Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2024-04-29

地図投影法の数理的理解の方法について：とくに文系出身の地理教師のために

田中，好國

(Citation)
兵庫地理,32:20-29

(Issue Date)
1987-03

(Resource Type)
journal article

(Version)
Version of Record

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/90002352

地図投影法の数理的理解の方法について

—とくに文系出身の地理教師のために—

田　中　好　國

I　はじめに

およそ高校の「地理」を担当している教師が，「地理」を教えるなかでもっとも苦労している分野は地図投影法ではないだろうか。

現在，大学における地理学専攻科は文系の文学部，教育学部それに理学部と相反する学部に属しており，統計をみたことはないが圧倒的に文系出身の地理教師が多いであろう。「地理」は社会科という教科の中の一科目であるので他の科目専攻出身者（例えば政治，経済，法律，歴史など）が地理を教え，また教師になってから地理を専門とした教師もかなりの数にのぼるのではないかと思われる。このような地理教師はほとんど例外なく文系出身であろう。

さらに大学におけるカリキュラムの中で地図学（地図投影法）は他の専門科目に比べると著しく少なく，専門家の大学教員のいない大学もかなりの数にのぼるものと思われる。大学において，最近10年間の学位論文取得状況を調べても地図投影法に関して博士号を取得したのはたったの一名である。[1)]　学界でのレベルがそのような状況であるので，地図投影法を専門とした地理教師は非常に少なく，教科書に記述している程度にしか地図投影法を理解していないのではないかと思われる。

地図投影法に関する理解には高校の理科系で履習する「代数・幾何」「基礎解析」「微分・積分」を必要とするので，文系出身の地理教師には手に負えないところがある。つまり，ほとんどの地理教師は，教科書の内容を暗記させるだけで地図投影法を終わっているのではないだろうか。

しかしながら，昭和56年以前の旧教育課程下では「地理A・B」は高校ではほとんど一年次に配当されており，地図投影法を理解するうえで不可欠な三角関数を学ぶ以前に地図投影法の原理を説明しても生徒には理解しにくいところが多かったと思う。

ところが現課程では一本化された地理は二年次以上に配当され，筆者の勤務校のように二，三年次連続履習の高校も多く，そのうえ理科系で社会科唯一の必修科目としている学校もあり，旧課程生に比べれば地図投影法についても大変興味を持っている。

そこで本稿では，「数Ⅰ」で三角比・三角関数を終えた生徒に対して文系出身の地理教師が地図投影法を教授する際の，ごく初歩的な数理的理解の仕方についてまとめ，大方の参考に供することを目的としている。

II　地図投影法とは何か

1.　地図と地図投影法

1）地図　map

地図とは地球の表面の全部またはその一部を平面の上に描いたものである。最近，欧米では地球以外の天体についても map，chart 等の語を用いている。英語の map と chart とは特別の場合を除いて互換性があるが，chart は主として海図・航空図に用いられ，また plan という語は大縮尺地図に用いられる場合が多い（日本国際地図学会，1985）。

2）地図投影法　map projection

曲面である仮想の地球表面を平面の上に表現することを投影（project）するといい，その方法を投影法（projection）または図法という（野村，1983）。

地図学用語辞典（日本国際地図学会，1985）によれば，地球または天球の基準面上の子午線平行圏網の全部または一部を平面に経緯線網として表わすことに関する数学理論とその作図法であるといわれる。簡単にいえば，地球上の経緯線を地図平面上に移しかえる方法といえよう。

2.　地図投影法の分類

1）投影面による分類

円筒図法　cylindrical projection（図1）地球儀をこれに接する円筒の中に位置づけ，何らかの

方法で地球儀上の経緯線を円筒の側壁に投影したのち，円筒をある母線にそって切り，平面に展開して地図とする方法の総称（野村，1983）。広義には平行直線群となる擬円筒図法を含んでいる。

円錐図法　conical projection（図２）地球儀をこれに接する直円錐の中に位置させ，何らかの方法で地球儀の経緯線を直円錐面に投影したのち，円錐をある母線に沿って切り，それを展開して得られる平面を地図とする方法（野村，1983）。広義には多円錐図法と擬円錐図法とを含む。

方位図法　azimuthal projection（図３）地球儀上の一点でこれに接する平面を設定し，地球儀上の経緯線を何らかの方法でその上に投影して地図をつくる方法（野村，1983）。幾何学的方法で作図できる投射図法とそうでない非投射図法とに分かれ，広義には経線がわん曲する擬方位図法を含んでいる。

便宜図法　conventional projection 以上の円筒図法・円錐図法・方位図法のいずれにも属さない図法を総括している。便宜図法の性質を一義的に定義することはむずかしい（野村，1983）といわれている。

