



# 微小変位領域の摩擦特性を考慮した象限突起補償器

佐藤, 隆太  
寺島, 義道  
堤, 正臣

---

**(Citation)**

精密工学会誌, 74(6):622-626

**(Issue Date)**

2008-06-05

**(Resource Type)**

journal article

**(Version)**

Version of Record

**(URL)**

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/90001948>





# 微小変位領域の摩擦特性を考慮した象限突起補償器\*

佐藤 隆太\*\* 寺島 義道\*\*\* 堤 正 臣†

Quadrant Glitch Compensator Based on Friction Characteristics in Microscopic Region

Ryuta SATO, Yoshimichi TERASHIMA and Masaomi TSUTSUMI

This paper proposes a friction compensator based on the friction characteristics in the microscopic displacement region. In order to evaluate the motion accuracy of feed drive systems for the NC machine tools, circular tests are generally applied. It is known that the large quadrant glitches are often observed on the circular trajectories, and it is caused by the friction forces of the mechanism. In this paper, the relationship between table displacement and total friction torque around the motor axis is modeled by a simple friction model which can accurately estimate the behavior of the friction torque. The proposed friction model is a function of the table displacement, not a function of velocity. Based on the friction model, a friction compensator is invented. The proposed friction compensator consists of a table position estimator, an inverse transfer function of the servo motor, and the friction model. From the experimental and simulation results, it is clarified that the quadrant glitches can be effectively eliminated by the proposed friction compensator, even if the radius and feed rate of circular motion change.

**Key words:** feed drive system, circular motion, quadrant glitch, friction model, friction compensator

## 1. 緒 言

数値制御工作機械における形状創成は送り駆動系により支配されており、送り駆動系の運動精度を測定する方法として円運動試験がある<sup>1)</sup>。円運動試験を行うと、各軸の運動方向が反転する象限切り替え時に、突起状の軌跡誤差、すなわち象限突起が生じることが知られている<sup>2)</sup>。この象限突起は、加工面に筋状の模様となって現れるため大きな問題となり、象限突起の補正に関して多くの研究開発が行われてきた。

久良ら<sup>3)</sup>や Tung ら<sup>4)</sup>、岩下ら<sup>5)</sup>は送り駆動系の速度指令にフィードフォワード的に信号を印加することで象限突起を抑制する方法を提案し、長島ら<sup>6)</sup>や Mei ら<sup>7)</sup>は象限突起の大きさを予め予測して位置指令を修正する方法を提案した。また、象限突起の原因は運動方向反転時の急激な摩擦力変化に対する制御系の応答であるとの考え<sup>8)</sup>に基づき、摩擦力の変化を予測してトルク指令にフィードフォワード的に加える方法について多く研究者が提案しているほか<sup>9-13)</sup>、速度制御器内の積分器の出力は摩擦トルクに等しいと考え、運動方向反転時に積分器の符号を反転させる方法<sup>14)</sup>や、運動方向反転前の積分器の出力に応じた信号を速度指令に加算する方法<sup>15)</sup>が提案されている。

しかし従来の方法では、設定が必要なパラメータが多くその調整に時間と経験を必要とし、円運動の半径や送り速度が変化した場合にパラメータの再調整が必要となるなどの問題が指摘されており、そのような問題を解決するため、パラメータの自動調整に関する研究も行われているが<sup>16)17)</sup>、実際には熟練者による調整が行われるようである。

本研究では、微小変位領域における変位と摩擦トルクとの関係を簡単な数式でモデル化し、その摩擦モデルに基づく摩擦補償器を開発した。実験とシミュレーションによりその有効性を

確認したところ、補償器のパラメータは簡単に決定でき、かつ効果的に象限突起を補正できたので報告する。

## 2. 実験装置

本研究で使用した実験装置を図1に示す。この実験装置は、工作機械の送り駆動系のみを抽出したXYテーブルで、DSPボードを組み込んだパソコンを使って制御周期0.5msで制御されている。Y軸(サドル)の上にX軸(テーブル)がのった構造になっており、テーブルの上には質量約190kgの回転テーブルが搭載されている。本研究では、このうちX軸とY軸を実験に使用する。回転テーブルを含む被駆動質量は、X軸で240kg、Y軸では520kgであり、ストロークは両軸ともに400mmである。

