# 線形分散波理論に基づく津波数値シミュレーションプログラムの開発 : 想定南海地震への適用

西田, 賢人
吉岡, 祥一

(Citation)
神戸大学都市安全研究センター研究報告,25:164-180+

(Issue Date)
2021-03

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/81013297

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/81013297

神戸大学都市安全研究センター
研究報告，第25号，令和３年３月

# 線形分散波理論に基づく津波数値シミュレーションプログラムの開発 ～想定南海地震への適用～

## Development of a source code of tsunami numerical simulations based on a linear dispersive wave theory - Application to the assumed Nankai earthquake -

西田　賢人 1)
Kento Nishida
吉岡　祥一 2)
Shoicih Yoshioka

**概要：** 線形長波理論では水深が一定であれば、津波は同じ速度で伝播するが、実際には波長が短くなると波長による速度差、つまり分散性が生じる。このような分散性を表現するには分散性を考慮した方程式を使用する必要があるが、実際にどの位の距離で分散波理論が必要になるかは、水深や初期水位などの条件によって異なる。そこで、本研究では津波の分散性に注目し、数値シミュレーションを行うため、線形分散波理論に基づいたプログラムを作成した。作成したプログラムを、想定南海地震を含む、2 つのモデルに対して適用し、線形長波理論による結果との比較を行った。想定した南海地震は近地津波であったこともあり、沖合での計算波形の先頭部分では大きな違いは生じなかったが、後続波に違いが見られた。また、断層の走向と直交する方向に分散性がよく現れることもわかった。また、分散が指向性を示す要因の一つと考えられる初期波高分布の状態について検討するため、4 つの断層パラメターに注目し、値を変化させることで初期波高分布の状態と分散の指向性の関係について調べた。

キーワード： 津波、分散性、線形分散波理論、数値シミュレーション、想定南海地震

## 1.　はじめに

波長によって波速が異なる性質を分散性といい、海水中を伝わる波の場合、波長が短いほど波速が遅くなる。分散性は波長(L)に対する水深(d)の比、d/L に関係する。この比が非常に小さい場合は分散性の効果は小さく、長波と分類される。一般的に津波のような長い波長の波に対しては分散性の効果が小さいという長波理論が適用できる。ただし、伝播時間が 1 時間以上になる遠地津波の場合には、大部分が深海を伝わることになるため、分散性が無視できなくなる。また、近地津波であっても地震の規模によっては波長が水深に比べて十分に大きくないこともあるため、分散性を考慮した分散波理論を適用する場合がある。そこで、本研究ではこの長波理論と分散波理論の違いに注目し、数値シミュレーションを行うため線形分散波理論に基づい

たプログラムを作成した。また、作成したプログラムを用いて、Mw8.0 の南海地震を想定した津波数値シミュレーションを行い、線形長波理論による結果と線形分散波理論による結果との比較を行った。

## 2. 手法

ここでは、プログラムの作成手順と中身について述べる。

### 2.1 基礎方程式

極座標における線形分散波理論の基礎方程式は次のように記述できる (Liu et al., 1998)。

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{gd}{Rsin\theta}\frac{\partial h}{\partial \varphi}+fN=\frac{d^2}{3Rsin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial \varphi \partial t}+\frac{\partial^2 (Nsin\theta)}{\partial \theta \partial t}\right)\right] \tag{1}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{gd}{R}\frac{\partial h}{\partial \theta}-fM=\frac{d^2}{3R}\frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial \varphi \partial t}+\frac{\partial^2 (Nsin\theta)}{\partial \theta \partial t}\right)\right] \tag{2}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1}{Rsin\theta}\left[\left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}+\frac{\partial (Nsin\theta)}{\partial \theta}\right)\right]=0 \tag{3}$$

ここで、$h$は水位、φ は経度、θ は余緯度、t は時間、R は地球の半径、d は静水深 、$g$は重力加速度、$f$はコリオリパラメター、$M$は φ 方向の体積フラックス、$N$は θ 方向の体積フラックスを表す。また、式(1)と式(2)において、右辺の分散項を無視すると次のように線形長波理論の基礎方程式を得る (Wang, 2009)。

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{gd}{Rsin\theta}\frac{\partial h}{\partial \varphi}+fN=0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{gd}{R}\frac{\partial h}{\partial \theta}-fM=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1}{Rsin\theta}\left[\left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}+\frac{\partial (Nsin\theta)}{\partial \theta}\right)\right]=0 \tag{6}$$

これらの基礎方程式を staggered leap frog 法 (Baba et al., 2015)で離散化する。線形分散波理論の基礎方程式の離散化に関する詳細は付録に示した。

### 2.2 手順・検証

本研究での数値シミュレーションはコーネル大学で開発された津波伝播シミュレーションプログラム COMCOT (Wang, 2009)を利用した。COMCOT の基礎方程式には線形及び非線形の長波理論を用いており、波の生成、伝播、遡上、浸水を含めた解析を行うことができる。本研究で利用した線形分散波理論に基づいたプログラムはこの COMCOT における線形長波理論のプログラムに分散項を加えることで作成した。また、手順としてははじめに直交座標系記述の線形分散波理論のプログラムを作成し、その整合性を前田拓人氏が作成した直交座標系記述のプログラムを用い、同条件でシミュレーションすることで確認した。その後、極

座標系記述のプログラムを作成した。極座標系記述のプログラムの整合性は地球の半径を大きくすることで直交座標系記述の結果と比較して確認した。

## 3. モデル

線形長波理論のプログラムと作成した線形分散波理論のプログラムを使って次の 2 つのモデルを考え、結果の違いについて考察した。

### 3.1 モデル 1

直交座標系において、次のような 2 次元 Gaussian の初期波高を考えた。

$$h(x,y) = Aexp\left\{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2}+\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\right\} \tag{7}$$

ここで、$h$は水位、A は最大の波源の高さ、$\sigma_x, \sigma_y$はそれぞれ$x, y$方向の波源のサイズを表す。このモデルを直交座標系、極座標系の両方に対して適用した。A=2.0 m、$(\sigma_x, \sigma_y)$=(11.2 km, 5.6 km)、水深は 5000 m で一様とした。計算領域とグリッドサイズは直交座標系では 400 km×400 km で$\Delta x$=$\Delta y$=500 m、極座標系では 145.0° E～150.0° E、30.0° N～35.0° N で、$\Delta\phi = \Delta\theta$ =30 秒とした。

### 3.2 モデル 2

Mw8.0 の南海地震を想定し、スケーリング則 (https://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%9C%B0%E9%9C%87%E3%83%A2%E3%83%BC%E3%83%A1%E3%83%B3%E3%83%88)に基づいて断層パラメターを表 1 のように設定した。断層の深さは上端が海底付近になり、断層全体が海底面より下に位置するように与えた。傾斜角はフィリピン海プレートの沈み込み角に合わせ、断層は図 1 のように南海トラフに沿って配置した。すべり角はプレートの運動方向(MORVEL, DeMets et al., 2010)から求めた。

観測点は図 2 に示したように 7 地点設定した。本研究で扱う方程式は線形近似(水深に比べて波の振幅が十分に小さいという微小振幅を仮定している)を行っているため、観測点は今村他(1986)を参考に線形条件を満たすと考えられる水深 50 m より深い地点に設置した。図 2 の黒枠は計算領域を表す。

海底地形データは本研究では GEBCO(http://www.gebco.net)の 30 秒データを使用した。また、基礎方程式は極座標系を用いた。

表 1 モデル2で与えた断層パラメター

| | |
|---|---|
| 断層の中心<br>(緯度・経度) | 32.57°N<br>134.60°E |
| 長さ | 130km |
| 幅 | 65km |
| 上端の深さ | 5.1km<br>(海底付近) |
| 走向 | 235° |
| 傾斜 | 9° |
| すべり量 | 6m |
| すべり角 | 113° |

