

PDF issue: 2025-07-03

土/水/空気/溶解物質連成問題の定式化とその応用

野村,瞬 河井,克之 金澤,伸一 橘,伸也 飯塚,敦

(Citation) 神戸大学都市安全研究センター研究報告,15:21-28

(Issue Date) 2011-03

(Resource Type) departmental bulletin paper

(Version) Version of Record

(JaLCDOI) https://doi.org/10.24546/81011337

(URL) https://hdl.handle.net/20.500.14094/81011337



土/水/空気/溶解物質連成問題の定式化とその応用

Formulation and application for soil/water/air/dissolved material model

野村 瞬¹⁾ Shun Nomura 河井 克之²⁾ Katsuyuki Kawai 金澤 伸一³⁾ Shinicni Kanazawa 橘 伸也⁴⁾ Tachibana Shinya 飯塚 敦⁵⁾ Atsushi Iizuka

概要:過剰な産業活動の結果として引き起こされる土壌汚染は、現在、大きな問題となっており、多くの人間活動の結果として排出された産業廃棄物は地盤を移動し、思わぬ形で人類に多大な影響を与え始めている。そこで地盤内溶解物質の移流分散現象を多様な地盤環境の変化の下で表現できるモデルの構築を行った。本研究では既往の連続条件式、および移流分散方程式を見直し、不飽和地盤特有の水分特性、応力履歴、せん断力に影響を受ける変形を表現できる支配方程式の導出を行った。その上で、これらの支配方程式を有限要素法による初期値境界値問題へ適用し、数理モデルの構築を行った。本数理モデル構築により、今後はより多角的な見地から汚染物質の地盤内移流分散現象を捉えることができると考える。

キーワード:移流分散方程式,質量保存則,有限要素法,初期値境界値問題

1. はじめに

土壌汚染は産業活動の過程で発生した廃液の不適切な処理や廃棄物の不法投棄により、人体や植生に害のある 物質が地盤内に漏出・浸透する現象である.またその中には大気汚染や水質汚濁といった環境問題の二次的な結 果として発生するものも存在する.有害物質は、一旦地盤に封入されると、晒されている地盤条件や新たな人間 活動に伴う地盤環境の変化によって濃縮され、地盤内を移動する.地盤環境変状の過程において、物質が蓄積さ れ、化学変化を伴い、再度地表面に表出する際には人体や地球環境に悪影響を与える物質に変容しているという 事例今後起こりうる事象である.土壌汚染を考える上で、地盤内における汚染物質の移動現象を詳細に把握する ことは非常に重要なことである^{1,2}.図-1に土壌汚染の模式図を示す.

被害が多く取り上げられる一方で、目に見えない地盤内の溶解物質の挙動を詳細に把握することは容易でなく、 対策は十分に進んでいないのが現状である.現在多く行われている手法により地盤内環境を把握するには、精度 の高い原位置調査を数多く実施する必要がある.しかし、調査にかかる作業量や費用を考えると、今後は比較的 安価で簡易な調査や観測から正確な汚染源の位置や汚

染物質の量を推測することが求められている.また, 例え多くの調査によって被害の様子を詳細に把握でき たとしても,その処理や地盤浄化には非常に多くの労 力と時間を要する.揚水や加水,汚染に強い植生の設 置により地盤に人工的に移流を生じさせる方法や,薬 剤投入により有害物質の無害化を計る手法,不飽和土 を用いた地盤改良手法(キャピラリーバリア)などが 提案されているが,その効果の定量的な評価は未だ不 十分である.そのため,土壌汚染の根本的解決には, 地盤状態を詳細に捉えた上で,地盤に溶解した物質の 移動現象を把握する必要があると考える.

この様な背景のもとで、本研究では、地盤内で発生 する溶解物質移動・拡大を地盤内溶解物質移流分散現



象として捉え,様々な要因によって引き起こされる土壌汚染を定量的に記述する手法の模索を行う.既存の不飽 和土/水/空気連成の各方程式に加え,質量保存則から地盤変状に対応可能な地盤内溶解物質の輸送方程式を導き, それらを統合することで,地盤状態の変化によって生じる物質移動現象を再現できる理論の構築を目的とする.