X軸とY軸は、カップリングを介してACサーボモータと直結されたボールねじにより駆動され、テーブルはリテーナつきの直動転がり案内で支持されている。

一般的な送り駆動系の制御には、電流ループ、速度ループ、そして位置ループの3重の制御ループがある。図1の実験装置では、汎用ACサーボをトルク指令モードで使用し、速度ループと位置ループの両方をパソコン上で行う。これにより、速度ループと位置ループ部分には任意の制御則を容易に実装でき、開発する摩擦補償器の有効性を実験的にも検証できる。

位置制御系は分解能0.1 $\mu$ mのリニアスケールによって検出さ

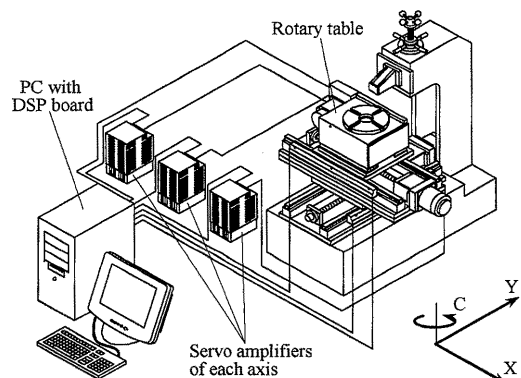


Fig.1 Experimental set-up

\* 原稿受付 平成 19 年 8 月 21 日

\*\* 正 会 員 東京農工大学大学院 (現, 三菱電機(株) 先端技術総合研究所; 兵庫県尼崎市塚口本町 8-1-1)

\*\*\* 東京農工大学大学院工学府博士前期課程 (東京都小金井市中町 2-24-16)

† 正 会 員 東京農工大学大学院 (東京都小金井市中町 2-24-16)

れる信号を使ったフルクローズドループ制御であり、速度制御系では、モータ端のロータリーエンコーダによって検出されるモータ回転角度を数値微分して使用する。なお、各サーボゲインはできる限り大きくなるように試行錯誤的に調整した。

本研究で示す測定結果は、各軸のリニアスケールによる測定結果を円弧軌跡として処理したものである。円運動の測定には通常ボールバーが使用されるが、リニアスケールによる測定結果とボールバーによる結果とが一致することは、事前に確認済みである。

### 3. 微小変位領域における摩擦特性

本研究で開発する補償器では、摩擦モデルに基づいて予め摩擦トルクの変化を予測し、トルク指令にフィードフォワード的に印加することで、摩擦トルクの変化に対する制御系の追従遅れを補償する。そのためには、摩擦特性をモデル化しておく必要がある。象限突起は数十  $\mu\text{m}$  以下の変位領域における現象であるので、その発生には運動方向反転直後の微小変位領域における摩擦特性が強く影響している<sup>8)18)</sup>。

図2(a)に、振幅  $50\mu\text{m}$ 、周波数  $0.05\text{Hz}$  の正弦波往復運動を行った場合における X 軸の変位とモータトルクの関係を示す。図では、速度制御器から出力されるトルク指令をモータトルクとしている。実際には電流ループの遅れ等の影響により、モータトルクとトルク指令とは完全に一致しないが、図2のように非常に遅い運動では、電流ループの遅れは相対的に無視できる。

また、モータトルクには機構の総慣性モーメントと粘性摩擦が含まれているが、図2の往復運動では加速度、速度ともに非常に小さく、モータトルクはモータ軸換算の非線形摩擦トルクに等しくなると考えられる。

図2中の矢印はモータトルク変化の方向を表している。図2(a)によると、 $-50\mu\text{m}$  の位置から変位が増加するときにはトルクも変位とともに増加し、約  $20\mu\text{m}$  程度の変位で飽和して一定値となる。逆の場合にも同様の変化を示し、ヒステリシスループを描いている。

このような特性は、直動転がりが案内やボールねじにおいて観測され、非線形ばね特性として知られている<sup>18)-20)</sup>。非線形ばね特性のモデル化についてもいくつかの研究例があるが<sup>21)-23)</sup>、本研究ではできる限り簡単に、変位の関数として式(1)に示す数式でモデル化した。

$$\hat{f} = f_c(2 \tanh(ax') - 1) \text{sgn}(\dot{x}) \quad (1)$$

ここで、 $f_c$  はクーロン摩擦トルク [Nm]、 $x'$  は運動方向反転位置からの変位 [m] であり、 $a$  は運動方向反転後の摩擦トルクの立ち上がり決定する定数 [1/m] である。式(1)を  $x'$  で微分すると以下ようになる。

