



飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築

野村, 瞬 ; 河井, 克之 ; 角井, 駿祐 ; 橘, 伸也 ; 金澤, 伸一 ; 飯塚, 敦

(Citation)

土木学会論文集A2 (応用力学) , 67(2):I_231-I_240

(Issue Date)

2011

(Resource Type)

journal article

(Version)

Version of Record

(Rights)

©2011 公益社団法人 土木学会

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/90003360>



飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築

Transfer model of water-soluble material in saturated/unsaturated ground

野村瞬¹・河井克之²・角井駿祐³・橘伸也⁴・金澤伸一⁵・飯塚敦⁶

Shun NOMURA, Katsuyuki KAWAI, Shunsuke KAKUI,

Shinya TACHIBANA, Shinichi KANAZAWA and Atsushi IIZUKA

¹ 工修, 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

² 工博, 神戸大学准教, 都市安全研究センター (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

³ 工学士, 京都市役所 (〒604-0925 京都市中京区寺町通御池上る上本能寺前町 488)

⁴ 工博, 埼玉大学助教, 地圏科学研究センター (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)

⁵ 工博, 中央大学助教, 都市環境学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

⁶ 工博, 神戸大学教授, 都市安全研究センター (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

The ground pollution is one of the most serious environmental issues all over the world now. Industrial wastes discharged from various human activities infiltrate to the ground, diffuse and damage to plants and animals indirectly. Therefore, it is strongly requested to know the transfer behavior of contaminant movement in the ground. In this study, continuous equations and advection-dispersion equation are derived from mass conservation laws in soil, water, air and dissolved material phases. These governing equations are applied to the constitutive model for unsaturated soil and formulated in the framework of the initial boundary value problems with the finite element method. The soil/water/air coupled analysis program, DACSAR-M_ad, applied mass transfer equation to is coded. Here, the mass within the ground due to loading is simulated with this code.

Key Words: ground pollution, advection-dispersion, soil/water/air coupled analysis

1 はじめに

現在, 人体や植生に害のある物質が地盤に漏出する土壤汚染は, 全世界的に深刻な環境問題となっている。一旦有害物質が地盤に浸透すると, それらは地盤が晒されている自然条件・人間活動により地盤内を様々に移動する。世界規模での被害を鑑みて, 2001 年には「残留性有機汚染物質に関するストックホルム条約」が採択され, 現在 140 を超える国と地域がこれに加入し, 土壤汚染被害に対する調査・研究および対策方の検討といった世界的気運も高まっている。

図-1 に土壤汚染の概念図を示す。地盤内に溶解した汚染物質は地盤内外の様々な影響を受け(荷重による変形・降雨, 蒸発散による水頭変化など), 地盤内を移動・拡大する。そのため, 地盤内に溶解した有害物質の挙動評価は, 本来, 地盤状態を示す指標である応力や水分, 空気圧状態を考慮した上で行う必要がある。そこで, 本研究では地盤内で発生する溶解物質移動・拡大を「地盤内溶解物質移流分散現象」として捉え, 様々な要因によって引き起こされる土壤汚染を定量的に記述できる手法の模索を行った。

既存の多くの移流分散方程式は地盤の変形を無視して定式化されていることが多いが, 地盤形状は本来荷重条件や水分状態により逐次変化するため, 溶解物質の移動把握には変形項の表現が必要だと考えられる。また, 移流分散方程式に変形の項が考慮されていたとしても, 変形と浸透,

物質移動が独立して扱われており, 連成問題として定式化されていない^{1), 2)}。藤川ら³⁾は従来の不飽和土/水連成有限要素解析の枠組みに移流分散方程式を組み込むことで, 地盤の変形も考慮に入れた移流分散問題として定式化を行っている。このモデルでは使用者が不飽和土構成モデルを自由に選定し適用することが可能になっている。

本研究では, 土/水/空気溶解物質各相の質量保存則から地盤変状に対応可能な連続条件式, 移流分散方程式を導出し, それらをアイソパラメトリック要素^{4), 5)}をもちいて離散化し, 地盤内溶解物質挙動予測が可能な有限要素解析コードを作成した。これまで地盤の諸物性値は要素内で一定

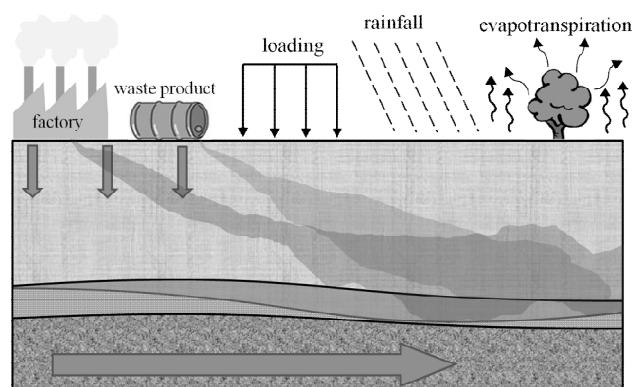


図-1 土壤汚染概念図

の値となっていたが、アイソパラメトリック要素の導入により、各節点において値を持つことが可能になり、より精緻な計算が可能になっている。また、藤川らの離散手法で問題とされていた移流項の卓越を回避し、理論解との整合性向上も目的としている。本数値モデルは、複雑な地盤状態の変化によって生じる物質移動現象をより精緻に、総合的に評価できる理論になっている。

2 物質移動を考慮した土／水／空気連成問題の定式化

地盤中における複雑な溶解物質の挙動を表現するために必要な種々の支配方程式の導出過程、有限要素法への適用手法を示す。また本研究で用いた不飽和土構成モデル、及び水分特性曲線を示す。

2.1 連続条件式および物質輸送方程式の導出

地盤内の物質移動を表現するには図-2 に示すような地盤相モデルにおいて各相の挙動を表現できる支配方程式が必要になる。本研究では、実密度に基づいた質量保存則から各支配方程式の導出を行った。なお、支配方程式導出に際し、以下の変数・条件の設定を行った。

- 1) 温度 $t^{\circ}\text{C}$ に溶解する溶質の飽和溶解度を $\gamma[\text{g/gH}_2\text{O}]$ とする。
- 2) 溶液の濃度は飽和溶液濃度を 1 として正規化した比濃度 c を用いる。
- 3) 溶質は水溶性物質であり、「溶液体積＝溶媒体積」とする。
- 4) 固相、液相は非圧縮性 $\dot{\rho}_s=0, \dot{\rho}_w=0$ とする。

1)～4) より γ と c は温度 $t^{\circ}\text{C}$ 一定条件の下で図-3 のように表すことができる。このことから溶媒、溶質、溶液の質量 (M_w, M_c, M_f) には以下の比例関係が成り立つ。

$$M_w : M_c : M_f = 1 : \gamma c : (1 + \gamma c) \quad (1)$$

式 (1) 及び仮定から溶液密度 ρ_f と溶媒密度 ρ_w には以下

の関係が成り立つ。

$$\rho_f = (1 + \gamma c) \rho_w \quad (2)$$

以上から図-2 の固相、液相、溶液相、気相のモデルにおいて、各相における実密度に基づいた質量保存則は以下のように表せる。

$$\int (\dot{\rho}_s + \bar{\rho}_s \nabla \cdot \mathbf{v}_s) dV = 0, \bar{\rho}_s = (1 - n) \rho_s \quad (3)$$

$$\int (\dot{\rho}_f + \bar{\rho}_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f) dV = 0, \bar{\rho}_f = n S_r \rho_f \quad (4)$$

$$\int (\dot{\rho}_a + \bar{\rho}_a \nabla \cdot \mathbf{v}_a) dV = 0, \bar{\rho}_a = n(1 - S_r) \rho_a \quad (5)$$

$$\int (\dot{\rho}_c + \bar{\rho}_c \nabla \cdot \mathbf{v}_c) dV = 0, \bar{\rho}_c = n S_r \gamma c \rho_w \quad (6)$$

