中等教育課程における数学の探究活動についての試論

中田, 雅之

(Citation)
研究紀要 : 神戸大学附属中等 論集,4:1-8

(Issue Date)
2020-03-31

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/81012808

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/81012808

論考

中等教育課程における数学の探究活動についての試論

Assumptions Regarding Inquiry Activities in Mathematics at the Secondary Education Level

中田　雅之
NAKADA Masayuki

本稿では，中等教育課程における数学の探究活動の枠組みを設計している．また数学的探究活動の思考実験を行い，その事例が本稿で設計した探究活動の枠組みに適合することを確認している．思考実験には，モンティホール問題とその一般化を扱った．さらに，数学の探究活動を取り巻く環境について考察を行い，課題とその解決方法について提案を行なっている．

This paper proposes a framework of inquiry learning activities in mathematics at the secondary education level. The author conducted a thought experiment regarding mathematical inquiry activities and confirmed that this case study conformed to the learning framework which was designed in this study. The Monty Hall problem and its generalization were dealt with through the thought experiment. The author also examined the learning environment surrounding inquiry activities for mathematics education and proposes its future challenges and solutions.

キーワード： 数学の探究活動，モンティホール問題
Key words: inquiry activity in mathematics, Monty Hall problem

I　はじめに

数学において探究活動は，その思考様式を最も的確に体験する営みであると言えよう．数学的現象の中から数学的真理あるいは普遍性を抽象し，その背後にある数理を演繹的に解き明かす．この営みが見事に一本の線として繋がった瞬間の感動は，古来より人々を魅了し続けてきた．連綿と受け継がれてきた，数学の「文化的側面」である．

上では，探究活動が数学の一つの本質的側面を映す営みであるかのように述べたのであるが，それでは探究活動とは何であるか．熊倉（2018）はその考察の中で，それまでの先行研究を踏まえ探究活動を「統合的な考え方，発展的な考え方などの数学的な考え方を育成することを目指して，生徒自らが図形の性質等を予想し，演繹的に推論して予想の真偽を証明し，その結果を振り返って吟味し，別の証明方法を考えたり，さらに新たな図形の性質等を予想，証明し，振り返ったりする一連の活動」と定めている．この定義は図形的分野における論証を主に想定しており，何らかの数学的に意味のある量の計算などを包摂するような，さらに良い定義の仕方がなされるべきであると考えるが，この定義からは，数学における探究的課題解決を図る上で重要な以下の点が見出せる：

1）一連の活動の中で到達すべき目標が明確に設定または意識されている，

2）到達すべき目標やそこに至る数学的考察・推論の過程において，活動の主体たる行為者による多様性が認められている．

数学のような，演繹的推論をその方法論として用いる学問においては，（結論を予想する段階においては具体物による「実験」が有効であることは多いが）即物的な操作を離れた抽象的な議論が要求

される．本稿では，上記の 1) と 2) を備えている活動を探究活動と呼ぶことにする．探究活動が繰り広げられる場としては，必ずしも教室の場のみに限定するものではない．

上で述べた 1) 及び 2) の数学教育学的利点は，それぞれに対応して以下のようにまとめられる：

1') 数学的議論を通して, 即物的な操作を離れた抽象的な議論を進める訓練を積むことができるようになる,

2') 課題を解決するために適切な中間命題 (補題) を設定することが，課題解決力の伸長に寄与する．

探究的活動にはこのような利点が期待されるのであるが，実際には探究的活動を授業などで実施する際のハードルは高いようである．その理由は熊倉 (2018) など多くの場で指摘されているように

・短期的な学習効果の見えにくさ

・時間的な制約

に集約されるだろう. この事情は, 科学技術として明治時代に西洋から数学を輸入した経緯に根差しているように思われるが，ここではこれ以上立ち入らないようにしたい. 上記の事情もあり, 本稿では, 教室という状況への限定を離れ, 数学的探究活動そのものを支える枠組みについて考察したい.

