



電気－機械エネルギー変換系の計算機援用解析と設計に関する研究

黒江, 康明

(Degree)

博士 (学術)

(Date of Degree)

1982-03-31

(Date of Publication)

2009-11-09

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲0353

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1000353>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



電気－機械エネルギー変換系の計算機援用解析 と設計に関する研究

昭和 56 年 12 月

黒 江 康 明

内 容 梗 概

本論文は、著者が神戸大学大学院自然科学研究科博士課程生産科学専攻に在学中に行なったサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の計算機援用による解析と設計に関する研究の成果をまとめたもので、本文は次の8章よりなっている。

第1章は結論で、サイリスタ回路および電気-機械エネルギー変換系の解析と設計に関する研究の意義および現状について述べるとともに本研究の目的および位置づけを明らかにしている。

第2章では、本研究で対象としているサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系のモデルを計算機援用解析と設計という立場より整理して示している。

第3章はタブロー法による電気-機械エネルギー変換系のデジタルミニミゼーション法について論じ、またこれに基づいて実際に開発した汎用ミニミゼーションプログラムについて述べている。

第4章は、第3章で論じているタブロー法に基づくミニミゼーションの実用性をさらに高めるための計算の高効率化手法について論じている。ここでは2種類の高効率化手法、すなわちシステムの潜伏性を利用して計算の高速化を図る方法と、タブローのブロック構造を利用して、分割タブローによるスパース処理技法を提案している。さらに、提案した方法を実際にプログラムに組みこみ、数値例よりその実用性を評価している。

第5章は、サイリスタ回路の定常解を高速に求める方法としてニュートン法を用いた方法について論じている。特に、その際問題となるヤコビ行列を、電子回路の感度解析に広く用いら

れているテレゲニの定理に基づき随伴回路を拡張してサイリスタ回路に導入し、これを解析することにより精度良く計算する方法を提案しその計算アルゴリズムを示している。また、これに基づいて実際にサイリスタ回路の汎用定常解析プログラムを作成し、数値例よりその有効性を示している。

第6章は、第5章で論じている方法をサイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系の定常解算に拡張する方法について述べ、またこれに基づいて実際に開発した汎用定常解算プログラムについて述べている。ここでは、ヤコビ行列の計算のために、電気-機械エネルギー変換系に対し、どのように随伴系を導入するかが中心に論いられている。

第7章は、サイリスタ回路のパラメータ感度の計算法とその応用について論じている。ここでは、サイリスタ回路の定常状態に対して評価関数を一般的に設定し、この回路パラメータに関する感度を随伴回路を利用して計算する方法を示している。また、これを用いてサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを作成し、サイリスタ回路のパラメータ同定および波形ひずみ最小化問題に応用した例を示している。

第8章は、本論文の結論で、得られた成果および今後の問題点などをまとめている。

目 次

第 1 章	結 論	1
第 2 章	電気-機械エネルギー変換系の構成とモデル	11
2.1	はじめに	11
2.2	電気-機械エネルギー変換系の構成	11
2.3	電気系(サイリスタ回路)のモデル	14
2.3.1	ダイオードモデル	15
2.3.2	サイリスタモデル	15
2.4	エネルギー変換系および機械系のモデル	19
2.4.1	直流電動機モデル	19
2.4.2	誘導電動機モデル	20
2.5	電気-機械エネルギー変換系の回路グラフ としてのモデル化	26
2.6	むすび	29
第 3 章	タブロー法による電気-機械エネルギー 変換系のデジタルシミュレーション	30
3.1	はじめに	30
3.2	電気-機械エネルギー変換系のタブロー	31
3.2.1	電気系のタブロー	32
3.2.2	エネルギー変換系・機械系のタブロー	37
3.2.3	サイリスタ回路による電動機駆動系 のタブロー	41
3.3	タブロー法による解析と計算法	44
3.3.1	タブロー法による解析	44
3.3.2	タブローの解法	46

3.4	計算の流れと汎用プログラム の概要	48
3.5	数値計算例	51
3.6	むすび	59
第 4 章	シミュレーションの効率化	60
4.1	はじめに	60
4.2	潜伏性 (latency) 解析による シミュレーションの高速化	60
4.2.1	電気-機械エネルギー変換系の 潜伏性解析	60
4.2.2	回転運動方程式のタブローからの分離	62
4.3	タブローの分割によるシミュレーション の効率化	67
4.3.1	電動機側 M の LU 分解	69
4.3.2	電気系 E の LU 分解	70
4.3.3	分割タブローによる前進・後退代入	73
4.4	プログラムの概要と数値計算例	75
4.4.1	プログラム NETCAP-DC-II, NETCAP-IM-II の概要	75
4.4.2	数値計算例	77
4.5	むすび	86
第 5 章	サイリスタ回路の定常解析と汎用定常解析 プログラム	87
5.1	はじめに	87
5.2	ニュートン法による定常解析	88
5.3	ヤコビ行列の計算法	91
5.3.1	随伴回路と感度計算法	91

5.3.2	ヤコビ行列の計算法	97
5.4	定常解算出プログラム ANASP の概要	101
5.5	数値計算例	104
5.6	むすび	112

第 6 章	電気-機械エネルギー変換系の定常解析 と汎用定常解プログラム	114
6.1	はじめに	114
6.2	ニコートン法による定常解析	115
6.3	ヤコビ行列の計算法	121
6.3.1	電気-機械エネルギー変換系の随伴系	122
6.3.2	感度計算の基本式	125
6.3.3	ヤコビ行列の計算アルゴリズム	132
6.4	汎用定常解析プログラム ANASP-DC, ANASP-IM の概要	135
6.5	数値計算例	138
6.5.1	プログラム ANASP-DC の数値実験例	138
6.5.2	プログラム ANASP-IM の数値実験例	153
6.6	むすび	156

第 7 章	サイリスタ回路のパラメータ感度 の計算法とその応用	157
7.1	はじめに	157
7.2	問題の記述	158
7.3	随伴回路を利用したパラメータ感度 の計算法	161
7.3.1	随伴回路と感度計算の基本式	163
7.3.2	一次感度の計算法	170

7.3.3	二次感度の計算法	173
7.4	パラメータ最適化プログラムと応用例	188
7.4.1	サイリスタ回路のパラメータ同定 への応用	189
7.4.2	波形ひずみ最小化問題への応用	191
7.5	むすび	194
第8章 結論		196
謝辞		200
参考文献		202

第 1 章 緒 論

エネルギー、ことに電気エネルギーを効率良く利用するためには、その利用の目的に応じて適当な形態に変換、制御する必要があり古くから種々の方法が考えられ、またそのために、多くの機器、装置が開発されていた。ところが1950年代に、ゲルマニウムに代わってシリコンを素材とした電力用ダイオードが開発され、さらにつづいてサイリスタが誕生するや、それまでの技術構造が一新され、それら電力用半導体素子を用いた方法が、電気エネルギーの変換、制御の中心的役割を果たすようになり、パワーエレクトロニクスという新しい工学分野が生まれた。そして、その後のさらに著しい電力用半導体素子技術の進歩に伴ってパワーエレクトロニクスは、1つの大きな工学分野として確立し、定着するに至った。そのような大きな進展の背景としては、電気エネルギーの変換、制御は、その効率の点からスイッチ素子によるオン・オフ制御によらざるを得ないことがあげられ、効率、性能が良く、また制御の容易なスイッチ素子の出現がそれまでの工学に対し大きな変革を与えるのは自然な成り行きであり、また1970年代に始まったいわゆる石油ショック以来の、世界的なエネルギーが有限であるとの認識の浸透が、その動きにますます拍車をかけたと考えられる。また、もう1つ注目すべきことは、これらの結果、従来の電気エネルギーの変換、制御の機器、装置が単に電力用半導体素子を中心としたものに置きかわったのみでなく、それまでほとんど不可能とされていた技術、たとえば交流電動機の可変速駆動にみられるように、これまでの電圧、電流の変換に加えて周波数までも自由度を加えた変換などの技術が可能となり、さらに新しい飛躍を遂げたということである。

本研究は、このように著しい発展を遂げたパワーエレクトロニクスの分野で、特にその中心的存在である電力変換回路すなわちサイリスタ回路とそれを含む電気-機械エネルギー変換系を対象とし、汎用性のある解析法および設計法の確立をめざすものである。サイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系においては、先に述べてきたような著しいハードウェアの発展に比べ、現在のところその解析法および設計法の確立が比較的遅れている。特に現在、システムがさらに大規模化、複雑化する傾向にあり、また、それに伴いより精密な、そしてより高性能、高効率な変換、制御が必要となり、一般的で汎用性のある解析法および設計法の開発が強く望まれている。このように、サイリスタ回路および電気-機械エネルギー変換系の解析、設計法の発達を遅らせている主な原因としては、このシステムは電気系、機械系あるいは、それらを制御する制御系などの物理的に異なったシステムが混在したシステムであるので、それらを統一的に取り扱うのが非常に困難であること、またサイリスタ回路に含まれる電力用半導体素子が非線形のスイッチ素子であること、またエネルギー変換そのものも非線形特性であることなどが挙げられ、したがって、従来は、対象とするシステムごとに、それらに適した解析法、設計法が考えられているのがほとんどで、汎用性のある一般的な方法は存在しない。ところが、最近の計算機技術の著しい発達により、各方面で計算機の導入が盛んになり、また計算機を援用したシステムの解析、設計のためのアルゴリズムも開発されてきているようである。たとえば、電子回路および集積回路の解析、設計においては比較的以前より計算機が導入され、種々の解析、設計のためのプログラムパッケージも開発されているようである。^{[1]~[5]}

本研究は、このような状況を踏まえてサイリスタ回路および

それを含む電気-機械エネルギー変換系の解析と設計には、計算機援用が不可欠で、かつ最も適当な方法であると考え、計算機を援用した汎用性のある解析法および設計法について論じ、また、それに基づいて開発したアルゴリズム、プログラムパッケージについて述べるものである。以下に各章の概要と研究の背景を述べることにする。

与えられたシステムを解析、設計する場合、その目的に適した形で対象とするシステムをモデル化することが、まず最初の問題となる。そこで第2章では、本研究で対象とするサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の構成とそのモデルを計算機援用の解析、設計という立場で明らかにする。まず、2.2で対象とする電気-機械エネルギー変換系の構成を示し、そのあと、2.3、2.4で電気系、エネルギー変換系、機械系に分けてそれぞれのモデルを与える。本研究では、エネルギー変換としては電動機によるエネルギー変換を考えることにし、特に、電気系つまりサイリスタ回路に含まれる電力用半導体素子のサイリスタ・ダイオードとエネルギー変換系の電動機モデルを計算機が導入しやすい形で整理して示す。さらに、2.5では電気-機械エネルギー変換系を統一的に記述するモデルとして回路グラフによるモデル化を示す。これは、電気-機械エネルギー変換系を通過変数と横断変数で関係づけられる基本素子が静的に結合したものとしてとらえると、電気系、機械系という物理的に異なるシステムを回路グラフとして統一的にモデル化することができ、したがってこれを用いることにより、その解析が統一的に行なえるという特徴がある。本研究では、後の章でこのモデルを用いて、従来、電子回路の感度解析で広く用いられてきたテレゲニの定理に基づく随伴回路を利用した感度解析法を電気-機械エネルギー変換系に拡張する。

第3章では、サイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法について論じ、またこれに基づいて開発した汎用シミュレーションプログラムについて述べる。システムを計算機を用いて解析、設計する際、まず最初に考えるのは、対象とするシステムの動作を忠実にシミュレートするシミュレーション法の開発であろう。パワーエレクトロニクス系においては先に述べたように、その著しいハードウェアの進展のため、システムがより複雑、大規模になり、その設計段階において従来のように試作、実験などによって検討することが時間的にも経済的にも不可能になってきている。そのため設計されたシステムがどのような特性を示すか、計算機によりシミュレート実験し、この結果をもとにして検討、改善を加えるという計算機援用設計が不可欠で、すぐれたシミュレーション法を開発することは非常に重要である。このような観点より、ここでは、サイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系に対して、サイリスタ回路の各素子の持続とパラメータ値およびエネルギー変換系である電動機と、機械系の各パラメータを与えるだけで、任意の初期状態からその過渡現象に沿って忠実にシミュレートできる非常に汎用性のあるプログラムの作成をめざしたシミュレーション法を開発することを目的としている。これまでに、電気-機械エネルギー変換系については、このような意味で汎用性のあるシミュレーション法はいまだ開発されていないようである。電気系、つまりサイリスタ回路だけに限れば、これまでにいくつかの汎用シミュレーションプログラムが開発されてきており、それらを計算原理より大別すると、状態変数法に基づくもの^{[6]~[12]}とタブロー法に基づくもの^{[13][14]}があり、ほとんどは状態変数法に基づくものである。

状態変数に基づく方法は、サイリスタ回路に含まれるサイリ

スタ・ダイオードに対し区分的線形抵抗モデルを用いることにすると、サイリスタ・ダイオードなどのオン・オフ状態が変化しても回路トポロジーは一定であるが、非常にスティフな方程式を解かなければならないこと、またサイリスタ・ダイオードに対して理想スイッチモデルを用いると、スティフネスの問題は避けられるが、サイリスタ・ダイオードなどのオン・オフ状態が変化するたびごとにトポロジーが変化し、そのつど状態方程式を導き直さなければならぬことなど^[15] 精度上、あるいは効率上の問題点がある。さらに非線形インダクタなどの非線形要素を考慮したり、電気-機械エネルギー変換系に拡張しようとした場合、状態方程式そのものを導出することが一般には困難で、ここではあまり適切な方法とは言えない。

これに対して、タブロー法に基づく方法は、サイリスタ・ダイオードなどを混合表現しておけば、それらのオン・オフ状態が変化してもその定式化は変化せず、またスティフネスの問題もある程度取り除いて計算を実行することができ^{[3][4]} さらに非線形要素も、既存のタブローを拡大するだけで取り扱うことができるなどすぐれた特徴を持っている。タブロー法は元来、電子回路解析のために G.D. Hachtel^[16] によって考案されたもので、その計算原理がそれまでの閉路解析、節点解析、状態変数解析などのすべての計算原理を包含しており、また数値解析手法としてもきわめて簡単な構造をしているためプログラム化も容易で、さらに感度解析も容易に行なえることなどより、今や電子回路解析の標準的の手法になりつつある。また、このような電気回路だけでなく、その他ブロック線図で表現される制御システムなどのシミュレーションにも応用されつつある^[17]。

そこで、ここではこのようなすぐれた特徴を持っているタブロー法に基づく方法を用いることにし、電気-機械エネルギー

変換系のシミュレーションにタブロー法を導入する方法を論ずる。そのためにまず、3.2で、電気-機械エネルギー変換系に対するタブロー方程式を導出し、さらにこれに基づいて計算する方法を3.4で論ずる。またこれに基づいて実際に作成した電気-機械エネルギー変換系の汎用シミュレーションプログラムの概要を示し、数値例よりその汎用性、性能を評価する。

第4章は、第3章で論じたタブロー法に基づく電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法の有用性をさらに高めるための種々の計算の高速化および高効率化手法について論じる。タブロー法においては、後に示すように、システムのすべての変数を未知変数として、スパース行列を伴う線形代数方程式を各計算ステップにおいて解くことになる。そのため、計算の速度、効率を高めるための技法を開発することが重要で、特にシステムが大規模になるほどその重要性は非常に高くなる。電子回路、集積回路のシミュレーションにおいても種々の高効率化手法がこれまでに提案されており^[18]、またスパース行列の計算効率を高めるためのスパース処理法も種々提案されている。^{[19][20]}ここでは、電気-機械エネルギー変換系のシミュレーションの有用性を高めるため、2種類の高効率化手法を提案する。まず4.2では電気-機械エネルギー変換系の潜伏性(latency)^[18]を利用してシミュレーションの高速化を図る方法を論ずる。一般に電気-機械エネルギー変換系においては、機械系の現象の変化が電気系のそれに比べて非常に遅いものである。すなわち電気系が変化しているある一定期間、機械系はその変化が潜伏していると考えてよい。ここではそのような潜伏性を利用して、潜伏している機械系をある一定期間省略して計算することにより、シミュレーションの高速化を図る。また4.3では、タブローのブロック構造のスパース性を利用して、

分割タブローによるスーパー ス処理技法を提案する。すなわち、タブローを分割してLU分解、前進、後退代入を実行し、零との演算や、同一の演算を可能な限り省略し、計算の高速化および計算機の必要記憶容量の軽減を図る。また、4.4では、以上提案した2種類の効率化手法を用いて開発した電気-機械エネルギー変換系の効率化シミュレーシヨンプログラムを用いて計算速度、精度を評価しその有効性を示す。

本研究の第5章および第6章では、サイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の計算機援用による定常解析法について論じている。サイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系を設計する際、その設計仕様は定常状態の特性で与えられることが多く、システムの定常状態を効率良く、高速に求めることがしばしば必要となる。ところが、たとえば第3章および第4章で論じているシミュレーシヨンプログラムを用いて定常周期解を求めようとする、過渡状態の長いシステムに対しては定常になるまで何周期もシミュレーションしなければならず計算時間が非常にかかり、適切な方法であるとは言えない。そこで、まず第5章では、主として静的(static)なサイリスタ回路を対象として、ニュートン法を用いた定常解算出法について論じる。このような問題に対し、これまでにいくつかの研究があるが^{[21][22]}、対象とするサイリスタ回路に制限があるなどの汎用性の点や、またヤコビ行列の計算効率の点で十分なものとは言えない。そこでまず、5.2でこの問題を定常解を与える初期値が満足する非線形の方程式をニュートン法のアルゴリズムによって解く問題として定式化する。ニュートン法を適用する際、問題となるのはヤコビ行列をいかに精度良くまた効率良く計算するかである。そこで5.3では電子回路の感度解析に広く用いられているテレゲンの定理に基づく

随伴回路を^{[23][24]} 拡張してサイリスタ回路に導入し、これを解析することにより精度良くヤコビ行列を計算する方法を提案する。ここで議論している随伴回路は、対象としているサイリスタ回路に制限を加えることなく導入でき、またもとの回路と同じ定式化で解析できるので、提案している方法は非常に汎用性が高く、またプログラム化も容易である。5.4では提案した方法に基づいて作成したサイリスタ回路の汎用定常解算プログラム^{概要}を示す。このプログラムは第3章で論じているタブロー法に基づくシミュレーションプログラムをサブルーチンとして用いることにより容易に作成でき、したがって同様の汎用性を持つことになる。5.5でその汎用性、有効性が数値例より確かめられる。

第6章は、第5章で論じた方法を電気-機械エネルギー変換系にまで拡張したものである。一般に電気-機械エネルギー変換系は機械系の過渡状態が電気系のそれに比べ非常に長く定常状態を求めるのが非常に困難であるので、静的なサイリスタ回路にも増して定常解析法の開発が重要である。ところが、電気-機械エネルギー変換系に対しては、これまでこのような研究はほとんどなく、汎用性のある方法は確立されてないようである。第6章でも第5章と同様ヤコビ行列の計算法が問題となり、ここでは、電気-機械エネルギー変換系に対して、どのように随伴系を導入しヤコビ行列を計算するかが議論の中心となる。これを6.3で述べる。また6.4, 6.5では、作成した電気-機械エネルギー変換系の汎用定常解析プログラムの概要を述べ、その性能を評価する。本プログラムは第3章で開発した電気-機械エネルギー変換系のシミュレーションプログラムをサブルーチンとして用いることにより、非常に汎用性高いものとなっている。

さて、システムを種々の目的に沿って設計する際、システム

に含まれるパラメータの微小な変化が、そのシステムのふるまい、性能にどのような影響を与えるかを検討すること、すなわちシステムのパラメータに関する感度を計算することがしばしば必要となる。また、システムにある評価関数を設定し、これが最小になるようにシステム内の調整可能なパラメータを決定する最適設計問題において、種々の最適化アルゴリズムを用いてこの問題を解く際、その評価関数のシステム内のパラメータに関する微分、すなわち感度を計算することが必要となる。本研究の第7章では、サイリスタ回路を対象として、このような回路パラメータに関する感度の計算機援用による計算法およびその応用について論じる。これまでに、この様な問題に対し、電子回路あるいは集積回路については種々の計算法が提案されており、^{[5][23][24]} またこれを利用して回路の最適設計あるいは自動設計も行なわれているようであるが、^{[25][26]} サイリスタ回路については系統的にこの様な問題を扱った研究はまだないようである。ここでは、サイリスタ回路の定常状態における各部の電圧および電流に関して評価関数を一般的に設定し、回路内の一連のパラメータに関するその評価関数の感度を随伴回路を用いて計算する方法を論じる。そこで、7.3 でサイリスタ回路に対し随伴回路を導入し、回路の定常状態に対するパラメータ感度が、もとのサイリスタ回路とその随伴回路の定常波形を求めることにより計算できることを示す。したがって、回路の定常状態に対するパラメータ感度は、第5章で論じているサイリスタ回路の汎用定常解算プログラムをサブルーチンとして用いることにより、容易に計算できることになる。7.4 では、この感度計算法を利用して作成したサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムの概要を示す。さらにこれをサイリスタ回路のパラメータ同定および波形ひずみ最小化問題に応用した例を示し、

提案している方法によりサイリスタ回路の定常状態におけるパラメータ感度が正しく計算され、また作成したプログラムは非常に応用性の高いものであることを示す。この章で論じている方法は、これまでほとんど行なわれていないサイリスタ回路の最適設計、自動設計の可能性を示唆するものとして意義深いものであると考える。

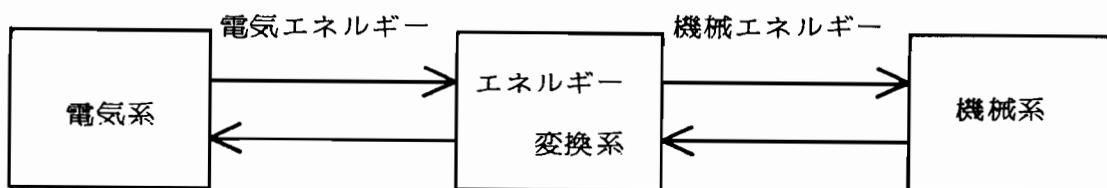
第 2 章 電気-機械エネルギー変換系の構成とモデル

2.1 はじめに

システムの解析、設計においてはまず、対象とするシステムの構成を知り、そのシステムの特徴をあらわすモデルをその解析、設計の目的に沿って確立することが重要である。そこで、この章では本論文で対象とするサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の構成を記述しそのモデルを示す。特に対象とするシステムのモデルの確立においては、計算機を援用した解析、設計という立場で行なう。そこで、まず、2.2 で電気-機械エネルギー変換系の構成を示し、2.3 および 2.4 で、電気系、エネルギー変換系、機械系に分けてそれぞれのモデルについて説明する。特に電気系については、電力用半導体であるサイリスタ、ダイオードのモデル、またエネルギー変換系については誘導電動機と直流電動機のモデルについて詳しく述べる。2.5 では、ここで対象とするシステムのように、電気系、機械系という物理的に異なったシステムを統一的に取り扱う方法として回路グラフによるモデル化について説明する。

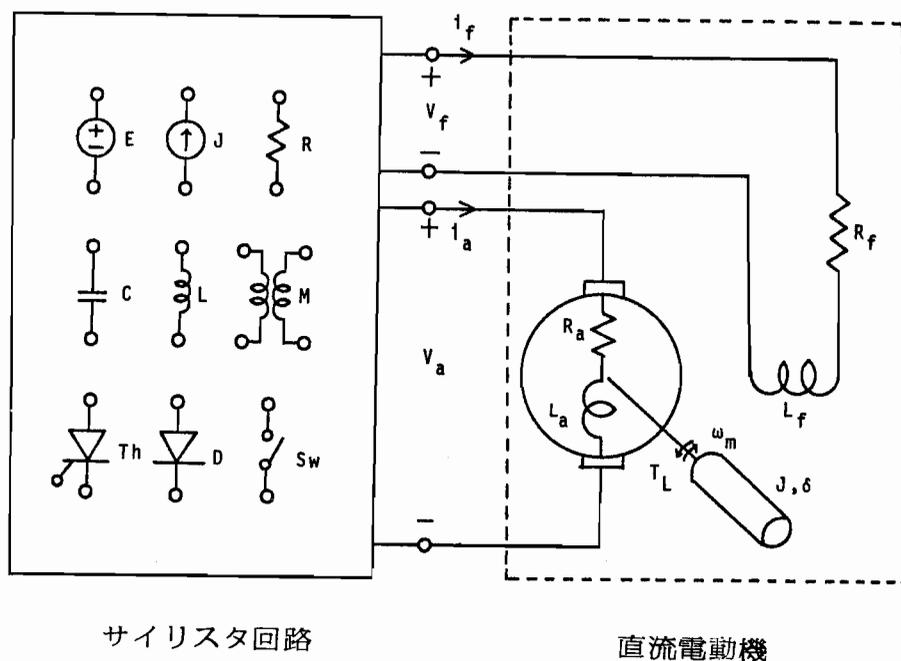
2.2 電気-機械エネルギー変換系の構成

一般に電気-機械エネルギー変換系は、その機能、エネルギー形態に着目すると、第 2.1 図に示すように、電気系、機械系

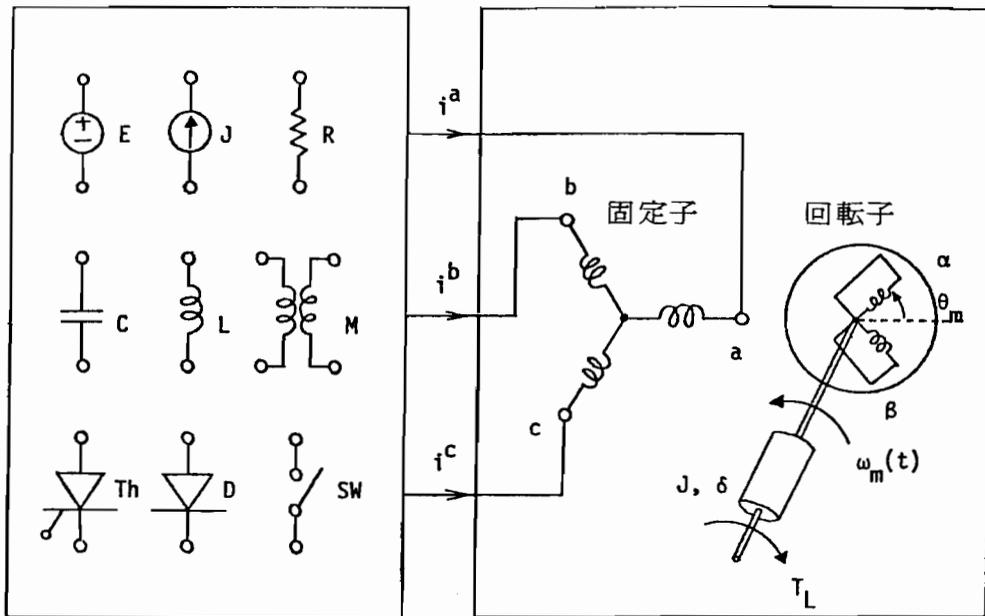


第 2.1 図 電気-機械エネルギー変換系

および電気エネルギーを機械エネルギーに、あるいはその逆の機械エネルギーを電気エネルギーに変換するエネルギー変換系の3つのシステムが結合して構成されるシステムと考えられる。本論文ではこのような電気-機械エネルギー変換系に対して、特にその中心的存在となっている電動機によるエネルギー変換を対象とすることにし、電気系としてはサイリスタ、ダイオードなど電力用半導体素子を含む電力変換回路、すなわちサイリスタ回路、エネルギー変換系としては電動機のうち特に直流電動機および誘導電動機、機械系としては電動機により駆動される負荷系を考えることにする。したがって、本論文で取り扱う電気-機械エネルギー変換系は、それぞれ第2.2図、第2.3図に示すようなサイリスタ回路による直流電動機駆動系および誘導電動機駆動系となる。第2.2図および第2.3図において、左



第2.2図 直流電動機駆動系



サイリスタ回路

誘導電動機

第 2.3 図 誘導電動機駆動系

側のブロックはサイリスタ回路を示し、右側のブロックは直流電動機および誘導電動機と、これらによって駆動される負荷系を示している。ここで、直流電動機の励磁方式は他励式、直巻式、分巻式のいずれでもよいものとし、誘導電動機の固定子巻線は a, b, c の 3 相からなり、また回転子は α, β の 2 相からなるものとする。第 2.3 図において、誘導電動機の固定子巻線は Y 結線の場合を示しているが、本論文では、Y 結線、 Δ 結線のいずれでもよいものとする。

なお、本論文では、第 2.2 図および第 2.3 図において左側のブロックのみ、すなわち電動機を含まないサイリスタ回路を、静的 (static) なサイリスタ回路とよび、第 5 章、第 7 章ではこのシステムを対象としている。

2.3 電気系(サイリスタ回路)のモデル

電気系、すなわちサイリスタ回路は第2.2図および第2.3図の左側のブロックに示すように、独立電圧源 E 、独立電流源 J 、抵抗 R 、コニデンサ C 、インダクタ L または結合インダクタ M と電力用半導体素子であるサイリスタ Th 、ダイオード D とその点弧、消弧が任意に制御可能な強制スイッチ Sw から成るものとし、サイリスタ、ダイオードおよび強制スイッチ以外はすべて線形素子とする。

サイリスタ、ダイオード、強制スイッチなど電力用半導体素子を除く、独立電圧源、独立電流源、抵抗、コニデンサ、インダクタ又は結合インダクタの特性のモデルはそれぞれ次の式で表わすことができる。

$$\text{独立電圧源 } E: \quad v_E(t) = E(t) \quad (2.1)$$

$$\text{独立電流源 } J: \quad i_J(t) = J(t) \quad (2.2)$$

$$\text{抵抗 } R: \quad v_R(t) = R i_R(t) \quad (2.3)$$

$$\text{コニデンサ:} \quad i_C(t) = C \frac{d}{dt} v_C(t) \quad (2.4)$$

$$\text{インダクタ:} \quad v_L(t) = L \frac{d}{dt} i_L(t) \quad (2.5)$$

$$(\text{結合インダクタ:} \quad v_M(t) = M \frac{d}{dt} i_M(t) \quad)$$

一方、サイリスタ、ダイオード、強制スイッチなど電力用半導体素子は、そのスイッチング周波数、信号レベルからみて、組合わせ論理によるモデルを使用することができ、また電気-機械エネルギー変換系の解析には通常、そのモデルがよく用いられる。以下にこれらのモデルを示す。

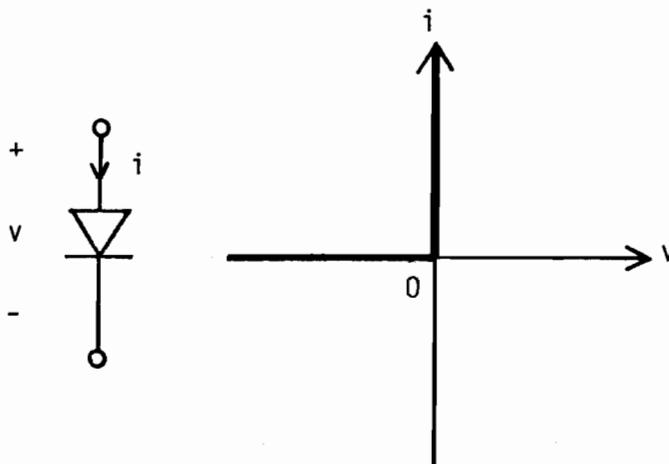
2.3.1 ダイオードモデル

ダイオードの特性は理想ダイオードとすると、 v - i 平面上に次の様に、非線形抵抗として次のように表わすことができる。

$$\text{ダイオード } D \text{ の特性} = \{v=0, i \geq 0\} \cup \{v < 0, i=0\} \subset \mathbb{R}^2$$

----- (2.6)

ここで、 \cup は集合の和、 \mathbb{R}^2 は2次元の平面を示す。(2.6)式を図示すると第2.4図のようになる。

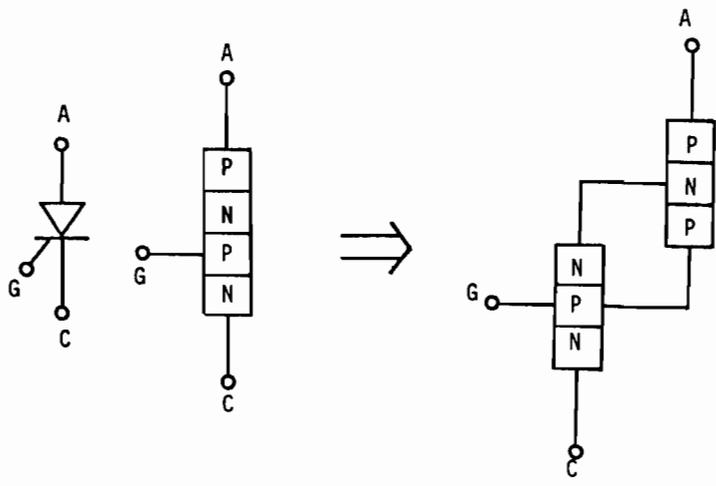


第2.4図 ダイオードの v - i 特性

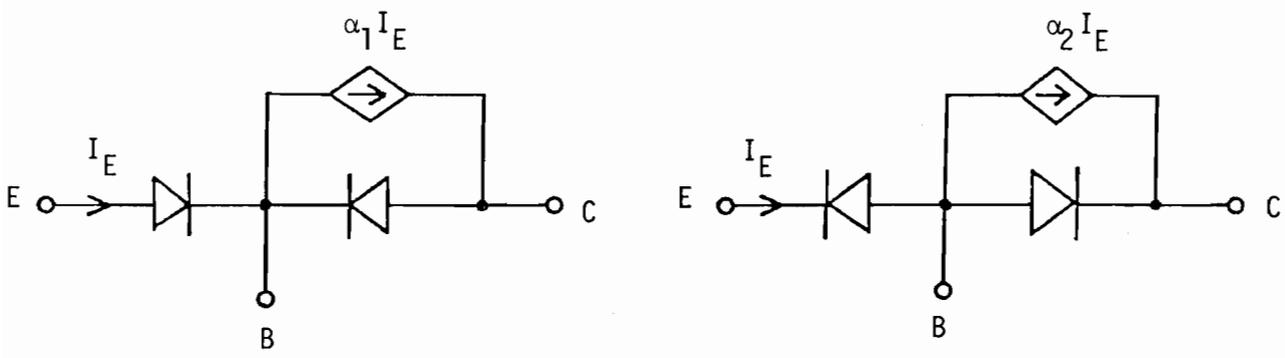
2.3.2 サイリスタモデル

サイリスタモデルとして、2トランジスタモデルを用いることにするとよく知られた組合せ論理モデルを導くことができる。以下、これについて説明する。

PNPN 接合素子であるサイリスタは第2.5図に示すように、PNP, NPN形から成る2つのトランジスタが図のように接続されたものと考えることができる。PNP形, NPN形のトランジスタに対して、それぞれ第2.6図に示すような最も簡便化された Ebers Moll モデル^[27]を用いると、第2.7図のよう



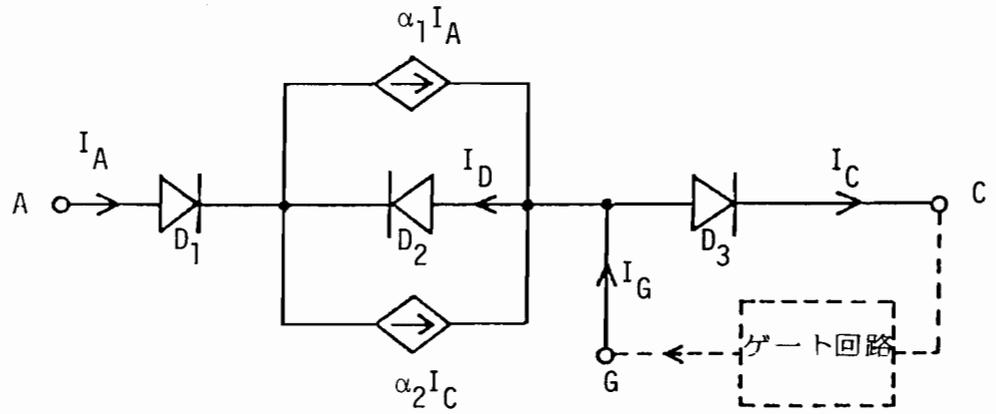
第2.5図 サイリスタの2トランジスタモデル



PNP形 トランジスタ ($\alpha_1 \approx 0.9$)

NPN形 トランジスタ ($\alpha_2 \approx 0.9$)

第2.6図 Ebers Moll 形 トランジスタモデル



第2.7図 サイリスタモデル

なサイリスタモデルを得ることが出来る。通常、サイリスタの点弧のためのゲート回路は、図の破線に示すようにゲート端子Gとカソード端子Cの間に付加される。各変数を第2.7図のよ
うに決めると、サイリスタの特性を次の様に説明できる。

(1) ゲート信号が存在する場合

今、ゲート信号が図のように存在するとし、ゲート電流 $I_G > 0$ とする。また理想ダイオードの $v-i$ 特性 (2.6) 式より、アノード電流 I_A 、カソード電流 I_C は非負、すなわち、 $I_A \geq 0$ 、 $I_C \geq 0$ であることが言える。この時、キルヒホッフの電流則より次の式が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} I_A + I_D = \alpha_1 I_A + \alpha_2 I_C \end{array} \right. \quad (2.7)$$

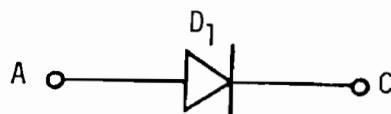
$$\left\{ \begin{array}{l} I_A + I_G = I_C \end{array} \right. \quad (2.8)$$

(2.7) 式、(2.8) 式において I_C を消去すると

$$I_D = (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) I_A + \alpha_2 I_G \quad (2.9)$$

が得られる。(2.9) 式において、通常 $(\alpha_1 + \alpha_2 - 1) > 0$ 、 $\alpha_2 > 0$ であり、また仮定より $I_G > 0$ 、 $I_A \geq 0$ なので $I_D > 0$ が成立することが言える。一方、(2.8) 式において、 $I_A \geq 0$ 、 $I_G > 0$ なので $I_C > 0$ が得られる。したがって $I_C > 0$ 、 $I_D > 0$ より、第2.7 図におけるダイオード D_2 、 D_3 は (2.6) 式より、 $v_{D_2} = v_{D_3} = 0$ となることがわかる。したがってダイオード D_2 、 D_3 は短絡除去することができ、その結果を第2.8 図に示すと、ダイオード D_1 のみの特性になる。以上の議論より、ゲート信号が存在する時、サイリスタモデルはダイオードモデルと同じとなり、その $v-i$ 特性は (2.6) 式および第2.4

図で表わされる。



第28図 $I_G > 0$ の時のサイリスタモデル

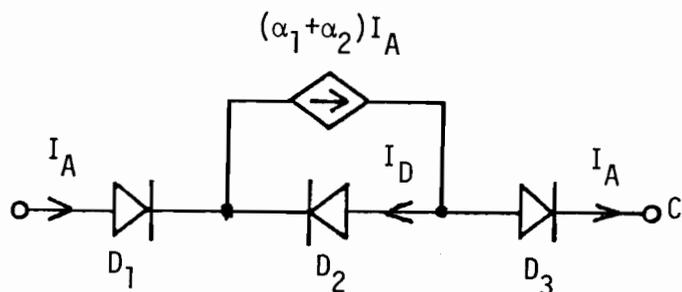
(2) ゲート信号が存在しない場合

今度はゲート信号が存在しない場合を考え $I_G = 0$ とする。
(2.8)式より、明らかに $I_A = I_C$, また (2.7) 式より、

$$I_D = (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) I_A \quad (2.10)$$

が得られる。この時、第27図のサイリスタモデルは第29図の様に表わすことができる。今、サイリスタがオン状態、すなわち $I_A > 0$

とすると (2.10) 式より $I_D > 0$ なのでダイオード D_2 は、オン状態で、 $I_A > 0$ である限り、サイリスタはオン状態



第29図 $I_G = 0$ の時のサイリスタモデル

で保持される。ま

た、 $I_A \rightarrow 0$ の時は、(2.10) 式より $I_D \rightarrow 0$ となり、 $I_A = 0$ となると $I_D = 0$ で、ダイオード D_2 はオフ状態となり、以後サイリスタはオフ状態となる。

以上の様にして、ゲート信号の有無によるサイリスタの組合わせ論理モデルが説明できる。なお、本論文の以下の章においては、サイリスタモデルとして、ここで示したゲート信号の有無に、サイリスタのターン・オフ時間、ブレークオーバー電圧および順電圧上昇率を考慮に入れた組合わせ論理モデルを用いる。

2.4 エネルギー-変換系および機械系のモデル

ここでは、エネルギー-変換系として電動機を取りあげ、特に本論文で対象とする直流電動機と誘導電動機のモデル式を導出する。また、機械系としては電動機より得られる回転運動を考え、そのモデル式を与える。

2.4.1 直流電動機モデル

直流電動機としては、第2.2図に示すモデルを考え、そのモデル式は電機子巻線、界磁巻線の電圧、電流をそれぞれ v_a, i_a, v_f, i_f とすると次のよく知られた式で表わされる。^[28]

$$\begin{cases} v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a p i_a(t) - \lambda M \omega_m(t) i_f(t) \\ v_f(t) = R_f i_f(t) + L_f p i_f(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

ここで、 R_a : 電機子巻線の抵抗, L_a : 電機子巻線の自己インダクタンス, R_f : 界磁巻線の抵抗, L_f : 界磁巻線の自己インダクタンス, M : 相互インダクタンス, λ : 極対数, p は微分作用素. $p \equiv d/dt$ で、また ω_m は回転角速度である。

また、ベクトル $\underline{i}, \underline{v}$ をそれぞれ

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_f \end{bmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_f \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

とすると、(2.11)式は次の様に表現することができる。

$$\underline{v}(t) = \underline{R} \underline{i}(t) + \underline{L} p \underline{i}(t) + \lambda \underline{G} \omega_m(t) \underline{i}(t) \quad (2.13)$$

ここで、 \underline{R} , \underline{L} , \underline{G} はそれぞれ次のようなマトリクスである。

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_f \end{bmatrix}, \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_a & 0 \\ 0 & L_f \end{bmatrix}, \quad \underline{G} = \begin{bmatrix} 0 & -M \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

直流電動機が発生する電気トルクを T_e とすると、 T_e は次の式で表わされる。^[28]

$$\begin{aligned} T_e &= \lambda \dot{\underline{i}}^T(t) \underline{G} \dot{\underline{i}}(t) \\ &= -\lambda M \dot{i}_a(t) \dot{i}_f(t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで $\dot{\underline{i}}^T$ はベクトル $\dot{\underline{i}}$ の転置を示す。

機械系として回転運動を考えることにすると、そのモデル式は慣性モーメントを J , ダンピング係数を δ , 負荷トルクを T_L とすると次の様に表わされる。

$$Jp\omega_m(t) + \delta\omega_m(t) + T_L = -\lambda M \dot{i}_a(t) \dot{i}_f(t) \quad (2.16)$$

ここで簡単のため負荷トルク T_L は一定とする。

以上、(2.11), (2.16) 式 (又は (2.13), (2.16) 式) より第 2.2 図の右側のブロックの直流電動機側全体のモデルが表わせることになる。ここで注意すべきことは、(2.11), (2.16) 式 (又は (2.13), (2.16) 式) は時間不変の双線形微分方程式であるということである。

2.4.2 誘導電動機モデル

本論文で取り扱う誘導電動機は、第 2.3 図に示すように固定子は a, b, c の 3 相から成り、また回転子は短絡された $\alpha,$

β の直交2相から成るものとする。ここで、固定子巻線a, b, c相、また回転子巻線 α, β 相は、それぞれ共に平衡しており、また各巻線の相互インダクタンスは2つの巻線のなす角の余弦関数に比例するものとする、各巻線について次のようなモデル式を得ることができる。^{[28]~[31]}

回転子巻線

$$\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dd} + pL_{dd} & pM_{d\beta} \\ pM_{\beta d} & R_{\beta\beta} + pL_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^\alpha(t) \\ i^\beta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pM_{da} & pM_{db} & pM_{dc} \\ pM_{\beta a} & pM_{\beta b} & pM_{\beta c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^a(t) \\ i^b(t) \\ i^c(t) \end{bmatrix}$$