ここに $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_f, \mathbf{v}_a, \mathbf{v}_c$, $\bar{\rho}_s, \bar{\rho}_f, \bar{\rho}_a, \bar{\rho}_c$ は固相、液相、気相、溶液相における実速度及び実密度、 n は間隙率、 S_r は飽和度を示す。

式 (3) を展開・整理すると、

$$\dot{n} = (1 - n) \nabla \cdot \mathbf{v}_s \quad (7)$$

が得られる。また、圧縮方向を正とすると、固相の圧縮性は

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = -\dot{\epsilon}_v \quad (8)$$

と表すことができる。

(1) 固相と液相の連続条件式の導出

式 (4) に式 (7),(8) を代入する。さらに、

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_f = \{ (1 + \gamma c) \rho_w \} = \gamma c \dot{\rho}_w \text{ を考慮すると,} \\ -\dot{\epsilon}_v S_r \rho_f + n \dot{S}_r \rho_f + n S_r \gamma c \dot{\rho}_w \\ + n S_r \rho_f \nabla \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

と表される。式 (9) の左辺第 4 項は合成関数であることを考慮して、

$$\begin{aligned} n S_r \{ \nabla \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \} = \nabla \cdot \{ n S_r (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \} \\ - \nabla (n S_r) (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) 右辺第 2 項 $\nabla (n S_r)$ は計算値が非常に微小なベク

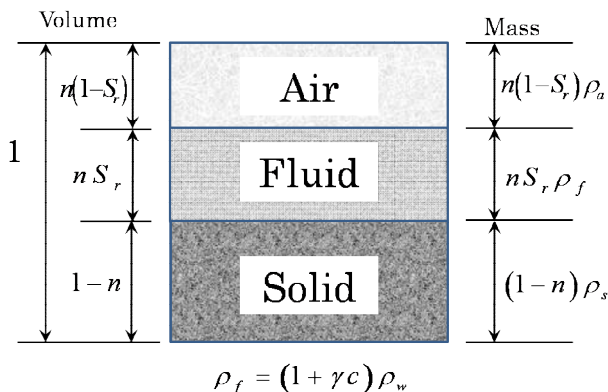


図-2 固相・溶液相・気相のモデル図

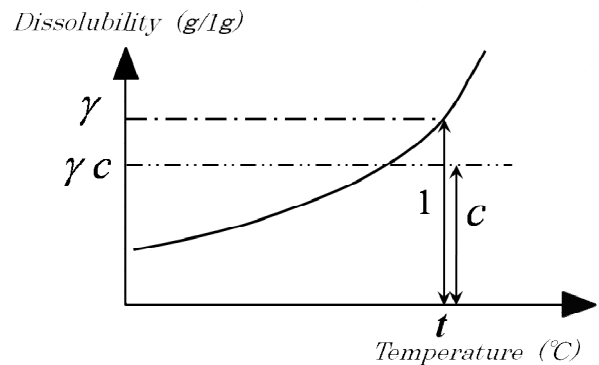


図-3 濃度と飽和溶解量の関係

トルになるので無視できる. さらに $(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$ は固相に対する間隙流体の相対速度である. よって式 (9) は, ダルシー速度 $\tilde{\mathbf{v}}_w$ を用いて整理すると,

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_w = \dot{\varepsilon}_v S_r - n \dot{S}_r - n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} \quad (11)$$

ここに, $\tilde{\mathbf{v}}_w = -k_{rw} \mathbf{k}_w \nabla \cdot h$ (ダルシー速度) (12)

k_{rw} : 相対透水係数, \mathbf{k}_w : 飽和透水係数マトリクス, h : 全水頭である. また

$$k_{rw} = S_e^{1/2} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right\}^2 \quad (13)$$

m : Mualem 定数⁶⁾, S_e : 有効飽和度である.

(2) 気相と固相の連続条件式の導出

式 (5) に式 (7) を代入し整理すると,

$$(1-n)(1-S_r) \rho_a \nabla \cdot \mathbf{v}_s - n \dot{S}_r \rho_a + n(1-S_r) \dot{\rho}_a + n(1-S_r) \rho_a \nabla \cdot \mathbf{v}_a = 0 \quad (14)$$

気相は圧縮性物質であるので以下のような構成則を考慮する.

$$\dot{\rho}_a = \frac{d\rho_a}{dp_a} \dot{p}_a = \frac{\rho_a}{K_a} \dot{p}_a \quad (15)$$

ここで, K_a : 間隙空気の圧縮率, p_a : 空気圧.

式 (14) に固相の圧縮性 (式 (8)) を考慮し, さらに式 (15) を代入すると,

$$\begin{aligned} & -(1-S_r) \dot{\varepsilon}_v - n \dot{S}_r + \frac{n(1-S_r) \dot{p}_a}{K_a} \\ & + n(1-S_r) \{ \nabla \cdot (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) \} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) の左辺第 4 項は合成関数であることを考慮して,

$$n(1-S_r) \{ \nabla \cdot (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) \} = \nabla \cdot \{ n(1-S_r) (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) \} - \nabla \{ n(1-S_r) \} \cdot (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) \quad (17)$$

式 (17) 右辺第 2 項 $\nabla \{ n(1-S_r) \}$ は計算値が非常に微小なベクトルになるので無視できる. さらに $(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s)$ は固相に対する間隙空気の相対速度である. よって式 (16) は, 間隙空気におけるダルシー速度 $\tilde{\mathbf{v}}_a$ を用いて整理すると,

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_a = (1-S_r) \dot{\varepsilon}_v + n \dot{S}_r - \frac{n(1-S_r) \dot{p}_a}{K_a} \quad (18)$$

ここに, $\tilde{\mathbf{v}}_a = -k_{na} \mathbf{k}_a \nabla \cdot p_a$ (19)

k_{na} : 相対透気係数, \mathbf{k}_a : 飽和透気係数マトリクス

$$\text{また } k_{na} = (1-S_e)^{1/2} \left(1 - S_e^{1/m} \right)^{2m} \quad (20)$$

(3) 移流分散方程式の導出

式 (6) に式 (7) を代入し固相の圧縮性を考慮したうえで整理すると,

$$-S_r c \dot{\varepsilon}_v + n \dot{S}_r c + n S_r c \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) = 0 \quad (21)$$

式 (21) の左辺第 4 項は合成関数であることを考慮して,

$$\begin{aligned} n S_r c \{ \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \} &= \nabla \cdot \{ n S_r c (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \} \\ &- \nabla (n S_r) c (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) - n S_r \nabla c (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \end{aligned} \quad (22)$$

式 (22) 右辺第 2, 3 項は計算値が非常に微小なベクトルになるので無視できる.