$$\frac{d\hat{f}}{dx'} = 2af_c(1 - \tanh^2(ax')) \text{sgn}(\dot{x}) \quad (2)$$

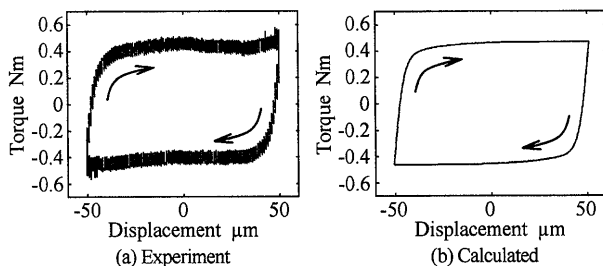


Fig.2 Relationship between table displacement and motor torque

よって、運動方向反転直後、すなわち  $x'$  がゼロの場合における変位に対する摩擦トルクの傾き (ばね剛性に相当) は、 $2af_c$  [Nm/m] であることがわかる。式(1)の摩擦モデルにおいて、決定が必要なパラメータはクーロン摩擦トルク  $f_c$  と立ち上がりを決める定数  $a$  の2つだけであり、この2つのパラメータは図2(a)に示すような測定結果から容易に決定できる。

式(1)の摩擦モデルを使って、変位と摩擦トルクの間係を計算した結果を図2(b)に示す。図によると、提案した摩擦モデルにより、変位と摩擦トルクの間係が的確に表現されていることがわかる。

### 4. 摩擦補償器の構成

提案する摩擦補償器を組み込んだ場合の制御系とサーボアンプ部分のブロック線図を図3(a)に示す。ここで、 $K_{pp}$  は位置ループ比例ゲイン、 $K_{vp}$  は速度ループ比例ゲインであり、 $K_w$  は速度ループ積分ゲインである。位置および速度制御器はパソコン上で離散時間系として構成されており、速度制御器から出力されるトルク指令信号は、DA変換器により電圧信号に変換されてサーボアンプに入力されている。図中の  $DA$  は DA 変換器ゲイン [V] である。

サーボアンプに入力された電圧信号は、トルク指令調整ゲイン  $T_g$  [Nm/V] とトルク指令フィルタを通してトルク指令となる。 $T_f$  はトルク指令フィルタの時定数 [s] である。また、電流ループは時定数  $T_i$  [s] の1次遅れ系としてモデル化されている。 $T_m$  はモータ出力トルク [Nm] である。

開発した摩擦補償器は、位置指令  $r$  [m] から摩擦補償信号を生成し、速度制御器より出力されるトルク指令に加えるものである。モータ出力トルク  $T_m$  が運動方向反転時の摩擦トルクの変化と等しくなれば、摩擦による影響を打ち消すことができる。開発した摩擦補償器の詳細を図3(b)に示す。

式(1)を用いて摩擦トルクの変化を推定するためには、運動方向反転位置からの変位  $x'$  が必要である。そのために、まず位置指令  $r$  から実際のテーブル位置を推定 ( $\hat{x}$ ) し、その結果を微分することで速度を得る。

図3(b)では送り駆動系全体を時定数  $T_c$  [s] の1次遅れ系として近似してテーブルの位置を推定しているが、必要に応じてより高次の伝達関数を用いることもできる。

テーブル位置の測定結果を入力とする摩擦補償器を構成すれば、テーブル位置を推定する必要はなくなるが、実際にそのよ

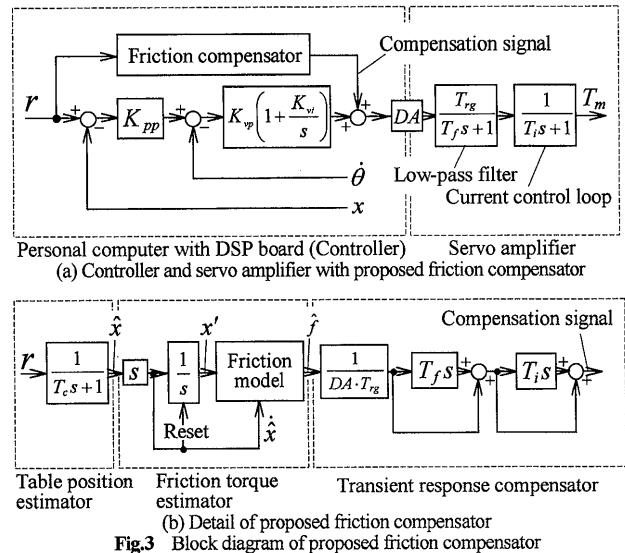


Fig.3 Block diagram of proposed friction compensator

微小変位領域の摩擦特性を考慮した象限突起補償器

うな摩擦補償器を構成して実験を行ったところ、リニアスケールの測定結果に生じる振動の影響により補償信号にチャタリングが生じてしまったために、位置指令を入力とする構成としている。なお、フィードフォワード制御を行う送り駆動系で、位置指令にテーブル位置が遅れなく追従していれば、テーブル位置を推定する必要はなくなる。