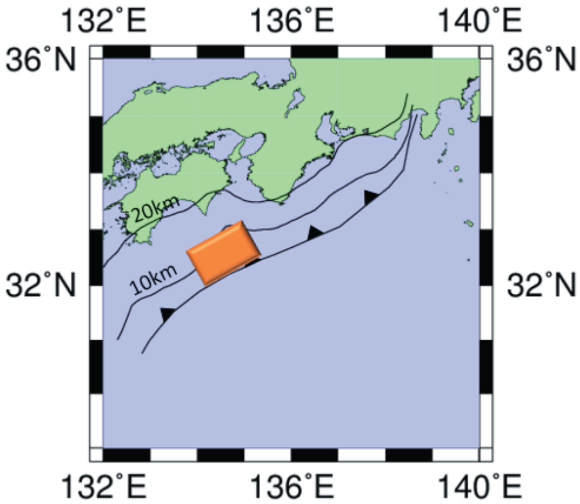



図 1 モデル2で設定した断層の位置。プレート上面のモデルはHirose et al. (2008)を用いた。

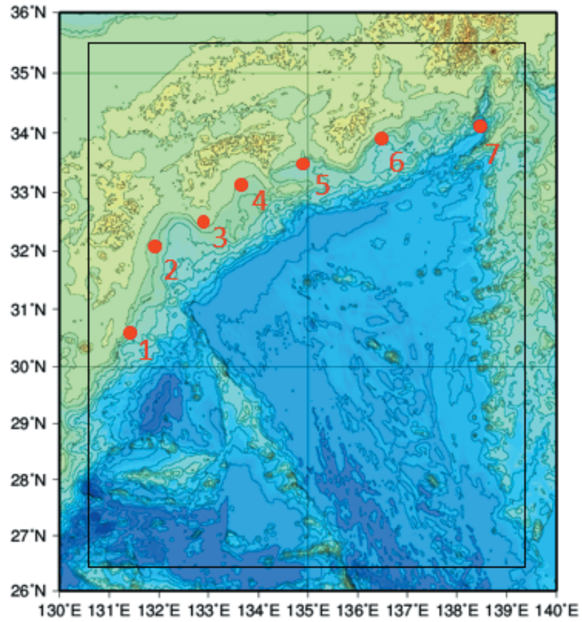



図 2 GEBCOの海底地形図。黒枠はモデル2の計算領域を、赤丸は観測点位置を表す。

## 4. 結果と議論

### 4.1 モデル 1

直交座標系の線形長波理論による結果をスナップショットにしたものを図 3 に、直交座標系の線形分散波理論による結果をスナップショットにしたものを図 4 に示す。また、それぞれの計算で座標(150 km, 150 km)での理論波形を図 5 に示す。同様に、極座標系の線形長波理論による結果をスナップショットにしたものを図 6 に、極座標系の線形分散波理論による結果をスナップショットにしたものを図 7 に示す。また、それぞれの計算で座標(147° E, 32° N)での理論波形を図 8 に示す。

スナップショットを見ると、$x$または φ 方向より、$y$または θ 方向の方がより分散性を示していることがわかる。これは 4.3 節で議論する初期波高分布の状態による指向性によるものと考えられる。図 5 と図 8 に示した線形分散波理論の理論波形を見ると、時間が経つにつれて波の周期が短くなっており、発生から 25 分以内では長いもので 5 分ほどの周期が短いもので 2 分ほどになっていた。また、最初に到達する波に注目すると、上記の座標での振幅は直交座標系(図 5)では 0.15 m から 0.06 m に、極座標系(図 8)では 0.22 m から 0.14 m と小さくなっており、両座標ともに線形長波理論の理論波形の周期に比べて線形分散波理論の理論波形の周期がより長く滑らかになっている。これは分散性によって先頭部分から短波長成分の波が除かれて、形を変えていった結果だと考えられる。しかし、位相が反転した、ここでは水位が負になる部分(図 5, 図 8)を見てみると、両座標ともに分散性を考慮することで線形長波より振幅が大きくなっていることがわかった。直交座標系の理論波形(図 5)ではピークの時間が変わっており、線形長波理論のピークの時間より 3, 4 分遅くなっていることがわかった。また、図 5 と図 8 から両座標ともに分散性を考慮することで波の立ち上がり時間が若干早くなっていることがわかった。

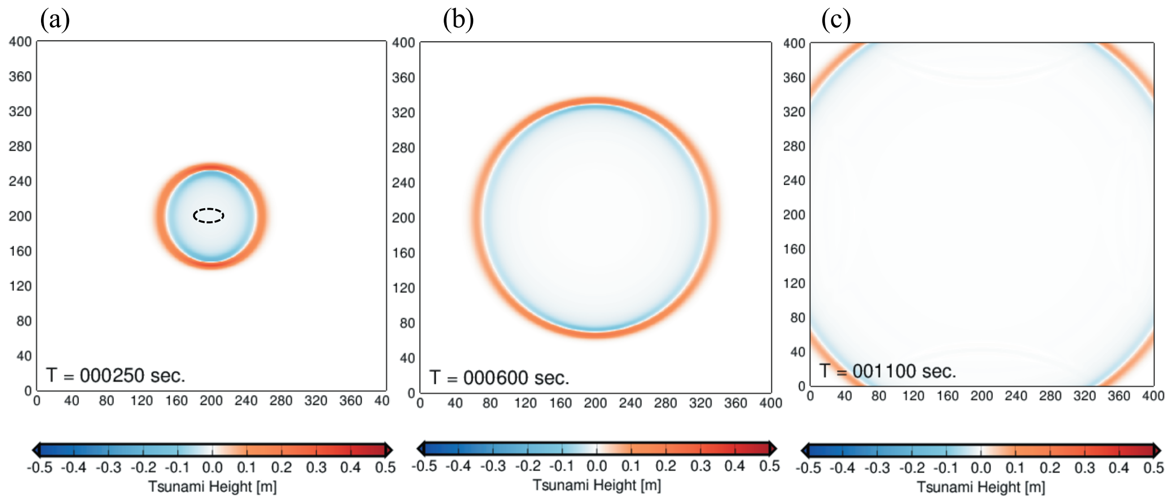



図 3　モデル1に線形長波理論(直交座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 250秒後。点線は初期波高分布を表す。(b) 600秒後。(c) 1100秒後。

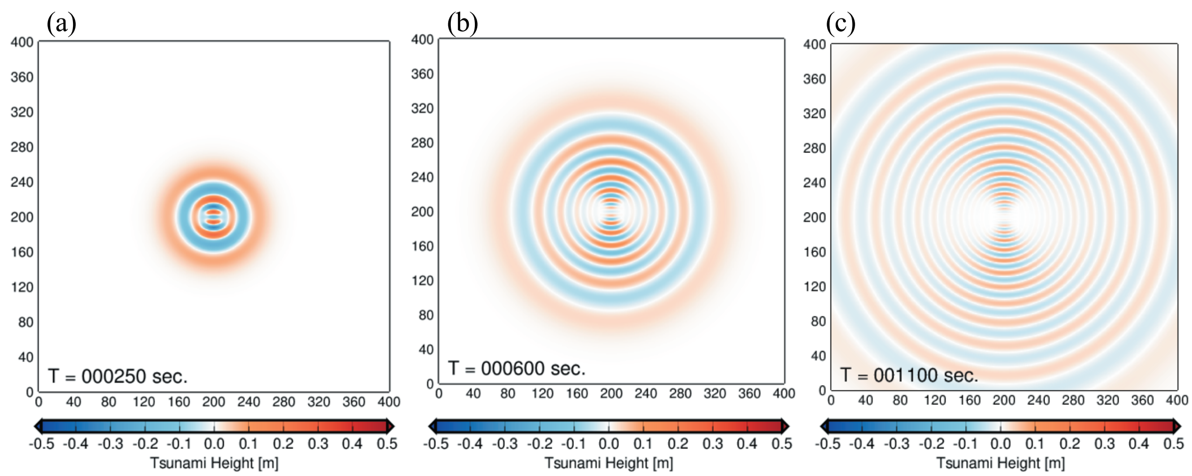



図 4　モデル1に線形分散波理論(直交座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 250秒後。(b)　600秒後。(c) 1100秒後。

