



# 円運動象限切替え時における送り駆動系の動的挙動

佐藤, 隆太  
堤, 正臣  
長島, 一男

---

(Citation)

精密工学会誌論文集, 72(2):208-213

(Issue Date)

2006-02-05

(Resource Type)

journal article

(Version)

Version of Record

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/90001950>





# 円運動象限切替え時における送り駆動系の動的挙動\*

佐藤 隆太\*\* 堤 正臣\*\* 長島 一男\*\*\*

Dynamic Behavior of Feed Drive Systems around Quadrant Changes in Circular Motion

Ryuta SATO, Masaomi TSUTSUMI and Kazuo NAGASHIMA

This paper describes the dynamic behavior of feed drive systems at quadrant changes in circular motion, and then discuss about the generation model of quadrant glitches, which are often seen on the circular trajectories of NC machine tools. In this paper, the velocity and acceleration of the axis under circular interpolation motion were precisely measured by means of linear scales and servo-accelerometers, respectively. The velocity and acceleration at quadrant changes are simulated by a dynamic model which has two degrees of freedom. In addition, a friction model is newly proposed by considering the non-linear characteristics of friction force. From the experimental and simulation results, it is found that the proposed model well expresses the dynamic behavior of the axes, and that any axis does not stay at zero velocity when the motion direction changes. The Influence of the inertia of the feed drive mechanisms on quadrant glitches is also discussed through simulation results.

**Key words:** feed drive system, circular motion, quadrant glitch, mathematical model, friction model

## 1. 緒 言

NC 工作機械においてボールねじ送りされる 2 つの直進軸で円運動試験を行うと、各軸の運動方向が反転する時に突起状の軌跡誤差、すなわち象限突起が生じることが知られている<sup>1)</sup>。これは円弧軌跡の真円度を悪化させる主な原因となり、実加工においても表面に筋状の模様となって現れるため、象限突起の解析および補正に関する研究が多く行われてきた<sup>2-5)</sup>。

垣野ら<sup>2)</sup>および Tung<sup>3)</sup>らは、象限突起生成現象のモデル化とその補正方法について検討した。また長島ら<sup>4)</sup>は、象限突起量を計算する理論式を求め、Mei ら<sup>5)</sup>は象限突起のシミュレーション結果から補正量を算出し、象限突起を補正する方法を提案している。これらの研究では、円運動の向心加速度が小さい場合を対象とし、運動方向反転時には動的な挙動を無視できるとしている。その上で、運動方向反転時には駆動力が静止摩擦力を超えるまで軸が静止するとして、象限突起生成時の挙動が解析されてきた。

しかし、特に高い精度が要求される金型加工では、隅部の加工などで小径の円運動が多用される。また 1 つの小径工具を使って径の異なる円筒を加工する場合やヘリカル補間によりねじ山を加工する場合にも小径かつ高速な円運動が要求される<sup>6)</sup>。そのような場合、円運動の向心加速度は大きくなり、送り駆動系の動的な挙動が無視できなくなると考えられる。しかし、象限突起生成時の加速度および速度の動的な変化について詳細に検討した例はみあたらず、象限突起生成時の動的な挙動が正しく理解されているとはいえない。

本研究では、直動転がり案内とボールねじを用いた比較的小形の送り駆動系を対象として、サーボ加速度計を使用し運動方向反転時の加速度を測定した。また、同時に摩擦力の非線形特性を考慮したシミュレーションを行い、それらの結果から、高向心加速度運動時の挙動を説明できる象限突起生成のモデルを提案する。

## 2. 実験装置

本研究で使用した実験装置を図 1 に示す。この実験装置は、工作機械の送り駆動系のみを抽出した XY テーブルで、DSP ボードを組み込んだパソコンを使って制御周期 0.5ms で制御されている。Y 軸（サドル）の上に X 軸（テーブル）がのった構造になっており、それぞれの質量は、X 軸が 50kg、Y 軸が 330kg である。ボールねじはカップリングを介してモータ軸と直結されており、テーブルは直動転がり案内で支持されている。また、テーブルの位置は、軸に取り付けられた分解能 1μm のリニアスケールによって検出され、フィードバックされている。

実験装置のテーブル上に、感度方向を X 軸方向と Y 軸方向に向けて取り付けられた 2 個のサーボ加速度計で加速度を測定した。また、サーボアンプのアナログモニタ機能を利用してモータトルクを測定した。加速度とモータトルクは、実験装置を制御しているパソコンに備えられた AD 変換機能により、テーブル位置と同時に測定・記録している。

本研究では、リニアスケールの出力を利用して位置および速度を求めている。円運動の測定には通常ボールバーが使用されるが、軸ごとの動的な挙動を議論するために、直角度のような幾何偏差の影響を受けないリニアスケールの出力を利用することにした。