II　数学的探究活動を繰り広げる土壌

1. 探究における理論

数学の研究における最小の単位は，問題を設定し, それに解答を与えることでなされる. 目標となる問題が直接的に解決困難な場合は，解決可能な問題に分割される. 数学における理論は, 解決可能な形に分割され，解決された定理の集合体である．

数学における理論がいかなるものかということについては，教師からの何かしらの働きかけによってすぐに生徒が体得できるものではないであろう. すぐ上に, 理論が定理の集合体であると記したが, 集合と言えば数学においては, 要素の寄せ集めのことを指すため，ここではやや不適切な言い方であったかもしれない．理論を構成する定理たちにおいては，通常は相互に論理的な関係を持っていることを想定している．

理論の主要な定理の成立は，補題または補助定理と呼ばれる命題に拠る．この論理的関係性を記述する言葉が，「必要」「十分」「同値」などの概念である. 数学の探究を行う上で, 先行研究に触れたり, 自分の結果を整理する際には, これらの概念に馴染む必要がある．高等教育における数学の専門課程では, 具体的な理論に多く触れる中で, 上記のような理論の構造を（学習者による理論の再構築という手法によって）鑑賞し, 理論の何たるかを体得するのである．

理論を眺めるためには，数学の理論を解説する書物を通読するのがよいのであるが，前提とする知識量や数学的文章の読解の困難さから，中等教育課程に在籍する生徒にとってこれらは必ずしも容易なことではない．彌永（1972）などは，前提とする知識も多くはなく，普段何気なく取り扱っている数の正体への理解を深めることもできるため, 中等教育課程で学ぶ生徒にとっては丁度良い.

2. 探究における問題解決

ともあれ, すぐに理論が完成することは, 数学の研究においても稀である. その意味で, 数学の探究活動においては，解決可能な形での問題の完全な記述が目標になる．

数学における探究活動を促すためには，初等的な数学の範囲で十分理解可能な問題ないしはテーマを教師が用意することは大切である．必ずしも微分積分学や線形代数学をある程度体系的に学ばなければ数学の探究活動が始められない，などということはないだろう（知識があればできることは増えるであろうが）．

数学の探究活動において，組み合わせ論や離散数学における問題，初等的な確率の問題や初等幾何学に関連する話題は，比較的数学の学習歴が浅い中等教育課程の生徒にとって取り組みやすいと考える. 古来より「紙とペンがあれば数学はできる」という原説があるが, ICT の利用を積極的に試みることで新たに広がる世界もあろう.

このような試みはすでに各方面で先行研究がある．伊藤（2009，2010，2013）は「直観幾何学」という分野を提唱し，教育学部や修士課程の学生向けに，高度な数学の知識を仮定しない探究の課題

を与える実践を続けている．整数の分野においては，飯高が高校生向けに初等整数論の研究を指南し，その記録を元に本を記している（飯高, 2016 など）．初等的確率論については，ブロム・ホルスト・サンデル（2012）に興味深い話題が多く解説されている．パズルやゲームの数学的解析についての研究成果が現在でも数学の論文として雑誌に掲載されているという事実もある．伊藤（2013）が（初等幾何について）述べているように，初等的な数学についても「まだまだ新しい定理の発見は十分可能」であると言ってよいだろう．なお，竹山（2018）は数学の探究そのものについて，高校生向けに平易に解説している．

数学においては，しばしばその意味を理解することは易しいが，解答を与えることが難しい問題が存在する．有名な未解決問題では，このような問題が多くある．

数学の探究活動において，知られている未解決問題そのものに対する完全な解答を与えること自体は叶わなかったとしても，問題の設定を少し変えた類似の問題についての考察や部分的な解答を与えることにも十分な学術的価値が認められることがある．伊藤（2009）が「数学をしていて一番面白いと思ったのは，自分の結果といえるもの，誰も知っていないことを見つけたとか，証明したとか思えたとき」と述べているように，数学の探究活動は，学習の主体である生徒の自己肯定感を高めることにも繋がる．