多岐にわたる地盤環境変化事例を総括的に評価できる数理モデル構築により、地盤汚染状態の把握、汚染源の 特定、将来の汚染拡大予測、更には具体的な対策法提案に繋がると考える.

2. 移流分散解析の新しい数理モデル

(1) 仮定·条件設定

[固相+溶液相]・[固相+気相]の連続条件式及び移流拡散方程式の導出に必要となる,質量保存則の導出過程を示 す.また,質量保存則導出にあたり,以下のような変数設定,仮定を導入する³⁾.

[変数設定]

1) 温度の溶媒1gに溶ける溶質の飽和溶解量を /[g/lgH2]

とする.

溶液の濃度として飽和溶液濃度を1として正規化した
 ものをc[-]とする.

[仮定]

1) 溶質は水溶性物質であり、「溶液体積=溶媒体積」とする.

2) 固相,液相は非圧縮性($\dot{\rho}_s = 0, \dot{\rho}_w = 0$)とする.

以上の条件から質量保存則を導出する.ここで、yは場 に対する定数であるが、cは時間と空間によって変化する変 数である. $y \ge c$ の関係を図-2に示す.

[変数設定]により溶媒,溶質,溶液の質量の間に以下の比例式が成り立つ.

$$M_w: M_c: M_f = 1: \gamma c: (1 + \gamma c)$$
(1)

 M_w, M_c, M_f はそれぞれ溶媒(水),溶質,溶液の質量である.溶媒の密度を ρ_w とすると,[仮定] 1)より溶媒と溶液の密度の間に以下の比例式が成り立つ.

$$M_{w}: M_{f} = \rho_{w}: \rho_{f} = \rho_{w}: (1 + \gamma c)\rho_{w}$$
 (2)
式 (1), (2) より図-3 のような固相,溶液相,気相の三
相系について任意の領域(体積 V^{e})あたりの溶媒,溶液
の質量には以下の関係が成り立つ.



図-2 濃度 Cと飽和溶解量 γの関係



図-3 固相・溶液相・気相の三相図

(4)

$$M_w^e: M_f^e = nS_r \rho_w: nS_r \rho_f = nS_r \rho_w: nS_r \rho_w (1 + \gamma c)$$
(3)

 $M_{w}^{e}, M_{c}^{e}, M_{f}^{e}$ は体積 V^{e} あたりの溶媒,溶質,溶液の質量である.

以上から,領域*V* について固相,溶液相,気相における質量保存則はそれぞれ式(4)~(7)で表すことができる. なお式中のドットは時間微分 $(\dot{A} = \frac{dA}{dt})$ を表す.

$$\int \left(\dot{\overline{\rho}}_s + \overline{\rho}_s \nabla \cdot \boldsymbol{v}_s \right) dV = 0$$

$$\int \left(\dot{\overline{\rho}}_f + \overline{\rho}_f \nabla \cdot \boldsymbol{v}_f \right) dV = 0 \tag{5}$$

$$\int \left(\dot{\overline{\rho}}_c + \overline{\rho}_c \nabla \cdot \boldsymbol{v}_c \right) dV = 0 \tag{6}$$

$$\int \left(\dot{\overline{\rho}}_a + \overline{\rho}_a \nabla \cdot \boldsymbol{v}_a \right) dV = 0 \tag{7}$$

ここで v_s, v_f, v_c, v_a はそれぞれが占める領域での土粒子,溶液,溶解物質,間隙空気の速度(実速度)である. また, $\bar{\rho}_s, \bar{\rho}_f, \bar{\rho}_c, \bar{\rho}_a$ はそれぞれ土粒子,流体,溶解物質,空気の実密度($\bar{\rho}_{\alpha} = \frac{V_{\alpha}}{V} \rho_{\alpha}$)であり,

$$\overline{\rho}_{s} = (1 - n)\rho_{s} \tag{8}$$

$$\overline{\rho}_f = nS_r \rho_f \tag{9}$$

$$\overline{\rho}_{c} = nS_{r}\rho_{f}\frac{\gamma c}{1+\gamma c} = nS_{r}\gamma c\rho_{w}$$
⁽¹⁰⁾

$$\bar{\rho}_a = n \left(1 - S_r \right) \rho_a \tag{11}$$

と表される(ho_s :土粒子密度, ho_f :流体密度, ho_a :空気密度).