図4には摩擦補償器内部の各段階における信号波形を示す。波形を見やすくするために、振幅10mm、周期0.6sの正弦波往復運動を行ったときの結果を示している。

推定したテーブル位置の微分値を1階積分することで変位に戻るが、その際、運動方向の反転、すなわち速度の符号の反転を検出して積分器をリセットすることで、運動方向反転位置からの変位  $x'$  を得ることができる。図4(a)および(b)には、推定テーブル位置と運動方向反転位置からの変位  $x'$  の波形を示す。得られた運動方向反転位置からの変位と推定したテーブル位置の微分値から、式(1)の摩擦モデルにより摩擦トルクの変化を推定する(図4(c))。

推定された摩擦トルクの変化どおりにトルクを発生できれば、摩擦による影響を打ち消すことができる。しかし推定された摩擦トルクをそのままトルク指令としてサーボアンプに入力しても、トルク指令フィルタや電流ループに遅れが存在するため、出力トルク  $T_m$  は摩擦トルクの変化とは異なってしまう。そこで、トルク指令から出力トルクまでの間に存在する要素の逆伝達関数を使ってその遅れを補償することにした。その結果、図4(d)に示すような波形として補償信号が出力された。

図3の摩擦補償器において、DA変換器ゲイン  $DA$ 、トルク指令調整ゲイン  $T_{rg}$ 、そしてトルク指令フィルタの時定数  $T_f$  の値はすべて既知である。電流ループの時定数  $T_i$  は未知または正確な値を知ることができないが、例えばモータ単体でステップ応答試験を行うことで同定できる<sup>24)</sup>。

テーブル位置を推定するための時定数  $T_c$  は、送り駆動系全体

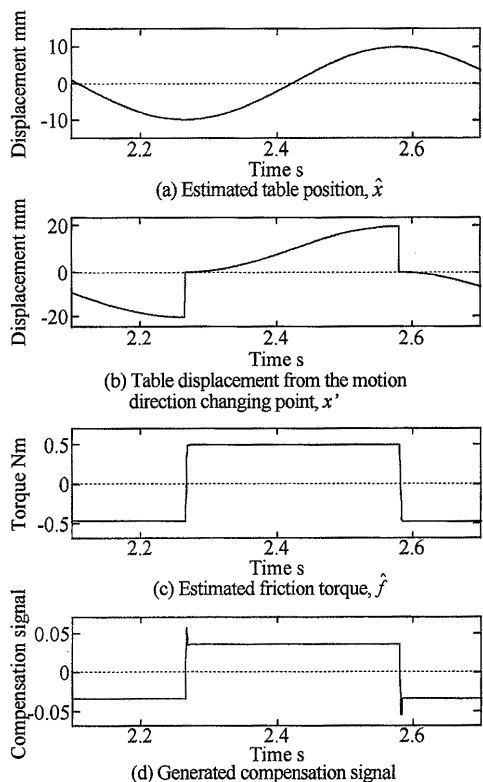


Fig.4 Signal patterns of the proposed friction compensator

の位置ループゲインの逆数として与えることができ、摩擦モデル(式(1))の2つのパラメータは、図2に示すような測定結果から決められる。このように、開発した摩擦補償器のパラメータは簡単に決定することができる。

5. 実験結果とシミュレーション結果

本研究で開発した摩擦補償器の有効性を確認するため、円運動の実験とシミュレーションを行った。シミュレーションには、著者らがこれまでに開発した数学モデル<sup>8)24)</sup>を使用している。このモデルで実機の挙動を正確に表現できることは、すでに確認されている。

円運動の半径と送り速度の組み合わせを3通りに変えた場合の円弧軌跡のシミュレーション結果を図5に示す。図は、基準円半径との誤差を1000倍に拡大して表示してある。図5(a)から(c)において、摩擦補償器の有無以外、例えばサーボゲインの設定等は変えていない。また、円運動の半径や送り速度が変化しても、摩擦補償器のパラメータには同じ値を用いている。

図5によると、摩擦補償器を適用しない場合には、すべての半径と送り速度の結果において20 $\mu$ m程の象限突起が観測されるが、開発した摩擦補償器を適用した場合には、すべての結果で1 $\mu$ m以下に抑制されていることがわかる。

