非逐次型と、刻々の観測値を処理する逐次型に分けることができ、前者としてはアジョイント法（四次元変分法, 4D-VAR）<sup>2)</sup> が、後者としてはアンサンブルカルマンフィルタ (Ensemble Kalman Filter, 以下 EnKF と略称する)<sup>3), 4)</sup> や粒子フィルタ (Particle Filter, 以下 PF と略称する)<sup>5) - 7)</sup> が代表的な手法として挙げられる。逐次型データ同化手法の中でもとくに、非線形・非ガウス性のより一般的な問題にも容易に適用できる PF が注目され、地球科学におけるモデリング・予測の主要なツールとなっている。

一方、地盤工学分野の問題に対してもデータ同化が適用され、とくに地盤解析におけるその有効性について実証されはじめてきている。村上らは、EnKF と PF の方法と得失を論じ、地盤解析における弾塑性パラメータの同定には PF が有効であることを示した<sup>8)</sup>。さらに、粘性土地盤への盛土載荷問題を対象として、PF が地盤解析における弾塑性構成モデルのパラメータ同定に有効な手段であることを実証している<sup>8)</sup>。

本研究では、著者らのこれまでの研究成果を踏まえ、PF による実地盤挙動のデータ同化を試みる。これまで、数値実験<sup>8)</sup>や模型実験<sup>9)</sup>の観測値を用いた地盤挙動に対する PF の適用性を検討したが、実地盤の変形挙動を対象とした研究はなされておらず、PF の地盤解析実務に対する適用性について十分に議論されていない。そこで本研究では、神戸空港島護岸建設工事に伴う基礎地盤の変形挙動観測データ、とくに沈下挙動観測結果に基づいて、PF と水～土連成有限要素解析を用いたデータ同化により、弾塑性パラメータの同定を行う。その中で、PF に用いる観測点数や観測ノイズの分散の違いがデータ同化（弾塑性パラメータ同定）結果に及ぼす影響についても検討するとともに、PF による実地盤挙動に対するデータ同化の適用性について議論する。

## 2. PF の概要

PF は、数理統計学の分野で開発され発展してきた手法であり、モンテカルロフィルタ（MCF）とも呼ばれる。PF は、観測モデルの線形性とノイズのガウス性の仮定を前提とされるカルマンフィルタでは取り扱うことのできない、非線形・非ガウス性のより一般的な問題にも容易に適用できる優れたデータ同化手法である。

PF のアルゴリズムは、尤度計算後のリサンプリングの有無により、Sampling Importance Re-sampling (SIR) と Sequential Importance Sampling (SIS)<sup>10)</sup>に分類することができる。前者は、各粒子の尤度に応じて粒子が複製・棄却されるアルゴリズムであり、後者は尤度計算のみを行い、初期に作成した粒子を継続的に使い続けるアルゴリズムである。気象学や海洋学等の地球科学の分野では、SIR が一般的に用いられており、システムノイズが極めて小さい問題や各粒子の尤度がほぼ同程度となる問題以外で SIS が用いられることは稀である。しかしながら、本文で対象とする水～土連成場における弾塑性モデルの挙動は、現在の応力状態のみならず、その履歴によっても大きく影響を受けることから、そのパラメータを同定する場合、各粒子が経験する応力履歴を継続的に追跡する必要がある。リサンプリングによって各粒子（パラメータ）を時々刻々と棄却・複製することは、ステップ毎に履歴を持たない新しい粒子を使用すること、および各粒子が経験してきた履歴を無視することを意味するため、弾塑性パラメータの同定に SIR を用いることは不都合となる<sup>8)</sup>。そこで本文では、応力履歴を考慮した弾塑性パラメータ同定を目的として、リサンプリングを行わない SIS に基づいた PF を採用した。以下に、PF の概要を示す。

まず、次の一般状態空間モデルを考える。

$$x_k = F_k(x_{k-1}) + v_k \quad (1a)$$

$$y_k = H_k(x_k) + w_k \quad (1b)$$

ここに、ベクトル  $x_k$ ,  $y_k$  はそれぞれ離散時間  $T = t_k$  ( $k = 1, \dots, T$ ) におけるシステムの状態と観測データを示し、ベクトル  $v_k$  と  $w_k$  は、システムノイズ、観測ノイズを表わす。 $F_k(\cdot)$  は一般に時間  $t_{k-1}$  から  $t_k$  までの非線形状態遷移関数を表し、 $H_k(\cdot)$  は観測について線形であれば 1 または 0 から成る行列、非線形であれば関数を表す。

具体的に地盤解析においては、状態ベクトル  $x_k$  は未知数となるパラメータおよびそのパラメータを用いて計算された変位や間隙水圧からなり、 $F_k$  は水～土連成有限要素モデルに代表されるシミュレーション手法により表わされる。その場合、システムモデル式(1a)は、以下のように書き替えられる。

$$\begin{Bmatrix} U_k \\ P_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{k-1} \\ P_{k-1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & L^T \\ L & A\Delta T_v \end{bmatrix}_k^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta Q \\ A\Delta T_v P_{k-1} \end{Bmatrix} \quad (1a)$$

ここに、右辺の  $\Delta Q$  は荷重ベクトルを表し、左辺の  $K$ ,  $L$ ,  $A\Delta T_v$  はそれぞれ、構成モデルを表すマトリクス、 $U_{k-1}$  を乗じると体積変化が計算されるマトリクス（ここでは Cam-clay モデル）、 $P_{k-1}$  を乗じると  $\Delta T_v$  の間に流れる間隙水の量が計算されるマトリクスである。また、 $U_k$ ,  $P_k$  はそれぞれ節点変位ベクトル、間隙水圧（全水頭）ベクトルを表す。

一方、観測方程式(1b)における  $y$  は、観測される沈下量・側方変位、間隙水圧を示し、例えば次式のように書き替えられる。

$$\begin{bmatrix} U_{1,k} \\ \vdots \\ U_{n,k} \\ P_{1,k} \\ \vdots \\ P_{n,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,k} \\ \vdots \\ U_{n,k} \\ P_{1,k} \\ \vdots \\ P_{n,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,k}^U \\ \vdots \\ w_{n,k}^U \\ w_{1,k}^P \\ \vdots \\ w_{n,k}^P \end{bmatrix} \quad (1b)$$

ここに、下付きの  $n$  は観測点の番号を表し、 $w_k$  の上付き  $U$  および  $P$  はそれぞれ、変位のノイズ、間隙水圧のノイズを示す。観測行列  $H$  は、データ同化に使用するデータに応じて 1 もしくは 0 の値が代入される。データを使用する場合は 1 が代入され、使用しない場合は 0 が代入される。

なお、システムモデル(1a)に含まれるノイズ  $v_k$  については考慮しないこととした。これは、用いる構成式（ここでは、Cam-clay モデル）が、適切なパラメータを選択すれば誤差無く実地盤の圧密挙動を表現し得ることを意味している。この仮定は、Cam-clay モデルが、数多くの解析事例において、実地盤の圧密挙動を表現し得たという事実からも無理のない仮定であると考えられる。よって本文では、便宜的にモデル化による誤差や観測誤差等の誤差（観測データと解析結果の不一致の原因）はすべて観測ノイズ  $w_k$  に含まれるものとして、データ同化を試みた。