固定子巻線

-----(2.17)

$$\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pM_{da} & pM_{db} \\ pM_{\beta a} & pM_{\beta b} \\ pM_{ca} & pM_{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^\alpha(t) \\ i^\beta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{aa} + pL_{aa} & pM_{ab} & pM_{ac} \\ pM_{ba} & R_{bb} + pL_{bb} & pM_{bc} \\ pM_{ca} & pM_{cb} & R_{cc} + pL_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^a(t) \\ i^b(t) \\ i^c(t) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

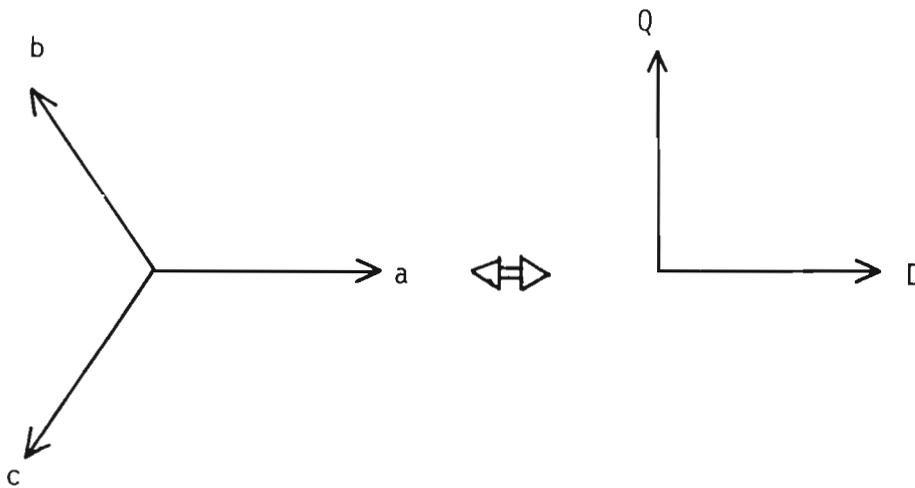
ここで、 L_{ii} は*i*軸の自己インダクタンス、 M_{ij} は*i*軸-j軸間の相互インダクタンス、 R_{ii} は*i*軸の抵抗を示し、それぞれ次の関係があるものとする。

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{aa} = R_{bb} = R_{cc} = R_s, \quad R_{dd} = R_{\beta\beta} = R_r \\ L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_s, \quad L_{d\alpha} = L_{\beta\beta} = L_r, \quad M_{d\beta} = M_{\beta d} = L_r \cos 90^\circ = 0 \\ M_{ab} = M_{ba} = M_{ac} = M_{cb} = M_{ca} = M_{bc} = L_s \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} L_s \\ M_{d\alpha} = M_{\alpha d} = M \cos \theta, \quad M_{d\beta} = M_{\beta d} = M \sin \theta \\ M_{b\alpha} = M_{\alpha b} = M \cos(\theta - 120^\circ), \quad M_{b\beta} = M_{\beta b} = M \sin(\theta - 120^\circ) \\ M_{c\alpha} = M_{\alpha c} = M \cos(\theta - 240^\circ), \quad M_{c\beta} = M_{\beta c} = M \sin(\theta - 240^\circ) \end{array} \right. \quad \text{-----(2.19)}$$

また、 $\theta = \omega t = \lambda \omega_m t$ で、 ω, ω_m はそれぞれ電気角速度、機械角速度、 λ は極対数を示す。

(2.19)式よりわかるように、(2.17), (2.18)式は時変パラメータ θ を陽に含んでおりその取り扱いがむずかしい。そこで、モデル式を簡単化するため通常よく行われる軸変換を施し、2軸理論に基づく誘導電動機のモデル式を導く。

まず固定子に関しては、第2.10図に示すように(a, b, c)軸から(D, Q, 0)軸へと変換する。



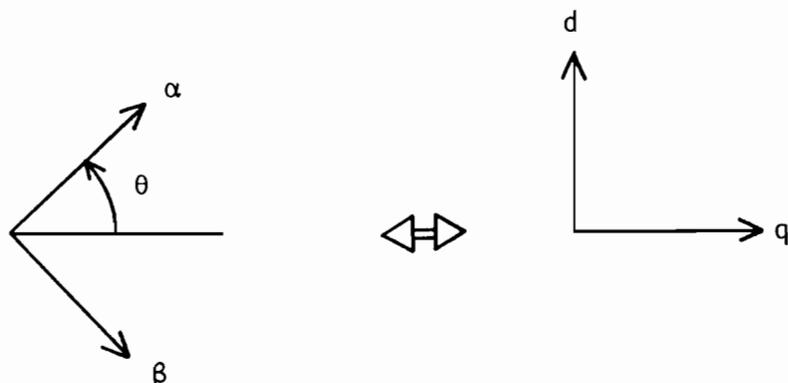
第2.10図 (a, b, c)軸から(D, Q, 0)軸への変換

ここで図のように、D軸をa軸に一致するようにとると、各電流、電圧の変換は次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} i^D \\ i^Q \\ i^0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

変換行列 \mathcal{C}_1 はユニタリ行列すなわち $\mathcal{C}_1^T = \mathcal{C}_1^{-1}$ を満足する行列である。次に回転子に関しては、第2.11図に示すように (α, β) 軸



第2.11図 (α, β) 軸から (d, q) 軸への変換

から (d, q) 軸への変換を考えると、その変換式は次のようにならわされる。

$$\begin{bmatrix} i\alpha \\ i\beta \end{bmatrix} = \mathcal{C}_2 \begin{bmatrix} id \\ iq \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \mathcal{C}_2 \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathcal{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

ここで、変換行列 \mathcal{C}_2 も \mathcal{C}_1 と同様ユニタリ行列で、さらに次の様な性質がある。

$$\mathcal{C}_2^{-1} = \mathcal{C}_2^T = \mathcal{C}_2$$

(2.20) (2.21) 式で表わされる座標変換を用いて (2.17), (2.18) 式を変換すると、次のような時間不変の微分方程式が得られる。

$v_d(t)$	$R_r + L_r p$	$L_r \omega$	$\sqrt{\frac{3}{2}} M p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} M \omega$	$i^d(t)$
$v_g(t)$	$-L_r \omega$	$R_r + L_r p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} M \omega$	$\sqrt{\frac{3}{2}} M p$	$i^g(t)$
$v_p(t)$	$\sqrt{\frac{3}{2}} M p$	0	$R_s + \frac{3}{2} L_s p$	0	$i^p(t)$
$v_q(t)$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}} M p$	0	$R_s + \frac{3}{2} L_s p$	$i^q(t)$

$$= \quad (2.22)$$

$$v_0 = R_s i^0$$

(2.22)式において $\frac{3}{2} L_s$ および $\sqrt{\frac{3}{2}} M$ はそれぞれ (D, Q, 0) 軸の自己インダクタンス, (D, Q, 0) 軸 - (d, g) 軸間の相互インダクタンスを表わし、これを新たに L_s, M と置きかえ、またさらに $\omega = \lambda \omega_m$ と置きかえると結局、次の式が得られる。

$v_d(t)$	$R_r + L_r p$	$L_r \lambda \omega_m$	$M p$	$M \lambda \omega_m$	$i^d(t)$
$v_g(t)$	$-L_r \lambda \omega_m$	$R_r + L_r p$	$-M \lambda \omega_m$	$M p$	$i^g(t)$
$v_p(t)$	$M p$	0	$R_s + p L_s$	0	$i^p(t)$
$v_q(t)$	0	$M p$	0	$R_s + p L_s$	$i^q(t)$

$$= \quad (2.23)$$

$$v_0 = R_s i^0$$

(2.23)式はそれぞれ、ベクトル $\underline{v}, \underline{i}$ を

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i^d \\ i^g \\ i^p \\ i^q \end{bmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_g \\ v_p \\ v_q \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

のように置くとさらに次のように表現できる。

$$\begin{cases} \underline{v}(t) = \underline{R} \underline{i}(t) + \underline{L} p \underline{i}(t) + \lambda \underline{G} \omega_m(t) \underline{i}(t) \\ v_0(t) = R_s i^0 \end{cases} \quad (2.25)$$

ただし、 \underline{R} , \underline{L} , \underline{G} はそれぞれ次の様なマトリクスである。

$$\underline{R} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline R_r & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & R_r & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & R_s & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & R_s \\ \hline \end{array}, \quad \underline{L} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline L_r & 0 & M & 0 \\ \hline 0 & L_r & 0 & M \\ \hline M & 0 & L_s & 0 \\ \hline 0 & M & 0 & L_s \\ \hline \end{array},$$

$$\underline{G} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & L_r & 0 & M \\ \hline -L_r & 0 & -M & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad (2.26)$$

誘導電動機が発生する電気トルクを T_e とすると、 T_e は直流電動機の場合と同様の次式で表わされる。

$$\begin{aligned} T_e(t) &= \lambda \underline{i}^T(t) \underline{G} \underline{i}(t) \\ &= \lambda M (i^d(t) i^q(t) - i^q(t) i^d(t)) \end{aligned} \quad (2.27)$$

したがって機械系の回転運動のモデルは次のような式で与えられる。

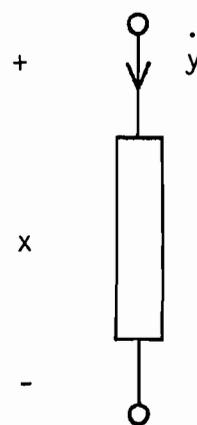
$$J_p \omega_m(t) + \delta \omega_m(t) + T_L = \lambda M (i^d(t) i^q(t) - i^q(t) i^d(t)) \quad \text{--- (2.28)}$$

以上、(2.23), (2.28) (又は (2.25), (2.28) 式) で第2.3図の右側のブロックの誘導電動機側全体のモデルを表わし、直流電動機の場合と同様、時間不変の双線形微分方程式となっている。

2.5 電気-機械エネルギー変換系の回路グラフとしてのモデル化

電気-機械エネルギー変換系は、キルヒホッフの法則で支配される電気系とそのままで一般にはキルヒホッフの法則が成立していない機械系が混在したダイナミカルシステムであり、この事が、その解析、設計を困難にしている一因である。ここではこのような電気-機械系を統一的に取り扱う方法として、回路グラフとしてのモデル化について述べる。

電気系、機械系に限らず、ダイナミカルシステムは第2.12図に示す様ないくつかの動的あるいは静的な基本素子が、静的に結合されて、全体を構成しているとみることができる。したがって、このようなシステムの全体のふるまいは、各々の基本素子の固有の特性が結合関係を通して互いに作用した相乗効果として表われると考えられる。第2.2図において、



第2.12図 基本素子

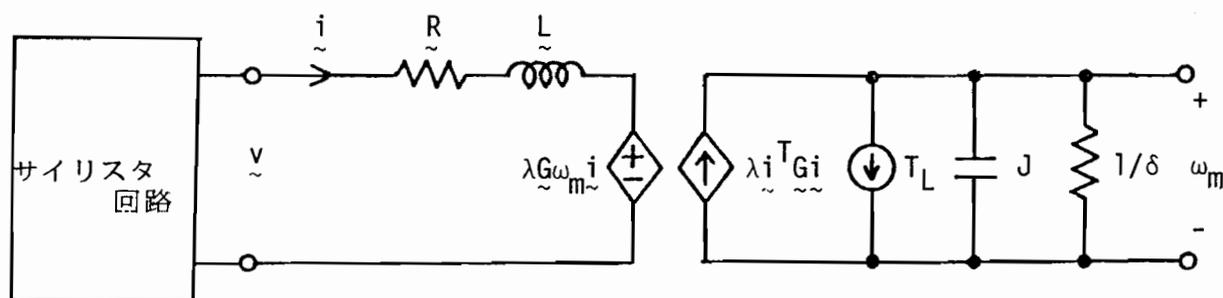
\dot{x} , \dot{y} はそれぞれ横断変数 (across variable), 通過変数 (through variable) と呼ばれ、^[32] 電気系においては各素子の電圧、電流に対応する。また、機械系として回転運動を考えると、 \dot{x} は角速度 ω_m , \dot{y} はトルク T に対応させることができる。

第2.12図に示す基本素子としては、素子の特性の関係を表わす式より次の3要素が考えられる。

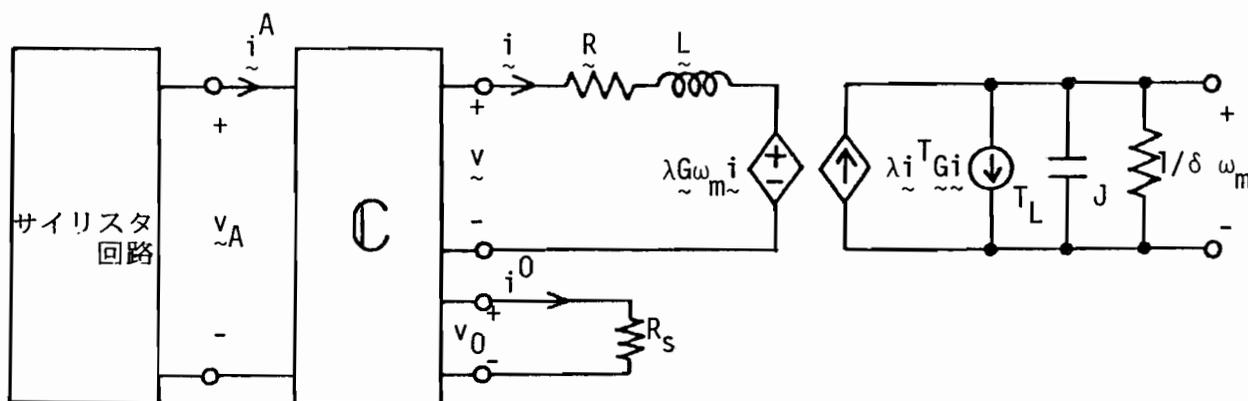
- (i) 抵抗素子 $\dot{x} = R \dot{y}$
- (ii) 誘導性素子 $\dot{x} = L p \dot{y}$
- (iii) 容量性素子 $\dot{y} = C p \dot{x}$

ただし、ここでは線形の特徴としてあらわしている。電気系においては、上の(i),(ii),(iii)はそれぞれ、抵抗 R 、インダクタ L 、コンデンサ C に相当している。また機械系の回転運動に対してはそれぞれ、回転制動素子 ($T = \delta \omega_m$)、ねじりスプリング素子 ($\omega_m = 1/r p T$)、慣性素子 ($T = J p \omega_m$) に相当する。

以上の考え方に基づいて、第2.2図に示す直流電動機駆動系を回路グラフとしてモデル表現すると第2.13図に示すようになる。ここで、機械系における抵抗素子、誘導性素子、容量性素子は、それぞれ電気系の抵抗、インダクタ、コンデンサと同じ記号を用いて表現している。第2.3図に示す誘導電動機駆動系も同様に回路グラフとしてモデル化すると第2.14図に示すように表現することができる。ここで、 i^A 、 v_A はそれぞれ次のよ



第2.13図 直流電動機駆動系の回路モデル



第2.14図 誘導電動機駆動系の回路モデル

うなベクトルである。

$$\tilde{i}^A = \begin{array}{|c|} \hline i^\alpha \\ \hline i^\beta \\ \hline i^a \\ \hline i^b \\ \hline i^c \\ \hline \end{array}, \quad \tilde{v}_A = \begin{array}{|c|} \hline v_\alpha \\ \hline v_\beta \\ \hline v_a \\ \hline v_b \\ \hline v_c \\ \hline \end{array} \quad (2.29)$$

第2.14図において \mathcal{C} の部分は無損失のレポートと考えることができ、その特性は次の式で表わされる

$$\tilde{i}^A = \mathcal{C} \begin{array}{|c|} \hline \tilde{i} \\ \hline i^0 \\ \hline \end{array}, \quad \tilde{v}_A = \mathcal{C} \begin{array}{|c|} \hline \tilde{v} \\ \hline v_0 \\ \hline \end{array} \quad (2.30)$$

ただし、マトリクス \mathcal{C} は次のように表わされる。

$$\mathcal{C} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathcal{C}_2 & 0 \\ \hline 0 & \mathcal{C}'_1 \\ \hline \end{array}, \quad \mathcal{C}^{-1} = \mathcal{C}^T \quad (2.31)$$

ここで \mathcal{C}'_1 は、 \mathcal{C}_1 に適当に行変換を施したものである。

以上の様にして、電気-機械エネルギー変換系を回路グラフとしてモデル化することができ、次のようなことが言える。横断変数と通過変数に対してはシステムのトポロジーより、それぞれ一般化されたキルヒホッフの電圧則、電流則が成立する。したがって、第2.13図、第2.14図のように電気-機械エネルギー変換系を回路グラフとして表現すると、全体のシステムのふるまいを記述するためのモデル式は素子の特性を表現する特性式と、素子の接続関係より生じる一般化されたキルヒホッフ則

によって得ることができる。

2.6 むすび

この章では、本論文で対象とするサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の構成とさらに計算機援用解析と設計という目的に沿ってそのモデルを示した。要点を記すと次のようになる。

- (1) 本論文で対象とする電気-機械エネルギー変換系の電気系は、電力用半導体素子を含む電力変換回路、すなわちサイリスタ回路で、電力用半導体素子は組合わせ論理モデルを用いる。
- (2) エネルギー変換系、機械系は直流電動機あるいは誘導電動機とそれらによって駆動される負荷系より構成され、そのモデル式は時間不変の双線形微分方程式である。
- (3) 電気-機械エネルギー変換系を回路グラフとしてモデル化すると全体は一般化されたキルヒホッフの法則に従う。本研究では後の章で、これを用いて従来電子回路などで広く行なわれているテレグリの定理に基づく感度解析法を電気-機械エネルギー変換系に拡張する。

第3章 タブロー法による電気-機械エネルギー 変換系のデジタルシミュレーション

3.1 はじめに

近年、種々のサイリスタ回路を用いた電動機の駆動、制御の技術が飛躍的に発展し、また、とりわけそれまで困難とされていた交流電動機の可変速駆動の研究が広く行なわれ、効率および精度の良い駆動、制御が実現されつつある。ところが、その著しい技術発展にもかかわらず、その解析および設計は、サイリスタ回路の非線形スイッチ現象、エネルギー変換の非線形性など問題点が多くいまだ汎用性のある方法はないようである。この章では、このようなサイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系のタブロー法に基づくデジタルシミュレーションについて論じ、またこれに基づいて実際に開発した汎用プログラムについて述べる。^{[29]~[31][33]~[36][59]}ここでは、このような電気-機械エネルギー変換系に対し、電気系のサイリスタ回路はどのような形態のサイリスタ回路でもよく、またそれらの素子の接続状況、パラメータ値および電動機、機械系の各パラメータ値を入力するだけで任意の初期状態よりその過渡現象に沿って忠実にシミュレートするシミュレーションプログラムの開発を目的とする。さらに、直流電動機においては、その励磁方式は他励、直巻、分巻などが任意に選択できる汎用性を持たせることにする。

このような電気-機械エネルギー変換系のシミュレーションで、特に問題となるのは、先に述べたように(1)サイリスタ回路のスイッチ現象に伴なうモード変化、(2)エネルギー変換の非線形特性、をどのように取り扱うかである。これら問題点はタブロー法に基づく方法を用いることにより次のように解決でき

る。タブロー法に基づく方法は、基本的にはまず対象とするシステムに対しタブロー方程式を導出し、それを各計算ステップごとにくりかえし解くという形で計算が進められる。タブロー方程式はシステムを構成する各素子の接続状況から得られる方程式とその素子の特性を表わす方程式をそれぞれ個別に離散化することにより得られる。またその際、非線形特性の素子などが含まれていれば、その段階で線形化しておく。したがって、タブロー法により第二の問題点のエネルギー変換の非線形特性も容易に考慮することができ、一方、第一の問題点のモード変化の処理は、電力用半導体素子を混合表現のモデルとしてタブローに組みこめば、タブロー行列の係数の変更のみで容易に取り扱うことができ、その変更はプログラムの実行中、論理判断で行なえる。

この章では、まず3.2で電気-機械エネルギー変換系のタブロー方程式を導出する。ここでは、電気系、エネルギー変換系、機械系に対しそれぞれ別々にタブローを導き、後ほどそれらを結合させて全体のタブローを得る。特に、電気系においては、サイリスタ・ダイオードなどのオン・オフ判定の論理判断モデルについて詳しく述べる。3.3では導出したタブロー方程式を用いて計算する方法について論じ、また3.4で開発した汎用シミュレーシヨニプログラムの概要を述べ、3.5で、数値計算例によりその有効性が検証される。

3.2 電気-機械エネルギー変換系のタブロー

ここでは、本論文で対象とする、第2.2図および第2.3図に示したサイリスタ回路による直流電動機駆動系、誘導電動機駆動系に対してタブロー方程式を導く。

3.2.1 電気系のタブロー

(1) サイリスタTh, ダイオードD, 強制スイッチSwのモデル

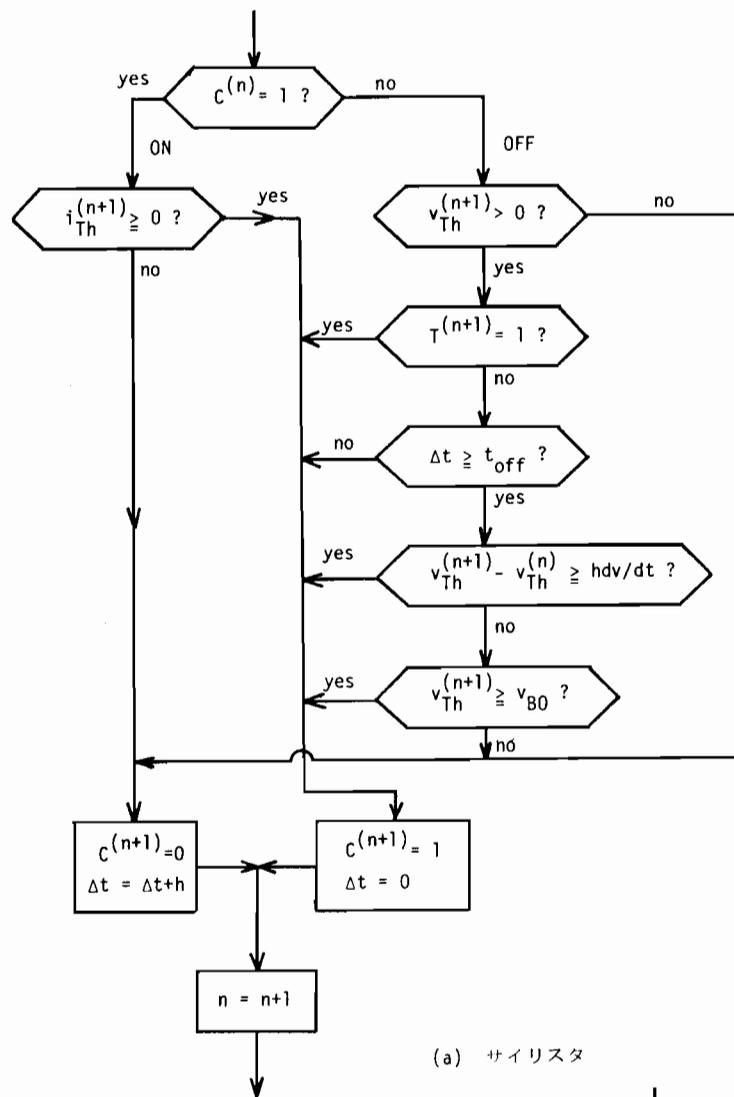
[13][14][29]

電気系、すなわちサイリスタ回路のタブロー方程式を導出するためにまず、非線形素子である電力用半導体をどのように取り扱うかが問題となる。サイリスタTh, ダイオードD, 強制スイッチSwのモデルは数値解析上、スティフネスを避けるため可能な限り理想スイッチモデルあることが望ましい。サイリスタ、ダイオードの切り換え周波数、オン・オフ特性、信号レベルからみて、多くの場合このモデルが使用できる。サイリスタThのオン・オフ判定は第2章3節で述べたトリガ信号Tと、ターンオフ時間 t_{off} , ブレークオーバー電圧 V_{BO} および順電圧上昇率 dV/dt を考慮に入れた組合わせ論理モデルによって行なうものとする。第3.1図にサイリスタTh, ダイオードDおよび強制スイッチSwのオン・オフ判定のための流れ図を示す。図中、 $C^{(n)}$ は第n計算ステップにおけるTh, DまたはSwのオン・オフ状態を表わし、Th, DまたはSwがオンならば1, オフならば0の値をとる。また $T^{(n)}$ は、第n計算ステップにおけるトリガ信号情報を示し、トリガ信号が印加されていれば1, 印加されていないければ0の値をとる。 t はオフ時間の累積時間である。

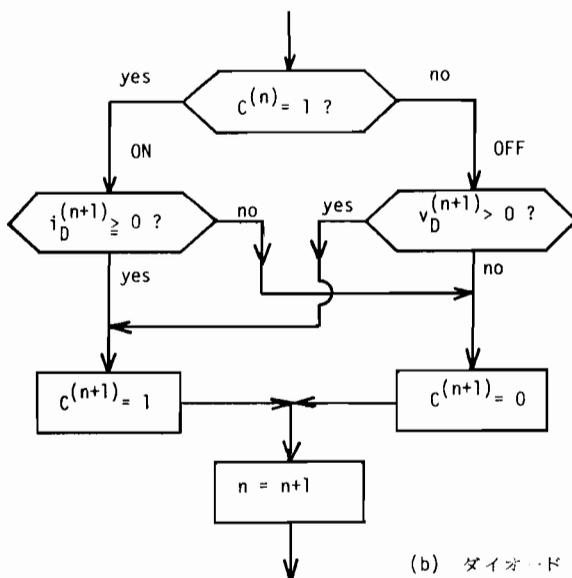
第3.1図の流れ図に従ってTh, DあるいはSwのオン・オフ状態が決められると、 $(n+1)$ 計算ステップにおけるそれらの $v-i$ 特性は次の式の混合表現で与えることができる。

$$R_i i_{Sw}^{(n+1)} + R_v v_{Sw}^{(n+1)} = 0 \quad (3.1)$$

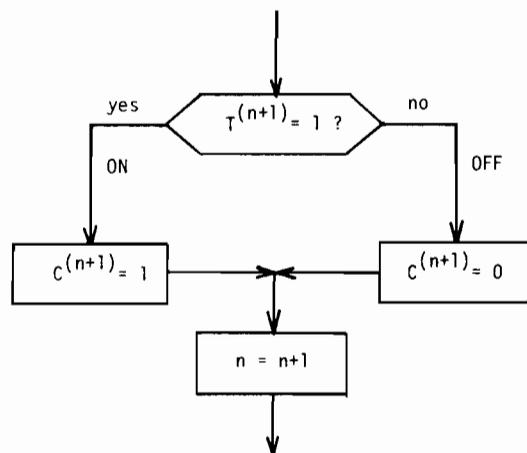
ここで、 i_{Sw} , v_{Sw} はそれぞれ、Th, DあるいはSwの電流および電圧をあらわす。また、パラメータ (R_i, R_v) はTh, Dあ



(a) サイリスタ



(b) ダイオード



(c) 強制スイッチ

第3.1図 サイリスタ、ダイオード、強制スイッチのオン・オフ判定の流れ図

Th, D, Sw の on-off 状態	on	off	on → off		off → on	
k_i	0	1	0 →	1	1 →	-r
k_v	1	0	1 →	$-g_{\text{off}}$	0 →	1

第3.1表 パラメータ (k_i, k_v) の選択

るいはSwのオン・オフ状態を示すパラメータで第3.1表のように選択される。

Th, DあるいはSwのオン・オフ状態が変化せず、モードが固定している期間を固定モードと呼び、またTh, DあるいはSwがターニオンまたはターニオフして1つのモードから他のモードへ切り換わる時点を遷移時点、その近傍を遷移モードと呼ぶことにすれば、固定モードでは (k_i, k_v) はそのオン・オフに応じて第3.1表の第1列あるいは第2列より、また、遷移モードにおいては第3列あるいは第4列より選ばれる。第3.1表の第3列のオフコンダクタンス g_{off} は、Th, Dについては、三相全波整流ブリッジ回路を深い点弧角で動作させたときにみられるような回路の分断が発生しない限り零とするが、Swに対しては常に微小なオフコンダクタンスを与える。これは、 $i_{\text{sw}} \neq 0$ でターニ・オフするSwとインダクタLがカットセットを形成する場合、インパルス状の電圧が発生し計算が不可能になるのでこれを防ぐためである。Th, Dは第2章3節で述べたように、常に $i_{\text{sw}} = 0$ でターニ・オフするのでその必要はない。また現実のサイリスタ回路の転流回路においては、遷移時点でターニ・オンTh (あるいはターニ・オンD) が、電圧源E, コニデンサCとループを形成する 경우가よく

あり、環流ダイオードや逆並列サイリスタはそれぞれターンオンDと電圧源E, ターンオンThとオンThがループを形成することが多い。この時、インパルス状の電流が流れたり、解が定まらなかつたりして計算が不可能になる。したがってこれを防ぐために、第4列のオン抵抗rは常にTh, D, Swのいずれに対しても微小な値を与える。このように、遷移モードにおいては理想スイッチモデルを用いると、解が不能になつたり不定になることがあるので適宜オフコンダクタンスg_{off}あるいはオン抵抗rを考慮する必要がある。なお、これらのg_{off}, rは遷移モードが終われば零にもどされ、第3.1表の第1列あるいは第2列の状態になる。

(2) サイリスタ回路側のタブロー

サイリスタ回路のTh, D, Sw以外の素子の特性は積分公式としてθを $0 \leq \theta < 1$ のパラメータとした次式に示す1階法を用いて離散化する。

$$y^{(n+1)} = y^{(n)} + h [\theta \dot{y}^{(n)} + (1-\theta) \dot{y}^{(n+1)}] \quad (3.2)$$

(3.2)式を用いると素子特性(2.1)~(2.5)式はそれぞれ次の様に離散化することができる。

$$E: \quad v_E^{(n+1)} = E^{(n+1)} \quad (3.3)$$

$$J: \quad i_J^{(n+1)} = J^{(n+1)} \quad (3.4)$$

$$R: \quad v_R^{(n+1)} = R i_R^{(n+1)} \quad (3.5)$$

$$C: C v_c^{(n+1)} + (\theta-1) R i_c^{(n+1)} = C v_c^{(n)} + \theta R i_c^{(n)} \quad (3.6)$$

$$L: L i_L^{(n+1)} + (\theta-1) R v_L^{(n+1)} = L i_L^{(n)} + \theta R v_L^{(n)} \quad (3.7)$$

$$\left(M: M i_M^{(n+1)} + (\theta-1) R v_M^{(n+1)} = M i_M^{(n)} + \theta R v_M^{(n)} \right) \quad (3.8)$$

ここで丸は計算のステップ中である。

一方、キルヒホッフの電流則KCL、電圧則KVLは任意に選んだ木に対する基本カットセット行列を $D = [I_D | F]$ 、ループ行列を $B = [-F^T | I_B]$ とすると次の様に離散化される。

$$[I_D | F] [i^{(n+1)}] = 0 \quad (3.9)$$

$$[-F^T | I_B] [v^{(n+1)}] = 0 \quad (3.10)$$

電気系全体のタブロー方程式は、以上の様にして得られたキルヒホッフ則(3.9)(3.10)式と素子特性(3.1)(3.3)~(3.8)式を連立することにより得られる。なお、システムが電気系のみの場合、すなわち電動機を含まないサイリスタ回路のみ場合は(3.9)(3.10)式の電流、電圧ベクトル $[i]$ 、 $[v]$ は、それぞれ(3.1)(3.3)~(3.8)式の T_h, D, S_w と E, J, R, C, L, M の電流、電圧のみ構成されるベクトルである。また、第2.2図の直流電動機駆動系の場合は $[i]$ 、 $[v]$ はさらに電機子および界磁巻線の電流 i_a, i_f 電圧 v_a, v_f を要素として含む。第2.3図の誘導電動機駆動系の場合は、 $[i]$ 、 $[v]$ はそれぞれ固定子巻線の電流 i^a, i^b, i^c および電圧 v_a, v_b, v_c を要素として含む。

3.2.2 エネルギー-変換系、機械系のタブロー

(1) 直流電動機側のタブロー

直流電動機のタブロー方程式を導出するために、電気系と同様(3.2)式の積分公式を用いて直流電動機モデル(2.13)式を離散化すると次の様になる。

$$\begin{aligned} L \dot{i}^{(n+1)} = & L \dot{i}^{(n)} + R [\theta v^{(n)} + (1-\theta)v^{(n+1)} - R \{ \theta i^{(n)} + (1-\theta)i^{(n+1)} \} \\ & - \underline{G} \lambda \{ \theta \omega_m^{(n)} i^{(n)} + (1-\theta)\omega_m^{(n+1)} i^{(n+1)} \}] \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11)式は、 $\omega_m^{(n+1)}$ と $i^{(n+1)}$ の積の項を含み非線形なので、これをさらに、ルスタッポ目の値を初期値としてニュートン法を1回適用すると次の線形代数方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & [L + (1-\theta)R + (1-\theta)R \underline{G} \lambda \omega_m^{(n)}] \dot{i}^{(n+1)} \\ & - (1-\theta)R v^{(n+1)} + (1-\theta)R \underline{G} \lambda i^{(n)} \omega_m^{(n+1)} \\ = & [L - \theta R + (1-2\theta)R \underline{G} \lambda \omega_m^{(n)}] \dot{i}^{(n)} + \theta R v^{(n)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

(3.12)式を(2.12)式(2.14)式を用いて、要素ごとに表現すると次の様になる。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline L_a + (1-\theta)hR_a & -(1-\theta)hM\lambda\omega_m^{(n)} \\ \hline 0 & L_f + (1-\theta)hR_f \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline i_a^{(n+1)} \\ \hline i_f^{(n+1)} \\ \hline \end{array}
+
\begin{array}{|c|} \hline -(1-\theta)hv_a^{(n+1)} \\ \hline -(1-\theta)hv_f^{(n+1)} \\ \hline \end{array}$$

$$=
\begin{array}{|c|} \hline (1-\theta)hMi_f^{(n)} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}
\lambda\omega_m^{(n+1)}
+
\begin{array}{|c|c|} \hline L_a - \theta hR_a & -(1-2\theta)hM\lambda\omega_m^{(n+1)} \\ \hline 0 & L_f - \theta hR_f \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline i_a^{(n)} \\ \hline i_f^{(n)} \\ \hline \end{array}$$

$$+
\begin{array}{|c|} \hline \theta hv_a^{(n)} \\ \hline \theta hv_f^{(n)} \\ \hline \end{array}
\tag{3.13}$$

機械系の回転ダイナミックス(2.16)式も同様にして、積分公式(3.2)式を用いて離散化した後、ニュートン法を1回適用すると次の線形代数方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \{J + (1-\theta)h\delta\}\omega_m^{(n+1)} + (1-\theta)h\lambda M(i_a^{(n)}i_f^{(n+1)} + i_f^{(n)}i_a^{(n+1)}) \\
& = (J - \theta h\delta)\omega_m^{(n)} + (1-2\theta)h\lambda Mi_a^{(n)}i_f^{(n)} - hT_L
\end{aligned}
\tag{3.14}$$

以上の様にして、第2.2図の右側のブロックの直流電動機側全体のタブロー方程式は(3.13)式および(3.14)式を連立することにより得ることが出来る。(3.13)(3.14)式において、未知変数は $i_a^{(n+1)}$, $i_f^{(n+1)}$, $v_a^{(n+1)}$, $v_f^{(n+1)}$, $\omega_m^{(n+1)}$ で、その数は5、一方、方程式の数は、(3.13)(3.14)式より3であるが、電気系のタブローと連立することにより解くことが出来る。

(2) 誘導電動機側のタブロー

第2章4節で述べたように誘導電動機モデルは(2.23)式(または(2.25)式)および軸変換の式(2.20)式および(2.21)式から構成される。回転子巻線の α, β は短絡されているので

$$v_\alpha(t) \equiv v_\beta(t) \equiv 0$$

と置くと、(2.21)式よりただちに

$$v_d(t) \equiv v_q(t) \equiv 0$$

が得られる。これを(2.23)式に代入し、12個の方程式、(2.20), (2.23), (2.28)式をそれぞれ個別に離散化すると誘導電動機のタブロー方程式が得られることになる。

まず、軸変換式の(2.20)式は、ただちに離散化することができ、その結果次のような式が得られる。

$$\begin{bmatrix} i_a(n+1) \\ i_b(n+1) \\ i_c(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} i^0(n+1) \\ i^D(n+1) \\ i^Q(n+1) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} v_a(n+1) \\ v_b(n+1) \\ v_c(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} v_0(n+1) \\ v_D(n+1) \\ v_Q(n+1) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

また、(2.23)式は(3.2)式の積分公式を用いて離散化した後、

ニュートン法を1回適用すると次の線形代数方程式が得られる。

$L_r + (1-\theta)hR_r$	$(1-\theta)hL_r\lambda\omega_m^{(n)}$	M	$(1-\theta)hM\lambda\omega_m^{(n)}$	$i^d(n+1)$
$-(1-\theta)hL_r\lambda\omega_m^{(n)}$	$L_r + (1-\theta)hR_r$	$-(1-\theta)hM\lambda\omega_m^{(n)}$	M	$i^q(n+1)$
M	0	$L_s + (1-\theta)hR_s$	0	$i^D(n+1)$
0	M	0	$L_s + (1-\theta)hR_s$	$i^Q(n+1)$

+

0
0
$-(1-\theta)hv_D^{(n+1)}$
$-(1-\theta)hv_Q^{(n+1)}$

+

$(1-\theta)hL_r i^q(n) + (1-\theta)hMi^Q(n)$
$-(1-\theta)hL_r i^d(n) - (1-\theta)hMi^D(n)$
0
0

· $\lambda\omega_m^{(n+1)}$

$=$

$L_r - \theta hR_r$	$(1-2\theta)hL_r\lambda\omega_m^{(n)}$	M	$(1-2\theta)hM\lambda\omega_m^{(n)}$	$i^d(n)$
$-(1-2\theta)hL_r\lambda\omega_m^{(n)}$	$L_r - \theta hR_r$	$-(1-2\theta)hM\lambda\omega_m^{(n)}$	M	$i^q(n)$
M	0	$L_s - \theta hR_s$	0	$i^D(n)$
0	M	0	$L_s - \theta hR_s$	$i^Q(n)$

$+$

0
0
$\theta hv_D^{(n)}$
$\theta hv_Q^{(n)}$

$$v_0^{(n+1)} = R_s i^0(n+1)$$

----- (3.17)

機械系の特性式(2.28)式も同様に、(3.2)式を用いて離散化した後、線形化すると次の代数方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & (J + (1-\theta)h\delta)\omega_m^{(n+1)} - (1-\theta)h\lambda M [i^Q(n)_i d^{(n+1)} \\
 & + i^d(n)_i q^{(n+1)} - i^D(n)_i q^{(n+1)} - i^q(n)_i D^{(n+1)}] \\
 & = (J - \theta h\delta)\omega_m^{(n)} + (1-2\theta)h\lambda M [i^q(n)_i D^{(n)} - i^d(n)_i Q^{(n)}] \\
 & \quad - hT_L
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

以上の様にして、第2.3図の右側のブロックの誘導電動機側全体のタプロー方程式は(3.15)～(3.18)式を連立させることにより得ることができ、これは、電気系のタプロー方程式と連立することにより解くことができる。

3.2.3 サイリスタ回路による電動機駆動系のタプロー
 電気系のタプローと、エネルギー変換系、機械系のタプローを結合させることにより、全体のサイリスタ回路による電動機駆動系のタプロー方程式が得られる。

(1) 直流電動機駆動系のタプロー

第2.2図に示す直流電動機駆動系全体のタプロー方程式は、サイリスタ回路側のタプロー(3.1)(3.3)～(3.10)式と、直流電動機側のタプロー(3.13)(3.14)式を連立させることにより得られる。これを行列方程式として表現すると(3.19)式のようなになる。

I_D	F		
		$-F^T$	I_B
		1	

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%; text-align: center;">1</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">-R</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">k_f</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;">$(\theta-1)h$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">L</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		1										-R										k_f											$(\theta-1)h$											L											■										■										■						<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%; text-align: center;">1</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;">k_v</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">C</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">$(1-\theta)h$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		1										0										1											k_v											C											$(1-\theta)h$										■										■										■					
	1																																																																																																																																																																										
	-R																																																																																																																																																																										
	k_f																																																																																																																																																																										
		$(\theta-1)h$																																																																																																																																																																									
			L																																																																																																																																																																								
				■																																																																																																																																																																							
				■																																																																																																																																																																							
				■																																																																																																																																																																							
	1																																																																																																																																																																										
	0																																																																																																																																																																										
	1																																																																																																																																																																										
		k_v																																																																																																																																																																									
			C																																																																																																																																																																								
				$(1-\theta)h$																																																																																																																																																																							
				■																																																																																																																																																																							
				■																																																																																																																																																																							
				■																																																																																																																																																																							

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 10%;">$t_E^{(n+1)}$</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td></tr> <tr><td>$t_J^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_R^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_{Sw}^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_C^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_L^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_a^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_f^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_E^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_J^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_R^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_{Sw}^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_C^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_L^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_a^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v_f^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$w_m^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	$t_E^{(n+1)}$										$t_J^{(n+1)}$										$t_R^{(n+1)}$										$t_{Sw}^{(n+1)}$										$t_C^{(n+1)}$										$t_L^{(n+1)}$										$t_a^{(n+1)}$										$t_f^{(n+1)}$										$v_E^{(n+1)}$										$v_J^{(n+1)}$										$v_R^{(n+1)}$										$v_{Sw}^{(n+1)}$										$v_C^{(n+1)}$										$v_L^{(n+1)}$										$v_a^{(n+1)}$										$v_f^{(n+1)}$										$w_m^{(n+1)}$										=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 10%; text-align: center;">0</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$\varepsilon^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$J^{(n+1)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$Cv_C^{(n)} + hv_C^{(n)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$Li_L^{(n)} + hv_L^{(n)}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">■</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	0										0										0										0										0										0										0										0										$\varepsilon^{(n+1)}$										$J^{(n+1)}$										0										0										$Cv_C^{(n)} + hv_C^{(n)}$										$Li_L^{(n)} + hv_L^{(n)}$										■										■										■									
$t_E^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_J^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_R^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_{Sw}^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_C^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_L^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_a^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$t_f^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_E^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_J^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_R^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_{Sw}^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_C^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_L^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_a^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$v_f^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$w_m^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$\varepsilon^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$J^{(n+1)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$Cv_C^{(n)} + hv_C^{(n)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
$Li_L^{(n)} + hv_L^{(n)}$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
■																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
■																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
■																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						

----- (3.19)

(2) 誘導電動機駆動系のタブロー

第2.3 図に示す誘導電動機駆動系全体のタブロー方程式は、サイリスタ回路側のタブロー (3.1) (3.3) ~ (3.10) 式と、誘導電動機側のタブロー (3.15) ~ (3.18) 式を連立することにより得られる。これを行列方程式として表現すると (3.20) 式のようになる。

3.3 タブロー法による解析と計算法

3.3.1 タブロー法による解析

サイリスタ回路の解析には通常モード解析法を用いられるのが一般的で、ここで対象としているサイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系もこれに基づいて計算を進めることにする。すなわち、各計算ステップごとに論理判断によりモードを判定し、パラメータ R_i, R_u, θ, R を選定し、タブロー方程式を解くという手順で進められる。ところが、タブロー法においては、次のような問題、すなわち (1) 第2種初期値の算出、(2) 回路の分断と短絡の処理 を共に考慮しなければならない。

(1) 第2種初期値の算出

一般に固定モードにおいてはタブローの変数は連続であるが、モードの遷移時点においては変数がステップ状に跳躍することがある。タブロー法はすべての素子の電流、電圧が未知変数となるので新しい固定モードの開始時の第2種初期値を求める必要がある。これに対してまず考えられる方法としては回路グラフを利用して、電荷、磁束の連続性に注意して求める方法が考えられるが、計算が非常に複雑となる。そこで、新しい固定モードのタブローに、古い固定モードの最終値、つまり第1種初期値を用いて解くことを考える。これに対して、システムが電動機を含まない場合、すなわち静的なサイリスタ回路の場合は、次のことが成立することを示すことができる。^[37] すなわち計算法として、後退オイラー法 ($\theta=0$) を用いれば、サイリスタ回路のスイッチの遷移時点での第2種初期値は、スイッチのオン・オフ状態が変化し後のタブロー方程式に第1種初期値を与えて算出することができる。ここで対象としている電動機駆動系は、エネルギー