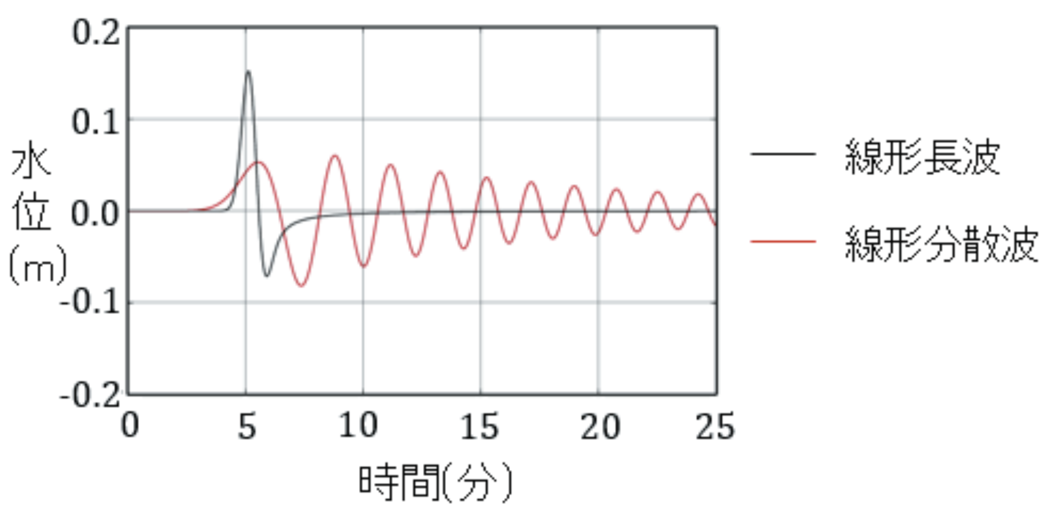



図 5　モデル1に線形長波理論(直交座標系)、および線形分散波理論(直交座標系)を適用した結果、得られた理論波形。観測点は(150 km,150 km)の位置に設置した。

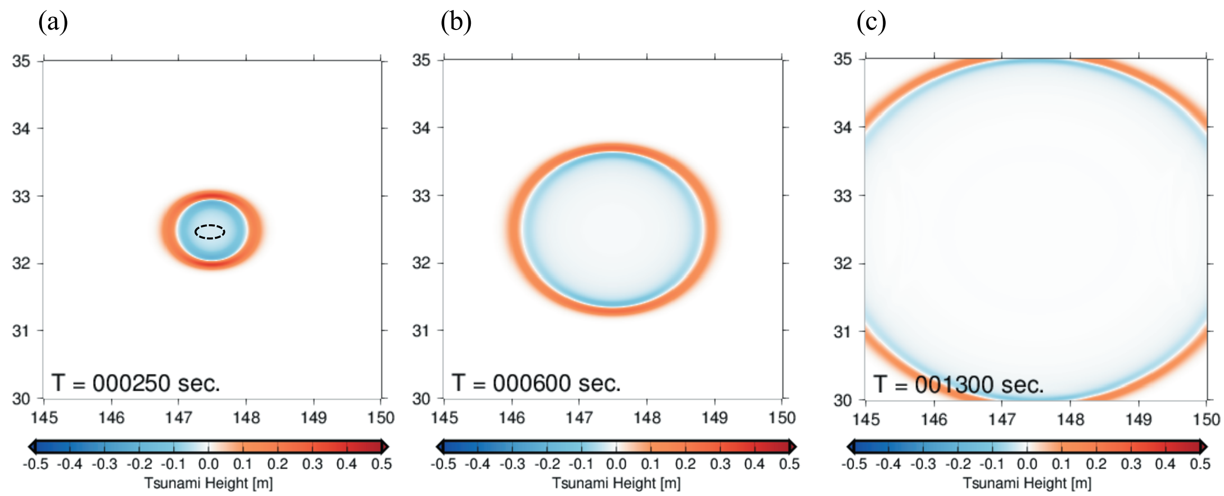



図 6　モデル1に線形長波理論(極座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 250秒後。点線は初期波高分布を表す。(b) 600秒後。(c) 1300秒後。

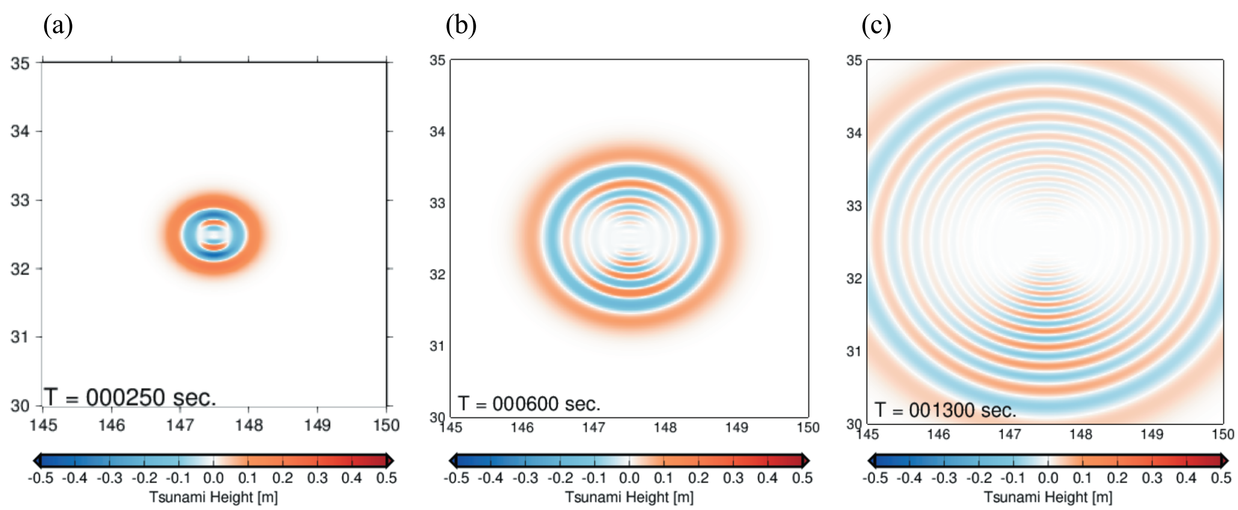



図 7　モデル1に線形分散波理論(極座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 250秒後。(b) 600秒後。(c) 1300秒後。

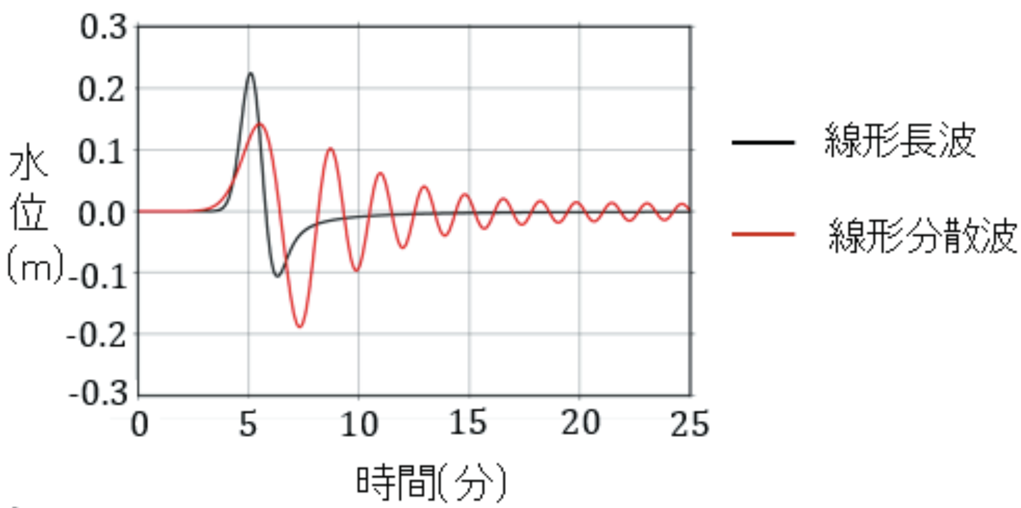



図 8　モデル1に線形長波理論(極座標系)、および線形分散波理論(極座標系)を適用した結果、得られた理論波形。観測点は(147°　E, 32°　N)の位置に設置した。

### 4.2 モデル 2

地殻変動が起こった直後の初期波高の状態を図9に示す。初期波高は最小で－1.25 m、最大で 1.30 mほどの値となった。また、線形長波理論による結果をスナップショットしたものを図 10 に、線形分散波理論による結果をスナップショットにしたものを図 11 に示す。図 2 の各観測点での理論波形を図 12 に示す。黒線は線形長波、赤線は線形分散波の結果を表している。

スナップショットを見ると、線形分散波理論の結果では分散性が現れていることがわかった。特に、断層の走向と直交する方向によく分散性が現れていた。理論波形を見ると、観測点 3, 4, 5 では先頭波に続く後続波に大きな違いが見られた。また、観測点 3 では分散性を考慮したことで、最大水位が大きくなっていた。波源から比較的遠い観測点 1, 7 では分散性の影響は小さいことがわかった。また、観測点 2, 6 では先頭波の周期が長く滑らかになっていることがわかった。