また．問題設定の方法の多様性は，探究する生徒の個性が表れる部分でもある．数学というと，一部の「才能に恵まれた」人だけが探究することが許されると思われがちであるが，実際はそのようなことはなく，（基本的な計算等を満足に行えることを目指すことは必要であるが，）探究の可能性は無限大である．数学の探究活動に挑む生徒に対しては，教師の側から必要に応じて探究を行う内容の価値付けを行うことが有用であると考える．

III　モンティホール問題とその解

1. モンティホール問題

本章と次章では，探究活動を模した思考実験として，モンティホール問題を取り上げ，この問題への解答と一般化の事例を与える．利用する手法も条件付き確率（ベイズの定理の考え方）であり，初等的な確率論の範疇で十分扱うことのできる問題である．なお，一般化の方法は一通りでなく，Lucas 等（2019）や Morgan 等（1991）はそれぞれ別の一般化の方法を与えている．

モンティホール問題とは，以下のような問いである．

> あなたの前には，3 つの扉が示されている．1 つの扉の裏にはこのクイズの賞金があり，残りの 2 つの扉の裏にはヤギがいる.司会者は, これらの扉の裏にあるものを知っている．クイズの司会者から，あなたは扉を 1 つ選ぶように言われ，1 つを選んだ．あなたが選んだ扉を開ける前に，司会者は，残りの扉のうちの 1 つを開けた．すると，ヤギが出てきた．そして，司会者はこう言った．「扉を変えたければどうぞ．」さて，あなたはクイズの賞金を得るために，扉を変えるべきだろうか．なお，司会者は賞金が隠れている扉を決して開けたりはしないものとする．

Lucas 等（2009）によれば，この問題の歴史は少なくとも 1959 年にまで遡るようである．有名な三囚人の問題（ブロム・ホルスト・サンデル，2012 など参照）と類似した構造を持ちながら，一時多くの数学者を巻き込んで激論がなされた問題である．

2. モンティホール問題の解

モンティホール問題は，以下のように解かれる．

最初に，扉にA, B, Cと名付けておく．このとき，必要ならば扉の名前を付け替えて，クイズの参加者は最初にAの扉を選んだと仮定してよい．この時点でA～Cのそれぞれの扉の裏に賞金が隠されている確率は，いずれも 1/3 であり，同様に確からしい．

賞金が隠されている扉をX，司会者が開ける扉をYとする．問題の設定により，$Y = B$またはCである．以下，Xの値について場合分けを行う．

1) $X=A$の場合，扉BとCのいずれにもヤギが隠れており，この条件下で司会者は扉BとCを等確率で開けることになる．すなわち

$$P(Y=B|X=A)=P(Y=C|X=A)=\frac{1}{2}$$

である．$P(X=A)=1/3$であるから，

$$\begin{aligned}P(X=A\wedge Y=B)&=P(X=A)\times P(Y=B|X=A)\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(X=A\wedge Y=C)&=P(X=A)\times P(Y=C|X=A)\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\end{aligned}$$

となる．

2) $X=B$の場合，最初に参加者がAの扉を選んでいるので，司会者はCの扉を開けるしかない．すなわち，

$$P(Y=C|X=B)=1$$

である．$P(X=B)=1/3$であるから，

$$\begin{aligned}P(X=B\wedge Y=C)&=P(X=B)\times P(Y=C|X=B)\\&=\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

3) $X=C$の場合，同様に，司会者はBの扉を開けるしかない．すなわち，

$$P(Y=B|X=C)=1$$

であり，上記の 2) の場合と同様にして，

$$P(X=C\wedge Y=B)=\frac{1}{3}$$

となる．

上記 1)〜3) により，

$$P(X=A|Y=B)=\frac{P(X=A\wedge Y=B)}{P(Y=B)}$$
$$=\frac{P(X=A\wedge Y=B)}{P(X=A\wedge Y=B)+P(X=C\wedge Y=B)}=\frac{1}{3}$$

$$P(X=C|Y=B)=\frac{P(X=C\wedge Y=B)}{P(Y=B)}$$
$$=\frac{P(X=C\wedge Y=B)}{P(X=A\wedge Y=B)+P(X=C\wedge Y=B)}=\frac{2}{3}$$