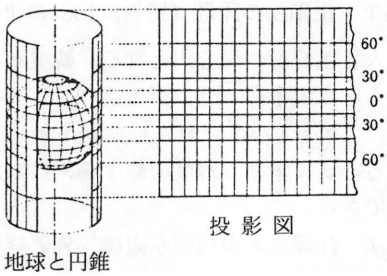


図１　円筒図法（地図学用語辞典による）

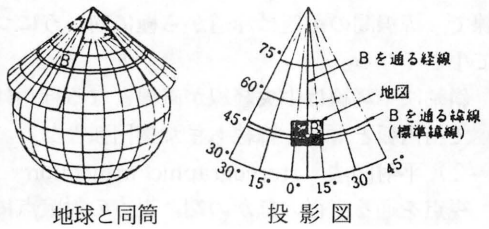


図２　円錐図法（地図学用語辞典による）

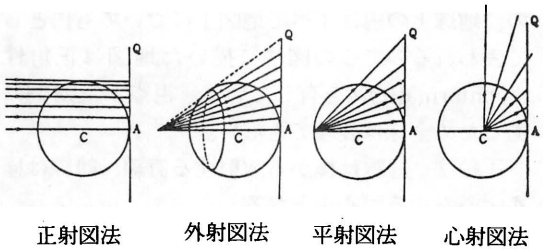


図３　方位図法の種類（地図学による）

2）投影面の置き方による分類（図４）

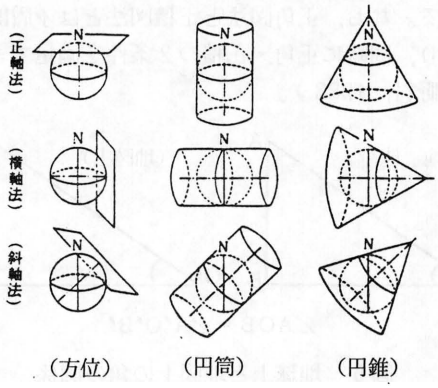


図４　投影面のおき方による分類
（地図学用語辞典による）

正軸法　normal case 地球儀の地軸と円筒・直円錐の主軸が一致する場合，方位図法では地球儀と平面との接点が極の場合をいう。

横軸法　transverse case 地軸と主軸とがたがいに垂直な場合，方位図法では接点が赤道上の一点の場合をいう。

斜軸法　oblique case 地軸と主軸とが斜交する場合，方位図法では極でも赤道上でもない任意の一点を接点とする場合をいう。つまり，図の中心を地球上の任意の一点とするものである。

3）機能による分類

地図投影法のもっている特性による分類で，教科書などに一般的に採用されているものである。

正積図法　equal－area projection 地図上で面積関係が正しく表現されるような図法の総称。

一般に地球儀上の無限小の円を地図面上に投影すると，無現小の楕円（長円）として表現される。この無限小の楕円の長半径を La（最大の線拡大率），短半径を La（最小の線拡大率）とすると，

$$La \cdot Lb = 1$$

となるように工夫したものである（野村，1973）

正角図法　conformal projection 地図上のどこでも角の大きさが正しく表現される図法の総称。

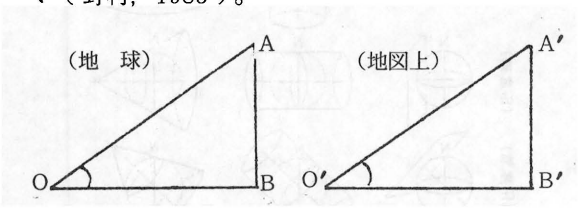
地球上のきわめて近接する任意の三点，A，O，Bが∠AOB を形づくり，地図上でA′，O′，B′ががそれぞれA，O，Bに対応していて∠A′O′B′をつくる時，常に，

$$\angle AOB = \angle A'O'B'$$

となる図法のことである（図５）。すなわち，

$$La = Lb$$

となるように，楕円が円となるようにした図法である。なお，正角図法と正積図法とは矛盾関係にあり，同時に正角・正積の２条件を満足できない（野村，1983）。



$$\angle AOB = \angle A'O'B'$$

図５　地球上と地図上の角の関係

正距図法　equidistant projection 経線上または緯線上，あるいは方位線上において長さが正しく表わされる図法。ただし，特定の直線なり曲線なりについてのみ成立する（野村，1983）。

方位図法　azimuthal projection 図上の一点から他の点に対する方位角（azimuth）が正しく表わされる図法。ただし，この一点は特定の一点であり，普通は投影中心がこれにあたる（野村，1983）。図の中心（接点）とそれ以外の任意の点とを結ぶ直線は，２点間の最短経路を示し，この線分と中心を通る経線とのなす角は，中心からみたその点の方位角を与える（野村，1973）。

III　地図投影法の数理的説明

1.　方位図法

地球上の一点においてこれに接するように投影面を置き，地球上の経緯線を投影する図法。接点を地図の中心（center of the map），接点では地図に全くひずみがないので主点（point of zero distortion）ともいう（野村，1983）。こうして得られた図形は円形となる。