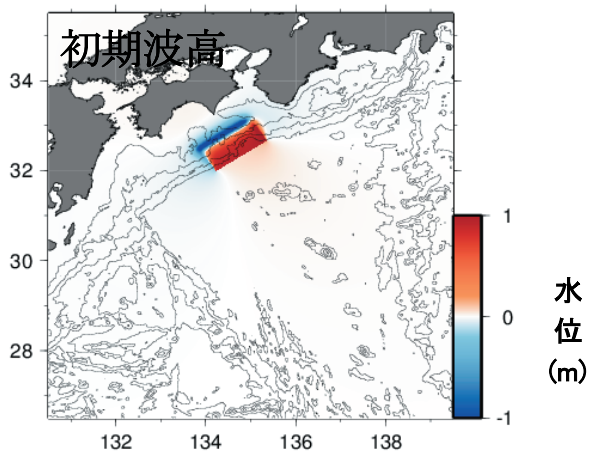



図 9 モデル2の初期波高分布を表すスナップショット。

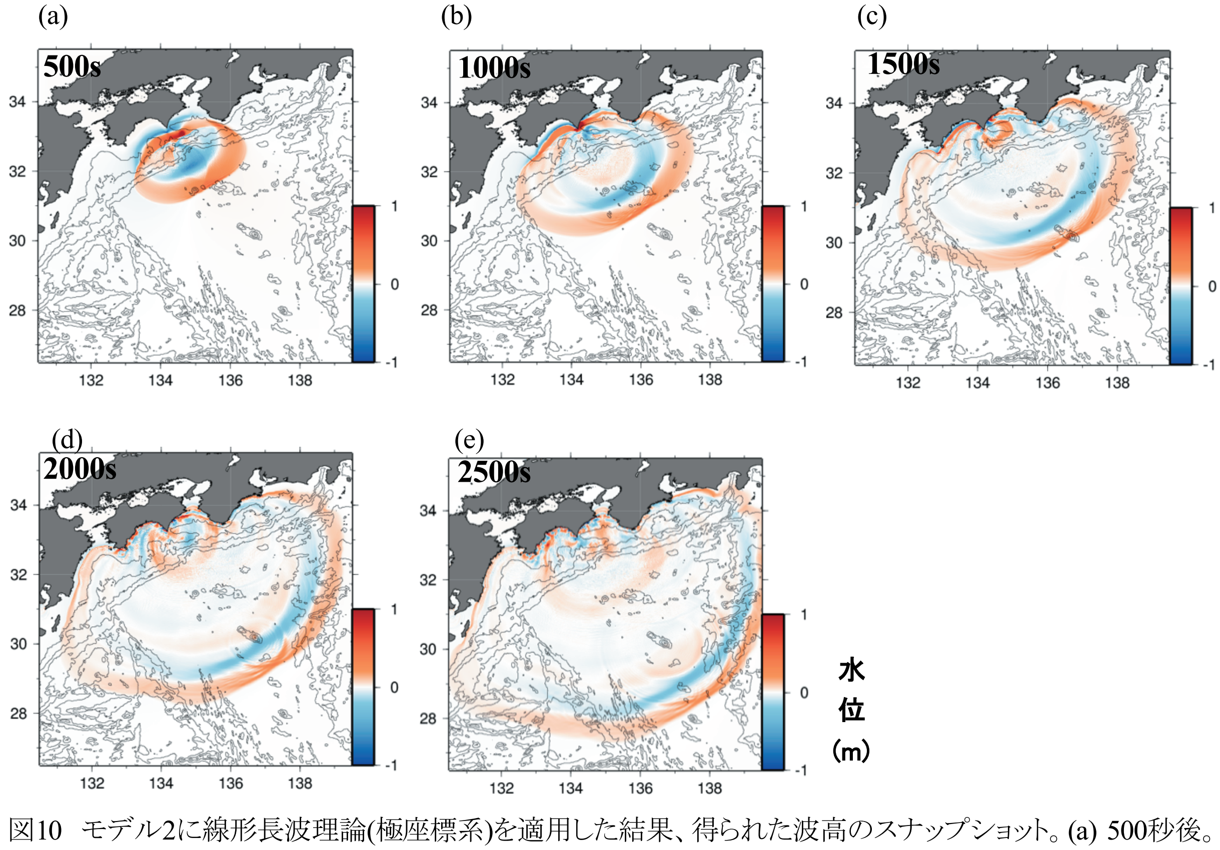



図10 モデル2に線形長波理論(極座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 500秒後。(b) 1000秒後。(c) 1500秒後。(d) 2000秒後。(e) 2500秒後。

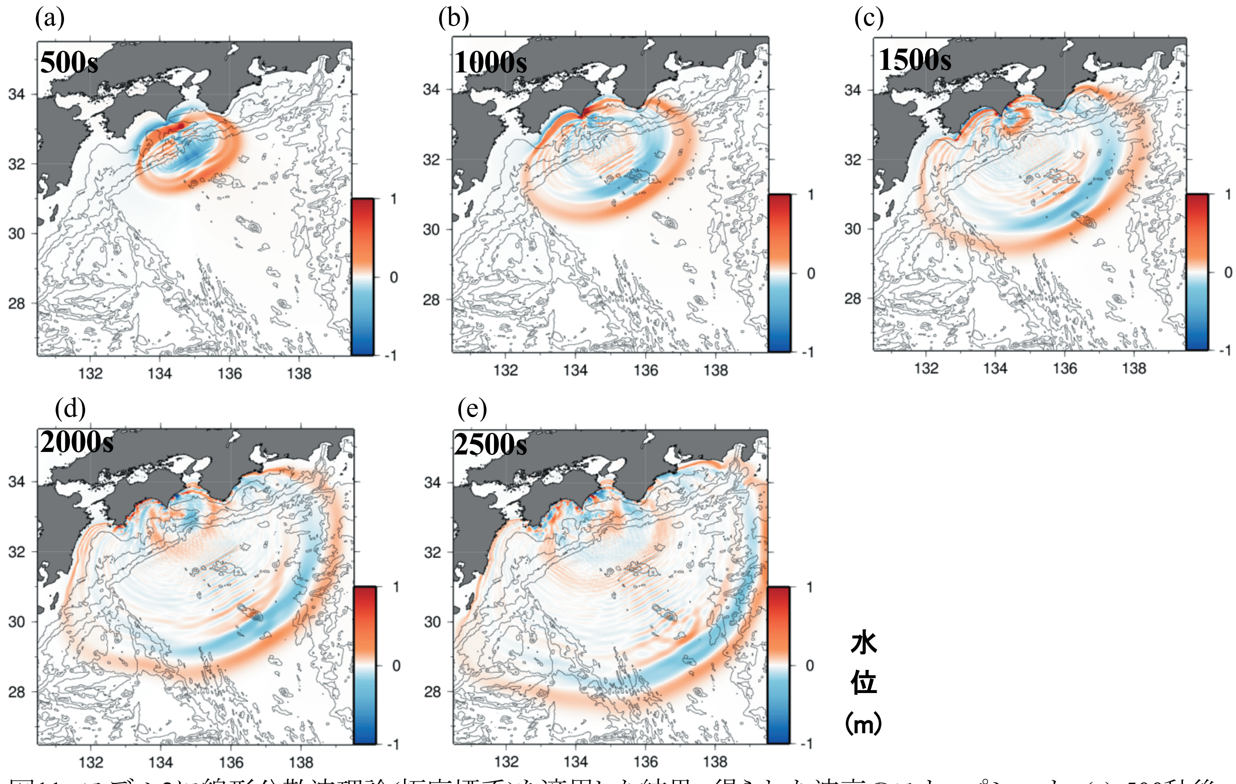



図11　モデル2に線形分散波理論(極座標系)を適用した結果、得られた波高のスナップショット。(a) 500秒後。(b) 1000秒後。(c) 1500秒後。(d) 2000秒後。(e) 2500秒後。