PF において、状態  $x_k$  の確率密度関数は‘粒子’と呼ばれる多数の離散サンプルから成る実現値集合（アンサンブル）によって近似する。例えば、時刻  $t = t_{k-1}$  におけるフィルタ分布  $p(x_{k-1}|y_{1:k-1})$  は、粒子群  $\{x_{k-1|k-1}^{(1)}, x_{k-1|k-1}^{(2)}, \dots, x_{k-1|k-1}^{(N)}\}$  により（上添字  $(i), (j)$  は粒子番号）

$$p(x_{k-1}|y_{1:k-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_{k-1} - x_{k-1|k-1}^{(i)}) \quad (2)$$

と近似される。ここに、 $\delta$  はディラックのデルタ関数を表し、 $N$  は粒子数を表す。下付きの  $1:k-1$  は、1 から  $k-1$  までのデータであることを意味する。 $p(x_k|y_{1:k-1})$  のアンサンブル近似から、観測時刻  $t = t_k$  における予測分布のアンサンブル近似が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} p(x_k|y_{1:k-1}) &= \int p(x_{k-1}|y_{1:k-1}) p(x_k|x_{k-1}) dx_{k-1} \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int \delta(x_{k-1} - x_{k-1|k-1}^{(i)}) p(x_k|x_{k-1}) dx_{k-1} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_k - (F_k(x_{k-1|k-1}^{(i)}) + v_k^{(i)})) \\ &\equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_k - x_{k|k-1}^{(i)}) \end{aligned} \quad (3)$$

予測分布  $x_{k|k-1}^{(i)}$  の各粒子は、 $v_k^{(i)}$  をシステムノイズとした  $F_k(x_{k-1|k-1}^{(i)}) + v_k^{(i)}$  により与えられる。

予測分布  $p(x_k|y_{1:k-1})$  と観測データ  $y_k$  について、ベイズの定理を用いることにより、フィルタ分布  $p(x_k|y_{1:k})$  が以下のように求まる。

$$\begin{aligned} p(x_k|y_{1:k}) &= \frac{p(x_k|y_{1:k-1}) p(y_k|x_k)}{\int p(x_k|y_{1:k-1}) p(y_k|x_k) dx_k} \\ &\approx \frac{1}{\sum_j p(y_k|x_{k|k-1}^{(j)})} \sum_{i=1}^N p(y_k|x_{k|k-1}^{(i)}) \delta(x_k - x_{k|k-1}^{(i)}) \\ &= \sum_{i=1}^N w_i \delta(x_k - x_{k|k-1}^{(i)}) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに  $p(y_k|x_{k|k-1}^{(i)})$  は、観測データ  $y_k$  と式(5)の重み  $w_i$  によって与えられる  $x_{k|k-1}^{(i)}$  の尤度を示す。



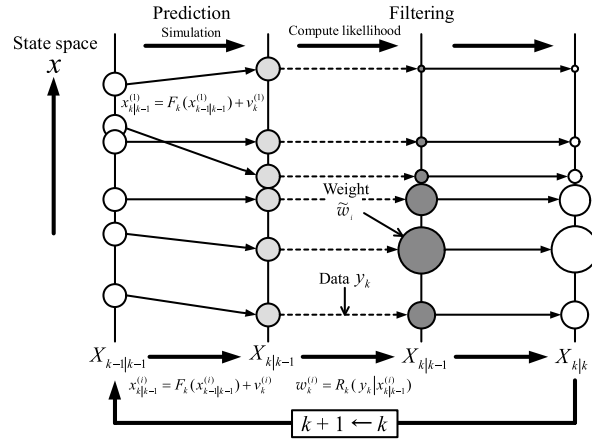


図-1 SIS のフロー

$$w_i = \frac{p(y_k | x_{k|k-1}^{(i)})}{\sum_j p(y_k | x_{k|k-1}^{(j)})} \quad (5)$$

式(4)は、 $p(x_k | y_{1:k})$  が  $w_i$  によって重み付けされた粒子により近似されることを表している。観測モデルとして式(1b)を用い、観測ノイズが正規分布、および分散・共分散行列が  $R_k$  で与えられる場合、各ベクトルの次元を  $m$  とすると、 $x_{k|k-1}^{(i)}$  の尤度は次式により与えられる。

$$p(y_k | x_{k|k-1}^{(i)}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_k|}} \exp \left[ -\frac{(y_k - H(x_{k|k-1}^{(i)}))^T R_k^{-1} (y_k - H(x_{k|k-1}^{(i)}))}{2} \right] \quad (6)$$

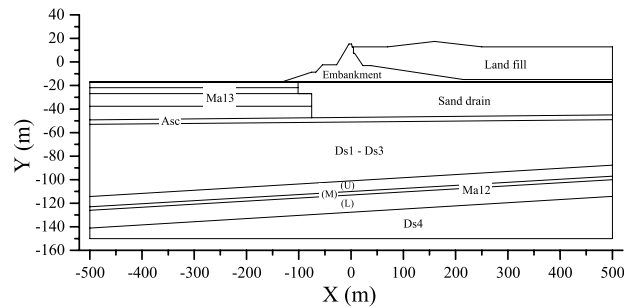
SIS では、ステップ毎に  $x_k^{(i)} = F_k(x_{k|k-1}^{(i)}) + v_k^{(i)}$  で各粒子の時刻を進め、観測データを用いて重み  $w_i$  を式(5)に従って更新していけば、時間 1 から  $T$  までの予測分布  $p(x_k | y_{1:k-1})$  とフィルタ分布  $p(x_k | y_{1:k})$  の近似が得られる。上記方法を繰り返すことにより、一連の観測データがシステムモデル（式(1a)）に取り込まれていく。

SIS に基づいた PF のフローを図-1 に示す。図において、はじめに乱数等を用いて多数の粒子  $X_{k-1|k-1}$ （パラメータ）を準備する。その後、用意した各粒子に対して、式(1a)、(1a)'を用いて、 $X_{k|k-1}$ （変位・間隙水圧）を求め、その後、得られた  $X_{k|k-1}$ 、観測データ  $y_k$  から重み  $\tilde{w}$ （式(5)）を計算する。観測データに整合した結果が得られた粒子には大きな重みを与え、観測データから乖離したデータが得られた粒子には小さな重みを与える。図中の各粒子の○の大きさがその重みの大きさに対応する。その後、次の時間ステップに移り、上記操作を繰り返すわけであるが、次の時間ステップに移ったとしても、新しい粒子は発生させず、初期に準備した粒子を継続的に使い続ける。次のステップにおいても計算結果と実測値の比較を行い、観測データとの適合度に応じた重みを各粒子に考慮することを繰り返し行っていく。これが SIS アルゴリズムの特徴であり、この操作によって、応力履歴を考慮した弾塑性パラメータの同定が可能となる。

