



溶質のマクロ分散とトラベル時間に与える成層地盤のアップスケールの影響

井上, 一哉
島田, 遥
田中, 勉

(Citation)

土木学会論文集A2 (応用力学) , 67(2):I_521-I_532

(Issue Date)

2011

(Resource Type)

journal article

(Version)

Version of Record

(Rights)

©2011 公益社団法人 土木学会

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/90003319>



溶質のマクロ分散とトラベル時間に与える 成層地盤のアップスケールの影響

Impact of upscaling on macrodispersion and traveltimes of solute in stratified aquifers

井上一哉*・島田遥**・田中勉***

Kazuya INOUE, Haruka SHIMADA and Tsutomu TANAKA

*正会員 博(農) 神戸大学助教 大学院農学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**学生会員 神戸大学大学院生 大学院農学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

***正会員 農博 神戸大学教授 大学院農学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

This paper presents advective-dispersive solute transport processes using a random walk particle tracking approach in upscaled stratified aquifers. An upscaling of hydraulic conductivity distributions is conducted not only for the idealized stratified aquifers but also for an aquifer in a field where the profile of hydraulic conductivity distributions in a vertical direction was measured. The macrodispersivities in corresponding aquifers are estimated using temporal and spatial moments based on breakthrough curves at control planes and spatial distributions of particle crowd, respectively. It is shown that the difference of macrodispersivity attributes to the nature of temporal and spatial moments in the evaluation of a travel distance of particle swarm. The results indicate that the tailing of particle traveltimes depends on the degree of upscaling, although upscaling has a substantially low impact on the macrodispersivity estimates and median traveltimes of particles reaching a control plane. Moreover, particle transfer between layers and its stochastic modeling employed in random walk particle tracking have an effect on the increase of transverse macrodispersivity with the increase of travel distance.

Key Words : *random walk particle tracking, upscaling, macrodispersion, spatio-temporal moment, stratified aquifer*

1. 緒論

フィールドにおける溶質輸送挙動を予測する場合には、限られた観測点にて得られた透水係数の計測結果に地球統計学的手法¹⁾などを用いて透水係数分布を推定した上で、地下水流および移流分散解析につなげることで、帯水層内を移行する溶質の移流分散挙動は透水係数の空間分布、すなわち地盤の不均質性に大きく依存する^{2),3)}ため、透水係数の推定精度は重要な因子であるものの、Borden サイト^{4),5)}や Cape Cod サイト^{6),7)}のように空間的に十分な解像度で膨大なサンプリングがなされるサイトは極めて稀である。一般的に、ほとんどのフィールドにおいて比較的容易に入手できる情報は限られているため、透水係数分布の解像度は粗くなり、有限要素メッシュなどの数値グリッドに反映される情報は自然地盤が本来有する空間変動状態とは乖離していると考えられる。

地質調査には経済的・物理的制約が大きいことを踏まえると、解像度の粗さを十分な精度まで高めることは困難であり、また、解像度と解析効率はトレードオフの関係にある点と合わせて、個々の数値グリッド内に存在するミクロレベルでの変動を均質化したモデル、換言すれば、アップスケール化したモデルについて検討する研究動向にある⁸⁾。現実的に、あらゆる空間変動を再現することは困難である以上、透水係数分布のアップ

スケール化に伴う溶質挙動の変化について検討することはアップスケール条件下にて得られる溶質の空間分布や観測点における濃度データの解釈を深める上で意義のある課題と言える。

透水係数に関するアップスケーリングに関しては多くの研究^{9),10)}がなされているものの、透水係数のアップスケール化に伴う溶質輸送への影響は比較的最近の話題であるため、発展途上の段階にある。また、理論的¹¹⁾あるいは解析的¹²⁾側面から溶質の挙動に対するアップスケールの効果について検討が続けられている一方で、サイトデータを用いたアップスケールに関しては研究実績としては少ないのが現状である。透水係数の空間分布に伴う流速の空間分布変動に起因するマクロ分散の定量的評価が難しい点もアップスケールの問題を複雑にする要因として挙げられ、溶質の移行距離に応じて分散性が変動するスケール依存性¹³⁾とともに、不均質地盤内を移行する溶質の評価については多方面からの研究が進められている^{14),15)}。

本研究では、透水係数分布のアップスケール化に伴う溶質のマクロ分散変動に力点を置き、問題を簡略化するため、理想的な成層地盤を対象とした移流分散解析を実施する。解析手法にはランダムウォーク粒子追跡法を採用することで、マクロ分散のアップスケール度合いへの依存性を時間・空間モーメントの観点から評価するとともに、溶質のトラベル時間に関しても検

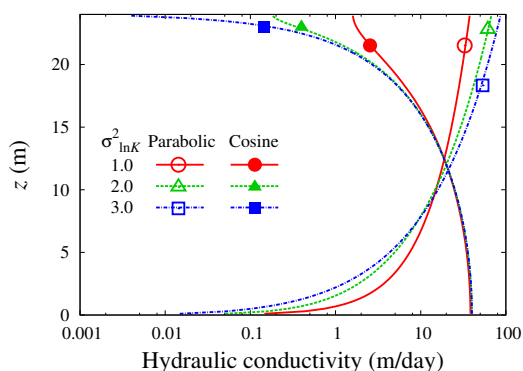


図-1 対象とする透水係数分布.

討項目に加える. また, 実フィールドにて得られた透水係数分布を用いて, 成層地盤と見なすことができるサイトにおける溶質挙動に及ぼすアップスケールの効果について議論する.

2. ランダムウォーク粒子追跡法

2.1 浸透流解析

本研究では, 定常状態にある地下水流れ場を対象とし, 飽和条件下にある不均質帯水層における浸透流方程式を扱う¹⁶⁾.

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_i \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (1)$$

ここに, h はピエゾ水頭, K_i は各軸方向の透水係数であり等方性を仮定する. また, x_i は座標であり, 添字の 1 から 3 はそれぞれ, x , y , z 軸を表す.

次に, 所与の境界条件の下で有限要素解析により水頭分布を導出し, Darcy 則に基づいて流速の空間分布を求めることで, 粒子追跡解析に供する.

$$v_i = - \sum_{i=1}^3 \frac{K_i}{n_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (2)$$

ここに, v_i は実流速ベクトル成分である. また, n_p は間隙率であり, 対象空間内で一定と見なす.

2.2 透水係数分布モデル

本研究では, 後述する溶質のマクロ分散変動と浸透場の不均質性の関係をアップスケールの観点から検討するため, 理想的な成層地盤を対象として, 図-1 に示すように, 鉛直方向 (z 軸方向) に対して放物型と余弦型で単純化した透水係数分布を扱う. 放物型分布については透水係数分布の幾何平均を 13.4 m/day, 余弦型分布では算術平均を 20.0 m/day に固定した上で, 幾何分散 $\sigma_{\ln K}^2$ を 1.0, 2.0, 3.0 の 3 段階に変化させることで, 透水係数のばらつきを考慮する. 放物型と余弦型に関する透水係数の増減傾向は逆になっているものの, 溶質挙動の評価には影響せず, 本研究では便宜上,

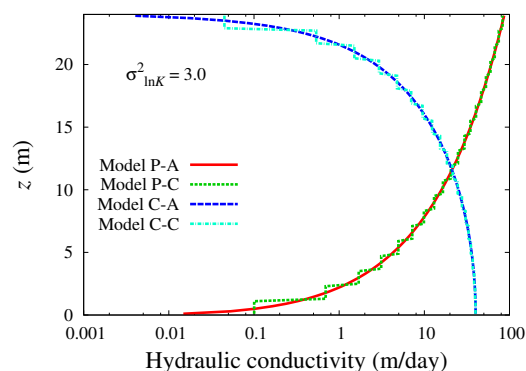


図-2 アップスケールした透水係数分布の例.

表-1 透水係数分布のモデル名称一覧

	放物型	余弦型
Base Model (120 層)	P-A	C-A
Upscale Model 1 (40 層)	P-B	C-B
Upscale Model 2 (20 層)	P-C	C-C

幾何分散 $\sigma_{\ln K}^2$ を不均質度と称する.

放物型の透水係数分布は次式にて表される.

$$\frac{K}{\bar{K}} = \gamma \eta + \zeta \eta^2 \quad (3)$$

$$\eta = \frac{z}{B} \quad (4)$$

ここに, K は各層の透水係数, \bar{K} は平均透水係数, B は帯水層厚さ, γ と ζ は定数である. また, 次式を用いて余弦型の透水係数分布を表現する.

$$\frac{K}{\bar{K}} = 1 + \kappa \cos(\pi \eta) \quad (5)$$

ここに, κ は定数である.