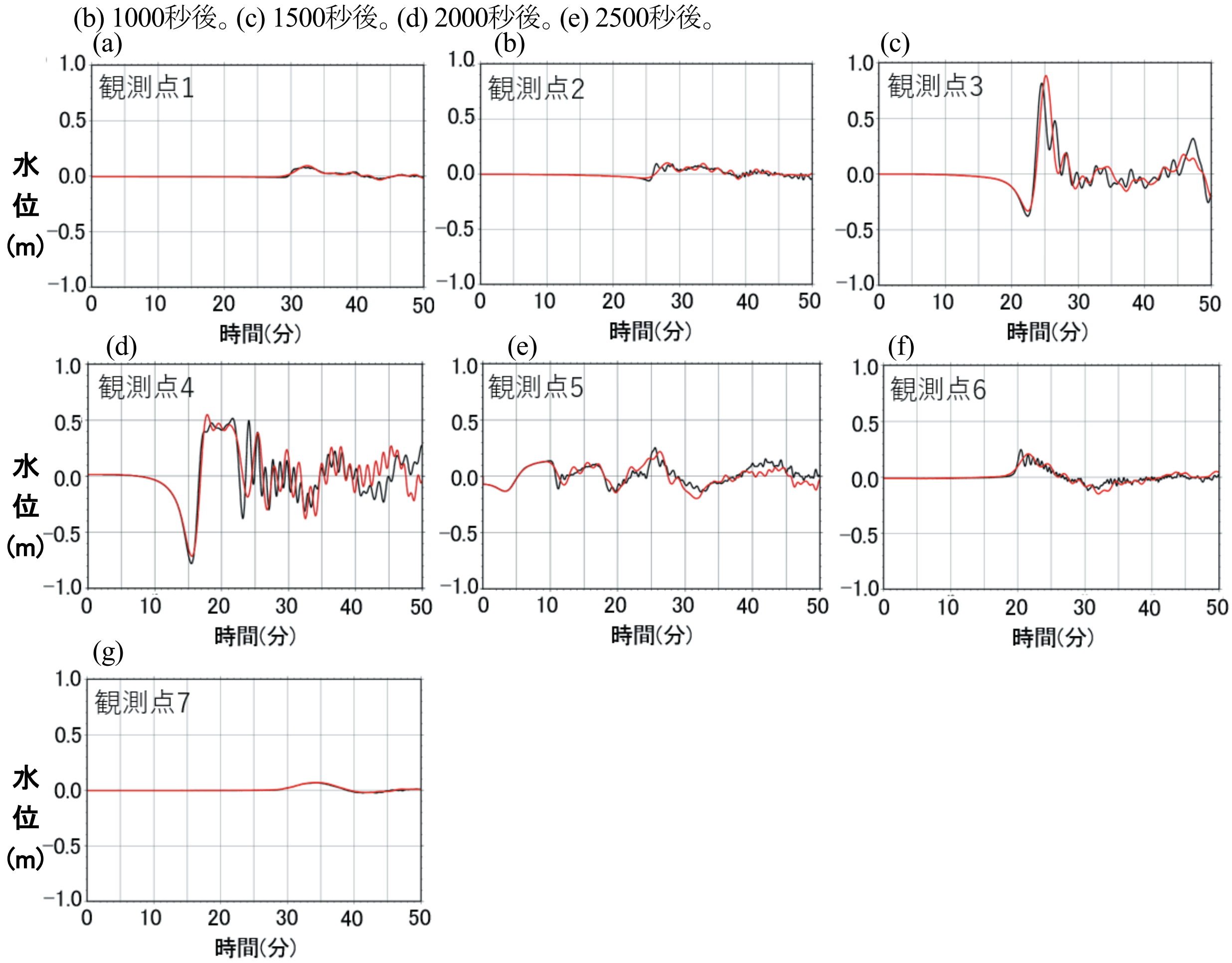



図12　モデル2における各観測点の理論波形。(a) 観測点1。(b) 観測点2。(c) 観測点3。(d) 観測点4。(e) 観測点5。(f) 観測点6。(g) 観測点7。黒線は線形長波理論、赤線は線形分散波理論による結果を表す。

### 4.3 分散の指向性

分散性の強弱や指向性を示す原因の一つとして初期波高分布の状態があると考えた。具体的には断層の長さと幅方向の隆起・沈降領域の広がりに注目した。ここでは、同規模の断層かつ一様水深 (5000 m)において、初期波高分布の状態を決める 4 つのパラメター（長さ L、幅 W、傾斜角 δ 、すべり角 λ )について分散性の違いを調べた。走向は0° 、断層の上端の深さは 10 km とした。また、領域は 145.0° E～150.0° E、30.0° N～35.0° N とし、極座標系の方程式でシミュレーションを行った。

数値シミュレーションの結果を図 13 から図 17 に示す。各図(a)は初期波高の状態を、各図(b)は津波を発生させてから 900 秒経った波高の状態を表している。各図(a)だけを見ると、隆起・沈降領域の広がり方にそれぞれ異なった特徴があることがわかった。例えば、図 13(a)と図 14(a)を比べると傾斜角が 30° と大きくなったことによって断層の幅方向の隆起・沈降領域の広がりがより小さくなっていることが分かった。これにより断層の幅方向ではより狭い範囲に隆起・沈降領域が生じ、短波長成分の波をより多く生成し、分散性が強く表れていると考えられる。また、断層の長さ方向をみると隆起・沈降領域の広がりにそれほど違いは見られない。したがって、分散性にも大きな違いはないことがわかった。断層の幅方向に分散性がよく現れる理由も同じように考えられ、これは断層の長さ方向では隆起(もしくは沈降)領域のみ分布しているのに対し、断層の幅方向では隆起と沈降の 2 つの領域が分布していることからより短波長成分の波が生じやすいことが原因と考えられる。図 15 は断層の幅と長さを等しくした結果である。幅 W の値が大きくなったことにより断層の幅方向の分散性は弱くなったものの、断層の長さ方向より短波長成分が多い状態となっている。また、図 16 と図 17 はすべり角 λ を変えた結果である。図(a)を見るとすべり角の影響により、初期波高分布が歪んだ形になっていることがわかった。図(b)を見てもわかるように波高の分布がすべり角の方向に少し偏ったような結果になることがわかった。しかし、断層の幅方向に分散性が良く現れることに変わりはなかった。

モデル 1 では隆起領域のみを与えているが、この場合も同様に考えられ、初期波高分布(図 3(a))を見ると、$y$方向の隆起領域の方が広がりが狭いことから$y$方向がより強い分散性を示していることが説明できる。極座標系でも同様に考えることができる。また、モデル 2 の想定南海地震ではすべり角を 113° と設定したが、すべり角が原因となる指向性が若干見られる。

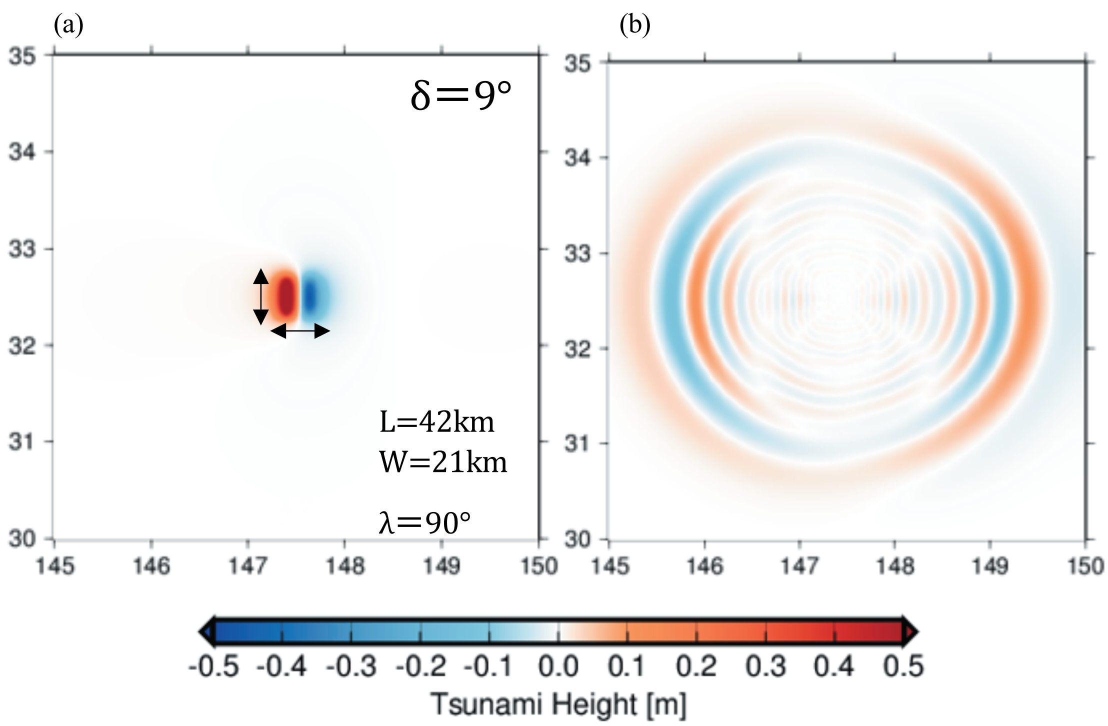



図13 傾斜角9° 、長さ42km、幅21km、すべり角90° としたときの波高のスナップショット。(a) 初期波高分布。矢印は断層の長さと幅方向の波高の広がりを表す。(b) 900秒後。