変換の非線形性のため文献[37]のように証明するのは困難であるが、機械系の変数 ω_m の変化が計算の1ステップで非常に小さく連続と考えられるので、このことは、カイリスタ回路と同様、成立していると推測される。したがって、同様に計算法として後退オイラー法を用いることにより、第1種初期値から第2種初期値が算出できると考えられる。

(2) 回路の分断と短絡ループの処理

どのような計算法を用いても、 T_h , D , Sw に理想スイッチモデルを使用する限り、それぞれのオン・オフに応じて、回路が分断されたり、短絡ループが形成されたりする場合には、解がそれぞれ不定、不能になり、計算が不可能になる。そのため、3.2.1で述べたように解が不定、不能の期間はスイッチのオン・オフに応じて、第3.1表の様にオン抵抗 r , オフコンダクタンス g_{off} , をそう入しなければならない。そこで、ここで問題となるのはこの種の回路状態を計算実行中にどのような方法で検知するかである。この問題に対して、たとえば、回路のグラフより求める方法も考えられるが、計算が複雑で非常に効率が悪い。ところが、タブロー法を用いるとタブローの正則性によって判別できる^[4]。しかもタブローの解法にLU分解を用いると、タブローの正則性の判定はタブロー行列をLU分解する過程で、これ以上非零ピボット要素が選べなくなる時点で行うことができ、特別の工夫は不要である。

以上、(1), (2)の議論より、タブローは次の様にして解析を進めて行けばよい。計算ステップ中 n として、大ステップ中 n_H と小ステップ中 n_m を用いることにすれば、まず固定モードにお

いては $\nu = \nu_M$ として、計算法としては1階法で最も精度の良いトラペゾイダル法 ($\theta = 1/2$) を用いて計算を続ける。各計算ステップにおいて 3.3.1 で述べた組合せ論理より Th, D, Sw のオン・オフ状態を決定しモードの判定を行なう。各 Th, D, Sw のオン・オフ状態が変化すると、モードの遷移時点をより正確に求めるために1ステップ ν_M もどり更に小ステップ中 ν_M を与えて計算を続ける。ただし、この時計算法はトラペゾイダル法のままである。そして、小ステップ中 $\nu = \nu_M$ で計算中に再びモード変化を検出するとこの時点より1ステップ ν_M もどり、パラメータ (ν_j, ν_v) を第3.1表の第3列あるいは第4列より選択し、同時に計算法を後退オイラー法に変えて適当なステップ数の間、 $\nu = \nu_M$ で計算を続ける。これが終わると、ふたたび元の大ステップ中 $\nu = \nu_M$ に戻し、パラメータ (ν_j, ν_v) を第3.1表の第1列あるいは第2列より選択して、新しい固定モードとして計算する。なお、各計算ステップにおいて、タブローが非正則になれば、回路の分断あるいは短絡が発生したものととして、すべてのオン状態のスイッチ素子にオン抵抗 r , オフ状態のスイッチ素子にオフコンダクタンス g_{off} をそう入して計算をやりなおす。

3.3.2 タブローの解法

各計算ステップにおいてタブロー行列のパラメータおよび右辺ベクトルが決められると (3.19) (3.20) 式のタブローは、

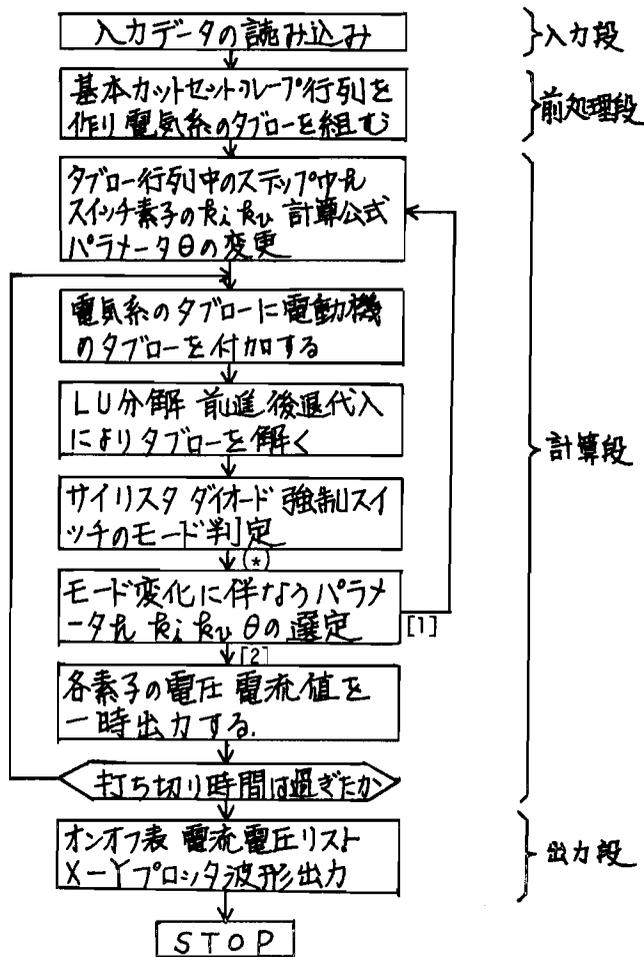
$$\tilde{A} \tilde{x} = \tilde{b} \quad (3.21)$$

なる形の線形代数方程式を解くことになる。(3.21) 式をクラフト法^[38]による LU 分解法を用いることにすると、変数の次

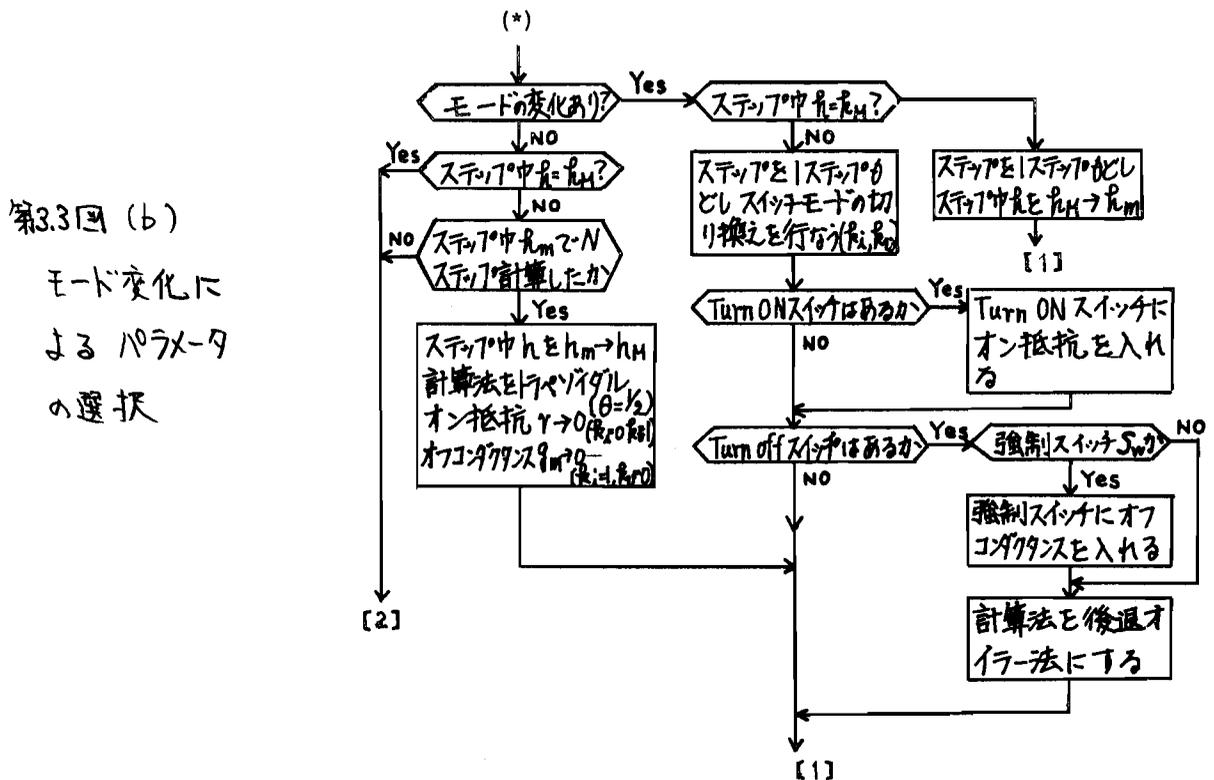
リクス(A), (B) は、0, ±1のみを要素とするので、±1だけを付号をもった行方向のポインタベクトルに圧縮する。さらに(B)の部分だけを同様にして列方向のポインタベクトルに圧縮し、(D)部のLU分解に使用する。これらのポインタベクトルは前処理の段階で一度作成するだけでよい。(C), (D)の部分には配列をそのまま用意し、(D)のピボット要素を列方向に選びながら(C)の配列と(B)の列方向のポインタベクトルを用いて、LU分解を行なう。この時、零要素および±1要素との乗算は省略されることになる。LU分解が完了したら(C), (D)部の配列を行方向のベクトルに圧縮する。以上のようにしてLU分解後もスパース性が保存され、LU行列が共にポインタベクトルに圧縮されたことになり、前進、後退代入においても乗除算が節約される。なお(A)部(B)部は、計算中終始不変であるが、(C)部(D)部は、計算のステップ毎の解に依存するため、各計算ステップごとに、LU分解をやり直さなければならない。このため、さらに効率を高めるための工夫が必要である。これについては第4章で論じる。

3.4 計算の流れと汎用プログラムの概要

これまでの議論をもとにして開発したサイリスタ回路による直流電動機駆動系の汎用シミュレーションプログラムNETCAP-DCと誘導電動機駆動系の汎用シミュレーションプログラムNETCAP-IMの計算の流れ図を第3.3図に示す。同図(b)はモード変化に伴うパラメータの選択の方法を示したものである。なお簡単のため回路の分断、短絡の処理は省略してある。全体は大きく入力段、前処理段、計算段と出力段により構成されている。それぞれについて、さらに説明すると次のようである。



第3.3図 (a)
汎用シミュレーシヨ
プログラムの流れ図



第3.3図 (b)
モード変化に
よるパラメータ
の選定

(1) 入力段

電気系の各素子の接続状況と特性と電動機、回転運動の各パラメータ、サイリスタのトリガ情報、計算のステップ中、シミュレーションの開始、打ち切り時間、各変数の初期値、プロット出力すべき素子の指定などを入力する段で、それぞれ、Free Format で入力できるようにして利用者の便をはかっている。なお直流電動機駆動系においては、界磁巻線の接続状況を指定するだけで、任意の励磁方式(他励式、直巻式、分巻式)を取り扱うことができ、また誘導電動機駆動系においては、固定子巻線は Δ あるいは Y を指定するだけで、どちらの系も取り扱えるようになっている。

(2) 前処理段

入力データに基づいて基本カットセット、ループ行列を作成し電気系のタブロー行列を作成する。また、この段階で第3.2図の(A)および(B)部はポインタに縮約される。

(3) 計算段

パラメータ k_i, k_v, θ, ν を前節で述べたようにして、適宜選択し、電気系のタブローにエネルギー変換系および機械系のタブローを付加し LU分解、前進後退代入により計算を進める。また先に述べたように、計算公式はトラペゾイダル法($\theta = 1/2$)と後退オイラ法の2種類を用い、計算ステップ中 ν も、大ステップ中 ν_M 、小ステップ中 ν_m の2種類を用いる。

(4) 出力段

必要に応じて、 T_h, D, S_w のオン・オフ表、各素子の電圧値、電流値および機械系の変数の値のリスト、さらに指定された素子のプロット出力波形などが得られる。

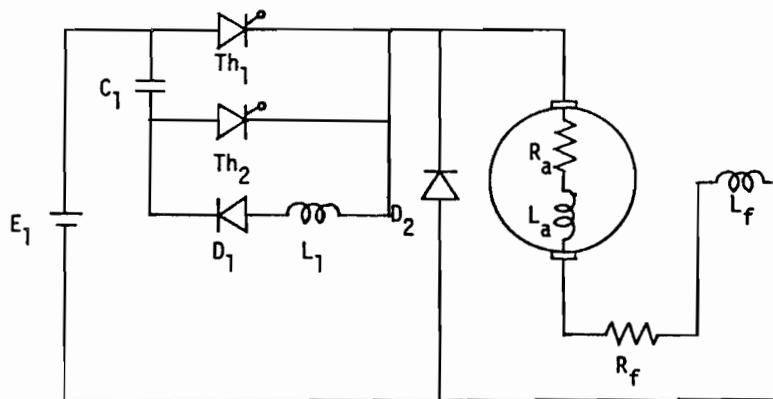
以上のプログラムはフォートラン言語で書かれている。

3.5 数値計算例

ここでは、開発した汎用プログラムの有効性を示すために、種々のシステムに対し数値実験した結果を示す。使用した計算機はNEAC-700でその乗除算に要する時間は約 $5.5\mu\text{s}$ である。

例題1. チョップパ駆動の直巻式直流電動機系

最初の例として第3.4図に示すようなチョップパで駆動される直巻式の直流電動機をとりあげる。第3.5図に直流電動機



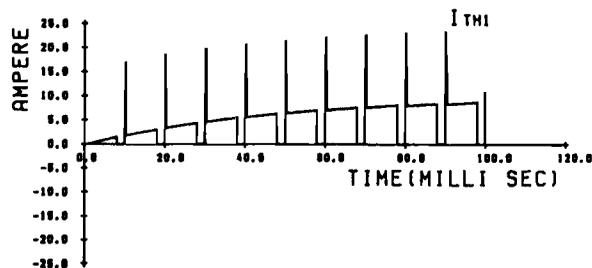
$$E_1=240\text{ V}, C_1=10\ \mu\text{F}, L_1=2\ \text{mH}, R_a=7.56\ \Omega, R_f=11.34\ \Omega$$

$$L_a=55\ \text{mH}, L_f=1.1\ \text{H}, M=0.234\ \text{H}, J=0.136\ \text{Kgm}^2, \lambda=1$$

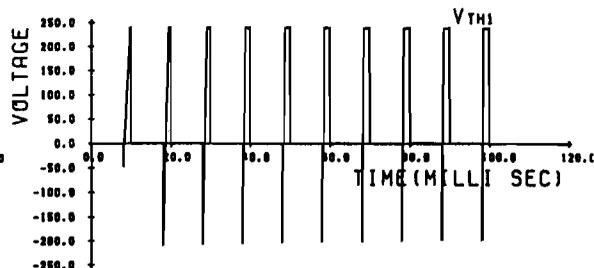
$$\delta=0, T_L=B\omega_m\ \text{Nm}, B=0.273, \text{duty}=0.8$$

第3.4図 チョップパ駆動の直巻式直流電動機駆動系

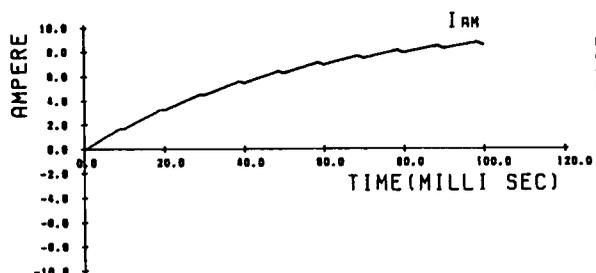
の停止状態から10周期ニミューレシヨニシテ過渡波形を示す。ニミュレシヨニの初期値としては、チョップパを始動させるために $v_{C1}=50\text{V}$ と与え、他はすべて零とした。電気系および機械系の各部の動作が忠実にニミュレートされて



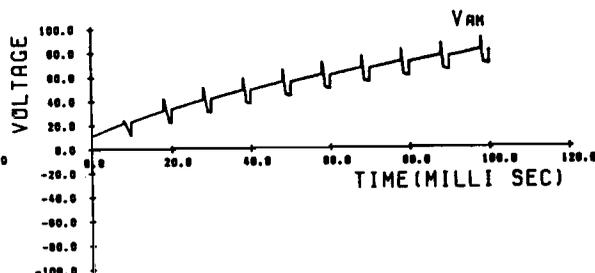
サイリスタ電流 i_{Th1}



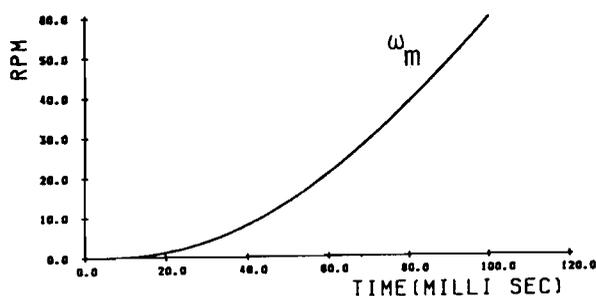
サイリスタ電圧 v_{Th1}



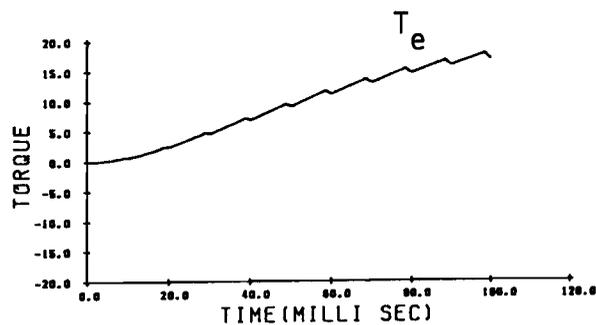
電機子電流 i_a



電機子電圧 v_a



回転角速度 ω_m



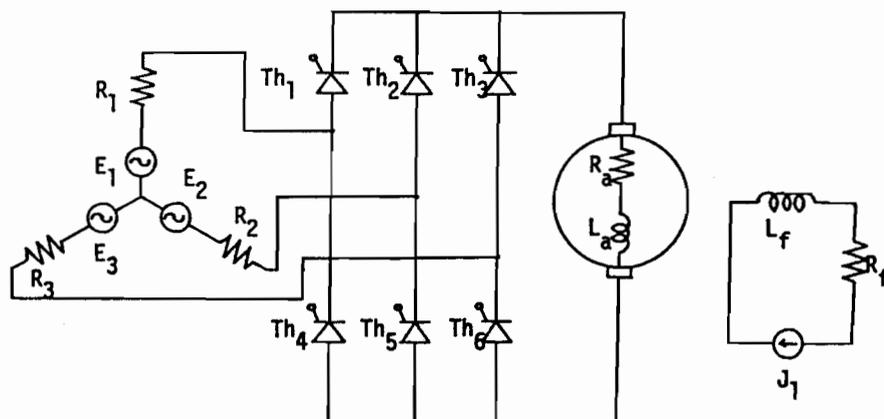
電気トルク T_e

第3.5図 チョップパ駆動直巻式直流電動機系の各部のシミュレーション波形

いるのがわかる。

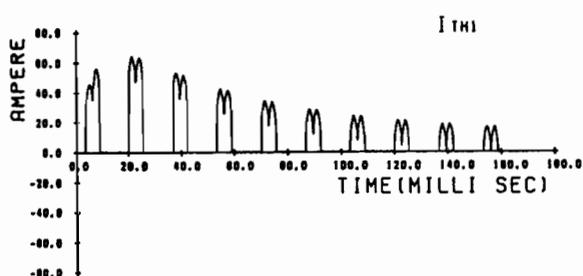
例題2 全波整流器駆動の他励式直流電動機系

第3.6図に全波整流ブリッジ回路によって駆動される他励式直流電動機を示す。第3.7図にサイリスタの点弧角 $\alpha=76^\circ$ とした場合の停止状態からの10周期のシミュレーション波形を示す。過渡時において電機子に大きな突入電流が流れることが観察される。なお、過渡時には電機子電流は連続であるが、第6章で示すが、定常状態においては不連続となり、回

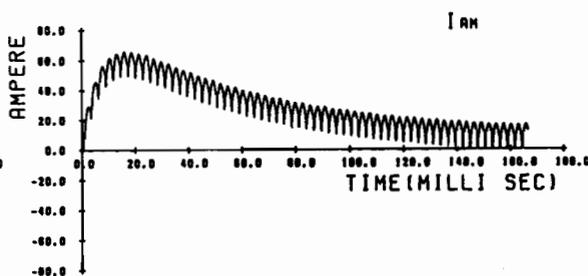


$E_1=179.6\sin(120\pi t+\pi/6)$ V , $E_2=179.6\sin(120\pi t-\pi/2)$ V
 $E_3=179.6\sin(120\pi t-7\pi/6)$ V , $R_1=R_2=R_3=0.1$ Ω , $\alpha=76$ degree
 $R_a=0.835$ Ω , $R_f=51.3$ Ω , $L_a=6.4$ mH , $L_f=15.0$ H
 $M=0.268$ H , $J=0.0755$ Kg m^2 , $\delta=0$, $\lambda=2$, $T_L=B\omega_m$ Nm , $B=0.1$

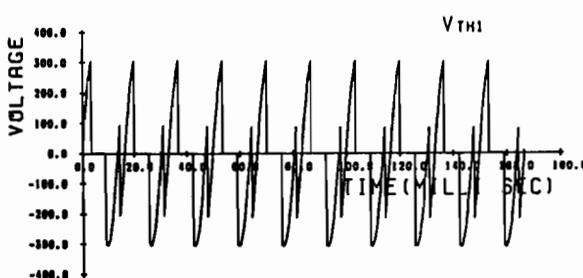
第3.6図 全波整流器駆動の他励式直流電動機



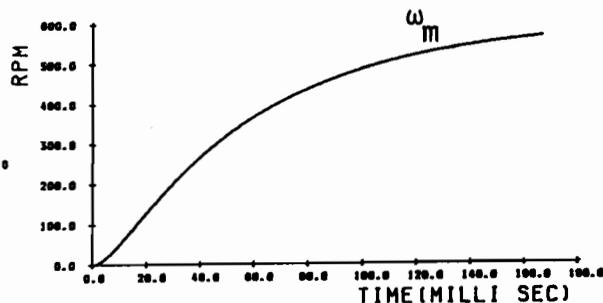
サイリスタ電流 i_{Th_1}



電機子電流 i_a



サイリスタ電圧 V_{Th_1}



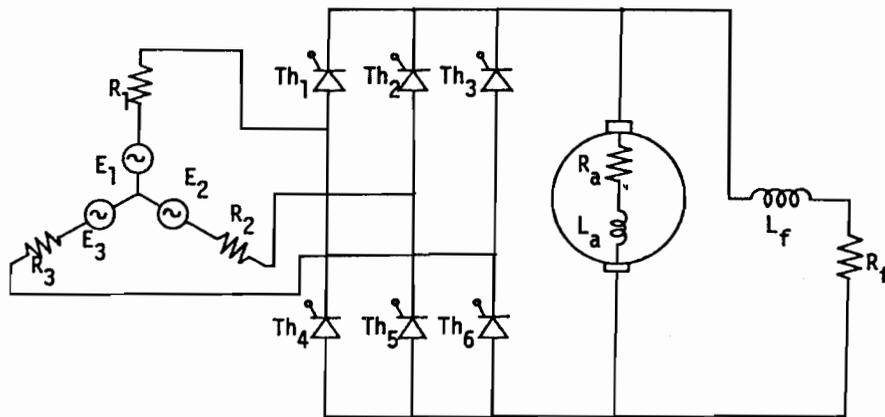
回転角速度 ω_m

第3.7図 全波整流器駆動他励式直流電動機系の各部のミニレコーダ波形

路の分断が生じる。

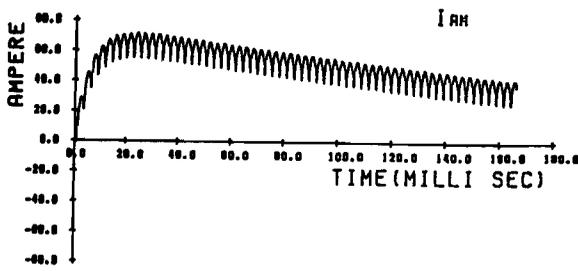
例題.3 全波整流器駆動分巻式直流電動機系

第3.8図に全波整流器駆動の分巻式直流電動機を示す。回路定数、電動機定数は例題2と同じであるが、励磁方式を分巻式とした。第3.9図に電動機の停止状態から過渡時の10周期のシミュレーション波形を示す。シミュレーションの初期条件はすべて零とした。なお、この系も例題2と同様、定常状態においては回路の分断が生じる。

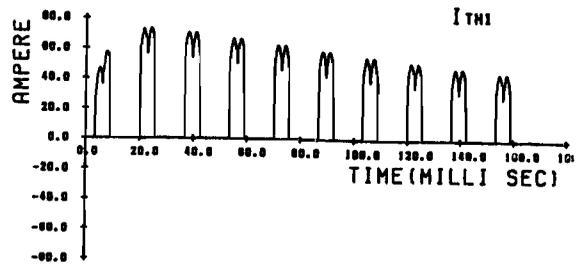


$$\begin{aligned}
 E_1 &= 179.6 \sin(120\pi t + \pi/6) \text{ V}, E_2 = 179.6 \sin(120\pi t - \pi/2) \text{ V} \\
 E_3 &= 179.6 \sin(120\pi t - 7\pi/6) \text{ V}, R_1 = R_2 = R_3 = 0.1 \Omega, \alpha = 76 \text{ degree} \\
 R_a &= 0.835 \Omega, R_f = 51.3 \Omega, L_a = 6.4 \text{ mH}, L_f = 15 \text{ H}, M = 0.268 \text{ H} \\
 J &= 0.0755 \text{ Kg m}^2, \delta = 0, \lambda = 2, T_L = 0.0 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

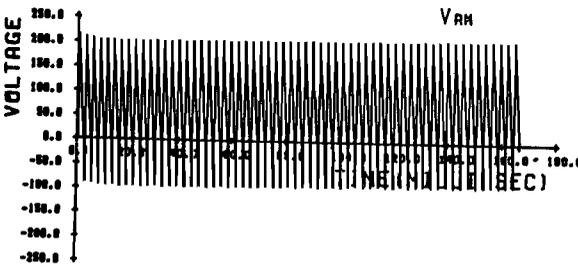
第3.8図 全波整流器駆動分巻式直流電動機



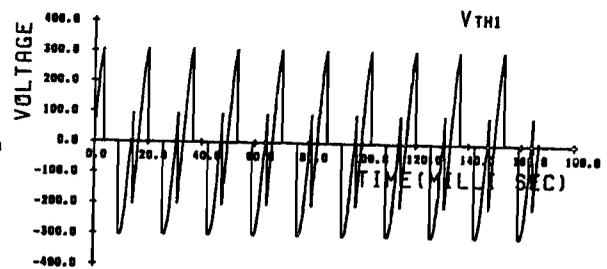
電機子電流 i_a



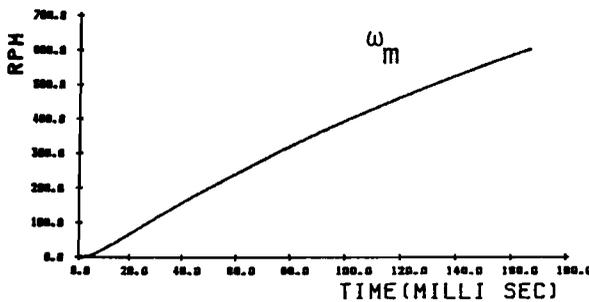
サイリスタ電流 i_{Th1}



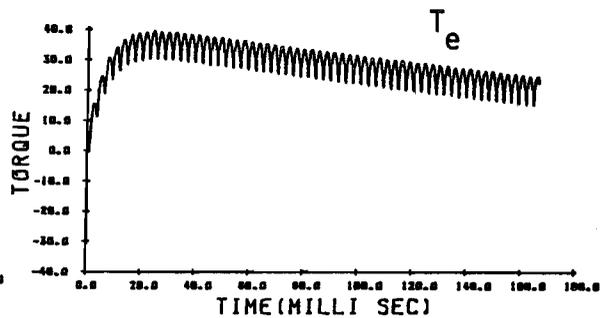
電機子電圧 v_a



サイリスタ電圧 v_{Th1}



回転角速度 ω_m

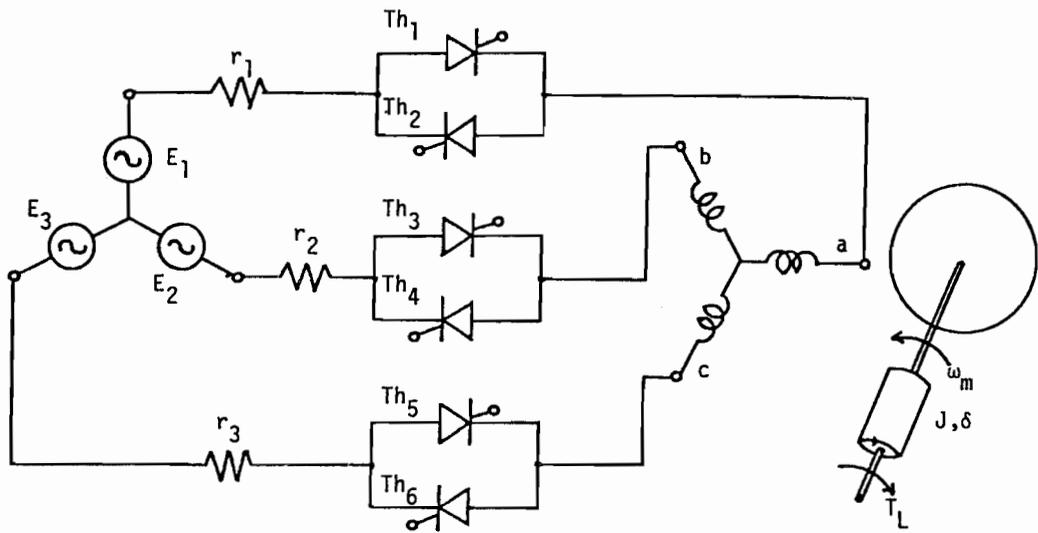


電気トルク T_e

第3.9図 全波整流器駆動分巻式直流電動機の各部の
シミュレーション波形

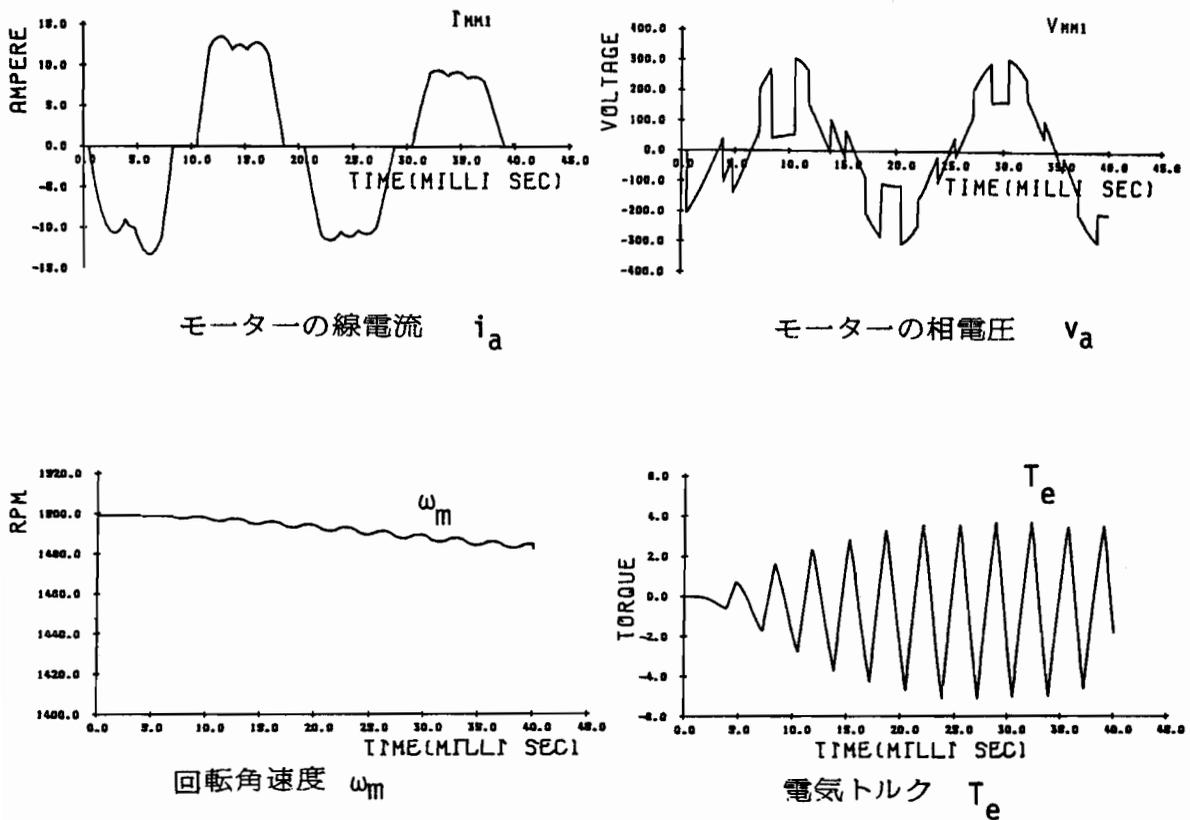
例題4 ACレギュレータ駆動の誘導電動機駆動系

誘導電動機駆動系の例としてまず、第3.10図に示すようなACレギュレータによって駆動される誘導電動機を取りあげる。第3.11図にサイリスタの制御角 α を $\alpha=100^\circ$ とし、初期値として角速度に同期速度を与えた時のシミュレーション波形を示す。



$E_1 = 311 \sin(100\pi t + \pi/2) \text{ V}$, $E_2 = 311 \sin(100\pi t - \pi/6) \text{ V}$
 $E_3 = 311 \sin(100\pi t - 5\pi/6) \text{ V}$, $r_1 = r_2 = r_3 = 0.1 \Omega$, $\alpha = 100 \text{ degree}$
 $R_s = 2.18 \Omega$, $R_r = 1.64 \Omega$, $L_s = 0.4283 \text{ H}$, $L_r = 0.4283 \text{ H}$
 $M = 0.4171 \text{ H}$, $J = 0.0125 \text{ Kgm}^2$, $\delta = 0$, $\lambda = 2$, $T_L = 0.0 \text{ Nm}$

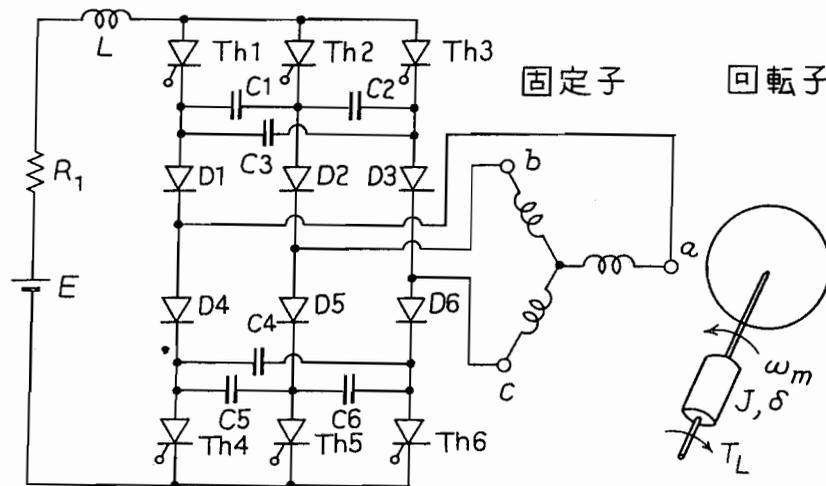
第3.10図 AC Lギルター駆動の誘導電動機駆動系



第3.11図 AC Lギルター駆動誘導電動機駆動系の各部シミュレーション波形

例題5 電流制御形インバータ駆動の誘導電動機系

第3.12図に、近年、誘導電動機の可変速制御として注目されている電流制御形インバータ駆動による誘導電動機系を示す。回路定数、誘導電動機定数は図に示すとおりである。各サイリスタ $Th_1 \sim Th_6$ は周期 $T = 20\text{ms}$ でそれぞれ 120° 導通するようにトリガされる。第3.13図に無負荷 ($T_L = 0$) で駆動したときの各部のシミュレーション波形を示す。

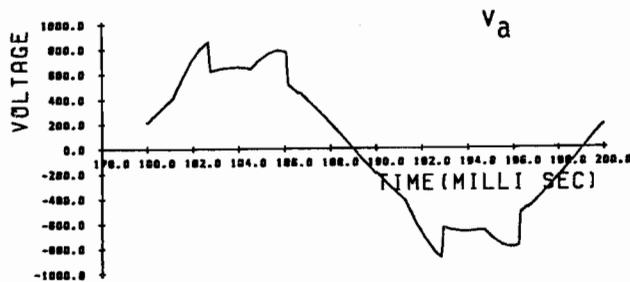


$$E=220\text{ V}, R_1=7\ \Omega, L=1\ \text{H}, C_1=C_2=C_3=C_4=C_5=C_6=30\ \mu\text{F}$$

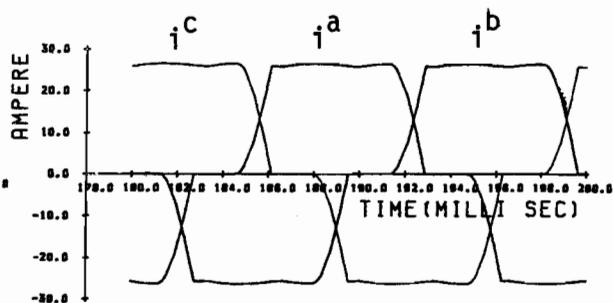
$$R_s=0.43\ \Omega, R_r=0.20\ \Omega, L_s=157\ \text{mH}, L_r=62\ \text{mH}, M=95.7\ \text{mH}$$

$$J=0.21\ \text{Kgm}^2, \delta=0, \lambda=2, T_L=0.0\ \text{Nm}$$

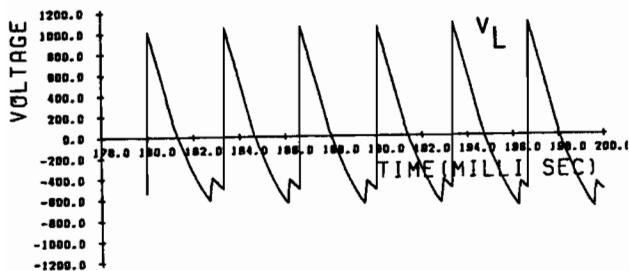
第3.12図 電流制御形インバータ駆動による誘導電動機系



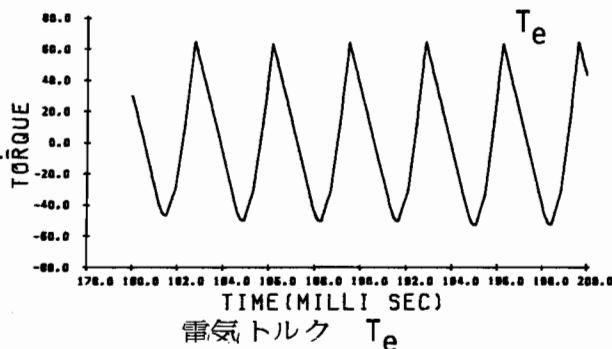
モーターの相電圧 v_a



モーターの線電流



インダクタ電圧 v_{L1}



電気トルク T_e

第3.13図 電流制御形インバータ駆動の誘導電動機の各部のシミュレーション波形

最後に、種々の大きさのシステムに対し、本プログラムを用いてシミュレーションしたときの計算時間を、入力段および前処理段と計算段に分けて比較した結果を第3.2表に示す。ここで T は周期で、計算時間はそれぞれ一周期あたりのものである。また、表中(1)~(3)は静的なサイリスタ回路の例で、サイリスタ回路の汎用シミュレーションプログラムNETCAP^{[13][14]}を用いてシミュレートした結果である。計算ステップ中としては、通常 $k_M = T/50$ とし、小ステップ中 k_m は $k_m = k_M/10$ とした。

	タブロー行列のサイズ	入力段および前処理段	計算段
1. 高周波インバータ	22	0.213 sec	0.699 sec/T
2. フォークリフト・モーター・ チョッパー	24	0.241 sec	1.321 sec/T
3. CVCFインバータ	40	0.394 sec	5.231 sec/T
4. チョッパー駆動直巻式直流 電動機 (例題1)	19	0.200 sec	2.280 sec/T
5. 全波整流器駆動分巻式直巻 電動機 (例題3)	29	0.270 sec	5.060 sec/T
6. 矩形波電圧源駆動誘導電動機	27	0.170 sec	2.460 sec/T
7. ACレギュレーター駆動誘導 電動機 (例題4)	39	0.386 sec	4.895 sec/T
8. 電流制御形インバータ駆動 誘導電動機 (例題5)	57	0.470 sec	71.53 sec/T

第3.2表 計算時間の比較

3.6 むすび

この章では、タブロー法に基づく電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法について論じ、またこれに基づいて実際に組み立てた汎用シミュレーションプログラムの概要を述べた。タブロー法に基づく方法は、モード変化に伴う処理、回路の分断、短絡などの処理が容易に行え、さらに、エネルギー変換の非線形特性なども容易に考慮することができるなどすぐれた特徴をもっている。したがってここで開発したシミュレーションプログラムは非常に効率が高く、また、入力方法も容易なので、種々の電気-機械エネルギー変換系の計算機援用設計のパッケージとして使用可能であると考えられる。また、ここで論じた方法は、同期機による電気-機械エネルギー変換系のシミュレーションや制御系などを考慮したシミュレーションにも拡張可能である。

第4章 シミュレーションの効率化

4.1 はじめに

第3章では、タブロー法による電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法について論じ、それに基づいて開発した汎用プログラムについて述べた。タブロー法に基づく方法は、モード変化に伴う処理、回路の分断、短絡の処理が容易に行なえ、また非線形素子なども容易に取りあつかうことができる。さらに、プログラムの構造が非常に簡単なので、種々の方法により計算の効率を高めることができるという特徴がある。この章では、第3章で論じたタブロー法によるデジタルシミュレーションの実用性をさらに高めるための種々の高効率化手法について論じる。^{[30][31][34][35][40]~[42]} シミュレーション

の高効率化手法として、まず一般に機械系の現象の変化が電気系のそれと比べ非常に遅いことを考慮した潜伏性 (latency) 解析^{[8][43][44]}によるシミュレーションの高速化手法を提案する。これを4.2で論じる。更に4.3では、サイリスタ回路による誘導電動機駆動系のタブローのブロック構造に着目し、分割形タブローによるスパース処理技法を提案する。4.4では、提案した手法に基づいて開発した高効率化プログラムを用いてシミュレーションした結果を示し、計算速度、相対誤差を評価することにより本手法の有効性を示す。

4.2 潜伏性 (latency) 解析によるシミュレーションの高速化

4.2.1 電気-機械エネルギー変換系の潜伏性解析

第3章2節で導出したタブロー方程式(3.19)式および(3.20)式は、それぞれサイリスタ回路による直流電動機駆動系、誘導電動機駆動系全般に共通して使用できるもので、LU分解、前進

代入、後退代入を繰り返して解くことにより、任意に与えられた初期条件よりその過渡現象に沿って忠実にシミュレートすることができる。ところがこの方法では(3.19), (3.20)式よりわかるように $(n+1)$ ステップ目を求めるためのタブロー行列が n ステップ目の解に依存するので、各計算ステップごとに毎回タブローを作りかえてLU分解をやり直さなければならない。したがって非常に計算時間がかかり効率が良くない。そこでここではプログラムの実用性を高めるために、電気-機械エネルギー変換系の潜伏性に着目し、これを利用してシミュレーションを高速化することを考える。

潜伏性(latency) 解析は比較的新しい概念で、大規模電子回路、特に論理回路のシミュレーションの高速化のために最近提案されたもので、^{[43][44]} 「潜伏性」は "latency" を邦訳したものである。^[18] その考え方は次のとおりである。大規模回路、特に論理回路ではその回路動作を各時刻ごとにみると、電圧、電流が急激に変動するのはごく一部であり、ほとんどの部分では変化が潜伏しており電圧、電流の変化は無視できる。したがって潜伏している部分の計算を省略することができ、シミュレーションの高速化がはかれる。この考え方は、電気-機械エネルギー変換系のシミュレーションにおいても次のように適用することができる。

一般に、機械系の時定数は電気系の時定数より非常に長いので、機械系の変数の変化は電気系のそれに比べ非常に遅いものである。すなわち、電気系の変数が変化しているある一定期間、機械系の変数は潜伏していると考えてよい。したがって、このような電気系の現象と機械系の現象を同一のタブローで連立させて解析することは非常に計算効率が悪い。そこで、次のように考える。機械系の変数である回転角速度 ω_m が、ある決め