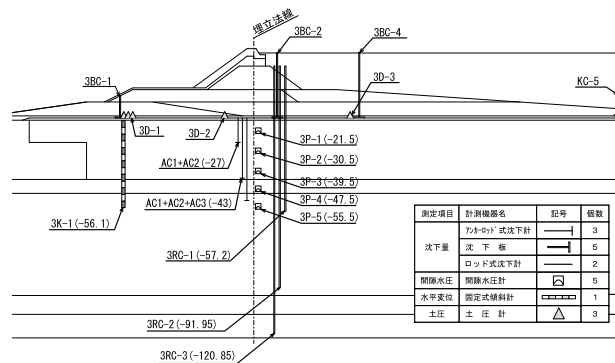
### 3. PF による沈下挙動のデータ同化

#### 3. 1 神戸空港島護岸工事の概要<sup>11), 12)</sup>

神戸空港は、神戸港沖に埋立造成により築造された空港であり、2006 年に開港した。地盤構成として、海底面（KP-16.9m）から深度-33m（KP-50m）程度まで軟弱な沖積粘性土層（Ma13）が分布し、その下位には厚さ約 30m の洪積砂層（Ds1～3）が分布する。この洪積砂層は PS 検層試験結果を用いた換算 N 値が 20～100 程度の値を示し、工学的基盤とみなせる程十分な強度を有している。洪積砂層の下位には洪積粘性土（Ma12）、さらにその下位には洪積砂層（Ds4）が広範囲に分布し、神戸空港島建設地の海底地盤を形成している（図-2）。



図－2 神戸港沖海底地盤の地盤構成 11, 12)



図－3 計測機器の配置状況 11, 12)

計測断面および計測機器の配置を図－3 に示す。なお、図中の計測機器表示の右に示されている（ ）は、計測機器設置深度を KP（神戸港修築工事基準面）表記したものである。図より、計測機器は護岸直下の沖積粘性土層（Ac～Ac3）から、洪積砂層（Ds1）を中心に設置されていることがわかる。護岸法線直下には間隙水圧計（3P-1～5）、アンカーロッド式沈下計（AC1+AC2, AC1+AC2+AC3）、ロッド式沈下計（3RC-1～3）が設置された。さらに、空港島の沈下状況や埋立てによる増加荷重を把握する目的で、空港島海底面全域にわたって沈下板（3BC-1,2,4, KC-5）および土圧計（3D-1～3）が設置され、護岸の安定性評価のために、法尻付近に傾斜計（3K-1）が設置された。

空港島造成地の海底地盤は軟弱な沖積粘性土層で構成されているため、埋立荷重による圧密促進および強度増加を目的として、埋立に先立ってサンドドレーン（以下では SD と略称する）が打設されている。SD の打設深さは、Asc 層の圧縮量が小さいことから、Asc 層上面までとされた。

### 3. 2 PF を適用する際の問題点

PF を用いた神戸空港島沈下挙動のデータ同化（地盤の弾塑性パラメータ同定）を実施する際に、以下の点について考慮する必要がある。

- 1) 多層地盤であるため、同定対象となるパラメータが多数存在し、パラメータ同定の際には必然的に多数の粒子が必要となる。
- 2) 解析対象が大規模となるため、1 回のシミュレーションに長時間を要する。そのため、多数の粒子を用いることが困難となる。
- 3) SD による改良域のモデル化（地盤定数、とくに透水係数の設定）が困難である。
- 4) 層毎の計測データが十分に得られておらず、多層地盤のパラメータ同定が困難となる。

これらは、今回対象とした神戸空港のみならず、PF を地盤解析実務に適用する際に必然的に直面する問題である。本研究では上記の点に鑑み、種々の仮定の下で地盤のモデル化を行い、PF の適用を図る。

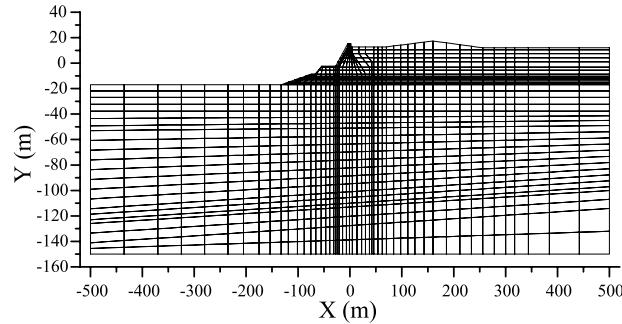


図-4 有限要素メッシュ

### 3. 3 地盤のモデル化

3. 1で述べたように、海底面から厚さ約33mの軟弱な粘性土層が分布し、SDによる改良が実施されているため、圧密促進による改良域の変形、とくに圧密沈下が支配的になると予測される。また、軟弱粘性土層の下位には工学的基盤とみなせる強固な砂層が分布しており、砂層以深の層は神戸空港島の変形挙動に大きく影響しないと推察される。よって、神戸空港島の変形挙動評価には、SDによる改良域のパラメータを適切に評価することが重要となる。

FEMにおけるSD、およびSDによる改良域のモデル化には種々の方法が提案されている。例えば、関口らは、内向き放射流れを二次元解析で考慮できるマクロエレメント法を提案し<sup>13)</sup>、石崎はドレーンへの応力集中も考慮できるマルチリンク・エレメント法を提案している<sup>14)</sup>。一方、神戸空港変形解析報告書<sup>11)</sup>では、改良域に排水境界を設けることで、SDのモデル化が試みられている。しかしながら、これら種々の手法を用いたとしても、SDの機構・効果の正確な評価は困難であり、マクロエレメント法やマルチリンク・エレメント法の導入によって、解析が複雑となる。

本研究では、上記の点、および先述した問題点を考慮し、SDによる改良域を一つの層とみなし、荷重条件、排水条件、応力状態など、SDの打設により複雑となった地盤条件をすべて包括した地盤定数（マスパラメータ）の同定を試みる。SDによる改良域を一つの層とみなす‘低次元化’により、神戸空港島沈下挙動のデータ同化における先述した問題を克服しようと試みる。

### 3. 4 数値シミュレーション手法

本研究では、数値シミュレーションモデルとして、Cam-clayモデルを用いた水～土連成有限要素解析を採用した。本研究で使用するデータ同化手法（PFと有限要素モデルの連成）は、弾塑性構成モデルや有限要素モデル（プログラム）に制約は無く、それぞれが独立しているという利点を有している。

図-4は解析に用いた有限要素メッシュを示している。解析は平面ひずみ条件を仮定し、解析範囲は神戸空港変形解析報告書<sup>11)</sup>に従って設定した。解析モデルの左右の排水条件は、砂質土層では排水、粘性土層では非排水とした。また、境界拘束条件は最下面を完全固定とし、側面では水平変位固定とした。

埋土や基礎地盤の地盤定数については神戸空港変形解析報告書<sup>11)</sup>の提案値を採用した。埋立土（護岸部、埋立部）および洪積砂層（Ds1～Ds4）は線形弾性モデルとし、沖積粘性土層（Ma13）や洪積粘性土層（Ma12）は弾塑性モデル（Cam-clayモデル）とした。解析に用いた地盤定数<sup>11)</sup>を表-1示す。なお、表中の（）はSDによる改良域の定数を表し、SD打設に伴う地盤の乱れや側方圧を考慮し、 $K_p$ 、OCRともに1.0と評価され、透水係数については、矢部ら<sup>15)</sup>の提案する見かけの透水係数が採用されている。

本研究では、先述したように、SDによる改良域を一つのマスと考え、そのマスパラメータの同定を試みる。なお、改良域をマスとみなした場合の、同定対象外となるマスパラメータ $P$ は、次式により便宜的に求めた。

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n p_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} = \frac{p_1 h_1 + p_2 h_2 + \cdots + p_n h_n}{h_1 + h_2 + \cdots + h_n} \quad (7)$$