であるから，司会者が扉Bを開けたとき，参加者は最初に選んだ扉（扉A）を選び直した方が賞金を得やすくなる．司会者が扉Cを開けた場合も同様である．

IV　モンティホール問題の一般化

1. 一般化されたモンティホール問題の定式化

III 章で考察したモンティホール問題を一般化する．様々な一般化の方法が考えられるが，ここでは，扉の数と賞金の数をそれぞれn，aとして，司会者の開ける扉の選び方はランダムであるとする．すなわち，以下の問題を考察する．

> 司会者は扉A_1，A_2，A_3，…，A_n（$n\geq 3$）の中からランダムに選んだa枚（$a\geq 1$）の扉に賞金を隠し，残りのb（$b=n-a\geq 2$とする）枚の扉にはヤギを隠す．参加者はn枚の扉の中から1個を選び，選んだ扉を司会者に伝える．司会者は，参加者が選んだ扉を除く$n-1$枚の扉の中からヤギの隠れている扉をランダムに1枚選び，扉を開けて中のヤギを参加者に見せる．司会者は参加者に，まだ開いていない扉の中から1枚を選び直す権利を参加者に与える．このとき，参加者は扉を選び直すのと最初に選んだ扉のままにしておくのとでは，どちらの方が有利であるか．

この問題を$M(n;a)$問題と呼ぶことにする．ここで，$b\geq 2$という条件は必要な仮定である．仮に$b=1$であるとすると，参加者が最初にヤギの隠れている扉を選んでしまった場合，司会者は残された$n-1$枚の扉のどれも開けることができなくなってしまう．$b\geq 2$はこのことからの要請である．前章で考察した問題は，$M(3;1)$問題であった．次節では一般のn，aについての$M(n;a)$問題に対する解を与

える．

2. 一般化されたモンティホール問題の解

各扉の背後にヤギが隠されていることを0，賞金が隠されていることを1で表す．以下ではiで番号づけられた扉に隠されているものをX_iで表記し，それがヤギならば0，賞金ならば1を対応させるものとする．つまり，

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

としたとき，Xは直積集合$\{0,1\}^n$の要素であり，各成分の和について

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = a$$

が成り立っているものを考えることに相当する．

前章と同様に，最初にA_1の扉を選んだとして話を進めてもよい. 以下, 扉A_1に隠されているものがヤギ（$X_1 = 0$）か賞金（$X_1 = 1$）かで場合分けをして，参加者が最初に選んだ扉から選び替える際に賞金を得られる確率を考察する．

まず，参加者が最初に選んだ扉A_1にヤギが隠れている確率と賞金が隠れている確率はそれぞれ

$$P(X_1 = 0) = \frac{a}{n}$$

$$P(X_1 = 1) = \frac{n-a}{n}$$

である．

1) 扉A_1にヤギが隠れている場合を考えよう．司会者が別の扉からヤギを開放するため，$X_1 = 0$の条件下で扉を選び替えて賞金の隠されている扉を当てる条件付き確率は

$$\frac{a}{n-2}$$

である. したがって, 参加者が最初に選んだ扉A_1にヤギが隠れており，かつ扉を選び替えて賞金を得る確率は

$$\frac{n-a}{n} \times \frac{a}{(n-2)} = \frac{a(n-a)}{n(n-2)}$$

となる．

2) 扉A_1に賞金が隠されている場合を考える．1)と同様，司会者が残りの扉からヤギを1頭開放するため，残りの$n-2$枚の扉の中で賞金が隠されている扉は$a-1$枚ある．ゆえに，$X_1 = 1$の条件下で扉を選び替えて賞金の隠されている扉を当てる条件付き確率は