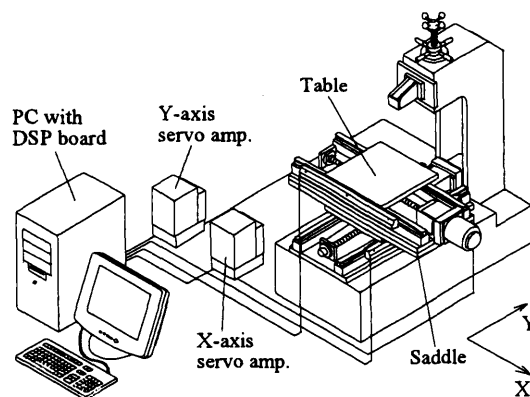


Fig.1 Experimental set-up

\* 原稿受付 平成 17 年 6 月 13 日

\*\* 正 会 員 東京農工大学大学院（東京都小金井市中町 2-24-16）

\*\*\* 長島テクノシステム（静岡県駿東郡長泉町東野 515-85）

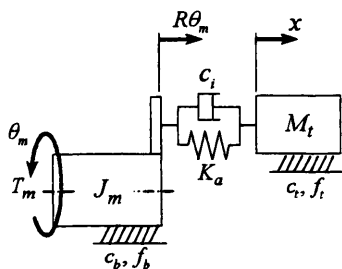


Fig.2 Dynamic model of feed drive mechanism<sup>7)</sup>

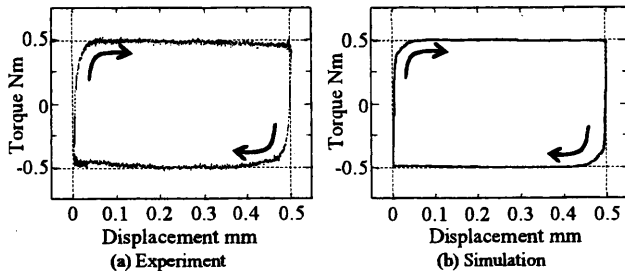


Fig.3 Relationship between table displacement and motor torque

### 3. 実験装置のモデル化

象限突起生成時の挙動を解析するため、図2に示す力学モデルを使用して実験装置の送り駆動機構をモデル化した。このモデルを使って実機の挙動を的確に表現できることはすでに報告している<sup>7)</sup>。

図2において、 $J_m$ はモータロータとボールねじの慣性モーメント[kgm<sup>2</sup>]、 $M_t$ はテーブルとナットの質量[kg]、 $K_a$ は送り駆動機構の軸方向剛性[N/m]であり、 $c_i$ は内部減衰係数[Ns/m]である。また、回転系の粘性摩擦係数 $c_b$ [Nms/rad]および非線形摩擦トルク $f_b$ [Nm]、直動案内の粘性係数 $c_t$ [Ns/m]および非線形摩擦力 $f_t$ [N]を考慮している。

モデル化の対象とした送り駆動機構はボールねじと直動転がり案内を使用している。これらの要素で生じる摩擦力は非線形ばね特性を示すことが知られている<sup>8)-12)</sup>。

図3(a)に、振幅0.25mmの正弦波往復運動を行ったときの、X軸におけるテーブル変位とモータトルクとの関係を示す。往復運動の周期は20秒(0.05Hz)とし、慣性力の影響をできる限り受けないようにした。その場合に、モータトルクはモータ軸換算の摩擦トルクに等しくなると考えられる。

図3中の矢印は、トルクが変化する方向を表している。図3(a)によると、0mmの位置から変位が増加する際には0mmからの動き始めにトルクは徐々に大きくなる。その後、0.05mm付近でトルクは飽和し、ほぼ一定の値を示す。また逆の場合にも同様の変化を示す。

非線形摩擦特性のモデル化に関する研究<sup>8)-10)</sup>はいくつか行われているが、本研究では、変位と速度の関数として新たに式(1)でモデル化した。ここで、 $x'$ は運動方向反転位置からの変位[m]である。

$$f_t = f_a \frac{1 - 3 \exp(-ax')}{1 + \exp(-ax')} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (1)$$

式(1)は、 $x'$ が十分大きいとき式(2)のように簡略化でき、多くの場合、減速過程で摩擦力は式(2)で表される。

$$f_t = f_a \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (2)$$

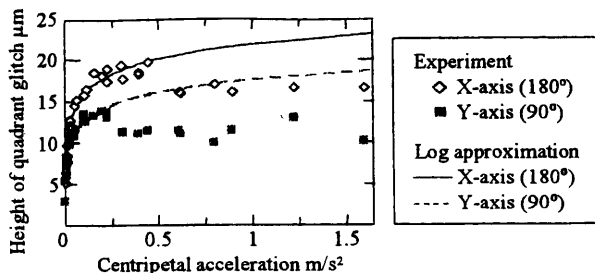


Fig.4 Relationships between centripetal acceleration and height of quadrant glitch

また、摩擦力 $f_t$ が駆動力よりも大きい場合には駆動力と同じ大きさの摩擦力が生じるとする。

式(1)、(2)において、 $f_a$ はクーロン摩擦力[N]であり、別途同定した著者ら<sup>7)</sup>の結果を用いた。また、 $a$ は運動方向反転後の変位に対する摩擦力の傾きを決定する定数で、二見ら<sup>11)</sup>の結果を参考にして約100μmで摩擦力が一定となるように決定した。

式(1)および(2)は、変位 $x$ に対する摩擦力 $f_t$ として表されているが、回転系に適用する場合には、 $x$ [m]を $\theta$ [rad]、 $f_a$ [N]を $f_{ab}$ [Nm]にそれぞれ置き換えることで、摩擦トルク $f_b$ [Nm]のモデルとした。この場合にも、クーロン摩擦トルク $f_{ab}$ には、別途同定した著者ら<sup>7)</sup>の結果を用いた。また定数 $a$ は、深田ら<sup>12)</sup>の結果を参考に約0.2°で摩擦トルクが一定となるように決定した。