ここに、 $p_i$ は各層の地盤定数（表-1の（）の値）、 $h_i$ は層厚を示す。なお、SDによる改良域以外の地盤定数については、表-1の値を用いた。表において、 $v$ 、 $\lambda$ 、 $\kappa$ 、 $e$ 、 $M$ 、 $k$ 、 $\lambda_k$ 、 $K_p$ 、OCRはそれぞれ、ポアソン比、圧縮指数、膨潤指数、間隙比、限界状態応力比、初期透水係数、透水係数変化指数、現地盤の静止土圧係数、過圧密比を示す。また、 $E$ は弾性係数を表す。

表－1 解析に用いた地盤定数<sup>11)</sup>

Soil layer	$\nu$	$\lambda$	$\kappa$	$e_i$	M	$k$ (m/day)	$\lambda_k$	$K_i$	OCR
AC1	0.300	0.304	0.098	2.473	1.187	$5.17 \times 10^{-4}$ ( $5.38 \times 10^{-2}$ )	0.304	0.868 (1.000)	1.46 (1.00)
AC2	0.300	0.313	0.113	2.150	1.117	$2.00 \times 10^{-4}$ ( $2.06 \times 10^{-2}$ )	0.313	0.790 (1.000)	1.41 (1.00)
AC3-1(1)	0.300	0.339	0.115	2.037	1.157	$1.43 \times 10^{-4}$ ( $1.45 \times 10^{-2}$ )	0.339	0.773 (1.000)	1.36 (1.00)
AC3-1(2)	0.300	0.321	0.094	1.851	1.239	$1.06 \times 10^{-4}$ ( $1.05 \times 10^{-2}$ )	0.321	0.750 (1.000)	1.33 (1.00)
AC3-2(1)	0.300	0.365	0.124	1.924	1.157	$9.42 \times 10^{-5}$ ( $8.44 \times 10^{-2}$ )	0.365	0.729 (1.000)	1.20 (1.00)
AC3-2(2)	0.300	0.378	0.152	1.975	1.044	$7.98 \times 10^{-5}$ ( $7.07 \times 10^{-2}$ )	0.378	0.746 (1.000)	1.19 (1.00)
AC3-2(3)	0.300	0.387	0.123	1.876	1.191	$7.42 \times 10^{-5}$ ( $6.55 \times 10^{-2}$ )	0.387	0.719 (1.000)	1.19 (1.00)
ASC	0.300	0.239	0.077	1.350	1.183	$3.48 \times 10^{-5}$	0.239	0.780	1.59
DS1	0.300	$E = 14000 \text{ kN/m}^2$				$8.64 \times 10^{-1}$	-	-	-
DS2	0.300	$E = 63000 \text{ kN/m}^2$				$8.64 \times 10^{-1}$	-	-	-
DS3	0.300	$E = 28000 \text{ kN/m}^2$				$8.64 \times 10^{-1}$	-	-	-
MA12U	0.300	0.300	0.113	1.359	1.091	$2.42 \times 10^{-5}$	0.300	0.813	1.48
MA12M	0.300	0.256	0.085	1.158	1.170	$2.91 \times 10^{-5}$	0.256	0.737	1.28
MA12L	0.300	0.295	0.113	1.251	1.083	$1.64 \times 10^{-5}$	0.259	0.816	1.50
DS4	0.300	$E = 1000000 \text{ kN/m}^2$				$4.32 \times 10^{-1}$	-	-	-

### 3. 5 PF の適用

同定するマスパラメータとして、地盤の沈下挙動に対して支配的な定数となる圧縮指数 $\lambda$ と初期透水係数 $k$ を選定した。なお、PFを用いることにより、 $\kappa$ 、 $K_i$ といった多数の弾塑性パラメータを同定することも可能であるが、先述したPFの適用における問題点2)を考慮し、マスとしてのモデル化を行ったうえ、さらに同定パラメータを限定する次元低減（特徴選択）を行っている。後に示す同定パラメータを用いた予測結果からも、本研究で行った次元低減が有効であったことがわかる。

データ同化に用いる粒子数は200組とし、表－2に示す範囲で一様乱数により粒子を作成した。比較のため、限界状態応力比 $M$ と初期透水係数 $k$ を同定対象とした解析も実施した。一般的に、粒子数が多ければ多いほどデータ同化の精度、および確率分布特性の表現能力は向上する。しかしながら、粒子数に応じて計算コストも増大するため、対象とする問題に応じて適切な粒子数を設定する必要がある。また、粒子の発生範囲についても現実的に考え得る最大の範囲を設定することが推奨されるが、発生範囲に応じて必要粒子数も増大するため、室内試験結果や原位置試験結果等の「事前情報」を有効に活用することがポイントとなる。本研究においてもこれらの事前情報を基に、考え得る最大限の範囲を設定している。

表－2 サンプルの発生範囲

Parameter	Range of value for particle generation
$\lambda$	$0.30 \leq \lambda \leq 0.60$
M	$0.80 \leq M \leq 1.40$
$k$ (m/day)	$1 \times 10^{-0} \leq k \leq 1 \times 10^{-3}$

表－3 データ同化の実施ケース

Case	Target parameters	Observation data	Variance $\sigma^2$
1	$\lambda, k$	OP-1	$(0.2S)^2$
2	$\lambda, k$	OP-2	$(0.2S)^2$
3	$\lambda, k$	OP-4	$(0.2S)^2$
4	$\lambda, k$	OP-4	$(0.1S)^2$
5	$\lambda, k$	OP-4	$(0.3S)^2$
6	M, $k$	OP-1	$(0.2S)^2$
7	M, $k$	OP-2	$(0.2S)^2$
8	M, $k$	OP-4	$(0.2S)^2$
9	M, $k$	OP-4	$(0.1S)^2$
10	M, $k$	OP-4	$(0.3S)^2$

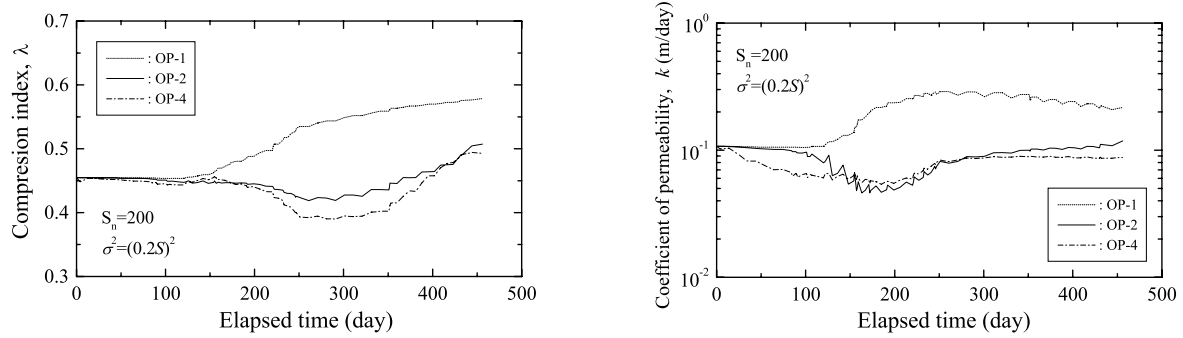
観測データとして、海底面の沈下量（観測点 3BC-1, 3BC-2, 3BC-4, KC-5 の計 4 点）を用いた。最長で 456 日間のデータを用い、用いる観測点数の違いが、パラメータ同定結果に及ぼす影響について検討した。