対象とするサイトの透水係数の空間分布をモデル化するには, 有限要素メッシュなどの計算格子サイズが対応する空間の透水係数を表すことになる. 一般的に, 実フィールドにおけるコアサンプリングや室内透水試験の供試体サイズは計算格子サイズよりも小さいことから, 室内透水試験を経て計測された透水係数と計算格子内の透水係数は一致するとは限らず, 計算格子に依存した透水係数の空間分布モデルとなる^{17),18)}. この点を踏まえて本研究では, 式 (3) から式 (5) のように連続的に表現される透水係数分布を計算格子に合わせた空間解像度へ割り当てる, すなわち, 透水係数のアップスケール化を図る.

透水係数のアップスケール法に関しては, いくつかの手法^{10),18)}が提案されているものの, 隣接層同士の透水係数に極端な差異がなく, 流れ方向に完全に並行した成層地盤を対象とする場合には, 隣接する複数の層の透水係数について幾何平均をとることでアップスケー

ル化を図ることができる⁸⁾。そのため、実フィールドにおいて現実的にコアサンプリング可能な間隔やサンプリング点数を踏まえて^{19),20)}、層厚 24 m の帯水層を鉛直方向へ 120 層に均等区分した透水係数分布モデルを基準とし、隣接する 3 層、あるいは 6 層ごとにアップスケール化した 2 つのモデルを対象とする。図-2 には、透水係数分布モデルの一例として、最も不均質度の大きいケースに対する放物型と余弦型の透水係数分布を示す。また、表-1 に示す透水係数分布モデルを設定し、各モデルに対して不均質度を 3 段階に変えた溶質輸送を評価する。

2.3 ランダムウォーク粒子追跡法

数値解析により溶質の移流分散過程を捉えるだけでなく、溶質の空間分布状態に基づいてマクロ分散を精度良く評価するには、マスバランスを維持することが望まれる。そこで本研究では、保存型の解析手法であるランダムウォーク粒子追跡法^{21),22)}を適用して溶質の移行過程を追跡し、時間・空間モーメント法を応用して縦方向と横方向のマクロ分散を推定する。離散体力学の視点から移流分散挙動を表現するランダムウォーク粒子追跡法は対象物質に見立てた大量の粒子群を領域内に発生させて、各粒子の質量ならびに位置ベクトルの空間分布を時系列で表現するラグランジュ的手法であり²³⁾、粒子追跡過程における主たる移動経路はドリフト成分と確率的分散成分により構成される^{24),25)}。

$$X_{p,i}(t+\Delta t) = X_{p,i}(t) + A_i(\vec{X}_p(t))\Delta t + \sum_{j=1}^3 B_{ij}(\vec{X}_p(t))\Xi_j\sqrt{\Delta t}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

ここに、 $X_{p,i}(t)$ は時間 t における粒子位置の i 成分、 $\vec{X}_p(t)$ は粒子の位置ベクトル、 Δt は時間増分、 Ξ_j は 3 つの成分を有するベクトルであり、平均 0、分散 1 の正規分布に従う変数である。

また、 A_i は移流を表すドリフトベクトルであり、次式にて定義される。

$$A_i = \frac{v_i(\vec{X}_p(t)) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}(\vec{X}_p(t))}{R(\vec{X}_p(t))}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

ここに、 R は遅延係数である。また、 D_{ij} は分散係数テンソルであり、次式で表される¹⁶⁾。

$$D_{ij} = (\alpha_T|\mathbf{v}| + D_d)I_{ij} + (\alpha_L - \alpha_T)\frac{v_i v_j}{|\mathbf{v}|} \quad (8)$$

ここに、 α_L は縦分散長、 α_T は横分散長、 D_d は有効拡散係数、 I_{ij} は単位マトリクス、 $|\mathbf{v}|$ は流速のノルムである。また、 B_{ij} は分散現象に関わる変位マトリクスであ

る²⁶⁾。

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{v_1}{|\mathbf{v}|}\sqrt{\frac{2\alpha_L|\mathbf{v}|}{R}} & \frac{-v_1 v_3}{|\mathbf{v}|\sqrt{v_1^2+v_2^2}}\sqrt{\frac{2\alpha_T|\mathbf{v}|}{R}} & -\frac{v_2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}\sqrt{\frac{2\alpha_T|\mathbf{v}|}{R}} \\ \frac{v_2}{|\mathbf{v}|}\sqrt{\frac{2\alpha_L|\mathbf{v}|}{R}} & \frac{-v_2 v_3}{|\mathbf{v}|\sqrt{v_1^2+v_2^2}}\sqrt{\frac{2\alpha_T|\mathbf{v}|}{R}} & \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}\sqrt{\frac{2\alpha_T|\mathbf{v}|}{R}} \\ \frac{v_3}{|\mathbf{v}|}\sqrt{\frac{2\alpha_L|\mathbf{v}|}{R}} & \frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}{|\mathbf{v}|}\sqrt{\frac{2\alpha_T|\mathbf{v}|}{R}} & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

ランダムウォーク粒子追跡法などの移流分散解析の入力値として設定する縦・横分散長は必ずしも微視的スケールでの分散長、つまりはミクロ分散長を設定するとは限らず、対象場のスケールや溶質の濃度測定結果に加えて、不確実性を考慮したパラメータ設定がなされる²⁷⁾。そのため本研究では、便宜上、粒子追跡解析の入力値として用いる分散長を簡潔に、分散長と称することで、ミクロ分散長や後述するマクロ分散長と区別する。また、成層地盤のような不均質浸透場では各層の地下水流速は異なるため、分散係数は層の構成に応じて変化し、透水性の異なる領域を行き来する粒子の挙動に影響を及ぼすことになる²⁸⁾。本解析では次式に基づいて、隣接する層へ移行する粒子の挙動を表現する²⁹⁾。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (10)$$

$$P_2 = 1 - P_1 = \frac{\sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (11)$$

ここに、 P_1 は粒子の位置する層 D_1 内に留まる確率、 P_2 は隣接する層 D_2 への移行確率、 D_1 と D_2 は各層の横分散係数である。

2.4 時間モーメント法によるマクロ分散推定

本解析ではマクロ分散を評価する手段の 1 つとして、時間モーメント法を導入し、流下方向に垂直な任意断面を通過する粒子群の時間的な質量変化を基に、粒子質量の破過曲線を求める。任意の断面における破過曲線に対する n 次標準化時間モーメント $M_{n,T}$ は次式により表される³⁰⁾。

$$M_{n,T} = \frac{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k (t_p^k(x_1))^n}{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k} \quad (12)$$

ここに、 m_p^k は k 番目の粒子の有する質量、 x_1 は基準面の x 座標、 NP_s は基準面を通過する粒子数、 t_p^k は k 番目の粒子が任意断面を通過する時間である。また、 n 次標準化中心時間モーメント $\Lambda_{n,T}$ は二項定理を用いて次式で定義される。

$$\Lambda_{n,T} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} M_{n-r,T}(x_1) (-M_{1,T}(x_1))^r \quad (13)$$

表-2 放物型・余弦型成層地盤を対象としたランダムウォーク粒子追跡解析に用いるパラメータ

間隙率 n_p (—)	0.2	動水勾配 J (—)	0.01	相関距離 λ (m)	0.2
縦分散長 α_L (m)	0.1, 2.0 *	横分散長 α_T (m)	0.01, 0.2*	遅延係数 R (—)	1.0
粒子数	10^5	粒子質量 m (g)	1.0×10^{-3}	時間ステップ Δt (day)	1.0

* 縦分散長と横分散長の比 α_L/α_T は 10 に固定する。

これらの時間モーメント量を所与の断面にて導出することにより、マクロ縦分散長 A_{11} を次式で推定する。

$$A_{11}(\xi_P) = \frac{\xi_P}{2} \frac{\Lambda_{2,T}(\xi_P)}{(M_{1,T}(\xi_P))^2} \quad (14)$$

ここに、 ξ_P は粒子の初期位置から断面までの距離である。

時間モーメントを利用したマクロ分散評価に関する多くの研究^{24),30)}は縦分散方向の評価に留まっており、横分散量の推定には後述する空間モーメントを応用している研究例が多い³¹⁾。しかしながら、任意の断面を通過する粒子群の横方向変位量を導出することにより、マクロ横分散長の推定は可能である³²⁾。

$$A_{ii}(\xi_P) = \frac{\Omega_{ii}^2(\xi_P)}{2\xi_P}, \quad i = 2, 3 \quad (15)$$

$$\Omega_{ii}^2(\xi_P) = \frac{\sum_{k=1}^{NP_a} m_p^k (\Delta b_{p,ii}^k(\xi_P))^2}{\sum_{k=1}^{NP_a} m_p^k} \quad (16)$$