提案した摩擦モデルを図2に示す送り駆動機構のモデルに組み込み、X軸のテーブル変位とモータトルクとの関係についてシミュレーションした。その結果を図3(b)に示す。図によると、図3(a)とよく一致していることがわかる。すなわち、提案した摩擦モデルを使えば実験結果をよく表現できることがわかる。

### 4. 運動方向反転時の速度と加速度

#### 4.1 向心加速度と象限突起高さとの関係

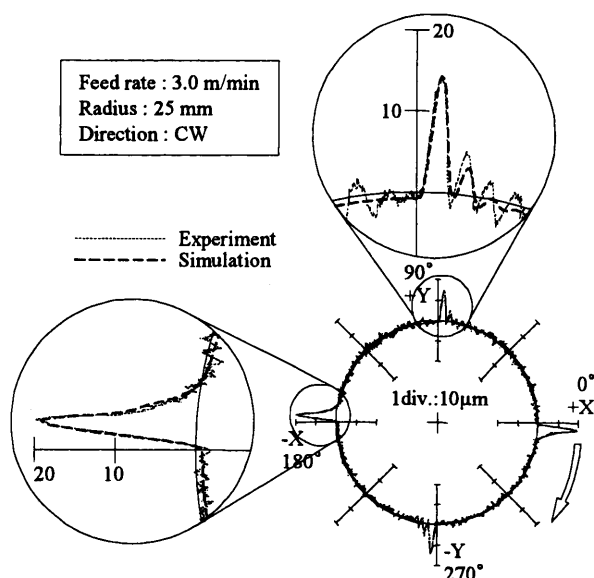
半径と送り速度を様々に変化させ、全27通りの円運動試験を行った。そのときの円運動の向心加速度と象限突起の高さとの関係を図4に示す。また、低加速度運動時の加速度と象限突起高さとの関係を対数関数として近似した曲線も同時に示す。

図4によると、X軸の運動方向が反転する180°付近では0.5m/s<sup>2</sup>以上、Y軸の運動方向が反転する90°付近では0.25m/s<sup>2</sup>以上の加速度で象限突起が低くなっている。これらの加速度を境として象限突起の生成過程に相違があると推定できるので、本研究では、上記の加速度以下を低向心加速度運動、以上を高向心加速度運動と呼ぶことにする。

#### 4.2 低向心加速度運動時

半径25mm、送り速度3.0m/minの円運動(向心加速度0.1m/s<sup>2</sup>)を行ったときの円弧軌跡を図5に示す。図は、基準円半径との差を1000倍に拡大表示したものである。なお円運動は2周行い、運動開始および終了時のそれぞれ180°分のデータを取り除いて表示している。図によると、シミュレーションと実験とは象限突起の形だけでなく、高さもよく一致しているのがわかる。X軸の運動方向が反転する0°付近と180°付近では高さが約20μm、Y軸の運動方向が反転する90°付近と270°付近では高さが約15μmとなっている点もよく一致している。このような象限突起の生成過程は、図6に示すように考えられてきた<sup>23)</sup>。

運動方向反転時には速度が一旦ゼロとなるために摩擦力が静止摩擦力に移行し、モータから出力されるトルクが静止摩擦力より大きくなるまでは、運動方向が反転する側の軸は位置が変化しない。その間、もう一方の軸は運動を続けているため、円

Fig. 5 Circular trajectory at low centripetal acceleration ( $0.1 \text{ m/s}^2$ )

弧軌跡上では図 6(a)のようになり、半径方向に誤差を拡大すると突起状に表示される。そのようなとき、運動方向が反転する側の軸は一旦静止しており、速度と加速度は図 6(b)に示すようになる。なお本論文では、速度と加速度の両方がともにゼロである場合を“静止”と表現する。

図 5 の円運動における  $180^\circ$  付近での X 軸の加速度、速度およびモータトルクの測定結果とシミュレーション結果を図 7 に示す。運動方向反転時付近で加速度は最大 ( $0.1 \text{ m/s}^2$ ) になる。なお、図中の速度はリニアスケールで検出した位置情報を数値微分して求めた。リニアスケールの分解能  $1 \mu\text{m}$  に対してデータのサンプリング間隔は  $1 \text{ ms}$  としたので、1 階差分により速度を算出する場合の検出可能な最小速度変化は  $1 \text{ mm/s}$  である。また、加速度は大きさを 2 倍して表示している。

図 7 によると、X 軸の運動方向が反転する時刻  $t_0$  より後に加速度がゼロとなる領域がみられ、その間の速度もゼロ、すなわち静止しているようにみえる。しかし、図 7(b)のシミュレーションの拡大図をみると、速度はゼロではなくある一定の正の値になっている。この点が、図 6 に示す従来の象限突起生成モデルと異なっているところである。