られた許容誤差 ε に対し、次の様な潜伏性の条件を満足しているものとする。

$$|\omega_m^{(n+k)} - \omega_m^{(n)}| < \varepsilon, \quad 1 \leq k < K \quad (4.1)$$

この時、回転角速度 ω_m はこの K ステップの間、一定と近似してもよいと考えられる。この様に、回転角速度 ω_m を、ある潜伏している期間一定として解析することにより、機械系の解析を省略することができ、シミュレーションの高速化がはかれることになる。

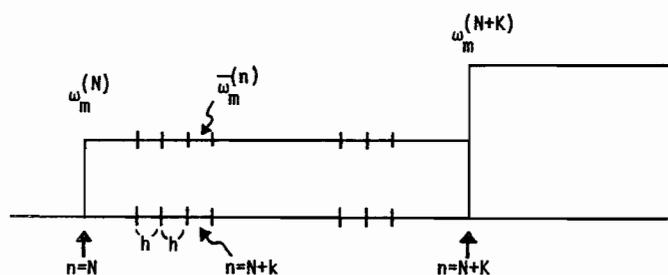
4.2.2 回転運動方程式のタブローからの分離

先に述べたように、回転角速度 ω_m の変化は、他の電気系の変数の変化に比べ非常にゆっくりとしたものなので、(4.1)式を満足している K ステップの間、一定であるものとして取り扱う。すなわち、回転角速度 $\omega_m^{(n)}$ は $n=N$ において(4.1)式を満足しているものとする。このとき、回転角速度 $\omega_m^{(n)}$ は $N \leq n < N+K$ の K ステップの間、第4.1図に示すように一定であるとする。すなわち、

$$\bar{\omega}_m^{(n)} = \omega_m^{(N)}, \quad N \leq n < N+K \quad (4.2)$$

とし、 $N \leq n < N+K$ の間は、一定の $\bar{\omega}_m^{(n)}$ を用いてタブローを

第4.1図
回転角速度の
固定



を解析する。したがって、この一定の $\bar{\omega}_m^{(N)}$ を用いることにより、次のように全体のタブローから機械系の回転運動方程式を分離して解析することが出来る。

直流電動機駆動系の場合は、一定の $\bar{\omega}_m^{(N)}$ を用いて、**回転**運動方程式の (3.14) 式を除いた (3.1)(3.3)~(3.10)(3.13) 式をタブロー方程式として連立させる。すなわち次式で与えられるタブロー方程式を解析することになる。

I_D	F		
		$-F^T$	I_B
		1	
1	$-R$	1	k_v
k_f	$(\theta-1)h$	c	$(\theta-1)h$
L			

$i_E^{(n+1)}$	0
$i_J^{(n+1)}$	0
$i_R^{(n+1)}$	0
$i_{Sw}^{(n+1)}$	0
$i_C^{(n+1)}$	0
$i_L^{(n+1)}$	0
$i_a^{(n+1)}$	0
$i_f^{(n+1)}$	0
=	
$v_E^{(n+1)}$	$e^{(n+1)}$
$v_J^{(n+1)}$	$j^{(n+1)}$
$v_R^{(n+1)}$	0
$v_{Sw}^{(n+1)}$	0
$v_C^{(n+1)}$	$Cv_C^{(n)} + h\theta i_C^{(n)}$
$v_L^{(n+1)}$	$L i_L^{(n)} + h\theta v_L^{(n)}$
$v_a^{(n+1)}$	
$v_f^{(n+1)}$	

----- (4.3)

一方、 $\omega_m^{(N+k)}$ は (4.3) 式で与えられるタブロー方程式を解析して得られた変数 $\{i_a^{(n)}, i_f^{(n)}\}_{n=N}^{n=N+k-1}$ を零次ホールド近似して区分的一定の波形として回転運動を表わす微分方程式 (2.16) 式に与えこれを直接解くことにより求めることが出来る。すなわち、 $\delta \neq 0$ の時は、次式より計算することが出来る。

$$\omega_m^{(N+k)} = e^{-\delta h/J} \omega_m^{(N+k-1)} + (1 - e^{-\delta h/J})/\delta h \cdot (-T_L - \lambda M i_a^{(N+k-1)} i_f^{(N+k-1)})$$

$$k = 1, 2, \dots, K.$$

----- (4.4)

また、 $\delta = 0$ の時は、

$$\omega_m^{(N+k)} = \omega_m^{(N+k-1)} + \frac{h}{J} (-T_L - \lambda M i_a^{(N+k-1)} i_f^{(N+k-1)})$$

$$k = 1, 2, \dots, K.$$

(4.5)

より計算することが出来る。

一方、誘導電動機駆動系の場合も同様にして、(4.2)式に示す一定の $\bar{\omega}_m^{(n)}$ を用いて回転運動方程式をタブローから分離して解く。すなわち、回転運動方程式の(3.18)式を除いた(3.1)(3.3)~(3.10)(3.15)~(3.17)式を連立させる。このようにして、回転運動方程式を分離した誘導電動機駆動系のタブロー方程式を(4.6)式に示す。

$$\omega_m^{(N+k)} = e^{-\delta h/J} \omega_m^{(N+k-1)} + [1 - e^{-\delta h/J}]/\delta h \cdot [-T_L + \lambda M(i^{d(N+k-1)}{}_i Q(N+k-1) - i^{q(N+k-1)}{}_i D(N+k-1))], \quad k = 1, 2, \dots, K.$$

----- (4.7)

また、 $\delta = 0$ の時は、

$$\omega_m^{(N+k)} = \omega_m^{(N+k-1)} + \frac{h}{J} [-T_L + \lambda M(i^{d(N+k-1)}{}_i Q(N+k-1) - i^{q(N+k-1)}{}_i D(N+k-1))],$$

$k = 1, 2, \dots, K.$

--- (4.8)

より計算することができる。

回転角速度の固定期間の K ステップが過ぎると、直流電動機駆動系の場合は (4.4) 式 ($\delta = 0$ の時は (4.5) 式)、誘導電動機駆動系の場合は (4.7) 式 ($\delta = 0$ の時は (4.8) 式) より計算される $\omega_m^{(N+K)}$ を用いて (4.3) 式あるいは (4.6) 式のタブロー行列の斜線部の $\omega_m^{(n)}$ を更新しタブローを作りかえ、次の固定期間はこのタブロー行列を用いて計算を実行する。このように、直流電動機駆動系の場合は (4.3) 式のタブロー方程式と (4.4) 式 ($\delta = 0$ の時は (4.5) 式)、誘導電動機駆動系の場合は (4.6) 式のタブロー方程式と (4.7) 式 ($\delta = 0$ の時は (4.8) 式) を交互に解析することにより、回転角速度 $\omega_m^{(n)}$ を固定している間は、サイリスタ回路側のモード変化がない限り、タブローは固定したままで、一度 L 分解した後の、前進、後退代入のみ繰り返せばよいので非常に計算時間の短縮がはかれる。なお、実際のプログラムでは、3章で述べたように、計算のステップ中は、大ステップ中 k_M と小ステップ中 k_m の2種類を用いており、(4.4),

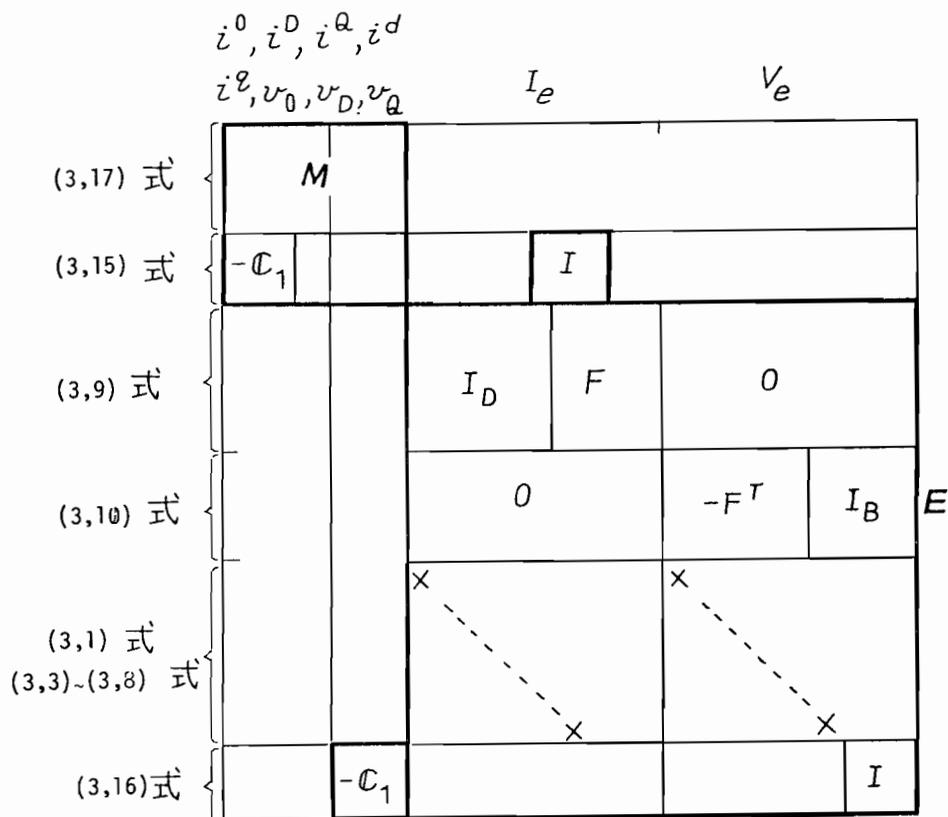
(4.7)式の $e^{\delta R/\Delta t}$ はそれらを用いてあらかじめ計算しておく。
また、(4.5)式、(4.8)式はそれぞれ (3.14)式、(3.18)式において、 $\theta=1$ としたオイラ法に相当する。

4.3 タブローの分割によるシミュレーションの効率化

前節では、機械系の変数 w_m が潜伏していることを利用し、回転運動方程式を切り離してタブローを解析することを提案したが、さらに、このタブローがスパースであることを利用して種々のスパース処理を施し、更に計算時間を短縮することができる。この節では、誘導電動機駆動系を対象とし、そのタブローのブロック構造を利用し、LU分解、前進、後退代入に分割手法を取り入れたスパース処理法を提案し、計算時間の短縮および必要記憶容量の節減をはかることを考える。

回転運動方程式を分離した誘導電動機駆動系のタブロー方程式(4.6)式のタブロー行列は、式と変数を適当に並べかえることにより、第4.2図に示すような行列となる。このタブロー行列は、大きく2つの対角ブロック M と E に分けることができる。サブマトリクス M は誘導電動機の回転子と固定子の巻線のモデルに対応しており、形式上、 i^a, i^b, i^c が与えられれば解ける。サイリスタ回路は電気系すなわちサイリスタ回路に対応しており、形式上 v_a, v_b, v_c が与えられれば解ける。また非対角ブロックの非零要素は 3×3 の軸変換行列 $-C_1$ と単位行列 I のみで、他はすべて零要素である。ここでは、第4.2図のタブローのブロック構造に注目し、次のことを考慮して、タブローを M と E に分割して個別にLU分解を施すことを考える。

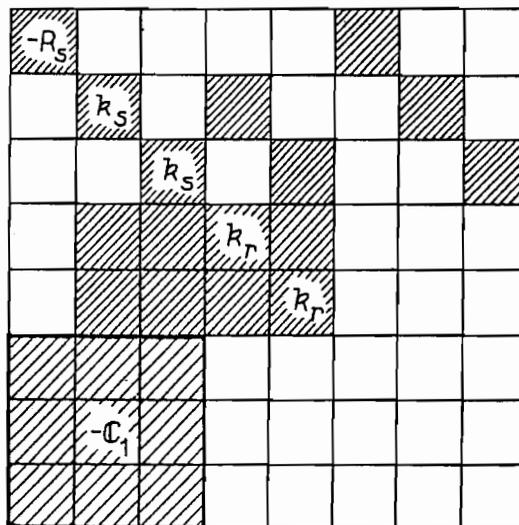
- (1) 非対角ブロック部のスパース性を可能な限り保存するようにLU分解する。すなわち E 部と非対角ブロックの新たな fill-in を最小にする。



第4.2図 タブロー行列とそのMおよびEブロック

- (2) 同一の演算を可能な限りくり返さないようにする。
- (3) 不要素との演算は可能な限り省略する。

なお、第4.3図に示すサブマトリクスMは正則である。さらにMは、十分小さな θ に対して、ピボット選択することなしにLU分解可能であることが、 $L_s L_r - M^2 > 0$ の性質を用いることにより容易に確かめることがで



第4.3図 サブマトリクスM

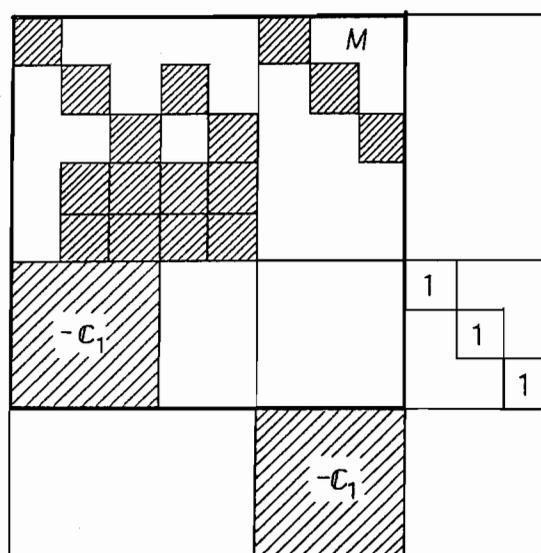
$$k_s = L_s + (1-\theta)R_s$$

$$k_r = L_r + (1-\theta)R_r$$

きる。また、第4.2図のタブロー行列は固定子巻線がY結線の場合のもので、 Δ 結線の場合は(3.15)式と(3.16)式を入れかえなければならない。このようにしないと、軸変換の式でE部に含まれる部分がEのキルヒホッフのKCL, KVLの式と一次従属になるものが存在することになり、マトリクスEが非正則になるからである。このことを回路論的に解釈すると、Y結線の独立電流源や Δ 結線の独立電圧源がそれぞれ電流源だけのカットセット、電圧源だけのループをつくるということになる。全体のタブローは正則であるが、ここではサブマトリクスのMとEに分割してLU分解することを考えるのでEは正則でなければならない。上記のような注意が必要である。

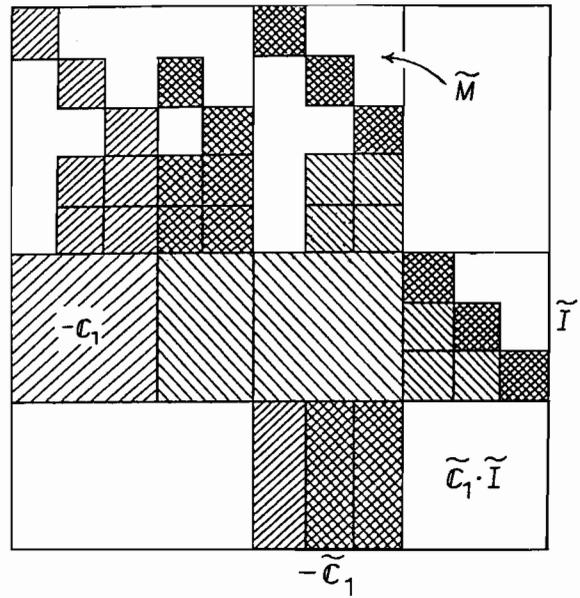
4.3.1 電動機側MのLU分解

まず、第4.2図に示される 8×8 のマトリクスMに、タブロー行列の非対角ブロックの非零要素の $-C_1$ とIを付加し第4.4図に示すような 11×11 の行列を作る。この行列を(1,1)要素から(8,8)要素までピボット選択することなしに積和形のクラウト法でLU分解する。その結果を第4.5図に示す。次にタブローの非対角ブロックの非零要素 $-C_1$ とIによって生じるE部への



第4.4図 非対角ブロックの非零要素を付加したサブマトリクスM

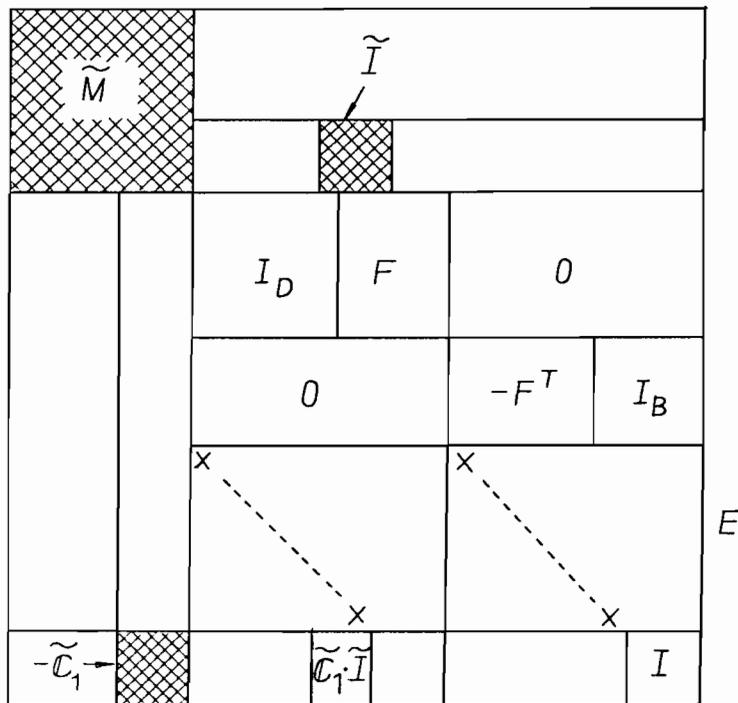
fill-inをあらかじめ、 $\tilde{C}_1 \times \tilde{I}$ を計算することにより求めておく。以上の様にLU分解する事により、E部および非対角ブロックに発生するfill-inを最小にすることができる。



第4.5図 電動機側MのLU分解

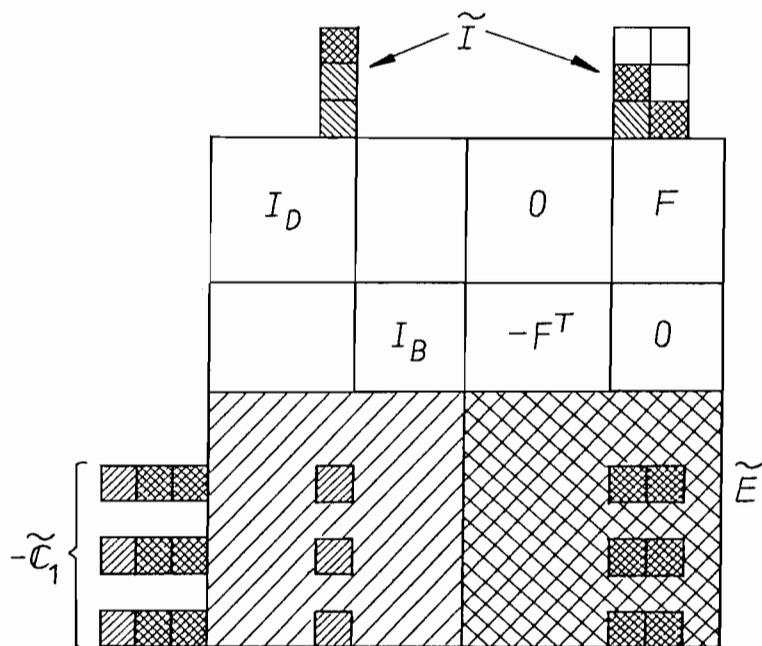
4.3.2 電気系EのLU分解

まず、第4.6図に示すように、M部のLU分解の際に、非対

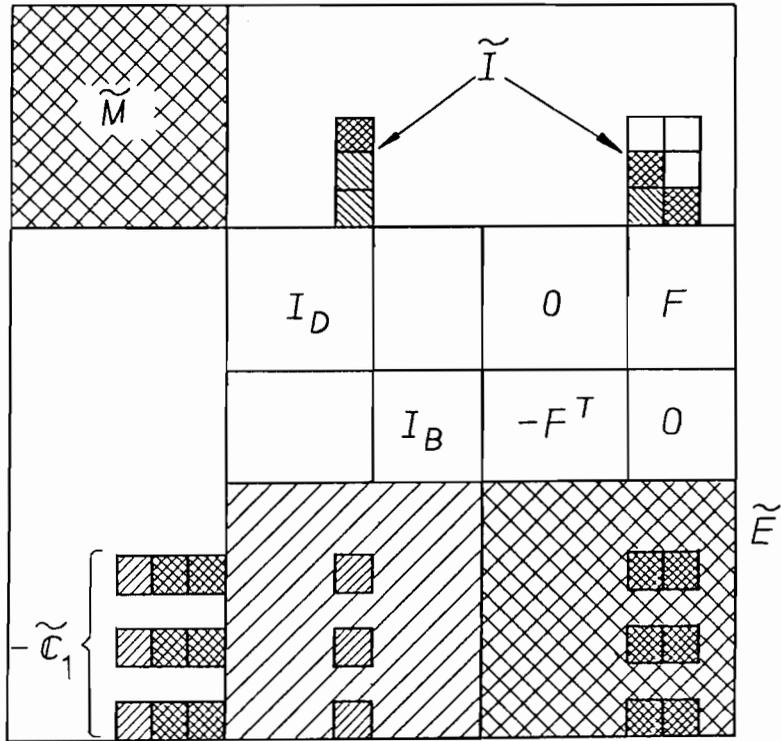


第4.6図 $-\tilde{C}_1$ と \tilde{I} によるE部へのfill-in

角ブロックの非零要素によって発生するEへのfill-in $\tilde{C}_1 \times \tilde{I}$ をE部へオーバーラップさせる。fill-inの位置は C_1 とIの位置よりあらかじめ知ることができる。次に第3章3節2と同様にしてサブマトリクスEに列変換を施し、Eの右上スミアブロックを単位行列とする。このようにすると第3章3節2で述べたようにEのスプース性がかなり保存され、LU分解は右下スミアブロックについてのみ施せばよいことになる。第3章3節2と同様の方法でLU分解した結果を第4.7図に示す。以上により、タブロー全体のLU分解が完了したことになる。その結果を第4.8図に示す。



第4.7図 電気系EのLU分解



第4.8図 LU分解後の全体のタブロー

第4.8図をみると、以上に述べてきたようにタブローをM部とE部に分割してLU分解することにより、LU分解後もタブローのブロック構造、スパース性が保存されていることがわかる。また同図のサブマトリクス \tilde{M} は、回転角速度 $\omega_m^{(n)}$ 、計算ステップ ν 、計算公式の選択パラメータ θ に依存し、サブマトリクス \tilde{E} は ν 、 θ とサイリスタ、ダイオードおよび強制スイッチのオン・オフ状態を示すパラメータ (k_i, k_v) に依存している。それらのパラメータが変化しない間は、一度LU分解しておき、右辺ベクトルの更新と前進、後退代入の繰り返しだけによって計算ステップを進めることができる。パラメータ (k_i, k_v) のみが変化した場合にマトリクスEの右下スミブロックからLU分解をやり直せばよい。パラメータ $\omega_m^{(n)}$ 、 ν 、 θ のうちどれ

により \underline{y}_m を求める。次に電気系の右辺ベクトル b_e を次のように、 \underline{y}_m を用いてあらかじめ補正しておく。

$$[b'_e]_{i_R} \cong [b_e]_{i_R} - \tilde{C}_R \cdot \underline{y}_m, \quad R=1,2,3 \quad (4.11)$$

ここで、 $[b_e]_{i_R}$ はベクトル b_e の第 i_R 要素を示す。最後に、

$$L_E \underline{y}_e = \underline{b}'_e \quad (4.12)$$

を解くことにより、中間解 $[\underline{y}_m, \underline{y}_e]^T$ が得られる。
後退代入は、まず

$$U_E \underline{x}_e = \underline{y}_e \quad (4.13)$$

を \underline{x}_e について解く。これを用いて \underline{y}_m をあらかじめ次のように補正する。

$$[\underline{y}'_m]_R \cong [\underline{y}_m]_R - \sum_{p=1}^3 [\tilde{I}_p]_R \cdot [\underline{x}_e]_{d_p}, \quad (R=6,7,8) \quad (4.14)$$

これによつて得られる \underline{y}'_m を用いて

$$U_M \underline{x}_m = \underline{y}'_m \quad (4.15)$$

を解くことにより、解 $[\underline{x}_m, \underline{x}_e]^T$ が求まる。なお、 \tilde{E} は左上スミブロックが単位行列であるなどスパースであるため、(4.12) (4.13) 式を解く際、第3章3節で述べたのと同様のスパース処理が可能である。

4.4 プログラムの概要と数値計算例

4.4.1 プログラム NETCAP-DC-II, NETCAP-IM-II の概要

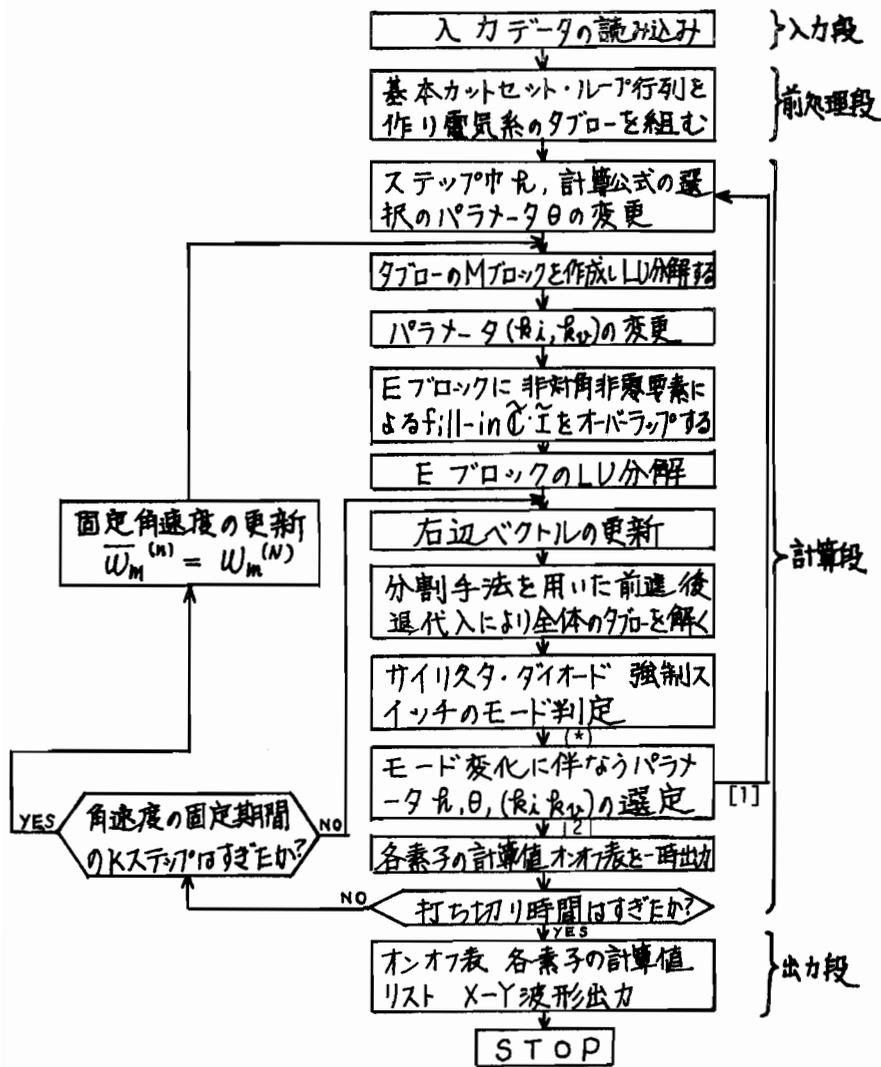
これまでの議論をもとにして、直流電動機駆動系に対しては汎用高効率化プログラム NETCAP-DC-II, また誘導電動機駆動系に対しては NETCAP-IM-II を開発した。NETCAP-DC-II は、4.2 で述べた潜伏性解析によるシミュレーションの高速化手法がとり入れられ、また NETCAP-IM-II は、それにさらに 4.3 で議論したタブローの分割手法によるスパース処理法がとり入れられ、それぞれ第 3 章で述べた NETCAP-DC, NETCAP-IM の発展系として作成された。第 4.9 図にプログラム NETCAP-IM-II の計算の流れの概略を示す。モード変化に伴うパラメータの選定方法は第 3.3 図 (b) と同じである。なおプログラムにおいて、回転角速度 ω_m の固定の方法としては、次の 2 通りの方法が組みこまれている。

- (1) 一定のステップ数 K の間固定する。
- (2) 各計算ステップにおいて (4.7) 式あるいは (4.8) 式、(直流電動機駆動系では (4.4) 式あるいは (4.5) 式) より計算される $\omega_m^{(n)}$ を用いて

$$\left| \frac{\omega_m^{(n)} - \bar{\omega}_m^{(n)}}{\bar{\omega}_m^{(n)}} \right| < \varepsilon \quad (4.16)$$

を満足するかどうか、毎計算ステップ判定し、満足するならば $\bar{\omega}_m^{(n)}$ をそのままの値で固定、また満足しないならば $\omega_m^{(n)}$ を新しい $\bar{\omega}_m^{(n)}$ として更新する。

したがって入力データとしては、(1)および(2)の方法の選択および、それぞれに応じて固定ステップ数 K あるいは許容誤差 ε



第4.9図 プログラム NETCAP-IM-II の計算の流れ図

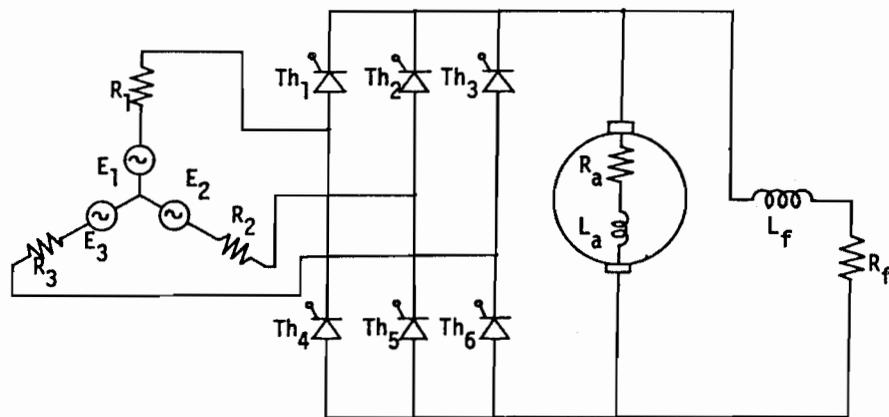
を与えるようにしている。なお、第4.9図の計算の流れ図は簡単のため(1)の方法の場合を示しているが、(2)の方法の場合も同様である。

プログラム NETCAP-DC-II および NETCAP-IM-II の入力データの入力方法および結果の出力方法は第3章で述べたプログラム NETCAP-DC, NETCAP-IMと同じである。

4.4.2 数値計算例

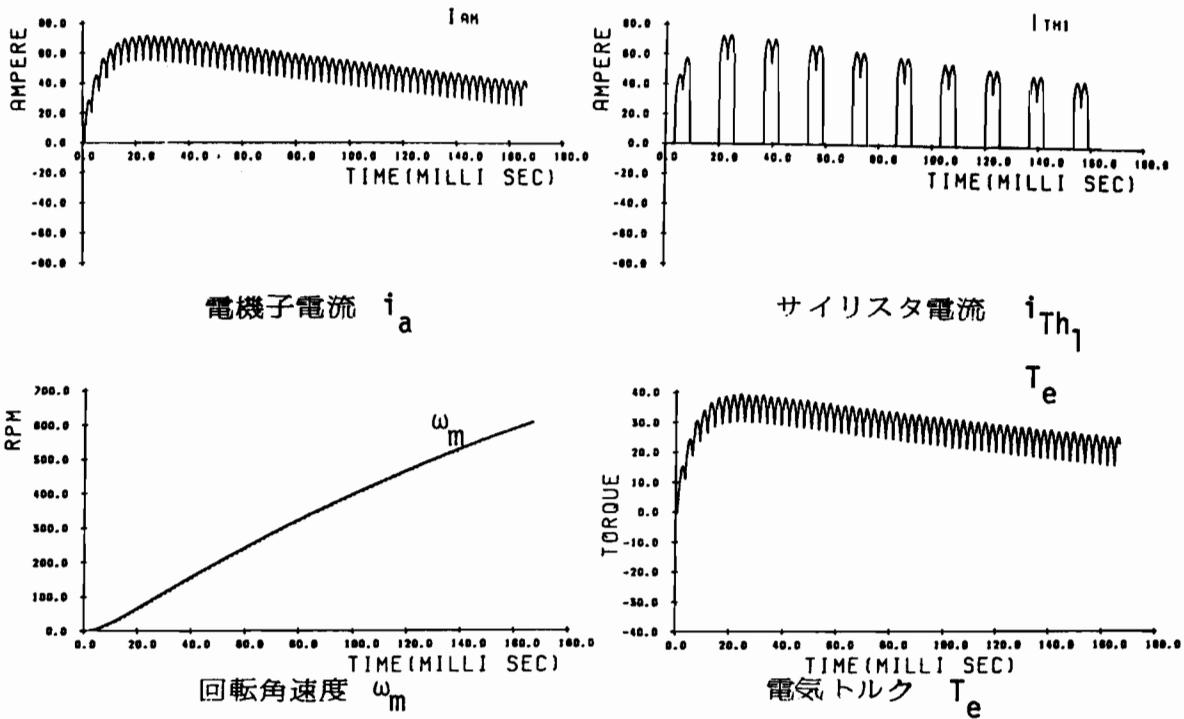
(1) プログラム NETCAP-DC-II の数値実験例

プログラム NETCAP-DC-II の有効性を示すために、第3章の例題3と同じ三相全波整流器駆動の分巻式直流電動機を取りあげる。回路図および回路定数、直流機の定数を再び第4.10図に示す。



$$\begin{aligned}
 E_1 &= 179.6 \sin(120\pi t + \pi/6) \text{ V}, E_2 = 179.6 \sin(120\pi t - \pi/2) \text{ V} \\
 E_3 &= 179.6 \sin(120\pi t - 7\pi/6) \text{ V}, R_1 = R_2 = R_3 = 0.1 \ \Omega, \alpha = 76 \text{ degree} \\
 R_a &= 0.835 \ \Omega, R_f = 51.3 \ \Omega, L_a = 6.4 \text{ mH}, L_f = 15 \text{ H}, M = 0.268 \text{ H} \\
 J &= 0.0755 \text{ Kg m}^2, \delta = 0, \lambda = 2, T_L = 0.0 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

第4.10図 三相全波整流器駆動の分巻式直流電動機



第4.11図 $T_{fix} = T/10$ の時の全波整流器駆動分巻式直流電動機のシミュレーション波形

第4.11図に回転角速度 ω_m の固定期間 T_{fix} を $T_{fix} = T/10$ (T は周期) とした時の電動機の停止状態から10周期の過渡状態のシミュレーション波形を示す。第3.9図とほとんど同じ波形が得られていることがわかる。第4.1表は回転角速度固定による計算時間の短縮の効果を示したもので、計算ステップ k は、いずれの場合も、大ステップ中 $k_M = T/50$, $k_m = k_M/10$ とした。また、 $T_{fix} = T/50$ は、回転角速度を毎計算ステップ更新した場合である。表中、「回転運動方程式連立」とは第3章で述べたプログラム NETCAP-DC を用いて計算した結果で、第3.9図の結果に対応し、 $T_{fix} = T/10$ の場合は、第4.11図の結果に対応する。また、第4.2表は、回転運動方程式固定による計算精度を

角速度の固定時間	計算時間
回転運動方程式連立	5.06 sec/T
$T_{fix} = T/50$	5.02 sec/T
$T_{fix} = T/20$	2.08 sec/T
$T_{fix} = T/10$	1.78 sec/T

第4.1表 回転角速度の固定期間と計算時間の関係

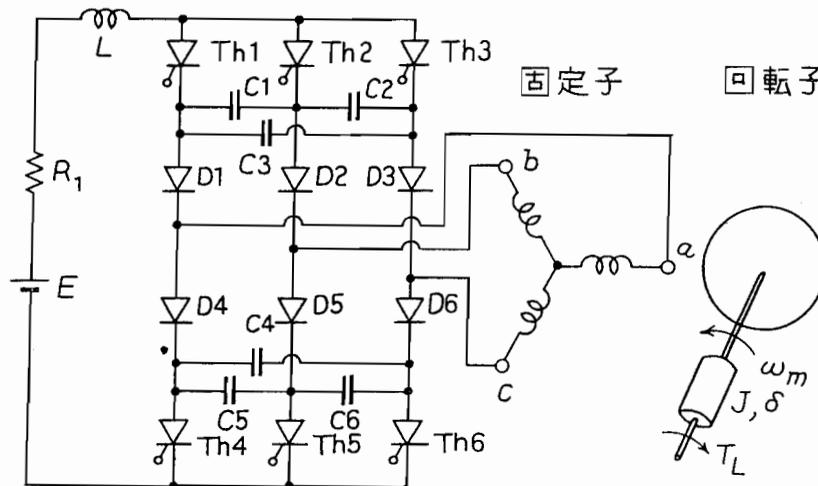
角速度の固定時間	最大相対誤差
$T_{fix} = T/50$	0 %
$T_{fix} = T/20$	0.10 %
$T_{fix} = T/10$	0.22 %

第4.2表 回転角速度の固定期間と計算精度の関係

を評価したもので、固定期間 T_{fix} と最大相対誤差の関係を示している。最大相対誤差はそれぞれ $T_{fix} = T/50$ の結果を基準として、電気トルク T_e の計算値より求めた。第4.1表、第4.2表の結果より、回転角速度をある一定期間固定することにより、非常に計算時間が短縮でき、しかも必要な精度を失わず、提案した方法は実用上非常に有効であると考えられる。

(2) プログラム NETCAP-IM-II の数値実験例

プログラム NETCAP-IM-II の有効性を示すために第3章の例題5と同じ電流制御形インバータ駆動による誘導電動機を用いてシミュレーションした結果を示す。回路構成および各定数を第4.12図に示す。



$$\begin{aligned}
 E &= 220 \text{ V}, R_1 = 7 \text{ } \Omega, L = 1 \text{ H}, C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = 30 \text{ } \mu\text{F} \\
 R_s &= 0.43 \text{ } \Omega, R_r = 0.20 \text{ } \Omega, L_s = 157 \text{ mH}, L_r = 62 \text{ mH}, M = 95.7 \text{ mH} \\
 J &= 0.21 \text{ Kg}\text{m}^2, \delta = 0, \lambda = 2, T_L = 0.0 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

第4.12図 電流制御形インバータによる誘導電動機駆動系

第4.3表は、第3章の例題5と同じ条件でシミュレーションした時の、回転角速度を固定することによる計算時間の短縮の効果をあらわしたもので、回転角速度の固定期間と一周期あたりの計算時間の関係を示す。なお、直流電動機駆動系の場合と同様、計算ステップ巾は、 $k_M = T/50$, $k_m = k_M/10$ とし、 $T_{\text{fix}} = T/50$ とは回転角速度を毎計算ステップ更新した場合である。また表中、「回転運動方程式連立」とは、第3章

角速度の固定期間	計 算 時 間 /T
回転運動方程式連立	77.194 sec/T
$T_{fix} = T/50$	121.668 sec/T
$T_{fix} = T/20$	37.327 sec/T
$T_{fix} = T/10$	34.584 sec/T
$T_{fix} = T/5$	32.008 sec/T

第4.3表 回転角速度の固定期間と計算速度の関係

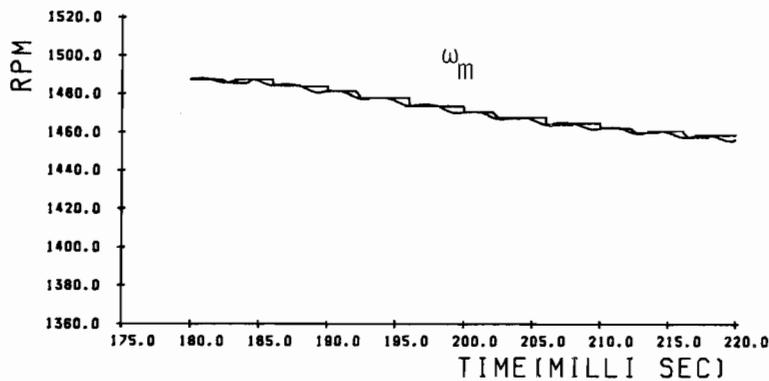
角速度の固定期間	最大相対誤差
$T_{fix} = T/50$	0 %
$T_{fix} = T/20$	0.33 %
$T_{fix} = T/10$	0.48 %
$T_{fix} = T/5$	1.11 %

第4.4表 回転角速度の固定期間と計算精度の関係 (定常状態)

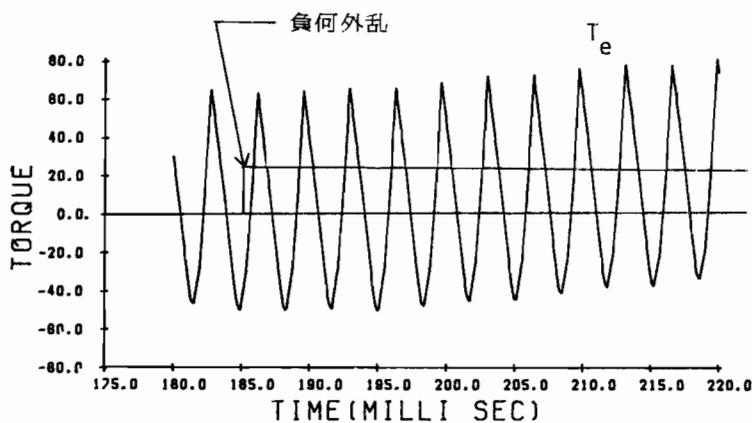
の例題5の結果より算出したものである。この表より $T_{fix} = T/20$ とすると計算時間が著しく短縮することがわかる。また $T_{fix} = T/10$, $T/5$ と更に固定期間を大きくしても、計算時間は $T_{fix} = T/20$ の場合とあまりかわらない。第4.4表は回転角速度固定による計算精度を評価したもので、 T_{fix} と最大相対誤差の関係を表わしている。直流電動機駆動系の場合と同様、最大相対誤差は $T_{fix} = T/50$ の場合を基準として、発生電気トルク T_e の脈動のピーク値の計算値より求めた。固定期間を

大きくすれば、誤差も増加するが、 $T_{fix} = T/5$ の場合でも誤差は1%程度で実用的には十分な精度であると考えられる。

第4.3表、第4.4表の結果は、回転角速度の固定による計算時間と精度を定常状態でのシミュレーション波形より評価したものであるが、更に次のようなことを考える。第4.13図に無負荷で定常運転していた系に負荷トルク $T_L = 23.5 \text{ Nm}$ をステップ状に入力した時の回転角速度 ω_m と発生電気トルク T_e のシミュレーション波形を示す。