ここに、 A_{22} は水平方向マクロ横分散長、 A_{33} は鉛直方向マクロ横分散長、 NP_a は該当断面を通過する総粒子数、 $\Delta b_{p,ii}^k$ は k 番目の粒子に対する初期位置から水平方向、あるいは、鉛直方向への変位量である。

2.5 空間モーメント法によるマクロ分散推定

ランダムウォーク粒子追跡法の利点の 1 つは粒子群の空間分布状態を確実に捉えることができる点にあることから、空間モーメントを算定することでマクロ縦・横分散長評価への応用を図る²¹⁾。

$$X_{G,i} = \frac{1}{m(t)} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t)}{R(X_p^k(t))} \quad (17)$$

$$m(t) = \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k}{R(X_p^k(t))} \quad (18)$$

$$S_{ij}(t) = \frac{1}{m(t)} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t) X_{p,j}^k(t)}{R(X_p^k(t))} - X_{G,i}(t) X_{G,j}(t) \quad (19)$$

ここに、 $X_{G,i}$ は時間 t における粒子空間分布に対する重心位置を表す空間 1 次モーメント、 $m(t)$ は時間 t において空間内に存在する粒子の総質量、 S_{ij} は粒子空間分布に対する空間 2 次モーメント、 NP_t は時間 t の空間

内の粒子総数である。また、空間モーメントを用いてマクロ縦・横分散長を次式により推定する。

$$A_{ii} = \frac{S_{ii}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

ここに、 $\xi_G(t)$ は時間 t における粒子群の重心位置の変位距離である。

3. アップスケールと溶質分散の関係

3.1 解析設定

ランダムウォーク粒子追跡法を適用するにあたり、 $x-z$ 軸から成る 2 次元場を対象とし、前述のように、透水係数は z 軸方向にのみ変化する成層地盤を扱う。基準ケースでの層厚 0.2 m を透水係数の相関距離と見なし、流れ方向を x 軸方向のみに拘束するため、 $x=0$ m と $x=1300$ m の面を 0.01 の動水勾配となる水頭境界、 $z=0$ m と $z=24$ m の面を不透水境界に設定する。さらに、浸透場の間隙率を 0.2、縦分散長と横分散長をそれぞれ 0.1 m と 0.01 m に設定し、分子拡散や吸脱着の影響については考慮しない。

対象領域の境界部の影響³³⁾を避ける目的で、溶質に見立てた 10^5 個から成る粒子群を $x=20$ m の位置に、 $z=4$ m から $z=20$ m の範囲で一様に分布させることにより、粒子群の初期配置とする。粒子の移行過程に伴う質量の減衰はないと仮定するものの、空間モーメントを利用する上で必要となる単一粒子の質量を 10^{-3} g に固定する。また、浸透場ごとに得られた流速分布を基に、初期位置から領域外に至るまでの粒子群の移流分散挙動を 1 日の時間ステップごとに追跡する。表-2 に解析に用いるパラメータを列記する。

空間モーメント量に関しては、各時間ステップでの評価が可能であるものの、初期配置したすべての粒子群が領域内に存在している条件でのみ信頼性のある結果を導出することができる¹⁵⁾。対象場の透水係数分布に応じて、時間ステップあたりの粒子移行距離は異なり、結果的に空間モーメントを算出できる範囲はばらつくため、粒子群の重心位置の x 成分に換算して、420 m までの移行距離をすべての透水係数分布モデルに共通の評価対象区間とする。一方、時間モーメントの算定対象となる断面は任意の位置に設けることができるが、空間モーメントで評価可能な範囲と統一するため、 $x=40$ m から $x=420$ m の区間内に 20 m 間隔で評価断面を設定

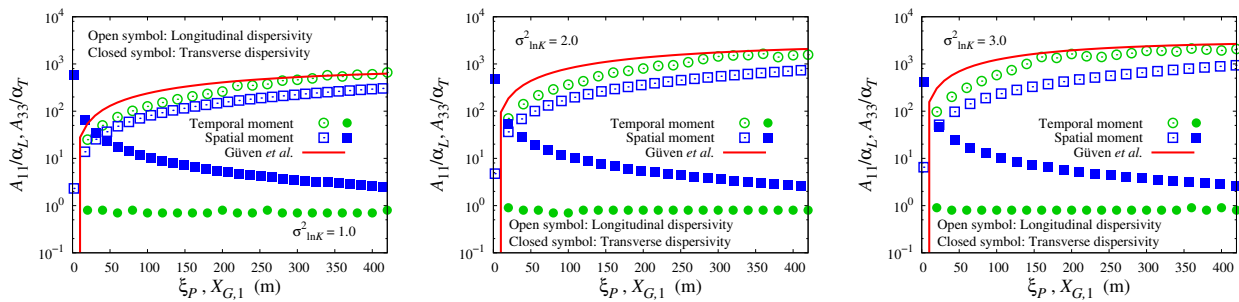


図-3 放物型透水係数モデルのマクロ分散長推定結果。

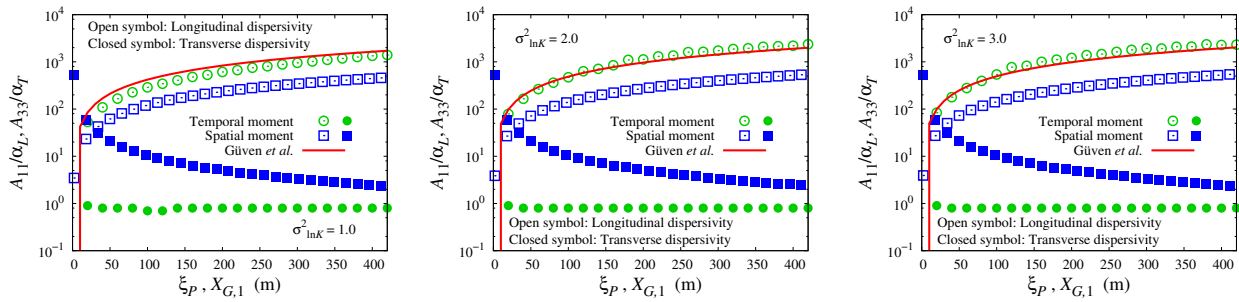


図-4 余弦型透水係数モデルのマクロ分散長推定結果。

し、各断面の通過時における粒子の位置や経過時間を時間モーメント量の導出に利用する。

3.2 時間・空間モーメントによるマクロ分散推定結果の差異

アップスケール効果に関する議論に先立って、本解析にて推定される縦・横方向のマクロ分散長の妥当性を検討するため、放物型、ならびに、余弦型の Base モデルにおける縦・横方向のマクロ分散長の推定結果を不均質度ごとに分けて、図-3 と図-4 に示す。図-3 と図-4 とともに、横軸には粒子初期位置から評価面までの距離 ξ_P 、あるいは、粒子群の重心位置を表す空間 1 次モーメントの x 軸成分 $X_{G,1}$ をとり、縦軸には算定されたマクロ分散長 A_{11} と A_{33} を解析の入力値として用いた縦分散長 α_L と横分散長 α_T でそれぞれ除すことにより無次元化した値を設定している。また、図中には成層地盤にてマクロ縦分散の進展を検討した Güven らにより導かれた解³⁴⁾を対応する不均質度ごとに示している。

透水係数モデルや不均質度に関わらず、粒子群の移行距離の増加に伴いマクロ縦分散長は増加しつつ、一定値へ漸近する傾向にあり、不均質度の大きい場合ほど漸近値は大きくなるが見て取れる。この点はマクロ分散のスケール効果に関わる特徴であり、透水場の流速分布に応じて溶質分散量は異なるため、流速分布のばらつきが大きくなるほど粒子群は空間的に拡大し、結果として、不均質度とマクロ分散長の変化は呼応することとなる。一方で後述するように、隣接する層の透水係数に応じて粒子群の移行挙動は変化するため、一部の層において隣接層の透水係数の変化率が大きくな