II，２，２）で述べたように接点の位置により，正軸法，横軸法，斜軸法とがある。

１）正射図法　orthographic projection

視点の位置が無限遠にあるもの。図６からも知られるように描くことのできる範囲は最大限，視点側の半球である。

正軸法　極が地図の中心，経線は極から放射する直線，緯線は極を中心とし，地球上の緯線円と

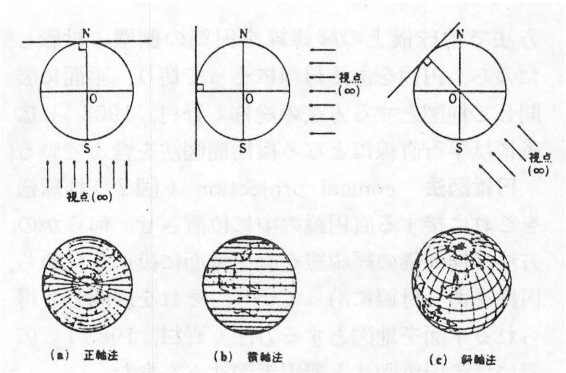


図６　正射図法（地図学用語辞典による）

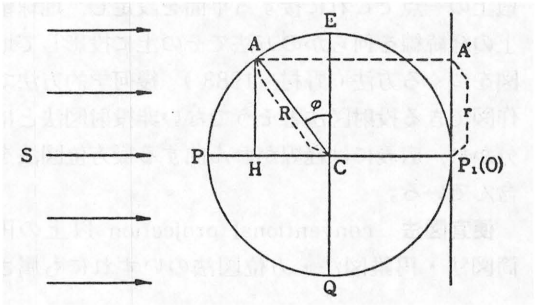


図７　正軸法の原理（野村，1983による）

等しい大きさをもつ同心円となる。緯度φの緯線円を描くときの半径ｒは，図７より

$$r = P_1 A' = HA = R\cos\varphi$$

となる。φに求める緯度の数字を入れれば簡単に作図できる。

横軸法　経線は中央経線が直線，外郭経線（中央経線から経度90°隔たる経線）が円弧のほかは楕円の弧。緯線はすべて中央経線に対し垂直な直線で，緯線間の距離は赤道から極に向かうにつれて小さくなる。

斜軸法　経線は中央経線が直線となるほかはすべて楕円弧となり，緯線もまた楕円弧となる。

２）平射図法　stereographic projection

視点を通る直径のほかの端，視点の対蹠点において地球に接する地図面上に経緯線を投影するもの。地球上の円はすべて地図上においても円として表われるのでこの図法で描いた地図は正角性（conformality）を有している。視点が反対側にあるため全球は表現できない。

正軸法　経線は極から放射する直線，緯線は極を中心とする同心円となる。

図８の（ａ）において，ＮＳを両極，ＡＱを赤道，Ｏを地球の中心，Ｂを地球上緯度φ（極距離ｐ）

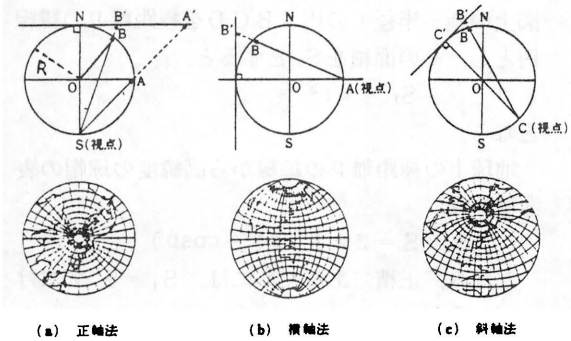


図 8 平射図法（地図学用語辞典による，一部修正）

の点とする。Sを視点，Nを接点としたときのBの地図投影面上における投影点をB′とすると，B′はNを中心としNB′を半径とする円上にある。いまNB′をrとすると，

$$r = NB' = N\mathrm{Stan}\angle NSB'$$

$$= 2\,R\tan\frac{p}{2}\ ^{2)}$$

$$= 2\,R\tan\frac{90^\circ - \varphi}{2}$$

となる。上式にφに求める緯度数を代入すればこれも簡単に作図できる。

横軸法　中央経線と赤道とがたがいに直交する2直線として表われ，中央経線と経度差90°の経線が半径2Rの円として描かれ，他の経線・緯線は円として投影される。

斜軸法　中央経線が直線となるほかは経緯線はすべて円弧として表われる。

3）心射図法　gnomonic projection

地球の中心を視点とし，地球上の一点において地球に接する地図面上に地球上の経緯線を投影するもの（図9）。視点が地球の中心なので半球未満しか表現できない。

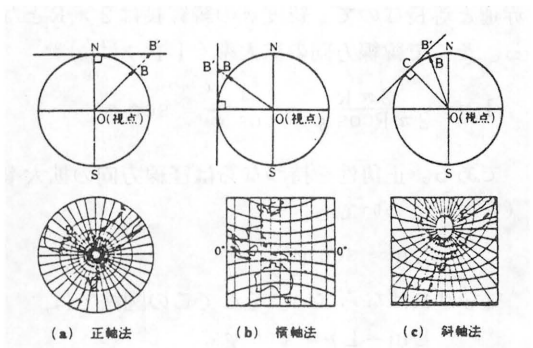


図 9　心射図法（地図学用語辞典による）

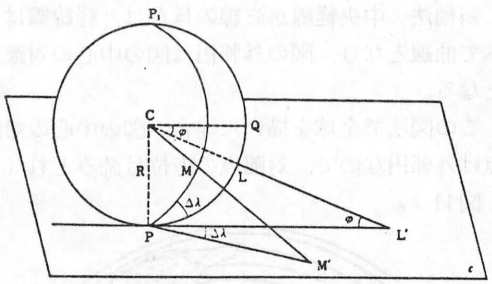


図10　正軸法の原理（野村，1983による）

正軸法　経線は一点（極）からの放射直線，緯線は一点（極）を中心とする同心円をなす。

図10より，緯度φの緯線半径（r）は，

$$r = PL' = PC\cot\varphi = R\cot\varphi$$

となる。特別な数表を用いなくても，高校の数学教科書にのっている三角関数表により，三角関数の相互関係[3)]で計算によって導き出し作図できる。

横軸法　経線は平行直線，赤道以外の緯線はχ軸，すなわち赤道と，y軸すなわち中央経線を軸とする双曲線をなしている。

斜軸法　経線は一点（極）からの放射直線，緯線は赤道が経線に垂直な直線をなす以外はなめらかな曲線となる。

4）正距方位図法　azimuthal equidistant projection

上記1）～3）までの透視図法では全球を表現できない。そこで全球を表現するように工夫されたのが非透視図法の正距方位図法・ランベルト正積方位図法などである。

正軸法　経線は極から放射する直線，緯線は極を中心とする同心円。それぞれの緯線半径は，地球上極からその緯線までの距離に等しい。そこで緯線半径（r）は，

$$r = R\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = Rp \qquad R：地球半径$$

