Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2025-12-04

社会的ネットワークに基づく対面コミュニケーション行動の理論モデル分析

大平，悠季
織田澤，利守

(Citation)
土木学会論文集D3（土木計画学）,69(4):300-314

(Issue Date)
2013

(Resource Type)
journal article

(Version)
Version of Record

(Rights)
©2013 公益社団法人 土木学会

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/90003015

土木学会論文集D3（土木計画学）, Vol. 69, No. 4, 300-314, 2013.

社会的ネットワークに基づく 対面コミュニケーション行動の理論モデル分析

大平 悠季[1]・織田澤 利守[2]

[1]学生会員　神戸大学大学院　工学研究科市民工学専攻 (〒 658-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: ohira@stu.kobe-u.ac.jp
[2]正会員　神戸大学准教授　大学院工学研究科市民工学専攻 (〒 658-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: ota@opal.kobe-u.ac.jp

本研究では，社会的ネットワーク及び交通ネットワークの構造が都市空間上における主体の交通・コミュニケーション行動に及ぼす影響を分析するための理論的枠組みを構築する．具体的には，多起点・多終点を持つ一般的な交通ネットワークの下，社会的ネットワーク上でつながり（リンク）を持つ主体同士が対面コミュニケーションを通じて知識や情報，アイディアの交換及び創造を行う状況を想定し，システム全体としての均衡における主体間のコミュニケーション水準を解析的に導出する．その上で，交通混雑を考慮したモデルへと拡張し，両ネットワークの位相幾何学的構造とコミュニケーション行動の関係について分析を行う．また，厚生分析により均衡におけるコミュニケーション水準が非効率的であることを示し，最善政策・代替的政策案について検討を行う．

Key Words : *social network, transportation network, traffic congestion, spatial interaction, social externality*

1. はじめに

近年，社会システム全体が大きな変貌を遂げようとしている．あらたに姿を現しつつある社会は知識社会と呼ばれ，人々が有する知識やアイディアが都市・地域社会の発展のための原動力であるとされる[1)]．このような変革は，情報・通信技術の進展に支えられているところも大きいが，特に重要なのは多様な主体間のコミュニケーションを通じた創造的活動であり，これはビジネス，科学，文化，芸術，教育といったあらゆる分野において高度な知識や技能を持つ主体間で起こる相乗的な現象に他ならない．コミュニケーションを通じた創造的活動においては，知識・情報の蓄積（ストック）もさることながら，それらの流れ（フロー）が大きな役割を果たしている．知識・情報が偏在し，また，相互のやり取りが不十分であれば，相乗的効果は期待できない．これに対し，活発な相互交流が行われる社会は，創造性に富み，成長力を持つ．

都市社会において行われる相互交流の水準は，距離に関する２つの概念に依存して決まる．１つは地理的距離であり，いま１つは社会的距離である．相互にやり取りされる知識・情報が高度になれば，対面コミュニケーション（face-to-face communication）がそれらを運ぶ重要な手段となる．対面によるコミュニケーションは交通を伴うため，必然的にその水準は地理的距離に依存する．地理的距離は人々や企業といった主体の空間的配置（立地状況）とそれを取り巻く交通環境（交通ネットワーク）によって決まる．一方，社会的距離とは，相互の信頼性や必要性，関連性の程度を指す概念である．特に，複雑に入り組んだ主体間の関連性をグラフを用いて表現した社会的ネットワークは，社会学や人類学，組織論等といった幅広い学問分野において様々なレベルでの行為主体間の相互依存関係を理解する上で有益な枠組みを提供している[2),3)]．地理的距離と社会的距離は，人々や企業の行動選択を通じて互いに作用を及ぼし合いながら都市社会の有り様を決定づける．小林[4)]はこの点に着目し，「知識社会における都市の将来は，『人的ネットワークと物的ネットワークの間の協同効果をいかに形成するか』という都市開発戦略に依存している」と指摘している．しかし，社会的ネットワークと交通ネットワークの相互関係は未だ十分に明らかにされておらず，理論的に解明を行うための基礎的枠組みを構築する必要がある．

本研究の目的は，社会的外部性を伴う対面コミュニケーションと空間経済システムの関係を社会的ネットワークの観点から理論的に明らかにすることである．本稿では，その第一段階として，社会的ネットワーク上でつながり（リンク）を持つ主体どうしが対面コミュニケーションを通じて情報や知識，アイディアの交換及び創造（知識生産活動）を行う状況を想定し，シス

テム全体としての均衡における主体間のコミュニケーション水準と社会的ネットワーク及び交通ネットワークの構造とを繋ぐ理論的枠組みを提示する．

本論文の構成は，以下の通りである．2章では，関連する既往研究のレビューを行ったのち，本研究の位置づけと意義について述べる．3章では，地理的環境と社会的ネットワークの重層的な構造をモデル化した上で各主体のコミュニケーション行動を効用最大化問題として定式化し，均衡解における交流水準が社会的ネットワークの中心性指標に準ずる形で示されることを示す．さらに，社会的ネットワーク及び交通ネットワークの位相幾何学的構造と均衡における対面交流量との関係を明らかにする．4章では，交通混雑を考慮したモデルへと拡張し，交通混雑が全体におけるコミュニケーション活動の水準を低下させるものの，中心的主体へのコミュニケーションの集積度を高めることを数値計算例によって示す．5章では，コミュニケーション活動に介在する外部性及び混雑外部性を内部化した社会的最適解を導出し，その性質を明らかにする．最後に，6章にまとめと今後の展望を述べる．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究

都市経済学分野において，経済主体間の相互交流は都市の存在[5]・構造[6]・成長[7]の主要因であると指摘されている．Beckmann は，都市において住民が交流を行うために互いを1度ずつ訪問し合う状況を想定することによって都心が内生的に形成される様子をモデル化した先駆的な研究である．その後も経済活動の空間的集積現象を対象とした研究[8)−10)]が数多く行われているものの，社会的距離に着目した研究の蓄積はほとんどない．

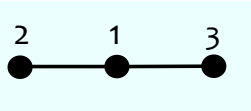
交通行動分析の分野において，従前の方法論的個人主義の立場を越えて，社会的相互作用を明示的に考慮した分析アプローチがいくつか提案されている[11)−13)]．小林ら[11]は，ミーティング過程に付随する混雑現象と市場薄現象という2つの外部不経済性を考慮した対面コミュニケーション過程をモデル化し，交通施設整備がミーティング均衡に及ぼす影響を分析している．また，井料ら[14]は OD 交通需要モデリングに社会的ネットワークとゲーム理論を応用し，交通の目的地が多人数によるミーティングが開催される場所として内生的に決定される枠組みを提案している．いずれの研究においても，コミュニケーションを通じて相互に与える影響については個人間で同質であるという仮定が置かれており，異質な主体間での相互作用は考慮できていない．実際には，ある個人が誰とつながっているかや何人とつながっているかによってその主体が有する情報・知識の量や質は異なる．すなわち，社会的ネットワークにおける主体の位置関係は主体間に異質性を付与し，交流行動の選択に影響を及ぼす．

社会的ネットワークにおける主体の位置とその合理的な行動選択とを関連づけた既存研究には Ballester et al.[15]がある．これは任意の構造を持つネットワーク内における相互依存関係を分析するための均衡モデルを提案するものであり，社会的ネットワークを対象とした応用的研究への可能性を開いた．Helsley & Zenou [16]は，Ballester et al. に物理的空間を導入し，都市への訪問行動および立地選択を社会的ネットワークの観点から分析している．ただし，分析対象は，都市（the city）と郊外（the periphery）からなる2地域に留まっているため，交通環境がもつネットワークとしての特性は捨象されており，上述の目的を達成するのに十分な枠組みであるとは言えない．

(2) 本研究の位置づけと意義

本研究では，Helsley & Zenou モデルを多起点・多終点によって構成される任意の交通ネットワークをもつ多地点モデルへ発展させ，社会的ネットワーク及び交通ネットワークの位相幾何学的構造が主体の交通・コミュニケーション活動に及ぼす影響について分析を行う．さらに，交通混雑を考慮した拡張モデルにおいて，均衡解と社会的最適解の関係を明らかにする．本稿で提示する理論的枠組みは，交通需要予測に直接的に適用することを目的とするものではないが，重力モデルといった既存の空間相互作用モデルに対して，社会的距離概念という新しい視座を提供するものであるといえる．また，昨今では企業間取引の膨大なデータを用い，企業間取引ネットワークと産業集積の関係に着目した実証研究も既に報告されている[17]．提案モデルは，こうした実証的アプローチに対して理論的な基礎を与え得るものであり，社会的ネットワークと都市・地域の空間構造との関係の解明へつながる基礎的研究とも位置付けられる．本稿内で示す数値例は，こうした本研究の位置付けと方向性を反映するものである．

なお，相互交流の手段には交通の他に通信があり，昨今の情報通信技術の発展に伴ってその役割は大きなものとなっている．そうした中,「通信が交通を代替するか，補完するか」という問題を扱った研究はこれまでも数多く報告されており，両者は必ずしも代替的ではなく，補完的となる可能性が示されている（例えば，文（1992）[18]，塚井・奥村（2000）[19]，今川（2001）[20]）．その上で，今川（2001）は,「距離や場所の制約を解き放つ IT が普及する中で，逆に人口や経済活動の都市への集積が加速するという，IT と都市に関する『集積の



図–1 例：社会的ネットワーク $g = \langle\{1,2,3\},\{12,13\}\rangle$

パラドックス』が観察されている」と述べ，情報通信技術の進展が（都市レベルにおいて）フェイス・ツー・フェイス・コミュニケーションの重要性を増加させていると指摘している．なお，本研究では，これら既往研究と基本的に同じ立場をとることとするものの，空間的側面に議論の焦点を絞るため，コミュニケーション手段の選択は扱わないこととする．

3. 基本モデル

(1) 環境設定

n (≥ 2) 人の主体によって構成される集合 $N = \{1,...,n\}$ を考える．主体をノード，主体間のつながりをリンクとする社会的ネットワーク g を隣接行列 $\mathbf{G} = [g_{ij}]$ を用いて表現する．ただし，隣接行列の要素 g_{ij} $(i,j \in N)$ は，主体 i と j の間にリンクが存在する場合 1 を，存在しない場合 0 を取る．すなわち，

$$g_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{(if agents } i \text{ and } j \text{ are directly connected)} \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