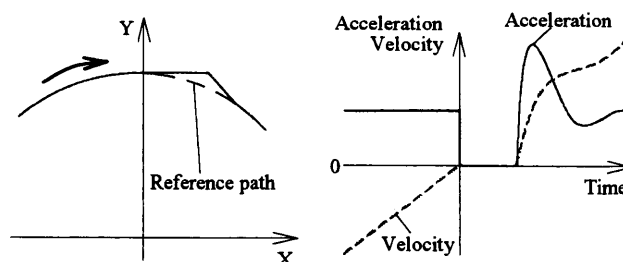
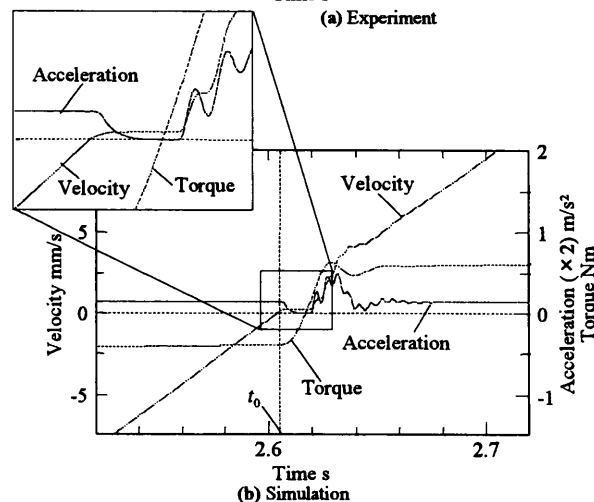
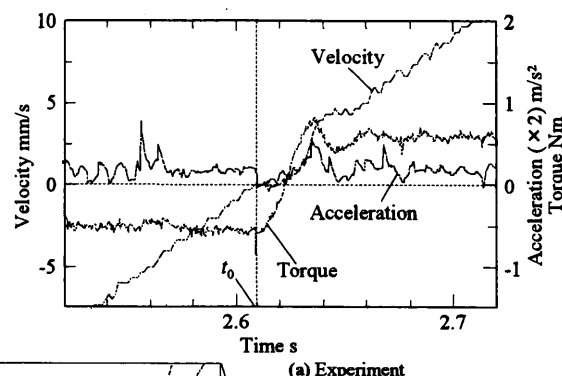
さらに、その図をよくみると、加速度がゼロになっている間にモータトルクが大きくなり、トルクがある程度大きくなると、速度が再び増加し始めていることがわかる。

#### 4.3 高向心加速度運動時

高い加工精度が要求される金型加工においては、角部などで小径の円運動が必要とされることが多い。円運動の向心加速度は半径に反比例し、半径が小さいほど加速度は大きくなる。したがって、加工精度向上のためには、高向心加速度運動時における挙動を正確に理解することが重要である。

半径  $10 \text{ mm}$ 、送り速度  $6.0 \text{ m/min}$  の円運動を行ったときの円弧軌跡を図 8 に示す。このときの向心加速度は  $1 \text{ m/s}^2$  である。図 8 によると、向心加速度が  $0.1 \text{ m/s}^2$  の場合における円弧軌跡(図 5)と比べて、向心加速度が  $1 \text{ m/s}^2$  の場合には象限突起の幅が大きく、高さは低くなっていることがわかる。

また、象限が切り替わった後すぐに偏差が大きくなるのではなく、わずかに角度がずれたところから偏差が大きくなっている。これは実験結果、シミュレーション結果ともに現れており、

Fig. 6 Conventional generation process model of quadrant glitch<sup>2)3)</sup>Fig. 7 Acceleration, velocity and motor torque curves at motion direction changes (X-axis, Low centripetal acceleration:  $0.1 \text{ m/s}^2$ )

この傾向は向心加速度が大きい方が強くなる。

このときの  $180^\circ$  付近における X 軸の加速度、速度およびモータトルクの変化を図 9 に示す。図 9(a)においても、図 7 と同様、速度は位置情報を数値微分することにより求めている。

図 9 によると、運動方向反転時  $t_0$  より後に加速度が小さくなり、その変化を補正するようにモータトルクが増大しているのがわかる。しかし、低向心加速度運動時の結果(図 7)と異なり、加速度がゼロになる領域は存在していない。この現象は、図 6 に示す象限突起生成モデルでは説明できない。

X 軸の測定結果において、速度はテーブルとサドルの相対速度として測定されるのに対し、加速度は絶対値として測定される。したがって、加速度の測定結果にはサドルの振動も含まれていると考えられる。

図 9 によると、運動方向反転後には振幅約  $1 \text{ m/s}^2$  の変化が生じているが、サドルの X 軸方向加速度を測定したところ、その変化の振幅は  $0.2 \text{ m/s}^2$  以下であった。したがって、運動方向反転後に生じる大きな加速度変化は、サドルとテーブルの相対運動

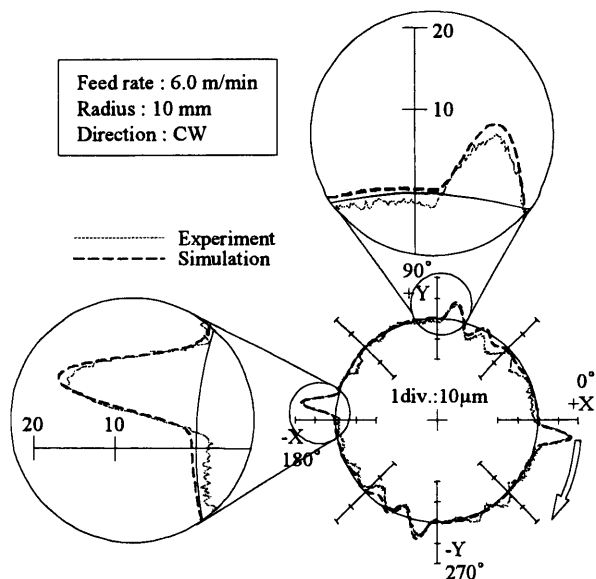


Fig.8 Circular trajectory at high centripetal acceleration ( $1 \text{ m/s}^2$ )