(a) 回転角速度



(b) 電気トルク

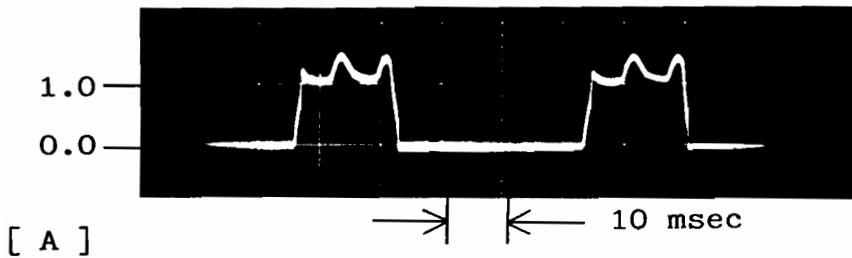
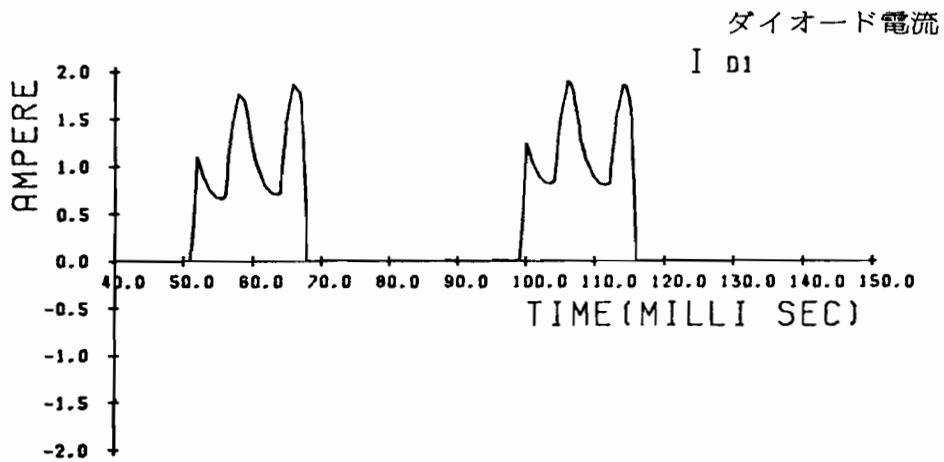
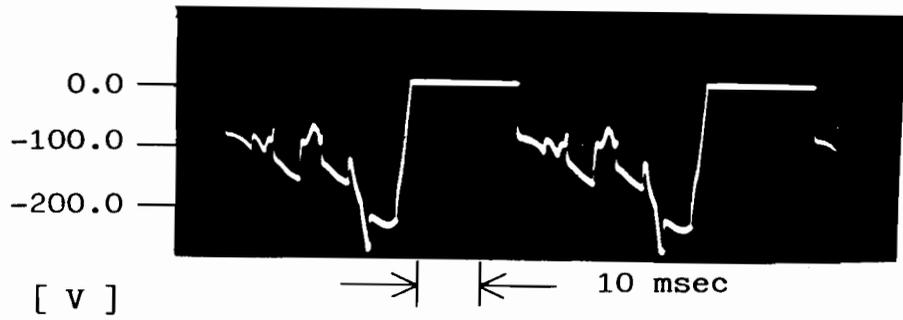
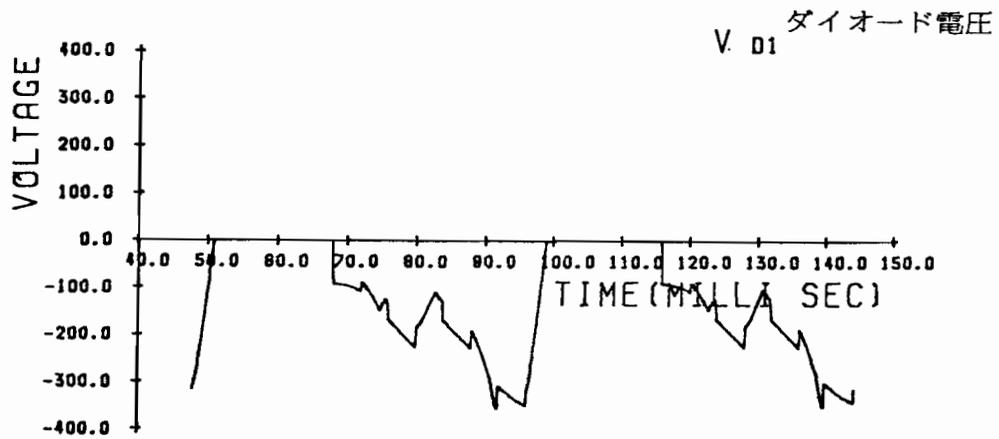
第4.13図 負荷外乱をステップ状に入力した時の回転角速度 ω_m と発生電気トルク T_e のシミュレーション波形

第4.13図は $T_{fix} = T/5$ とした時の場合で、(a)図の階段状の波形はシミュレーションにおいて固定した回転角速度 $\omega_m^{(m)}$ を示している。前と同様にして角速度固定による計算時間と精度を評価すると、計算速度に関しては第4.3表と同じ結果が得られたが、最大相対誤差は第4.5表に示すようになる。この結果より、 ω_m の変動の比較的大きい過渡状態においても本手法は十分な精度を保ちながら計算時間を非常に短縮できることがわかる。

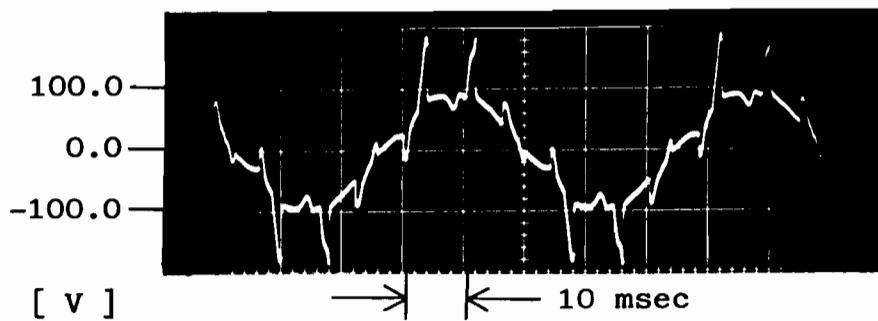
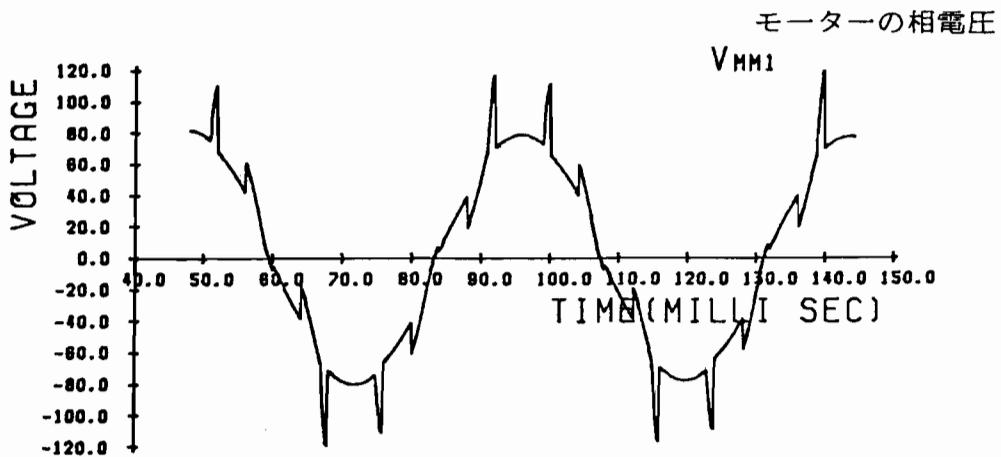
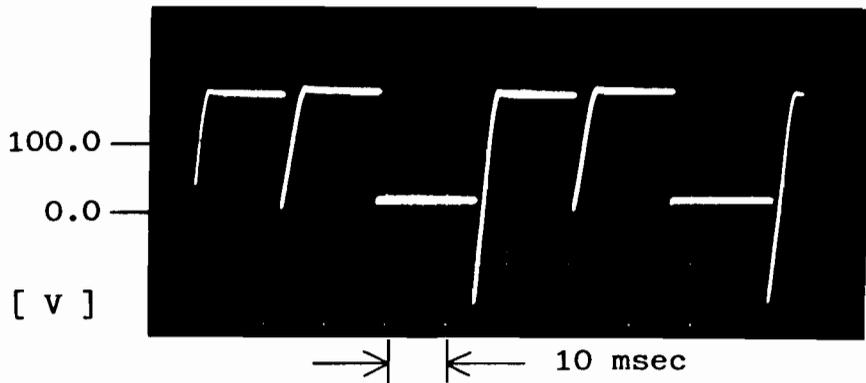
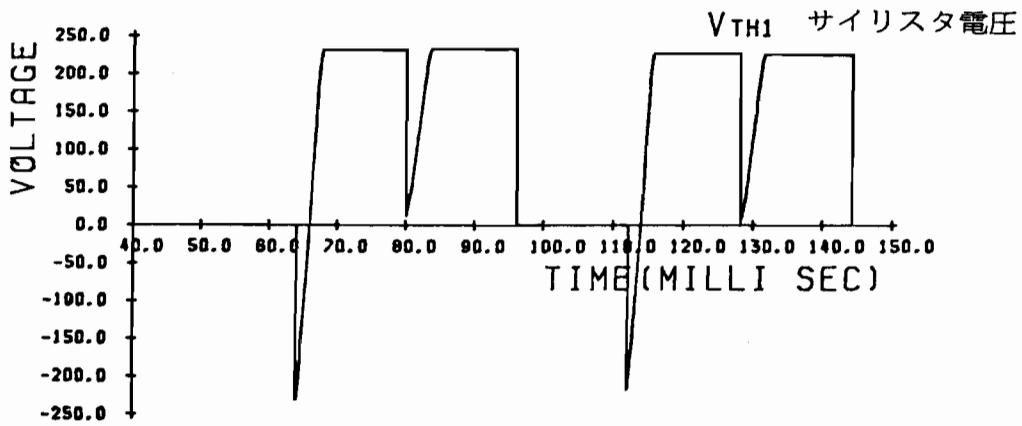
角速度の固定期間	最大相対誤差
$T_{fix} = T/50$	0 %
$T_{fix} = T/20$	1.48 %
$T_{fix} = T/10$	1.84 %
$T_{fix} = T/5$	3.94 %

第4.5表 回転角速度の固定期間と計算精度の関係 (過渡状態)

最後に、実験によって得られた波形と同じ条件で本プログラムを用いてシミュレーションした結果を比較して第4.14図に示す。実験に用いたインバータの回路定数は、 $C_i = 8\mu\text{F}$ ($i=1, 2, \dots, 6$)、 $L = 200\text{mH}$ 、 $R_i = 14\Omega$ で、誘導電動機各定数は、 $R_s = 2.18\Omega$ 、 $R_r = 1.64\Omega$ 、 $M = 417.1\text{mH}$ 、 $L_s = L_r = 428.3\text{mH}$ 、 $\delta = 0$ 、 $J = 0.0125\text{kg}\cdot\text{m}^2$ である。また駆動条件は $E = 23.7\text{V}$ 、インバータ周波数 20.8Hz とし負無荷すなわち $T_L = 0$ とした。これより誘導電動機とインバータの各部の動作が忠実にシミュレートされているのがわかる。波高値に若干の差異が見られるが、これはスイッチング損失や



第4.14図(a) 実験波形とシミュレーション波形の比較
(ダイオード電圧, ダイオード電流)



第4.14図(b) 実験波形とシミュレーション波形の比較
(サイリスタ電圧, モーターの相電圧)

スナバ回路の影響などによるものと考えられる。

4.5 むすび

この章では、第3章で論じたタブロー法に基づく電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法をもとにして、さらにプログラムの実用性を高めるための種々の高効率化法について述べた。高効率化の手法として機械系の潜伏性を利用し、回転運動方程式をタブローから切り離して解き、シミュレーションを高速化する方法と、更にタブローのブロック構造とスパース性を利用して、LU分解、前進、後退代入に分割手法を導入することにより計算効率を高める方法を提案した。開発した汎用高効率化プログラムを用いて数値実験した結果、必要な精度を失なうことなく、計算効率を高めることができ、さらに実験波形ともよく一致することが確認され本手法は非常に実用性の高いものであると考えられる。

第5章 サイリスタ回路の定常解析と汎用定常解析プログラム

5.1 はじめに

サイリスタ・ダイオードなど含む電力変換回路、すなわちサイリスタ回路を設計する際、その設計仕様はしばしば定常状態の特性で与えられ、回路の定常状態を求めることは、その設計、解析において基本的かつ重要な問題である。ところが、第3章および第4章で論じたシミュレーションプログラムなどを用いて定常解を得ようとする時、過渡状態の非常に長い回路に対しては定常になるまで何周期もシミュレーションしなければならず計算効率が非常に悪い。そこで、この章では主として電動機を含まない静的なサイリスタ回路を対象として、その定常周期解を高速に求める方法として、ニュートン法を用いた方法について論じ、またこれに基づいて実際に開発した汎用定常周期解算プログラムについて述べる。^{[45]~[49]}

ニュートン法による周期解の算出は、非線形電子回路に対し T. J. April と T. N. Trick によって初めて提案されたもので、^[50] 定常解を与える初期値が満たす非線形方程式をニュートン法の繰り返し計算で解く問題として定式化され、初期値の設定値をうまく選べば収束も速く有効な方法である。サイリスタ回路に対しては太田等が同様の方法で定常解を得る方法を論じているが、^[21] 対象とするサイリスタ回路に、たとえばモードごとの状態方程式の組合せが同一でなければならぬというような制約がある。現実のサイリスタ回路においてこの条件が満たされない場合も多い。また、尾崎はモード期間に対してニュートン法を適用する方法を提案しているが、^[22] モードごとの状態変数の組合せが同一でなければならぬこと、また状態方程式におけ

るA行列の逆行列が存在しなければならないなどの問題点がある。

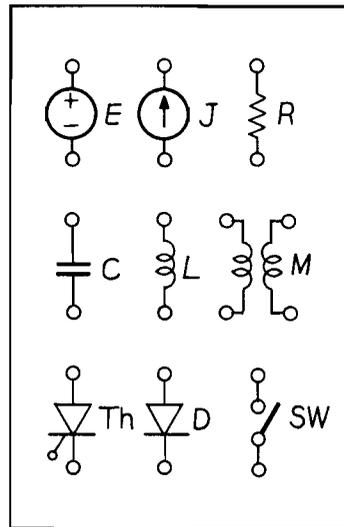
ニュートン法を適用する際、問題となるのはヤコビ行列をいかに精度良くかつ効率良く計算するかである。この問題に対し、ここでは、サイリスタ・ダイオードなど電力用半導体素子を理想スイッチとして取り扱い、電子回路の感度解析に広く用いられている随伴回路^{[23][24]}を拡張してサイリス回路に導入することにより、精度良くヤコビ行列を計算する方法を提案する。後述するようにここで議論する随伴回路は対象とするサイリスタ回路に何ら特別の仮定を置くことなく、しかもサイリスタ回路を特定の定式化、たとえば状態方程式などを用いて表現することなしに、回路のトポロジーと各枝に対して直接定義することによって導入できる。したがって提案するヤコビ行列の計算法は、現存するほとんどのサイリスタ回路に対して適用可能であり、本手法は極めて汎用性があるものと考えられる。

この章ではまず、5.2でニュートン法によるサイリスタ回路の定常解析の定式化を与え、随伴回路を利用したヤコビ行列の計算法について5.3で論ずる。更に、5.4でこの手法に基づいて実際に開発したサイリスタ回路の汎用定常解析プログラムの概要を述べる。5.5では本プログラムを種々のサイリスタ回路の定常解算出に適用した数値例を示しその性能、汎用性を評価する。

5.2 ニュートン法による定常解析

この章で対象とするシステムは、第5.1図に示すような、独立電圧源 E 、独立電流源 J 、抵抗 R 、コンデンサ C 、インダクタ L 、結合インダクタ M と電力用半導体素子のサイリスタ Th 、ダイオード D 、強制スイッチ Sw から成るサイリスタ回路とし、こ

れを N とする。回路 N は周期 T の周期解をもつものとし、周期 T は既知とする。通常、現存する多くのサイリスタ回路では、その周期解の周期は電源の周期やサイリスタのトリガ信号の周期からあらかじめ知ることができるといえる。



第5.1図 サイリスタ回路

ニュートン法によるサイリスタ回路 N の定常解の解析は文献[50][51]と同様にして次の様に定式化することができる。サイリスタ回

路が定常状態であるとは、ある時刻 t_0 におけるすべての枝の電流値、電圧値が一周期後の時刻 $t_0 + T$ のそれらと一致する場合を言うが、一般に次の様に定義すれば十分である。いま、 N に含まれるエネルギー蓄積素子であるコニデンサ C 、インダクタ L 、結合インダクタ M の個数をそれぞれ n_C, n_L, n_M とし、また各インダクタンス行列 M_i ($i=1, 2, \dots, n_M$) は $m_{M_i} \times m_{M_i}$ の行列とする。また $\underline{v}_C, \underline{i}_L, \underline{i}_M$ をそれぞれ C の電圧ベクトル、 L の電流ベクトル、 M の電流ベクトルとする。このとき、サイリスタ回路 N は、

$$\begin{cases} \underline{v}_C(t_0) = \underline{v}_C(t_0 + T) \\ \underline{i}_M(t_0) = \underline{i}_L(t_0 + T) \\ \underline{i}_M(t_0) = \underline{i}_M(t_0 + T) \end{cases} \quad (5.1)$$

を満足するとき、定常状態であるという。 $\underline{v}_C, \underline{i}_L, \underline{i}_M$ はそれぞれ $n_C, n_L, \sum_{i=1}^{n_M} m_{M_i}$ 次元のベクトルである。ここで、

$$n = n_c + n_L + \sum_{i=1}^{n_M} m_{M_i} \quad (5.2)$$

とし、 n 次元ベクトル \underline{x} を次の様に定義する。

$$\begin{aligned} \underline{x} &\triangleq [\underline{v}_c(t_0), \underline{i}_L(t_0), \underline{i}_M(t_0)]^T \\ &\triangleq [\underline{v}_c(0), \underline{i}_L(0), \underline{i}_M(0)]^T \end{aligned}$$

ベクトル $[\underline{v}_c(\tau), \underline{i}_L(\tau), \underline{i}_M(\tau)]^T$ が初期値 \underline{x} の関数であることに注意すると、カイリスタ回路 N の定常解を求める問題は、

$$F(\underline{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \underline{v}_c(\tau) \\ \underline{i}_L(\tau) \\ \underline{i}_M(\tau) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{v}_c(0) \\ \underline{i}_L(0) \\ \underline{i}_M(0) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

と置くと

$$F(\underline{x}) = 0 \quad (5.4)$$

なる非線形方程式を \underline{x} について解き、定常解を与える初期値 \underline{x}^* を求める問題に帰着させることができる。(5.4) 式をニュートン法で解くことにすると、その計算アルゴリズムは次の繰り返し計算で与えられる。

$$\underline{x}^{i+1} = \underline{x}^i - [F'(\underline{x}^i)]^{-1} \cdot F(\underline{x}^i) \quad (5.5)$$

ここで、添字 i はアルゴリズムの繰り返し回数を示し、 $n \times n$ の行列 $F'(\underline{x})$ は $F(\underline{x})$ のヤコビ行列で次のように表わされる。

$$F'(z) = \left[\frac{\partial F}{\partial u_c(0)}, \frac{\partial F}{\partial i_L(0)}, \frac{\partial F}{\partial i_M(0)} \right] \quad (5.6)$$

以上により、サイリスタ回路Nの定常波形は次のようにして求めることができる。すなわち $i=0$ として初期値の設定値を適当に与え、(5.5)式で与えられるニュートン法のアルゴリズムを収束するまで繰り返して z^* を求め、これを初期値として、たとえば第3章で述べたシミュレーション法で1周期シミュレーションすることにより定常波形が得られる。

5.3 ヤコビ行列の計算法

(5.5)式のニュートン法のアルゴリズムにおいて $F(z^i)$ はサイリスタ回路Nを初期条件 z^i の下で一周期解き、(5.3)式を用いて計算することができる。したがって第3章で述べたシミュレーション法を用いて計算することができる。ここで問題となるのは、ヤコビ行列 $F'(z^i)$ をいかに精度良く、また効率良く計算するかである。この問題に対し、ここでは従来電子回路の感度解析などに非常に良く用いられてきた随伴回路を用いてヤコビ行列を計算する方法を提案しその計算アルゴリズムを示す。そのために、まずサイリスタ回路に対して随伴回路を定義し、これに基づいてヤコビ行列を計算するための感度計算する方法を述べる。

5.3.1 随伴回路と感度計算法

対象とするサイリスタ回路Nに対して、随伴回路を定義するために、まず次の仮定を置く。

[仮定] サイリスタ回路Nは初期値の微小な変化によってモ

ードパターンが変化せず、またモードの切り換え時刻は初期値の連続関数である。

この仮定は現存する多くのサイリスタ回路に対して成立していると考えられる自然な仮定であり、特に定常解を与える初期値の近傍の初期値に対してはほとんどの場合満足されるものと思われる。

サイリスタ回路 N に対する随伴回路は次のように定義される。

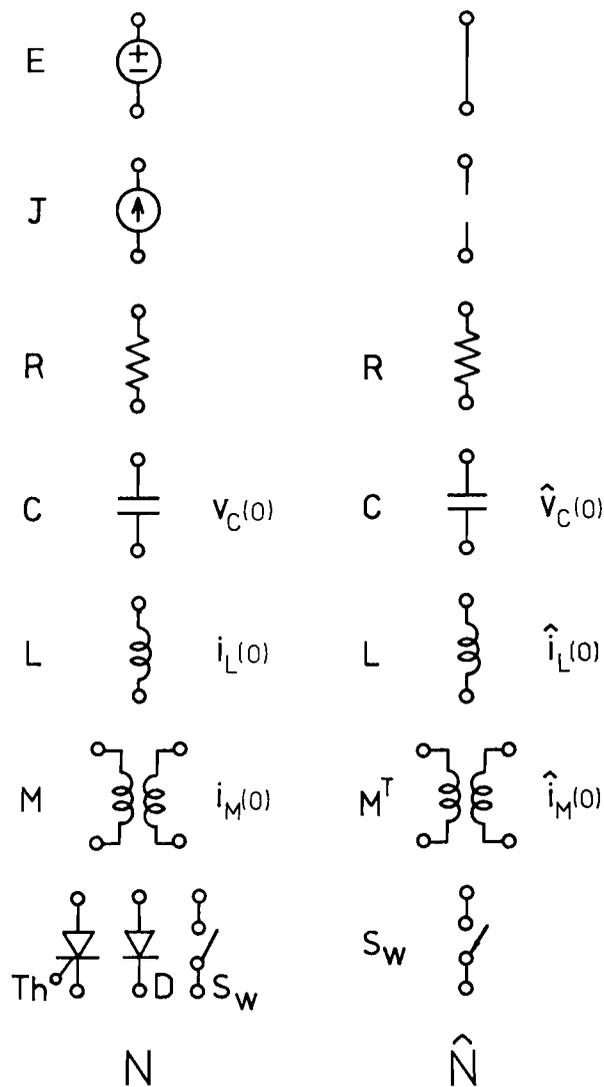
[随伴回路の定義]

サイリスタ回路 N に対し次の条件を満足する回路 \hat{N} を N の随伴回路という。

- (1) 回路 N と \hat{N} は同じトポロジーを持つ。
- (2) 回路 \hat{N} の各枝の素子は回路 N に対して次のように決められる。
 - (2-1) サイリスタ T_h , ダイオード D , 強制スイッチ S_w に対しては回路 N の時間軸 t でのそれらのオン・オフに応じて、時間軸 $\tau = T - t$ でオン・オフする強制スイッチ S_w とする。
 - (2-2) 抵抗 R , コンデンサ C , イニダクタ L に対してはそれぞれ同じ素子値をもつ R, C, L とし、また M は転置されたイニダクタンス行列 M^T をもつものとする。
 - (2-3) 独立電圧源 E , 独立電流源 J に対してはそれぞれ短絡枝, 開放枝とする。

第5.2図にサイリスタ回路 N と随伴回路 \hat{N} との各素子を対比させて示す。

次に、以上のように定義した随伴回路を利用してヤコビ行列



第5.2回 サイリスタ回路Nとその随伴回路 \hat{N}

を計算するための感度計算の方法について考察する。いま初期値 $[V_C(0), i_L(0), i_M(0)]^T$ をもつサイリスタ回路を N と考え、これを $[\Delta V_C(0), \Delta i_L(0), \Delta i_M(0)]^T$ だけ擾動して、 $[V_C(0) + \Delta V_C(0), i_L(0) + \Delta i_L(0), i_M(0) + \Delta i_M(0)]$ とした回路を、 $N + \Delta N$ とすると、後述のように、ラレゲンの定理より次の関係式を得ることが出来る。

$$\begin{aligned}
& \sum_L [\hat{\lambda}_L(0) L \Delta i_L(T) - \hat{\lambda}_L(T) L \Delta i_L(0)] \\
& - \sum_C [\hat{v}_C(0) C \Delta v_C(T) - \hat{v}_C(T) C \Delta v_C(0)] \\
& + \sum_M [\hat{\lambda}_M^T(0) M \Delta i_M(T) - \hat{\lambda}_M^T(T) M \Delta i_M(0)] = 0 \quad (5.7)
\end{aligned}$$

ここで \hat{v}_C , $\hat{\lambda}_L$, $\hat{\lambda}_M$ はそれぞれ回路 \hat{N} の変数である。(5.7) 式はヤコビ行列 $F'(x)$ を計算するための基本となる関係式で、以下にその誘導を示す。

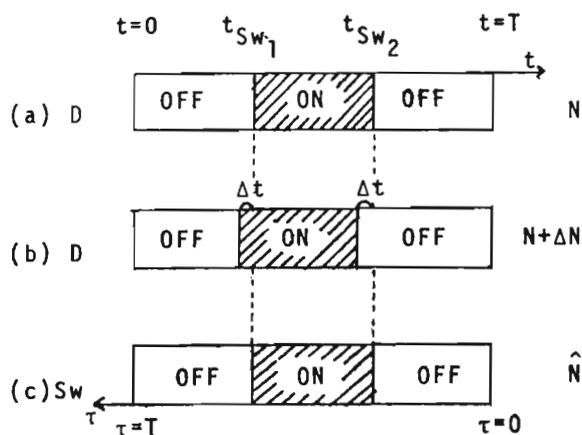
回路 N と \hat{N} を考えると、両者のトポロジは等しいので、テレゲンの定理より次のよく知られた関係式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
& \sum_E \int_0^T [\hat{\lambda}_E(\tau) \Delta v_E(\tau) - \hat{v}_E(\tau) \Delta i_E(\tau)] d\tau \\
& + \sum_J \int_0^T [\hat{\lambda}_J(\tau) \Delta v_J(\tau) - \hat{v}_J(\tau) \Delta i_J(\tau)] d\tau \\
& + \sum_{Th, DSW} \int_0^T [\hat{\lambda}_D(\tau) \Delta v_D(\tau) - \hat{v}_D(\tau) \Delta i_D(\tau)] d\tau \\
& + \sum_R \int_0^T [\hat{\lambda}_R(\tau) \Delta v_R(\tau) - \hat{v}_R(\tau) \Delta i_R(\tau)] d\tau \\
& + \sum_L \int_0^T [\hat{\lambda}_L(\tau) \Delta v_L(\tau) - \hat{v}_L(\tau) \Delta i_L(\tau)] d\tau \\
& + \sum_C \int_0^T [\hat{\lambda}_C(\tau) \Delta v_C(\tau) - \hat{v}_C(\tau) \Delta i_C(\tau)] d\tau \\
& + \sum_M \int_0^T [\hat{\lambda}_M^T(\tau) \Delta v_M(\tau) - \hat{v}_M^T(\tau) \Delta i_M(\tau)] d\tau \\
& = 0 \quad (5.8)
\end{aligned}$$

ここで $\tau = T - t$ である。

(5.8)式の左辺の各項について積分を実行する。(5.8)式の左辺第1項は、明らかに $\Delta v_E(t) \equiv 0$ また \hat{N} の定義より $\hat{v}_E(\tau) \equiv 0$ なので、第1項=0である。また同様に $\Delta i_j(t) \equiv 0$, $\hat{i}_j(\tau) \equiv 0$ より第2項=0も得られる。第3項は、サイリスタ回路Nの仮定と、その随伴回路 \hat{N} の定義より零とみなすことができる。以下、これについて示そう。対象としているサイリスタ回路Nの一周期のモード数は有限と考えているので、このことは第5.3図に示すような例で示せば十分である。いま、サイリスタ回路NのあるダイオードD

が $t \in [0, T]$ で第5.3図の(a)のようにオン・オフ変化するとしよう。また、Nに対する仮定より、回路 $(N + \Delta N)$ の同じダイオードDは(b)図のようにオン・オフ変化すると考えることができる。さらに随伴回路の定義より、こ



第5.3図 ダイオードDの一周期のオン・オフ変化の例

のダイオードに対応する \hat{N} の強制スイッチSwのオン・オフ変化は(c)図に示されるようになる。これらの事より、容易に次のことがわかる。

- (i) $0 < t < t_{sw1} - \Delta t$ のとき、 $\Delta i_D(t) \equiv 0$, $\hat{i}_D(\tau) \equiv 0$
- (ii) $t_{sw1} - \Delta t < t < t_{sw1}$ のとき、 $\hat{i}_D(\tau) \equiv 0$
- (iii) $t_{sw1} < t < t_{sw2} - \Delta t$ のとき、 $\Delta v_D(t) \equiv 0$, $\hat{v}_D(\tau) \equiv 0$
- (iv) $t_{sw2} - \Delta t < t < t_{sw2}$ のとき、 $\hat{v}_D(\tau) \equiv 0$
- (v) $t_{sw2} < t < T$ のとき、 $\Delta i_D(t) \equiv 0$, $\hat{i}_D(\tau) \equiv 0$

従って、(5.8)式の第3項は次のように計算することができる。

$$\begin{aligned}
& \int_0^T [\hat{i}_D(\tau) \Delta v_D(t) - \hat{v}_D(\tau) \Delta i_D(t)] dt \\
&= \int_0^{t_{sw_1} - \Delta t} + \int_{t_{sw_1} - \Delta t}^{t_{sw_1}} + \int_{t_{sw_1}}^{t_{sw_2} - \Delta t} + \int_{t_{sw_2} - \Delta t}^{t_{sw_2}} + \int_{t_{sw_2}}^T \\
&= \int_{t_{sw_1} - \Delta t}^{t_{sw_1}} [-\hat{v}_D(\tau) \Delta i_D(t)] dt + \int_{t_{sw_2} - \Delta t}^{t_{sw_2}} [\hat{i}_D(\tau) \Delta v_D(t)] dt \quad (5.9)
\end{aligned}$$

回路Nに対する仮定より、(5.9)式の右辺の積分値は二次の無限小 $O(\delta^2)$ と考えることができる。サイリスタ Th についても全く同様に(5.8)式の積分は $O(\delta^2)$ と考えることができ、また強制スイッチ Sw については第5.3図において $\Delta t = 0$ なので(5.8)式の積分は零である。したがって $O(\delta^2)$ 以上を省略することになると(5.8)式の第3項 $= 0$ とすることができる。 Th, D がさらに複雑にオン・オフ変化する場合についても同様に議論することができる。

(5.8)式の第4項は、被積分項を計算すると

$$\begin{aligned}
& \hat{i}_R(\tau) \Delta v_R(t) - \hat{v}_R(\tau) \Delta i_R(t) \\
&= \hat{i}_R(\tau) R \Delta i_R(t) - R \hat{i}_R(\tau) \Delta i_R(t) \\
&= 0
\end{aligned}$$

となり、第4項 $= 0$ が得られる。

第5項は部分積分を用いることにより、

$$\begin{aligned}
& \int_0^T [\hat{i}_L(\tau) \Delta v_L(t) - \hat{v}_L(\tau) \Delta i_L(t)] dt \\
&= [\hat{i}_L(\tau) L \Delta i_L(t)]_0^T - \int_0^T \frac{d}{dt} \{ \hat{i}_L(\tau) \} L \Delta i_L(t) dt - \int_0^T \hat{v}_L(\tau) \Delta i_L(t) dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \hat{\lambda}_L(0) L \Delta \dot{\lambda}_L(T) - \hat{\lambda}_L(T) L \Delta \dot{\lambda}_L(0) - \int_0^T [-\hat{v}_L(\tau) \Delta \dot{\lambda}_L(\tau)] d\tau - \int_0^T [\hat{v}_L(\tau) \Delta \dot{\lambda}_L(\tau)] d\tau \\
&= \hat{\lambda}_L(0) L \Delta \dot{\lambda}_L(T) - \hat{\lambda}_L(T) L \Delta \dot{\lambda}_L(0)
\end{aligned}$$

となり、従って

$$\text{第5項} = \sum_L [\hat{\lambda}_L(0) L \Delta \dot{\lambda}_L(T) - \hat{\lambda}_L(T) L \Delta \dot{\lambda}_L(0)]$$

が得られる。第6項も同様に部分積分することにより、

$$\begin{aligned}
&\int_0^T [\hat{\lambda}_C(\tau) \Delta v_C(\tau) - \hat{v}_C(\tau) \Delta \dot{\lambda}_C(\tau)] d\tau \\
&= \int_0^T \hat{\lambda}_C(\tau) \Delta v_C(\tau) d\tau - [\hat{v}_C(\tau) C \Delta v_C(\tau)]_0^T + \int_0^T \frac{d}{d\tau} \{\hat{v}_C(\tau)\} C \Delta v_C(\tau) d\tau \\
&= -\hat{v}_C(0) C \Delta v_C(T) + \hat{v}_C(T) C \Delta v_C(0)
\end{aligned}$$

となり、従って

$$\text{第6項} = -\sum_C [\hat{v}_C(0) C \Delta v_C(T) - \hat{v}_C(T) C \Delta v_C(0)]$$

が得られる。第7項も同様にして

$$\text{第7項} = \sum_M [\hat{\lambda}_M^T(0) M \Delta \dot{\lambda}_M(T) - \hat{\lambda}_M^T(T) M \Delta \dot{\lambda}_M(0)]$$

となる。以上で(5.7)式が導出できた。

5.3.2 ヤコビ行列の計算法

(5.7)式を用いるとヤコビ行列は次のように計算することができる。まず、ヤコビ行列のコンデンサ C_i ($i=1, 2, \dots, n_c$)

に関する行を計算する方法を述べよう。いま、 $F(x)$ の C_i ($i=1, 2, \dots, n_C$) に関する要素、すなわち第 i 要素を $F_{C_i}(x)$ とすると、

$$F_{C_i}(x) = v_{C_i}(T) - v_{C_i}(0) \quad (5.10)$$

となる。また随伴回路 \hat{N} の初期条件を

$$\begin{cases} \hat{v}_{C_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_C; j \neq i), \hat{v}_{C_i}(0) = 1/C_i \\ \hat{i}_{L_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{i}_{M_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_M) \end{cases} \quad (5.11)$$

と選ぶと、(5.10)(5.11)式より、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta v_{C_i}(T) &= \sum_L [-\hat{i}_L(T) L \Delta i_L(0)] \\ &\quad + \sum_{C_j, j \neq i} [\hat{v}_{C_j}(T) C_j \Delta v_{C_j}(0)] + \hat{v}_{C_i}(T) C_i \Delta v_{C_i}(0) \\ &\quad + \sum_M [-\hat{i}_M^T(T) M \Delta i_M(0)] \end{aligned} \quad (5.12)$$

従って、 $\Delta F_{C_i}(x) = \Delta v_{C_i}(T) - \Delta v_{C_i}(0)$ より

$$\begin{aligned} \Delta F_{C_i}(x) &= \sum_{C_j, j \neq i} [\hat{v}_{C_j}(T) C_j \Delta v_{C_j}(0)] + (\hat{v}_{C_i}(0) C_i - 1) \Delta v_{C_i}(0) \\ &\quad + \sum_L [-\hat{i}_L(T) L \Delta i_L(0)] \\ &\quad + \sum_M [-\hat{i}_M^T(T) M \Delta i_M(0)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

が得られる。従って (5.13) 式より $F'(\lambda)$ の C_i に関する行 $F'_{C_i}(\lambda)$ は次の様になる。

$$\begin{aligned}
 F'_{C_i}(\lambda) = & \left[\hat{U}_{C_1}(\tau)C_1, \hat{U}_{C_2}(\tau)C_2, \dots, \hat{U}_{C_i}(\tau)C_i-1, \dots, \hat{U}_{C_{n_C}}(\tau)C_{n_C}, \right. \\
 & -\hat{\lambda}_{L_1}(\tau)L_1, -\hat{\lambda}_{L_2}(\tau)L_2, \dots, -\hat{\lambda}_{L_{n_L}}(\tau)L_{n_L} \\
 & \left. -\hat{\lambda}_{M_1}^T(\tau)M_1, -\hat{\lambda}_{M_2}^T(\tau)M_2, \dots, -\hat{\lambda}_{M_{n_M}}^T(\tau)M_{n_M} \right] \\
 & \dots (5.14)
 \end{aligned}$$

(5.14) 式より、ヤコビ行列の C_i に関する行 (第 i 行) は次のように計算することが出来る。まず、 \hat{N} の強制スイッチの一周期のオン・オフ状態を決めるため、 N を与えられた初期条件 λ で一周期解く。次に、 $\hat{U}_C(\tau)$, $\hat{\lambda}_L(\tau)$, $\hat{\lambda}_M(\tau)$ を求めるために (5.11) 式を初期条件として \hat{N} を一周期解く。この解を (5.14) 式に代入することにより $F'_{C_i}(\lambda)$ を計算することが出来る。

他のインダクタ L , 結合インダクタ M に関する行も同様の方法で計算することができて、結局、ヤコビ行列 $F'(\lambda)$ は次式で計算することが出来る。

		C	L	M	
$F'(\lambda) =$	C	$\hat{U}_C(\tau)C - \delta_{ij}$	$-\hat{\lambda}_L(\tau)L$	$-\hat{\lambda}_M^T(\tau)M$	(5.15)
	L	$\hat{U}_C(\tau)C$	$-\hat{\lambda}_L(\tau)L - \delta_{ij}$	$-\hat{\lambda}_M^T(\tau)M$	
	M	$\hat{U}_C(\tau)C$	$-\hat{\lambda}_L(\tau)L$	$-\hat{\lambda}_M^T(\tau)M - \delta_{ij}$	

ここで δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

以上の議論をまとめるとヤコビ行列の計算アルゴリズムは次のようになる。

[ヤコビ行列の計算アルゴリズム]

ステップ1: サイリスタ回路Nを与えられた初期条件

$[v_c(0), i_L(0), i_M(0)]^T$ で $0 \leq t \leq T$ の間ニミュレーションする。

ステップ2: 随伴回路 \hat{N} を構成し、 $\tau = T - t$ とする。

(i) 各 C_j ($j=1, 2, \dots, n_c$) について(5.11)式で与えられる初期条件で \hat{N} を $0 \leq \tau \leq T$ の間ニミュレーションする。

(ii) 各 L_j ($j=1, 2, \dots, n_L$) について次の初期条件で \hat{N} を $0 \leq \tau \leq T$ の間ニミュレーションする。

$$\begin{cases} \hat{v}_{C_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_c) \\ \hat{i}_{L_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_L), \hat{i}_{L_i}(0) = -i_{L_i} & (5.16) \\ \hat{i}_{M_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_M) \end{cases}$$

(iii) 各 M_j ($j=1, 2, \dots, n_M$) と各 R_l ($l=1, 2, \dots, m_{M_i}$) について次の初期条件で、 \hat{N} を $0 \leq \tau \leq T$ の間ニミュレーションする。

$$\begin{cases} \hat{v}_{C_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_c) \\ \hat{i}_{L_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{i}_{M_j}(0) = 0 & (j=1, 2, \dots, n_M; j \neq i) \\ \hat{i}_{M_i}(0) = -[M_i^T]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} & \leftarrow \text{第 } l \text{ 要素} \end{cases} \quad (5.17)$$

ステップ3: ステップ2の結果を用いて (5.15)式よりヤコビ行列 $F'(x)$ を計算する。

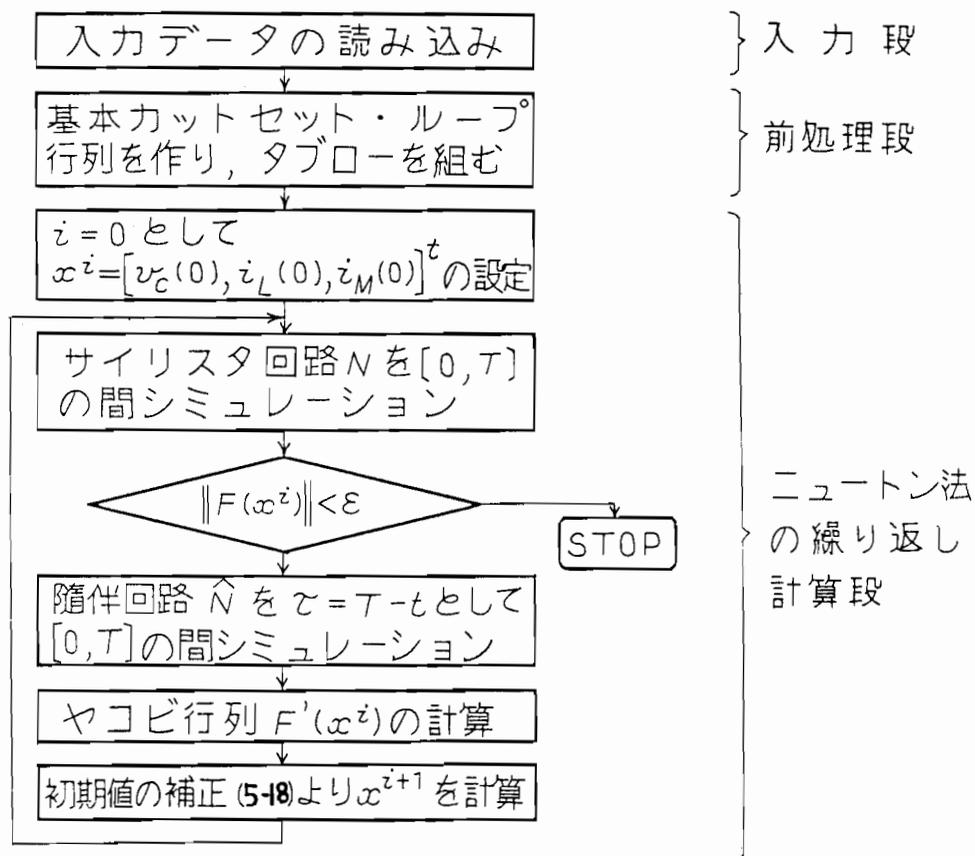
ここで、随伴回路 \hat{N} の強制スイッチのオン・オフはステップ1でのものサイリスタ回路 N の一周期のシミュレーション結果の Th, D, Sw のオン・オフに応じて随伴回路の定義で述べたように決められ、ステップ2のシミュレーションが実行される。また、ステップ3において (5.15)式の C に関する第1ブロック行は、ステップ2-(i)の結果を用いて、また L, M に関する行もそれぞれステップ2-(ii), ステップ2-(iii)の結果を用いて計算される。

ここで述べたヤコビ行列 $F'(x)$ の計算アルゴリズムを用いて N の定常解を求めるニュートン法の繰り返し計算は次式により進めればよい。

$$F'(x) \begin{bmatrix} v_c^{(i+1)}(0) - v_c^{(i)}(0) \\ i_L^{(i+1)}(0) - i_L^{(i)}(0) \\ i_M^{(i+1)}(0) - i_M^{(i)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c^{(i)}(0) - v_c^{(i)}(T) \\ i_L^{(i)}(0) - i_L^{(i)}(T) \\ i_M^{(i)}(0) - i_M^{(i)}(T) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

5.4 定常解算出プログラム ANASP の概要

これまでの議論をもとにして開発したサイリスタ回路の汎用定常解算出プログラム ANASP (Adjoint Network Approach Simulation Program for steady state analysis of thyristor circuits) の流れ図を第5.4図に示す。本プログラムには、5.3.2で述べたヤコビ行列の計算アルゴリズムにおけるサイリスタ回路 N と随伴回路 \hat{N} のそれぞれ一周期ずつのシミュレーションのために、第3章で論じたタブロー法に基づくサイリスタ回路の汎用シミ



第5.4 図 プログラム ANASP の流れ図

ユレーシヨニプログラム NETCAP^[14] がカブルーチニとして組み込まれている。後述するように、タブロー法に基づく方法を用いると、 N とその随伴回路 \hat{N} が同じ定式化のもとで非常に効率良くシミュレーションすることが出来る。

本プログラムは大きく分けると、入力段、前処理段、ニュートン法の繰り返し計算段によって構成されており、それぞれを簡単に説明すると次のようである。

- (1) 入力段は対象とするサイリスタ回路 N の各素子の接続状況と特性、周期 T 、サイリスタのトリガ情報、初期値の設定値 x^0 、ニュートン法の収束判定基準などの読みこみを実行