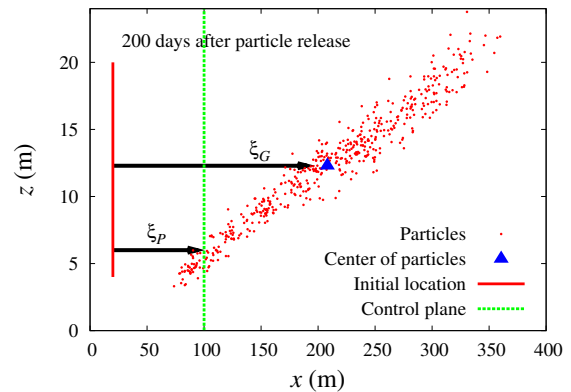


図-5 マクロ分散推定における時間・空間モーメントの評価方法の差異。

る放物型透水係数モデルでは、粒子群の移動量の小さい領域において時間モーメントによる縦分散長結果と Güven らの解には相違が生じる。余弦型透水係数モデルを含めて、全体的には時間モーメントによるマクロ縦分散長の変化は Güven らの解とよく一致していることから、本解析では妥当な推定結果を導出できていると考えられる。

一方で、空間モーメント法は時間モーメント法よりも小さい推定結果になっており、不均質度が増すにつれて、両者の推定結果には開きが生じている。これは時間モーメント法と空間モーメント法ではマクロ分散の評価方法が異なることが要因である。この点を確認するため、図-5 に 1.0 の不均質度を有する放物型モデルにて得られた 200 日後の粒子群分布を示す。粒子分布の見やすさを考慮して、図中には 500 個の粒子位置

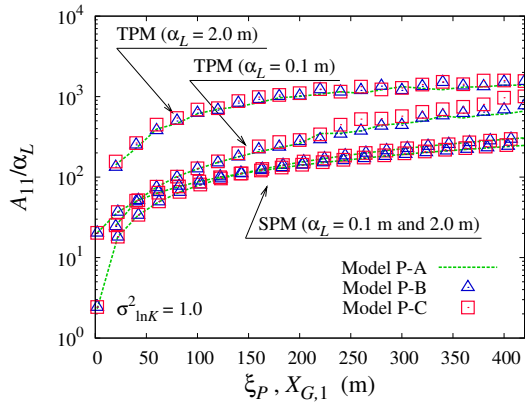


図-6 放物型モデルのマクロ縦分散長推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 1.0$) .

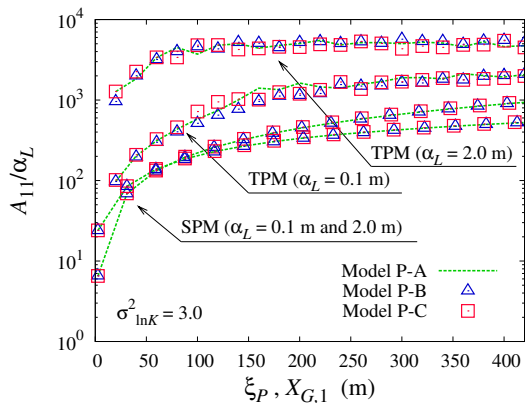


図-7 放物型モデルのマクロ縦分散長推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

をプロットしており、 ξ_G は初期粒子群の位置から 200 日後の粒子群分布の重心位置までの距離を表す。また、 ξ_G の重心位置を有する粒子群分布に基づいて空間モーメント法より推定したマクロ縦分散長と時間モーメント法にて同一の推定値を導く評価断面の位置を初期粒子群の位置からの距離 ξ_P とともに図示している。図-5 に示すように、空間モーメント法と時間モーメント法の推定結果が一致するのは、大部分の粒子が既定の評価断面を通過した後の状態である。そのため、粒子群の重心位置が評価断面上にある時の粒子群分布では空間モーメント法から得られるマクロ分散は時間モーメント法による推定値より小さい結果となる。

ところで、図-3 や図-4 を見ると、マクロ縦分散長の結果とは異なり、マクロ横分散長の推移状態は時間モーメント法と空間モーメント法で大きく相違していることがわかる。式 (15) と式 (16) にて表されるように、時間モーメント法によるマクロ横分散長推定では評価断面を通過した際の初期位置からの粒子変位量を利用している。図-3 や図-4 に示した解析ケースでは、透水係数の相関距離に対して 0.05 倍の横分散長を採用しているため、成層地盤であっても各粒子の鉛直方向への変位量は小さく、結果として入力パラメータとほぼ同一の推定結果が得られたと考えられる。これは均質地盤

において、時間・空間モーメント法によりマクロ分散 A_{11} から A_{33} を推定すると、解析入力値として採用した縦分散長 α_L と横分散長 α_T にそれぞれ一致する¹⁵⁾ ことと同様の理由である。他方、式 (20) にて表されるように、空間モーメントに関しては粒子群の分布状態と初期位置からの移行距離の関係から方向に関係なくマクロ分散長を導出できるため、 z 軸に沿って線状に初期分布した粒子群のマクロ横分散長は見かけ上、大きく評価され、粒子群の移行とともに図-5 のように流速分布に依存した分布形態となるため、横分散への変位量の小ささと相まって、マクロ横分散長は減少傾向になると推察される。

したがって、既定の断面にて、ある地点に放出された溶質を捉えることにより、つまりは、流れ方向と垂直に配置した複数の観測点にて時系列での溶質濃度変化を捉えることにより、時間モーメント法を用いて対応するスケールに応じたマクロ分散長を推定できると考えられる。一方で、フィールドにおける複数の観測点を利用した同時濃度計測のように、対象溶質の空間分布を得られるような状況⁵⁾ では、空間モーメント法を用いたマクロ分散長の推定ができると言える。

3.3 アップスケールと不均質性の影響

縦方向、ならびに、横方向のマクロ分散に及ぼす透水係数分布のアップスケールの影響について検討するため、1.0 の不均質性を有する放物型モデルにて推定されたマクロ縦分散長の変動結果を図-6 に示す。図中の TPM と SPM はそれぞれ時間モーメント法と空間モーメント法により導出された結果を意味している。また、横分散量に応じたマクロ分散長の変化を調べるため、粒子追跡解析に使用する横分散長 α_T を相関距離と同じ 0.2 m に設定することで、鉛直方向への変位量を大きく想定したケースの結果を合わせてプロットする。その際、縦分散長 α_L と横分散長 α_T の比を変更しないように、縦分散長は 2.0 m に設定して解析している。

図-6 に見られるように、解析入力値に採用する分散長の大きさを変えることにより、時間モーメント法から推定されるマクロ縦分散長には変化が生じている一方で、分散長の設定値に関わらず、空間モーメント法にて推定されるマクロ縦分散長はほぼ同じ変化を示している。時間モーメント法による評価に際しては、式 (13) にて表されるように、評価断面を通過する粒子群の時間的ばらつきを示す 2 次中心時間モーメントが分散推定に大きく寄与する。縦分散長の設定値に応じて溶質移行の時間的ばらつきは変化することから、時間モーメント法による推定結果には分散長の影響が顕著に現れたと考えられる。空間モーメント法では粒子群の空間分布に基づいてマクロ分散を推定するため、不均質性の小さい地盤の場合には設定した分散長の影響が発現するのに要する移行距離は比較的長くなると推察さ

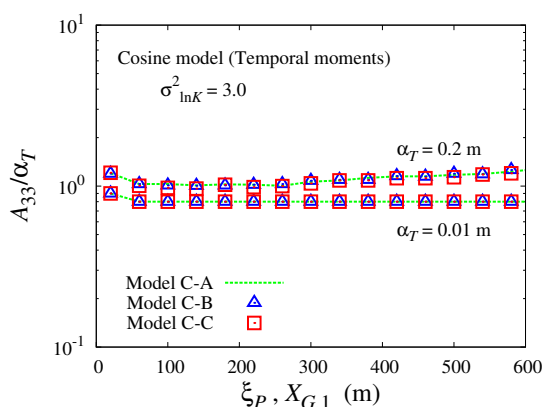


図-8 時間モーメント法による余弦型モデルのマクロ横分散長推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

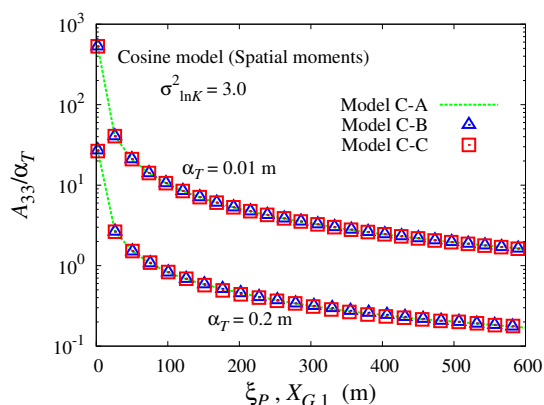


図-9 空間モーメント法による余弦型モデルのマクロ横分散長推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