〔pは極距離，$p = 90^\circ - \varphi$〕

となる。つまり北極が図の中心の時，対蹠点は最外郭の円弧で示され，南極は$r = R\pi$の円となる（野村，1973）。

横軸法　経線は中央経線が直線，中央経線から経度90°へだたる経線が円弧のほかは他は曲線となる。緯線は赤道が中央経線に垂直な直線となるほかはすべて曲線で示される。

斜軸法　中央経線が直線のほかは，経緯線はすべて曲線となり，図の外郭円は図の中心の対蹠点となる。

この図法で全球を描いた場合，図の中心の対蹠点は外郭円なので，対蹠点の方位は読みとれない（図11）。

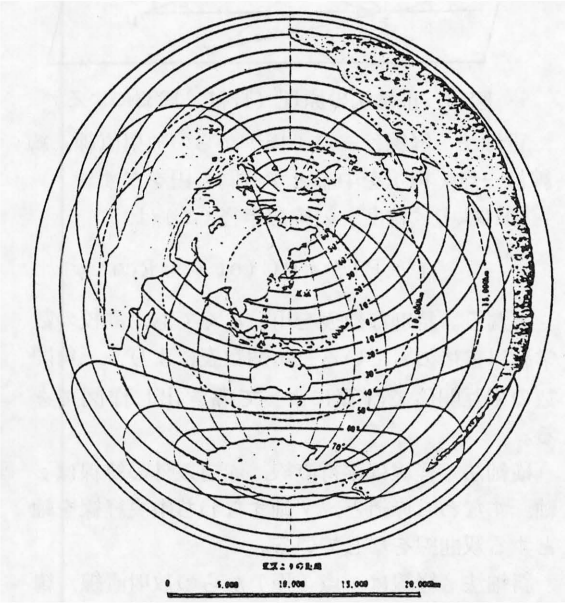


図11 東京中心の正距方位図法（野村,1983による）
外郭円は東京（N35°，E140°）の対蹠点

5）ランベルト正積方位図法　Lambert's azimuthal equal-area projection

この図は正距方位図法の正軸図が図の中心から離れるにしたがい面積のひずみが増大するので，緯線円間の距離を調節して正積性を与えたものである。

野村（1983）によれば，図12において，Pを地図上の極，半径rの円ABCDを極距離pの緯線円とし，その面積をS_1とすると，

$$S_1 = \pi r^2$$

となる。

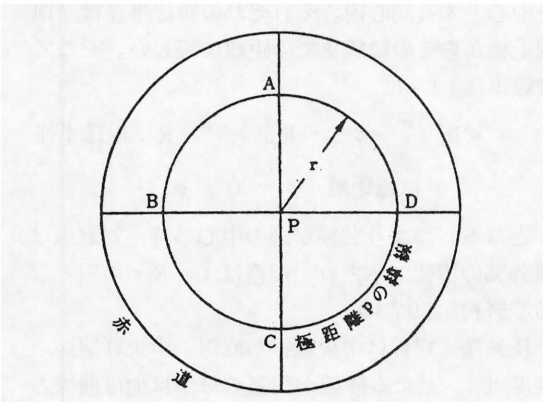


図12　ランベルト正種方位図法の原理
（野村，1983による）

地球上の極距離pの緯線から高緯度の球帽の表面積Sは，

$$S = 2\pi R^2 (1 - \cos p)$$

となり，正積であるためには，$S_1 = S$ でなければならないので，

$$\pi r^2 = 2\pi R^2 (1 - \cos p)$$

$$r^2 = 2R^2 \cdot 2\sin^2\frac{p}{2}$$

$$\therefore r = 2R\sin\frac{p}{2} \quad [p = 90° - \varphi]$$

となり，緯線半径が求められる。正軸法の場合，北極を中心とすると南極は，

$$r = 2R\sin\frac{90° - \varphi}{2} = 2R\sin\frac{180°}{2}$$

$$\therefore r = 2R$$

となる。この図法も正距方位図法と同様，外郭円は図の中心の対蹠点を表わす。

2．円筒図法

経緯線が正軸法の場合に，経線は等間隔の平行直線，緯線は経線と直交する平行直線よりなる。そのため，図形は長方形となる。

1）メルカトル図法　Mercator's projection

地図上で緯線方向の長さの拡大率（Lp）と経線方向の長さの拡大率（Lm）とが等しければ，図上の角の大きさは常に正しい。円筒図法では，すべての緯線が赤道と等長に描かれるので，緯度60°線上は赤道の全周の半分にもかかわらず2倍に拡大されていることになる。