$$\frac{a-1}{n-2}$$

である. したがって, 参加者が最初に選んだ扉A_1に賞金が隠れており，かつ扉を選び替えて賞金を得る確率は

$$\frac{a}{n} \times \frac{a-1}{n-2} = \frac{a(a-1)}{n(n-2)}$$

となる．

最初に選ぶ扉には，賞金かヤギのいずれかが隠されているので，上記の 1)及び 2)の結果を合わせて，参加者が扉を選び替えて賞金を得られる確率は

$$\begin{aligned} \frac{a(n-a)}{n(n-2)} + \frac{a(a-1)}{n(n-2)} &= \frac{a^2 - a + na - a^2}{n(n-2)} \\ &= \frac{(n-1)a}{n(n-2)} \end{aligned} \tag{1}$$

であることが分かる．参加者が扉を選び替えるという行為の有利・不利を考察するには，この値が$1/2$を超えるか否かをチェックすればよい. 扉を選び替える行為が有利になるのは

$$\frac{(n-1)a}{n(n-2)} > \frac{1}{2}$$

が成り立つことと必要かつ十分である．この不等式をaについて解くと

$$a > \frac{n(n-2)}{2(n-1)}$$

となる．したがって，次の命題が成り立つ．

命題 1．$M(n;a)$問題において, 参加者が有利であるためのnとaに関する必要十分条件は，不等式

$$a > \frac{n(n-2)}{2(n-1)}$$

が成り立つことである．

3. 一般化されたモンティホール問題の解についてのさらなる考察

命題 1 における不等式の右辺は以下のように変形できる；

$$\frac{n(n-2)}{2(n-1)} = \frac{n}{2} \times \frac{n-2}{n-1} = \frac{n}{2} \times \frac{(n-1)-1}{n-1}$$
$$= \frac{n}{2} \times \left(1 - \frac{1}{n-1}\right)$$

ここで$1 - 1/(n-1) < 1$であるから，命題 1 の不等式を満たすaの範囲は$n/2$のある近傍を含むことが窺える．より詳細には，命題 1 を次のように書き換えることができる．

定理 2. $M(n; a)$問題において，参加者が有利であるためのnとaに関する必要十分条件は，不等式

$$a > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

が成り立つことである．ここで，実数αに対して$\lfloor \alpha \rfloor$はαを超えない最大の整数を表す．

証明: 命題 1 の不等式において，aは1以上の整数であるから，命題 1 の不等式は次のように書き換えられる：

$$a \geq \left\lfloor \frac{n(n-2)}{2(n-1)} \right\rfloor + 1$$

これにより，定理の証明のためには

$$\left\lfloor \frac{n(n-2)}{2(n-1)} \right\rfloor + 1 = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

すなわち

$$\left\lfloor \frac{n(n-2)}{2(n-1)} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1$$

が成り立つことを示せばよい．さらに，この最後の等式は不等式

$$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1 \leq \frac{n(n-2)}{2(n-1)} < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \qquad (2)$$

の成立と同値であるから，以下では，nの偶奇を場合分けすることにより，この不等式の成立を証明する．

1) nが偶数の場合，$n = 2k$（kは整数，$k \geq 2$）と表すと，示すべき不等式は

$$k - 1 \leq \frac{2k(2k-2)}{2(2k-1)} < k$$

すなわち

$$(k-1)(2k-1) \leq 2k(k-1) < k(2k-1)$$

と同値である．$k \geq 2$であることを利用すれば，$(k-1)(2k-1) \leq 2k(k-1)$は

$$\begin{aligned} &2k(k-1) - (k-1)(2k-1) \\ &\qquad = (k-1)\big(2k - (2k-1)\big) \\ &\qquad = k - 1 \geq 1 \geq 0 \end{aligned}$$