シミュレーションと同じ半径と送り速度で、円運動の実験を行った。その結果を図6に示す。図6によると、シミュレーション結果と同様に、摩擦補償器を適用しない場合には10~20 $\mu$ m程の象限突起が発生している。本研究で開発した摩擦補償器を適用した場合には、すべての半径と送り速度の結果において、

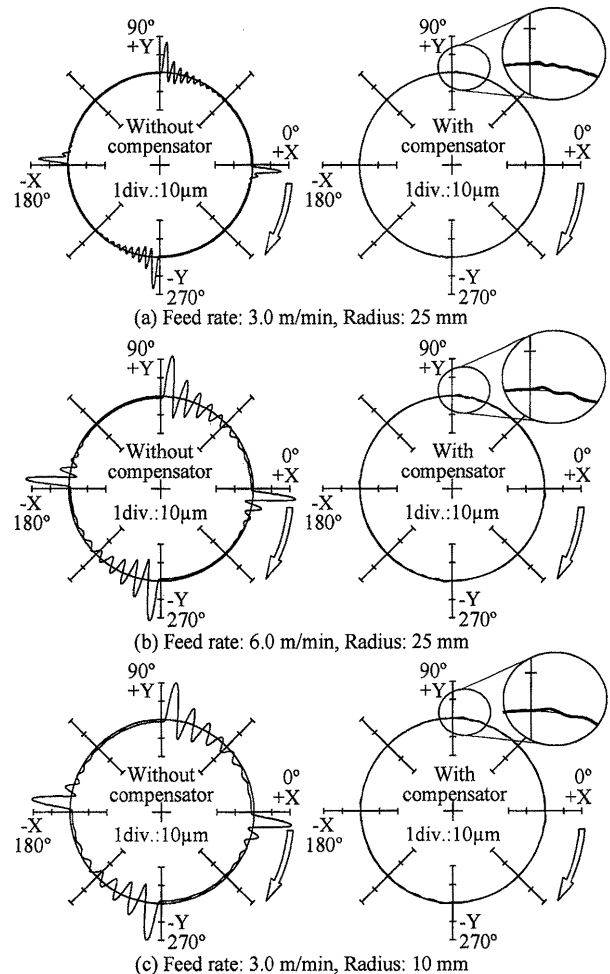


Fig.5 Comparison of simulated circular trajectories

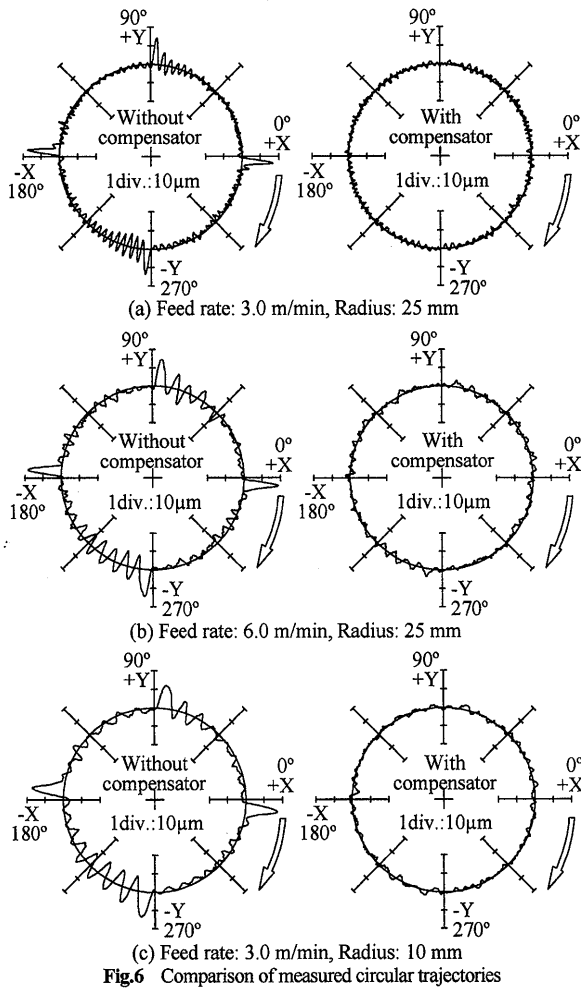


Fig.6 Comparison of measured circular trajectories

象限切替点以外で生じている振動と比べて象限突起を判別することができない。

とくに図 6(c)の結果をみると、摩擦補償器を適用しない場合に円弧軌跡全体に生じている振動が、摩擦補償器を適用したことで低減されていることがわかる。これは、補償器を適用しない場合の振動がフィードバック制御系で象限突起を抑制する際に生じる残留振動であり、摩擦補償器により象限突起の発生そのものが抑えられたことで、振動も発生しなくなったためである。なお、残留振動の周波数が円運動の半径と送り速度によって違って見えるが、これは円弧軌跡として表示したことによる。