また、それぞれの実密度の時間微分を考えると[変数設定]、[仮定]、及び式(8)~式(11)から

$$\dot{\overline{\rho}}_s = \{(1-n)\rho_s\} = -\dot{n}\rho_s \tag{12}$$

$$\bar{\rho}_f = \left(nS_r\rho_f\right) = \dot{n}S_r\rho_f + n\dot{S}_r\rho_f + nS_r\dot{\rho}_f \tag{13}$$

$$\dot{\overline{\rho}}_{c} = (nS_{r}\gamma c\rho_{w}) = \dot{n}S_{r}\gamma c\rho_{w} + n\dot{S}_{r}\gamma c\rho_{w} + nS_{r}\gamma \dot{c}\rho_{w}$$
(14)

$$\dot{\overline{\rho}}_a = \dot{n} (1 - S_r) \rho_a - n \dot{S}_r \rho_a + n (1 - S_r) \dot{\rho}_a \tag{15}$$

が得られる.

式(4)を展開・整理すると,

$$\dot{n} = (1 - n)\nabla \cdot \boldsymbol{v}_s \tag{16}$$

が得られる.また、圧縮方向を正とすると、固相の圧縮性は $\nabla \cdot v = -\dot{\epsilon}$

$$7 \cdot \boldsymbol{v}_s = -\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v \tag{17}$$

と表すことができる.

(2) 連続条件式・移流分散方程式の導出

(1) で得られた質量保存則より,連続条件式・移流分散方程式の導出を行う.

それぞれ固相の動きを基準とした式設定を行う.

式 (4),	(5)	を連立させ,	固相と溶液相の連続条件式を導出
式 (4),	(6)	を連立させ,	移流分散方程式を導出
式 (4),	(7)	を連立させ,	固相と気相の連続条件式を導出

ここでは固相と溶液相の連続条件式,移流分散方程式の導出過程を示す.

a) 固相と溶液相の連続条件式の導出

式(5)に式(4),(17)を代入する.さらに, $\rho_f = \{(1+\gamma c) \rho_w\} = \gamma c \rho_w を考慮すると,$

$$-\dot{\varepsilon}_{v}S_{r}\rho_{f} + n\dot{S}_{r}\rho_{f} + nS_{r}\gamma\dot{c}\rho_{w} + nS_{r}\rho_{f}\nabla\cdot\left(\boldsymbol{v}_{f} - \boldsymbol{v}_{s}\right) = 0$$
(18)

と表される.式(18)の左辺第4項は合成関数であることを考慮して、

$$nS_r\left\{\nabla\cdot\left(\boldsymbol{v}_f-\boldsymbol{v}_s\right)\right\}=\nabla\cdot\left\{nS_r\left(\boldsymbol{v}_f-\boldsymbol{v}_s\right)\right\}-\nabla\left(nS_r\right)\left(\boldsymbol{v}_f-\boldsymbol{v}_s\right)$$
(19)

式 (19) 右辺第 2 項 $\nabla(nS_r)$ は計算値が非常に微小なベクトルになるので無視できる. さらに $(v_f - v_s)$ は固相に対 する間隙流体の相対速度である. よって式 (18) は, ダルシー速度 \tilde{v}_v を用いて整理すると,

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{w} = \dot{\varepsilon}_{v} S_{r} - n \dot{S}_{r} - n S_{r} \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c}$$
⁽²⁰⁾

ここに, $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{w} = -\boldsymbol{k}_{w} \mathbf{k}_{w} \nabla \cdot \boldsymbol{h}$ (ダルシー速度) (21) \boldsymbol{k}_{w} :相対透水係数, \mathbf{k}_{w} :飽和透水係数マトリクス, \boldsymbol{h} :全水頭である.また

$$k_{rw} = S_e^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right\}^2$$
(22)

m: Mualem 定数 ⁴⁾, S_e : 有効飽和度である.