によるものであるといえる。

また、モータトルクの測定結果には、ボールねじやリニアガイドで生じる摩擦力と機構の慣性力の両方が含まれる。低向心加速度運動時（図 7）には、運動方向反転後にモータトルクの符号が反転している。これは摩擦力の符号が反転するためであると考えられる。しかし、高向心加速度運動時の測定結果（図 9）では、運動方向反転後にモータトルクがステップ状に変化するものの、符号は反転しない。

これは、高向心加速度運動時には、摩擦力に対して慣性力が大きくなるためであると考えられる。運動方向反転時に各軸の加速度は最大となり、運動方向反転時における X 軸のモータ軸換算での慣性トルクは、向心加速度が  $0.1 \text{ m/s}^2$  の場合には  $0.089 \text{ Nm}$  であるのに対し、向心加速度が  $1 \text{ m/s}^2$  の場合には  $0.89 \text{ Nm}$  と一桁大きい。

これらの挙動は図 9(b)に示したように、シミュレーションにおいても実験と同様に現れており、運動方向反転時の速度、加速度およびモータトルクがシミュレーションで表現できるといえる。また、従来から考えられてきた象限突起生成過程のモデル（図 6）では、運動方向反転時の速度および加速度の変化を説明できないといえる。

## 5. 象限突起生成過程モデル

### 5.1 伝達関数による考察

象限突起生成時の挙動を考えるため、送り駆動機構を 1 慣性系として考える。この場合の送り駆動系全体のブロック線図を図 10 に示す。ここで、 $J$  は機構の全慣性モーメント [ $\text{kgm}^2$ ]、 $C$  は粘性摩擦トルク係数 [ $\text{Nm/s/rad}$ ]、 $f$  は非線形摩擦トルク [ $\text{Nm}$ ]、 $\theta$  はモータ回転角度 [ $\text{rad}$ ] である。テーブルの変位  $x[\text{m}]$  は、モータの回転角度とボールねじ定数  $R$  との積で表されるものとする。

運動方向反転時、すなわち速度が微小な場合を解析の対象とするため、図 10 では粘性摩擦トルク係数を無視している。また、電流ループの応答は、速度ループおよび位置ループの応答と比べて十分早いと考え、その特性を無視する。

図 10 に示すブロック線図に基づいて、目標値  $r$  および摩擦トルク  $f$  からテーブル変位  $x$  までの伝達関数を計算すると、式(3)を得る。ここで、 $G_p$  は位置ループゲイン [ $1/\text{s}$ ]、 $G_v$  は速度ループ

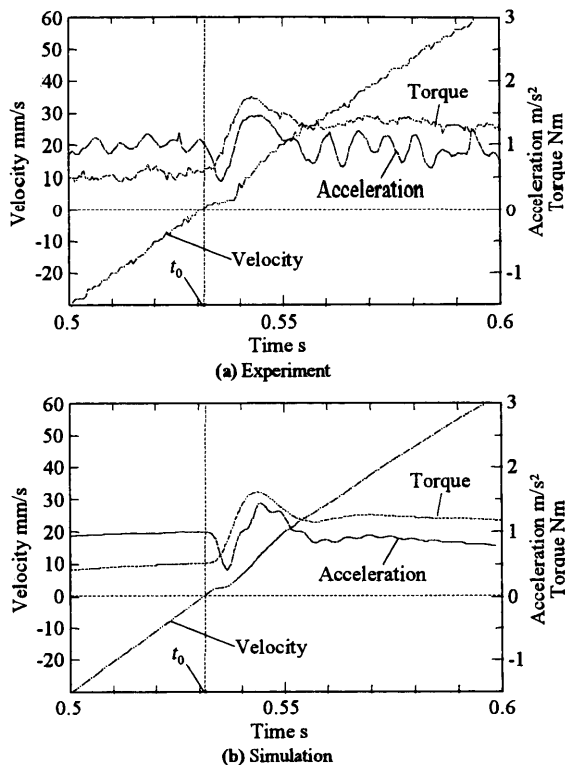


Fig.9 Acceleration, velocity and motor torque curves at motion direction changes (X-axis, High centripetal acceleration:  $1 \text{ m/s}^2$ )

ゲイン [ $\text{rad/s}$ ] であり、式(4)のように定義される。また、 $K_{pp}$  は位置ループ比例ゲイン、 $K_{vp}$  は速度ループ比例ゲイン、 $K_{vi}$  は速度ループ積分ゲインである。

$$x = \frac{G_p G_v s + G_p G_v K_{vi}}{s^3 + G_v s^2 + G_v (G_p + K_{vi}) s + G_p G_v K_{vi}} r - \frac{R}{J s^3 + G_v s^2 + G_v (G_p + K_{vi}) s + G_p G_v K_{vi}} f \quad (3)$$

$$G_p = K_{pp} R, \quad G_v = \frac{K_{vp}}{J} \quad (4)$$

式(3)によると、摩擦トルク  $f$  に対する応答は、目標値  $r$  に対する応答とは分離して考えることができる。象限突起は摩擦力の影響により生じる、すなわち式(3)の右辺第 2 項の特性が円弧軌跡上に現れていると考えられる。