- する段で、それら入力データを Free Format で入力するようにして利用者の便を図っている。また入力データはリストの形で利用者に返送され、誤り訂正やデータ保存に用いられる。
- (2) 前処理段では入力データに基づいて N の基本カットセット行列を作成しそれらよりタブロー行列を構成する。 \hat{N} の定義からわかるように、回路 N と \hat{N} は同じトポロジを持つので、ここで作成したタブローは N と \hat{N} に共通に用いることができ、入力データ読み込み後に一度作成するだけで十分である。
- (3) ニュートン法の繰り返し計算段では、5.3 で議論したヤコビ行列の計算アルゴリズムに従ってニュートン法を実行し、定常解を算出する段で、 N の一周期のシミュレーション、収束判定、 \hat{N} の一周期のシミュレーション、ヤコビ行列の計算、初期値の補正の手順で実行される。更に詳しく説明すると次のようである。
- (i) サイリスタ回路 N の一周期のシミュレーションには、先に述べたようにタブロー法に基づく方法を用いている。このシミュレーション過程で、一周期の間のサイリスタとダイオードのオン・オフが記憶しておかれ、 \hat{N} の強制スイッチのオン・オフはこれに基づいて決められる。
- (ii) 随伴回路 \hat{N} の一周期のシミュレーションもまたタブロー法を用いて行なわれ、先に述べたように N と同一のタブローも用いられる。また、5.3 で述べたヤコビ行列の計算アルゴリズムによると、ヤコビ行列を 1 回算出するのに、 n ($n = n_c + n_L + \sum_{i=1}^{n_M} m_{M_i}$) 回繰り返し返して \hat{N} を 1 周期ずつシミュレーションしなければならないことになる。ところが本プログラムでは次のようにして実質上、1 回のシミュレーション手数でヤコビ行列を計算するようにしている。 \hat{N}

に含まれる強制スイッチのオン・オフ変化は N の 1 周期のシミュレーションによって決定されるので、ヤコビ行列の計算アルゴリズムのステップ 2 でのシミュレーションは、(5.11) 式、(5.16) 式、(5.17) 式の N 個の初期値に対して、それぞれモード変化は同じである。したがって N 本の解ベクトルを用意し、タフローを LU 分解した後の前進、後退代入の部分だけ、各計算ステップごとに同時に連立させて解けばよい。従って、1 周期のシミュレーションで、それぞれ N 個の各初期値に対し同時に解が得られることになる。このようにすることにより非常に計算時間の短縮がはかれる。

(iii) ニュートン法の繰り返し計算は (5.3) 式より誤差 $\|F(x^k)\|$ を計算し、これが収束判定値とより小さくなるまで続けられる。 $\|F(x^k)\|$ がとより小さくなると定常解が求まったものとしてストップされる。

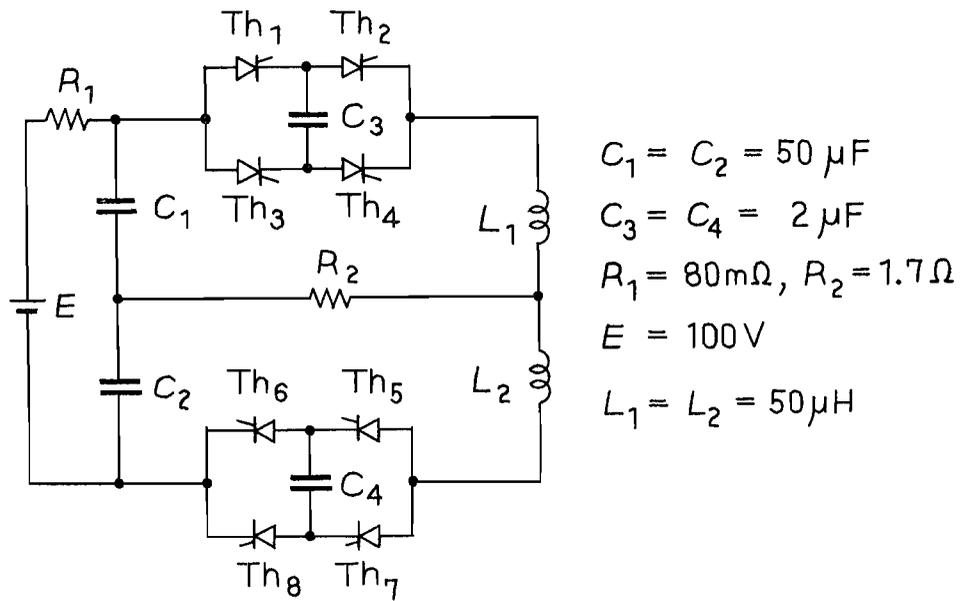
以上、述べたプログラムはフォートルニ言語で書かれている。

5.5 数値計算例

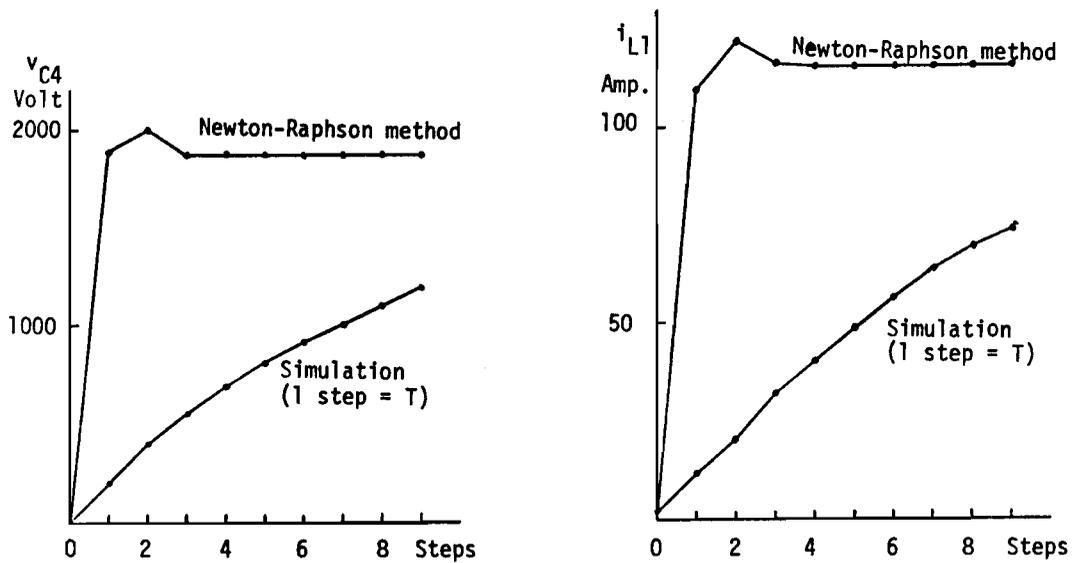
開発したプログラム ANASP を用いて、種々のサイリスタ回路の定常解を求めた結果を示す。なお、使用した計算機は第 3 章、第 4 章と同様、NEAC-700 でその乗除算に要する時間は約 $5.5\mu\text{s}$ である。

例題 1 時分割方式高周波インバータ回路^[52]

第 5.5 図に純抵抗負荷 R_2 に高周波電力を供給する時分割方式の高周波インバータ回路の例を示す。定常解を求めるためにニュートン法を用いて補正すべき変数は、 $v_{c1}, v_{c2}, v_{c3}, v_{c4}, i_{L1}, i_{L2}$ である。自然動作電流域 ($f_g = 5\text{ kHz}$) で動作させた時の v_{c1} と i_{L1} の定常状態への収束の様子を第 5.6 図に示す。

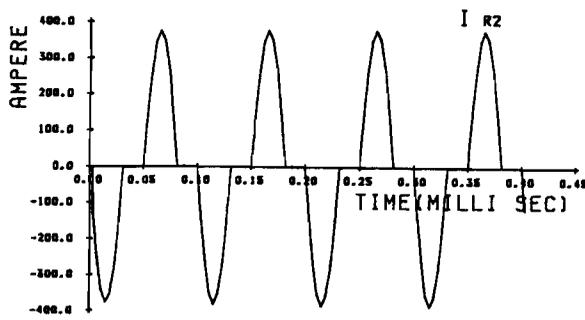


第5.5図 時分割方式高周波インバータ

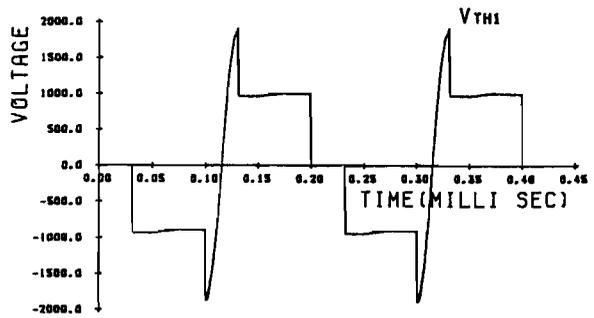


第5.6図 v_{C4} と i_{L1} の定常状態への収束の様子

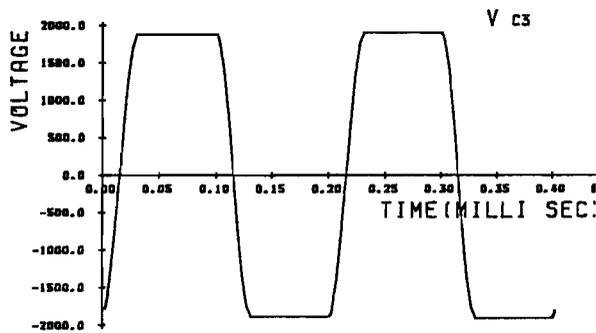
ニュートン法を用いると極めて速かに数回の繰り返し計算で定常値に達することかわかる。また同図において、Simulationと記した曲線は、第3章で議論したシミュレーション法で同じ初期



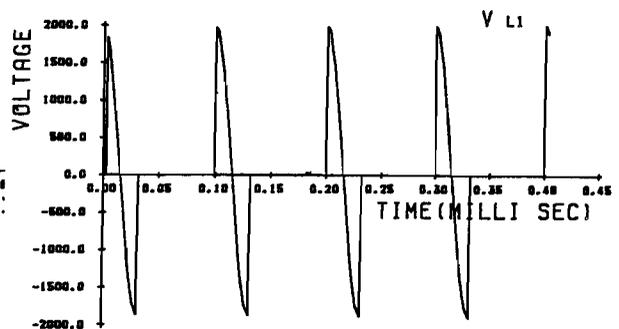
負荷電流 i_{R_2}



サイリスタ電圧 v_{Th_1}



コンデンサ電圧 v_{C_3}



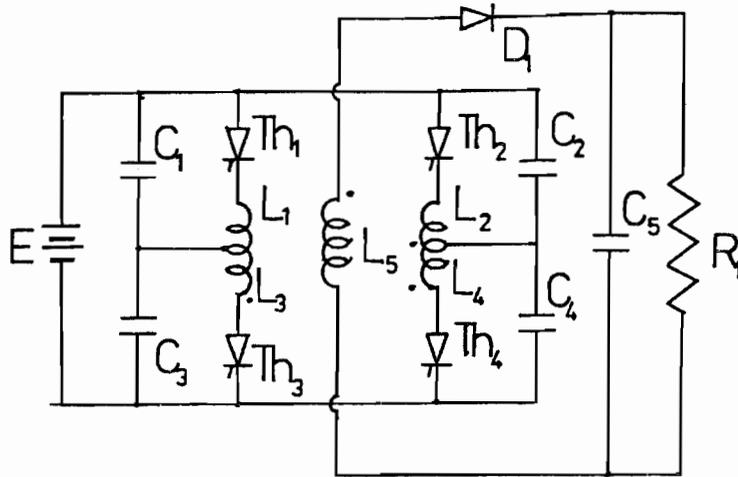
インダクタ電圧 v_{L_1}

第5.7図 時分割方式高周波インバータの定常波形

条件からシミュレーションした結果で、図中の1stepは一周期のシミュレーションに相当している。これより、この回路は過渡状態が非常に長く、通常のシミュレーションで定常状態を得ようとするとは何周期も繰り返してシミュレーションしなければならないことがわかる。第5.7図にニュートン法によって得られた初期値を用い、これより2周期シミュレーションして求めた定常波形を示す。

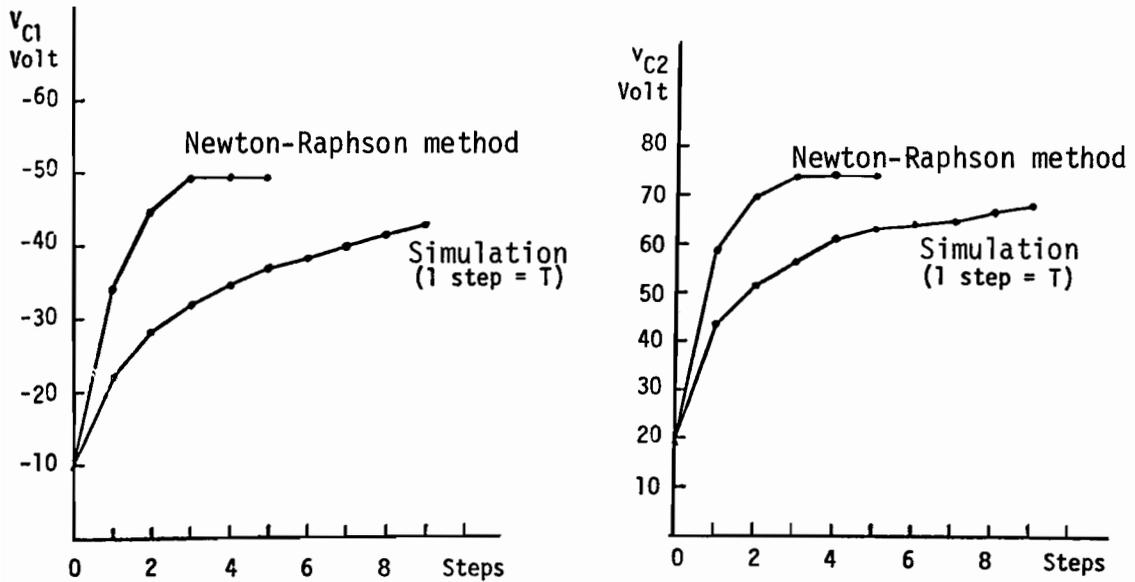
例題2 高周波チョップ回路 [21]

第5.8図に高周波チョップ回路の例を示す。ここで定常解

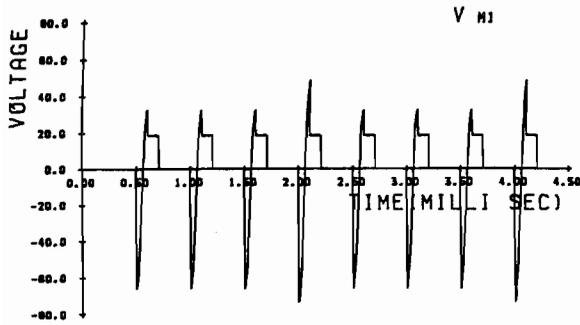


$E = 25 \text{ V}$, $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 10 \text{ } \mu\text{F}$,
 $C_5 = 400 \text{ } \mu\text{F}$, $R = 50 \text{ } \Omega$, $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 =$
 $87 \text{ } \mu\text{H}$, $L_5 = 620 \text{ } \mu\text{H}$, $M_{ij} = 78 \text{ } \mu\text{H}$ ($i, j = 1,$
 $2, 3, 4, i \neq j$) , $M_{j5} = M_{5j} = 209 \text{ } \mu\text{H}$ ($j =$
 $1, 2, 3, 4$) , $f = 500 \text{ Hz}$

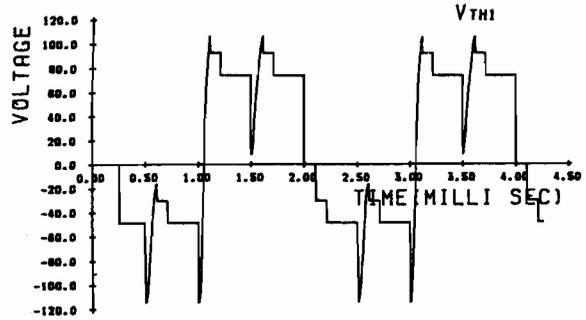
第5.8図 高周波4ダイオード回路



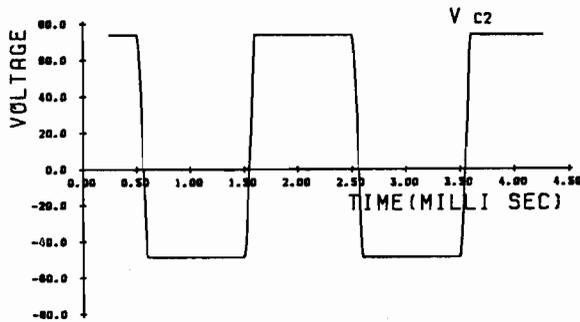
第5.9図 V_{c1} と V_{c2} の定常状態への収束の様子



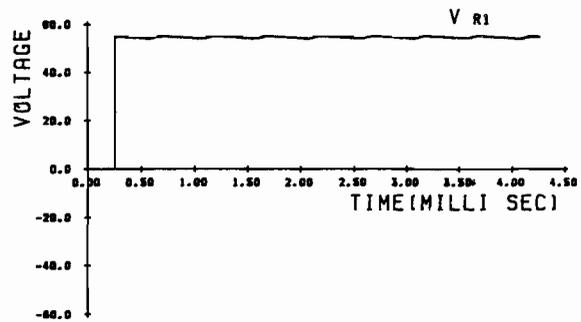
インダクタ電圧 V_{L1}



サイリスタ電圧 V_{Th1}



コンデンサ電圧 V_{C2}



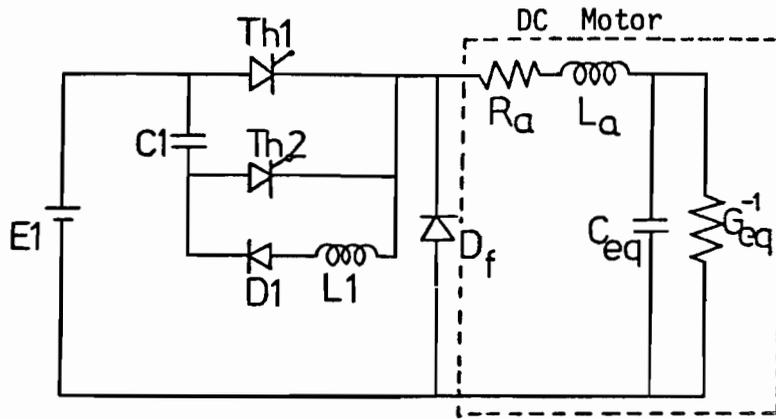
負荷電圧 V_{R1}

第5.10回 高周波チョップの定常波形

を求めるために補正すべき変数は $V_{C1}, V_{C2}, V_{C3}, V_{C4}, V_{C5}, I_{L1}, I_{L2}, I_{L3}, I_{L4}, I_{L5}$ である。第5.9図に V_{C1} と V_{C2} の定常状態への収束の様子を通常のシミュレーシヨニ法と比較して示す。この例でもニュートン法によると非常に速く定常解が求まることかわかる。第5.10図にニュートン法によって得られた初期値を用い、これより2周期シミュレーシヨニして求めた定常波形を示す。

例題3 チョップ駆動の他励式直流電動機系

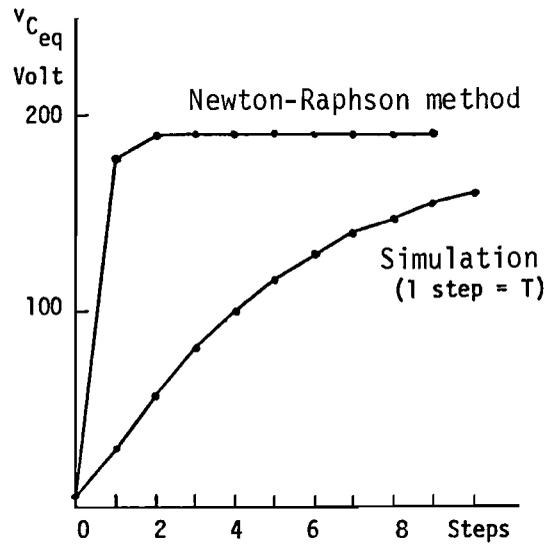
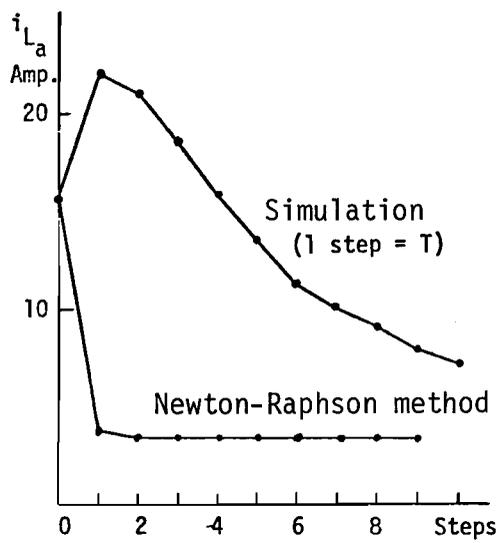
本プログラムは静的なサイリスタ回路の定常解析だけでなく、次のような電気-機械エネルギー変換系にも適用可能で



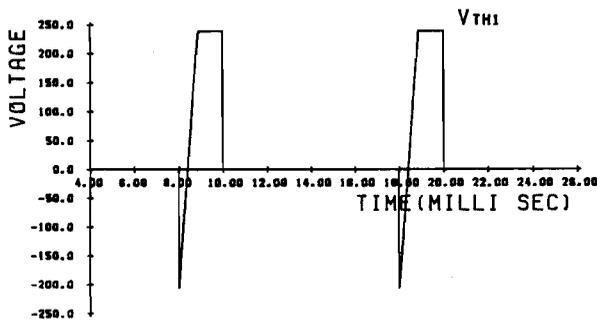
$$\begin{aligned}
 E &= 240 \text{ V} , C_1 = 10 \text{ } \mu\text{F} , L_1 = 2 \text{ mH} , R_a = 7.56 \text{ } \Omega , \\
 L_a &= 55 \text{ mH} , C_{eq} = 7.6 \text{ mF} , G_{eq} = 0.015 \text{ } \Omega^{-1} , \\
 f_g &= 100 \text{ Hz} , \text{ duty ratio} = 0.8
 \end{aligned}$$

第5.11回 チョップパ駆動の直流電動機系の
等価電気回路モデル

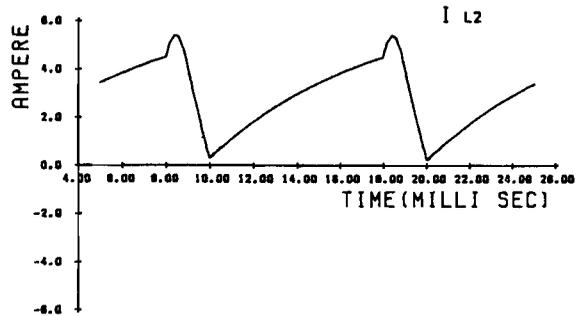
ある。第5.11図はチョップパによって駆動される他励式直流電動機を等価な電気回路に変換したモデルである。^[53]このような電気-機械エネルギー変換系は一般に機械側の過渡状態が非常に長いので定常解を得るのが非常に困難である。ここで、ニュートン法によって補正すべき変数はチョップパ側の v_{C1} 、 i_{L1} と直流電動機側の電機子電流 i_{La} と回転角速度に対応する v_{Ceq} である。第5.12図に i_{La} と v_{Ceq} の定常状態への収束の様子をシミュレーション法と比較して示す。ニュートン法によると教ステップの繰り返し計算で、定常解を求めることができるが、シミュレーション法の結果より過渡時に大きな突入電流が電機子に流れることが観察され、定常状態に達するのに時間がかかることがわかる。第5.13図に、ニュートン法により得られた初期値を用いてシミュレーションした2周期の定常波形を示す。



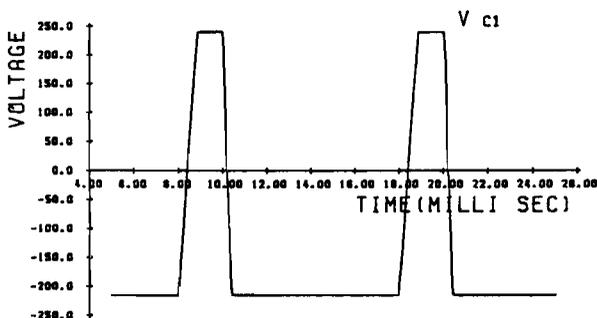
第5.12図 i_{La} と v_{Ceq} の定常状態への収束の様子



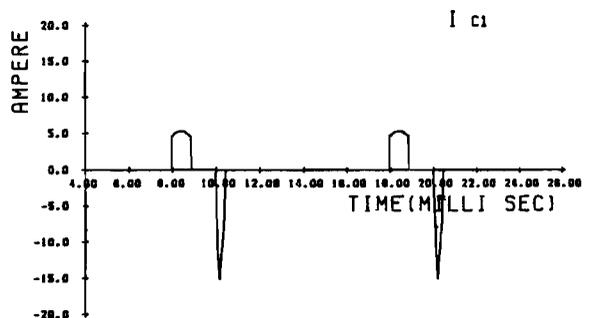
サイリスタ電圧 v_{Th1}



インダクタ電流 i_{L2}

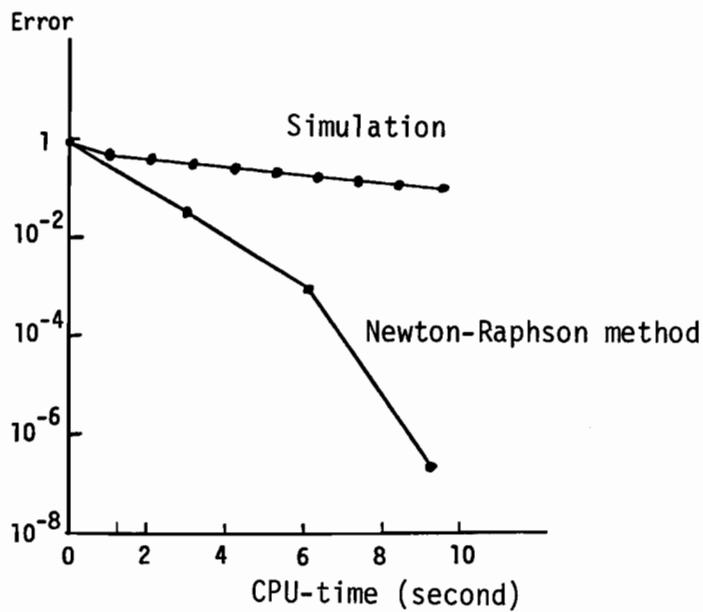


コンデンサ電圧 v_{C1}



コンデンサ電流 i_{C1}

第5.13図 χ_{300} 駆動の他励式直流電動機の定常波形



第5.14図 ニュートン法とシミュレーション法の計算時間の比較

第5.14図はニュートン法による本方法とシミュレーション法との定常解を得るための計算時間を比較したものである。例題の結果を用いて、計算の各ステップにおける定常値からの計算誤差を計算し、相対誤差と計算時間との関係をニュートン法とシミュレーション法それぞれに対して図示した。横軸は計算時間、縦軸は相対誤差を対数目盛りで表わしたもので相対誤差は次式によって計算した。

$$\text{Error} = \frac{\|x^i - x^*\|}{\|x^*\|}, \quad \|\cdot\|: \ell^1 \text{ノルム} \quad (5.19)$$

ここで、 x^* は定常値である。この結果より、本手法を用いると定常解を得るのに非常に計算時間の短縮が図れることがわかる。他の例題についても同様の結果が得られた。

なお、ここではニュートン法を開始する初期値の設定値はシミュレーション法と比較するために次のようにした。例題1は

初期値をすべて零として、また例題 2.3 はチョッパを始動させるために、コニデニサの電圧に適当な初期値を与えてあらかじめ回路を 1 周期シミュレーションしその中で適当な時点を時間原点に選び、その時の i_c , i_s , i_M の値を設定値とした。また、設定値を種々変化させて検討した結果、回路を正常に始動させることのできる初期値を設定値として与えれば、ほとんどの場合速かに定常値に収束することも確認された。

5.6 せすび

この章では、ニュートン法を用いたサイリスタ回路の定常解を求める方法について論じ、また開発した手法に基づいて作成したサイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムの概要を述べた。更に数値例によって本方法の有効性を示した。本方法の特徴はニュートン法を適用する際問題となるヤコビ行列を、随伴回路をサイリスタ回路に導入することにより、対象とするサイリスタ回路とその随伴回路をそれぞれ 1 周期のシミュレーションで非常に精度良く計算することができたという点である。さらに、随伴回路は対象とするサイリスタ回路にほとんど制限を加えることなく導入できるので、本手法は現存するほとんどのサイリスタ回路に対して適用可能である。また、開発したプログラムは、第 3 章で述べたタブロー法に基づく汎用シミュレーションプログラムをサブルーチンとして用いることにより、計算効率、汎用性を非常に高めることができ、種々のサイリスタ回路の計算機援用設計のためのサブルーチンパッケージとしても使用可能であると考えられる。このことは、後の第 7 章において、その例が示される。また、例題 3 の結果からわかるように、ここで論じた方法は静的なサイリスタ回路だけでなく、他励式直流電動機駆動系のように、その電動機モデルが等価な

線形電気回路として表現できるような電気-機械エネルギー変換系の定常解析にも適用可能である。さらに一般の電気-機械エネルギー変換系の定常解析については次の章で論じる。

第6章 電気-機械エネルギー変換系の定常解析と汎用定常解析プログラム

6.1 はじめに

第5章ではサイリスタ回路の定常解を高速に求める問題に対し定常解を与える初期値が満足する非線形方程式をニュートン法のアルゴリズムによって解く問題として定式化し、その計算方法および開発した汎用定常解析プログラムについて述べた。また、数値例より開発したプログラムは多くのサイリスタ回路に適用することができ、汎用性、効率の点において十分な有用性を持っていることを示した。ところが例題で示したように第5章で開発したプログラムは他励式直流電動機駆動系のように電動機を等価な線形電気回路で表現することのできる電気-機械エネルギー変換系については適用可能であるが、一般には適用することができない。電気-機械エネルギー変換系は一般に機械系の過渡状態が電気系のそれに比べ非常に長くシミュレーション法などで定常状態を求めるのが困難であるので効率の良い定常解算出法の開発は特に重要である。ところが、その重要性にもかかわらず、現在のところ効率が高く汎用性がある方法は開発されていないようである。

この章では、第5章で論じたニュートン法による定常解析法を、サイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系に拡張する方法について論じ、またこれに基づいて実際に開発した電気-機械エネルギー変換系の汎用定常解算出プログラムの概要を述べる。^{[36][55~59]} 前章でも述べたようにニュートン法を適用する際問題となるのは、ヤコビ行列をいかに精度良くかつ効率良く計算するかである。第5章では、この問題に対し、テシゲニの定理に基づく感度解析法を、サイリスタ回路に拡張しヤコビ

行列を計算する方法を提案した。この方法は、電気-機械エネルギー変換系に対しても、そのモデルを第2章5節で示した回路グラフとして表現すると全体は拡張されたキルヒホッフの法則に従うので、適用できると考えられる。ここでは、このようにテリゲの定理に基づく感度解析法を、電気-機械エネルギー変換系に拡張し前章と同様の方法でヤコビ行列を計算する方法を示す。

そのためまず、6.2では電気-機械エネルギー変換系の定常解析法を、ニュートン法を用いた方法として定式化する。6.3では、電気-機械エネルギー変換系に対し随伴系を導入し、これを用いてヤコビ行列を計算する方法を論じる。さらに6.4では、開発した汎用定常解析プログラムの概要を述べ、6.5でこのプログラムを実際に種々の電気-機械エネルギー変換系の定常解析に適用した数値例を示し、その汎用性、性能を評価する。

6.2 ニュートン法による定常解析

この章で対象とする電気-機械エネルギー変換系は、第2.2図および第2.3図に示すようなサイリスタ回路による直流電動機駆動系と誘導電動機駆動系である。サイリスタ回路は、これまでの章と同様、独立電圧源 E 、独立電流源 J 、抵抗 R 、コニデンサ C 、インダクタ L 、結合インダクタ M と電力用半導体素子であるサイリスタ Th 、ダイオード D 、強制スイッチ Sw から成るものとする。また、直流電動機および誘導電動機とその負荷のモデルはそれぞれ第2章4節で導出した次のような式で表わされるものとする。

(1) 直流電動機モデル

$$U(t) = R i(t) + L_p \dot{i}(t) + \lambda \omega_m(t) \dot{i}(t) \quad (6.1)$$

$$T_e(t) = \lambda \underline{\dot{i}}^T(t) \underline{\zeta} \underline{\dot{i}}(t) \quad (6.2)$$

$$Jp\omega_m(t) + \delta\omega_m(t) + T_L = T_e(t) \quad (6.3)$$

ただし,

$$\underline{\dot{i}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_f \end{bmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_f \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_f \end{bmatrix}, \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_a & 0 \\ 0 & L_f \end{bmatrix}, \quad \underline{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & -M \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

--- (6.5)

(2) 誘導電動機モデル

$$\begin{bmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix} = \underline{C}_1 \begin{bmatrix} i^0 \\ i^D \\ i^Q \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \underline{C}_1 \begin{bmatrix} v_0 \\ v_D \\ v_Q \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\begin{bmatrix} i^\alpha \\ i^\beta \end{bmatrix} = \underline{C}_2 \begin{bmatrix} i^d \\ i^q \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \underline{C}_2 \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\begin{cases} \underline{v}(t) = \underline{R} \underline{\dot{i}}(t) + \underline{L} p \underline{\dot{i}}(t) + \lambda \underline{\zeta} \omega_m(t) \underline{\dot{i}}(t) \\ v_0 = R_s i^0 \end{cases} \quad (6.8)$$

$$T_e(t) = \lambda \underline{\dot{i}}^T(t) \underline{\zeta} \underline{\dot{i}}(t) \quad (6.9)$$

$$Jp\omega_m(t) + \delta\omega_m(t) + T_L = T_e(t) \quad (6.10)$$

ただし、

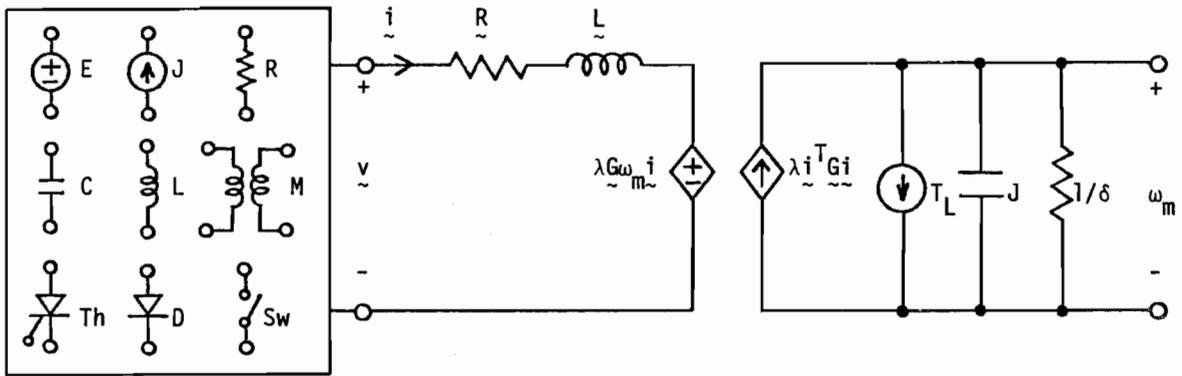
$$\tilde{i} = \begin{bmatrix} i^d \\ i^q \\ i^D \\ i^Q \end{bmatrix}, \quad \tilde{v} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_D \\ v_Q \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, \quad \tilde{L} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & M & 0 \\ 0 & L_r & 0 & M \\ M & 0 & L_s & 0 \\ 0 & M & 0 & L_s \end{bmatrix}$$

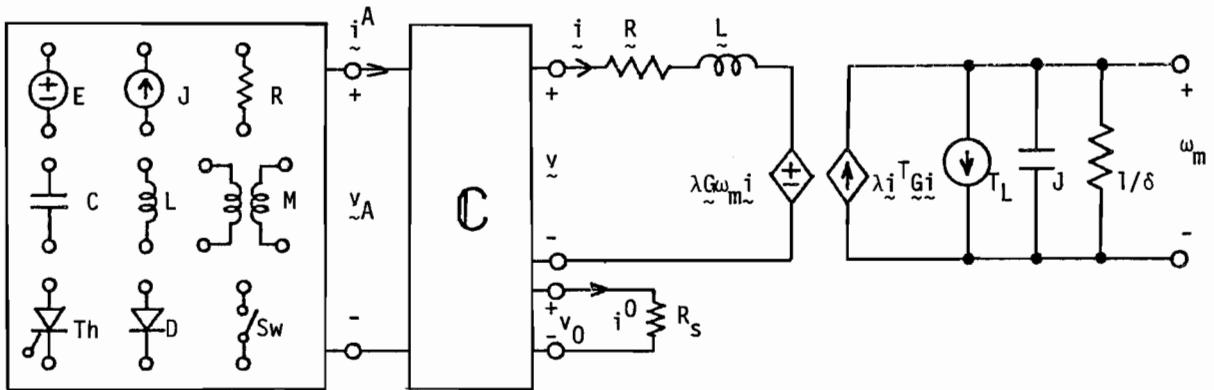
$$\tilde{G} = \begin{bmatrix} 0 & -L_r & 0 & M \\ -L_r & 0 & -M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{----- (6.12)}$$

また、後に述べるヤコビ行列の計算のために対象とする直流電動機駆動系および誘導電動機駆動系を第2章5節で述べた回路グラフとして表現することにし、これをそれぞれ、 N_{DC} , N_{JM} とし、これらをもう一度、第6.1図および第6.2図に示す。第6.2図において、 i^A , v_A , C は次のようにならわされる。

$$\tilde{i}^A = \begin{bmatrix} i^\alpha \\ i^\beta \\ i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix}, \quad \tilde{v}_A = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (6.13)$$



第6.1 図 直流電動機駆動系 N_{DC}



第6.2 図 誘導電動機駆動系 N_{IM}

$$C = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & C'_1 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

またベクトル i^Q , v_Q を

$$i^Q = \begin{bmatrix} i \\ i_0 \end{bmatrix}, \quad v_Q = \begin{bmatrix} v \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

とおくと、次の関係式が成立している。

$$\underline{\dot{i}}^A = C \underline{\dot{i}}^Q, \quad \mathcal{V}_A = C \mathcal{V}_Q \quad (6.16)$$

なお (6.14)式において、行列 C' は C を適当に列変換した行列である。

以上の準備のもとで、対象とする電気-機械エネルギー変換系のニュートン法による定常解析は次の様に定式化される。いま、対象とするシステム N_{DC} , N_{IM} は周期 T の周期解をもつとし、周期 T は既知とする。通常このようなシステムは第5章で述べたサイリスタ回路と同様、その周期解の周期は電源の周期やサイリスタのトリガ信号よりあらかじめ知ることができる。直流電動機駆動系 N_{DC} および誘導電動機駆動系 N_{IM} が定常状態であるとは、ある時刻 t_0 におけるシステムに含まれるすべてのエネルギー蓄積素子、すなわち、電気系のコンデンサの橋断変数 \mathcal{V}_C , インダクタの通過変数 \dot{i}_L , 結合インダクタの通過変数 \dot{i}_M , エネルギー変換系の \dot{i} の通過変数 \dot{i} および機械系の慣性素子 J の橋断変数 ω_m の値がそれぞれ一周期後の時刻 t_0+T のそれらの値と一致する場合を言えばよい。すなわち

$$\begin{cases} \mathcal{V}_C(t_0) = \mathcal{V}_C(t_0+T) \\ \dot{i}_L(t_0) = \dot{i}_L(t_0+T) \\ \dot{i}_M(t_0) = \dot{i}_M(t_0+T) \\ \dot{i}(t_0) = \dot{i}(t_0+T) \\ \omega_m(t_0) = \omega_m(t_0+T) \end{cases} \quad (6.17)$$

を満足するとき、 N_{DC} および N_{IM} は定常状態であるという。ここで \dot{i} は N_{DC} に対しては (6.3)式で与えられ、また N_{IM} に対しては (6.9)式で与えられるベクトルである。さて、 N_{DC} および N_{IM} の定常解を求める問題は、

$$\begin{aligned} \underline{x} &\cong [\mathcal{U}_c(t_0), \dot{\mathcal{L}}_L(t_0), \dot{\mathcal{L}}_M(t_0), \dot{\mathcal{L}}(t_0), \omega_m(t_0)]^T \\ &\cong [\mathcal{U}_c(0), \dot{\mathcal{L}}_L(0), \dot{\mathcal{L}}_M(0), \dot{\mathcal{L}}(0), \omega_m(0)]^T \end{aligned}$$

と定義し、

$$F(\underline{x}) \cong \begin{bmatrix} \mathcal{U}_c(T) \\ \dot{\mathcal{L}}_L(T) \\ \dot{\mathcal{L}}_M(T) \\ \dot{\mathcal{L}}(T) \\ \omega_m(T) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{U}_c(0) \\ \dot{\mathcal{L}}_L(0) \\ \dot{\mathcal{L}}_M(0) \\ \dot{\mathcal{L}}(0) \\ \omega_m(0) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

と置くと

$$F(\underline{x}) = 0 \quad (6.19)$$

なる非線形方程式を \underline{x} について解き、定常解を与える初期値 \underline{x}^* を求める問題に帰着させることができる。また、(6.19)式を解くためのニュートン法のアルゴリズムは次の繰り返し計算で与えられる。

$$\underline{x}^{i+1} = \underline{x}^i - [F'(\underline{x}^i)]^{-1} F(\underline{x}^i) \quad (6.20)$$

ここで、添字 i はアルゴリズムの繰り返し回数を示し、 $F'(\underline{x})$ は $F(\underline{x})$ のヤコビ行列で次の様にあらわされる。

$$F'(\underline{x}) = \left[\frac{\partial F}{\partial \mathcal{U}_c(0)}, \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathcal{L}}_L(0)}, \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathcal{L}}_M(0)}, \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathcal{L}}(0)}, \frac{\partial F}{\partial \omega_m(0)} \right] \quad \text{---- (6.21)}$$

ここで、第5章と同様、 N_{DC} , N_{IM} の電気系、すなわちサイリスタ回路に含まれるコンデンサC, イニダクタL, 結合イニダクタの個数をそれぞれ n_C , n_L , n_M とし、また各イニダクタンス行列 M_i ($i=1, 2, \dots, n_M$)を $M_{M_i} \times M_{M_i}$ の行列とする。この時、 n を

$$n = n_C + n_L + \sum_{i=1}^{n_M} M_{M_i} \quad (6.22)$$

とすると、 N_{DC} の場合は、 \underline{x} は $(n+3)$ 次元ベクトルまたヤコビ行列 $F'(\underline{x})$ は $(n+3) \times (n+3)$ の行列であり、 N_{IM} の場合は、 \underline{x} は $(n+5)$ 次元ベクトル、ヤコビ行列 $F'(\underline{x})$ は $(n+5) \times (n+5)$ の行列である。

以上の議論より、直流電動機駆動系 N_{DC} , 誘導電動機駆動系 N_{IM} の定常波形は、 $i=0$ として初期値の設定値 \underline{x}^0 を適当に与えて、(6.20)式で与えられるニュートン法のアルゴリズムを収束するまで繰りかえして \underline{x}^* を求め、これを初期値として1周期解くことにより得られる。

6.3 ヤコビ行列の計算法

(6.20)式で与えられるニュートン法のアルゴリズムにおいて ~~$F'(\underline{x}^i)$~~ $F(\underline{x}^i)$ は、 N_{DC} あるいは N_{IM} を初期条件 \underline{x}^i の下で、1周期解くことにより得られる。したがって第3章、第4章で論じたミニコレーション法を用いて計算することができる。ここで問題となるのは、ヤコビ行列 $F'(\underline{x})$ の計算法である。この問題に対し、第5章では、テレゲニの定理に基づいてサイリスタ回路に随伴回路を導入し、これを用いてヤコビ行列を計算する方法を示した。ここで対象としている電気-機械エネルギー変換系においても、これらを第6.1図および第6.2図に示すような回路グラフとしてモデル化するとテレゲニの定理に基づく感度解析

法が導入できる。ここでは第6.1図および第6.2図に示される N_{DC} , N_{IM} に対し、テシゲニの定理に基づいて随伴系を導入し、これを用いてカコビ行列を計算する方法を述べる。