また, $(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s)$ は

$$(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_f) \quad (23)$$

と分離できる. 式 (23) 右辺第 1, 2 項は移流項 (固相に対する液相の流速) と分散項 (溶液相の速度から液相の速度を除いたもの) に相当する. よって, それぞれ相対速度, フィック則を用いて,

$$n S_r (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = \tilde{\mathbf{v}}_w \quad (24)$$

$$c (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_f) = \mathbf{J} = -\mathbf{D} \nabla c \quad (25)$$

ここに \mathbf{J} : 濃度フラックス, \mathbf{D} : 拡散係数マトリクス.

式 (22) ~ 式 (25) を式 (21) に代入すると,

$$\begin{aligned} & -S_r c \dot{\varepsilon}_v + n \dot{S}_r c + n S_r \dot{c} \\ & + \nabla \cdot (c \tilde{\mathbf{v}}_w) + n S_r (\nabla \cdot \mathbf{J}) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

ここに, 計算課程で導出される $\nabla (n S_r)$ は微小なベクトルなので無視した. ここで, 式 (26) 左辺第 5 項で表される分散項は分子拡散と微視的な機械的分散を合わせて見かけの拡散現象として取り扱い, 拡散係数に加味している.

以上が濃度変化を考慮した支配方程式の導出過程である. 各支配方程式は変形がひずみで一般化して表現されており, 不飽和地盤における複雑な変形挙動を表現する構成モデルを自由に選定することができる. さらに, 飽和度の時間的変化に対応可能な項も存在し, 現実性の高いモデル

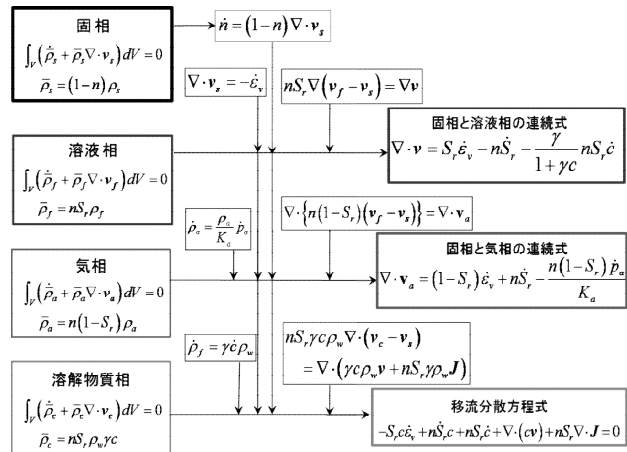


図4 連続条件式・移流分散方程式導出過程

になっていると考える. 支配方程式導出過程のフローチャートを図4に示す.

2.2 有限要素法への適用⁷⁾

前節で得られた移流分散方程式を有限要素法へ適用できるよう, 弱形式化, 空間・時間離散化を行った.

要素モデルにはアイソパラメトリック要素^{4), 5)}を使用した, アイソパラメトリック要素はその特徴として 1) 適切な内挿関数の選定により有限要素解に要求される適合条件を自動的に満たす 2) 要素内部の状態量を形状関数と節点の値から直接内挿するため有限要素定式化が容易 3) 様々な形状の要素に適用できるといった長所をもつ.

(1) 弱形式化

式 (26) を弱形式化するにあたり, 試験関数

$$\forall \delta c \in \{\delta c = 0 \text{ on } S_C\} \quad (27)$$

を考える. また溶媒相に関する境界条件を以下のように設定する.

$$\text{濃度境界} \quad c = \bar{c} \text{ on } S_C$$

$$\text{フラックス境界} \quad n S_r \{c(v_{f_i} - v_{s_i}) + J_i\} n_i = \bar{Q}_c \text{ on } S_{Q_c}$$

$$\text{全境界} \quad S = S_C + S_{Q_c}$$

式 (26) に式 (27) を乗じ領域 V で積分し, ガウスの発散定理, 部分積分を用いて整理すると

$$\begin{aligned} & \int_V S_r c \dot{\epsilon}_i \delta c dV - \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_a c \delta c dV \\ & + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_w c \delta c dV - \int_V n S_r \dot{c} \delta c dV \\ & + \int_V \tilde{v}_{w_i} c \delta c_{,i} dV + \int_V J_i n S_r \delta c_{,i} dV \\ & = \int_{S_{Q_c}} \bar{Q}_c \delta c dS \end{aligned} \quad (28)$$

が得られる. ここで飽和度はサクション $s = p_a - p_w$ のみ
の関数として

$$\dot{S}_r = \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} = \frac{\partial S_r}{\partial s} (\dot{p}_a - \dot{p}_w) \quad (29)$$

と表せるものとした. P_w : 間隙水圧

(2) 空間・時間離散化

有限要素法へ適用するため式 (28) をガラーキン法により離散化する. 図-5 に9 節点四角形アイソパラメトリック要素の一般座標と局所座標の対応を示す. アイソパラメトリック要素内節点数は変位に関するものが9, 全水頭, 空

気圧, 濃度に関するものが4 でありとし, それぞれに対応する内挿関数を $[N], [N_h], [N_a], [N_c]$ とすると,

$$\begin{aligned} \{u\} &= [N] \{u^N\}, \{p_a\} = [N_a] \{p_a^N\}, \\ \{p_w\} &= [N_h] \{p_w^N\}, \{c\} = [N_c] \{c^N\} \end{aligned} \quad (30)$$

さらに節点変位から体積ひずみ, 全水頭から動水勾配, 濃度から濃度勾配を求めるマトリクスを $[B_v], [B_h], [B_c]$

とすると,

$$\begin{aligned} \{\epsilon_v\} &= [B_v] \{u^N\}, \{\text{grad} h\} = [B_h] \{h\}, \\ \{\text{grad} c\} &= [B_c] \{c\} \end{aligned} \quad (31)$$

さらに, ダルシー則及びフィック則より,

$$\begin{aligned} \{\tilde{v}_w\} &= -[k] \{\text{grad} h\} = -[k] [B_h] \{h^N\} = -\left[\frac{k}{\gamma_w}\right] [B_h] \{\gamma_w h^N\} \\ \{J\} &= -[D_d] \{\text{grad} c\} = -[D_d] [B_c] \{c^N\} \end{aligned} \quad (32)$$

式 (28) に式 (30) ~ (32) を代入すると,

$$\begin{aligned} & \int_V \{\delta c^N\}^T [N_c]^T S_r [B_v] \{u^N\} [N_c] \{c^N\} dV \\ & - \int_V \{\delta c^N\}^T [N_c]^T n \frac{\partial S_r}{\partial s} [N_a] \{\dot{p}_a^N\} [N_c] \{c^N\} dV \\ & + \int_V \{\delta c^N\}^T [N_c]^T n \frac{\partial S_r}{\partial s} [N_h] \{\gamma_w \dot{h}^N\} [N_c] \{c^N\} dV \\ & - \int_V \{\delta c^N\}^T [N_c]^T n S_r [N_c] \{\dot{c}^N\} dV \\ & - \int_V \{\delta c^N\}^T [B_c]^T \left[\frac{k}{\gamma_w}\right] [B_h] \{\gamma_w h^N\} [N_c] \{c^N\} dV \\ & - \int_V \{\delta c^N\}^T [B_c]^T [D_d] [B_c] \{c^N\} n S_r dV \\ & = \int_{S_{Q_c}} \{\delta c^N\}^T [N_c]^T \bar{Q}_c dS \end{aligned} \quad (33)$$