から従い，$2k(k-1) < k(2k-1)$は

$$\begin{aligned} &k(2k-1) - 2k(k-1) = 2k^2 - k - 2k^2 + 2k \\ &\qquad = -(k-1) + 2k - 1 = k \geq 2 \\ &\qquad > 0 \end{aligned}$$

から示される．

2) nが奇数の場合，$n = 2l + 1$（lは整数，$l \geq 1$）と表すと，$\lfloor n/2 \rfloor = l$であるから，示すべき不等式は

$$l - 1 \leq \frac{(2l+1)(2l-1)}{2 \cdot 2l} < l$$

すなわち

$$4l(l-1) \leq (2l+1)(2l-1) < 4l^2$$

と同値である．この不等式は，$l \geq 1 > 0$から$-4l \leq -1 < 0$を得，この各辺に$4l^2$を加えることで示される．

上記の 1)，2)により$n \geq 3$なるすべての整数nについて不等式(1)が示され，以上により定理 2 の証明が完了する．

4. 扉の再選択の有無について

最後に，モンティホール問題の特徴でもある，司会者の勧めに従い参加者が扉を選び直すチャンスが与えられることについて，参加者の賞金獲得確率がどのように変化するかを見る．

式(1)を

$$\frac{(n-1)a}{n(n-2)}=\frac{a}{n}\times\frac{n-1}{n-2}=\frac{a}{n}\times\frac{(n-2)+1}{n-2}$$
$$=\frac{a}{n}\times\left(1+\frac{1}{n-2}\right)$$

と変形すると，$n \geq 3$であったから$1+1/(n-2)>1$であり，ゆえに上式の値は再選択のチャンスが与えられない場合の参加者の賞金獲得確率であるa/nより真に大きくなる．このことは，賞金やヤギの隠されている扉の数によらず，参加者にとっては再選択のチャンスが与えられたときに，別の扉を選び直すと，賞金を得る確率が高まることを示している．

4. 今後の展開の可能性

一般化されたモンティホールの問題$M(n;a)$については，前節の定理 2 によって解決をみたのであるが，今後さらにいくつかの発展の可能性が考えられる．

まずは，賞金の期待値に着目したときに起こる数学的現象について考察する方向性があろう．扉の裏に隠された賞金の総額が確定しているとき，aやnの値による期待値の変化を記述するとどうなるだろうか. また, 扉の裏に隠されている賞金の額が一定であるという仮定を外して，賞金の額を扉によって変化させることも考えられる. 例えば, 賞金額を扉の番号の関数で与えるなど，賞金額を何らかの関数によって制御することも問題に色味を与えるであろう.

また，司会者の選択する扉についてのルールを変化させることも考えられる．本稿では司会者の開ける扉は, 参加者の選択していない, ヤギの隠れている扉から選択するルールであった．この仮定を, 例えば, 参加者の選択していない扉の中からランダムで1枚選択する，あるいは参加者の選択していない扉で賞金の隠れている扉からランダムで選択するなどが考えられる.

上記の他にも，問題の一般化や変形の可能性は多分にあり得る. 探究の過程で, 基本的な問題をいかに発展させられるかについて生徒と共に考え，有益な指針を与えることは，教師の負うべき役割であるように思われる.

V　検証

モンティホール問題とその一般化に対する考察の過程が，I 章の条件

1）一連の活動の中で到達すべき目標が明確に設定または意識されている，

2）到達すべき目標やそこに至る数学的考察・推論の過程において，活動の主体たる行為者による多様性が認められている

と適合するかを見よう.

1)について，モンティホール問題を$M(n;a)$の形に一般化させた. これにより，適切な目標（一般化された問題に解答を与えること）が設定されている.

2)について，今回の事例では目標を$M(n;a)$の形に表現（IV 章）したが，一般化の方法は多様であり，他の一般化の可能性についても十分考えられる（Lucas，2019 等）.

以上のことから，特に IV において行った議論が I の中で定義した数学の探究活動の枠組みの中で機能することを示した.