通常、運動方程式から伝達関数を求める際には、初期値をゼロとしてラプラス変換する。つまり、伝達関数はある平衡状態からの変化分を表している。したがって、運動方向反転前を平衡状態として考えると、運動方向反転後に摩擦トルク  $f$  がステップ関数 ( $1/\text{s}$ ) として変化した場合における加速度変化は、摩擦トルクの変化量を  $\Delta f$  として式(5)で表される。

$$\ddot{x} = -R \frac{\Delta f}{J s^3 + G_v s^2 + G_v (G_p + K_{vi}) s + G_p G_v K_{vi}} s^2 \quad (5)$$

式(3)の右辺第 2 項および式(5)に最終値定理を適用すれば、ある時間が経過した後で、式(3)の右辺第 2 項および式(5)ともにゼロとなり、フィードバック制御系の作用により摩擦トルクの影響が補償されることがわかる。すなわち、ある時間経過後には象限突起の生成が終わり、正常な円弧軌跡に戻る。

式(3)の右辺第 2 項および式(5)は、送り駆動系の外乱抑制特性である。式(5)によると、運動方向反転時に生じる加速度の変化は、半径および送り速度には依存しないことになる。そこで、

円運動象限切替え時における送り駆動系の動的挙動

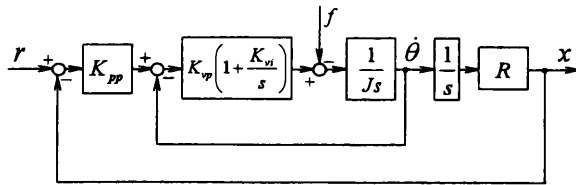


Fig. 10 Block diagram of feed drive system

Table 1 Measurement conditions for acceleration curves in circular motion

	Unit	Conditions			
Centripetal acceleration	m/s <sup>2</sup>	0.5	1.0	1.0	1.6
Radius	mm	20	10	40	25
Feed rate	m/min	6.0	6.0	12.0	12.0

半径と送り速度を表 1 に示す 4 通りに設定して円運動試験を行い、運動方向反転時における X 軸の加速度変化を測定した。

測定結果を図 11 に示す。図において、楕円で囲まれた部分が運動方向反転後に生じる加速度変化である。図によると、円運動の半径と送り速度が変化しても、運動方向反転後の加速度波形は変わらないことがわかる。

また、フィードバック制御を行わない、すなわち式(5)において  $G_p$  と  $G_v$  がゼロであったとすると、運動方向反転後の加速度変化は、式(6)に示すようにステップ状に変化すると考えられる。

$$\ddot{x} = -R \frac{\Delta f}{J} \frac{1}{s} \quad (6)$$

この考えを確かめるために、フィードバックゲインをできる限り小さく設定し、送り速度 6.0m/min、半径 10mm の円運動試験を行った。そのときの、180°付近における X 軸の加速度、速度およびモータトルクの変化を図 12 に示す。図によると、運動方向反転後に加速度がステップ状に変化していることがわかる。

式(6)によれば、加速度はステップ関数として変化するはずであるが、実際の摩擦力は完全なステップ関数ではないため、加速度も完全なステップ関数とはならない。しかし、加速度の変化量 ( $\Delta \ddot{x}$ ) は、式(6)から計算した結果と一致した。なおシミュレーションにおいても、結果は示していないが、図 11 および図 12 と同様の結果を得ることができる。

## 5.2 加速度変化と円弧軌跡との関係

摩擦力は運動方向とは逆向きに作用するため、運動方向反転後の摩擦トルクの変化は加速度の絶対値を小さくする方向に働く。運動方向反転後に軸の加速度が小さくなることは、象限切替え後に向心加速度が小さくなることを意味する。その結果外側に膨らんだ軌跡を描き、象限突起が生じることになる。

図 13 には、運動方向反転時の加速度変化と円弧軌跡とを模式的に示す。図 13(a)は X 軸の運動方向反転時付近における加速度変化を、図 13(b)は 180°付近における円弧軌跡をそれぞれ表す。図に示すように、運動方向反転後に摩擦トルクの変化により加速度が小さくなる、すなわち向心加速度が小さくなると円弧軌跡は外側に膨らみ、その後加速度が大きくなると円弧軌跡は内側に縮まることになる。

したがって、運動方向反転後に生じる加速度変化の振幅が小さいほど、象限突起も小さくなると考えられる。式(5)によると、位置ループゲイン  $G_p$ 、速度ループゲイン  $G_v$ 、速度ループ積分ゲイン  $K_w$  が大きいほど、同じ摩擦トルク変化に対する加速度の変化は小さく、同じ  $G_p$ 、 $G_v$ 、 $K_w$  ならば、慣性モーメント  $J$