図－3 から明らかなように、詳細な挙動観測が行われており、沈下量のほか、側方変位や間隙水圧の観測データも得られている。一般的に、より多くの観測データを用いることによりデータ同化の精度も向上するが、本研究ではパラメータ同定対象を SD による改良域に限定したこと、および改良域を一層とみなしたことにより、層全体の平均的な挙動を示す観測データを用いる必要がある。層別の沈下挙動、側方変位の深度分布や間隙水圧といった各層の局所的な観測データは、本文で実施するデータ同化には有効でないと判断し、地盤の平均的な挙動を示す地表面沈下量のみ用いた。

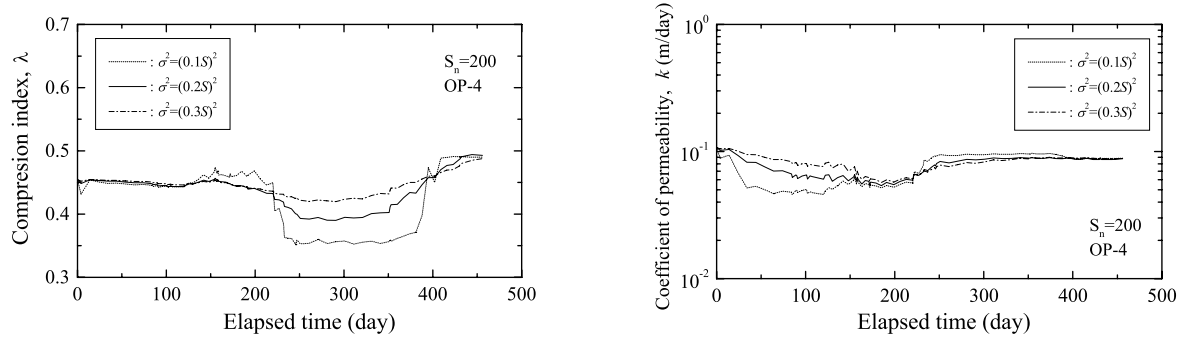
尤度計算（式(6)）に必要となる分散・共分散行列（ $R_k$ ）は、観測データとシミュレーション結果の信頼性を規定するものであり、パラメータ同定結果にも大きく影響を及ぼす。ここでは、実測値の最大沈下量（ $S$ ）に対して 10%, 20%, 30%の偏差 $\sigma$ を考え、分散 $\sigma^2$ を設定し、分散の違いがデータ同化結果に及ぼす影響についても検討した。各観測点から得られるデータのノイズは互いに独立と仮定すると、分散・共分散行列  $R_k$  は次式により表わされる。

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha S_1)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha S_2)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\alpha S_3)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\alpha S_4)^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここに、式中の下添字 1~4 は観測点 3BC-1~KC-5 を示し、 $\alpha$  は先述した分散値を規定する係数 (10, 20, 30%) を示す。本研究で実施したデータ同化を表-3 にまとめる。なお、表中の OP は用いる観測データ点数を表し、OP-1 は観測点 3BC-2 のみの使用、OP-2 は 3BC-2 と 3BC-4 の使用、OP-4 は地表面沈下の全ての観測データ (3BC-1, 3BC-2, 3BC-4, KC-5) を用いることを表している。

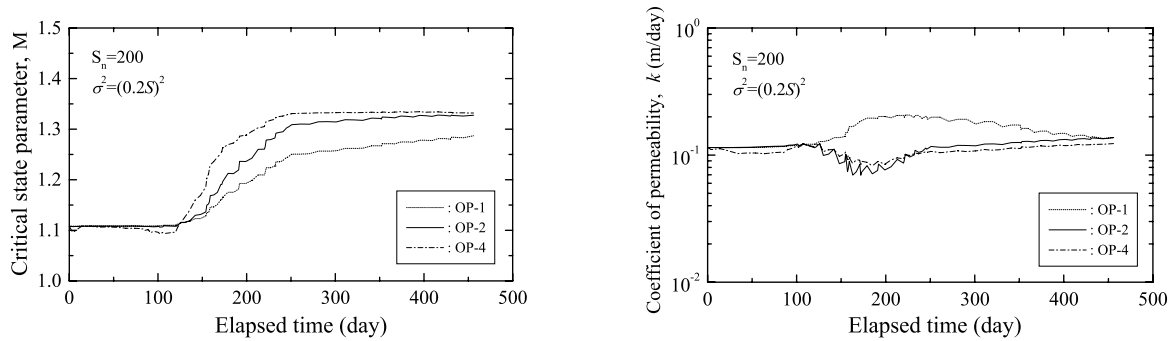


(a) 観測点数の違いがパラメータ同定結果に及ぼす影響

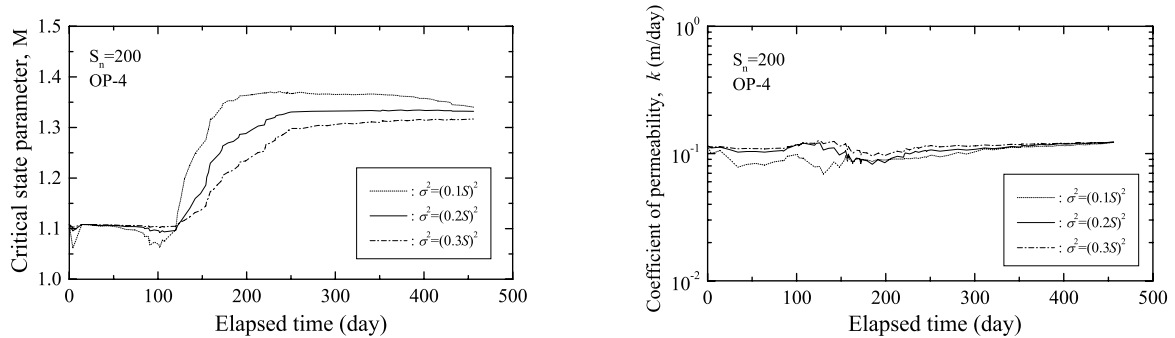


(b) 分散の違いがパラメータ同定結果に及ぼす影響

図-5 同定パラメータ ( $\lambda, k$ ) の経時変化



(a) 観測点数の違いがパラメータ同定結果に及ぼす影響



(b) 分散の違いがパラメータ同定結果に及ぼす影響

図-6 同定パラメータ ( $M, k$ ) の経時変化

### 3. 6 解析結果および考察

#### (1) パラメータ同定結果

パラメータ同定結果（同定パラメータの経時変化）を図-5、図-6 に示す。図-5 は同定パラメータとして $\lambda$ ,  $k$  を選定した計算パターンを示し、図-6 は $M$ ,  $k$  を選定した計算パターンを示す。また、(a)は観測データ数の違いが同定結果に及ぼす影響を示し、(b)は分散の違いがパラメータ同定結果に及ぼす影響を示している。なお、本文における同定パラメータとは、各時刻における重み付き平均値を意味する。最適化手法を用いてパラメータを同定した場合、1 つの値が同定パラメータとして得られるが、PF では、パラメータの確率分布が得られる。そのため、得られた確率分布から、採用する同定パラメータを決定する必要があるが、本文では一般的に用いられている手法として、重み付き平均値を採用することとした。まず、図-5(a)の $\lambda$ の結果に着目すると、OP-2、OP-4 の結果は同様の変化傾向を示し、さらに、最終的な同定パラメータもほぼ同じ値を示す。この傾向は圧縮指数 $\lambda$ のみならず、初期透水係数  $k$  においても認められる。(b)については、分散の違いにより同定パラメータの経時変化に