6.3.1 電気-機械エネルギー変換系の随伴系

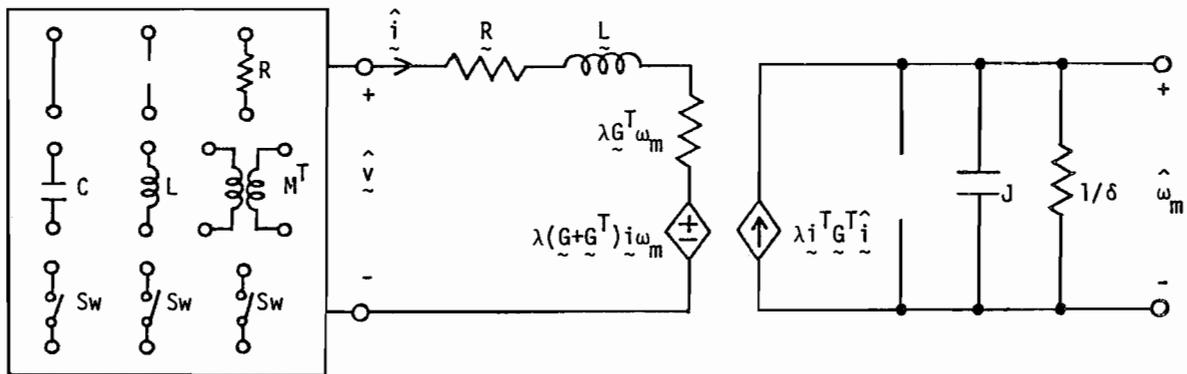
対象とする電気-機械エネルギー変換系 N_{DC} , N_{IM} に対し、随伴系を導入するために、第5章と同様次の仮定をおく

[仮定] 直流電動機駆動系 N_{DC} および誘導電動機駆動系 N_{IM} は、初期値の微小な変化によって、その電気系すなわちサイリスタ回路のモードパターンが変化せず、またモードの切り換わり時刻は初期値の連続関数である。

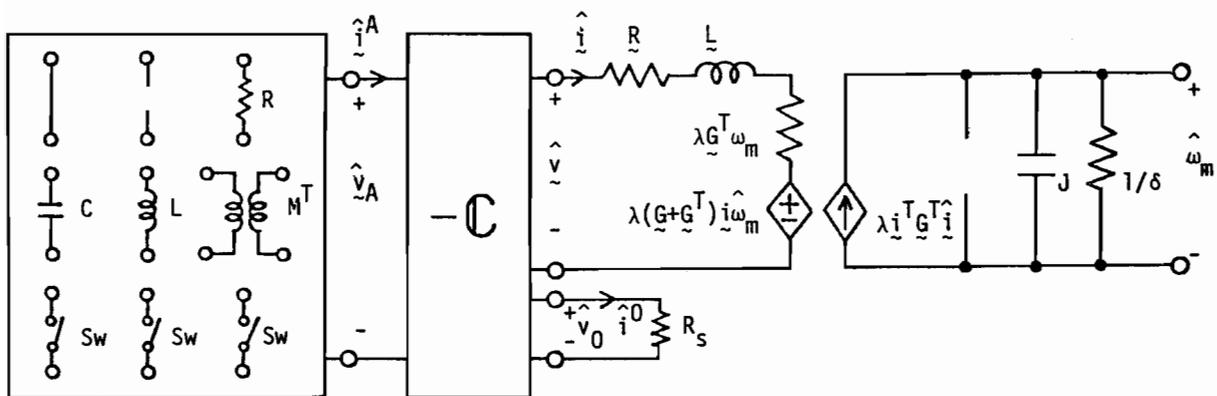
以上の仮定のもとで、直流電動機駆動系 N_{DC} および誘導電動機駆動系 N_{IM} の随伴系 \hat{N}_{DC} , \hat{N}_{IM} を次のように構成する。 \hat{N}_{DC} および \hat{N}_{IM} はもとのシステム N_{DC} および N_{IM} をそれぞれ第6.1図、第6.2図に示す回路モデルで表わした時、そのトポロジーが等しく、また各枝の特性はそれぞれ N_{DC} に対する随伴系 \hat{N}_{DC} は第6.3図に示すように、 N_{IM} に対する随伴系 \hat{N}_{IM} は第6.4図に示すように決める。すなわち、 N_{DC} および N_{IM} の電気系、すなわちサイリスタ回路については、第5章で定義したサイリスタ回路の随伴回路と同じ、またエネルギー変換系・機械系の随伴特性は、(6.1)~(6.3)式で与えられる直流電動機モデル、(6.6)~(6.10)式で与えられる誘導電動機モデルに対してそれぞれ次の様に与える。

(1) 直流電動機モデルの随伴特性

$$\hat{v}(\tau) = R \hat{i}(\tau) + L p_c \hat{i}(\tau) + \lambda \hat{q}^T \omega_m(t) + \lambda (\hat{q} + \hat{q}^T) \hat{i}(t) \hat{\omega}_m(\tau) \quad (6.23)$$



第6.3回 直流電動機駆動系の随伴系 \hat{N}_{DC}



第6.4回 誘導電動機駆動系の随伴系 \hat{N}_{IM}

$$\hat{T}_e(\tau) = \lambda \hat{\lambda}^T(\tau) \hat{\xi}(\tau) \quad (6.24)$$

$$J p_\tau \hat{\omega}_m(\tau) + \delta \hat{\omega}_m(\tau) = \hat{T}_e(\tau) \quad (6.25)$$

∴ ∴ ∴

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_a \\ \hat{\lambda}_f \end{bmatrix}, \quad \hat{v} = \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{v}_f \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

(2) 誘導電動機モデルの随伴特性 \hat{N}_{IM}

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{i}_b \\ \hat{i}_c \end{bmatrix} = -\mathcal{C}_1 \begin{bmatrix} \hat{i}_0 \\ \hat{i}_D \\ \hat{i}_Q \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{v}_b \\ \hat{v}_c \end{bmatrix} = -\mathcal{C}_1 \begin{bmatrix} \hat{v}_0 \\ \hat{v}_D \\ \hat{v}_Q \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_\alpha \\ \hat{i}_\beta \end{bmatrix} = -\mathcal{C}_2 \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \hat{v}_\alpha \\ \hat{v}_\beta \end{bmatrix} = -\mathcal{C}_2 \begin{bmatrix} \hat{v}_d \\ \hat{v}_q \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

$$\begin{cases} \hat{v}(\tau) = R \hat{i}(\tau) + L p_\tau \hat{i}(\tau) + \lambda \hat{i}^T(\tau) \omega_m(t) + \lambda (\hat{e} + \hat{e}^T) \hat{i}(\tau) \hat{\omega}_m(\tau) \\ \hat{v}_0(\tau) = R_s \hat{i}_0(\tau) \end{cases} \quad (6.29)$$

$$\hat{T}_e(\tau) = \lambda \hat{i}^T(\tau) \hat{e} \hat{i}(\tau) \quad (6.30)$$

$$J p_\tau \hat{\omega}_m(\tau) + \delta \hat{\omega}_m(\tau) = \hat{T}_e(\tau) \quad (6.31)$$

さて

$$\hat{i} = \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \\ \hat{i}_0 \\ \hat{i}_\alpha \\ \hat{i}_\beta \end{bmatrix}, \quad \hat{v} = \begin{bmatrix} \hat{v}_d \\ \hat{v}_q \\ \hat{v}_0 \\ \hat{v}_\alpha \\ \hat{v}_\beta \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

$\hat{N}_{DC}, \hat{N}_{IM}$ において p_τ は $p_\tau = d/d\tau$ で、 τ は $\tau = T - t$ とする。
また、 \hat{N}_{IM} について、 \hat{i}_Q, \hat{v}_Q をそれぞれ

$$\hat{i}_Q = \begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{i}_0 \end{bmatrix}, \quad \hat{v}_Q = \begin{bmatrix} \hat{v} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

とおくと N_{IM} における (6.16) 式に対応して次の関係式が成立している。

$$\hat{\dot{i}}^A = -C \hat{\dot{i}}^Q, \quad \hat{v}_A = -C \hat{v}_Q \quad (6.34)$$

ここで注意すべきことは、直流電動機モデルおよび誘導電動機モデルの随伴特性は線形であるが、もとのシステム N_{DC}, N_{IM} の変数をパラメータとして含んでいるという点で、これはエネルギー変換の非線形性からくるものである。

6.3.2 感度計算の基本式

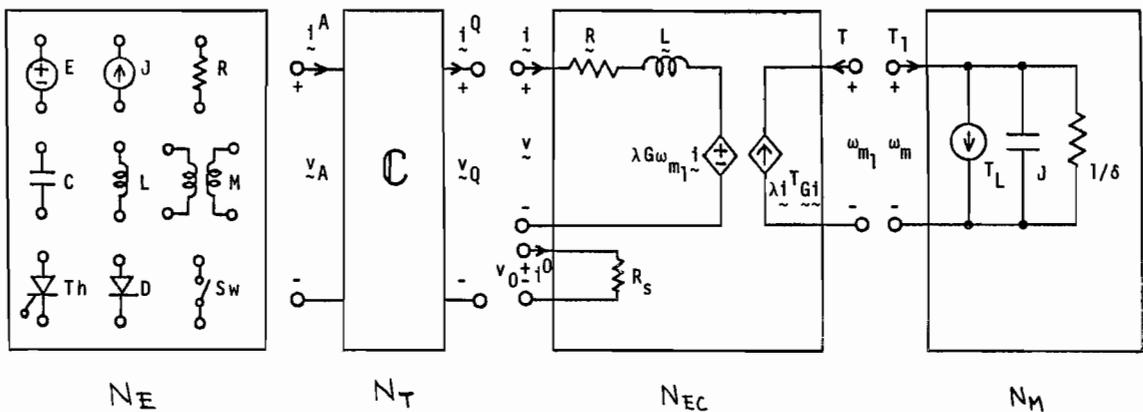
第6.3図および第6.4図に示す随伴系 \hat{N}_{DC} および \hat{N}_{IM} を用いて、ヤコビ行列を計算するための感度計算の基本式を導く。いま、初期値 $\underline{x} = [v_c(0), \dot{i}_L(0), \dot{i}_M(0), \dot{i}(0), \omega_m(0)]^T$ をもつ直流電動機駆動系、誘導電動機駆動系をそれぞれ N_{DC}, N_{IM} と考え、これを $\Delta \underline{x} = [\Delta v_c(0), \Delta \dot{i}_L(0), \Delta \dot{i}_M(0), \Delta \dot{i}(0), \Delta \omega_m(0)]^T$ だけ擾動して初期値を $\underline{x} + \Delta \underline{x} = [v_c(0) + \Delta v_c(0), \dot{i}_L(0) + \Delta \dot{i}_L(0), \dot{i}_M(0) + \Delta \dot{i}_M(0), \dot{i}(0) + \Delta \dot{i}(0), \omega_m(0) + \Delta \omega_m(0)]^T$ とした系をそれぞれ $N_{DC} + \Delta N_{DC}, N_{IM} + \Delta N_{IM}$ とする。この時、テリゲニの定理より、次の関係式を得ることができ。

$$\begin{aligned} & \sum_L [\hat{i}_L(0) L \Delta \dot{i}_L(T) - \hat{i}_L(T) L \Delta \dot{i}_L(0)] \\ & - \sum_C [\hat{v}_c(0) C \Delta v_c(T) - \hat{v}_c(T) C \Delta v_c(0)] \\ & + \sum_M [\hat{i}_M^T(0) M \Delta \dot{i}_M(T) - \hat{i}_M^T(T) M \Delta \dot{i}_M(0)] \\ & + [\hat{i}^T(0) \underline{L} \Delta \dot{i}(T) - \hat{i}^T(T) \underline{L} \Delta \dot{i}(0)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - [\hat{\omega}_m(0)J\Delta\omega_m(T) - \hat{\omega}_m(T)J\Delta\omega_m(0)] \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

(6.35)式は、第5章のサイリスタ回路の場合の(5.7)式に対応するもので、ヤコビ行列を計算するための基本となる式である。以下にその誘導を示す。(6.35)式は直流電動機駆動系 N_{DC} および誘導電動機駆動系 N_{IM} に共通して成立する式である。まず、 N_{IM} の場合について導く。

誘導電動機駆動系 N_{IM} とその随伴系 \hat{N}_{IM} をそれぞれ基本素子まで分解し、 N_{IM} と \hat{N}_{IM} のトポロジーが等しいことより、テレゲニの定理を適用すると、全ての基本素子の通過変数と横断変数について、第5章のサイリスタ回路の場合の(5.8)式と同様の関係式を得ることが出来る。このようにして得られた式を、それぞれ各枝ごとに N_{IM} と \hat{N}_{IM} の特性を考慮して計算すると、(6.35)式を得ることが出来るが、ここでは次のように導くことにする。第6.2図に示す誘導電動機駆動系 N_{IM} は、第6.5図に示すように、電気系 N_E と3個のポート N_T, N_{EC}, N_M が第6.2図の様に結合して全体が構成されていると考えることができる。



第6.5図 誘導電動機駆動系 N_{IM} の N_E, N_T, N_{EC} および N_M

N_T, N_{EC}, N_M はそれぞれ軸変換系 (axis Transformation system) エネルギー変換系 (Energy Conversion system) および機械系 (Mechanical system) に対応している。ポート N_T, N_{EC}, N_M の端子の横断変数および通過変数の記号を図のように決めると、(6.8)~(6.10)(6.15)式より、それぞれのポート特性はそれぞれ次のように表わされる。

(i) N_T の特性 (6.16)式

(ii) N_{EC} の特性

$$\begin{cases} \underline{v}(t) = \underline{R} \underline{i}(t) + \underline{L} p \underline{i}(t) + \lambda \underline{G} \omega_{m_1}(t) \underline{i}(t) \\ v_0 = R_s i^0 \end{cases} \quad (6.36)$$

$$T(t) = -\lambda \underline{i}^T(t) \underline{G} \underline{i}(t) \quad (6.37)$$

(iii) N_M の特性

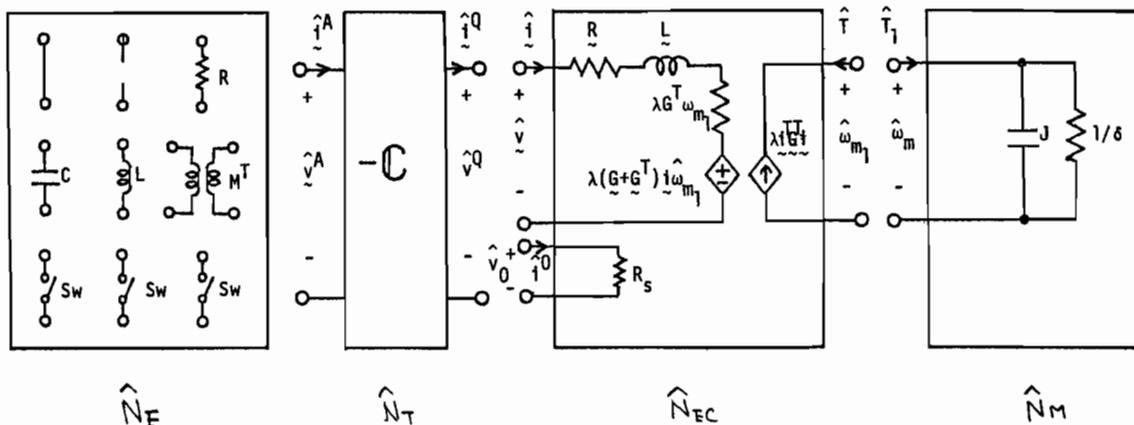
$$T_1(t) = J_p \omega_m(t) + \delta \omega_m(t) + T_L \quad (6.38)$$

随伴系 \hat{N}_{IM} も同様に、第 6.6 図に示すように、電気系 \hat{N}_E とポート $\hat{N}_T, \hat{N}_{EC}, \hat{N}_M$ が第 6.4 図のように結合して全体が構成されていると考えることが出来る。ポート $\hat{N}_T, \hat{N}_{EC}, \hat{N}_M$ の特性は、(6.29)~(6.31)(6.34)式より次のように表わすことが出来る。

(i) \hat{N}_T の特性 (6.34)式

(ii) \hat{N}_{EC} の特性

$$\begin{cases} \hat{\underline{v}}(\tau) = \underline{R} \hat{\underline{i}}(\tau) + \underline{L} p \hat{\underline{i}}(\tau) + \lambda \underline{G}^T \omega_{m_1}(\tau) + \lambda (\underline{G} + \underline{G}^T) \hat{\underline{i}}(\tau) \hat{\omega}_{m_1}(\tau) \\ \hat{v}_0(\tau) = R_s \hat{i}^0(\tau) \end{cases} \quad (6.39)$$



第6.6図 随伴系 \hat{N}_{IM} の \hat{N}_E , \hat{N}_T , \hat{N}_{EC} , および \hat{N}_M

$$\hat{T}(\tau) = -\lambda \hat{i}_e^T(\tau) G^T \hat{i}_e(\tau) \quad (6.40)$$

(iii) \hat{N}_M の特性

$$\hat{T}_1(\tau) = J p_\tau \hat{\omega}_m(\tau) + \delta \hat{\omega}_m(\tau) \quad (6.41)$$

以上の様に考え、 N_{IM} とその随伴系 \hat{N}_{IM} にテレゲンの定理を適用すると次の関係式を得ることが出来る。

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &\triangleq \mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3 + \mathcal{U}_4 + \mathcal{U}_5 + \mathcal{U}_6 + \mathcal{U}_7 \\ &\triangleq \int_0^T [\hat{i}_e^T(\tau) \Delta \underline{v}_e(t) - \hat{v}_e^T(\tau) \Delta \hat{i}_e(t)] dt \\ &\quad + \int_0^T [\hat{i}_A^T(\tau) \Delta \underline{v}_A(t) - \hat{v}_A^T(\tau) \Delta \hat{i}_A(t)] dt \\ &\quad + \int_0^T [\hat{i}_Q^T(\tau) \Delta \underline{v}_Q(t) - \hat{v}_Q^T(\tau) \Delta \hat{i}_Q(t)] dt \\ &\quad + \int_0^T [\hat{i}^0(\tau) \Delta \underline{v}_0(t) - \hat{v}_0^T(\tau) \Delta \hat{i}^0(t)] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^T [\hat{\underline{i}}_e(\tau) \Delta \underline{v}(\tau) - \hat{\underline{v}}_e(\tau) \Delta \underline{i}_e(\tau)] dt \\
& + \int_0^T [\hat{\underline{T}}(\tau) \Delta \omega_m(\tau) - \hat{\omega}_m(\tau) \Delta \underline{T}(\tau)] dt \\
& + \int_0^T [\hat{\underline{T}}_1(\tau) \Delta \omega_m(\tau) - \hat{\omega}_m(\tau) \Delta \underline{T}_1(\tau)] dt \\
& = 0 \tag{6.42}
\end{aligned}$$

ここで、 $\tau = T - t$ で、また第1項の \underline{i}_e , \underline{v}_e はそれぞれ N_{IM} の電気系 N_E のすべての枝の電流、電圧を要素とするベクトルである。すなわち $\underline{i}_e = [\underline{i}_E, \underline{i}_J, \underline{i}_{Th}, \underline{i}_D, \underline{i}_{sw}, \underline{i}_R, \underline{i}_C, \underline{i}_L, \underline{i}_M]^T$, $\underline{v}_e = [\underline{v}_E, \underline{v}_J, \underline{v}_{Th}, \underline{v}_D, \underline{v}_{sw}, \underline{v}_R, \underline{v}_C, \underline{v}_L, \underline{v}_M]^T$ である。また $\hat{\underline{i}}_e$, $\hat{\underline{v}}_e$ はそれぞれ \underline{i}_e , \underline{v}_e に対応する随伴系の変数である。

(1) 第1項 \mathcal{J}_1

\mathcal{J}_1 は第5章3節の(5.8)式の右辺と等しい。したがって(5.7)式の導出と同じ手順で次のように計算できる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_1 & = \sum_L [\hat{\underline{i}}_L(0) L \Delta \underline{i}_L(T) - \hat{\underline{i}}_L(T) L \Delta \underline{i}_L(0)] \\
& \quad - \sum_C [\hat{\underline{v}}_C(0) C \Delta \underline{v}_C(T) - \hat{\underline{v}}_C(T) C \Delta \underline{v}_C(0)] \\
& \quad + \sum_M [\hat{\underline{i}}_M^T(0) M \Delta \underline{i}_M(T) - \hat{\underline{i}}_M^T(T) M \Delta \underline{i}_M(0)]
\end{aligned}$$

(2) 第2項および第3項 $\mathcal{J}_2 + \mathcal{J}_3$

N_{IM} と $N_{IM} + \Delta N_{IM}$ を考えると、(6.16)式より

$$\Delta \underline{i}_A^A(t) = C \Delta \underline{i}_A^0(t), \quad \Delta \underline{v}_A(t) = C \Delta \underline{v}_A^0(t)$$

が得られる。これと (6.34) 式を第2項 \mathcal{J}_2 に代入すると次のようになる。

$$\mathcal{J}_2 = \int_0^T [-\hat{\underline{i}}^T(\tau) \mathbf{C}^T \mathbf{C} \Delta \underline{v}_a(t) + \hat{\underline{v}}_a^T(\tau) \mathbf{C}^T \mathbf{C} \Delta \underline{i}^a(t)] dt$$

行列 \mathbf{C} はユニタリ行列なので、 \mathcal{J}_2 はさらに次のようになる。

$$\mathcal{J}_2 = \int_0^T [-\hat{\underline{i}}^T(\tau) \Delta \underline{v}_a(t) + \hat{\underline{v}}_a^T(\tau) \Delta \underline{i}^a(t)] dt$$

したがって

$$\mathcal{J}_2 + \mathcal{J}_3 = 0$$

(3) 第4項 \mathcal{J}_4

(6.36) 式の第2式および (6.39) 式の第2式より、ただちに次を得る。

$$\mathcal{J}_4 = 0$$

(4) 第5項および第6項 $\mathcal{J}_5 + \mathcal{J}_6$

N_{IM} とその擾動 $N_{IM} + \Delta N_{IM}$ を考えると、(6.36) 式の第1式より、次の式が得られる。

$$\Delta \mathcal{V}(t) = R \Delta \dot{\underline{i}}(t) + L_p \Delta \dot{\underline{i}}(t) + \lambda \underline{G} (\Delta \omega_m(t) \dot{\underline{i}}(t) + \omega_m(t) \Delta \dot{\underline{i}}(t)) \quad (6.43)$$

ここで、 $O(\delta^2)$ 以上は省略している。また、(6.37) 式より同様に $O(\delta^2)$ 以上を省略すると次の式が得られる。

$$\Delta T(t) = -\lambda \dot{\underline{i}}^T(t) (\underline{G}^T + \underline{G}) \Delta \dot{\underline{i}}(t) \quad (6.44)$$

(6.43)(6.39)式を \mathcal{J}_5 へ, (6.44)(6.40)式を \mathcal{J}_6 へ代入すると $\mathcal{J}_6 + \mathcal{J}_5$ は次の様に計算することができる。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}_6 + \mathcal{J}_5 &= \int_0^T [\hat{\lambda}^T(\tau) \{ \underline{R} \Delta \dot{\lambda}(t) + \underline{L} p \Delta \dot{\lambda}(t) + \lambda \underline{G} (\Delta \omega_{m_1}(t) \dot{\lambda}(t) + \omega_{m_1}(t) \Delta \dot{\lambda}(t)) \} \\
 &\quad - \{ \hat{\lambda}^T(\tau) \underline{R}^T + p \hat{\lambda}^T(\tau) \underline{L}^T + \lambda \hat{\omega}_{m_1}(\tau) \dot{\lambda}^T(t) (\underline{G} + \underline{G}^T) \} \Delta \dot{\lambda}(t)] dt \\
 &\quad + \int_0^T [-\lambda \hat{\lambda}^T(\tau) \underline{G} \dot{\lambda}(t) \Delta \omega_{m_1}(t) + \lambda \hat{\omega}_{m_1}(\tau) \dot{\lambda}^T(t) (\underline{G} + \underline{G}^T) \Delta \dot{\lambda}(t)] dt \\
 &= \int_0^T [\hat{\lambda}^T(\tau) \underline{L} p \Delta \dot{\lambda}(t) - p \hat{\lambda}^T(\tau) \underline{L} \Delta \dot{\lambda}(t)] dt
 \end{aligned}$$

ここで, $\underline{R}^T = \underline{R}$ および $\underline{L}^T = \underline{L}$ なる性質を用いた。 $\mathcal{J}_5 + \mathcal{J}_6$ は部分積分を用いるとさらに計算でき、結局次のようになる。

$$\mathcal{J}_5 + \mathcal{J}_6 = [\hat{\lambda}^T(0) \underline{L} \Delta \dot{\lambda}(T) - \hat{\lambda}^T(T) \underline{L} \Delta \dot{\lambda}(0)]$$

(5) 第7項 \mathcal{J}_7

N_{IM} と $N_{IM} + \Delta N_{IM}$ を考えると (6.38)式より次の式が得られる。

$$\Delta T_1(t) = J_p \Delta \omega_m(t) + \delta \Delta \omega_m(t) \tag{6.45}$$

(6.45)(6.41)式を第7項 \mathcal{J}_7 へ代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}_7 &= \int_0^T [\{ J_{p_r} \hat{\omega}_m(\tau) + \delta \hat{\omega}_m(\tau) \} \Delta \omega_m(t) - \hat{\omega}_m(\tau) \{ J_p \Delta \omega_m(t) + \delta \Delta \omega_m(t) \}] dt \\
 &= \int_0^T [p_r \hat{\omega}_m(\tau) J \Delta \omega_m(t) - \hat{\omega}_m(\tau) J p \Delta \omega_m(t)] dt
 \end{aligned}$$

$$= - [\hat{\omega}_m(0) J \Delta \omega_m(T) - \hat{\omega}_m(T) J \Delta \omega_m(0)]$$

以上により、誘導電動機駆動系 N_{IM} に対して (6.35) 式が得られた。直流電動機駆動系 N_{DC} に対しても同様に導出することができる。すなわち、第 6.1 図および第 6.2 図からわかるように、 N_{DC} のモデルは、 N_{IM} の軸変換および固定子の 0 相を除くと、 N_{IM} と全く同じ形をしている。したがって N_{IM} の場合の (6.42) 式に対して、 N_{DC} の場合はテリゲニの定理より、 $\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_5 + \mathcal{U}_6 + \mathcal{U}_7 = 0$ が得られ、全く同じ手順で N_{DC} に対しても (6.35) 式が得られる。

6.3.3 ヤコビ行列の計算アルゴリズム 4.

(6.35) 式を用いると、第 5 章 3 節と同様に、(6.21) 式で与えられるヤコビ行列は、直流電動機駆動系 N_{DC} 、誘導電動機駆動系 N_{IM} に対し次のようなアルゴリズムで計算することができる。

[ヤコビ行列の計算アルゴリズム 4]

ステップ 1: 直流電動機駆動系 N_{DC} (あるいは誘導電動機駆動系 N_{IM}) を与えられた初期条件 $[\mathcal{U}_c(0), \hat{\lambda}_L(0), \hat{\lambda}_M(0), \hat{\lambda}(0), \omega_m(0)]^T$ で $0 \leq t \leq T$ の間 $\Xi \approx \Xi_L - \Xi \approx \Xi_0$ する。

ステップ 2: 随伴系 \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を構成して $t = T - t$ とする。

(i) 各 C_i ($i = 1, 2, \dots, n_c$) について次の初期条件で \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を $0 \leq t \leq T$ の間 $\Xi \approx \Xi_L - \Xi \approx \Xi_0$ する。

$$\begin{cases} \hat{\mathcal{U}}_{c_j}(0) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n_c; j \neq i) & \hat{\mathcal{U}}_{c_i}(0) = \frac{1}{2} C_i \\ \hat{\lambda}_{L_j}(0) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{\lambda}_{M_j}(0) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n_M) \\ \hat{\lambda}(0) = 0, \quad \hat{\omega}_m(0) = 0 \end{cases}$$

(ii) 各 L_i ($i=1, 2, \dots, n_L$) について次の初期条件で \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を $0 \leq \tau \leq T$ の間シミュレーションする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{U}_{C_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_C) \\ \hat{x}_{L_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_L: j \neq i), \quad \hat{x}_{L_i}(0) = -1/L_i \\ \hat{x}_{M_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_M) \\ \hat{x}(0) = 0, \quad \hat{\omega}_m(0) = 0 \end{array} \right.$$

(iii) 各 M_i ($i=1, 2, \dots, n_M$) と各 k ($k=1, 2, \dots, n_{M_i}$) について次の初期条件で \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を $0 \leq \tau \leq T$ の間シミュレーションする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{U}_{C_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_C) \\ \hat{x}_{L_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{x}_{M_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_M: j \neq i) \\ \hat{x}_{M_i}(0) = -[M_i^T]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{第 } k \text{ 要素} \\ \hat{x}(0) = 0, \quad \hat{\omega}_m(0) = 0 \end{array} \right.$$

(iv) L について、 $k=1, 2$ (N_{IM} の場合は $k=1, 2, 3, 4$) として次の初期条件で \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を $0 \leq \tau \leq T$ の間シミュレーションする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{U}_{C_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_C) \\ \hat{x}_{L_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{x}_{M_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_M) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\lambda}(0) = -\underline{L}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftarrow \text{第 } k \text{ 要素} \left(\begin{array}{l} \text{NIM に対しては} \\ \hat{\lambda}(0) = -\underline{L}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{第 } k \text{ 要素} \end{array} \right) \\ \hat{\omega}_m(0) = 0 \end{array} \right.$$

(V) J について、 \hat{N}_{DC} (あるいは \hat{N}_{IM}) を次の初期条件で
 $0 \leq t \leq T$ の間 $\Xi \Xi^T = L - \Xi \Xi^T$ をする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{v}_{c_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_c) \\ \hat{\lambda}_{L_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_L) \\ \hat{\lambda}_{M_j}(0) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n_M) \\ \hat{\lambda}(0) = 0, \quad \hat{\omega}_m(0) = 1/J \end{array} \right.$$

ステップ 3: ステップ 2 の結果を用いて次の式よりヤコビ行列を計算する。

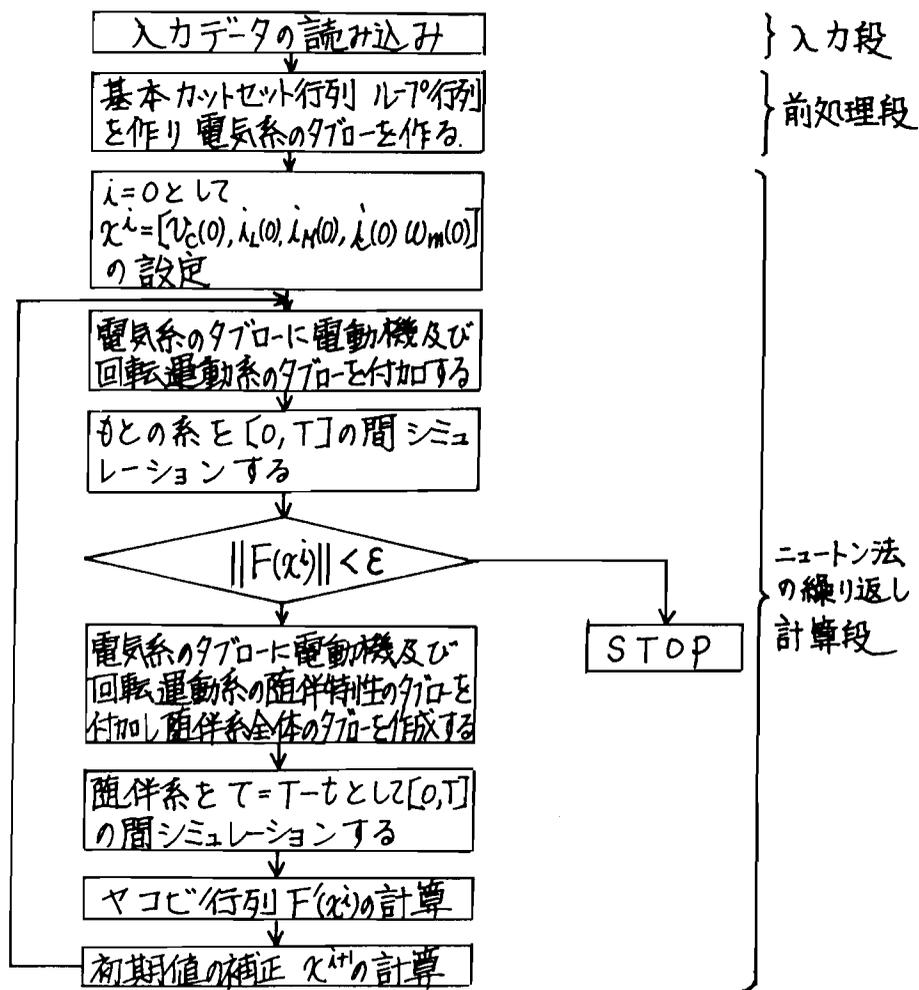
$$F'(\underline{x}) = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & C & L & M & \underline{L} & J \\ \begin{array}{c} C \\ L \\ M \\ \underline{L} \\ J \end{array} & \begin{array}{c} \hat{v}_c(t)C - \delta_{ij} \\ \hat{v}_c(t)C \\ \hat{v}_c(t)C \\ \hat{v}_c(t)C \\ \hat{v}_c(t)C \end{array} & \begin{array}{c} -\hat{\lambda}_L(t)L \\ -\hat{\lambda}_L(t)L - \delta_{ij} \\ -\hat{\lambda}_L(t)L \\ -\hat{\lambda}_L(t)L \end{array} & \begin{array}{c} -\hat{\lambda}_M^T(t)M \\ -\hat{\lambda}_M^T(t)M \\ -\hat{\lambda}_M^T(t)M - \delta_{ij} \\ -\hat{\lambda}_M^T(t)M \end{array} & \begin{array}{c} -\hat{\lambda}^T(t)\underline{L} \\ -\hat{\lambda}^T(t)\underline{L} \\ -\hat{\lambda}^T(t)\underline{L} \\ -\hat{\lambda}^T(t)\underline{L} - \delta_{ij} \\ -\hat{\lambda}^T(t)\underline{L} \end{array} & \begin{array}{c} \hat{\omega}_m(t)J \\ \hat{\omega}_m(t)J \\ \hat{\omega}_m(t)J \\ \hat{\omega}_m(t)J \\ \hat{\omega}_m(t)J - 1 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} n_c \\ n_L \\ \sum_{i=1}^{n_M} n_{M_i} \\ 2 \text{ (NIM の 時は 4)} \\ 1 \end{array} \end{array}$$

(6.46)式において、 C に関する第1ブロック行はステップ2-(i)の結果を用いて、また同様に L , M , \underline{L} , J に関する行もそれぞれステップ2-(ii), ステップ2-(iii), ステップ2-(iv), ステップ2-(v)の結果を用いて計算される。

6.4 汎用定常解析プログラムANASP-DC, ANASP-IMの概要

これまでの議論をもとにして、直流電動機駆動系の汎用定常解算プログラムANASP-DCおよび誘導電動機駆動系の汎用定常解算プログラムANASP-IMを開発した。これらのプログラムは第5章で述べたサイリスタ回路の汎用定常解算プログラムANASPの発展系として作成することができる。また、プログラムANASP-DC, ANASP-IMには、6.3.3で述べたカコビ行列の計算アルゴリズムにおけるもとの系とその随伴系のそれぞれ1周期ずつのシミュレーションのために、第3章で論じたタプロー法に基づく直流電動機駆動系および誘導電動機駆動系の汎用シミュレーションプログラムNETCAP-DCおよびNETCAP-IMがそれぞれサブルーチンとして組み込まれており、そのため非常に効率の良いプログラムとなっている。プログラムの流れを第6.7図に示す。図に示すように本プログラムは、第5章で述べたサイリスタ回路の汎用定常解算プログラムANASPと同じ構造をしており、入力段、前処理段、ニュートン法の繰り返し計算段より構成される。以下に、ANASPとの相違点を中心にその概要を説明する。

- (1) 入力段での入力データとしては、電気系の各素子の接続状況とパラメータ、電動機とその負荷のパラメータ、周期 T ,



第6.7 図 ANASP-DC および ANASP-IM の流れ図

サイリスタ T_h のトリカ情報、初期値の設定値 x^0 、ニュートン法の収束判定基準 ϵ などで、入力形式などは ANASP と同じである。また、直流電動機駆動系の ANASP-DC は界磁巻線の持続状況を指定するだけで、任意の励磁方式（他励式、直巻式、分巻式）の系を取り扱うことができ、さらに誘導電動機系の ANASP-IM の場合は、その固定子巻線の結線は Δ 、 Y の両方が取り扱える。

(2) 前処理段では、直流電動機駆動系 N_{DC} および誘導電動機駆動系 N_{IM} の電気系の部分の基本カットセット行列、ループ

行列を作成しタブロー行列を構成する。この電気系のタブローは、後に述べるように、もとの系と随伴系共通に用いることができ、この段階で一度作成するだけでよい。

(3) ニュートン法の繰り返し計算段で、もとの系の N_{DC} あるいは N_{IM} の1周期のシミューレーションは、前処理段で構成された電気系のタブローに、電動機、回転運動系のタブローを付加し全体のタブローを構成して実行される。また、随伴系 \hat{N}_{DC} あるいは \hat{N}_{IM} のタブローは次の様にして構成される。 \hat{N}_{DC} あるいは \hat{N}_{IM} の電気系の部分は、随伴系の定義からわかるように、もとの系の N_{DC} あるいは N_{IM} の電気系のタブローをそのまま使用することができる。したがって \hat{N}_{DC} の全体のタブローは前処理段で得られた電気系のタブローに直流電動機および回転運動系の随伴特性、すなわち (6.23) ~ (6.25) 式を (3.2) 式で与えられる積分公式を用いて離散化して連立させることにより構成できる。また、 \hat{N}_{IM} の全体のタブローは、同様に電気系のタブローに、誘導電動機および回転運動系の随伴特性、すなわち、(6.27) (6.29) ~ (6.31) 式を同じ積分公式を用いて離散化して連立させることにより構成できる。

(4) 電動機および回転運動系の随伴特性はもとの系の変数をパラメータとして含んでいる。したがって、もとの系 N_{DC} あるいは N_{IM} の1周期のシミューレーション過程において、必要な変数の解が記憶しておかれ、随伴系 \hat{N}_{DC} あるいは \hat{N}_{IM} のタブローはこれらを代入することにより得られる。

(3) 先に述べたように、ヤコビ行列を1回計算するため、直流電動機駆動系では $(n+3)$ 回、また誘導電動機駆動系では、 $(n+5)$ 回、異なった初期値で随伴系 \hat{N}_{DC} 、 \hat{N}_{IM} をそれぞれ1周期ずつシミューレーションしなければならない。ところが、第5章で論じた ANASP の場合と同様、随伴系のモードパ

ターニはもとの系の1周期のモードパターンより決められるので、それぞれの初期値に対し、随件系はすべてモードパターンが等しい。したがって各計算ステップにおいて、 \hat{N}_{DC} の場合は $(n+3)$ 個、 \hat{N}_{IM} の場合は $(n+5)$ 個の解ベクトルを用意しておく、タブローは同じLQ分解形を用い、前進、後退代入のみ繰り返して解けばよいことになる。したがって非常に計算時間の短縮がはかれる。

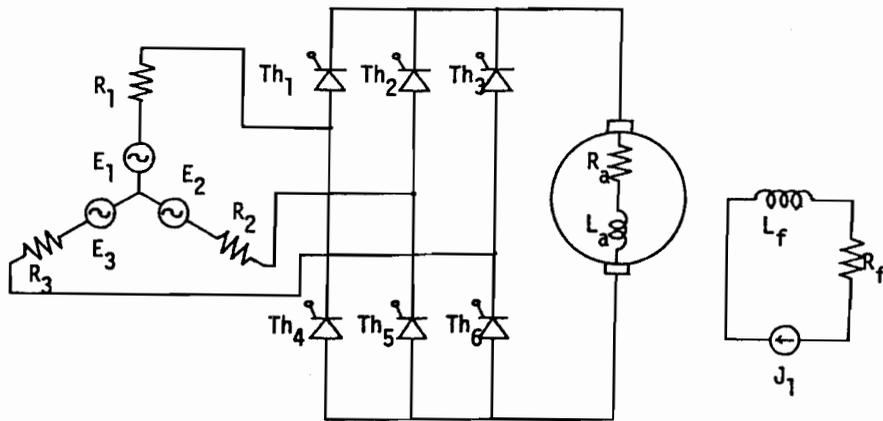
6.5 数値計算例

ここでは、開発したプログラム ANASP-DC および ANASP-IM を用いて、種々のシステムに対し数値実験した結果を示す。使用した計算機は、これまでの章と同様、NEAC-700で、その乗除算に要する時間は約 $5.5\mu s$ である。

6.5.1 プログラム ANASP-DC の数値実験例

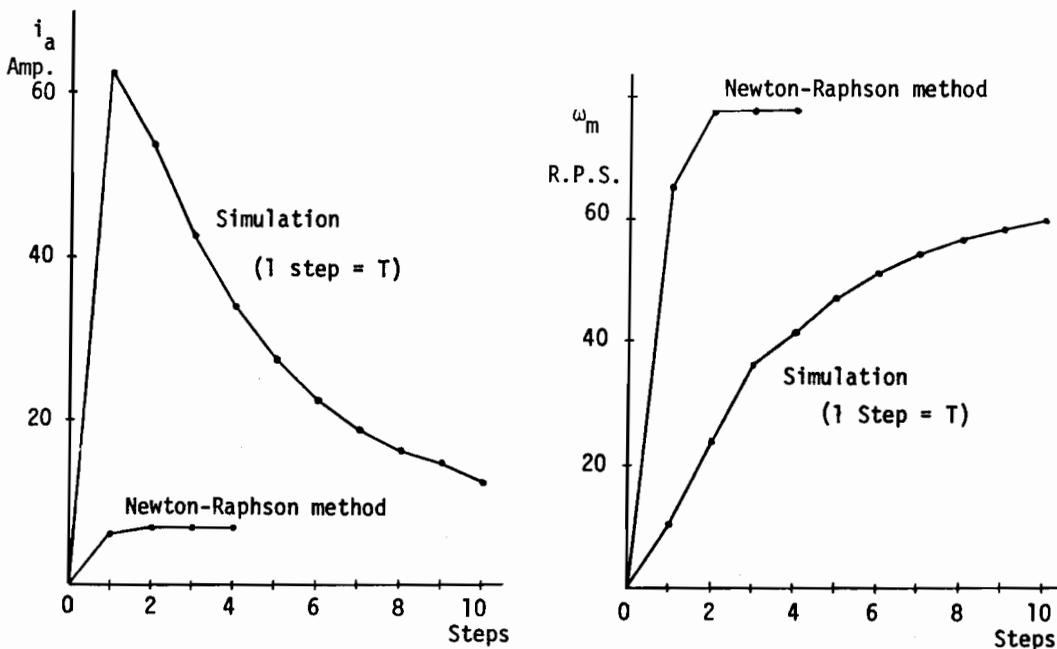
例題1 全波整流器駆動他励式直流電動機系

直流電動機駆動系の例としてまず、第6.8図に示すような整流器駆動の他励式直流電動機をとりあげる。これは第3章5節の例題2と同じもので、ここでは過渡状態のシミューレーション波形を示したが、それによると定常になるまで非常に時間がかかることがわかる。定常状態を求めるために、ここで開発したプログラム ANASP-DC を用いて、ニュートン法を適用した結果を示す。同図は電機子電流 i_a と回転角速度 ω_m の定常状態への収束の様子を示したもので、わずか、数ステップのニュートン法の繰り返しが定常に達することがわかる。なお、ここで初期値の設定値はすべて零とした。また、図中、Simulationと記した曲線は、比較のため同じ初期値からシミューレーションした第3章5節の例題2の結果をフ

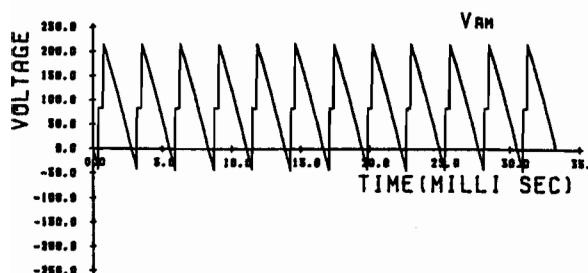


$E_1 = 179.6 \sin(120\pi t + \pi/6) \text{ V}$, $E_2 = 179.6 \sin(120\pi t - \pi/2) \text{ V}$
 $E_3 = 179.6 \sin(120\pi t - 7\pi/6) \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 0.1 \ \Omega$, $\alpha = 76 \text{ degree}$
 $R_a = 0.835 \ \Omega$, $R_f = 51.3 \ \Omega$, $L_a = 6.4 \text{ mH}$, $L_f = 15.0 \text{ H}$
 $M = 0.268 \text{ H}$, $J = 0.0755 \text{ Kg m}^2$, $\delta = 0$, $\lambda = 2$, $T_L = B\omega_m \text{ Nm}$, $B = 0.1$