-23-

b) 移流分散方程式の導出

式(6)に式(7)を代入し固相の圧縮性を考慮(式(17))したうえで整理すると,

$$-S_r c \dot{\varepsilon}_v + n \dot{S}_r c + n S_r \dot{c} + n S_r c \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) = 0$$
⁽²³⁾

式(23)の左辺第4項は合成関数であることを考慮して、

$$nS_r c\{\nabla \cdot (\boldsymbol{v}_c - \boldsymbol{v}_s)\} = \nabla \cdot \{nS_r c(\boldsymbol{v}_c - \boldsymbol{v}_s)\} - \nabla (nS_r) c(\boldsymbol{v}_c - \boldsymbol{v}_s) - nS_r \nabla c(\boldsymbol{v}_c - \boldsymbol{v}_s)$$
(24)

式 (24) 右辺第 2, 3 項は計算値が非常に微小なベクトルになるので無視できる. また, $(v_c - v_s)$ は

$$\left(\boldsymbol{v}_{c}-\boldsymbol{v}_{s}\right)=\left(\boldsymbol{v}_{f}-\boldsymbol{v}_{s}\right)+\left(\boldsymbol{v}_{c}-\boldsymbol{v}_{f}\right)$$
(25)

と分離できる.式(25)右辺第1,2項は移流項(固相に対する液相の流速)と分散項(液相に対する溶液相の流速)に相当する.よって,それぞれ相対速度,フィック則を用いて,

$$nS_r\left(\boldsymbol{v}_f - \boldsymbol{v}_s\right) = \tilde{\boldsymbol{v}}_w \tag{26}$$

$$c(\boldsymbol{v}_c - \boldsymbol{v}_f) = \boldsymbol{J} = -\boldsymbol{D}\nabla c \tag{27}$$

ここに **J** : 濃度フラックス, **D** : 拡散係数マトリクス. 式 (24) ~式 (27) を式 (23) に代入すると, $-S_r c \dot{\varepsilon}_v + n \dot{S}_r c + n S_r \dot{c} + \nabla \cdot (c \tilde{v}_w) + n S_r (\nabla \cdot J) = 0$ (26) ここに,計算課程で導出される $\nabla (n S_r)$ は微小なベク

トルなので無視した.

また,固相と気相の連続条件式の導出過程は省略す る.各支配方程式は変形がひずみで一般化して表現さ れており,不飽和地盤における複雑な変形挙動を表現 する構成モデルを自由に選定することができる.さら に,飽和度の時間的変化に対応可能な項も存在し,現 実性の高いモデルになっていると考える.固相と気相 の連続条件式も不含めた支配方程式導出過程のフロ ーチャートを図-4 に示す.



(3)支配方程式・初期値・境界値

釣合式

ダルシー則

前章で導出した移流分散方程式を有限要素法により初期値境界地問題として取り扱いための手法を記述する.

a) 支配方程式

固相/溶液相/気相の練成問題における場の支配方程式をまとめる.ただし、圧縮側を正とし、微小変形を仮定する.

.

$$\dot{\sigma}_{ji,j} = 0, \quad \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ji} \tag{27}$$

有効応力式
$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}^N_{ij} + \dot{p}_s \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}^N_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \dot{p}_s \delta_{ij}$$
 (28)

構成式
$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl}\dot{c}_{kl} - c^*_{ij}\dot{S}_e$$
 (29)

適合条件式
$$\dot{\varepsilon}_{kl} = -\frac{1}{2}(\dot{u}_{l,j} + \dot{u}_{j,l})$$
 (30)

連続条件式(固相と液相)
$$\tilde{v}_{w_{r,r}} = \dot{c}_{v}S_{r} - nS_{r} \frac{\gamma}{1+\gamma c}\dot{c}$$
 (31)

ダルシー則 (水)
$$\tilde{v}_{w_i} = -K_{w_y} h_{i} = -k_{rw} k_{w_y} h_{i}$$
(32)

連続条件式 (固相と気相)
$$\tilde{v}_{a_{i,j}} = (1 - S_r)\dot{\varepsilon}_v + n\dot{S}_r - \frac{n(1 - S_r)\dot{p}_a}{K_a}$$
 (33)