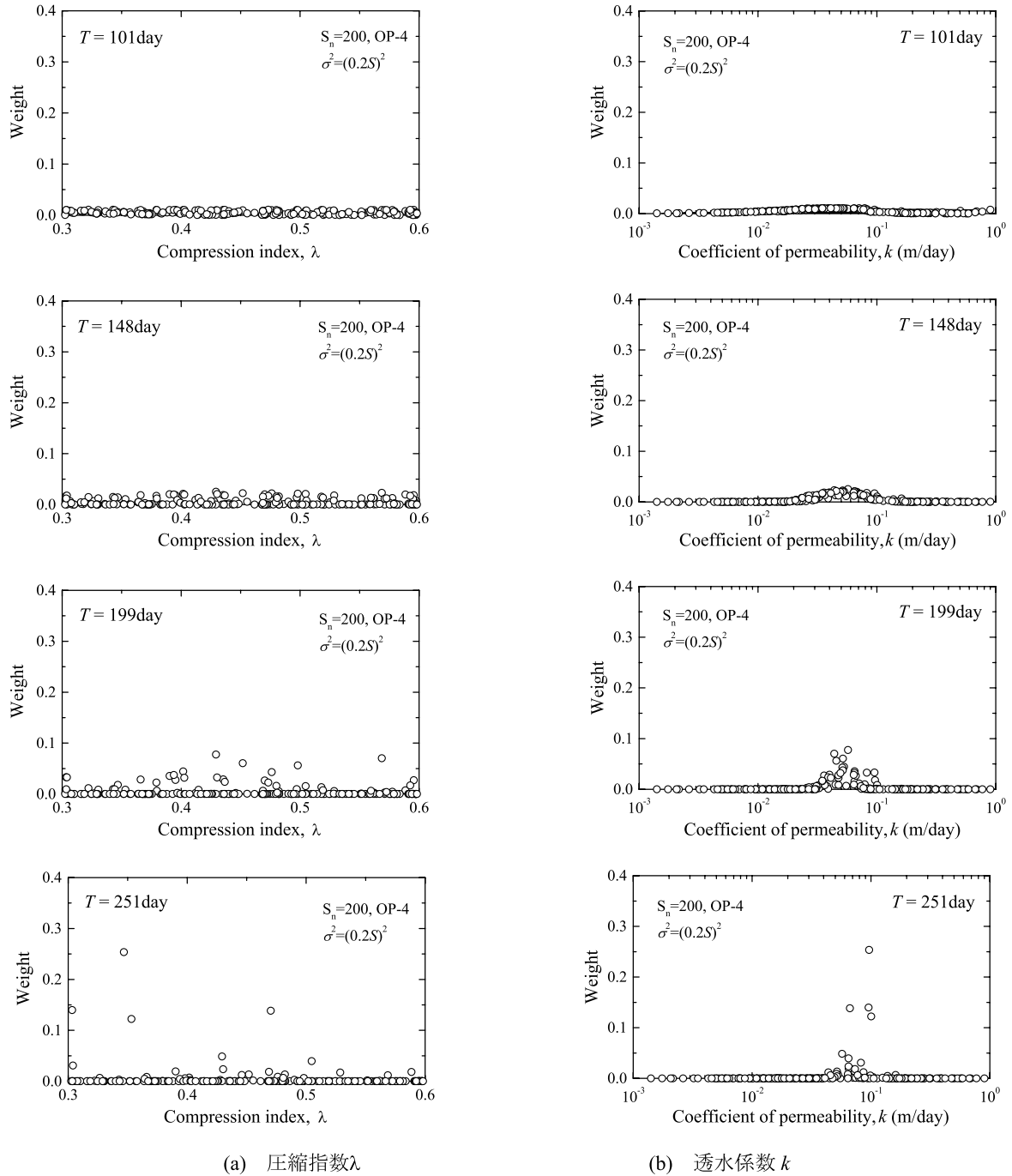


図-7 各時刻における重みの分布性状 ( $\lambda$ ,  $k$ )

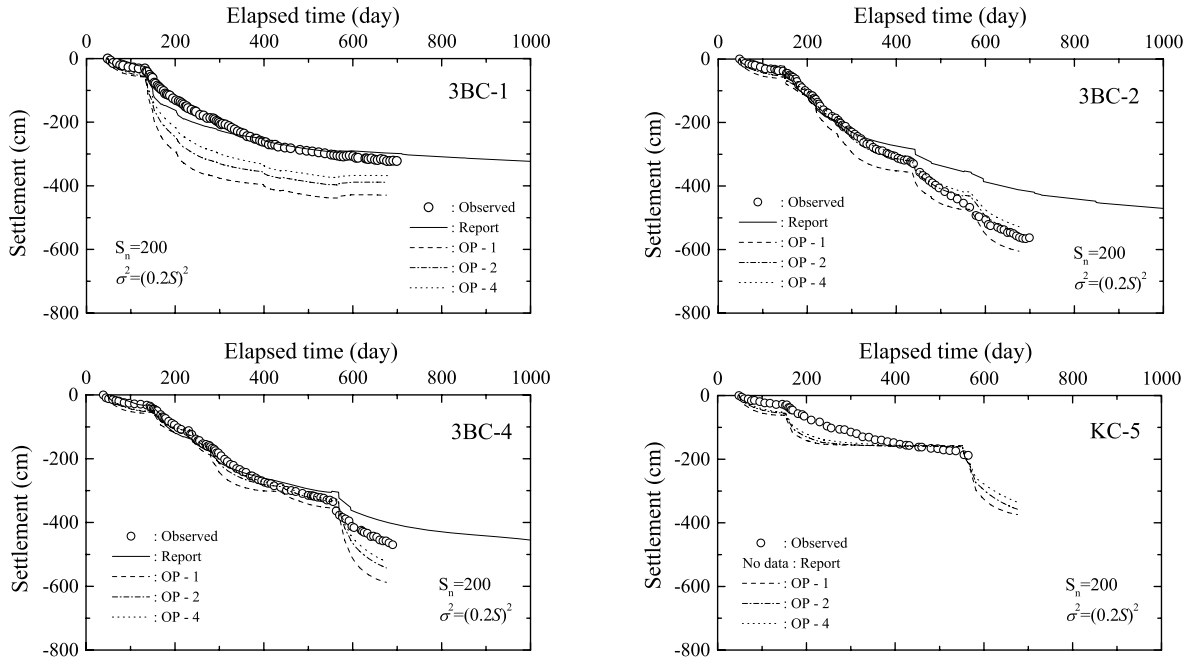


図-8 同定パラメータを用いた解析結果 ( $\lambda, k$ )