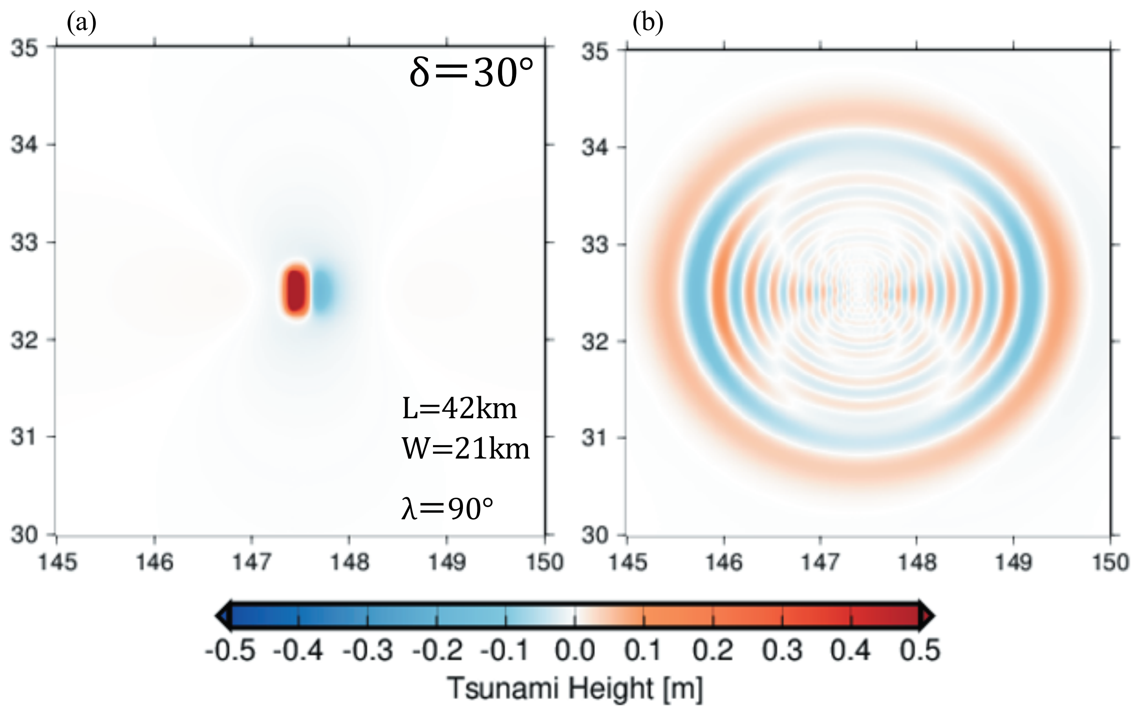



図14　傾斜角30°　、長さ42 km、幅21 km、すべり角90°　としたときの波高のスナップショット。(a)　初期波高分布。(b) 900秒後。

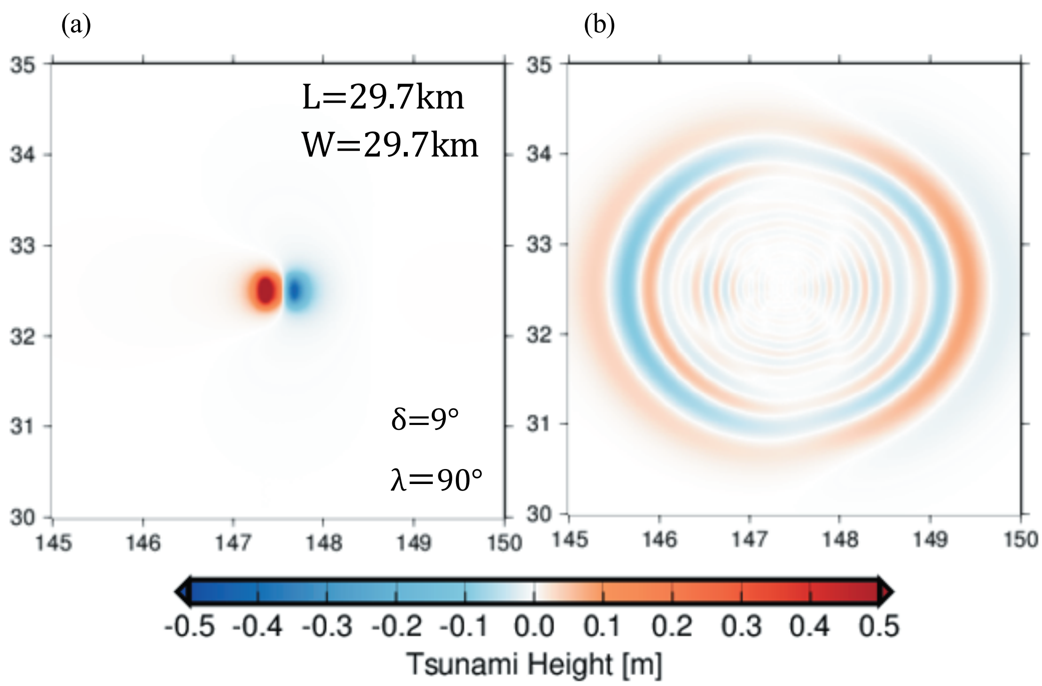



図15　傾斜角9°、長さ29.7 km、幅29.7 km、すべり角90°としたときの波高のスナップショット。(a)　初期波高分布。(b) 900秒後。

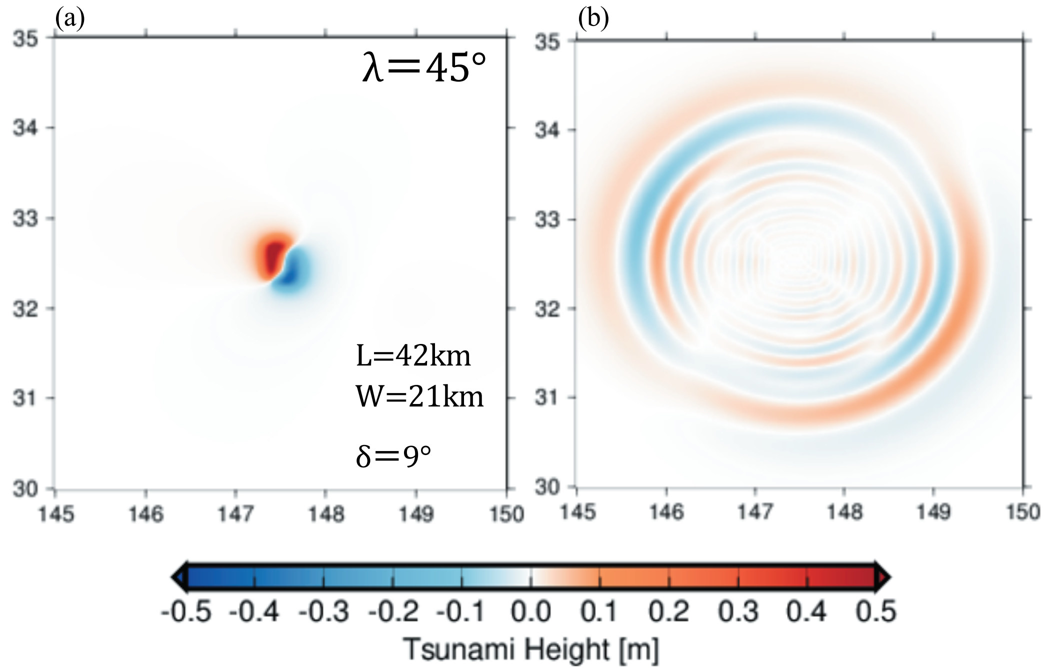



図16　傾斜角9°　、長さ42 km、幅21 km、すべり角45°　としたときの波高のスナップショット。
(a)　初期波高分布。(b) 900秒後。

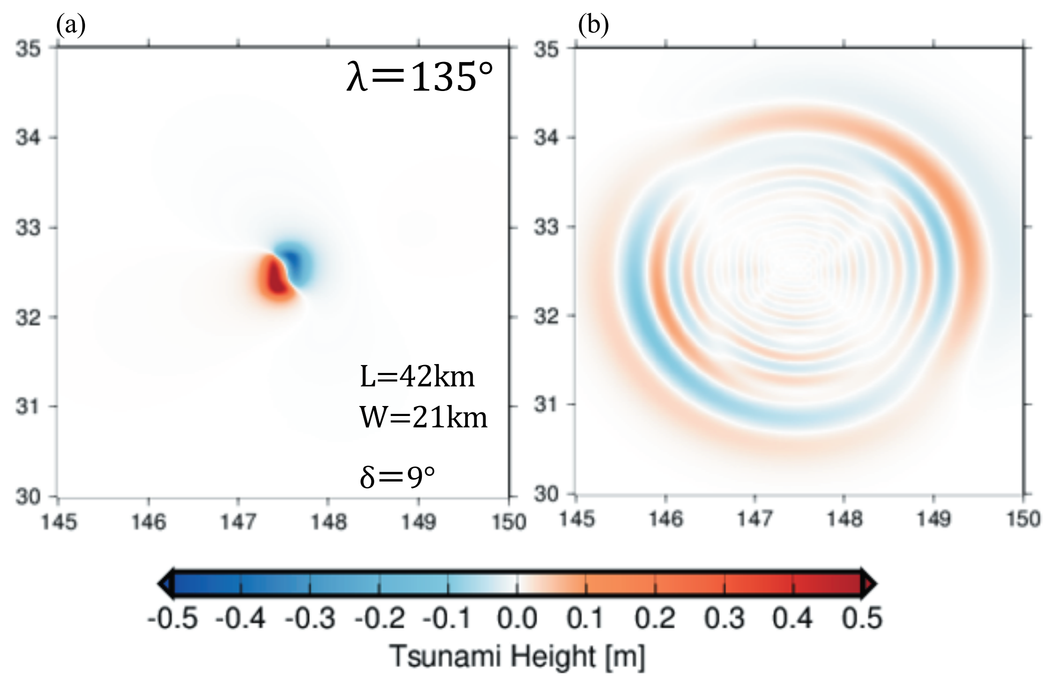



図17　傾斜角9°、長さ42 km、幅21 km、すべり角135°としたときの波高のスナップショット。
(a)　初期波高分布。(b) 900 秒後。

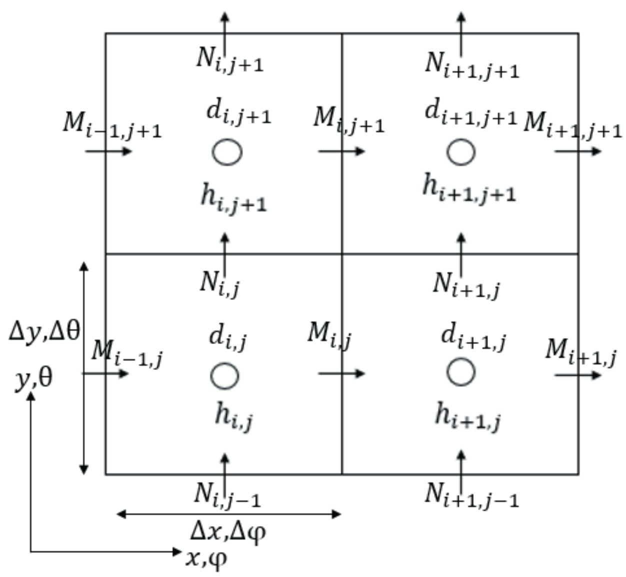
## 5.　まとめ

本研究では、線形分散波理論に基づいた、陰解的に方程式を解くプログラムを作成した。数値シミュレーション結果から分散に指向性があることがわかり、その原因の一つは初期波高分布の状態にあることがわかった。

作成したプログラムは、モデル 2 で示したような海底地形では安定的に計算できたが、日本海溝のような急激な水深の変化が起こる場所では計算は不安定であったため、今後、誤差の成長を防ぐような改良が必要である。また、微小振幅を仮定することで方程式を線形化して研究を進めてきたが、津波を海岸まで計算する、または遡上を考えるには非線形方程式が使われるので、更なる改良が必要である。

**謝辞**：本研究を進めるにあたり、コーネル大学で開発された津波計算プログラム COMCOT (Cornell Multi-grid Coupled Tsunami Model)と海底地形データ GEBCO (General Bathymetric Chart of the Oceans)を使用させて頂きました。記してここに感謝いたします。

**付録**：基礎方程式の離散化には図 A1 のような格子を用いた staggered leap frog 法（Baba et al., 2015）で行った。




図A1 staggered 格子。$h$は水位、$\phi$ は経度、$\theta$ は余緯度、dは静水深、$M, N$はそれぞれ$x$または $\phi$ 方向、$y$または $\theta$ 方向の体積フラックスを表す。

式(1)の分散項の離散化について考える。分散項は

$$\frac{d^2}{3Rsin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi\partial t}+\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\theta\partial t}\right)\right]=\frac{d^2}{3R^2sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\varphi\partial\theta}\right) \quad \text{(A1)}$$

と書き換えられる。右辺第 1 項目において次のように離散化できる。

$$\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi^2}=\frac{M_{i+1,j}-2M_{i,j}+M_{i-1,j}}{(\Delta\varphi)^2} \quad \text{(A2)}$$

ここで、$i, j$はそれぞれ φ，θ 方向のグリッドの数を表す。式を簡単化するために

$$\mathrm{U}=M_{i+1,j}-2M_{i,j}+M_{i-1,j} \quad \text{(A3)}$$

と定義すると

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial \varphi^2}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{U}{(\Delta\varphi)^2}\right)=\frac{U^{n+\frac{1}{2}}-U^{n-\frac{1}{2}}}{(\Delta\varphi)^2\Delta t} \tag{A4}$$

と離散化できる。ここで、$n$は$t$方向のグリッドの数を表す。また、第 2 項目において次のように離散化できる。

$$\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\varphi\partial\theta}=\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\bar{N}_{i,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-\bar{N}_{i,j}sin\theta}{\Delta\theta}\right)$$