れる。この点について確認するため、図-7 に 3.0 の不均質度の下で推定されたマクロ縦分散長の変化を示す。空間モーメント法によるマクロ縦分散長の推移は図-6 よりも短い移行距離の段階で開きが生じており、浸透場の不均質度に推定結果は依存することがわかる。

ところで、図-6 と図-7 に示すいずれの結果に対してもマクロ分散長へ与える透水係数のアップスケールの効果は小さいことがわかる。また、図示していないものの、この点は余弦型モデルについても同様の結果となっている。これは図-2 に示すように、段階的に増加、あるいは減少する成層地盤を対象としているため、アップスケールした透水係数分布と基準となる透水係数分布に顕著な相違のない点が要因であると推察される。

次に、マクロ横分散の変化を調べるため、余弦型モデルに対して時間モーメント法により得られたマクロ横分散長の変動結果を図-8 に示す。マクロ縦分散の結果と同様に、放物型と余弦型に対するマクロ横分散の推定結果は両者に顕著な差が見られなかったため、余弦型モデルの結果のみを代表的に図示している。横分散長の小さいケースでは、いずれの評価断面においても設定値とほぼ同一のマクロ横分散値が得られている。対象とする流れ場は x 軸に平行した流速ベクトル場で

あるため、鉛直方向に流速ベクトルのノルムは変化するものの、流速ベクトルの鉛直成分はゼロである。そのため、鉛直方向への溶質混合は横分散長によって支配されることから、小さい横分散長の条件下では、隣接層への粒子移動はあまり生じない。したがって、評価断面にて推定されるマクロ横分散長 A_{33} と横分散長 α_T はほぼ同じ値になると考えられる。しかしながら、横分散長を相関距離と同じ 0.2 m に設定した場合には、粒子群の初期位置から離れるほど、マクロ横分散長は徐々に増加する傾向にある。これは横分散長の値を大きくとることによって、隣接する層へ粒子が移行する、あるいは隣接層に存在する粒子が流入する状況が促進されるため、横分散量に変化が生じ、マクロ横分散長 A_{33} は横分散長 α_T よりも大きく評価されると推測される。

図-8 と同一の地盤条件に対して、空間モーメント法により導出されたマクロ横分散長の結果を図-9 に示す。時間モーメント法の結果とは大きく異なり、移行距離とともにマクロ横分散長は急激に低下することがわかる。これは領域の帯水層の厚さにより鉛直方向への粒子移動は制限されるため、横分散方向の粒子群のばらつきは移行距離の増加とともに一定値に漸近することが要因である。以上の議論から、時間モーメント法と空間モーメント法により得られるマクロ分散の変動は顕著に異なると言える。

3.4 トラベル時間へ及ぼすアップスケールの影響

これまでの議論より、対象とした成層地盤のアップスケール化はマクロ分散長の推定にはあまり影響していないと言える。しかしながら、アップスケールの有無に応じて流速分布にはわずかな相違が生じることから、粒子の隣接層への流入確率は変動し、結果的に粒子群のトラベル時間はアップスケールの効果を受けると予想される。そこで、放物型モデルにて最も不均質性の小さい場を対象に、粒子群のトラベル時間とトラベル距離を求め、得られた関係を図-10 に示す。図中の縦軸と横軸はそれぞれ無次元化したトラベル時間とトラベル距離であり、次式により求められる。

$$X_t = \frac{\xi_P}{\lambda}, \quad T_t = TI_\beta \frac{K_g J}{\lambda n_p} \quad (21)$$

ここに、 X_t は粒子群のトラベル距離、 T_t は粒子群のトラベル時間、 λ は相関距離、 TI_β は評価断面を通過する粒子群の累積質量の β パーセントに相当する時間、 K_g は透水係数分布の幾何分散、 J は動水勾配、 n_p は間隙率である。

図-10 に示すように、評価断面での累積質量の 5% と 50%, 95% に対応する時間 TI_β をプロットしており、不均質度ならびに分散長が小さいことから、各 TI_β 値はアップスケールの程度に関わらず、同じ変動結果となっている。そこで、同じ放物型モデルにおいて、不均質

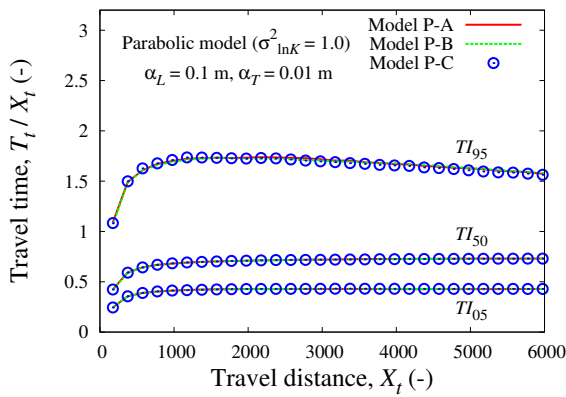


図-10 放物型モデルにおけるトラベル距離とトラベル時間の関係 ($\sigma_{\ln K}^2 = 1.0$) .

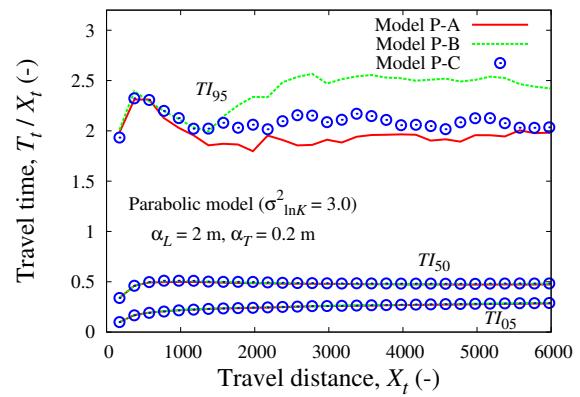


図-12 放物型モデルにおけるトラベル距離とトラベル時間の関係 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

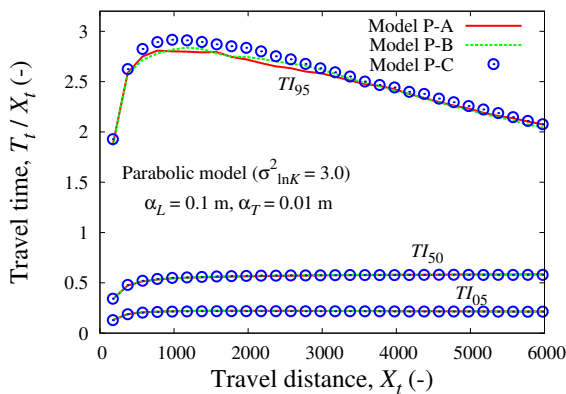


図-11 放物型モデルにおけるトラベル距離とトラベル時間の関係 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

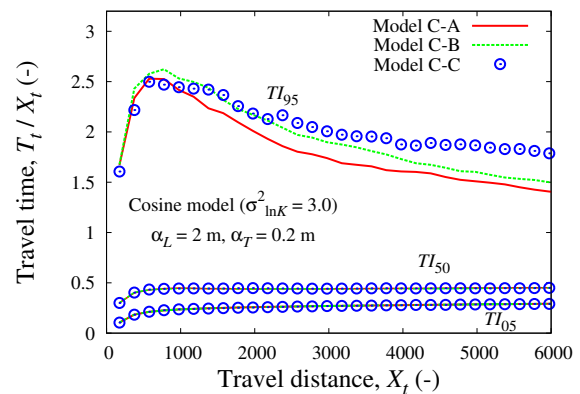


図-13 余弦型モデルにおけるトラベル距離とトラベル時間の関係 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

度の高い地盤の結果を図-11に示す。図-11に見られるように、アップスケールの効果は TI_{05} と TI_{50} には生じていないものの、95%の累積質量を表す TI_{95} ではアップスケールの程度によりわずかに相違が見られる。これはアップスケール化に伴って各層の透水係数に変化が生じると、透水係数の異なる層を行き来する粒子数に影響するため、粒子のトラベル時間に波及すると推測される。

アップスケール化に伴う透水係数の変化と粒子群輸送の関係は分散長の値に依存すると考えられることから、図-12に分散長を大きく設定した場合でのトラベル距離とトラベル時間の関係を示す。また、比較として、同じ不均質度を有する余弦型モデルにて得られた結果を図-13に示す。図-12や図-13に見られるように、分散長の設定値に敏感に反応して TI_{95} の値は複雑に変動し、アップスケールの効果は TI_{95} に強く現れることがわかる。この知見は、ある地点における汚染物質の回収時間を見積もる状況に応用できると考えられ、 TI_{50} 値が示す平均的な回収時間は透水係数分布のモデル化に依存しないものの、物質回収の終局状態の指標となり得る TI_{95} 値は透水係数モデルに応じて異なることが示唆される。