いま，地球の半径をRとすると緯度φの緯線長は$2\pi R\cos\varphi$である。しかし，すべての緯線は赤道と等長なので，緯度φの緯線長は$2\pi R$となる。そこで緯線方向の拡大率（Lp）は，

$$Lp = \frac{2\pi R}{2\pi R\cos\varphi} = \frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi$$

である。正角性を持つならば径線方向の拡大率（Lm）についても，

$$Lm = \sec\varphi$$

でなければならない。そこでこの図法では，

$$Lm = Lp = \sec\varphi$$

となり，正角性を有している。[4)]

経線は等間隔の平行直線なので，この作図は簡単である。緯線は経線と直交する平行直線であるが，その間隔は高緯度ほど拡くなっている。緯線間の長さは野村（1983）によれば次式で求められるという。

$$y = R \log \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$$

常用対数にすると，

$$y = 2.302585\ R \log_{10} \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$$

ところで，この図法では，

$$Lm = Lp = \sec \varphi$$

なので，高緯度地方のひずみは大変大きくなる。さらに面積の拡大率（Ｌｓ）は，

$$Ls = Lm \cdot Lp = \sec^2 \varphi$$

となり，やはり高緯度ほどそのひずみは増大する。したがって両極は無限大となってしまいこの図では表現できない。[5)]

2）ミラー図法　Miller's projection

アメリカ人ミラーが1942年にメルカトル図法の緯線距離式に修正を加えたもので，極を地図上に表わすことができる特性をもつ。

注５）のようにメルカトル図法では，$Lm = \sec \varphi$ で，$\varphi = 90^\circ$ では無限大となるために両極を表現することができない。そこで，

$$Lm = \sec \frac{4}{5}\varphi$$

とすることによって極を表現することが可能になった。緯線距離式は野村（1983）によれば，

$$y = \frac{5}{4} R \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{5}\varphi\right)$$

常用対数にすると，

$$y = 2.302585 \times \frac{5}{4} R \log_{10} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{5}\varphi\right)$$

$$= 2.878231\ R \log_{10} \tan \left(45^\circ + \frac{2}{5}\varphi\right)$$

となり，赤道から極までの緯線距離が14673㎞と計算される。

地図のひずみは，Ｌｐはメルカトル図法のままなので，

$$\therefore Lp = \sec \varphi$$

$$Lm = \sec \frac{4}{5}\varphi$$

$$Ls = Lp \cdot Lm = \sec \varphi \cdot \sec \frac{4}{5}\varphi$$

となる。このように，この図法では経線方向の拡大率と緯線方向の拡大率が異なっているので，もはや正角性は有していない。

3.　擬円筒図法

すでにみたように円筒図法の性質は，

①経線が平行直線，

②緯線も平行直線，

③両者はたがいに直交する

ものである。そのうち②の性質だけを残して，①を正弦曲線，その他の曲線におきかえると特色ある図法が得られる（野村，1983）。

1）サンソン図法　Sanson（sinusoidal）projection

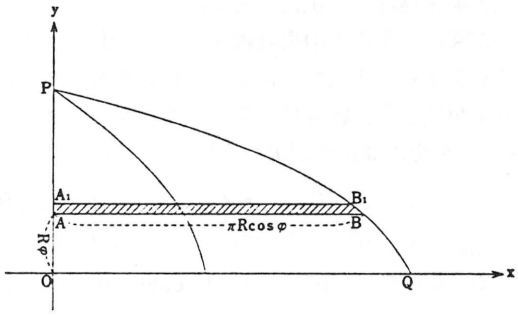


図13　サンソン図法の原理（野村，1983による）

図13は，中央経線（ｙ軸）と赤道（ｘ軸）に境される第１象限の範囲のサンソン図法である。点Ｑは中央経線から180°隔たる点とすればＯＱの長さは赤道全周の半分のπＲであり，Ｏを中心とすれば90°隔たる点Ｐまでの長さＯＰは$\pi R/2$である。ＡＢを緯度φの緯線とし，ＯＡを地球の距離に等しくＲφ，線分ＡＢの長さを地球上の緯度φの全緯線長の$1/2$にあたるπＲcosφとすると，外郭経線はサインカーブとなる。つまり，中央経線ＯＰを除く，すべての経線はサインカーブからなるので sinusoidal という名が与えられている（野村，1983）。

図13において，線分A_1B_1をＡＢと緯度dφ隔てる緯線とし，図形A_1B_1ＢＡの面積をｄｓとすると，

$$ds = \pi R\cos\varphi \cdot R d\varphi$$

$$= \pi R^2 \cos\varphi\, d\varphi$$

となる。さらにＯＰ，ＯＱ，外郭経線ＰＱに囲まれる第１象限のサンソン図法の面積をＳとすると，

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}} ds=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi R^2 \cos\varphi \, d\varphi$$
$$=\pi R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi \, d\varphi$$
$$=\pi R^2 \left[\sin\varphi\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$=\pi R^2 \left[\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0\right]$$
$$\therefore S=\pi R^2$$

となる。これは，でき上がるサンソン図法の$1/4$の図形の面積なので，全体の面積はこの4倍の$4\pi R^2$となり，地球の表面積$4\pi R^2$[6]と等しくなり，図は正積となる。また，この図法はすべての緯線上と中央経線上で正長である。

作図は，赤道と中央経線を2：1の長さにとって直交させ，赤道から極までの長さを等分すれば緯線ができる。経線はすでに述べたように$\pi R \cos\pi$を使えば長さが求められる。つまり，