$$=\frac{\bar{N}_{i,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-\bar{N}_{i-1,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-\bar{N}_{i,j}sin\theta+\bar{N}_{i-1,j}\sin\theta}{\Delta\theta\Delta\varphi} \tag{A5}$$

ただし、staggered leap frog 法では$M$と$N$の計算位置を半格子ずらしているので、$M_{i,j}$の計算位置における$N$の値を次のように周りの 4 点を用いることで近似した。

$$\bar{N}_{i,j}=\frac{N_{i,j}+N_{i+1,j}+N_{i,j-1}+N_{i+1,j-1}}{4} \tag{A6}$$

式を簡単化するために

$$\bar{V}=\bar{N}_{i,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-\bar{N}_{i-1,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-\bar{N}_{i,j}sin\theta+\bar{N}_{i-1,j}\sin\theta \tag{A7}$$

義すると

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\varphi\partial\theta}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\bar{V}}{\Delta\theta\Delta\varphi}\right)=\frac{\bar{V}^{n+\frac{1}{2}}-\bar{V}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi\Delta t} \tag{A8}$$

と離散化できる。同様に静水深も次のように近似した。

$$\bar{d}_{i,j}=\frac{d_{i,j}+d_{i+1,j}}{2} \tag{A9}$$

以上から、式(1)の分散項は

$$\frac{d^2}{3Rsin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi\partial t}+\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\theta\partial t}\right)\right]=\frac{\bar{d}_{i,j}^2}{3R^2sin^2\theta}\left(\frac{U_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-U_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}}{(\Delta\varphi)^2}+\frac{\bar{V}_{i.j}^{n+\frac{1}{2}}-\bar{V}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi}\right) \tag{A10}$$

と離散化できる。最終的に式(1)を離散化すると次のように書ける。

$$M_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}=M_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}-\frac{g\bar{d}_{i,j}}{Rsin\theta}\frac{\Delta t}{\Delta\varphi}\left(h_{i+1,j}^n-h_{i,j}^n\right)+f\bar{N}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}+\frac{\bar{d}_{i,j}^2}{3R^2sin^2\theta}\left(\frac{U_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-U_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}}{(\Delta\varphi)^2}+\frac{\bar{V}_{i.j}^{n+\frac{1}{2}}-\bar{V}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi}\right) \tag{A11}$$