$\{\delta c^N\}$ の任意性より, 式 (33) から $\{\delta c^N\}^T$ を除し,

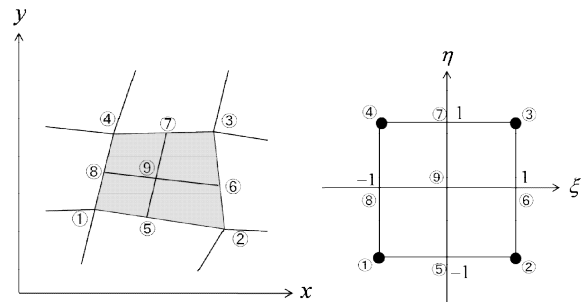


図-5 9 節点四角形要素の一般座標(左)と局所座標(右)

$$\begin{aligned}\{\dot{u}^N\} &= \frac{\{\Delta u^N\}}{\Delta t}, \quad \{\gamma_w h^N\} = \frac{\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{\gamma_w h^N\}|_{t=t}}{\Delta t} \\ \{\dot{p}_a\} &= \frac{\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{p_a^N\}|_{t=t}}{\Delta t}, \quad \{\dot{c}^N\} = \frac{\{c^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\}|_{t=t}}{\Delta t} \\ \{\gamma_w h^N\} &= (1-\theta)\{\gamma_w h^N\}|_{t=t} + \theta\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} \\ \{c^N\} &= (1-\theta)\{c^N\}|_{t=t} + \theta\{c^N\}|_{t=t+\Delta t}\end{aligned}\quad (34)$$

式 (34) を用いて式 (33) を時間離散化すると、

$$\begin{aligned}& \{(K_{CH} - \Delta t K_{CI})\theta - K_{CD}\}\{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \\ &= \Delta t Q_C + \{(-K_{CG} + \Delta t K_{CH})(1-\theta) - K_{CD}\}\{c^N\}|_{t=t}\end{aligned}\quad (35)$$

が得られる。なお、

$$\begin{aligned}& \int_V [N_c]^T S_r [B_r] \{\Delta u^N\} [N_c] dV = K_{CI} \\ & \int_V [N_c]^T n \frac{\partial S}{\partial p_a} [N_a] \left[\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{p_a^N\}|_{t=t} \right] [N_c] dV = K_{CB} \\ & \int_V [N_c]^T n \frac{\partial S}{\partial p_w} [N_w] \left[\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{\gamma_w h^N\}|_{t=t} \right] [N_c] dV = K_{CC} \\ & \int_V [N_c]^T n S_r [N_c] dV = K_{CD} \\ & \int_V [B_c]^T \left[\frac{k}{\gamma_w} \right] [B_b] \{(1-\theta)\{\gamma_w h^N\}|_{t=t} + \theta\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}\} [N_c] dV = K_{CE} \\ & \int_V [B_c]^T [D] [B_c] n S_r dV = K_{CF} \\ & \int_V [N_c]^T \bar{Q}_c dS = Q_C \\ & K_{CI} - K_{CB} + K_{CC} = K_{CG}, K_{CE} + K_{CF} = K_{CH}\end{aligned}\quad (36)$$

である。

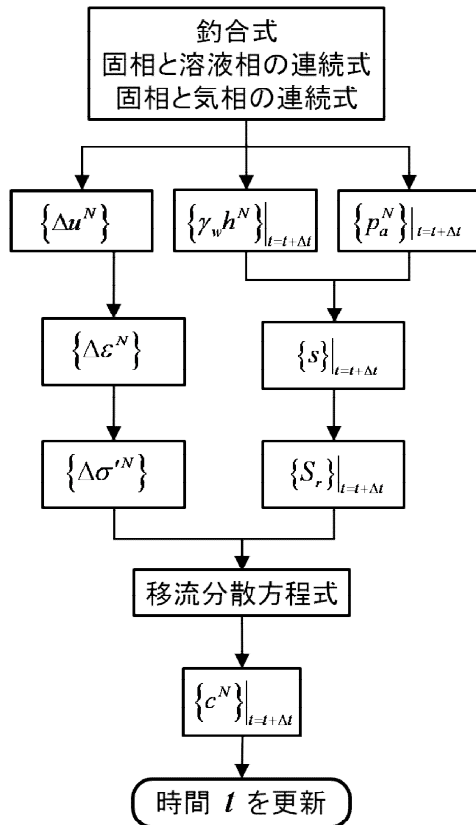


図-6 連立方程式の計算手順

(3) 連立方程式の計算手法

釣合式、固相と液相の連続式、固相と気相の連続式、移流分散方程式から未知数 $\{\Delta u^N\}, \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$ を導出する。しかし、移流分散方程式は式(34),(35)から $\{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$ とその他の未知数である $\{\Delta u^N\}, \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}$ との二次式であるため容易には解けない。そのため、未知数を求める手法とし 1) 釣合式と連続条件式を連立し $\{\Delta u^N\}, \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}$ を算出する 2) ひずみやサクション飽和度を求める 3) それらを移流分散方程式に代入し、 $\{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$ を更新するという手法をとる。図-6 に計算手法のアルゴリズムを示す。

2.3 不飽和土構成モデル

これまで、様々な不飽和土の構成モデルが提案されているが、地盤内溶解物質の移動は地盤内の水分状態が大きくその挙動に影響を与える。しかしながら、土中の水分状態と応力状態を結び付ける水分特性曲線は、強い乾湿履歴依存性を有することが知られている。そこで、本研究では、水分特性曲線上に現れるヒステリシスを考慮可能な大野らのモデル⁸⁾を用いた。

大野らは土の湿潤過程における剛性の減少を表す物性値として有効飽和度を選定し、Cam-Clay モデルを拡張した不飽和土降伏関数を提案した。有効応力は、次式で与えられる。

$$\sigma' = \sigma'^{net} + p_s \mathbf{1} \quad (37)$$

$$\text{ただし, } \sigma'^{net} = \sigma - p_a \mathbf{1}, \quad p_s = S_e s \quad (38)$$

$$s = p_a - p_w, \quad S_e = \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \quad (39)$$

ここで、 σ' :不飽和土の有効応力テンソル、 σ'^{net} :ネット応力テンソル、 $\mathbf{1}$:2 階の単位テンソル、 σ :全応力テンソル、 p_s :サクション応力、 S_{rf} :最大飽和度、 S_{rc} :吸着水が占

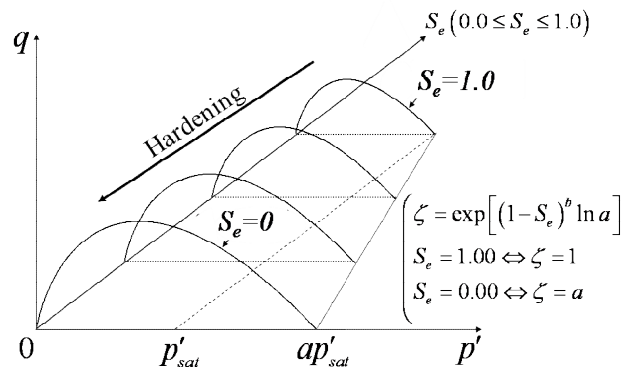


図-7 不飽和土の降伏曲面の概念図

める飽和度である。

この有効応力を用いて、降伏関数を次のように表した。

$$f(\sigma', \zeta, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{\zeta p'_{sat}} + D \frac{q}{p'} - \varepsilon_v^p = 0 \quad (40)$$

$$p' = \frac{1}{3} \sigma' : \mathbf{1}, q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}, \mathbf{s} = \sigma' - p' \mathbf{1}$$