である．なお，コミュニケーションは双方向的に行われるものとし，$g_{ij} = 1$ であれば $g_{ji} = 1$ であるとする．また，$g_{ii} = 0$ とする．したがって，$\mathbf{G}$ は，対角成分に 0 を持つ $(0,1)$ 対称行列である．なお，$g_{ij} = g_{ji} = 1$ を満たす主体 ij のペア（リンク）の集合を E とし，社会的ネットワーク g を $g = \langle N, E\rangle$ と表す．

例えば，**図–1** のような社会的ネットワーク g であれば，対応する隣接行列 $\mathbf{G}$ は次のようになる．

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

地理的環境は，m 個の地点（もしくは，ゾーン）およびそれらを結ぶ交通リンクから構成される．n 人の主体はそれぞれ地点 $1,\cdots,m$ のいずれかに立地しており，主体 i の立地点を x_i と表すことにすると，各主体の立地点 $\mathbf{x} = \{x_1,...,x_n\}$ は外生的に与えられるものとする．主体の立地状況は，$n \times m$ 行列 $\mathbf{X} = [\tilde{x}_i^h]$ $(h = 1,...,m)$ によって表される．ただし，

$$\tilde{x}_i^h = \begin{cases} 1 & \text{(if } x_i = h\text{)} \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

である．社会的ネットワーク上でリンクを持つ 2 主体間の立地点の対応関係を行列 $\mathbf{L} = [l_{ij}^{hh'}]$ $(g_{ij} = 1)$ を用いて表す．ここで，要素 $l_{ij}^{hh'}$ は，主体 i,j のペアについてそれぞれの立地点が h,h' であるときに 1 をとり，それ以外は 0 をとる．

$$l_{ij}^{hh'} = \begin{cases} 1 & \text{(if } g_{ij} = 1 \text{ and } \tilde{x}_i^h = \tilde{x}_j^{h'} = 1\text{)} \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

基本モデルにおいては，交通ネットワーク r に混雑は発生せず，各 OD ペアついて，それぞれ最短経路が利用されるとする．OD ペア hh' に対応する最短経路 hh' にリンク ξ が含まれているか否かをパス・リンクインシデンス行列 $\mathbf{R} = [r_{hh'}^{\xi}]$ を用いて表現する．要素 $r_{hh'}^{\xi}$ は，

$$r_{hh'}^{\xi} = \begin{cases} 1 & \text{(if the link } \xi \text{ is included} \\ & \quad \text{in the path from } h \text{ to } h'\text{)} \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

を満たす．リンク $\xi(= a,b,...,\Xi)$ の利用に要する訪問 1 回あたりの交通費用を t_ξ とし，t_ξ を要素にもつ Ξ 次元対角行列を $\mathbf{T}$ で表す．

主体は，社会的ネットワークにおいて占める位置によって，相異なる性質を持つ存在となる．さらに，本研究では上述の設定を用いて多様な交通ネットワークを表現することができるため，各主体は交通ネットワーク上の立地点によって生じる異質性も有する．すなわち，主体は両ネットワークにおいてそれぞれが占める位置によって互いに異質なノードとなる．以上の設定より，主体間の地理的距離と社会的距離を同時に考慮した分析が可能となる．

(2) 交通・コミュニケーション行動の定式化

主体は合成財の消費とともに，社会的ネットワーク上でつながり（リンク）をもつ他者を訪問し，コミュニケーションを行うことによって効用を得るものとする．主体 $i \in N$ の効用 U_i は，以下の準線形効用関数を用いて表す．

$$U_i(\mathbf{v_i}, \mathbf{v_{-i}}, g, \mathbf{x}, r) = z_i + u_i(\mathbf{v_i}, \mathbf{v_{-i}}, g) \qquad (1)$$

z_i は合成財の消費量を表す．$\mathbf{v_i}$ は主体 i による主体 j への訪問回数（もしくは，頻度）v_{ij} (for each $j = 1,...,n$) を集合的に表し，$\mathbf{v_{-i}}$ は $\{\mathbf{v_1},...,\mathbf{v_{i-1}},\mathbf{v_{i+1}},...,\mathbf{v_n}\}$ の集合を意味する．なお，ここでは交流相手への訪問回数をコミュニケーション水準の近似的指標として扱うこととする．コミュニケーションから得られる部分効用

を 2 次形式の効用関数：

$$u_i(\mathbf{v_i}, \mathbf{v_{-i}}, g) = \alpha \sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik}^2 + \theta \sum_{k=1}^{n} \left[g_{ik} v_{ik} \sum_{l=1}^{n} g_{kl} v_{kl} \right] \quad (2)$$

と表す（上記効用関数の代替的な定式化については，**付録 I** で検討する）．ただし，α, θ はパラメータであり，いずれも正の値をとるものとする．第一項・第二項より，部分効用関数 u_i は強凸性を有する（$\partial^2 U_i/(\partial v_{ik}^2) < 0$）ことから，主体はコミュニケーション相手に関する多様性選好（より多くの異なる相手と交流することでより高い満足を得る性質）を持つ．第三項はコミュニケーションを通じた主体間の相互依存関係を表しており，θ はその強度を表すパラメータである．社会的ネットワーク上でリンクを持つ主体の組 i, j ($g_{ij} = 1$) について，主体 i が j とのコミュニケーションによって得られる効用は，主体 i 自身の j に対するコミュニケーション水準 v_{ij} 及び，当該の交流相手である j の総コミュニケーション水準 $v_j = \sum_l v_{jl}$ に依存して決まる．具体的には，コミュニケーションを通じた社会的外部効果として，交流相手が自分以外の主体ともより活発にコミュニケーションを行えば，その相手とのコミュニケーションによる限界的な効用が増加するという戦略的補完関係 ($\partial^2 U_i/(\partial v_{ik} \cdot \partial v_{kl}) = \theta > 0$ ($for\ g_{ik} = g_{kl} = 1$)) の存在を仮定している．第三項は，他者とのコミュニケーション活動を活発に行う主体には様々な知識や情報が集積し，その結果，そうした主体は交流相手に対して質の高いコミュニケーションの機会を提供するということを表現している．なお，コミュニケーションを通じた相互依存関係には様々な形態が存在し，これまでも多くのモデルが提案されている (例えば，ミーティングの形成過程を分析した小林[11]や技術・アイディアの伝播過程に着目した Jovanovic & Rob[21]，知識創造過程を扱った Berliant & Fujita[22]など)．本研究では，社会的ネットワーク上で行われるコミュニケーション活動の性質に着目するため，コミュニケーション過程の詳細なモデル化は行わず，Helsley & Zenou によって提案された極めて簡潔なモデルを採用した．Helsley & Zenou モデルからの変更は，2 地点のモデルを多地点にし，それに伴って効用関数形（式 (2) を，相互交流の方向性を明示する形に改めた点である．

主体 $i(\in N)$ は，社会的ネットワーク構造 g，交通ネットワーク $\mathbf{R} = [r_{hh'}^{\xi}]$, 各主体の立地点の対応関係 $\mathbf{L} = [l_{ij}^{hh'}]$ ならびに他主体の対面コミュニケーション需要 v_{jk} ($\forall j, k = 1, \cdots, n, j \neq i$) を与件として，自らの効用 U_i を最大とするように合成財消費量 z_i と主体 j ($\in N$) との対面コミュニケーション需要 v_{ij} を決定する．

$$\max_{\mathbf{v_i}, z} U_i(\mathbf{v_i}, \mathbf{v_{-i}}, g, \mathbf{x}, r) \quad (3)$$

subject to

$$y_i = z_i + p_f \sum_{k=1}^{n} v_{ik} + \sum_{k=1}^{n} v_{ik} \cdot \tau_{ik} \quad (4)$$

式 (4) は予算制約式であり，p_f ($\alpha > p_f > 0$) は単位訪問あたりの対面コミュニケーションに要する費用を表すパラメータ，τ_{ik} は主体 i が主体 k を訪問する際の，交通ネットワーク r 上の交通費用を表し，

$$\tau_{ik} = \sum_{\xi=a}^{\Xi} t_{\xi} \sum_{h=1}^{m} \sum_{h'=1}^{m} l_{ik}^{hh'} r_{hh'}^{\xi} \quad (5)$$

により得られる．また，これらは $(\alpha - p_f) > \tau_{ik}$ ($\forall ik = 11, 12, ..., nn$) を満たす．なお，本モデルでは p_f は一定であるとし，時間制約は無視できる状況を想定する．

(3) Nash 均衡解

各主体は，他の主体の行動を与件として効用最大化行動を行う．式 (3), (4) として定式化された最適化問題の均衡解が満たす最適性条件は以下のように得られる．

$$\frac{\partial U_i}{\partial v_{ij}} \cdot v_{ij} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial v_{ij}} = g_{ij} \left(\alpha - v_{ij} + \theta \sum_{l=1}^{n} g_{jl} v_{jl} \right) - p_f - \tau_{ij} \leq 0 \qquad (j = 1, 2, ..., n) \quad (7)$$

$$v_{ij} \geq 0 \quad (8)$$

式 (7) より，$g_{ij} = 1$ のときの他主体の対面コミュニケーション需要 v_{jk} ($\forall j, k = 1, \cdots, n, j \neq i$) に対する主体 i の最適応答関数は，

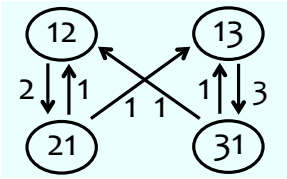
$$v_{ij} = -p_f - \tau_{ij} + \alpha + \theta \sum_{l=1}^{n} g_{jl} v_{jl} \quad (9)$$

と表すことができる．一方，$g_{ij} = 0$ のとき，$\partial U_i/\partial v_{ij} = -p_f - \tau_{ij} < 0$ であるから $v_{ij} = 0$ となる．社会的ネットワーク上でリンクを持つ ($g_{ij} = 1$) 主体 i, j の組全てについて式 (9) を導き，連立 1 次方程式を v_{ij} について解けば，対面コミュニケーション需要の Nash 均衡解を求めることができる．

ここで，リンク同士の隣接関係を表す変数を次のように定義する．

$$\hat{g}_{ij,kl} = \begin{cases} g_{ij} \times g_{kl} & (\text{if } j = k) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