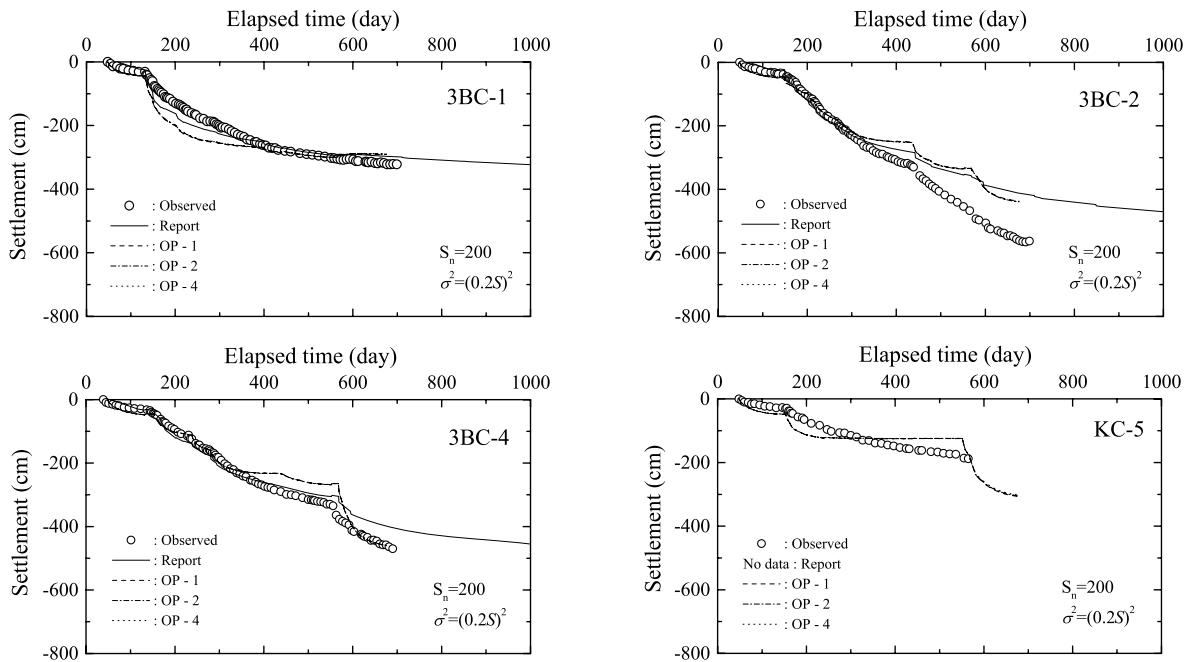


図-9 同定パラメータを用いた解析結果 ( $M, k$ )

大きな違いが認められるが、最終的な同定パラメータはほぼ同じ値を示している。とくに、透水係数について、経過日数 150 日以降は分散の違いによらずほぼ一定の値を示す。一方、図-6 の(a)においては、観測点数の違いによらず、同定パラメータ  $M$  はほぼ同様の变化傾向を示し、最終的な同定パラメータについても、それぞれの結果に大きな差は認められない。また、(b)についても分散の違いによらず、同定パラメータの变化傾向および最終的な同定パラメータはほぼ同じ値を示した。これまで示したように、観測点数、分散・共分散行列の違いにより、同定パラメータはそれぞれ異なる結果となったが、それらの実地盤挙動の予測能力については、(3) 同定パラメータを用いた解析結果で議論する。

## (2) 重みの分布性状

各経過時間における重みの分布性状を図-7 に示す。用いる観測点数および分散の違いにより、分布性状は僅かに異なる結果となったが、その経時変化はそれぞれほぼ同様の傾向を示したため、圧縮指数  $\lambda$ ・初期透水係数  $k$  の



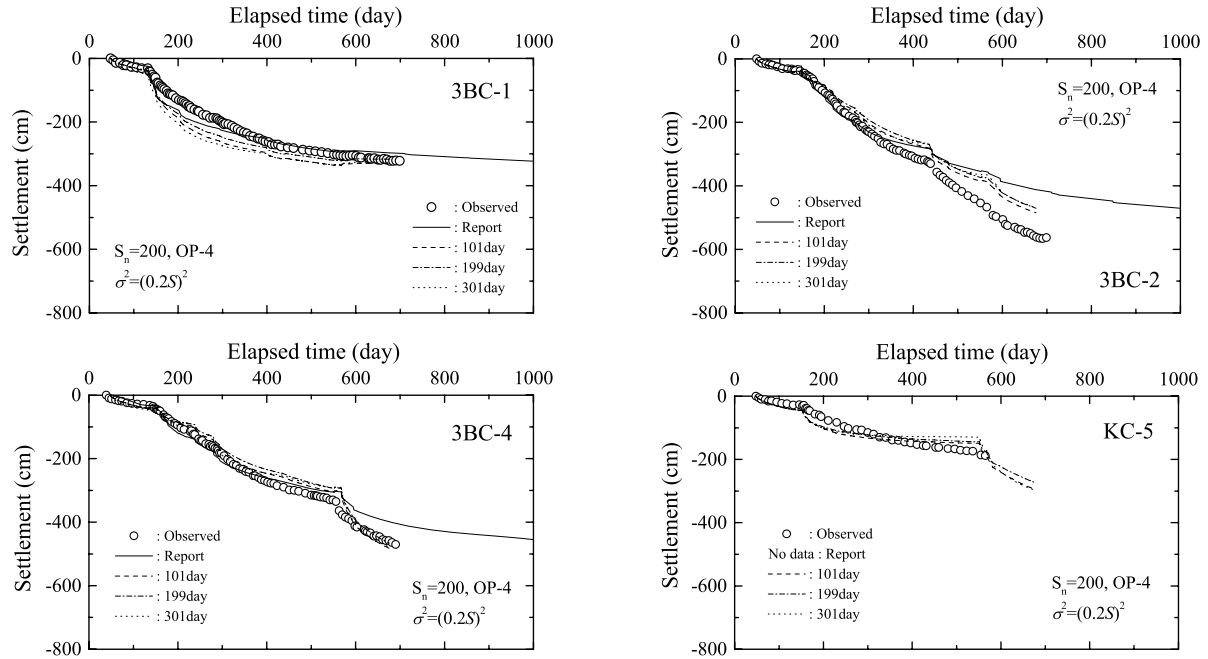


図-10 各時刻における同定パラメータを用いた解析結果 ( $\lambda, k$ )

計算パターンにおける OP-4,  $\sigma^2 = (0.2S)^2$  の結果のみを示す。

パラメータの違いによらず、101 日経過時点では、各粒子の重みに顕著な差は見られないものの、時間経過に伴い特定の範囲の粒子の重みが大きくなっていく。初期透水係数については、 $7 \times 10^{-1}(\text{m/day})$  を平均値としたガウス分布に近い形状を示しているが、圧縮指数は重みの高い粒子は広範囲に分布している。これは、観測値に対する透水係数の感度が圧縮指数よりも高いため、初期透水係数の分布が決定した後、それに追従する形で圧縮指数が決定されているものと考えられる。これら一連の図より、多数の粒子を用いることによって、任意の確率分布が表現できることがわかる。

PF を用いることによって、これまでカルマンフィルタでは取り扱えなかった非ガウス性の問題や、解析的に解くことが困難な分布を扱うことができる。よって本手法は、「供用期間中の沈下量の期待値を\*%にする」のような明示的・定量的な性能規定や不確実性の定量化が要求される地盤工学分野の性能設計において、有力なツールとなりうる。