$\varphi=30°$では　$\pi R \cos 30°=0.866\pi R$
$\varphi=60°$では　$\pi R \cos 60°=0.5\pi R$

2）モルワイデ図法　Mollweide's projection

ドイツ人モルワイデは，地球の全表面を短半径と長半径の比が1：2の楕円で表わした。短半径をℓとすると，この楕円の面積Sは，

$$S=\pi\ell\cdot 2\ell$$
$$=2\pi\ell^2$$ [7]

となる。これに対し，地球の表面積は$4\pi R^2$なので正積のためには，$2\pi\ell^2=4\pi R^2$でなければならない。するとℓは次のようになる。

$$2\pi\ell^2=4\pi R^2$$
$$\ell^2=\frac{4\pi R^2}{2\pi}$$
$$\ell^2=2R^2$$
$$\therefore \ell=\sqrt{2}R$$

つまり，モルワイデ図法は長半径が$2\sqrt{2}R$（≒18017㎞），短半径が$\sqrt{2}R$（≒9009㎞）となる。

経線は中央経線が直線，中央経線から90°隔たる経線が円弧の他はすべて楕円弧となっている。緯線は中央経線に垂直な平行直線で，緯線間の距離は高緯度ほど小さい。

サンソン図法と異なる点は，中央経線・赤道とも前述のように縮尺通りに縮められていない点である。緯線が正長であるのは40°44′であり，それより高緯度では拡大され，低緯度では縮小されている。したがって，拡大されている高緯度の緯線間隔をせばめ，縮小されている低緯度の緯線間隔を広くして，正積になるようにしてある。

なお，長軸を両極を通る経線，短軸を45°Nで，これに直交する大円とした斜軸法の図をバーソロミューはアトランチス図法とよんでいる。モルワイデ図法は，1857年フランス人バビネがホモログラフ図法（homolographic projection）と名付けてから有名になった。

3）ホモロサイン（グード）図法
homolosine（Good's） projection

すでにみてきたように，縮尺$1/1$の同縮尺の時，赤道の長さはサンソン図法が$2\pi R$（R＝6370㎞とすると，約40004㎞），モルワイデ図法は，

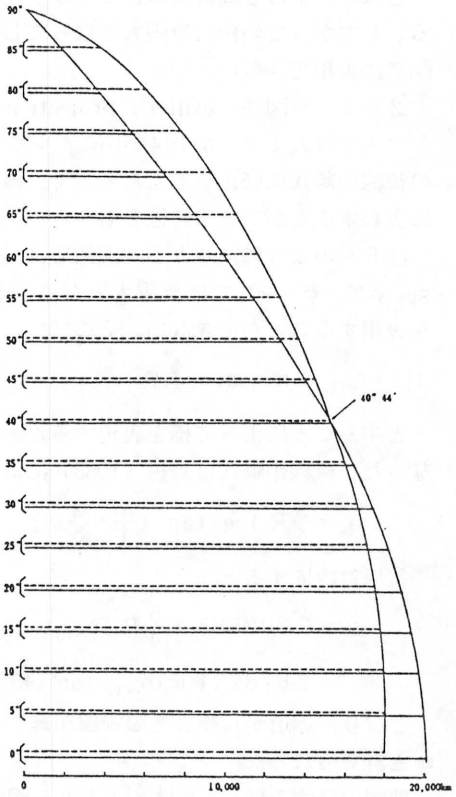


図14　サンソン図法とモルワイデ図法との緯線長の比較（野村，1983による）

これは緯線の長さだけを比較したものである。中央経線はサンソン図法が$\frac{\pi R}{2}$≒10001㎞，モルワイデ図法が$\sqrt{2}R$≒9009㎞の長さ，緯線間の長さも両図法は異なることに注意。

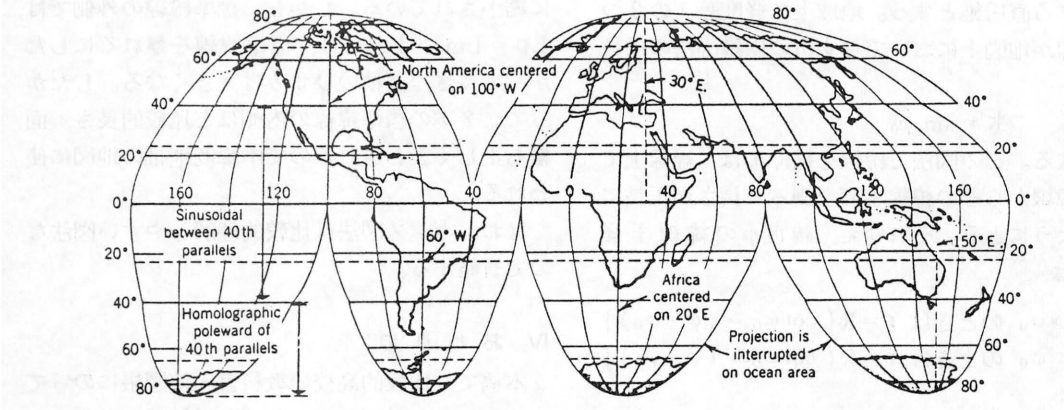


図15　ホモロサイン（グード）図法の世界図（A.N. Strahler, 1969による）

中央経線 … 北半球　30°E，100°W
　　南半球　150°E，20°E，60°W
断裂経線 … 北半球　180°，40°W
　　南半球　80°E，180°，20°W，100°W