その上で，$g_{ij} = g_{kl} = 1$ を満足するリンクの組 ij,kl に関する $\hat{g}_{ij,kl}$ のみを要素とする行列 $\hat{\mathbf{G}} = [\hat{g}_{ij,kl}]$ ($\forall i, j, k, l \in \mathbf{N}$) を考える．$\hat{\mathbf{G}}$ は，社会的ネットワーク g においてノードをリンクとして，リンクをノードとして描き直したネットワーク $\hat{g}$ の隣接行列であり，主体間の社会的相互作用がリンクを通じて波及す



図–2 ネットワーク $\hat{g}$ の例 $(n=3)$（円の中の数字は主体のペアを表す）

る様子を表す．例えば，前出の社会的ネットワーク（**図–1**）において，ノードをリンクとして，リンクをノードとして描き直したネットワーク $\hat{g}$ は**図–2** のように表すことができ，リンクベースの隣接行列 $\hat{\mathbf{G}}$ は，

$$\hat{\mathbf{G}} = \begin{array}{c} \\ 12 \\ 13 \\ 21 \\ 31 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 12 & 13 & 21 & 31 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{10}$$

となる．

いま，式 (9) を行列形式で表せば，

$$(\alpha - p_f)\mathbf{1} - \boldsymbol{\tau} - \mathbf{v} + \theta\hat{\mathbf{G}}\mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{11}$$

となる．$\mathbf{0}$ および $\mathbf{1}$ はそれぞれすべての成分が $0, 1$ である列ベクトルである．ここで，式 (11) を $\mathbf{v}$ について解くと，θ が十分に小さい（$\theta\rho(\hat{\mathbf{G}}) < 1$ が成立する）とき，行列 $\mathbf{I} - \theta\hat{\mathbf{G}}$ は正則であるので Nash 均衡解 $\mathbf{v}^*$ が唯一の内点解として得られる．

$$\mathbf{v}^* = [\mathbf{I} - \theta\hat{\mathbf{G}}]^{-1} \cdot \{(\alpha - p_f)\mathbf{1} - \boldsymbol{\tau}\} \tag{12}$$

さらに，Nash 均衡における対面コミュニケーション需要 v^*_{ij} は，

$$\begin{aligned} v^*_{ij}(\mathbf{x}, \hat{g}) &= \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{\gamma=0}^{+\infty} \theta^{\gamma} \hat{g}^{[\gamma]}_{ij,kl} \cdot \alpha_{kl} \\ &= b_{\alpha_{ij}}(\hat{g}, \theta) \end{aligned} \tag{13}$$

と表すことができる．ただし，$\alpha_{kl} = \alpha - p_f - \tau_{kl}\ (>0)$ とし，主体 k, l 間の地理的近接性を反映した定数である．$\theta > 0, g^{[\gamma]}_{ij,kl} \geq 0, \alpha_{kl} > 0$ より解の非負性（$v_{ij} \geq 0$）が保証される．式 (12) は，対面コミュニケーション需要の均衡水準 $\mathbf{v}^*$ が，社会的ネットワーク及び交通ネットワークのそれぞれにおける主体の位置関係に依存して決まることを示している．具体的には，均衡における v^*_{ij} がリンクベースの隣接行列 $\hat{\mathbf{G}}$ の下で，地理的近接性を加味した有向リンク ij の Bonacich 中心性に準拠する形で求まる．なお，Bonacich 中心性の詳細については**付録 II** を，均衡解の安定性については**付録 III** を参照されたい．以上を命題として整理する．

命題 1

任意のネットワーク g および十分に小さい $(\theta\rho(\hat{\mathbf{G}}) < 1$ を満たす$)$ θ に対して，対面コミュニケーション需要は唯一の内生的な Nash 均衡解として求まる．均衡水準における主体 i から j $(i, j \in N, i \neq j)$ のコミュニケーション需要量 v^*_{ij} は，リンクベースの隣接行列 $\hat{\mathbf{G}}$ の下で，地理的近接性によって重み付けされた有向リンク ij の Bonacich 中心性 $b_{\alpha_{ij}}(\hat{g}, \theta)$ と等しい．

また，主体 i の総対面コミュニケーション需要は，

$$\begin{aligned} V^*_i(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) &= \sum_{j=1}^{n} v^*_{ij}(x_i, \mathbf{x_{-i}}, \hat{g}) \\ &= \sum_{j=1}^{n} b_{\alpha_{ij}}(\hat{g}, \theta) \end{aligned} \tag{14}$$

と表される．さらに 1 階条件式 (7) を用いて，均衡における効用水準は次のように表せる（**付録 IV** 参照）．

$$\begin{aligned} U^*_i(v^*_{ij}, g) &= y + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} g_{ij} v^{*2}_{ij} \\ &= y + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} \left[b_{\alpha_{ij}}(\hat{g}, \theta)\right]^2 \end{aligned} \tag{15}$$

式 (15) より，主体 i の均衡効用水準が所得と i 自身のコミュニケーション需要（i を起点とする有向リンクの Bonacich 中心性）のみによって表現される．さらに，本モデルでは，コミュニケーションは主体間の相互訪問によって実現するため必然的に交通を伴う．均衡として決定されたコミュニケーション需要 v^*_{ij} を OD ペアごと／交通リンクごとに集計することにより，それぞれ OD 交通量 v_{od} ／リンク交通量 v_{ξ} をそれぞれ以下のように表すことができる（o, d は地点 $1, ..., m$ のいずれかに対応し，$o \neq d$ とする）．

$$v_{od} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} l^{od}_{ij} v^*_{ij} \tag{16}$$

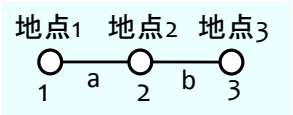
$$v_{\xi} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \tau_{ij} v^*_{ij} \tag{17}$$

以上の成果は，2 地域のみを対象とした Helsley&Zenou と基本的には同様であるが，コミュニケーションの“相手”を明示的にモデル化し，多起点・多終点を対象とした一般的な交通ネットワークを考慮できる枠組みに拡張した点が本研究の貢献である．

本章で得た結果を，**図–1** に示した $n = 3$ の社会的ネットワークに適用して例示する．リンクベースの隣接行列 $\hat{\mathbf{G}}$ は，式 (10) に示した通りである．

交通ネットワークは 3 地点・2 リンクからなり，主体 1 が地点 1，主体 2 が地点 2，主体 3 が地点 3 にそれぞれ立地するとする（**図–3**）．

$\boldsymbol{\tau}$ は $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{LRt}$ によって計算され（本ケースの地理的環境に対応する行列 $\mathbf{X}, \mathbf{L}$ および $\mathbf{R}$ は，**付録 V** に具体



図–3 交通ネットワーク r の例 $(m=3)$

的に示した），

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{21} \\ \tau_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_a \\ t_a + t_b \\ t_a \\ t_a + t_b \end{bmatrix} \tag{18}$$

となる．地理的近接性を表す指標となる α_{ij} は，これを用いて $\alpha_{ij} = \alpha - p_f - \tau_{ij}$ によって与えられる．これらを用いて，式 (12) によって得られる交通・コミュニケーション需要 $\mathbf{v}^*$ は下のように計算される．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v^*_{12} \\ v^*_{13} \\ v^*_{21} \\ v^*_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{\alpha_{12}}(\hat{g},\theta) \\ b_{\alpha_{13}}(\hat{g},\theta) \\ b_{\alpha_{21}}(\hat{g},\theta) \\ b_{\alpha_{31}}(\hat{g},\theta) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1-2\theta^2} \begin{bmatrix} 1-\theta^2 & \theta^2 & \theta-\theta^3 & \theta^3 \\ \theta^2 & 1-\theta^2 & \theta^3 & \theta-\theta^3 \\ \theta & \theta & 1-\theta^2 & \theta^2 \\ \theta & \theta & \theta^2 & 1-\theta^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1-2\theta^2} \begin{bmatrix} (1+\theta)(\alpha - p_f - t_a - \theta^2 t_b) \\ (1+\theta)\{\alpha - p_f - t_a - (1-\theta^2)t_b\} \\ (1+2\theta)(\alpha - p_f - t_a) - (\theta+\theta^2)t_b \\ (1+2\theta)(\alpha - p_f - t_a) - (1+\theta-\theta^2)t_b \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

式 (19) より，相互訪問に交通リンク b を要さない 2 主体：1- 2 間のコミュニケーション水準に対しても，地点間交通費用 t_b が作用することがわかる．t_b の低下は直接的に v_{13} や v_{31} を増大させる．その上 v_{13} の増加が，戦略的補完性の効果により交通リンク b を利用しない v_{21} の限界効用（$\alpha_{21} - v_{21} + \theta \sum_l g_{1l} v_{1l}$）を高めるため，$t_b$ の低下は v_{21} を間接的に増加させる．更に，その効果は v_{12} を増加させるといった具合に伝播していく．本ケースにおける逆行列 $[\mathbf{I} - \theta \hat{\mathbf{G}}]^{-1}$ の存在条件：$\theta < 1/\sqrt{2}$（詳細は**付録 II** 参照）の下では，$v^*_{12} > v^*_{13}$, $v^*_{21} > v^*_{31}$ は明らかである．互いに近接立地している前者の方が活発なコミュニケーションを行うことを示唆している．

(4) ネットワークと均衡交流水準

本節では，社会的ネットワーク及び交通ネットワークの特性変化が均衡における交通・コミュニケーション水準と厚生に及ぼす影響について解析を行う．まず，社会的ネットワークの成長が及ぼす影響について考察する．ここで，社会的ネットワークの成長とは，既存の社会的ネットワーク $g = \langle N, E \rangle$ が g を部分ネットワークとするネットワーク $g' = \langle N', E' \rangle$ ($N' \supseteq N$ かつ $E' \supset E$) へと変化することである．このとき，社会的ネットワーク g の成長の影響は，直接的に関係のある主体のみならず，ネットワーク全体へと波及し，任意の主体 i, j 間において以下の関係が常に成立することとなる（証明は**付録 VI** を参照）．

$$v^*_{ij}(g) < v^*_{ij}(g') \tag{20}$$

また，式 (15) より，主体 i の厚生は i 自身のコミュニケーション需要の総和を用いて表現されることから，

$$U^*_i(g) < U^*_i(g') \tag{21}$$

が成立する．次に，コミュニケーションを通じた主体間の相互作用の強度を表すパラメータ θ に着目する．式 (13) より，θ の増加は任意の主体 i, j 間の均衡における対面コミュニケーション需要 v^*_{ij} の増加をもたらす．また，その場合には式 (15) より任意の主体 i について均衡効用水準 U^*_i は増加することがわかる．以上を命題としてまとめる．