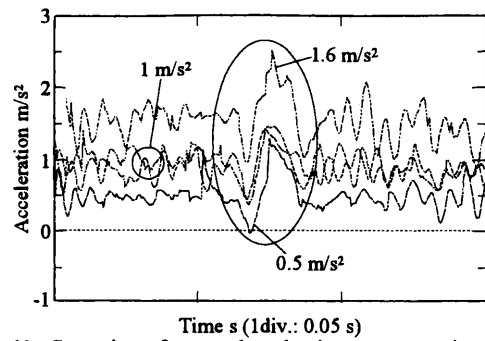


Fig. 11 Comparison of measured acceleration curves at motion direction changes (X-axis)

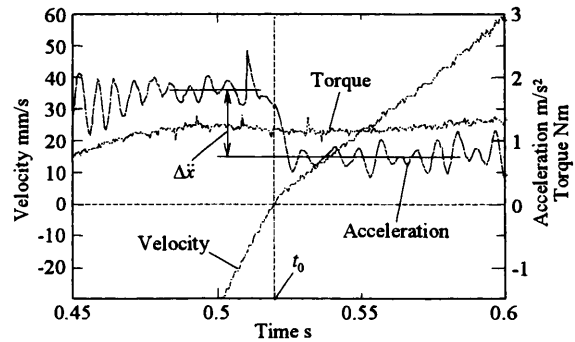


Fig. 12 Measured acceleration, velocity and motor torque curves under low feedback gains (X-axis, Centripetal acceleration: 1 m/s<sup>2</sup>)

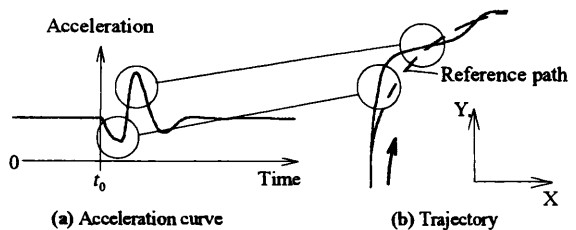


Fig. 13 Proposed generation process model for quadrant glitches

が大きいほうが加速度の変化は小さくなることがわかる。

図 14 に、X 軸の総慣性モーメント  $J(1.46 \times 10^{-3} \text{kgm}^2)$  を 0.5 倍、1 倍、2 倍した場合における X 軸の運動方向反転時の加速度変化 (図 14(a)) と、180°付近での基準円からの偏差 (図 14(b)) のシミュレーション結果を示す。このとき、円運動の半径は 10mm、送り速度は 6.0m/min である。なお総慣性モーメント  $J$  の影響のみを調べるために、機構の固有振動数、モータと負荷との慣性比、位置および速度ループゲインは変化しないように設定した。図 14 によると、慣性モーメントが大きいと加速度の変化が小さく、その結果象限突起の高さも低くなるのがわかる。

## 5.3 向心加速度の影響

図 15 には、いくつかの向心加速度での円運動における運動方向反転時の加速度変化を模式的に示す。摩擦トルクの変化により生じる加速度変化の振幅は、向心加速度がある値以上では、図 11 および図 15 に示すように半径および送り速度によらず一定であるが、円運動の向心加速度が小さいときには、運動方向反転時の加速度が、摩擦トルクの変化による加速度変化の振幅よりも小さい場合が生じる。

そのような場合に、高向心加速度運動時と同じ加速度波形を示すとすると、加速度が負となる領域 (図 15 のハッチング部分) が生じることになる。加速運動中に加速度が負となるためには、モータトルクよりも大きい摩擦トルクが生じる必要があるが、そのような現象は起こり得ない。

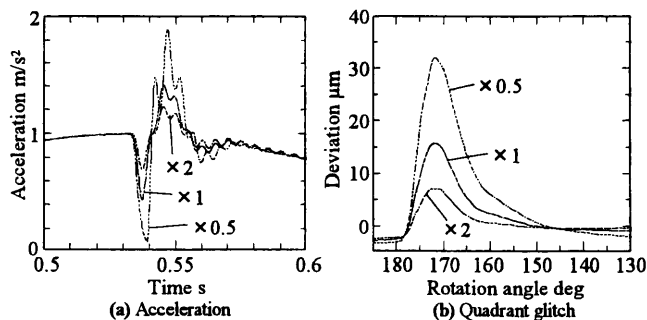


Fig.14 Simulation results of acceleration curves at motion direction changes and quadrant glitches under various moment of inertia

実際には、摩擦トルクの最大値はモータから出力されるトルク以上にはならず、摩擦トルクとモータトルクとが釣り合う領域が生じる。その場合には摩擦トルクとモータトルクとが相殺し合い、加速度がゼロとなる領域ができる。その結果、図7にみられるような加速度波形となり、軸が静止しているように観察される。しかし、加速度がゼロとなる領域が発生する条件を理論的に導出するには至っていない。

また、加速度がゼロとなる領域が生じる場合にも、速度はゼロにはならない。低向心加速度運動時における運動方向反転時の速度および加速度変化の模式図を図16に示す。

運動方向反転後に加速度はステップ状には変化せず、図16に示すように、ある時間は加速度が残る(図16のハッチング部分)。その間は加速が続くため、加速度がゼロとなる領域が生じる場合でも、微小な速度 $\Delta V$ で運動を続け、 $\Delta V$ はハッチング部分の面積と等しくなる。なおこのモデルにより、図7の結果をうまく説明できる。