以上のことから、微小変位領域の摩擦特性とサーボアンプの遅れを考慮した摩擦補償器により、円運動の半径と送り速度が変化しても、補償器のパラメータを変更せずに象限突起を補正できるといえる。

## 6. 摩擦補償器の有効性

### 6.1 小径円運動

特に高い精度が要求される金型加工では隅部の加工などで小径の円運動が多用されるほか、近年、ひとつの小径工具を使って径の異なる円筒やねじ山を加工することが行われている<sup>2)</sup>。そのような場合にも、開発した摩擦補償器が有効に作用して象限突起を補正できるかを実験的に確認した。なお、摩擦補償器のパラメータはこれまでの実験と同じ値とした。

小径円運動では、円運動の向心加速度が極端に大きくなり、その結果機構の弾性変形等による問題が生じやすくなる。本研

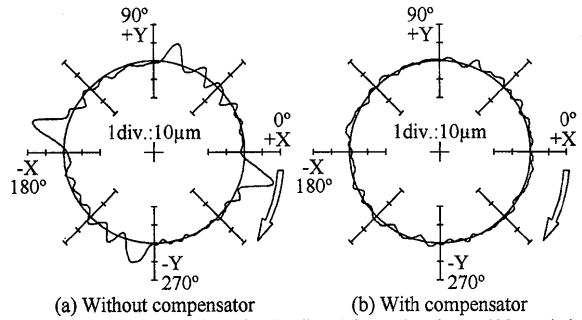


Fig.7 Measured circular trajectories (Radius: 1.0 mm, Feed rate: 420 mm/min)

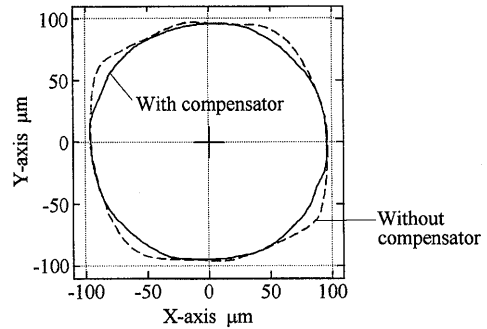


Fig.8 Measured circular trajectories (Radius: 0.1 mm, Feed rate: 135 mm/min)

究では、摩擦の影響による象限突起のみを議論するために、円運動の向心加速度が  $0.05\text{m/s}^2$  となるように送り速度を設定した。この加速度は、半径  $50\text{mm}$  の円運動で送り速度を  $3.0\text{m/min}$  とした場合に相当する。

図 7 に半径  $1\text{mm}$  の円運動を行った場合の実験結果を示す。図は、基準円半径との誤差を  $1000$  倍に拡大して表示している。図によると、摩擦補償器を適用しない場合 (図(a)) には、これまでの結果と同様に象限突起が現れているが、開発した摩擦補償器を適用することで、図(b)に示すように、象限突起は効果的に補正される。

円運動の半径をさらに小さくし、 $0.1\text{mm}$  とした場合の結果を図 8 に示す。この場合においても、円運動の向心加速度は  $0.05\text{m/s}^2$  になるようにした。また、誤差の拡大表示は行っていない。図によると、摩擦補償器を適用しない場合 (図中の破線) には、摩擦の影響で軌跡は四角形に近い形状になっているが、摩擦補償器を適用することで四角形の角がとれ、真円に近づくことがわかる (図中の実線)。

以上のことから、本研究で開発された摩擦補償器は、半径  $1\text{mm}$  以下の小径円運動でも、パラメータを再調整せずに象限突起を補正できるといえる。

### 6.2 渦巻形の運動

本研究で提案した摩擦補償器により、円運動の半径と送り速度が変化しても象限突起を補正できることをすでに示したが、そのことをより明確に示すため、渦巻形運動の実験を行った。この運動では、円運動の半径を  $10\text{mm}$  から  $60\text{mm}$  まで  $10\text{mm}$  刻みで変化させ、送り速度は  $1.0\text{m/min}$  から  $6.0\text{m/min}$  まで  $1.0\text{m/min}$  刻みで変化させた。この場合、円運動の周期は一定となる。なお、円運動の半径と送り速度は連続的に変化するのではなく、 $0^\circ$  および  $180^\circ$  部分で段階的に変化させている。