命題 2

社会的ネットワークの成長及びコミュニケーションを通じた主体間の相互作用の強度 (パラメータ θ) の増加はともに，任意の主体間の均衡における対面コミュニケーション需要 v^*_{ij} を増加させ，その結果として全ての主体について厚生の改善をもたらす．

続いて，交通ネットワーク整備が及ぼす影響について考察する．交通ネットワーク整備には，新たな交通リンクの新設と既存リンクの拡幅などによる交通費用の低下の 2 通りがある．交通ネットワーク r に交通リンクが新設され，$r' (\supset r)$ へと変化したとする．これにより，$g_{ij} = 1$ を満たす少なくとも 1 組の主体のペアについて，最短経路が変更となる（交通費用が減少する）ならば，以下が成立する．

$$v^*_{ij}(r) < v^*_{ij}(r') \; \forall i, j \in n \tag{22}$$

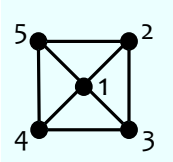
$$U^*_i(r) < U^*_i(r') \; \forall i \in n \tag{23}$$

同様に，既存リンク整備によって $\mathbf{t}' < \mathbf{t}$（$t'_\xi \leq t_\xi$ を満たす t_ξ が少なくとも一つ存在する）となり，$g_{ij} = 1$ を満たす少なくとも 1 組の主体のペアについて交通費用が減少するならば，

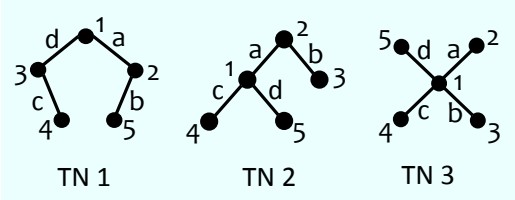
$$v^*_{ij}(\mathbf{t}) < v^*_{ij}(\mathbf{t}') \; \forall i, j \in n \tag{24}$$

$$U^*_i(\mathbf{t}) < U^*_i(\mathbf{t}') \; \forall i \in n \tag{25}$$

が成立する．すなわち，交通ネットワーク整備の効果は，交通費用の低下による直接的な効果に加え，誘発されたコミュニケーション需要が相補的に作用するこ



図–4 Social Network



図–5 交通ネットワーク TN 1- TN 3

とによって社会的ネットワーク全体に波及する形で発現することがわかる．以上より，次に示す命題を得る．

命題 3

交通ネットワーク整備によって $g_{ij} = 1$ を満たす少なくとも 1 組の主体のペアについて交通費用が減少するならば，任意の主体間の均衡における対面コミュニケーション需要 v^*_{ij} は増加し，その結果として全ての主体について厚生が改善する．

ただし，ここでの議論において整備費用は考慮していない．また，時間制約が無視できない場合，これらの命題は必ずしも成立しない．具体的には，相手を訪問する側はより限界効用の高い相手を選んで訪問することにより効用が上昇するが，訪問を受ける側は相手が訪問を取りやめた場合に効用が減少する．社会的ネットワークの成長や交通ネットワークの整備がある主体の厚生を改善するか否かは，これらの兼ね合いによって決まる．以上の現象を詳しく分析するためには**付録 II** に示す枠組の下，時間制約を考慮したモデルを構築する必要がある．

(5) 数値例 1-1：交通ネットワーク構造と均衡交流水準

交通ネットワーク構造が，均衡における対面コミュニケーション水準にどのように影響しているのかを，数値計算により調べる．

社会的ネットワークが**図–4** のようなネットワークである場合に，**図–5** に示したそれぞれの交通ネットワーク TN1- TN3 に対して，均衡水準における交通-コミュニケーション分布，リンク交通量および厚生を比較する．**図–5** において TN 1 は tandem 型，TN 2 は tree 型，TN 3 は star 型の交通ネットワークであり，いずれのネットワークにおいても各 OD ペア間の最短経路は一意に決まる．なお，各パラメータの値には $y = 5$, $\alpha = 1$, $p_f = 0.01$, $\theta = 0.15$, $t_\xi = 0.165$ $(\forall \xi = a, ..., d)$ を用いた．

表–1 は，交通ネットワーク TN 1, TN 2, TN 3 のそれぞれのケースにおいて，主体 i が j を訪問する対面コミュニケーション水準 v_{ij} を示している．隣の列の $V_i (= \sum_{j=1}^{5} v_{ij})$ は各主体が他のすべての主体と行う対面コミュニケーション水準，同列の括弧内の数値は主体 i の得る効用水準を表す．最下行の $V (= \sum_{i=1}^{5} V_i)$ は全主体の交流量の総和，$SW (= \sum_{i=1}^{5} U_i)$ は社会厚生である．

この数値計算結果より，社会全体における交流水準 V が高い場合は，社会厚生水準 SW も高い水準であることが確認できる．主体ごとの交流水準 V_i と効用 U_i についても同様の関係が概ね成立している．また，いず

表–1 交通ネットワーク構造とコミュニケーション需要および社会厚生

		TN 1		TN 2		TN 3	
i	j	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)
1	2	1.48	5.44 (8.72)	1.49	5.67 (9.03)	1.47	5.90 (9.35)
	3	1.48		1.28		1.47	
	4	1.24		1.44		1.47	
	5	1.24		1.47		1.47	
2	1	1.64	4.36 (8.20)	1.68	4.42 (8.29)	1.71	4.33 (8.12)
	3	1.31		1.44		1.31	
	4	0		0		0	
	5	1.41		1.30		1.31	
3	1	1.64	4.36 (8.20)	1.51	4.11 (7.86)	1.71	4.33 (8.12)
	2	1.31		1.49		1.31	
	4	1.41		1.11		1.31	
	5	0		0		0	
4	1	1.48	3.86 (7.60)	1.68	4.09 (7.87)	1.71	4.33 (8.12)
	2	0		0		0	
	3	1.48		1.11		1.31	
	5	0.91		1.30		1.31	
5	1	1.48	3.86 (7.60)	1.68	4.27 (8.09)	1.71	4.33 (8.12)
	2	1.48		1.32		1.31	
	3	0		0		0	
	4	0.91		1.27		1.31	
V (SW)			21.88 (40.31)		22.55 (41.13)		23.21 (42.05)

表–2 交通ネットワーク構造とリンク交通量 v_ξ

ξ	TN 1	TN 2	TN 3
a	10.28	10.79	8.42
b	7.42	7.93	8.42
c	7.42	7.91	8.42
d	10.28	8.34	8.42
$\sum_{\xi=a}^{d} v_\xi$	35.40	34.97	33.68

れの交通ネットワークの場合でも，社会的ネットワーク・交通ネットワークの両方において中心的な位置にいる主体 1 が多くのコミュニケーションを行っている．他の主体についても，主体 1 を訪問する水準は他の主体への訪問の水準と比較して高く，社会的ネットワーク上で中心的な主体のもとにコミュニケーションが集中することが確認できる．

表–2 は，TN 1, TN 2, TN 3 の各ケースについて，リンク交通量 $v_\xi(\xi = a, b, c, d)$ を示したものである．リンク交通量の総量は，交通ネットワークの位相幾何学的構造に依存している．TN 3 では，ネットワーク全体において，最大で 2 本の交通リンクを経由するだけで相互訪問が可能である構造を有しており，社会全体の対面コミュニケーション水準 V および社会厚生 SW について最も高い水準が達成されている．

4. 交通混雑を考慮した拡張モデル

(1) 交通混雑のモデリング

主体 i が主体 k を訪問する際の交通費用は，リンクコストに関する定数係数 $t_\xi(\xi = a, b, ..., \Xi)$ を用いて

$$v_{ik} \cdot \tau_{ik} = v_{ik} \cdot \sum_{\xi=a}^{\Xi} t_\xi \sum_{h=1}^{m} \sum_{h'=1}^{m} l_{ik}^{hh'} r_{hh'}^{\xi} \tag{26}$$

によって表された．ここで $p_{ij}^{\xi} = \sum_{h=1}^{m} \sum_{h'=1}^{m} l_{ij}^{hh'} r_{hh'}^{\xi}$ とおくと，p_{ij}^{ξ} は，2 主体 i, j の立地点間を結ぶ経路にリンク ξ が含まれている（$p_{ij}^{\xi} = 1$）か否（$p_{ij}^{\xi} = 0$）かを意味し，$\mathbf{P} = \mathbf{LR}$ によって計算される行列 $\mathbf{P}$ の要素として得られる．交通混雑を考慮する場合の各交通リンクのリンクコストが交通量の 2 次関数で表されるものとし，上述の交通費用を次式で置き換えることとする．

$$v_{ik} \cdot \tau_{ik}(v) = v_{ik} \cdot \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ik\xi} \bar{t}_\xi \sum_{k'=1}^{n} \sum_{k''=1}^{n} p_{\xi k'k''} v_{k'k''} \tag{27}$$

ただし，ここでは，各 OD ペアについて利用経路が外生的に与えられているものとし，交通量配分問題は扱わない．式 (27) のリンクコスト関数の下で，式 (7) に対応する最適性条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial v_{ij}} &= g_{ij}\Big(\alpha - v_{ij} + \theta \sum_{l=1}^{n} g_{jl} v_{jl}\Big) - p_f \\ &\quad - \tau_{ij}(v) - \sum_{k=1}^{n} v_{ik} \cdot \frac{\partial \tau_{ik}(v)}{\partial v_{ij}} \\ &= g_{ij}\Big(\alpha - v_{ij} + \theta \sum_{l=1}^{n} g_{jl} v_{jl}\Big) - p_f \\ &\quad - \tau_{ij}(v) - \sum_{k=1}^{n} v_{ik} \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ik}^{\xi} \bar{t}_\xi p_{ij}^{\xi} \ \le 0 \end{aligned} \tag{28}$$

と表すことができる，$g_{ij} = 1$ であるような i, j の組について，均衡として達成される対面コミュニケーション需要は

$$\begin{aligned} v_{ij}^{*} &= \alpha - p_f + \theta \sum_{l=1}^{n} g_{jl} v_{jl} \\ &\quad - \tau_{ij}(v) - \sum_{k=1}^{n} v_{ik} \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ik}^{\xi} \bar{t}_\xi p_{ij}^{\xi} \end{aligned} \tag{29}$$