ここで、

$$\zeta = \exp[(1 - S_e)^b \ln a] \quad (41)$$

であり、形状パラメータ a 、 b により、飽和状態における圧密降伏応力 p'_{sat} と任意の有効飽和度における圧密降伏応力の比として規定される。 M は、 q/p' で表された限界応力比、 D はダイレタンシー係数であり、

$$MD = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \quad (42)$$

で表される。 λ 、 κ はそれぞれ圧縮係数、膨張係数、 e_0 は初期間隙比、 ε_v^p は塑性体積ひずみである。図-7 に式 (40) で表される不飽和土降曲面の概念図を示す。

2.4 水分特性曲線

不飽和地盤で生じるサクションと飽和度を結び付ける水分特性曲線モデルとして、パラメータの同定が容易な杉井らのロジスティック曲線式⁹⁾ (式 (43)) を使用した。

$$S_e = \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} = \frac{1}{1 + \exp \left\{ A + B \log_e \left(\frac{s}{s_0} \right) \right\}} \quad (43)$$

s_0 : 単位サクション、 A, B : フィッティングパラメータ

また、地盤の乾湿による飽和度のヒステリシスの表現には河井らの提案するモデル¹⁰⁾を用いた。

3 移流分散方程式の検証

前章までに示した支配方程式、及び不飽和構成モデル、水分特性曲線モデルを統合し、土/水/空気/溶解物質連成解析コード DACSAR-M_ad を作成した。その上で移流分散方程式の理論解と DACSAR-M_ad の解析解を比較し解析精度の検証を行った。

3.1 一次元分散問題

一次元分散問題を解き、解析解と差分法による理論解との比較を行い離散化手法の検討を行った。解析に用いたメッシュ、初期・境界条件を図-8 に示す。図-8 の条件

を代入すると移流分散方程式 (式 (26)) は熱伝導方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (44)$$

に帰着する。 x を中心として展開を行うと、差分法による理論解は

$$c(t + \Delta t, x) = c(t, x) \left(1 - \frac{2D_x \Delta t}{\Delta x^2} \right) + \frac{D_x \Delta t}{\Delta x^2} \{ c(t, x + \Delta x) + c(t, x - \Delta x) \}$$

となる。図-9 に $x = 2.0m, 4.0m, 6.0m, 8.0m$ 地点の時間-濃度変化の理論解と解析解の比較を示す。各地点の濃度は時間経過とともに水平右方向に向かって上昇し、一定の濃度に漸近していることが分かる。理論解と解析解は合致しており、分散項の離散化は適切であることが示された。

3.2 一次元移流分散問題

一次元移流分散問題を解き、その解を理論解と比較する。解析に用いたメッシュ図、濃度の境界条件を図-10 に示す。一次元移流分散現象の理論解は、

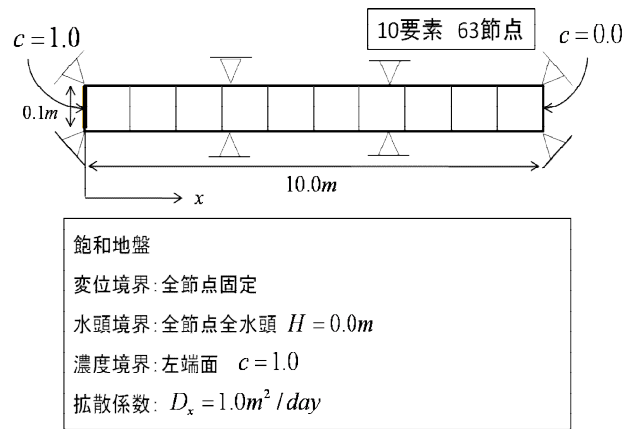


図-8 一次元分散解析メッシュ

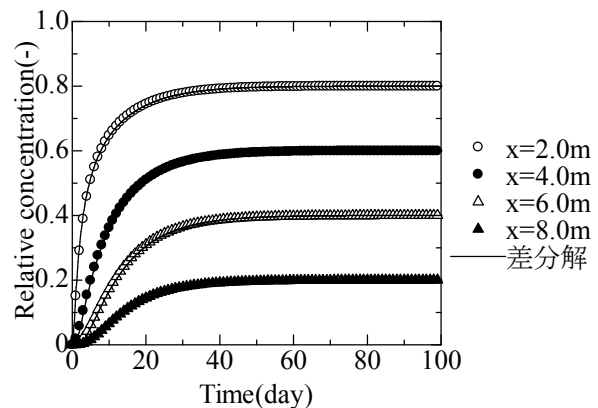


図-9 一次元分散理論解—解析解比較

$$c(x,t) = \frac{c_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x-v_w t}{2\sqrt{D_x t}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{x+v_w t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \exp \left(\frac{v_w x}{D_x} \right) \right] \quad (46)$$

で表される^{11), 12)}. ここで, $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$ である.

v_{w_x} は溶液が液相を動く速度であり,

$$v_{w_x} = \frac{\tilde{v}_{w_x}}{nS_r} = -\frac{1}{nS_r} K_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (47)$$

と表される. 図-11 に初期状態から 10 日後, 20 日後, 30 日後, 40 日後, 50 日後の水平距離-濃度変化の解析結果と理論解を示す. 図-11 から時間経過に伴い濃度境界である左端面の濃度が水平右方向に移動し, 同時に分散の影響を受け空間における濃度勾配が徐々に小さくなっている様子がわかる. また時間変化に伴う空間的な濃度変化は, 式(45)より求めた理論解と合致していることが分かる.

図-11 から DACSAR-Mad の移流分散現象に関する離散化は適切であったと言える.

4 荷重載荷による移流応答シミュレーション

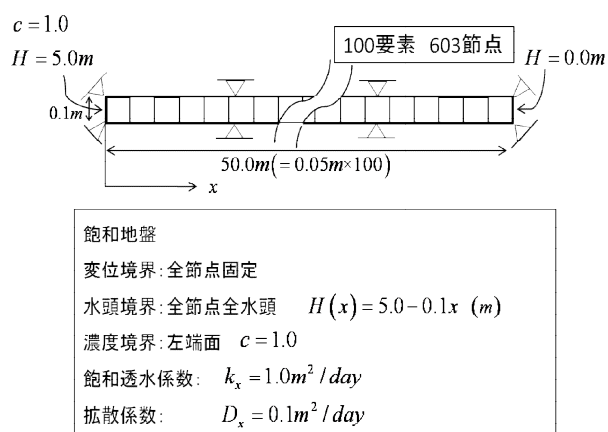


図-10 一次元移流分散解析メッシュ

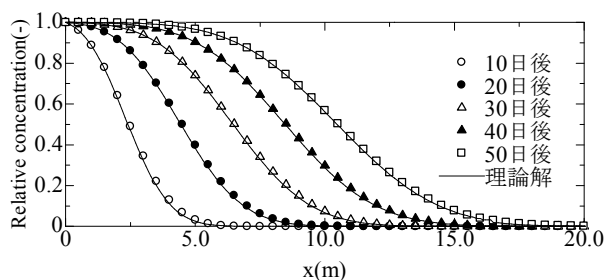


図-11 一次元移流分散理論解—解析解比較

実際には土壌汚染域の特定が困難であり, 未知の汚染源に外荷重が作用することも考えられる. また封じ込めのよう, 浄化を行わない場合, 土地の再利用時には外荷重による汚染拡大を防ぐ必要がある. 本研究で開発した手法を用いると, 外荷重や外水位変化による地盤変形が地盤内物質移動に及ぼす影響を検討することができる. ここでは, 簡単な問題を設定し, 開発コードのパフォーマンスをチェックするとともに, 外荷重が物質移動に及ぼす影響について検討を行う.