$4\sqrt{2}$R（同約36034㎞）で，サンソン図法の方が長い。しかし，図形の$^1/_4$の範囲（第1象限）でみると図14のように，赤道こそサンソン図法がπR≒20002㎞，モルワイデ図法$2\sqrt{2}$R≒18017㎞となり，サンソン図法の方が長いが，緯度によってその長さは逆転している。ちょうど，両者の緯線長が等しいのは緯度40°44′であることが計算の結果わかり，アメリカ人グードはそこより高緯度を高緯度のひずみの小さいモルワイデ図法で，低緯度をやはり低緯度のひずみの小さいサンソン図法で描き，両者を接合させた。そのために40°44′を境として経線の性質が，高緯度は楕円の弧，低緯度はサインカーブと異なるので接合部で屈折が生じている。

この図法は2つの正積図法を接合させたものであるから，やはり正積図法である。図法名はモルワイデ図法の別名 homolographic から homolo を，サンソン図法はサインカーブを使用しているところから sinusoidal proj，ともよばれ，その sine の文字をとって homolosine とグードによってつけられた。

さらにこの図法は海洋中を通る経線を境に図を断裂させている（図15）ので，大陸部分の角のひずみ，形のゆがみは大いに改善されている。

4.　円錐図法

経線は直円錐の頂点であった点Vから放射する直線をなし，緯線はVを中心とする同心円の弧となる。それゆえ，得られる図形は扇形ないし三角形（実際は一部を取り出すので長方形）となる。直円錐と地球儀が接する緯線を標準緯線といい，そこでは長さ，面積，角のひずみは全くない。

円錐図法を描くためには，点Vを中心として緯線円を描くときの緯線半径式と，経度間隔λの2本の経線がVにおいてなす角を知るのに必要な円錐図法の係数[8]の値を求める式が必要である（野村，1983）。

1）正距円錐（トレミー）図法　equidistant conic （Ptolemy's）projection

図16において，VMNは緯度φ_0の緯線ARBに

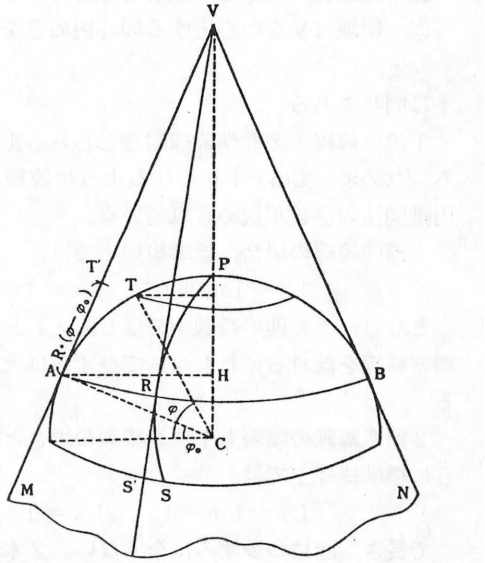


図16　正距円錐図法の原理（野村，1983による）

外接する直円錐とする。地球上で経度差λの2つの経線が地図上においてなす角の円錐図法の係数は,

$$k = \sin \varphi_0$$

となる。この図法で緯線を描くには，経線上で標準緯線からその緯線までを測った長さが正長になるようにとる。それゆえ，緯度φの緯線半径（r）は,

$$\varphi > \varphi_0 \text{ のときは } r = R\{\cot\varphi_0 - (\varphi - \varphi_0)\}$$
$$\varphi < \varphi_0 \text{ のときは } r = R\{\cot\varphi_0 + (\varphi - \varphi_0)\}$$

となる（野村，1983）。

この図法で描いた地図は，標準緯線上とすべての経線上で長さが正しく，面積や角のひずみは標準緯線付近できわめて小さく，そこから離れるにしたがい大きくなる。しかし，極は点ではなく円弧で表わされるので高緯度地方図には適さない。

なお，この図法はプトレマイオス（トレミー）がその地図に用いたのでトレミー図法ともよばれる。

2）ランベルト正角円錐図法　Lambert's conical orthomorphic projection

ドイツの数学者ランベルトが考案した各種の図法の中でもとくに利用価値の高いものである。

この図法には標準緯線が1本のものと2本のものとの2種があるが,

① 極が展開円錐の頂点に位置すること
② 経線は一点からの放射直線であること
③ 緯線はVを中心とする同心円の弧をなすこと,

は同じである。

1標準緯線・2標準緯線図法どちらも正角性をもつために，Lm＝Lpとなるように緯線半径と円錐図法の係数が決められている。[9]

1標準緯線の場合，標準緯線上では,

$$Lp = Lm = 1 \qquad Ls = 1$$

となり，その他の緯線上ではLp＞1となって標準緯線を離れるにしたがってひずみは大きくなる。

2標準緯線の場合も1標準緯線の場合と同じように標準緯線上では,

$$Lp = Lm = 1 \qquad Ls = 1$$

で長さ，面積のひずみは全くない。2本の標準緯線の内側では，$Lp = Lm < 1$となり，わずかに縮小されている。しかし，標準緯線の外側では，$Lp = Lm > 1$となり，標準緯線を離れるにしたがって長さ，面積のひずみは大きくなる。したがって，2本の標準緯線の内側ほど比較的長さ，面積も正しく表わされるので中緯度地帯の地図に使われる。[10]