と表すことができる（式 (9) と対応）．これを行列形式で表すと

$$(\alpha - p_f)\mathbf{1} - (\mathbf{\Lambda} + \mathbf{\Lambda}')\mathbf{v} - \mathbf{v} + \theta \hat{\mathbf{G}} \mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{30}$$

となり，$\mathbf{v}$ について解くと内生的な Nash 均衡解 $\mathbf{v}^*$ が得られる．

$$\mathbf{v}^* = \Big[\mathbf{\Lambda} + \mathbf{\Lambda}' - \mathbf{I} + \theta \hat{\mathbf{G}}\Big]^{-1} (\alpha - p_f)\mathbf{1} \tag{31}$$

ただし，正方行列 $\mathbf{\Lambda} = [\lambda_{ij,kl}]$ $(\forall i, j, k, l = 1, ..., n)$ は $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^T \mathbf{T} \mathbf{P}$ により定義され，$\mathbf{\Lambda}' = [\lambda'_{ij,kl}]$ の成分は $\lambda_{ij,kl}$ を用いて次式により定める．

$$\lambda'_{ij,kl} = \begin{cases} \lambda_{ij,kl} & (\text{if} j = k) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \tag{32}$$

また，混雑均衡における効用水準は

$$\begin{aligned} U_i^*(v_{ik}^*, g) &= y + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik}^{*2} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{n} v_{ik}^* \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ik\xi} \bar{t}_\xi \sum_{k'=1}^{n} p_{\xi ik'} v_{ik'}^* \end{aligned} \tag{33}$$

と表され，式 (15) と同様に，主体 i の効用水準を i 自身のコミュニケーション需要のみによって表現することができる．なお，拡張モデルにおける解の一意性・安定性の確認は，基本モデルと同じ手順に従えばよい．また，非負性が満足されない場合は，非負制約を明示的に考慮した上で均衡問題を解く必要がある．

(2) 数値例 1-2：混雑外部性と交通ネットワーク構造

混雑を考慮した場合の均衡水準における交通-コミュニケーション分布（本事例では OD 分布に相当）やリンク交通量，厚生を調べるために，前章の**図–4, 5** に示した社会的ネットワーク及び交通ネットワーク TN1- TN3 に対して数値計算を行い，比較する．パラメータは，交通リンクに関するパラメータを $\bar{t}_\xi = 0.03$ $(\forall \xi = a, ..., d)$ とし，その他は数値例 1-1 と同じ値を用いている．ここでは，数値例 1-1 のリンク交通費用と比較して最も交通量の少ないリンク（TN1 のリンク b, c）における費用がほぼ 1 倍，最も交通量の多いリンク（TN2 のリンク a）については費用が約 1.5 倍になるように調整した．

表–1 と**表–3** とを比較すると，主体間のコミュニケーション水準 v_{ij}, 効用水準 U_i, 社会厚生 SW のいずれについても，コミュニケーション水準は低下しているものの，おおよその大小関係の傾向は一致している．**表–4** は，社会的ネットワーク上で最も中心的で活発な交

表–3 交通ネットワーク構造とコミュニケーション需要および社会厚生（混雑あり）

		TN 1		TN 2		TN 3	
i	j	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)
1	2	1.23	4.33 (7.72)	1.22	4.65 (8.00)	1.26	5.05 (8.38)
	3	1.23		0.94		1.26	
	4	0.94		1.24		1.26	
	5	0.94		1.25		1.26	
2	1	1.35	3.53 (7.35)	1.38	3.57 (7.40)	1.45	3.39 (7.39)
	3	0.97		1.23		0.97	
	4	0		0		0	
	5	1.22		0.95		0.97	
3	1	1.35	3.53 (7.35)	1.12	3.07 (7.05)	1.45	3.39 (7.39)
	2	0.97		1.25		0.97	
	4	1.22		0.69		0.97	
	5	0		0		0	
4	1	1.12	2.86 (6.88)	1.41	3.12 (7.10)	1.45	3.39 (7.39)
	2	0		0		0	
	3	1.27		0.72		0.97	
	5	0.48		0.99		0.97	
5	1	1.12	2.86 (6.88)	1.39	3.31 (7.27)	1.45	3.39 (7.39)
	2	1.27		0.96		0.97	
	3	0		0		0	
	4	0.48		0.95		0.97	
V (SW)			17.12 (36.17)		17.72 (36.83)		18.62 (37.96)

流活動を行っている主体 1 の交流水準が，ネットワーク全体の交流量に対して占める割合（交流集積度）を示したものである．表中の“$1 \to j$”は主体 1 自身が他の主体を訪問する交流量 V_1，“$j \to 1$”は他の主体が主体 1 を訪問する量 v_{j1} $(j = 2, 3, 4, 5)$ の和を，前述の割合で示している．混雑の存在は，主体 1 への交流集積度を増加させていることがわかる．このことは以下のような理由により説明できる．各主体は，混雑の発生により増加した限界費用を上回るだけの限界効用をもたらす中心的な主体との交流を優先的に選択するためである．このように，交通ネットワークの構造は，主体同士の地理的近接性及び交通混雑を規定し，コミュニケーションと厚生の水準に大きく影響する．

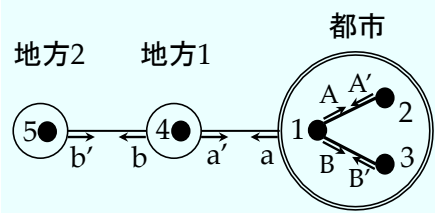
以上の結果は，交通混雑を明示的に考慮した拡張モデルを用いた分析において，初めて明らかとなったものである．

(3) 数値例 2：社会的ネットワーク構造と均衡交流水準

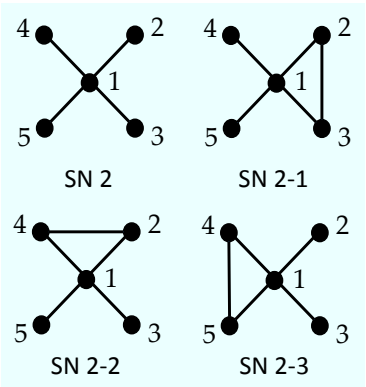
前節では，社会的ネットワークが所与の下で交通ネットワーク構造が相異なる 3 つのケースについて，対面コミュニケーションや厚生の水準を比較した．本節では，交通ネットワークが固定の下で社会的ネットワークの構造が変化した場合，対面コミュニケーション水準や厚生がどのように変化するかについて，数値計算

表–4 主体 1 への交流集積度

		TN 1	TN 2	TN 3
混雑なし	$1 \to j$	0.248	0.251	0.254
	$j \to 1$	0.285	0.290	0.295
	計	0.533	0.541	0.549
混雑あり	$1 \to j$	0.253	0.263	0.271
	$j \to 1$	0.287	0.300	0.311
	計	0.540	0.562	0.582



図–6 交通ネットワーク



図–7 社会的ネットワーク SN 2 - SN 2-3

により調べる．具体的には，**図–6** に示すように 5 主体が 3 地域（都市及び地方 1, 2）に立地している状況を考える．都市には主体 1, 2, 3，地方 1 に主体 4，地方 2 に主体 5 が立地しており，都市と地方 1，地方 1 と地方 2 がそれぞれ有向な交通リンク $a \cdot a'$, $b \cdot b'$ で結ばれている．都市内には 3 主体それぞれの立地点と有向交通リンク $A \cdot A'$, $B \cdot B'$ からなる交通ネットワークが存在する．ここで，都市内の交通にのみ混雑が発生するものとする．

社会的ネットワークの設定を**図–7** に示す．社会的ネットワークにおいて，SN 2-1 は都市内，SN 2-2 は都市と地方，SN 2-3 は地方と地方の主体同士で新たにリンクがつながることによる社会的ネットワークの成長を表している．SN 2 の社会的ネットワーク構造が SN 2-1, SN 2-2, SN 2-3 のそれぞれに変化した場合について，対面コミュニケーション需要，リンク交通量および社会厚

表–5 社会的ネットワーク構造とコミュニケーション需要および社会厚生 (1)

		SN 2		SN 2-1	
i	j	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)
1	2	1.10	4.33 (7.84)	1.18	4.50 (8.16)
	3	1.10		1.18	
	4	1.12		1.12	
	5	1.00		1.01	
2	1	1.49	1.49 (6.32)	1.43	2.38 (7.13)
	3	0		0.95	
	4	0		0	
	5	0		0	
3	1	1.49	1.49 (6.32)	1.43	2.38 (7.13)
	2	0		0.95	
	4	0		0	
	5	0		0	
4	1	1.54	1.54 (6.32)	1.56	1.56 (6.35)
	2	0		0	
	3	0		0	
	5	0		0	
5	1	1.44	1.44 (6.28)	1.46	1.46 (6.32)
	2	0		0	
	3	0		0	
	4	0		0	
V (SW)			10.29 (33.08)		12.29 (35.10)

表–6 社会的ネットワーク構造とコミュニケーション需要および社会厚生 (2)

		SN 2-2		SN 2-3	
i	j	v_{ij}	V_i (U_i)	v_{ij}	V_i (U_i)
1	2	1.19	4.60 (8.25)	1.11	4.77 (8.40)
	3	1.11		1.11	
	4	1.29		1.33	
	5	1.01		1.21	
2	1	1.43	2.48 (7.23)	1.55	1.55 (6.42)
	3	0		0	
	4	1.04		0	
	5	0		0	
3	1	1.53	1.53 (6.38)	1.55	1.55 (6.42)
	2	0		0	
	4	0		0	
	5	0		0	
4	1	1.58	2.67 (7.24)	1.60	2.92 (7.40)
	2	1.09		0	
	3	0		0	
	5	0		1.31	
5	1	1.48	1.48 (6.35)	1.50	2.83 (7.38)
	2	0		0	
	3	0		0	
	4	0		1.33	
V (SW)			12.75 (35.44)		13.62 (36.03)

生を比較する．交通リンクに関するパラメータは，地域間交通リンク a, a', b, b' については $t_\xi = 0.1$，都市内交通リンク A, A', B, B' については $t_\xi = 0.05$ とし，残りのパラメータは数値例 1-1 におけるものと同じ値を用いた．