渦巻形運動の実験結果を図 9 に示す。図(a)は摩擦補償器を適用しない場合の結果、図(b)は摩擦補償器を適用した場合の結果である。図は目標軌跡との誤差を  $1000$  倍に拡大して表示しており、サーボ遅れによる半径減少が結果に現れている。渦巻きの

## 微小変位領域の摩擦特性を考慮した象限突起補償器

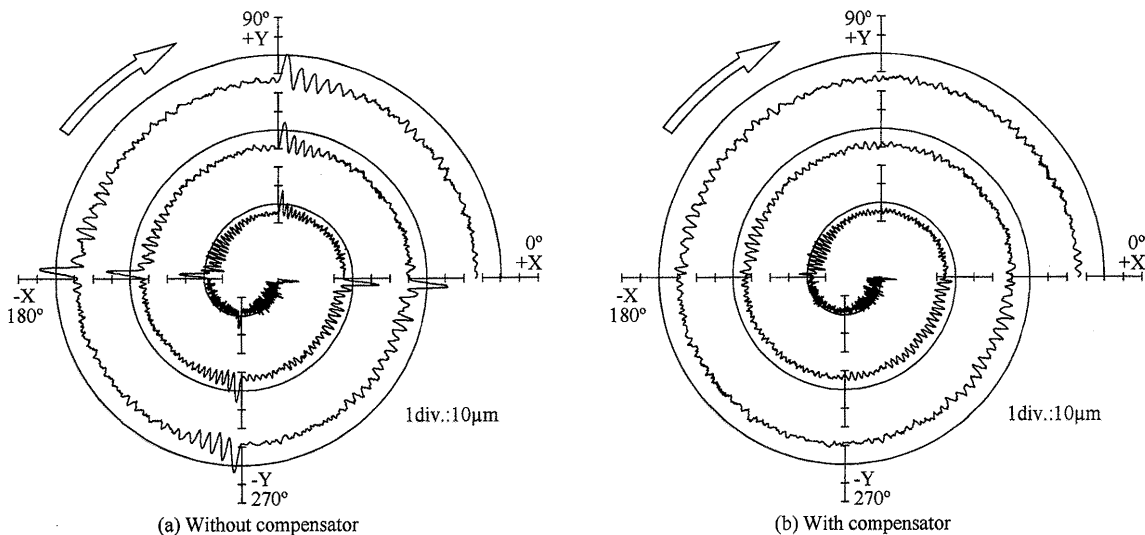


Fig.9 Measured results of spiral interpolation motion

外側ほど半径減少量が大いのは、外側ほど送り速度が高いためである。

図によると、摩擦補償器を適用しない場合には、各象限切替え点において様々な形状と高さの象限突起が観測されるが、本研究で開発した摩擦補償器を適用することで、全ての象限切替え点で象限突起が補正されていることがわかる。なお、図(b)において、第2象限と第4象限に若干の振動がみられるが、これは0°と180°で加速度がステップ状に変化することによる振動であり、摩擦補償器の有無に関係なく生じる。

## 7. 結 言

本研究では、微小変位領域における変位と摩擦トルクとの関係を簡単な数式でモデル化し、その摩擦モデルに基づく摩擦補償器を開発した。実験とシミュレーションによりその有効性を確認したところ、以下に示すことが明らかとなった。

- (1) 開発した摩擦補償器により、円運動の半径と送り速度が変化しても、補償器のパラメータを変更せずに象限突起を補正できる。
- (2) 開発した摩擦補償器により、半径1mm以下の小径円運動でも、パラメータを変更せずに象限突起を補正できる。

本研究で開発した摩擦補償器は、簡単な摩擦モデルに基づいており、そのパラメータも容易に決定できる。

これまで、補償信号を速度の関数として出力する摩擦補償器が一般的であったが、本研究では、摩擦を変位の関数としてモデル化し、さらにサーボアンプの遅れを補償することで、効果的な摩擦補償器を開発することに成功した。

今後、負荷や経年変化により摩擦特性が変化した場合への対応や、より剛性が小さい駆動系への適用について検討する必要がある。また、すべり案内面への適用についても検討する予定である。