4.1 汚染飽和地盤への荷重載荷シミュレーション

一次元圧縮状態を仮定した地盤において, 初期状態で地盤内に一定濃度の汚染物質を想定し, 地表面への荷重載荷の有無による地盤内溶解物質の挙動応答の違いについて検討した. 以下荷重載荷を行っていないケースを caseA, 荷重載荷を行ったケースを caseB とする.

解析領域の概略図を図-12 に, 解析に用いたパラメータを表-1 に示す. なお, 以下の図において解析領域上面を $Y=0.0\text{m}$ とし鉛直上方を正とする. 上面を排水条件に設定し, 下左右端は非排水条件とした. 地盤上面に 10 日で 980kPa の荷重を線形的に与え, 11 日目を以降は 980kPa をそのまま保持するような条件を設定した. また各要素は初期に高さ相当の自重を受けているものとする.

caseB の 500 日後の体積変化の様子を図-13 に示す. また荷重載荷後からの時間~間隙水圧を図-14 に示す. 図-13 から荷重載荷により体積ひずみが発生している様子が, 図-14 から荷重に見合った過剰間隙水圧が発生しその後圧密の進行とともにゆっくりと消散している様子が見てとれる.

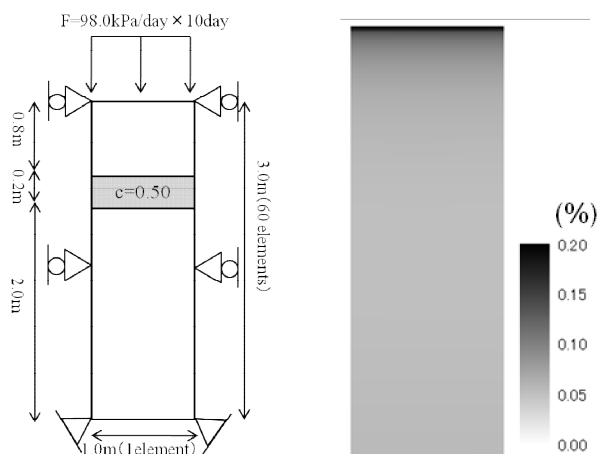


図-12 解析図および境界条件

図-13 体積ひずみ

表-1 解析に用いたパラメータ

λ	κ	M	ν	$\rho_{sat} \left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$	a	b
0.30	0.06	1.38	0.37	1.74	10	1.0
$p_{sat} \left(\text{kPa} \right)$	e_0	$k \left(\frac{\text{m}}{\text{day}} \right)$	$k_a \left(\frac{\text{m}}{\text{day}} \right)$	$D \left(\frac{\text{m}^2}{\text{day}} \right)$	m	γ
9.8×10^2	1.3	2.0×10^{-4}	2.0×10^{-2}	2.0×10^{-5}	0.8	1.0

図-15 に caseA と caseB の解析開始から 500 日後の深度方向の濃度分布の様子を示す。図-15 から caseA より caseB の濃度分布が地表面向かって移動している様子が見て取れる。移流分散方程式である式 (26) をみると、地盤上面に外力のかかっていない caseA では移流分散方程式は式 (44) と同様の形に収束し、分散による溶解物質の移動しか発生しないことが分かる。一方、caseB では、荷重載荷により、caseA において発生していなかった体積ひずみ、過剰間隙水圧が発生する。その結果、式 (26) における左辺第 1, 4 項が卓越することになる。飽和地盤であれば一次元圧縮状態による体積ひずみは間隙水の流出量に一致するので、caseB において溶解物質は地盤内を上方に移動することになり、結果的に caseB の濃度分布は分散しか起こらない caseA より上方に移動することになる。

4.2 透水係数の違いによる移流分散現象の比較

同様の初期境界条件のもとで透水係数のみを変化させ、移流分散現象の比較を行った。caseB の 100 倍の飽和透水係数 ($k = 0.02 \text{ m/day}$) を物性値として設定したケースを caseC とする。図-16 に caseC での間隙水圧消散の様子を示す。caseC は caseB より透水係数が高いため、図-14 と図-16 を比較すると過剰間隙水圧の発生量が小さく、消散も早い。caseC では載荷開始から 20 日後にはほぼ静水

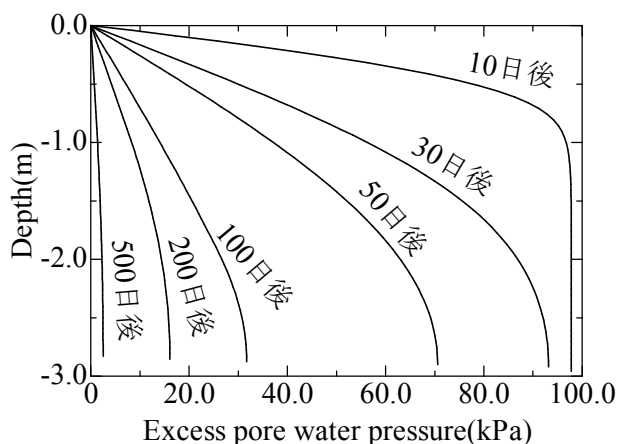


図-14 caseB における過剰間隙水圧

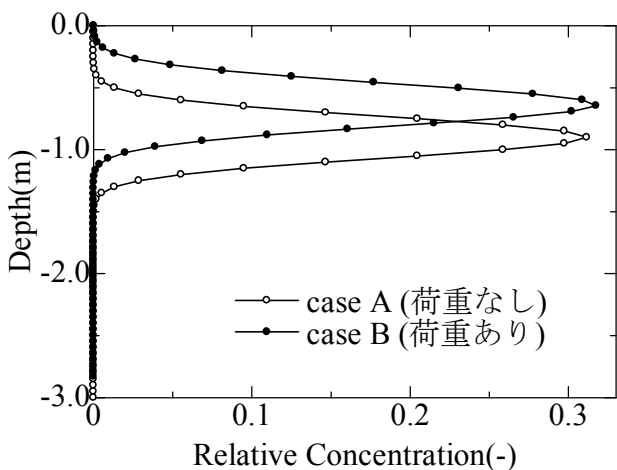


図-15 載荷の有無による濃度分布の違い

圧分布に落ち着くことが分かる。そのため、caseB と caseC の載荷開始から 100 日後の初期状態からの鉛直変位の分布 (図-17) をみると透水係数が高く過剰間隙水圧が消散しきった caseC と過剰間隙水圧が消散しきっておらず、変形の途中である caseB では変形量に差があることが分かる。載荷後 100 日の濃度分布を比べると (図-18) 変形の進んでいる caseC が caseB より濃度分布が地盤上方へ移動していることが分かる。しかし、過剰間隙水圧の消散が十分に進んだ 500 日経過後の濃度分布 (図-19) は、濃度の広が