4. フィールドへの適用

4.1 サイトの概略と解析設定

前述のように、透水係数の値が鉛直方向とともに単調に増加あるいは減少する場においては、アップスケールのマクロ分散に及ぼす影響は小さいものの、溶質のトラベル時間に与える影響は大きい。一方で、実フィールドにおける透水係数分布は鉛直方向へ不規則に増減を繰り返すため、アップスケールの程度に応じて溶質の移流分散挙動には変化が生じ、結果として、マクロ分散の推定値やトラベル時間に反映されることが考えられる。そのため、本研究ではオランダのデンハーグ近郊のサイト²³⁾を対象として、サイトにて得られた透水係数分布を基に、アップスケール化したモデルを用いて溶質のマクロ分散挙動を評価する。図-14に示すように、 x 方向に約120 m、 y 方向に140 m、帯水層の厚さは19 mの規模を有するサイトであり、地表面付近に厚い粘土層が存在することから被圧状態と見なす²³⁾。また、サイト内の観測点SW1とSW2にて図-15に示すように、鉛直方向の透水係数分布が測定されており、透水係数の幾何平均と幾何分散 $\sigma_{\ln K}^2$ はそれぞれ0.82 m/dayと0.2であり、間隙率は0.34である。

表-3 フィールドを対象としたランダムウォーク粒子追跡解析に用いるパラメータ

間隙率 n_p (-)	0.34	動水勾配 J (-)	0.1	相関距離 λ (m)	0.5
縦分散長 α_L (m)	0.01, 2.0	横分散長 α_T (m)	0.001, 0.5	遅延係数 R (-)	1.0
粒子数	10^5	粒子質量 m (g)	1.0×10^{-3}	時間ステップ Δt (day)	1.0

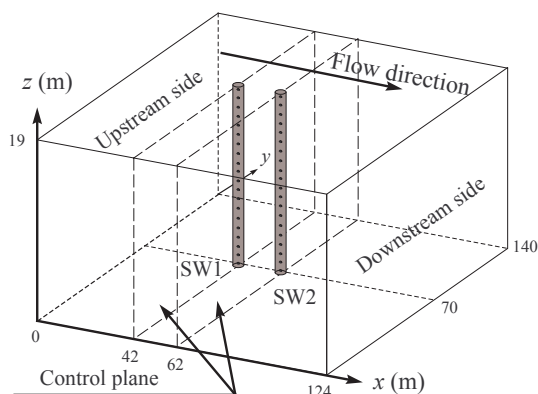


図-14 対象フィールドの概略図.

本解析では、Uffink が推定した成層地盤モデル²³⁾を用いて、透水係数の等方性を仮定した上で、各層の厚さを 0.5 m として z 軸方向に 38 層から成る地盤 (Model D-A と記す) を扱う。また、対象地盤の不均質度は比較的小さいため、地盤モデルの比較を目的として、幾何平均の値が同一で、幾何分散を 3.0 に変えた成層地盤を解析対象とする。図-15 に対象地盤の鉛直方向の透水係数分布を示す。さらに、透水係数分布のアップスケール化を図るため、2 層ごとに幾何平均をとることで、19 層から成る地盤 (Model D-B と記す) を扱う。図-16 にアップスケールした鉛直方向の透水係数分布を示す。

対象地盤における透水係数の相関距離は 0.5 m と見なし、前章での解析設定と同様に、各層の流速ベクトルは x 軸と平行するものの、流速ベクトルの鉛直成分はゼロとなる流れ場を形成するため、 $x = 0$ m と $x = 124$ m の面を 0.1 の動水勾配となる水頭境界、その他の面を不透水境界に設定する。また、文献²³⁾に基づき、縦分散長と横分散長をそれぞれ 0.01 m と 0.001 m に設定するものの、溶質の変位量を比較したこれまでの議論を踏まえて、縦分散長を 2.0 m、横分散長を 0.5 m に変えた条件についても解析対象とする。さらに、 10^5 個から成る粒子群を $x = 24$ m の位置に、 $z = 3$ m から $z = 16$ m の範囲で一様に分布させて粒子群の初期配置とし、1 日の時間ステップごとに粒子群の移動を追跡する。透水係数のデータが得られた観測点 SW1 と SW2 を含めて、時間モーメント法の評価対象となる評価断面は $x = 32$ m から $x = 100$ m の範囲に約 10 m 間隔で設置する。表-3 にランダムウォーク粒子追跡解析に用いるパラメータを列記する。

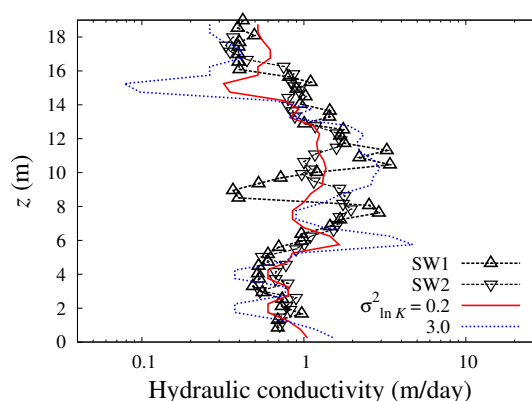


図-15 対象フィールドの透水係数の鉛直分布.

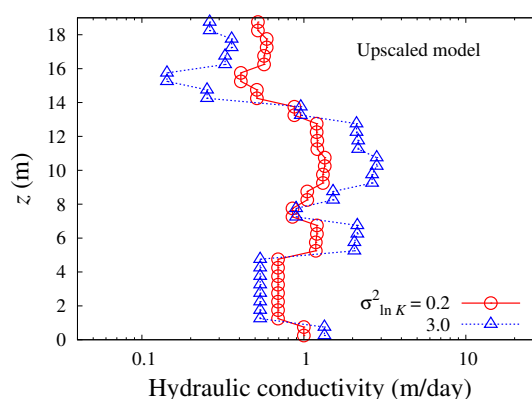


図-16 アップスケールした透水係数の鉛直分布.

4.2 アップスケールの効果

アップスケール化に伴う対象サイトのマクロ縦分散の変化を捉えるため、不均質度の大きい場に対して時間モーメント法により推定されたマクロ縦分散長の結果を図-17 に示す。これまでの議論と同様に、また、井上³¹⁾が示すように、空間モーメント法によるマクロ分散推定は可能であるが、空間モーメント法では評価できる領域が限定されるため、時間モーメント法に基づくマクロ分散の推移を示す。

図-17 より、設定した分散長の条件に関わらず、アップスケールをしない地盤よりもアップスケールした地盤のマクロ縦分散長は小さく評価される傾向にあることが見て取れる。これは図-16 に示されるように、固有の透水性を有していた層同士がアップスケールに伴い連結することで、浸透場全体として、透水係数の鉛直方向へのばらつきが減少したこと起因すると考えられる。マクロ分散による粒子分布の空間変動は透水

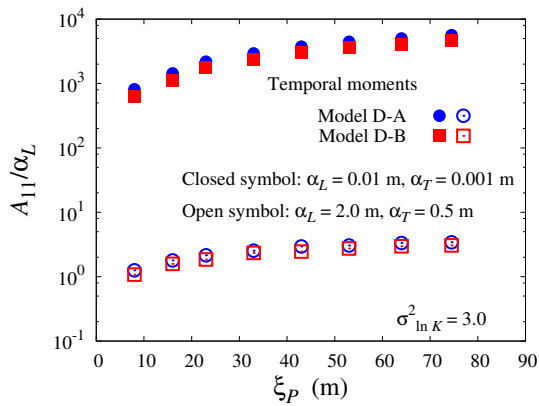


図-17 時間モーメント法によるマクロ縦分散長の推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

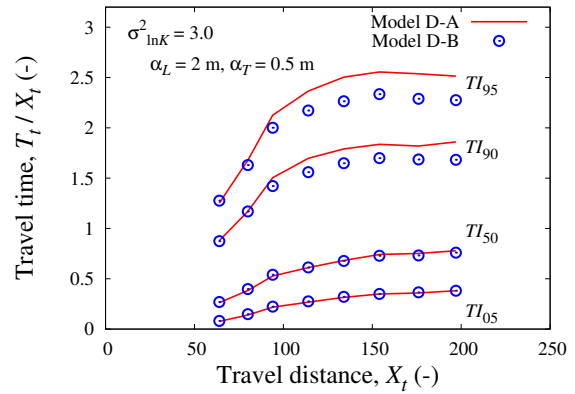


図-20 トラベル距離とトラベル時間の関係 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

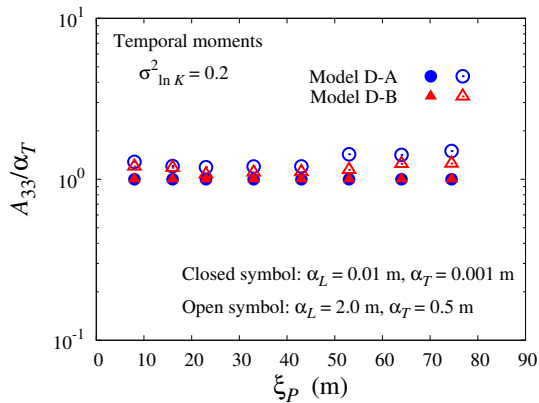


図-18 時間モーメント法によるマクロ横分散長の推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 0.2$) .