SN 2 から SN 2-1, 2-2, 2-3 への変化を社会的ネットワークの成長と見ると，これに伴っていずれのケースにおいても社会全体での対面コミュニケーションが活発化し，厚生も改善することが**表–5**, **6** より確認できる．

本数値例では，都市内における社会的ネットワークの密度が上昇した場合（SN 2-1 のケース），都市内の厚生水準が高まり，都市のもたらす厚生が地方の水準を上回る．その一方で，混雑のもたらす不経済により，社会厚生は他のケースよりも低くなっている．またこの数値例は，地方と都市あるいは地方と地方の社会的なつながりをより密にすることが，地方の魅力が都市のそれを上回り，ひいては社会全体の厚生の改善につながる可能性を示唆している．ただし，より詳細に分析する上では，主体の立地選択行動や社会的ネットワークの形成過程も明示的に考慮する必要がある．

なお，地域間交通に関しては，都市への上り方向の交通量（交通リンク a, b）が下りの交通量（交通リンク a', b'）よりも多くなっており（**表–7** 参照），実現象に対応した結果と言える．

表–7 社会的ネットワーク構造とリンク交通量 v_ξ

ξ		SN 2	SN 2-1	SN 2-2	SN 2-3
都市内交通	A	1.10	2.14	2.28	1.11
	B	1.10	2.14	1.11	1.11
	A'	1.49	2.38	2.48	1.55
	B'	1.49	2.38	1.53	1.55
	$\sum_{\xi=A}^{B'} v_\xi$	5.19	9.03	7.39	5.32
都市間交通	a	2.13	2.13	3.34	2.54
	b	1.01	1.01	1.01	2.52
	a'	2.98	3.03	4.15	3.11
	b'	1.44	1.46	1.48	2.83
	$\sum_{\xi=a}^{b'} v_\xi$	7.55	7.64	9.99	11.02
$\sum_\xi v_\xi$		12.74	16.67	14.04	13.79

5. 社会的最適と政策分析

(1) 最適交通・コミュニケーション需要

前章で導出した均衡需要 v_{ij}^* および効用 U_i^* について，効率性の観点から分析を加える．社会厚生 SW を最大化することに関心を置くため，以下の最適化問題を解

くことになる．

$$
\begin{aligned}
&\max_{v_{ij}(\forall i,j\in N)} SW \\
&= \max_{v_{ij}(\forall i,j\in N)} \sum_{i=1}^{n} U_i \\
&= \max_{v_{ij}(\forall i,j\in N)} \Bigg\{ \sum_{i=1}^{n} \Big[y - \sum_{k=1}^{n} p_f v_{ik} - \sum_{k=1}^{n} v_{ik}\cdot\tau_{ik}(v) \\
&\qquad + \alpha \sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik} - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik}^2 \\
&\qquad + \theta \sum_{k=1}^{n} g_{ik} v_{ik} \sum_{l=1}^{n} g_{kl} v_{kl} \Big] \Bigg\}
\end{aligned}
$$

1 階条件より，任意の ij のペアについて

$$
g_{ij}\Big\{\alpha - v_{ij} + \theta\Big(\sum_{l=1}^{n} g_{jl}v_{jl} + \sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki}\Big)\Big\} - p_f - 2\tau_{ij}(v) = 0
$$

が満たされている必要がある．これより，$g_{ij}=1$ であるようなすべての ij のペアについて，

$$
v_{ij}^O = \alpha - p_f + \theta\Big(\sum_{l=1}^{n} g_{jl}v_{jl} + \sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki}\Big) - 2\tau_{ij}(v) \quad (34)
$$

が成立する．式 (29) と比較すると，最適なコミュニケーション需要 v_{ij}^O と均衡需要 v_{ij}^* との関係は

$$
v_{ij}^O = v_{ij}^* + \theta\sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki} - \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ij}^{\xi}\bar{t}_{\xi} \sum_{k',k'\neq i}^{n}\sum_{k''}^{n} p_{k'k''}^{\xi} v_{k'k''} \quad (35)
$$

であり，Nash 均衡におけるコミュニケーション水準が非効率的であることがわかる．次節では，均衡需要 v_{ij}^* を最適水準に近付けるための混雑税政策及び補助金政策を考える．

(2) 最善料金政策

最適な水準のコミュニケーション需要を達成するために，i が交通リンク ξ を通過する単位あたりの交通量に対して混雑税：

$$
d_{\xi}^O = p_{ik}^{\xi}\bar{t}_{\xi} \sum_{k',k'\neq i}^{n}\sum_{k''=1}^{n} p_{k'k''}^{\xi} v_{k'k''} \quad (36)
$$

を課し，同時に i から j への単位あたりのコミュニケーションに対して補助金：

$$
s_{ij}^O = \theta\sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki} \quad (37)
$$

を与える政策を考える．この補助金政策の下で各主体が最大化する効用 U_i は

$$
\begin{aligned}
U_i &= y - p_f\sum_{k=1}^{n} v_{ik} - \sum_{k=1}^{n} v_{ik}\cdot\tau_{ik}(v) - \sum_{k=1}^{n}\sum_{\xi=a}^{\Xi} v_{ik}\cdot d_{\xi}^O \\
&\quad + (\alpha + s_{ik}^O)\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik} - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik}^2 \\
&\quad + \theta\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik}\sum_{l=1}^{n} g_{kl}v_{kl} \\
&= y - p_f\sum_{k=1}^{n} v_{ik} - \sum_{k=1}^{n} v_{ik}\cdot\tau_{ik}(v) \\
&\quad - \sum_{k=1}^{n}\sum_{\xi=a}^{\Xi} v_{ik}\cdot p_{ik}^{\xi}\bar{t}_{\xi} \sum_{k',k'\neq i}^{n}\sum_{k''=1}^{n} p_{k'k''}^{\xi} v_{k'k''} \\
&\quad + \alpha\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik} - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik}^2 \\
&\quad + \theta\sum_{k=1}^{n} g_{ik}v_{ik}\Big(\sum_{l=1}^{n} g_{kl}v_{kl} + \sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki}\Big)
\end{aligned}
$$

と表される．ここで，右辺 2 行目と 4 行目最終項は，混雑税・補助金の政策の実施によって，本来外部効果であったものが内部化されていることを表している．混雑税政策及び補助金政策を同時に適用した下での均衡コミュニケーション需要は，

$$
\mathbf{v}^O = \big[2\mathbf{\Lambda} + \mathbf{I} - \theta(\hat{\mathbf{G}} + \hat{\mathbf{G}}^T)\big]^{-1}(\alpha - p_f)\mathbf{1}
$$

となる．このとき，主体 i の効用 U_i^O は

$$
\begin{aligned}
U_i^O &= y + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} g_{ij}v_{ij}^{O2} \\
&\quad + \sum_{j=1}^{n} v_{ij}^O \sum_{\xi=a}^{\Xi} p_{ij}^{\xi}\bar{t}_{\xi}\sum_{k'} p_{ik'}^{\xi} v_{ik'}^O
\end{aligned}
$$

と表せ，式 (33) と対応する．以上の結果は下のように要約される．

命題 4

Nash 均衡におけるコミュニケーション需要 v_{ij}^* は，社会的最適水準と比較して非効率的である．交通リンク ξ を利用する単位あたりの交通に $d_{\xi}^O = p_{ik}^{\xi}\bar{t}_{\xi}\sum_{k',k'\neq i}^{n}\sum_{k''=1}^{n} p_{k'k''}^{\xi} v_{k'k''}$ の混雑税を課し，主体 i から j への単位あたりのコミュニケーションに $s_{ij}^O = \theta\sum_{k=1}^{n} g_{ki}v_{ki}$ に等しい補助金を与えれば，混雑税・補助金政策下での均衡状態として社会的最適状態が達成される．

(3) 数値例 3：最善政策と政策代替案

図–4 の社会的ネットワークおよび**図–5** の交通ネットワーク（TN 1）の下で，2 種類の外部性を内部化するシナリオについて検討する．2 種類の外部性とは，交

表–8 コミュニケーション需要および社会厚生（均衡・最適）

		Nash 均衡		社会的最適	
i	j	v_{ij}^*	$\sum_j v_{ij}^*$ (U_i^*)	v_{ij}^O	$\sum_j v_{ij}^O$ (U_i^O)
1	2	1.11	3.94 (7.25)	1.73	5.88 (10.1)
	3	1.11		1.73	
	4	0.86		1.21	
	5	0.86		1.21	
2	1	1.20	3.19 (6.91)	1.73	4.29 (8.51)
	3	0.88		1.05	
	4	0		0	
	5	1.12		1.50	
3	1	1.20	3.19 (6.91)	1.73	4.29 (8.51)
	2	0.88		1.05	
	4	1.12		1.50	
	5	0		0	
4	1	0.99	2.58 (6.52)	1.21	2.74 (7.14)
	2	0		0	
	3	1.15		1.50	
	5	0.45		0.025	
5	1	0.99	2.58 (6.52)	1.21	2.74 (7.14)
	2	1.15		1.50	
	3	0		0	
	4	0.45		0.025	
$V = \sum_i V_i$ ($\sum U_i$)			15.48 (34.11)		19.94 (41.37)
total tax			0		3.87
total subsidy			0		10.37
SW			34.11		34.87

表–9 コミュニケーション需要および社会厚生（代替シナリオ）

		シナリオ (1)		シナリオ (2)	
i	j	$v_{ij}^{(1)}$	$\sum_j v_{ij}^{(1)}$ ($U_i^{(1)}$)	$v_{ij}^{(2)}$	$\sum_j v_{ij}^{(2)}$ ($U_i^{(2)}$)
1	2	1.01	3.39 (6.69)	2.05	7.29 (12.70)
	3	1.01		2.05	
	4	0.69		1.60	
	5	0.69		1.60	
2	1	1.08	2.78 (6.46)	2.05	5.27 (10.24)
	3	0.69		1.43	
	4	0		0	
	5	1.01		1.79	
3	1	1.08	2.78 (6.46)	2.05	5.27 (10.24)
	2	0.69		1.43	
	4	1.01		1.79	
	5	0		0	
4	1	0.85	2.07 (6.12)	1.58	3.90 (8.56)
	2	0		0	
	3	1.09		1.74	
	5	0.14		0.57	
5	1	0.85	2.07 (6.12)	1.58	3.90 (8.56)
	2	1.09		1.74	
	3	0		0	
	4	0.14		0.57	
$V = \sum_i V_i$ ($\sum U_i$)			13.08 (31.85)		25.63 (50.29)
total tax			1.79		0
total subsidy			0		16.66
SW			33.64		33.63