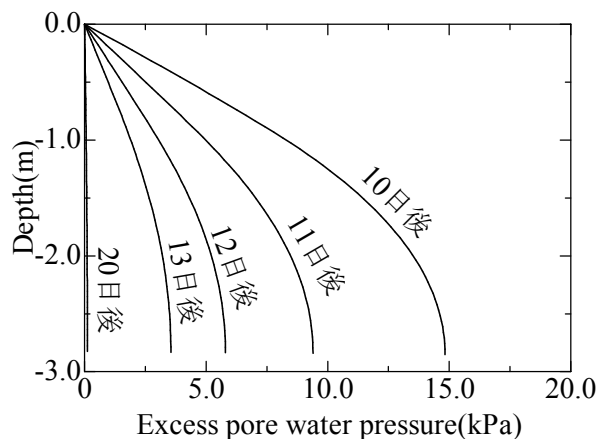


図-16 caseC における過剰間隙水圧

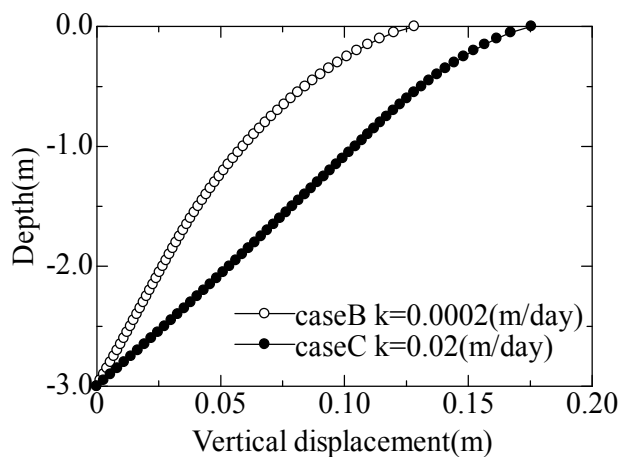


図-17 100 日後の鉛直変位の分布比較

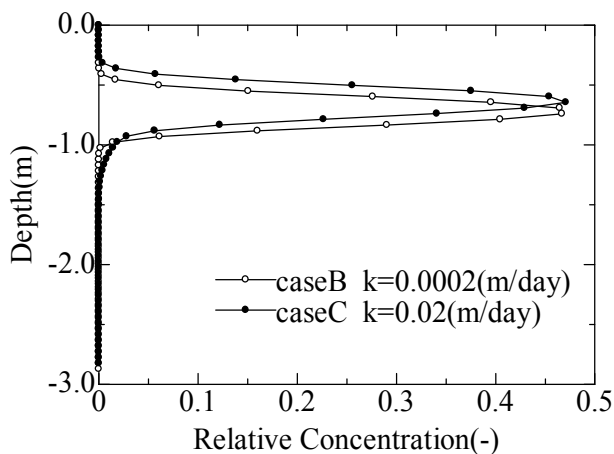


図-18 100 日後の濃度分布

り(分散長)には違いがあるが、両者の濃度分布のピーク値を示す深さは同じ位置になることが分かる。つまり、過剰間隙水圧の十分に消散した時点で比較を行うと移流に関しては透水係数の違いが表れないことが分かる。

4.3 汚染不飽和地盤への荷重載荷シミュレーション

4.1, 4.2 節から、荷重載荷によって、飽和地盤内の物質は、圧密の進行とともに移動することが分かった。ここでは、仮想の汚染不飽和地盤を設定し、空気相の及ぼす影響について検討を加える。

地盤材料、荷重条件は同じとし、初期の地下水位を $Y=-5.0\text{m}$ の位置に設定した。各要素は地下水位から高さ相当の負の静水圧がかかっているものとした(以下この不飽和地盤における解析を caseD とする)。設定した地盤の水分保持特性を図-20 に示す。空気相の影響を明らかにするために、初期飽和度は図-21 に示すように、要素の設定サクション値で最も飽和度が低い状態(水分特性曲線の主吸水線上の飽和度)に設定した。また、空気境界は地表面のみ排気境界とし、その他の境界は非排気境界とした。Mualem 定数 $m = 0.8$ における有効飽和度と比透水係数の関係を図-22 に示す。図-22 から不飽和化により透水性が落

ち、移流が抑制されると予想される。

図-23 に過剰間隙空気圧消散の様子を示す。図中、実線は間隙水圧である。間隙空気圧から間隙水圧を差し引いたものがサクションであり、水分特性曲線を介して不飽和地盤内の含水状態を規定し、同時に地盤の強度、圧縮性にも大きく影響を及ぼす。荷重載荷 10 日後では、間隙水圧、空気圧とも直線的に分布しているが、時間経過とともに S 字形状の分布を示すようになる。飽和地盤に見られた過剰間隙水圧消散時の分布形状と異なるのは、透水係数、透気係数とも地盤内の飽和度に依存するからである。地表面に近いほど飽和度が低く、深度とともに飽和度が高くなり、鉛直方向に透水係数、透気係数とも分布を成す。式(20)が示すように、透水係数は飽和度とともに大きくなるので、地表面に近づくほど透水係数は小さくなる。一方、透気係数は、飽和度に反比例するため、地表面に近づくほど大きくなる。その結果、水圧と空気圧の分布形状が、時間とともに異なってくる。物質移動の原動力は、間隙水流れであるため、間隙水圧分布の消散に大きく影響を受ける。図-24 に荷重載荷 500 日後の物質濃度分布を示す。この時には、水圧空気圧とも定常状態に至っているが、飽和地盤の結果と比べると、濃度上昇は極端に抑えられていることが分かる。