(空気)
$$\tilde{v}_{a_i} = -K_{a_i} p_{a_{i,j}} = -k_{ro} k_{a_i} p_{a_{i,j}}$$
 (34)

移流分散方程式
$$-S_{r}c\dot{\varepsilon}_{v} + n\dot{S}_{r}c + nS_{r}\dot{c} + c\tilde{v}_{w_{i}} + nS_{r}J_{i,i} = 0$$
(35)

フィック則(分散)
$$J_i = -D_i c_i$$
 (36)

b) 初期条件

本研究で用いた初期条件、境界条件を表-1,2にまとめる.また境界条件の概念図を図-5に示す.

初期条件

閉条件	
•	初期応力: $\sigma'_{ij i} = \sigma'_{ij i=0}$ in V
•	初期水頭: $h_i = h_{i=0}$ in V
•	初期空気圧: $p_{a i} = p_{a i=0}$ in V
•	初期濃度: $c_{ i } = c_{ i }$ in V

表-1 初期条件





表-2 境界条件

の木田	
•	変位境界(Dirichlet 境界): $\dot{u}_i = \overline{\dot{u}}_i$ on S_u
•	応力境界(Neumann 境界): $\dot{\sigma}_{ij}n_j = \overline{\dot{i}_i}$ on S_{σ}
•	水頭境界(Dirichlet 境界): $h = \overline{h}$ on S_h
•	流量境界(Neumann 境界): $\tilde{v}_{w_i} n_i = \overline{q}$ on S_q
•	空気圧力境界(Dirichlet 境界): $p_a = \overline{p}_a$ on S_{p_a}
•	空気流量境界(Neumann 境界): $\tilde{v}_{a_i} n_i = \bar{q}_a$ on S_{q_a}
•	濃度境界(Dirichlet 境界): $c = \overline{c}$ on S_c
•	フラックス境界 (Neumann 境界): $nS_r \{ c(\mathbf{v}_{f_i} - \mathbf{v}_{s_i}) + J_i \} n_i = \overline{Q}_c \text{ on } S_{Q_c}$

3. 移流分散現象と荷重の関係

前章までに確立した数理モデルを用いたプログラムにより,荷重載に伴う移流 分散現象の変化の様子を考察した.また透水性の差異による現象の差異も検討した.

(1)荷重の有無による移流分散現象の違い

図-6 に解析に用いた地盤モデルのメッシュ図及び変位・応力の境界条件を示す. 地盤は下端面を固定した一次元圧縮状態を仮定している.地盤試料は豊岡盆地の 粘土層地盤の物性値を参考にした(表-3).初期状態において Y=-0.8~1.0m の範 囲に濃度比 c=0.50 の汚染物質が存在しているとした.これらの条件の下で地表 面への荷重載荷の有無による一定時間経過後の濃度分布の変化に関して検討を 行った.ここで地表面に荷重をかけるケースを caseA,荷重をかけないケースを caseB とする. caseA では地盤表面に 10 日で 980kPa の荷重が線形的にかかり, その後は 980kPa の荷重が保持されるものとした.

図-9 に caseA の時間経過に伴う深度方向の過剰間隙水圧の変化を示す.図-7 から caseA において、地表面に荷重がかかることにより、地盤に過剰間隙水圧が 発生1 その後の消費する過

発生し、その後の消散する過 程において、地盤に鉛直上向 きの動水勾配が発生している 様子が分かる.そのため、荷 重載荷がなく、分散の効果の みで初期濃度が空間的に広げ られる caseB に対し、caseA で は過剰間隙水圧の消散過程で 濃度の移流が鉛直上向きに起

きる. その結果, caseA において 過剰間隙水圧が ほず着しきる 荷重載荷開始か ら 500 日経過の 度方向の濃度方向の濃度 分布が caseA の濃度 分布が caseB よ り上方に移動し ていることが分 かる.