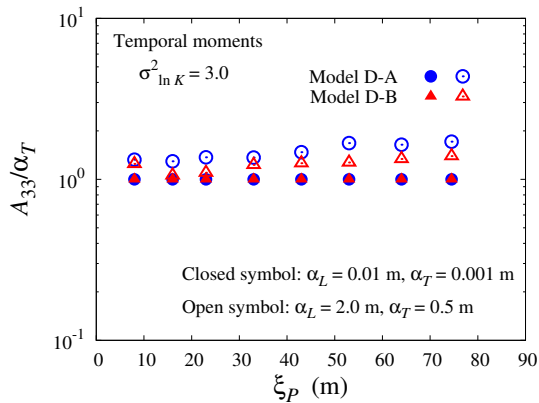


図-19 時間モーメント法によるマクロ横分散長の推定結果 ($\sigma_{\ln K}^2 = 3.0$) .

係数の差異に強く依存するとともに、マクロ分散の度合いは地盤の不均質度と呼応する傾向にある^{2),31)}。したがって、アップスケールによる透水係数分布のばらつきの低下はマクロ分散の減少につながると言える。

前章までの議論も含めて、対象地盤の層構成では、流下方向、ならびに水平方向への透水性の変化は考慮していないため、透水係数分布のアップスケール化は鉛直方向の横分散に強く関与すると考えられる。粒子群

の輸送に応じたマクロ横分散長の推移を観察するため、不均質度の低いケースに対するマクロ横分散長の推定結果を図-18に、不均質度の高いケースの結果を図-19に、それぞれプロットする。横分散長を0.001 mに設定した場合には、横方向への粒子変位量は0.5 mの層厚に比べてかなり小さくなるため、いずれの評価断面においてもマクロ横分散長の推定結果は横分散長に一致する。一方、横分散長の設定値を相関距離と同じ0.5 mに変えることにより、溶質の横分散量は増加するだけでなく、粒子群の移行とともに複数の層を遷移する確率が上昇することから、粒子群の初期配置位置から遠くにある評価断面ほどマクロ横分散長は大きく推定される結果となる。この点是不均質度の大きい場合ほど顕著に表れており、鉛直方向の流速成分がゼロとなる場では成層地盤を構成する透水係数の分布は縦分散よりも横分散に強く影響すると言える。

さらには、トラベル時間へ与えるアップスケールの影響について考察するため、各評価断面にて得られた粒子群の通過累積質量、ならびに、式(21)に基づいて算定されたトラベル時間とトラベル距離の関係を図-20に示す。図中には、 TI_{05} と TI_{50} 、 TI_{95} に加えて、 TI_{90} に関する変化も記している。前章の結果と同様に、平均的なトラベル時間となる TI_{50} まではアップスケールの効果は発現しないものの、 TI_{90} や TI_{95} ではアップスケール化の影響が顕著に表れている。このことから、アップスケール化による透水係数分布の変化は粒子のトラベル時間に反映され、結果として、粒子群の移行過程におけるテーリング現象に大きく寄与すると考えられる。

4.3 不均質移行モデルの差異

これまでの議論より、アップスケールによる鉛直方向の透水係数の変化は、特に粒子群の鉛直方向への移動量に影響すると言える。本研究では、式(10)と式(11)により表されるHoteitらによる不均質場の移行モデル²⁹⁾を採用しているものの、各層の有する流速や

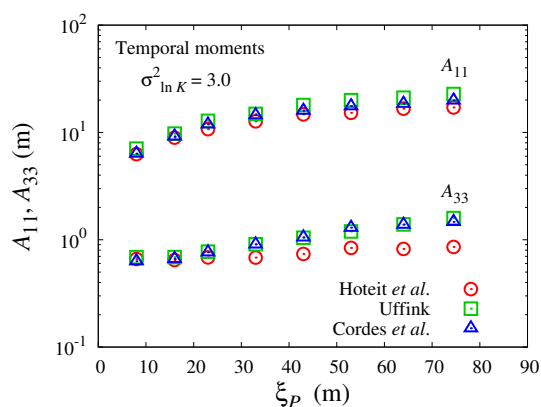


図-21 不均質移行モデルによるマクロ分散推定結果の差異.

分散長の差異は分散係数の差異につながり、粒子群の移行挙動に反映されることから、層を移行する粒子のモデル化に関する議論は続いている³⁵⁾。

隣接する層への粒子移動の確率に関する代表的なモデルとして、Uffink は粒子の存在する層に留まる確率を次式により表した^{19),23)}。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1} - \sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (22)$$

また、Cordes らは Uffink のモデルを改良した次式のモデルを提唱している³⁶⁾。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1} - \sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1}} \quad (23)$$

Hoteit らのモデルを含めて、縦方向と横方向のマクロ分散長の推定結果を比較するため、3種類の移行モデルを用いて、不均質度 3.0 の地盤にて粒子追跡解析を追加して実施し、得られた結果を図-21 に示す。Uffink や Cordes らのモデルを採用した場合、得られるマクロ分散長は Hoteit らのモデルよりも大きく推定されることがわかる。これは図-22 に示すように、粒子の存在する層の分散係数 D_1 と移行対象となる層の分散係数 D_2 の比に応じて導出される、粒子の位置する層への滞在確率 P_1 はモデルごとに異なるのが要因である。したがって、長期にわたる溶質移行や移行距離の大きい場を対象とする場合には、アップスケール化の議論に加えて、溶質の輸送現象を記述するモデルに関しても検討が望まれる。

5. 結論

本研究では、理想的な成層地盤、ならびに、フィールドの透水係数分布を反映した成層地盤を対象としてランダムウォーク粒子追跡解析を実施するとともに、時間モーメント法ならびに空間モーメント法を適用することで、縦方向と横方向のマクロ分散長を推定した。また、溶質のトラベル時間に関しても検討し、溶質挙動に及ぼすアップスケールの効果について議論した。

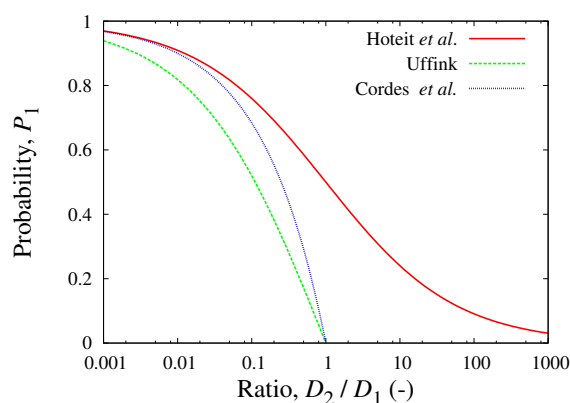


図-22 不均質移行モデルの差異.