5 まとめ

質量保存則から地盤内水溶性物質の連続条件式・移流分

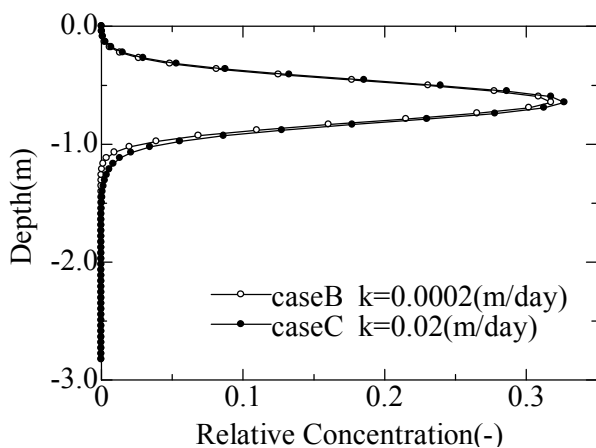


図-19 500 日後の濃度分布

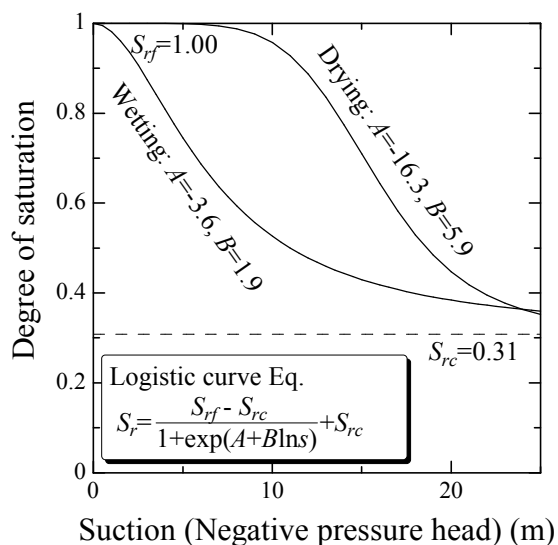


図-20 試料の水分特性曲線

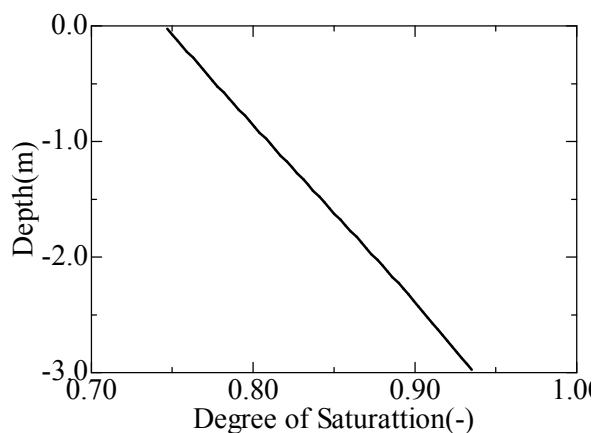


図-21 初期飽和度深度分布

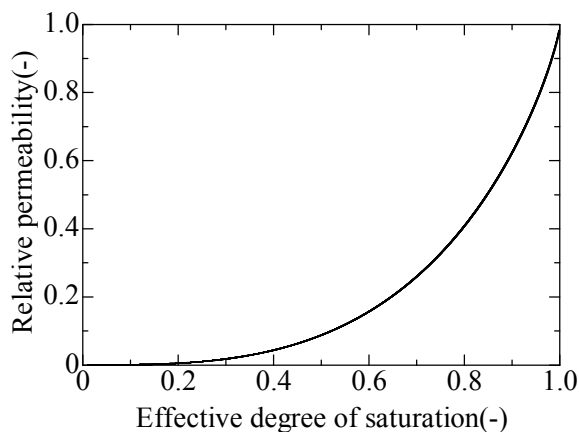


図-22 有効飽和度-相対透水係数関係

散方程式の導出を行った。また、アイソパラメトリック要素を用いた空間離散化により、物質移動を考慮した土/水/空気連成有限要素解析コードDACSAR-M_adを作成した。一次元分散、移流分散問題の理論解との比較により、定式化・離散化の妥当性、また解析コードの信頼性について検証した。さらにDACSAR-M_adにより、荷重・荷重による飽和・不飽和地盤内における溶解物質移動について検討を行った。

本研究では、これまでに別々にとらえられることの多かった地盤の変形・安定問題と地盤内溶解物質移動現象を統合した数値モデルを作成し、有限要素解析モデルの作成を行った。

今後は機械的分散現象を盛り込んだ分散現象の精緻な表現を行い、風上法¹³⁾やEL法¹⁴⁾などの数値計算を安定させる手法を適用し、他の数値解析手法^{15),16)}と比較検討により予測精度、汎用性の向上を図りたいと考えている。

参考文献

- 1) Owczarek, J.A: Fundamentals of gas dynamics, 1964
- 2) 神野健二: 地下水中の物質輸送数値解析, 九州大学出版会, pp.8-33, 2001.
- 3) 藤川和彦, 飯塚敦, 河井克之, ティラポン・ピパットパンサー: 物質移動を考慮した不飽和土/水連成問題の数値モデルと有限要素解析手法, 応用力学論文集, Vol.9, pp.377-384, 2006.
- 4) 久野俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, pp.105-116, 1994.
- 5) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭: 有限要素ハンドブック I 基礎編, 培風館, pp.363-404, 1981.
- 6) Mualem, Y.: A conceptual model of hysteresis, *Water Resources Research*, Vol.10, No.3, pp.514-520, 1974.
- 7) 菊池文雄: 有限要素法概説, サイエンス社, pp. 25-76, 1980.
- 8) Ohno, S., Kawai, K. & Tachibana, S. Elasto-plastic constitutive model for unsaturated soil applied effective degree of saturation as a parameter expressing stiffness, *Journal of JSCE*, 63(4), pp.1132-1141. 2007.
- 9) Sugii, T., Yamada, K. & Kondou, T. Relationship between soil-water characteristic curve and void ratio, *Proc. 3rd Int. Conf. on Unsaturated Soils*, 1, pp.209-214. 2002.
- 10) 河井克之, 汪偉川, 飯塚敦: 水分特性曲線ヒステリシスの表現と不飽和土の応力変化, 応用力学論文集, Vol.5, pp.777-784, 2002.
- 11) 長谷川琢磨: 移流分散解析入門 11. オイラー法による移流分散解析例ー有限要素法ー, 土と基礎, 51-6(545), pp.41-46, 2003.
- 12) Javandel, I., Doughty, C. and Tsang, C.F.: Groundwater transport, Handbook of mathematical models, Water resources monograph, Vol. 10, American Geophysical Union, 1984.
- 13) Rainer, H.: 地下環境下での多相流と輸送現象 4.5.2 風上手法, pp.141-156, 2004.
- 14) 菱谷智之: 移流分散解析入門 8. オイリアン・ラグランジアン法による移流分散解析, 土と基礎 50-9 (536), pp.49-53, 2002.
- 15) 菱谷智幸: 移流分散解析入門 3. 地盤内の物質移動の支配方程式 (その 2), 土と基礎 50-10 (537), pp.53-58, 2002.
- 16) 舩井和朗: 移流分散解析入門 6. 粒子追跡法による移流分散解析, 土と基礎 51-1 (540), pp.43-47, 2003.

(2011 年 3 月 8 日 受付)

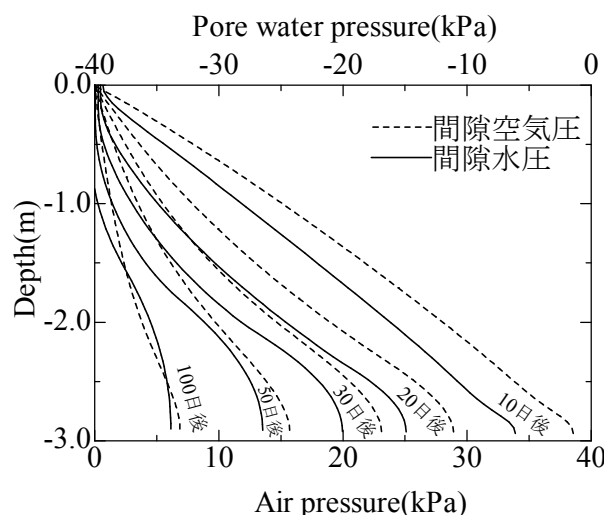


図-23 間隙空気圧・間隙水圧消散の様子

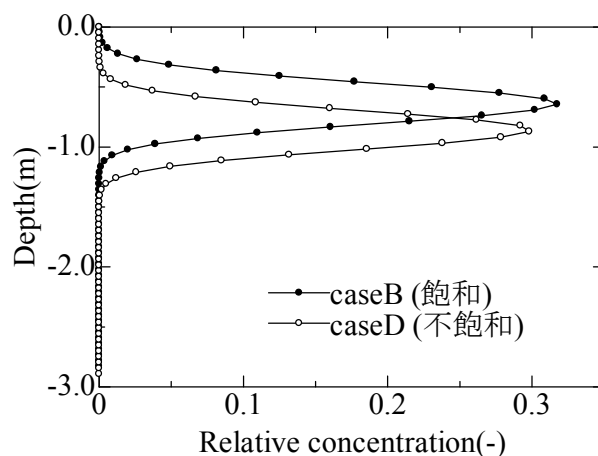


図-24 飽和・不飽和による濃度分布の違い (500 日後)