表-3	試料のパラメータ

λ	K	М	ν	ρ_{sat} (g/cm ³)					
0.06	0.01	1.33	0.30	1.7					
<i>P_{sot}</i> (kPa)	k (m/day)	k_{a} (m/day)	т	D (m ² /day)					
9.8×10^{2}	2.0×10^{-4}	2.0×10 ⁻²	0.8	2.0×10 ⁻⁵					







(2) 透水係数の上昇による移流分散現象の違い

前節より地盤上部への荷重載荷により地盤内の濃度移動の様子 が変化することが分かった.次に,地盤の透水性が地盤内溶解物 質移動挙動に与える影響について検討を行った. caseA と同様の 地盤試料,解析条件,荷重条件のもと透水係数を caseA の 100 倍 (k=0.02m/day) としたものによって,その挙動を比較した(この ケースを caseC とする).

図-9に caseC における時間経過に伴う過剰間隙水圧の時間変化 を示す.caseC は caseA より透水性が高いため,図-7と図-9を比 較すると caseC は caseA より過剰間隙水圧の発生量が小さいこと がわかる.またその消散も早く caseC では載荷開始から 20 日後に は過剰間隙水圧が消散し,ほぼ静水圧分布に落ち着いていること が分かる.そのため,載荷後 100 日の濃度分布を比べると(図-10) 間隙水圧の消散しきっていない caseA と比べて,間隙水圧がほぼ 消散している caseC の濃度分布がより地盤上方へ移動しているこ とが分かる.一方で,載荷開始から 500 日経過後の濃度分布をみ ると(図-11) caseA においても過剰間隙水圧が消散していること から,空間における濃度の広がりに違いはあるが,地盤の変形量 は等しくなるので,濃度分布のピーク値をとる深さは caseA,C に おいて同様の位置になる.過剰間隙水圧が消散した時点で比べれ ば,透水係数の変化による移流の影響は低いことがわかる.

4. 結論

質量保存則から各種支配方程式を導出した.またそれらを統合 した物質移動を考慮した土/水/空気連成不飽和解析コードを用い て、1)荷重の有無による移流分散現象の差異、2)透水性の違いに よる物質移動の変化を確認できた.今後は実地盤を対象に上記の 効果を定量的に示し、現在実施されている対策工の評価や新たな 地盤浄化手法の確立を目指す.

参考文献

- 1) 平田健正,前川統一郎:土壌・地下水汚染 原位置浄化技 術の開発と実用化一,シーエムシー出版,2004.4.
- 2) 塚島順一,水野智子:「土壌汚染対策法」早わかり,同友館, 2003.9.
- 3) 藤川和彦,飯塚敦,河井克之,ピパットポンサー・ティラポン:物質移動を考慮した不飽和土/水連成問題の数理モデルと有限要素解析手法,応用力学論文集,土木学会,Vol.9, pp.377-384, 2006.9
- 4) Mualem, Y.: A conceptual model of hysteresis, *Water Resources Research*, Vol.10, No.3, pp.514-520, 1974.

著者:1) 野村瞬,神戸大学大学院工学研究科;2) 河井克之,都市安全研究センター,准教授;3) 金澤伸一, 中央大学都市環境学科,助教授,4) 橘伸也,埼玉大学地圏科学研究センター,助教授,5) 飯塚敦,都市安全研 究センター,教授



Formulation and application for soil/water/air/dissolved material model

Shun Nomura Katsuyuki Kawai Shinicni Kanazawa Tachibana Shinya Atsushi Iizuka

Abstract

This thesis describes the innovative method of advection-dispersion phenomenon. In Japan, to express details of the movement of dissolved materials in the soil becomes more and more important by the soil pollution law in 2002. Generally, advection-dispersion phenomenon is considered only the water movement in the ground. Though, grounds are exposed to various physical effects. So, when treating advection-dispersion phenomenon, it is needed to think of not only water movement but also traction on the ground or water content. In this study, to tackle this problem, advection-dispersion equation is derived being considered ground settlement and unsaturated condition. And infiltration equation which can express relationship between soil and liquid solution is reviewed. They are derived by applying law of conservation of mass of each phase. To solve as initial-boundary-value problems, these equations are applied to finite element method (FEM). Besides, to declare credibility, various validations are operated. Consequently, thinking total ground condition, the mathematical method is made up.