本研究にて得られた知見をまとめると以下のようになる。

1. 時間モーメント法により得られたマクロ縦分散長の値は既往の解析解とよく符合した。また、粒子群の移行距離に応じたマクロ縦分散長の変化を捉えた場合、評価状況の差異に起因して、時間モーメント法と空間モーメント法の推定結果には相違が生じた。
2. 成層地盤において、流速ベクトルの鉛直成分がゼロとなる流れ場を対象とした場合、時間モーメント法により得られるマクロ横分散長は評価断面の位置に関わらず、解析入力値として採用した横分散長とほぼ同じ値で推定された。また、横分散長を大きく見積もることで、層同士を移行する粒子移動が促進されるため、マクロ横分散長は移行距離とともにわずかに増加する傾向となった。一方で、帯水層厚に起因して粒子群の横分散移動量が制限されるため、空間モーメント法から得られるマクロ横分散長は移行距離とともに減少する結果となった。
3. オランダ・デンハーグのサイトにて得られた透水係数分布を用いて成層地盤を形成し、マクロ分散長を推定した。その結果、透水係数分布のアップスケールに伴い、縦方向・横方向のマクロ分散長は小さくなる結果が得られた。一方で、横分散長の値に依存して、粒子群の移行距離が長くなるとともに、マクロ横分散長は増加することがわかった。
4. 透水係数分布のアップスケール化はマクロ分散にはあまり影響しない一方で、トラベル時間には大きく影響し、特に、90%、ならびに、95%の粒子群が評価断面を通過する時間に大きく寄与することがわかった。
5. マクロ分散長の推定結果は採用する不均質移行モデルに依存し、特に、鉛直方向に流れが生じない成層地盤での溶質移動に対しては、マクロ縦分散よりもマクロ横分散に不均質移行モデルは影響を及ぼすことがわかった。

参考文献

- 1) Deutsch, C.V. and Journel, A.G.: *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*, Oxford University Press, 340p., 1992.
- 2) Gelhar, L.W. and Axness, C.L.: Three-dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers, *Water Resour. Res.*, 19(1), pp.161–180, 1983.
- 3) Dagan, G.: Solute transport in heterogeneous porous formations, *J. Fluid Mech.*, 145, pp.151–177, 1984.
- 4) Sudicky, E.A.: A natural gradient tracer experiment on solute transport in a sand and gravel aquifer: Spatial variability of hydraulic conductivity and its role in the dispersion process, *Water Resour. Res.*, 22(13), pp.2069–2082, 1986.
- 5) Freyberg, D.L.: A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer 2. Spatial moments and the advection and dispersion of nonreactive tracers, *Water Resour. Res.*, 22(13), pp.2031–2046, 1986.
- 6) LeBlanc, D.R., Garabedian, S.P., Hess, K.M., Gelhar, L.W., Quadri, R.D., Stollenwerk, K.G. and Wood, W.W.: Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts: 1. Experimental design and observed tracer movement, *Water Resour. Res.*, 27(5), pp.895–910, 1991.
- 7) Garabedian, S.P., LeBlanc, D.R., Gelhar, L.W. and Celia M.A.: Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts: 2. Analysis of spatial moments for a nonreactive tracer, *Water Resour. Res.*, 27(5), pp.911–924, 1991.
- 8) Indelman, P. and Dagan, G.: Upscaling of permeability of anisotropic heterogeneous formations 1. The general framework, *Water Resour. Res.*, 29(4), pp.917–923, 1993.
- 9) Poley, A.D.: Effective permeability and dispersion in locally heterogeneous aquifers, *Water Resour. Res.*, 24(11), pp.1921–1926, 1988.
- 10) Sánchez-Vila, X., Girardi, J.P. and Carrera, J.: A synthesis of approaches to upscaling of hydraulic conductivities, *Water Resour. Res.*, 31(4), pp.867–882, 1995.
- 11) Dagan, G.: Dispersion of a passive solute in non-ergodic transport by steady velocity fields in heterogeneous formations, *J. Fluid Mech.*, 233, pp.197–210, 1991.
- 12) Fernández-García, D., Rajaram, H., and Illangasekare, T.H.: Assessment of the predictive capabilities of stochastic theories in three-dimensional laboratory test aquifer: Effective hydraulic conductivity and temporal moments of breakthrough curves, *Water Resour. Res.*, 41, W04002, 2005.
- 13) Gelhar, L.W., Welty, C. and Rehfeldt, K.R.: A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers, *Water Resour. Res.*, 28(7), pp.1955–1974, 1992.
- 14) Lawrence, A.E. and Rubin, Y.: Block-effective macrodispersion for numerical simulations of sorbing solute transport in heterogeneous porous formations, *Adv. Water Resour.*, 30, pp.1272–1285, 2007.
- 15) 井上一哉, 松永尚子, 田中勉: ランダムウォーク粒子追跡法によるマクロ分散評価と流れ条件の影響, 応用力学論文集, 土木学会, 12, pp.895–904, 2009.
- 16) Bear, J.: *Dynamics of fluids in porous media*, Dover Publications, 764p., 1972.
- 17) Rubin, Y., and Gómez-Hernández, J.J.: A stochastic approach to the problem of upscaling of conductivity in disordered media: Theory and unconditional numerical simulations, *Water Resour. Res.*, 26(4), pp.691–701, 1990.
- 18) Indelman, P. and Dagan, G.: Upscaling of permeability of anisotropic heterogeneous formations 2. General structure and small perturbation analysis, *Water Resour. Res.*, 29(4), pp.925–933, 1993.
- 19) Uffink, G.J.M.: A random walk method for the simulation of macrodispersion in a stratified aquifer, *Relation of Groundwater Quality and Quantity*, IAHS Publications, 146, pp.103–114, 1985.
- 20) Turcke, M.A. and Kueper, B.H.: Geostatistical analysis of the Borden aquifer hydraulic conductivity field, *J. Hydrol.*, 178, pp.223–240, 1993.
- 21) Tompson, A.F.B. and Gelhar, L.W.: Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 26(10), pp.2541–2562, 1990.
- 22) 山下亮: 粒子追跡法による物質移行解析法の2重空隙モデルへの適用, 土木学会論文集, 475/III-24, pp.79–88, 1993.
- 23) Uffink, G.J.M.: Analysis of dispersion by the random walk method, *Doctoral Dissertation, Delft University of Technology*, 150p., 1990.
- 24) Salamon, P., Fernández-García, D. and Gómez-Hernández, J.J.: A review and numerical assessment of the random walk particle tracking method, *J. Contam. Hydrol.*, 87, pp.277–305, 2006.
- 25) Tompson, A.F.B.: Numerical simulation of chemical migration in physically and chemically heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 29(11), pp.3709–3726, 1993.
- 26) Lichtner, P.C., Sharad, K. and Bruce, R.: New form of dispersion tensor for axisymmetric porous media with implementation in particle tracking, *Water Resour. Res.*, 38(3), pp.21(1)–21(16), 2002.
- 27) Sykes, J.F., Pahwa, S.B., Lantz, R.B. and Ward, D.S.: Numerical simulation of flow and contaminant migration at an extensively monitored landfill, *Water Resour. Res.*, 18(6), pp.1687–1704, 1982.
- 28) Appuhamillage, T., Bokil, V., Thomann, E., Waymire, E. and Wood, B.: Occupation and local times for skew brownian motion with applications to dispersion across an interface, *Ann. Appl. Probab.*, 21(1), pp.183–214, 2011.
- 29) Hoteit, H., Mose, R., Younes, A., Lehmann, F. and Ackerer, Ph.: Three-dimensional modeling of mass transfer in porous media using the mixed hybrid finite elements and the random-walk methods, *Math. Geol.*, 34(4), pp.435–456, 2002.
- 30) Fernández-García, D., Illangasekare, T.H. and Rajaram, H.: Differences in the scale-dependence of dispersivity estimated from temporal and spatial moments in chemically and physically heterogeneous porous media, *Adv. Water Resour.*, 28, pp.745–759, 2005.
- 31) 井上一哉, Uffink G.J.M., 田中勉: 成層地盤のマクロ分散に及ぼす物理的・化学的不均質性の影響に関する粒子追跡アプローチ, 水工学論文集, 54, pp.607–612, 2010.
- 32) Fadili, A., Ababou, R. and Lenormand, R.: Dispersive particle transport: Identification of macroscale behavior in heterogeneous stratified subsurface flows, *Math. Geol.*, 31(7), pp.793–840, 1999.
- 33) Naff, R.L., Haley, D.F. and Sudicky, E.A.: High-resolution Monte Carlo simulation of flow and conservative transport in heterogeneous porous media: 1. Methodology and flow results, *Water Resour. Res.*, 34(4), pp.663–677, 1998.
- 34) Güven, O., Moltz, J.M. and Melville, J.G.: An analysis of dispersion in a stratified aquifer, *Water Resour. Res.*, 20(10), pp.1337–1354, 1984.
- 35) Ramirez, J.M., Thomann, E., Waymire, E.C., Chastanet, J. and Wood, B.D.: A note on the theoretical foundation of particle tracking methods in heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 44, W01501, 2008.
- 36) Cordes, C., Daniels, H. and Rouve, G.: A new very efficient algorithm for particle tracking in layered aquifers, *Proc. Inter. Conf. on Computer Methods and Water Resources*, pp.41–55, 1991.

(2011年3月8日受付)