なお，ボンヌ図法は比較的理解しやすい図法なので省略する。

Ⅳ おわりに

本稿では比較的高校の教科書・地図帳にのっているもっともポピュラーな，入試問題にも頻出の高い地図投影法について，できるだけ簡単に数学的な説明を試みた。

筆者は地理学の分野の中では地形学，それも海岸地形が専門で地図学については全くの素人であるが，三角関数や積分を勉強し直せばかなり数学的な原理が理解できた。これを読まれた先生方も是非，一枚の図・数式をよく吟味して自分の力で一度作図をしてみて欲しい。そうすれば案外簡単にその図法を理解できると思われる。

なお，紙面の都合で各図法の用途には十分にふれることができなかったので，これについては教科書などで確認して頂きたい。

最後に，本稿をまとめるきっかけとなったのは，故野村正七先生（元横浜国立大学長）の『地図投影法』の書評を地理科学に投稿（田中，1984）した際，野村先生より励ましのおハガキを頂いたことにある。

（県立姫路飾西高）

注

1）1975～1984年度までに博士号を取得したのは193人であり，そのうち地図投影法に関しては羽田野正隆氏（現北大）のみである（田中，1986）。

2）図8の（a）において,

△OSBで，OS＝OB　だから

$$\angle OSB = \angle OBS$$

また，　$\angle NOB = \angle OSB + \angle OBS$

だから，$\angle NOB = 2\angle OSB$

$$\angle BSN = \frac{1}{2}\angle NOB$$

3）第1象限において，直角△ABCの底辺をx，垂辺をy，斜辺をrとすると,

三角関数の定義から，　$\cot\theta = \frac{x}{y}$

$$\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{x}{r}}{\frac{y}{r}} = \frac{x}{y} \quad \therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

また，$\tan\theta = \frac{y}{x}$，$\cot\theta = \frac{x}{y}$

$$\tan\theta \cot\theta = \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y} = 1$$

$$\therefore \tan\theta \cot\theta = 1 \quad \therefore \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

4）正角図であっても等角航路はこの図法以外には与えられていない。等角航路を得る条件は図の正角性と，等角航路が経線と交ってなす同位角が一定であること，つまり経線が平行直線でなければならない。

5）北極を例に経線方向の長さの拡大率（Lm）を求めると，

$$Lm = \sec\varphi = \sec 90^\circ$$

$$= \frac{1}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0}$$ となるから，

6）地球の表面積は，半径Rとすると次のようになる。円 $x^2 + y^2 = R^2$ をx軸のまわりに回転してできる回転体としてとらえると，半円 $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ をx軸のまわりに1回転することになる。

$y = \sqrt{R^2 - x^2}$ から，

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

であるから，$\sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}}$

ゆえに，表面積Sは，

$$S = 2\pi \int_{-R}^{R} y \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2} \cdot dx$$

$$= 2\pi \int_{-R}^{R} \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}} dx$$

$$= 2\pi R \int_{-R}^{R} dx = 2\pi R \left[x\right]_{-R}^{R}$$

$$\therefore S = 4\pi R^2$$

7）これに対して楕円の長半径をa，短半径をbとすると，

楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$（a，b＞0）の面積は，

（$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$ は4分円面積）

$$S = 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$$

$$= 4 \cdot \frac{b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$$

$$= \frac{4b}{a} \cdot \frac{\pi a^2}{4} = \pi a b$$

8）円錐図法の係数とは，地図上で2本の経線のなす角を地球儀上でそれらがなす角で除した値（野村，1983）のことをいう。標準緯線の緯度でその値は決まり，方位図法では係数が1，円筒図法は0，円錐図法では0と1の間になる。

9）この図法の緯線半径式は非常に複雑なのでここでは省略する。詳しくは野村（1983）を参照されたい。

10）わが国の百万分の1国際図もこの図法によっている。図幅名，標準緯線は次のとうりである。

Ⅰ	北日本	38°57′	45°18′
Ⅱ	中央日本	34°05′	37°54′
Ⅲ	南日本	27°18′	33°24′

引用文献

田中好國（1984）：野村正七著『地図投影法』（書評），地理科学39，143

田中好國（1986）：地理学関係学位論文題目の最近の傾向について，兵庫地理学協会9月例会レジメ，5ページ

日本国際地図学会編（1985）：『地図学用語辞典』技報堂，459ページ

野村正七（1973）：地図投影法項目の説明，日本地誌研究所編『地理学辞典』二宮書店，889ページ

野村正七（1983）：『地図投影法』日本地図センター，447ページ

Arthur N. Strahler（1969）：Physical Geography, John Wiley & Sons. 733ページ

参考文献

アーサー・H．ロビンソン／ランダル・D．セール／ジョエル・L．モリソン，永井信夫訳（1984）：『地図学の基礎』地図情報センター，413ページ

岩瀬重雄（1986）：『高校数学公式活用事典』旺文社，415ページ

谷岡武雄・水山高幸・川本忠平・山田安彦・日下雅義（1970）：『新訂　地理実習』大明堂，342ページ

中野尊正編（1970）：『地図学』　朝倉書店，230ページ

西村蹊二（1971）：『地図の利用法』朝倉書店，212ページ