通混雑（負の外部性）およびコミュニケーションにおける戦略的補完性（正の外部性）を指し，前者のみを内部化するシナリオを (1)，後者のみ内部化するものを (2) とする．Nash 均衡水準，社会的最適水準におけるコミュニケーション需要及び社会厚生を**表–8** に，シナリオ (1), (2) 下でのこれらの結果を**表–9** に示す．**表–8**, **9** には，各シナリオにおける税収及び補助金支出をあわせて示しており，社会厚生はそれらを含んだ値である．用いたパラメータの値は，$y = 5, \alpha = 1, p_f = 0.01, \theta = 0.12, \bar{t}_\xi = 0.03$ $(\forall \xi = a, ..., d)$ である．

この数値計算結果より，シナリオ (1), (2) のいずれの場合においても社会厚生が Nash 均衡水準よりも低減していることが確認できる．すなわち，交通市場やコミュニケーションの市場の一方にのみ着目し，その市場における外部性のみを内部化する政策は，かえって厚生を改悪する可能性があることが示唆される（ただし，これは複数の外部性が存在する場合に一般的に起こり得ることであり，ネットワークを明示的に扱った本研究に特有の結果ではない）．

表–8 の均衡と社会的最適を比較することにより，より活発なコミュニケーションを行うことが望ましいといえる．さらに**表–10** より，交流活動の集積度を高めることによる高度な知識の蓄積とコミュニケーションを通じたスピルオーバー効果が，社会の厚生を引き上げる可能性が示唆される．

表–10 主体 1 への交流集積度

	均衡	(1)	(2)	社会的最適
$1 \to j$	0.255	0.259	0.285	0.295
$j \to 1$	0.282	0.294	0.284	0.295
計	0.537	0.554	0.568	0.590

なお，コミュニケーション行動に直接補助金を与えるという政策は，現実では実施困難であるため，交通リンクへの課税／補助金等の次善政策について検討する必要がある．

6. おわりに

本研究では，Helsley & Zenou の社会的ネットワークと都市への訪問行動を関連づけた枠組を拡張し，多地点から構成される交通ネットワークを明示的に扱える理論モデルを構築した．混雑を考慮したモデルへと拡張した上で，均衡解及び社会的最適解を導出し，最善な社会を実現するための方法として税・補助金政策を検討した．数値事例を通じて，1. 混雑の存在が中心的な主体への交流集積度を高めること，2. 知識の高度

な集積を図り，その上で活発なコミュニケーションによるスピルオーバー効果を促す政策が望ましいことを明らかにした．

最後に，本論文のモデルには，以下のような拡張の方向性が考えられる．1つは，主体の立地選択行動を考慮したモデルへの拡張である．長期的な時間スケールにおいて，社会的ネットワーク及び交通ネットワークが都市・地域の空間構造にどのような影響を及ぼすかを明らかにすることができる．いま1つは, 社会的ネットワークにおけるリンク形成の意思決定を内生化したモデルへの拡張であり，交通ネットワークの位相幾何学的構造が社会的ネットワークの形成や都市社会における相互交流の水準に及ぼす影響について検討する必要がある．また，上記2つの分析を並行して行うことにより，都市・地域の空間構造と社会的ネットワーク形成との間にある循環的因果関係についても考察することが可能となる．以上で述べた拡張の可能性を含め本研究で提案した枠組みは，知識社会における交通ネットワーク形成および交通政策のあり方を検討する際の理論的基礎を提示し，またそこから得られる知見は今後の国土計画ならびに交通計画におけるひとつの指針となることが期待される．

謝辞：本研究は科学研究費補助金・若手研究B（課題番号：22760380）及び基盤研究C(課題番号：25420547)の助成を受けて行った．ここに記して感謝する．

付録I. 代替的な定式化

コミュニケーション，とりわけ対面型交流において相手の存在は非常に重要な要素であり，“相互”に行う行為である以上，主体 i 自身から相手を訪問して実現するコミュニケーションのみならず，相手が自分を訪問したことで達成されるコミュニケーションから得られる便益および同時に発生する機会費用も考慮されるべきである．式 (2), (4) を以下のように修正すれば，これを考慮したモデリングとなる．

$$u_i = \alpha \sum_{k=1}^{n} g_{ik}(v_{ik}+v_{ki}) - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} g_{ik}(v_{ik}+v_{ki})^2 + \theta \sum_{k=1}^{n} g_{ik}(v_{ik}+v_{ki}) \sum_{l=1}^{n} g_{kl} v_{kl} \quad (38)$$

$$y_i = z_i + p_f \sum_{k=1}^{n}(v_{ik}+v_{ki}) + \sum_{k=1}^{n} v_{ik}\cdot\tau_{ik} \quad (39)$$

これらの効用関数に基づいて達成される均衡需要は，式 (12) における $\mathbf{I}$ を $\mathbf{I}+\mathbf{F}$ に置き換えることによって得られる．

$$\mathbf{v}^* = [\mathbf{I}+\mathbf{F}-\theta\hat{\mathbf{G}}]^{-1}\cdot\{(\alpha-p_f)\mathbf{1}-\boldsymbol{\tau}\}$$

ただし，行列 $\mathbf{F} = [f_{ij,kl}]$ の成分は次のように定義される．

$$f_{ij,kl} = \begin{cases} g_{ij} & (\text{if } i=l \text{ and } j=k) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

付録II. Bonacich 中心性[28)]

ネットワーク分析において，ノード（点）の中心性や重要性を表す様々な指標が存在する．Bonacich 中心性は，ノードの中心性を当該ノードから発するすべてのパス（経路）の距離に応じた加重和によって表した指標であり[2)]，最近になってネットワーク・ゲーム理論の枠組みにおいて非常に有用であることが示されている[15)]．n 次隣接行列 $\mathbf{G}$ を k 乗（k は自然数）することによって得られる行列 $\mathbf{G}^k$ はネットワーク中のノード間の間接的なつながりを再現する．$\mathbf{G}^k$ の要素 $g_{ij}^{[k]} \geq 0$ は，ネットワーク g において i から j へのパスの中で長さが $k(\geq 1)$ であるものの数を表す．また，$\mathbf{G}^0 = \mathbf{I}$ である ($\mathbf{I}$ は単位行列)．あるスカラー $\theta > 0$ とネットワーク g が与えられたとき，θ が十分に小さければ，次のような行列 $\mathbf{M}$ が定義できる．

$$\mathbf{M}(g,\theta) = [\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1} = \sum_{k=0}^{+\infty}\theta^k\mathbf{G}^k$$

θ は，長いパスの相対的な重みを減衰させるように作用するパラメータである．非負行列 $\mathbf{M}(g,\theta)$ の成分 $m_{ij}(g,\theta) = \sum_{k=0}^{+\infty}\theta^k g_{ij}^{[k]}$ は，ネットワーク g における i から j へのパスで長さが k であるものの数を，θ^k で重みづけして足し合わせたものである．なお，行列級数 $\sum_{k=0}^{+\infty}\theta^k\mathbf{G}^k$ は，

$$|\mathbf{G}| < r = \liminf_{k\to\infty}|\theta^k|^{-1/k} = \frac{1}{\theta}$$

のとき，またこのときに限り収束する．ここで，r は収束半径，$|\mathbf{G}|$ は行列 $\mathbf{G}$ のノルムである．このノルムは一般に $\mathbf{G}$ のスペクトル半径と呼ばれ，$\rho(\mathbf{G}) = \max_\iota|\lambda_\iota|$ で表される（λ_ι は $\mathbf{G}$ の固有値）．すなわち，$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$ であれば前述の行列級数が収束し，行列 $\mathbf{M}$ が定義できる．

定義 1 (Bonacich 中心性)

ネットワーク g，n 次隣接行列 $\mathbf{G}$ および定数 θ を考える．これらを用いて非負行列 $\mathbf{M}(g,\theta) = [\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1}$ が定義できるとき，ネットワーク g におけるパラメータ θ に対する Bonacich 中心性ベクトル $\mathbf{b}(g,\theta)$ は

$$\mathbf{b}(g,\theta) = [\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{1} \quad (40)$$

で与えられる．また，ノード i の Bonacich 中心性は行列 $\mathbf{M}$ の第 i 行成分の和

$$b_i(g,\theta) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{+\infty}\theta^k g_{ij}^{[k]} \quad (41)$$

によって表される．

付録 III. 均衡解の安定性解析

Nash 均衡解 (12) の安定性を確認するために，以下の勾配系の調整ダイナミクス：

$$\frac{\partial v_{ij}(t)}{\partial t} = \frac{\partial U_i(\mathbf{v}^*(t))}{\partial v_{ij}(t)} \quad (\forall i,j|\ g_{ij}=1) \tag{42}$$

を導入する（例えば，Corchón & Mas-Colell[29]）．均衡の周りで線形近似を行えば，

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{ij}(t)}{\partial t} &= \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{\partial^2 U_i}{\partial v_{ij}\partial v_{kl}}\left(v_{kl}(t)-v_{kl}^*\right)\\ &= \begin{cases}-1 & (\text{if}\quad i=k, j=l)\\ \theta\hat{g}_{ij,kl} & (\text{otherwise})\end{cases}\end{aligned} \tag{43}$$

となり，調整ダイナミクスの Jacobi 行列を $\theta\hat{\mathbf{G}}-\mathbf{I}$ と表すことができる．ただし，$\mathbf{I}$ は $\hat{\mathbf{G}}$ と同次元の単位行列である．このとき，$\theta\hat{\mathbf{G}}-\mathbf{I}$ の固有値が全て負（複素数の場合は，実部が負）であれば，均衡解 (12) は安定であるといえる．ここで，隣接行列 $\hat{\mathbf{G}}$ の固有値を $\hat{\lambda}_\iota$ $(\iota = 1,2,\cdots)$ と表せば，安定性条件は $\hat{\mathbf{G}}$ の全ての固有値について $\theta\hat{\lambda}_\iota < 1$ が成立することである．なお，この条件は**付録 II** で示した行列級数の収束条件 $\theta\rho(\hat{\mathbf{G}}) < 1$ を満足する範囲で常に成立する．