同様に、式(2)の分散項の離散化について考える。分散項は

$$\frac{d^2}{3R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi\partial t}+\frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\theta\partial t}\right)\right]=\frac{d^2}{3R^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial M}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial Nsin\theta}{\partial\theta}\right)\right] \quad \text{(A12)}$$

と書き換えられる。分散項の第 1 項目において次のように離散化できる。

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial M}{\partial\varphi}\right)=\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\bar{M}_{i+1,j}-\bar{M}_{i,j}}{\Delta\varphi}\right)=\frac{1}{\Delta\theta\Delta\varphi}\left(\frac{\bar{M}_{i+1,j}-\bar{M}_{i,j}}{sin\theta}-\frac{\bar{M}_{i+1,j-1}-\bar{M}_{i,j-1}}{\sin(\theta-\Delta\theta)}\right) \quad \text{(A13)}$$

ただし、ここでも同様に$N_{i,j}$の計算位置における$M$の値を次のように周りの 4 点を用いることで近似した。

$$\bar{M}_{i,j}=\frac{M_{i,j}+M_{i,j+1}+M_{i-1,j}+M_{i-1,j+1}}{4} \quad \text{(A14)}$$

式を簡単化するために

$$\bar{U}=\frac{\bar{M}_{i+1,j}-\bar{M}_{i,j}}{sin\theta}-\frac{\bar{M}_{i+1,j-1}-\bar{M}_{i,j-1}}{\sin(\theta-\Delta\theta)} \quad \text{(A15)}$$

と定義すると

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial M}{\partial\varphi}\right)\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\bar{U}}{\Delta\theta\Delta\varphi}\right)=\frac{\bar{U}^{n+\frac{1}{2}}-\bar{U}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi\Delta t} \quad \text{(A16)}$$

と離散化できる。また、分散項の第 2 項目において次のように離散化できる。

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial Nsin\theta}{\partial\theta}\right)=\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{N_{i,j+1/2}\sin(\theta+\Delta\theta/2)-N_{i,j-1/2}\sin(\theta-\Delta\theta/2)}{\Delta\theta}\right)\\&=\frac{1}{\Delta\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{N_{i,j+1/2}\sin(\theta+\Delta\theta/2)-N_{i,j-1/2}\sin(\theta-\Delta\theta/2)}{sin\theta}\right)\\&=\frac{1}{(\Delta\theta)^2}\left(\frac{N_{i,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-N_{i,j}\sin\theta}{\sin(\theta+\Delta\theta/2)}-\frac{N_{i,j}\sin\theta-N_{i,j-1}\sin(\theta-\Delta\theta)}{\sin(\theta-\Delta\theta/2)}\right) \quad \text{(A17)}\end{aligned}$$

式を簡単化するために

$$\mathrm{V}=\frac{N_{i,j+1}\sin(\theta+\Delta\theta)-N_{i,j}\sin\theta}{\sin(\theta+\Delta\theta/2)}-\frac{N_{i,j}\sin\theta-N_{i,j-1}\sin(\theta-\Delta\theta)}{\sin(\theta-\Delta\theta/2)} \quad \text{(A18)}$$

と定義すると

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial Nsin\theta}{\partial\theta}\right)\right]=\frac{1}{(\Delta\theta)^2}\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{V^{n+\frac{1}{2}}-V^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t(\Delta\theta)^2} \quad \text{(A19)}$$

と離散化できる。同様に静水深も次のように近似した。

$$\bar{d}_{i,j} = \frac{d_{i,j} + d_{i,j+1}}{2} \tag{A20}$$

以上から、式(2)の分散項は

$$\frac{d^2}{3R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{Rsin\theta}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial\varphi\partial t} + \frac{\partial^2(Nsin\theta)}{\partial\theta\partial t}\right)\right] = \frac{\bar{d}_{i,j}^2}{3R^2}\left(\frac{\overline{U}_{i.j}^{n+\frac{1}{2}} - \overline{U}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi} + \frac{V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - V_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}}{(\Delta\theta)^2}\right) \tag{A21}$$

と離散化できる。最終的に式(2)を離散化すると次のように書ける。

$$N_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = N_{i,j}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{g\bar{d}_{i,j}}{R}\frac{\Delta t}{\Delta\theta}\left(h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n\right) - f\overline{M}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}\Delta t + \frac{\bar{d}_{i,j}^2}{3R^2}\left(\frac{\overline{U}_{i.j}^{n+\frac{1}{2}} - \overline{U}_{i.j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta\Delta\varphi} + \frac{V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - V_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\theta^2}\right) \tag{A22}$$

また、式(3)を離散化すると次のように書ける。

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{Rsin\theta}\left[\frac{M_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - M_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta\varphi} + \frac{N_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}sin\theta - N_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\ \sin(\theta - \Delta\theta)}{\Delta\theta}\right] \tag{A23}$$

時間ステップ$t$＝$(n+1/2)\Delta t$ のとき、式(1), (2)に$h^n$, $M^{n-\frac{1}{2}}$, $N^{n-\frac{1}{2}}$を代入して$M^{n+\frac{1}{2}}$, $N^{n+\frac{1}{2}}$を計算する。得られた方程式を反復法 (Gauss-Seidel 法 (Press et al., 1986))で解いた。$t$＝$(n+1)\Delta t$ で、計算された$M^{n+\frac{1}{2}}$, $N^{n+\frac{1}{2}}$を式(3)に代入して$h^{n+1}$を得る。以後同様に、$h^{n+1}, M^{n+\frac{1}{2}}$, $N^{n+\frac{1}{2}}$を式(1), (2), (3)を解くために用いる。

**参考文献**

1) 今村文彦, 後藤智明, 首藤伸夫(1986) 津波数値予報の可能性に関する研究－津波数値シミュレーションの精度. 東北大学工学部津波防災実験所研究報告, 3:23-88.

2) Baba, T., Takahashi, N., Kaneda, Y., Ando, K., Matsuoka, D. and Kato, T. (2015) Parallel implementation of dispersive tsunami wave modeling with a nesting algorithm for the 2011 Tohoku Tsunami. Pure appl Geophys 172:3455-3472. doi:10.1007/s00024-015-1049-2.

3) British Oceanographic Data Centre. (2010) GEBCO: http://www.gebco.net

4) DeMets, C., Gordon, R. G. and Argus, D. F. (2010), Geologically current plate motions, MORVEL : http://ofgs.aori.u-tokyo.ac.jp/~okino/platecalc_new.html

5）Hirose, F., Nakajima, J. and Hasegawa, A. (2008), Three-dimensional seismic velocity structure and configuration of the Philippine Sea slab in southwestern Japan estimated by double-difference tomography, J. Geophys. Res., 113, B09315, doi:10.1029/2007JB005274.
6）Liu, P., Woo, S. B. and Cho, Y. S. (1998) Computer programs for tsunami propagation and inundation.
7）Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T. (1986), Numerical Recipes, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
8）Wang, X. (2009) COMCOT:
9）http://www.cee.cornell.edu/research/groups/phil_liu/research-projects.cfm

**筆者**:1) 西田 賢人、長崎地方気象台；2）吉岡 祥一、 神戸大学都市安全研究センター/大学院理学研究科、教授

# Development of a source code of tsunami numerical simulations based on a linear dispersive wave theory
# - Application to the assumed Nankai earthquake -

Kento Nishida
Shoicih Yoshioka

Abstract

In the linear long wave theory, if the water depth is constant, the tsunami propagates at the same velocity, but in reality, when the wavelength becomes shorter, the velocity difference due to the wavelength, that is, the dispersion takes place. In order to express such dispersion, it is necessary to use an equation that considers dispersion. However, the actual distance required for a linear dispersive wave theory depends on conditions such as water depth and initial water level. Therefore, in this study, we focused on the dispersion of the tsunami, and created a source code based on the linear dispersive wave theory in order to perform numerical simulations. The created source code was applied to two models including the assumed Nankai earthquake, and compared with the results obtained by the linear long wave theory. Since the assumed Nankai earthquake was a near-field tsunami, there was no significant difference at the beginning of the calculated waveform offshore, but there was a difference in the subsequent waves. It was also found that the dispersion often appears in the direction orthogonal to the strike of the fault plane. In addition, in order to investigate the state of the initial height distribution, which is considered to be one of the factors showing the directivity of the dispersion, we focused on the four fault parameters, and changed the values to change the relationship between the state of the initial height distribution and the directivity of the dispersion.