### (3) 同定パラメータを用いた解析結果

同定パラメータを用いた解析結果を図-8, 9 に示す。図-8, 9 はそれぞれ、同定パラメータの経時変化を示した図-5(a), 図-6(a)に対応する。ここで、同定パラメータとは、図-5, 6 における最終的な値、すなわち、粒子フィルタにおいて、施工開始から 456 日間の観測データを用いて得られた結果を意味する。一方、図中の実線 (Report) は、神戸空港変形解析報告書<sup>11)</sup> に示された予測結果である。この予測結果は、観測データを精度良くシミュレートしているが、この結果に至るまで、数多くの試行計算 (フィードバック解析) が実施されており、Lambe による予測の分類<sup>16)</sup> 上でタイプ C1 に分類される。

図-8 に着目すると、データ同化に用いる観測点数の増加に伴い (OP-1→OP-4)、沈下挙動の予測能力が向上していくことがわかる。とくに、3BC-2, 4 では実測値と解析結果がほぼ一致し、PF によって同定されたパラメータを用いることにより、実地盤の沈下挙動を精度良くシミュレートできることがわかる。

一方、図-9 (同定パラメータとして  $M, k$  を選定) は、用いる観測点の違いによらず、ほぼ同様の予測結果を示している。しかしながら、図-6(a)における OP-1 および OP-4 の最終的な同定パラメータは、初期透水係数  $k$  に関してはほぼ同様の値を示すものの、限界状態応力比  $M$  については、それぞれ 1.28686, 1.33193 を示し、両結果に 0.05 程度の差が認められる。これらのことから、限界状態応力比  $M$  は、本研究で対象とした沈下挙動に及ぼす影響は比較的小さく、沈下挙動予測には圧縮指数  $\lambda$  の同定が有効であることが確認できる。

図-10 は各時刻における同定パラメータを用いた解析結果を示す。図より、時間経過に伴い同定パラメータの実地盤挙動の予測能力が向上していく。この結果からも、より多くの観測データを用いることで、予測能力は向上していくことがわかる。また、101 日経過時点で同定されたパラメータを用いたとしても (101 日間の観測データのみ用いたとしても)、比較的高い精度で長期の沈下挙動が予測できるものと期待される。

#### 4. まとめ

本研究では、PF の実地盤挙動への適用性・有効性について検証するため、神戸空港島の沈下観測データに基づいて、PF と水～土連成有限要素解析を用いたデータ同化、具体的には SD による改良域のパラメータ同定を試みた。さらに、PF に用いる観測点数や分散・共分散行列の違いが、データ同化結果に及ぼす影響についても検討した。その結果、PF により実地盤の沈下挙動を高い精度で予測できる Cam-clay モデルのパラメータが同定できることを示した。さらに、用いる観測データの増大に伴い予測精度が向上すること、および、短期間の観測データを用いたとしても高い精度で長期の沈下挙動を予測できることを示した。以上のことから、本手法は、実地盤を対象とした地盤解析にも十分適用可能であると考えられる。

#### 参考文献

- 1) 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之: データ同化: その概念とアルゴリズム, 統計数理, Vol.53, No.2, pp.211-229, 2005.
- 2) Talagrand, O. and Courtier, P.: Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation I: Theory, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol.113, pp.1311-1328, 1987.
- 3) Evensen, G.: Sequential data assimilation with a non-linear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, *Journal of Geophysical Research*, Vol.99, pp.10143-10621, 1994.
- 4) Evensen, G.: *Data assimilation The ensemble Kalman filter*, Springer, 2006.
- 5) Gordon, N. J., Salmond, D. J. and Smith, A. F. M.: Novel approach to nonlinear / non-Gaussian Bayesian state estimation, *IEE Proceeding F*, Vol.140, pp.107-113.
- 6) Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational Graphical Statistics*, Vol.5, pp.1-25, 1996.
- 7) 樋口知之: 粒子フィルタ, 電子情報通信学会誌, Vol.88, No.12, pp.989-994, 2005..
- 8) 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸, 樋口知之: 粒子フィルタによる地盤解析のデータ同化, 応用力学論文集, Vol.12, pp.99-105, 2009
- 9) 珠玖隆行, 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸, 亀谷 聡: 局所載荷模型実験における変形計測値のデータ同化, 第 44 回地盤工学研究発表会, pp.851-852, 2009.
- 10) Doucet, A., Godsill, S. and Andrieu, C.: On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering, *Statistics and Computing*, Vol.10, pp.197-208, 2000
- 11) 神戸空港変形解析検討会: 神戸空港変形解析報告書 (平成 14 年 10 月), 60pp, 2003.
- 12) 長谷川憲孝, 松井 保, 田中泰雄, 高橋嘉樹, 南部光広: 神戸空港海底地盤における沖積層の圧密特性, 土木学会論文集 C, Vol.63, No.4, pp.923-935, 2007.
- 13) 関口秀雄, 柴田 徹, 藤本 郎, 山口博久: 局所載荷を受けるバーチカル・ドレーン打設地盤の変形解析, 第 31 回土質工学シンポジウム論文集, pp.111-116, 1986.
- 14) 石崎 仁: 杭状改良地盤における構成式および解析手法の適用性, 第 35 回土質工学シンポジウム, pp.31-38, 1990
- 15) 矢部 満, 阿部知之, 本多 隆: 現場サンドドレーン改良地盤に対する見かけの透水係数の評価事例, 第 32 回地盤工学研究発表会, pp.1357-1358, 1997.
- 16) Lambe, T. W.: Predictions in soil engineering (13th Rankine Lecture), *Geotechnique*, Vol.23, No.2, pp.149-202, 1973.

著者: 1) 珠玖隆行、岡山大学大学院環境学研究科、学生; 2) 村上 章、京都大学大学院農学研究科、教授; 3) 西村伸一、岡山大学大学院環境学研究科、准教授; 4) 藤澤和謙、岡山大学大学院環境学研究科、助教; 5) 中村和幸、明治大学 研究・知財戦略機構、特任講師

本文は、応用力学論文集 Vol.13 (2010) に掲載予定の内容である。

# Data Assimilation of the Settlement Behavior of Kobe Airport Constructed on Reclaimed Land Using the Particle Filter

Takayuki Shuku  
Akira Murakami  
Shin-ichi Nishimura  
Kazunori Fujisawa  
Kazuyuki Nakamura

## Abstract

The particle filter, which is a principal data assimilation method, was applied to the settlement behavior of Kobe Airport constructed on reclaimed land to study the applicability of the present method for deformation behavior of the actual ground. In the particle filter, the predictive probability density functions of state variables, various parameters required for the constitutive model, etc., are constructed by ensembles consisting of many discrete samples called “particles” obtained from the Monte Carlo Simulation. The particle filter can be easily applied to strong nonlinear such as soil-water coupled problems based on elasto-plastic geomaterials, and also applicable to non-Gaussian distributions of the parameters. The parameter identification of the ground under the embankment improved by sand-drains was conducted using the particle filter. Then, influences of differences in the number of observation point and variance value were also discussed. As a result, parameter identification of Cam-clay model was achieved using the particle filter considering effective stress path. In addition, highly accurate predictions for settlement behavior of the actual ground can be achieved using the identified parameters. These results mean that the particle filter can be applied to prediction for the deformation behavior of the actual ground and to geotechnical engineering practices.