以上のことから、象限切替え時に生じる突起状の軌跡誤差は、運動方向反転時の急激な摩擦トルク変化に対する外乱抑制特性が円弧軌跡上に現れたものであり、円運動の向心加速度がある値以上ならば、半径および送り速度が変わっても、運動方向反転時に現れる軸の加速度変化は同じであるといえる。

さらに、位置および速度ループゲインが同じならば、機構の総慣性モーメントが大きいほうが加速度変化の振幅が小さくなり、その結果として象限突起の高さは低くなる。

また向心加速度が小さい場合には、モータトルクと摩擦トルクとが釣り合うために、運動方向反転後に加速度がゼロとなる領域が現れ、軸が静止しているように観察されるが、実際には速度はゼロにならず、微小な速度で運動を続けている。提案した象限突起生成過程モデルは、これらすべての挙動を説明できるといえる。

## 6. 結 言

本研究では、サーボ加速度計を使用して円運動時の軸の加速度を測定し、非線形摩擦特性をモデル化して運動方向反転時の挙動について実験とシミュレーションとを行い、それらの結果に基づいて運動方向反転後に軸が一旦静止するという仮定を用いずに象限突起の生成過程を説明した。

本研究で得られた主な成果をまとめると次のようになる。

- 1) 力の釣り合いと非線形特性とを考慮した摩擦モデルを、送り駆動機構のモデルに組み込むことで、運動方向反転時における速度、加速度およびモータトルクをシミュレーションで表現できる。
- 2) 円運動の向心加速度がある値以上ならば、半径および送り速

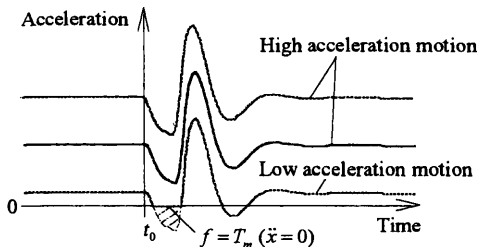


Fig.15 Diagram of acceleration curves at motion direction changes under various centripetal accelerations

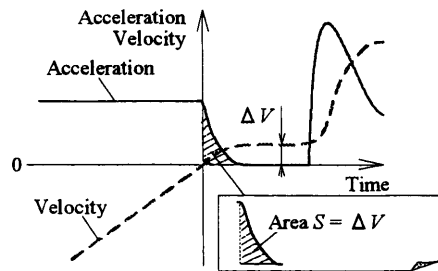


Fig.16 Schematic diagram of velocity and acceleration curve at motion direction changes under low acceleration motion

度が変わっても、運動方向反転時に現れる軸の加速度変化は同じである。

- 3) 位置および速度ループゲインが同じならば、機構の総慣性モーメントが大きいほうが象限突起は低くなる。
- 4) 向心加速度が小さい場合には、モータトルクと摩擦トルクとが釣り合うために、運動方向反転後に加速度がゼロとなる領域が現れ、軸が静止しているように観察されるが、速度はゼロにならず、微小な速度で運動を続けている。
- 5) 新たに提案した象限突起生成過程モデルにより、全ての加速度領域での挙動を説明できる。

今後、すべての加速度領域に適用可能な象限突起補正方法や、象限突起が生じにくい送り駆動系の設計指針を検討する。

## 参 考 文 献

- 1) 垣野義昭, 井原之敏, 篠原章翁: DBB 法による NC 工作機械の精度評価法, リアライズ社, (1990).
- 2) 垣野義昭, 井原之敏, 中津善夫, 篠原章翁: NC 工作機械の運動精度に関する研究 (第6報), 精密工学会誌, 56, 4 (1990) 739.
- 3) E.D. Tung, G. Anwar and M. Tomizuka, Low Velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control, Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 115, (1993), 279.
- 4) 長島一男, 勝木雅英, 河上邦治: NC 工作機械の象限切替え突起量の理論解析と入力適応系による補正, 日本機械学会論文集 (C 編), 66, 648 (2000) 2877.
- 5) X. Mei, M. Tsutsumi, T. Tao, N. Sun: Study on the Compensation on Error by Stick-slip for High-precision Table, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44 (2004) 503.
- 6) 鈴木康彦, 松原厚, 垣野義昭: NC 工作機械の高速小円運動の高精度化に関する研究, 精密工学会誌, 70, 10 (2004) 1266.
- 7) 佐藤隆太, 堤正臣: AC サーボモータと直動転がり案内を用いた送り駆動系の数学モデル, 精密工学会誌, 71, 5 (2005) 633.
- 8) P.R. Dahl: Solid Friction Damping of Mechanical Vibrations, AIAA Journal, 14, 12 (1976) 1675.
- 9) C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Åström and P. Lischinsky, A New Model for Control of Systems with Friction, IEEE Transactions on Automatic Control, 40, 3, (1995), 419.
- 10) C. Hsieh and Y.-C. Pan: Dynamic Behavior and Modelling of the Pre-sliding Static Friction, Wear, 242 (2000) 1.
- 11) 二見茂, 古谷彰浩: AC リニアモータと転がり案内を用いたナノメータ位置決め (第2報), 精密工学会誌, 57, 10 (1991) 1808.
- 12) 深田茂生, 成瀬慎也, 松本貴広: ボールねじの微視的変位挙動に関する研究 (第1報), 精密工学会誌, 66, 7 (2000) 1070.