VI　課題と今後の展望

本稿では, 数学の探究活動の枠組みを示し, 探究を模した例がその枠組みにおいて機能することを確認した. 今後，より多くの例が本稿で与えた数学的探究活動の枠組みに従うことを確認する必要があるだろう. また同時に, この枠組みに拠ることで新たな数学的探究活動の試みがなされることを検証する必要がある.

数学の探究活動に取り組むためには，先行研究について調べる必要が出てくるだろう. また, 探究した内容は最終的にまとめられて，公開されることになるだろう.

数学的な探究を他者に公開する際には，定義や定理, 補題といった用語とともに, それらの論理的関係を記述するための論理的関係性を記述する言葉（「必要」「十分」「同値」など）について馴染

んでおくことが望ましい．先行研究の内容を整理し，自らの探究の位置づけを理解するためには，理論を語る言葉が必要なのである．

先行研究に触れたり探究を記録する際に必要な，数学の理論を記述する技術についての習熟が，数学の探究活動には求められる．数学的な理論の成り立ちについて何を学べば，数学の探究のスタートラインに立つことができるのだろうか．

数学の理論の記述についてと関連する課題として，数学的文章の読解の問題がある．数学的な内容の書かれた文章は，論理的に緻密である．しかし，それゆえに抽象的であり，必ずしも経験の浅い中等教育課程の生徒にとって読み易いものではない．蓋し，数学的な文章を読解するには，相応のリテラシーが必要である．これらのことについても，本稿では考察することができなかった．また改めて議論したいと考える．

数学の探究活動を進める上では，これとは別の課題もある．数学的な前提知識が比較的少ない（いわゆる初等的な）問題に対しては，何が未解決であり何が既に解かれた問題であるのかを知ることは，必ずしも容易ではない．

最先端の数学の研究においては，主要な問題についての活発な情報交換が行われるコミュニティが存在し，そこで得られた成果は集約されて理論として蓄積する．他方，数学の研究としては傍流となりがちな，初等幾何学などの分野では，得られた定理などの結果が集約されにくく，そのため理論として体系化される機会が少ない．このことが，既存の結果を概観し難くしている要因であると考えられる．中等教育課程において探究活動を活発にするためには，数学の探究活動によって得られた結果が集約される場も必要であると言える．

VII　結び

本稿では，数学における探究活動のあり方について議論し，モンティホール問題を題材として数学的探究がどのように展開されていくのかを見た．今後の数学的探究活動においても，本稿で考案される枠組みが有効であることを確認する必要があるとともに，数学的探究活動を支える情報集約の場を整えることが期待される．

謝　辞

神戸大学附属中等教育学校及び同校研究部には，本稿執筆と成果の発表の機会を与えていただいたことを感謝したい．

文　献

飯高茂 2016.『数学の研究を始めよう（Ⅰ）～（Ⅴ）』現代数学社.

伊藤仁一 2009．教育学研究科における数学の研究－直感幾何学的観点から－．数理解析研究所講究録 1657: 157-176.

伊藤仁一 2013．教育学部・教育学研究科における数学の研究－2 つの事例－．数理解析研究所講究録 1867: 171-179.

彌永昌吉 1972.『数の体系（上）（下）』岩波新書.

熊倉啓之 2018．高等学校数学科における探究活動を促す論証教材の開発．静岡大学教育実践総合センター紀要 28: 89-96.

竹山美宏 2018.『定理のつくりかた』森北出版.

ブロム・ホルスト・サンデル（森真訳）2012.『確率論へようこそ』丸善出版.

S. Lucas, J. Rosenhouse, A. Schepler, The Monty Hall Problem, Reconsidered, Mathematics Magazine, 82 (2009), 332-342.

J. P. Morgan, N. R. Chaganty, R. C. Dahiya and M. J. Doviak, Let's Make a Deal: The Player's Dilemma, The American Statistician, 45 (1991), 284-287.