付録 IV. 間接効用（式 (15)）の導出

式 (7) より，$g_{ij}=1$ を満たすすべての ij について

$$\theta g_{ij}\sum_{l=1}^{n}(g_{jl}v_{jl}) = -(\alpha - v_{ij})g_{ij} + p_f + \tau_{ij}$$

が得られる．両辺に v_{ij} をかけ，j に関して総和をとると

$$\theta\sum_{j=1}^{n}g_{ij}v_{ij}\sum_{l=1}^{n}(g_{jl}v_{jl}) = -\alpha\sum_{j=1}^{n}g_{ij}v_{ij} + \sum_{j=1}^{n}g_{ij}v_{ij}^2 + \sum_{j=1}^{n}(p_f+\tau_{ij})v_{ij}$$

となり，これを効用関数に式 (2), (4) とともに代入すると，式 (15) を得る．

付録 V. 地理的環境に対応する行列

パス・リンクインシデンス行列 $\mathbf{R}$ は，主体の立地点とは無関係に，交通ネットワークそのものをグラフ化したものである．各行が地点の組合せ (h,h') $(h,h'=1,2,...,m)$ に，各列がリンク ξ $(\xi = a,b,...\Xi)$ に対応する．**図–1** のケースの場合，地点 1-2 をリンク a，地点 2-3 をリンク b がそれぞれ結んでおり，地点 1, 3 間に直接のリンクは存在しないため，次のような行列となる．

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0\\ 1 & 0\\ 1 & 1\\ 1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\\ 1 & 1\\ 0 & 1\\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{44}$$

また，交通リンク a,b を利用する際に要する単位当たりの交通費用をそれぞれ t_a, t_b とすると，$\mathbf{t}$ はこれらを成分にもつ列ベクトルとなる．

交通ネットワーク上の地点と主体の立地とを合わせた，地理的環境に対応する行列 $\mathbf{X}$ は次のようになる．第 i 行が主体 i に対応しており（$i=1,2,3$），その行の中で要素が 1 である列 h が主体 i の立地点である（$h=1,2,3$）．

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{45}$$

地理的環境を表す行列 $\mathbf{X}$ を用いて，2 主体とその立地点の対応関係を行列 $\mathbf{L}$ として表すことができる．各行が社会的ネットワーク上でリンクをもつ 2 主体の組 (i,j)，各列が交通ネットワーク上の異なる 2 地点の組 (h,h') に対応する．例えば社会的ネットワーク上でリンクをもつ 2 主体の組 $(1,3)$ に対しては，$\mathbf{X}$ より $\tilde{x}_1^1 = \tilde{x}_3^3 = 1$ であるので，$(1,3)$ に対応する第 2 行では $l_{13}^{1\cdot 3} = 1$，同じ行のその他の列の要素は 0 となる．

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{46}$$

交通費用を表すベクトル $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{LRt}$ は，以上の行列を用いて計算される．

付録 VI. 不等式 (20) の証明

$g' = \langle N', E'\rangle$ $(N' \supseteq N$ かつ $E' \supset E)$ の下での均衡コミュニケーション需要 $v_{ij}^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g')$ を以下のように分解する．ただし，$N' = \{1,2,\cdots,n'\}$ である．

$$\begin{aligned} v_{ij}^*(x_i,\mathbf{x_{-i}},g') &= \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{\gamma=0}^{+\infty}\theta^\gamma \hat{g'}_{ij,kl}^{[\gamma]}\cdot\alpha_{kl}\\ &+ \sum_{k=n+1}^{n'}\sum_{l=1}^{n}\sum_{\gamma=0}^{+\infty}\theta^\gamma \hat{g'}_{ij,kl}^{[\gamma]}\cdot\alpha_{kl} + \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=n+1}^{n'}\sum_{\gamma=0}^{+\infty}\theta^\gamma \hat{g'}_{ij,kl}^{[\gamma]}\cdot\alpha_{kl}\\ &+ \sum_{k=n+1}^{n'}\sum_{l=n+1}^{n'}\sum_{\gamma=0}^{+\infty}\theta^\gamma \hat{g'}_{ij,kl}^{[\gamma]}\cdot\alpha_{kl} \end{aligned}$$

$N' = N$ かつ $E' \supset E$ のとき，右辺第 2-4 項はいずれもゼロとなる．第 1 項においては，$\hat{g'}_{ij,kl} > \hat{g}_{ij,kl}$ より，任意の γ について $\hat{g'}^{[\gamma]}_{ij,kl} > \hat{g}^{[\gamma]}_{ij,kl}$ が成立し，$v^*_{ij}(\mathbf{x}, g)$ より大きくなる．一方，$N' \supset N$ かつ $E' \supset E$ のとき，右辺第 1 項は $v^*_{ij}(\mathbf{x}, g)$ に等しいかこれより大きく，第 2, 3 項は正，第 4 項はゼロか正の値をとる．したがって，不等式 (20) が成立する．

参考文献

1) 小林潔司 編著：知識社会と都市の発展，森北出版，1999.
2) Jackson, M. O. : *Social and Economic Networks*, Princeton: Princeton University Press, 2008.
3) 金光淳：社会的ネットワーク分析の基礎—社会的関係資本論に向けて，勁草書房，2003.
4) 小林潔司：知識社会における交通行動：課題と展望，土木計画学研究・論文集，No. 12, pp.1-13, 1995.
5) 例えば，Marshall, A. : *Principles of Economics*, London: Macmillan, 1890.
6) Beckmann, M. J. : Spatial equilibrium in the dispersed city, In: Papageorgiou, G. J. (Ed.), *Mathematical Land Use Theory*, Lexington, MA: Lexington Books, pp. 117-125, 1976.
7) Lucas, R. E. : On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, pp. 3-42, 1988.
8) Fujita, M. and Thisse, J. F. : *Economics of Agglomeration—Cities, Industrial Location, and Regional Growth*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
9) Krugman, P. : The Role of Geography in Development, *International Regional Science Review*, Vol. 22, pp. 142-161, 1999.
10) 高山雄貴，赤松隆：Beckmann 型都心創発モデルの均衡解の一意性と安定性，土木学会論文集 D, Vol.66, No.2, pp.232-245, 2010.
11) 小林潔司，福山敬，松島格也：フェイス・ツゥ・フェイスのコミュニケーション過程に関する理論的研究，土木学会論文集，No. 590/IV-39, pp.11-22, 1998
12) 森川高行：個人選択モデルの再構築と新展開，土木計画学研究・論文集，No. 12, pp. 15-27, 1995.
13) 福田大輔，上野博義，森地茂：社会的相互作用存在下での交通行動とミクロ計量分析，土木学会論文集，No. 765/IV-64, pp. 49-64, 2004.
14) 井料隆雅，岡崎有吏子，朝倉康夫：社会ネットワークとゲーム理論による交通需要のモデリング，土木計画学研究・講演集，Vol. 41, CD-ROM, 2010.
15) Ballester, C., Calvò-Armengol, A. and Zenou, Y. : Who's who in networks. Wanted: The key player, *Econometrica*, Vol. 74, pp.1403-1417, 2006.
16) Helsley, R. W. and Zenou, Y. : Social Networks and Interactions in Cities, *CEPR Discussion Paper*, No. 8244, 2011.
17) Nakajima, K., Saito, Y. and Uesugi, I. : Role of Interfirm Transactions on Industrial Agglomeration: Evidence from Japanese firm-level data, *RIETI Discussion Paper Series 13-E-021*, 2013.
18) 文世一：情報通信技術の進歩がオフィス企業の交通需要と立地分布および都市の規模に及ぼす影響，土木計画学研究・論文集，No. 15, pp. 111-118, 1992.
19) 塚井誠人，奥村誠：情報伝達の複雑性を考慮した通信と交通の情報交流分担モデル，土木学会論文集，No. 667/IV-50, pp.113-121, 2001.
20) 今川拓郎：通信と交通は代替的か?—「IT と都市」へのインプリケーション—，郵政研究所月報，No. 153, pp.55-69, 2001.
21) Jovanovic, B. and Rob, R. : The Growth and Diffusion of Knowledge, *Review of Economic Studies*, Vol. 56, pp. 569-582, 1989.
22) Berliant, M. and Fujita, M. : Knowledge Creation as a Square Dance on the Hilbert Cube, *International Economic Review*, Vol. 49, No. 4, pp. 1251-1295, 2008.
23) Cabrales, A., Calvò-Armengol, A. and Zenou, Y. : Social Interactions and Spillovers, *Games and Economic Behavior*, Vol. 72, pp. 339-360, 2011.
24) Ioannides, Y. M. : *From Neighborhoods to Nations: The Economics of Social Interactions*, Princeton: Princeton University Press, 2011.
25) Ogawa, H. and Fujita, M. : Equilibrium Land Use Patterns in a Nonmonocentric City, *Journal of Regional Science*, Vol. 20, pp.455-475, 1980.
26) Puga, D. : The Magnitude and Causes of Agglomeration Economics, *Journal of Regional Science*, Vol. 50, pp. 203-219, 2010.
27) 斎藤有希子：組織間の共同研究活動における地理的近接生の意味—特許データを用いた実証分析—，富士通総研研究レポート，No. 384, 2012.
28) Bonacich, P. : Power and Centrality: A Family of Measures, *American Journal of Sociology*, Vol. 92, No. 5, pp. 1170-1182, 1987.
29) Corchòn, L. C. and Mas-Colell, A. : On the stability of best reply and gradient systems with applications to imperfectly competitive models, *Economics Letters*, Vol. 51, pp. 59-65, 1996.

(2013. 4. 17 受付)

SOCIAL NETWORKS AND SPATIAL INTERACTIONS

Yuki OHIRA and Toshimori OTAZAWA

In this paper we propose a theoretical framework that incorporates both social and transportation networks into an equilibrium model of social interactions in order to examine how the level and the spatial pattern of communication between agents depend on both networks. By analyzing the model, we obtain the Nash equilibrium communication demand which is achieved as a result of the utility-maximizing behavior of the agents and analyze the relationship between topology of social networks and the equilibrium level of social interactions by a simple numerical example. Furthermore, we declare that the market equilibrium is not efficient because of the positive externality of social interactions and examine the value of the subsidy that could support the first-best allocation as an equilibrium.