## 参 考 文 献

- 1) ISO230-4, Test Code for Machine Tools -Part 4: Circular Tests for Numerically Controlled Machine Tools, (1996).
- 2) 垣野義昭, 井原之敏, 篠原章彦: DBB法によるNC工作機械の精度評価法, リアライズ社, (1990).
- 3) 久良修郎, 平賀義二, 中尾圭志 (株式会社安川電機), サーボ系の非線形摩擦補償方式, 公開特許公報, 特開昭63-250715 (1998).
- 4) E.D. Tung, G. Anwar and M. Tomizuka, Low Velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control,

- Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **115**, (1993), 279.
- 5) 岩下平輔, 河村宏之, 湯志 (ファナック株式会社), サーボモータ駆動制御装置, 公開特許公報, 特開2004-234327 (2004).
- 6) 長島一男, 勝木雅英, 河上邦治: NC工作機械の象限切替え突起量の理論解析と入力適応系による補正, 日本機械学会論文集 (C編), **66**, 648 (2000) 2877.
- 7) X. Mei, M. Tsutsumi, T. Tao, N. Sun: Study on the Compensation on Error by Stick-slip for High-precision Table, International Journal of Machine Tools & Manufacture, **44** (2004) 503.
- 8) 佐藤隆太, 堤正臣, 長島一男, 円運動象限切替え時における送り駆動系の動的挙動, 精密工学会誌, **72**, 2 (2006) 208.
- 9) 是田規之, 沖友啓成, 津村憲治, 竹内克圭, 江川庸夫, パンパン制御による工作機械送りの高精度化に関する研究, 精密工学会誌, **60**, 3 (1994) 427.
- 10) 村田健一 (株式会社安川電機), 突起補償方法および突起補償機能つきモータ制御装置, 公開特許公報, 特開2000-10612 (2000).
- 11) 岩崎誠, 柴田知宏, 松井信行, テーブル駆動系におけるGMDHによる非線形摩擦の自律モデリングと補償, 電気学会論文集 C, **120**, 1 (2000) 20.
- 12) K. Erkorkmaz and Y. Altintas, High Speed CNC System Design. Part II: Modeling and Identification of Feed Drives, International Journal of Machine Tools & Manufacture, **41** (2001) 1487.
- 13) E.-C. Park, H. Lim and C.-H. Choi, Position Control of X-Y Table at Velocity Reversal Using Presliding Friction Characteristics, IEEE Transactions on Control Systems Technology, **11**, 1 (2003) 24.
- 14) 垣野義昭, 井原之敏, 中津善夫, 篠原章彦: NC工作機械の運動精度に関する研究 (第6報), 精密工学会誌, **56**, 4 (1990) 739.
- 15) 岩下平輔 (ファナック株式会社), サーボモータの制御方式, 公開特許公報, 特開平3-228106 (1991).
- 16) 岩崎隆至, 佐藤智典, 森田温, 丸山寿一, 高精度軌跡制御のための2自由度サーボ系における制御定数と限界速度の自動設定, 日本機械学会論文集(C編), **60**, 574 (1994) 2023.
- 17) 東岡雅朗 (株式会社森精機製作所), 象限突起補正用パラメータ決定装置, 公開特許公報, 特開平11-231921 (1999).
- 18) 藤田純, 羽山定治, 濱村実, 斯波和広, 垣野義昭, 松原厚, 大脇悟史, NC工作機械の円弧象限切替時運動誤差の理論解析, 精密工学会誌, **67**, 1 (2001) 152.
- 19) 大塚二郎, 青木一平, 石河智海, 転がり要素の非線形ばね特性の研究 (第1報), 精密工学会誌, **66**, 6 (2000) 944.
- 20) 深田茂生, 成瀬慎也, 松本貴広, ボールねじの微視的変位挙動に関する研究 (第1報), 精密工学会誌, **66**, 7 (2000) 1070.
- 21) C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Åström and P. Lischinsky, A New Model for Control of Systems with Friction, IEEE Transactions on Automatic Control, **40**, 3, (1995), 419.
- 22) C. Hsieh and Y.-C. Pan: Dynamic Behavior and Modeling of the Pre-sliding Static Friction, Wear, **242** (2000) 1.
- 23) 田中淑晴, 大岩孝彰, 大塚二郎, 精密位置決め制御のためのリアボールガイドの摩擦モデルに関する研究, 精密工学会誌, **72**, 4 (2006) 470.
- 24) 佐藤隆太, 堤正臣: ACサーボモータと直動転がり案内を用いた送り駆動系の数学モデル, 精密工学会誌, **71**, 5 (2005) 633.
- 25) 鈴木康彦, 松原厚, 垣野義昭: NC工作機械の高速小円運動の高精度化に関する研究, 精密工学会誌, **70**, 10 (2004) 1266.