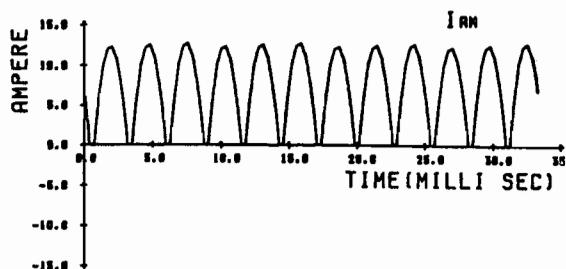
第6.8図 全波整流器駆動他励式直流電動機系



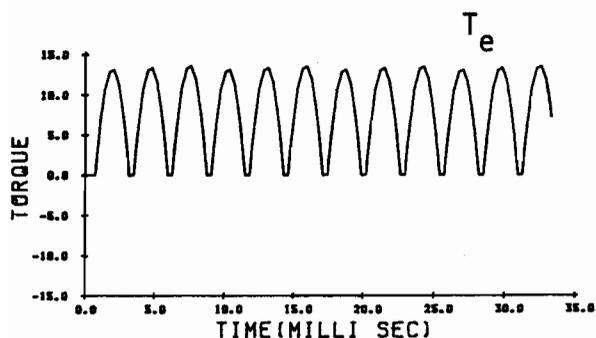
第6.9図 電機子電流 i_a と回転角速度 ω_m の定常状態への収束の様子



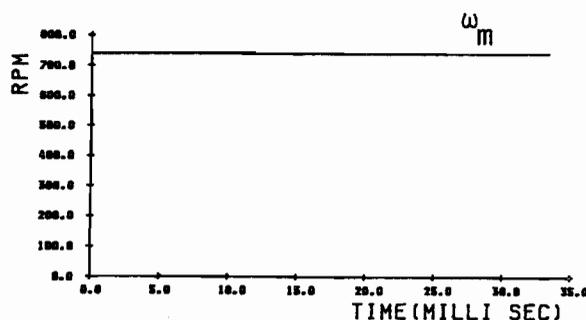
電機子電圧 v_a



電機子電流 i_a



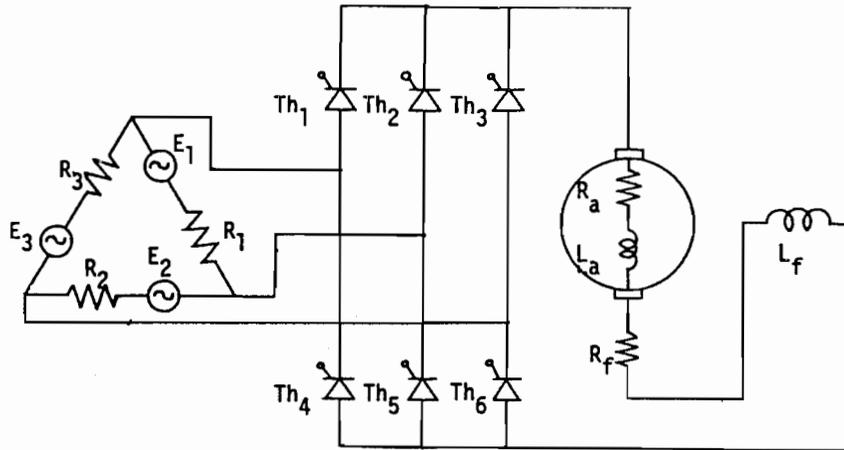
電気トルク T_e



回転角速度 ω_m

第6.10図 全波整流器駆動他励式直流電動機系の各部の定常波形

ロットしたもので、計算の 1 step は 1 周期の π レーシヨに相当している。第 6.10 図にニュートン法により得られた初期値を用いて π レーシヨした 2 周期の定常波形を示す。これより、過渡状態では電機子電流は連続であるが、定常状態では不連続になることが観察される。

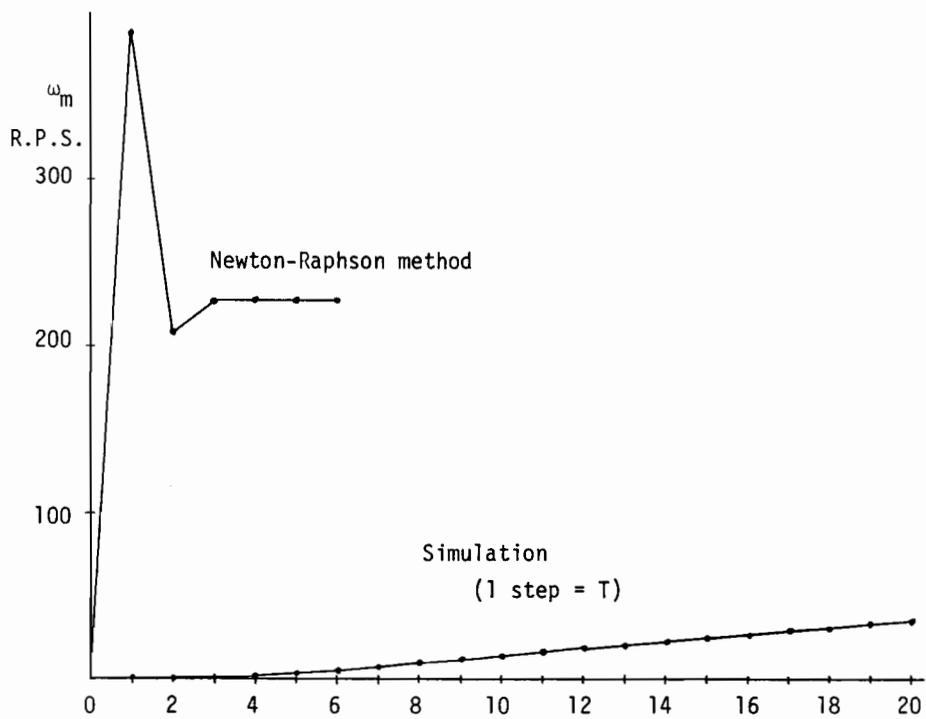
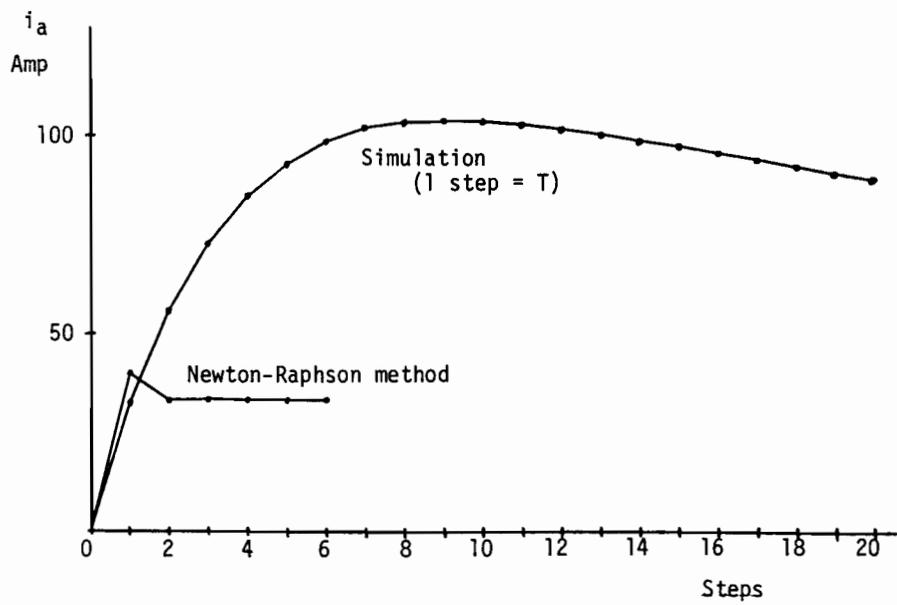


$$\begin{aligned}
 E_1 &= 537.4 \sin(120\pi t) \text{ V}, E_2 = 537.4 \sin(120\pi t - 2\pi/3) \text{ V} \\
 E_3 &= 537.4 \sin(120\pi t - 4\pi/3) \text{ V}, R_1 = R_2 = R_3 = 0.1 \Omega, \alpha = 60 \text{ degree} \\
 R_a &= 0.1 \Omega, R_f = 2.0 \Omega, L_a = 5.5 \text{ mH}, L_f = 0.11 \text{ H}, M = 24 \text{ mH} \\
 J &= 1.752 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2, \delta = 0, \lambda = 1, T_L = 27.7 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

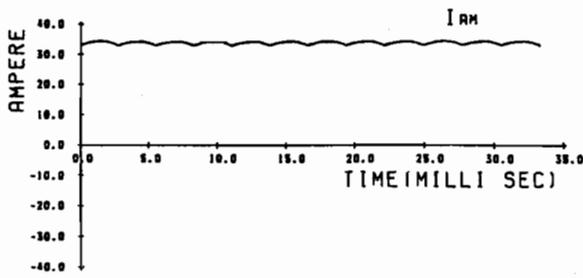
第6.11図 全波整流器駆動直巻式直流電動機系

例題2 全波整流器駆動直巻式直流電動機系

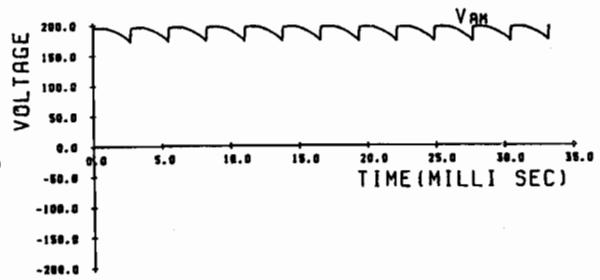
第6.11図に全波整流器駆動の直巻式直流電動機系を示す。定常状態を求めるために、開発したプログラム ANASPD-DC を用いてニュートン法を適用した結果を第6.12図にシミュレーションと比較して示す。同図は電機子電流 i_a と回転角速度 ω_m の定常状態への収束の様子を示している。なお、初期値の設定値はすべて零とした。この例においても、ニュートン法によると非常に速かに定常に達するのかわかる。一方、シミュレーションの結果より、この系は過渡状態が非常に長く、シミュレーション法では定常状態を得るのが非常に困難であることが観察される。第6.13図に、ニュートン法により得られた初期値より、2周期シミュレーションしたシミュレーション波形を示す。これより、この系は定常状態においても電機子電流が連続であることが観察される。



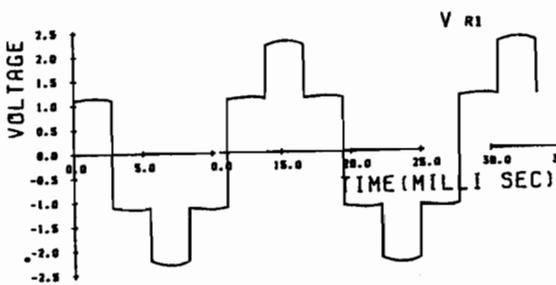
第6.12図 電機子電流 i_a と回転角速度 ω_m の定常状態への収束の様子



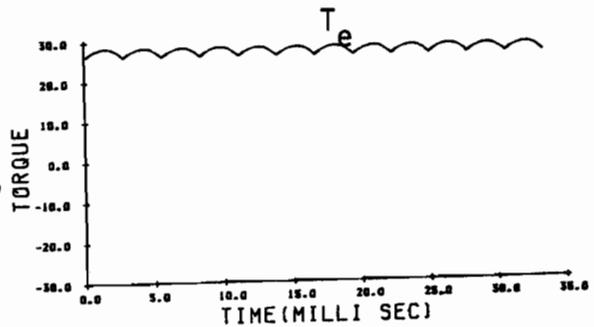
電機子電流 I_a



電機子電圧 V_a



抵抗電圧 V_{R1}

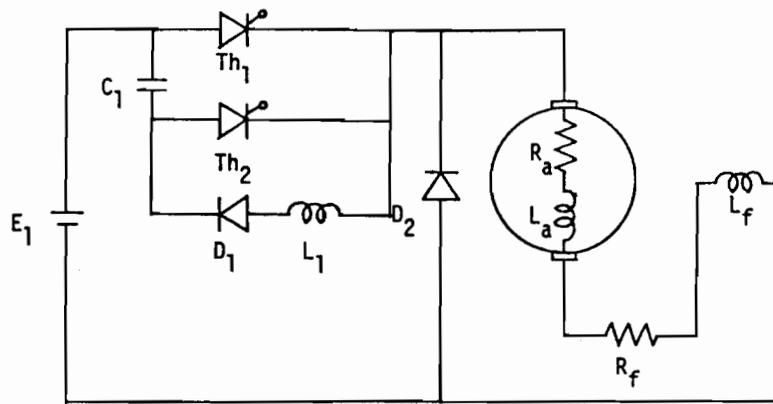


電気トルク T_e

第6.13図 全波整流器駆動直巻式直流電動機系の各部の定常波形

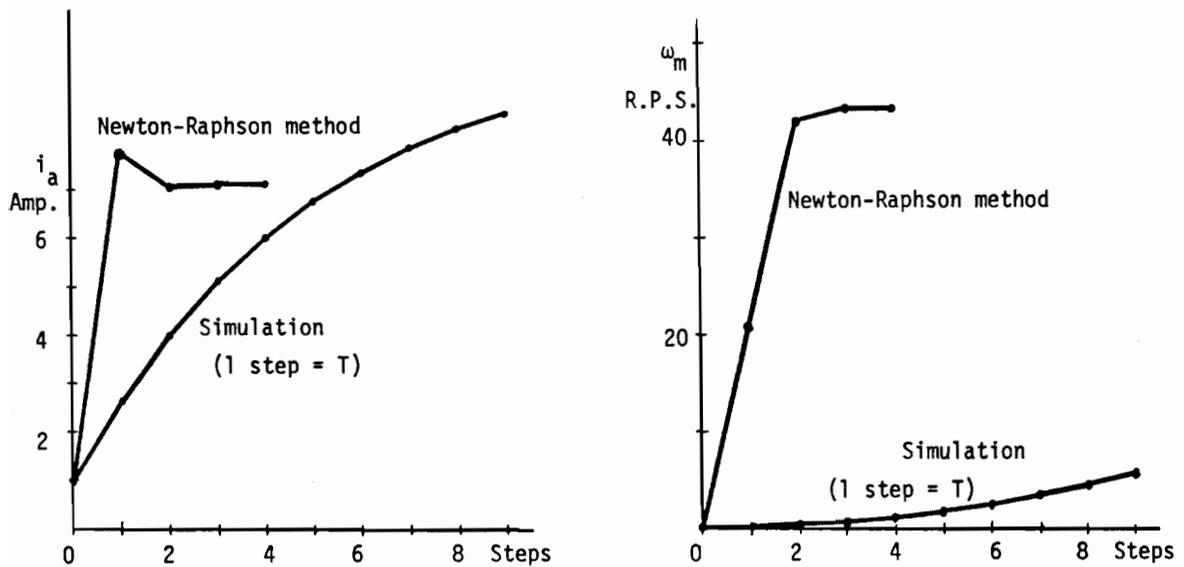
例題3 チョップパ駆動の直巻式直流電動機

第6.14図にチョップパによって駆動される直巻式直流電動機の例を示す。この例は第3章5節の例題1と同じものである。定常状態を定めるため、ニュートン法を適用した結果をミニコレシヨニと比較して第6.15図に示す。ここで、初期値の設定値は、第3章5節の例題1と同じとし、また simulation と記した曲線は、同例題の結果をプロットしたものである。第6.6図にニュートン法により得られた初期値を用いてミニコレシヨニした結果の2周期の定常波形を示す。

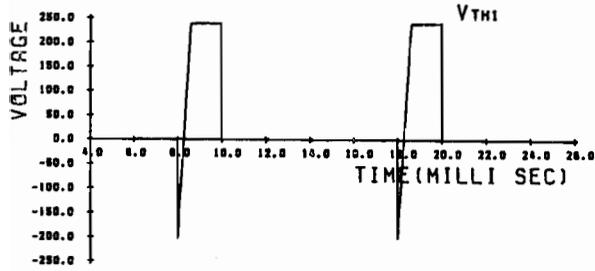


$E_1 = 240 \text{ V}$, $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $L_1 = 2 \text{ mH}$, $R_a = 7.56 \Omega$, $R_f = 11.34 \Omega$
 $L_a = 55 \text{ mH}$, $L_f = 1.1 \text{ H}$, $M = 0.234 \text{ H}$, $J = 0.136 \text{ Kg m}^2$, $\lambda = 1$
 $\delta = 0$, $T_L = B\omega_m \text{ Nm}$, $B = 0.273$, $\text{duty} = 0.8$

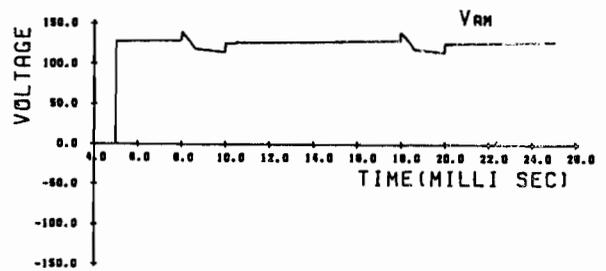
第6.14図 3相ブリッジ整流直巻式直流電動機系



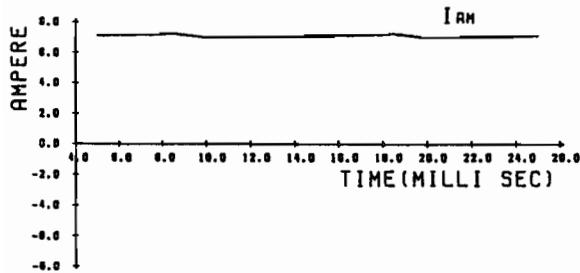
第6.15図 電機子電流 i_a と回転角速度 ω_m の定常状態への収束の様子



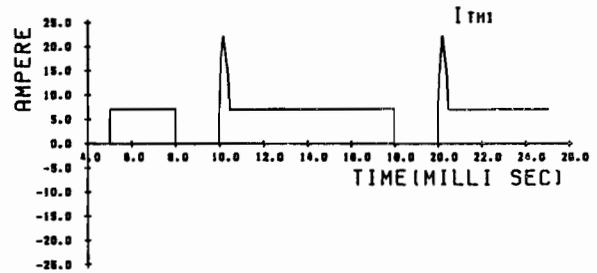
サイリスタ電圧 v_{Th1}



電機子電圧 v_a

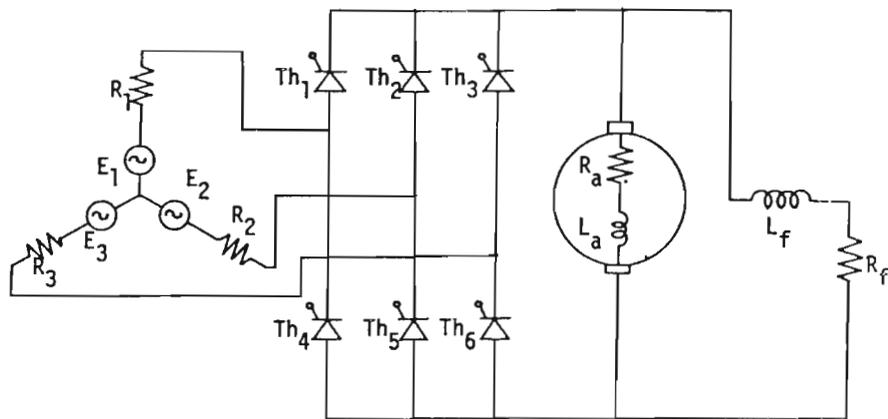


電機子電流 i_a



サイリスタ電流 i_{Th1}

第6.16図 チョップパ駆動の直巻式直流電動機の各部の定常波形



$$\begin{aligned}
 E_1 &= 179.6 \sin(120\pi t + \pi/6) \text{ V}, E_2 = 179.6 \sin(120\pi t - \pi/2) \text{ V} \\
 E_3 &= 179.6 \sin(120\pi t - 7\pi/6) \text{ V}, R_1 = R_2 = R_3 = 0.1 \Omega, \alpha = 76 \text{ degree} \\
 R_a &= 0.835 \Omega, R_f = 51.3 \Omega, L_a = 6.4 \text{ mH}, L_f = 15 \text{ H}, M = 0.268 \text{ H} \\
 J &= 0.0755 \text{ Kg m}^2, \delta = 0, \lambda = 2, T_L = 0.0 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

第6.17図 全波整流器駆動分巻式直巻式
直流電動機系

例題4 全波整流器駆動分巻式直流電動機系

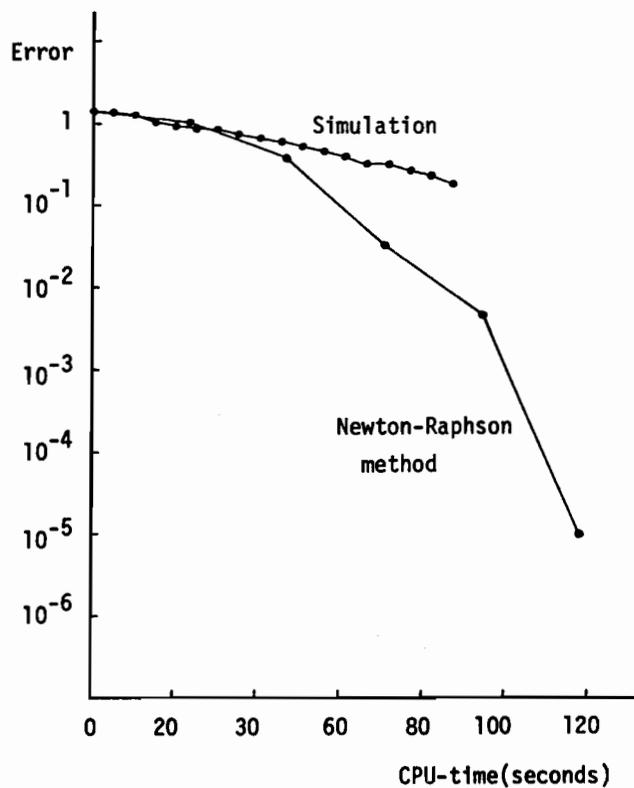
分巻式直流電動機系の例として、第6.17図に示すような全波整流器駆動によるものを挙げる。これは、第3章5節の例題3と同じである。定常解を求めるため、ここで開発したプログラムを用いてニュートン法を適用した結果を第6.18図に示す。この図は、ニュートン法とミニミミレーニョニ法の定常解を得るための計算時間を比較するために、計算の各ステップにおける定常値からの相対誤差を計算し、相対誤差と計算時間の関係をニュートン法、ミニミミレーニョニ法それぞれについて図示したものである。横軸は計算時間、縦軸は相対誤差を対数目盛で表わしたもので、相対誤差は、第5.14図と同

同様の次式より計算した。

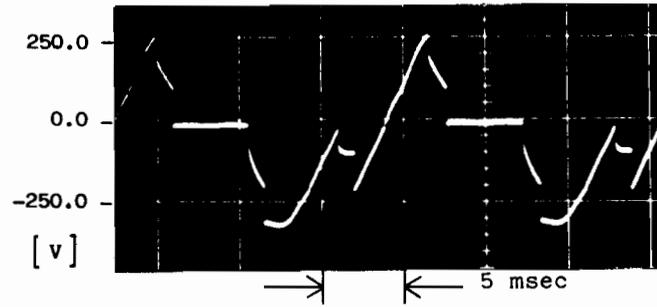
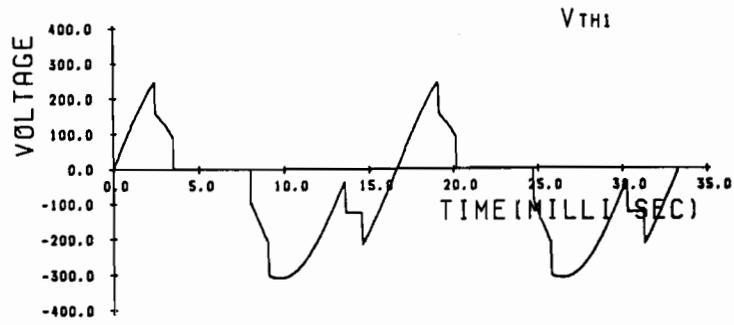
$$\text{Error} = \frac{\|x^i - x^*\|}{\|x^*\|}, \quad \|\cdot\| : l^1 \text{ノルム} \quad (6.47)$$

x^* : 定常値

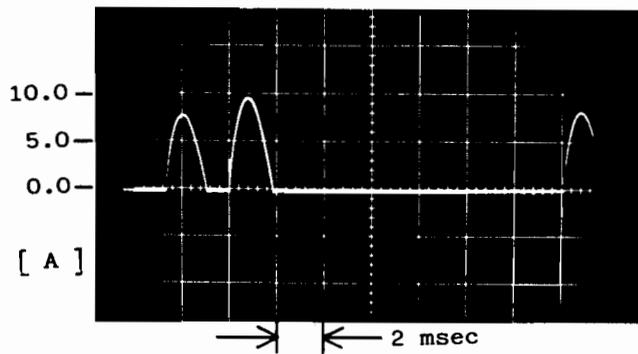
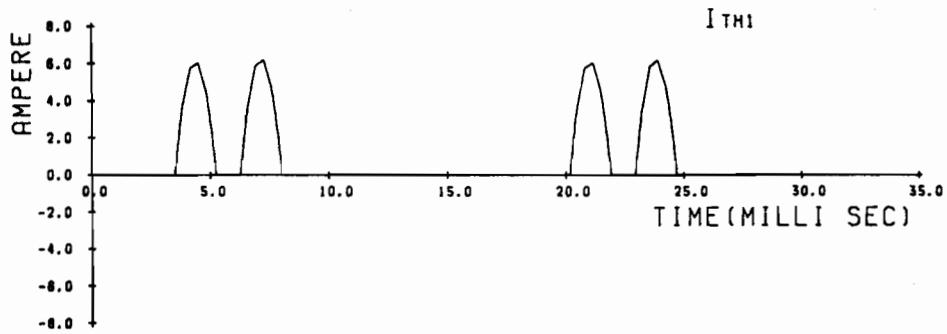
これより、ここで開発したプログラムを用いると、計算時間においても非常に効率良く定常解が得られることがわかる。第6.19図にニュートン法によって得られた初期値を用いて、2周期ミミズレーシヨニして得られた定常波形を、同じ条件で実験して得られた実験波形と比較して示す。^[49] これより系の各部の動作が忠実にミミズレーシヨニされていることが観察され、ここで開発した方法は非常に実用性高いものであると考えられる。



第6.18図 ニュートン法とミミズレーシヨニ法の定常解を得るための計算時間の比較

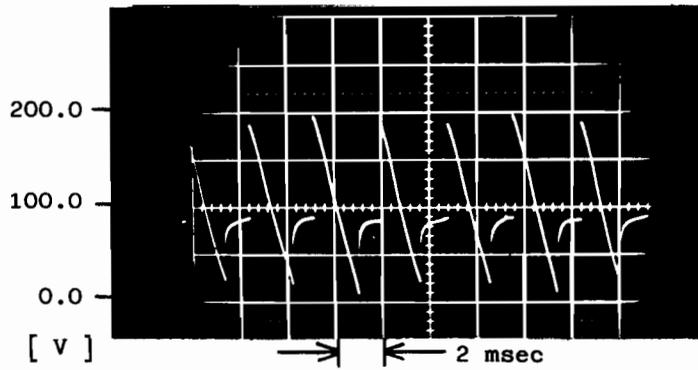
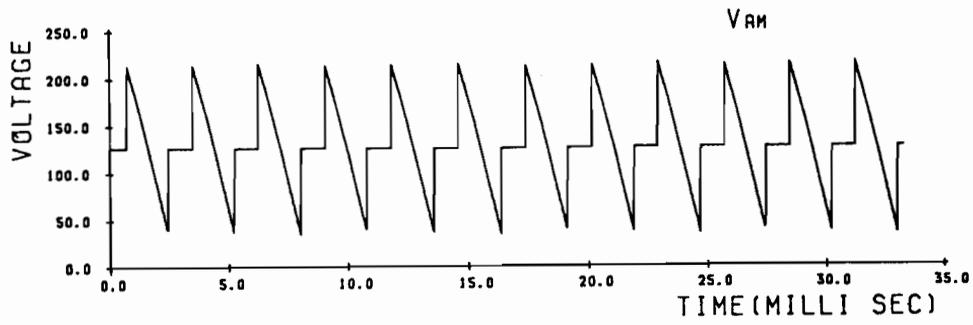


サイリスタ電圧 v_{Th1}

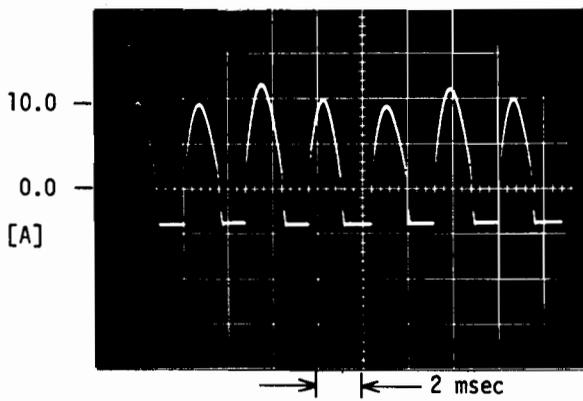
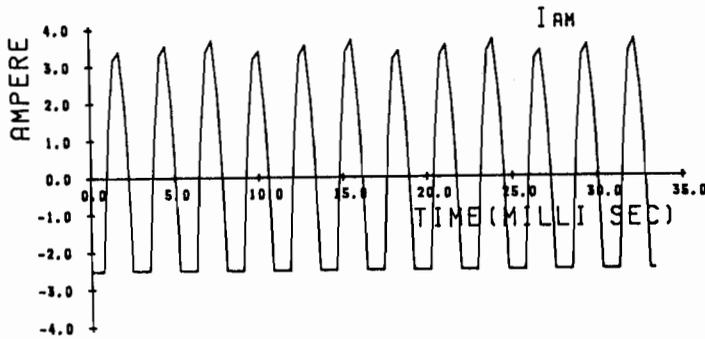


サイリスタ電流 i_{Th1}

第6.19 図 (a) 定常時の三ミュール-三ヨニ波形と実験波形の比較 (サイリスタ電圧, サイリスタ電流)

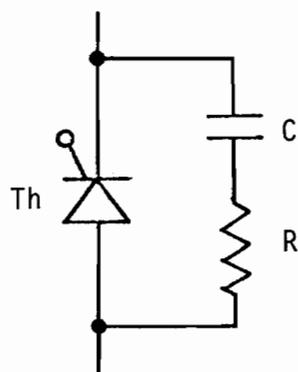


電機子電圧 v_a



電機子電流 i_a

第6.19図(b) 定常時のミミエ L-型コイル波形と実験波形の比較
(電機子電圧, 電機子電流)

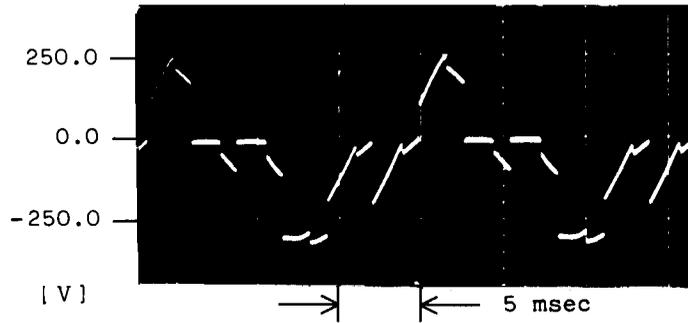
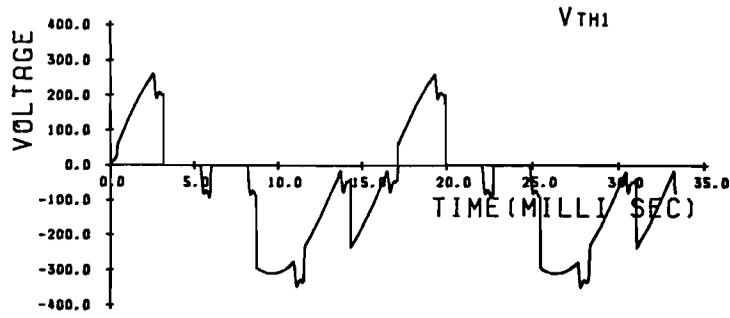


$$C=0.22 \mu\text{F}$$

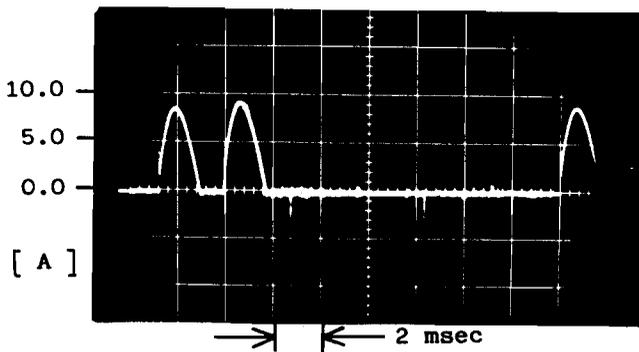
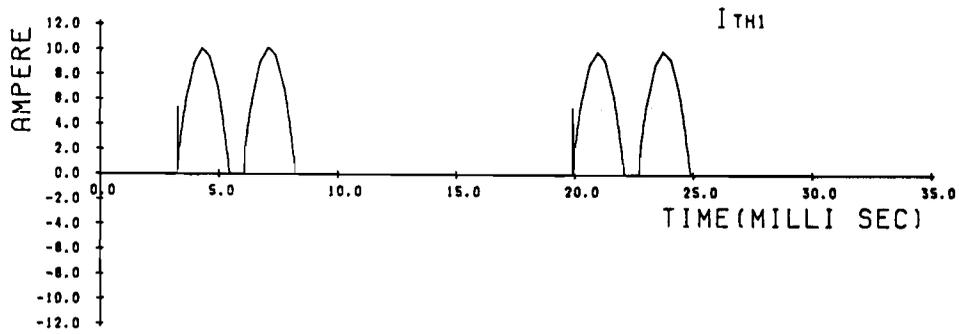
$$R=50.0 \Omega$$

第6.20図 スナバ回路

これまで示したシミズレーシヨニ波形は簡単のため、サイリスタのスナバ回路は考慮されていない。そこで、第6.17図の各サイリスタに、第6.20図に示すようなスナバ回路を付加した場合を考える。第6.19図と同様の手順によって得られたスナバ回路を考慮した時の定常時のシミズレーシヨニ波形を実験波形と比較して第6.21図に示す。第6.21図の実験波形より、各サイリスタにスナバ回路を付加すると、付加していない第6.19図の場合と比べ、電機子の電圧波形のピークトパルスが生じることが観察される。また、スナバ回路を付加した場合と付加していない場合のサイリスタ電圧を比較すると、スナバを付加した場合は、電流の休止期間にサイリスタに負の電圧がかかるなど、波形のひずみが観察される。シミズレーシヨニ波形をみると、これらの影響も忠実にシミズレートされているのがわかる。これらの結果より、ここで開発したプログラムはスナバ回路の設計など実際の系の解析、設計に

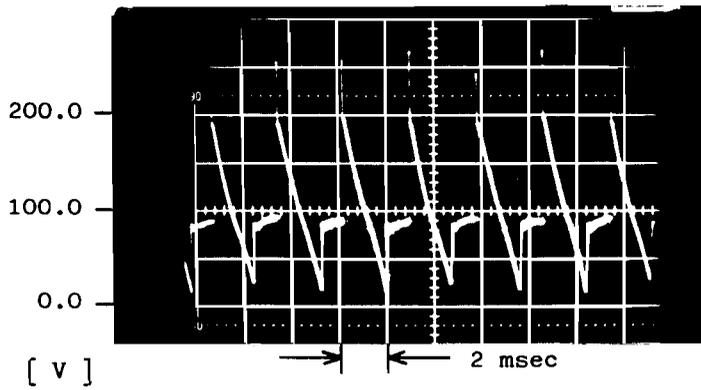
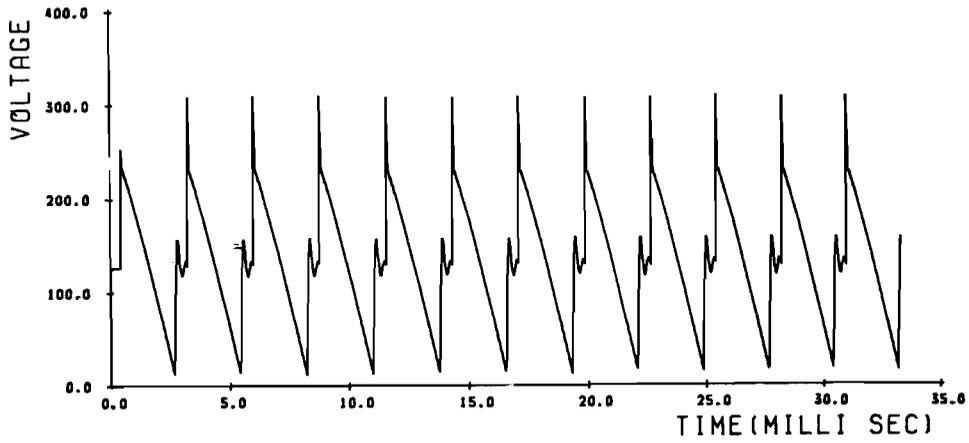


サイリスタ電圧 v_{Th1}

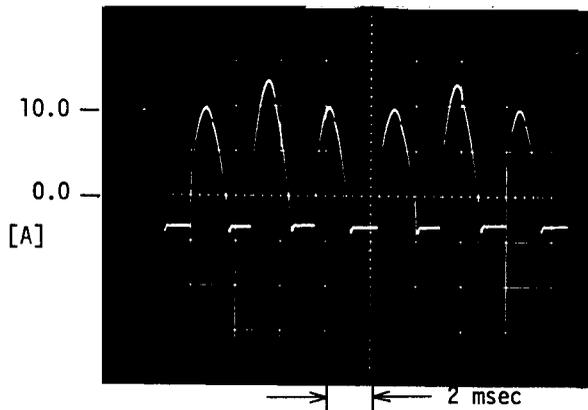
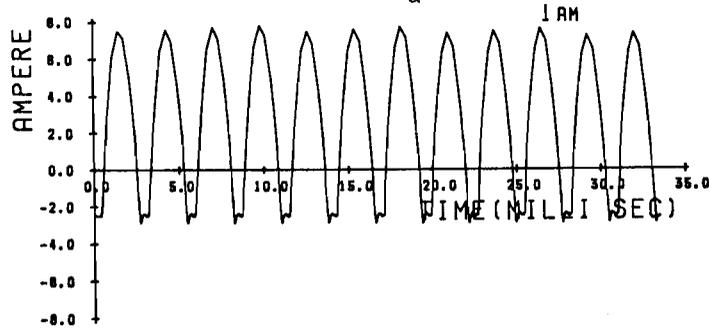


サイリスタ電流 i_{Th1}

第6.21図(A) スタバ回路を考慮した場合の定常時のシミュレーション波形と実験波形の比較(サイリスタ電圧, サイリスタ電流)



電機子電圧 v_a



電機子電流 i_a

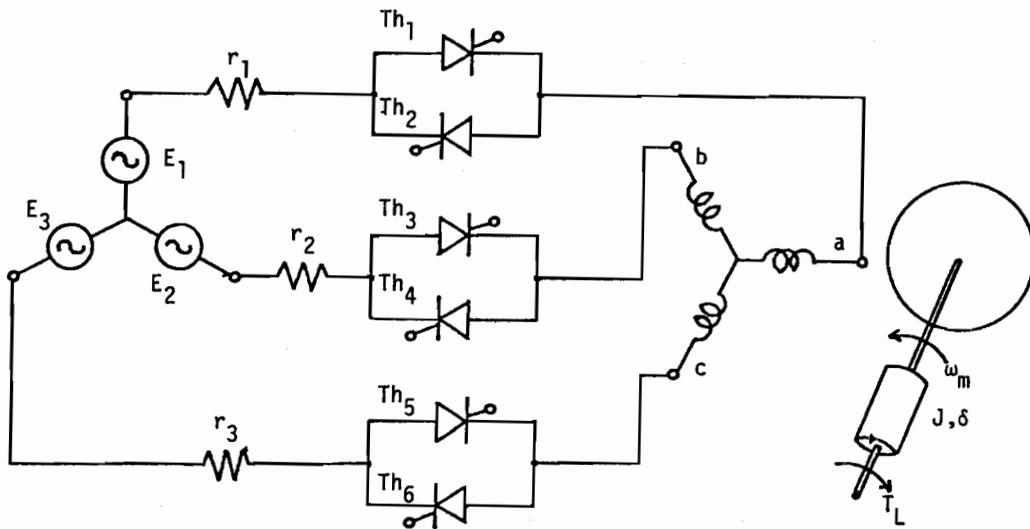
第6.21図(b) スパ回路を考慮した場合の定常時のシミュレーション波形と実験波形の比較 (電機子電圧, 電機子電流)

非常に有力な手段となり得ると考えられる。

6.5.2 フログラム ANASP-IM の数値実験例.

例題5 ACレギュレータ駆動誘導電動機駆動系

第6.22図にACレギュレータによって駆動される誘導電動機系を示す。これは第3章5節の例題4と同じ例である。定常解を求めるために、本フログラムによりニュートン法を用いた結果の定常状態への収束の様子をミニマレーシヨニ法と比較して第6.23図に示す。ここで初期値の設定値は、角速度のみ同期速度を与え、他はすべて0とし、相対誤差は例題4と同様、(6.47)式より計算した。この図より誘導電動機駆動系においてもニュートン法によると非常に速く定常解に収束することがわかる。第6.23図はダコニコフ係数として $\delta=0$

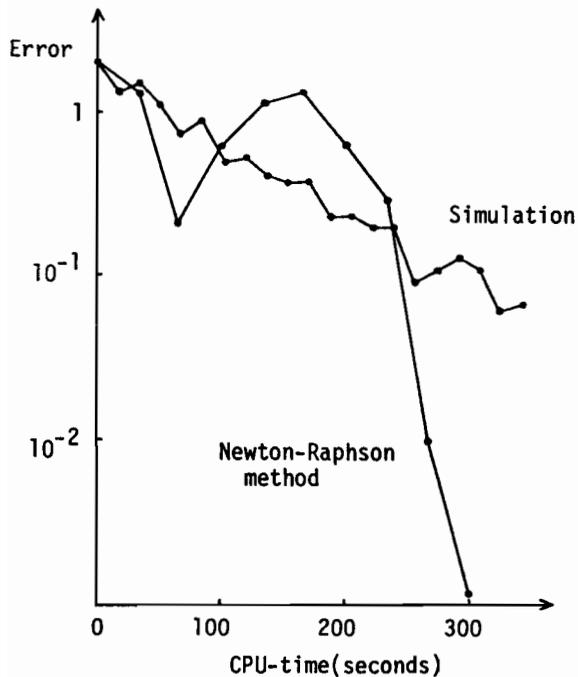
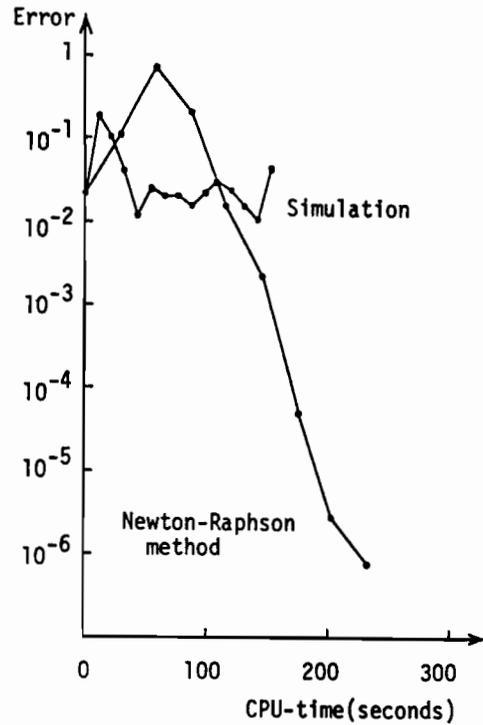


$$\begin{aligned}
 E_1 &= 311 \sin(100\pi t + \pi/2) \text{ V}, E_2 = 311 \sin(100\pi t - \pi/6) \text{ V} \\
 E_3 &= 311 \sin(100\pi t - 5\pi/6) \text{ V}, r_1 = r_2 = r_3 = 0.1 \Omega, \alpha = 100 \text{ degree} \\
 R_s &= 2.18 \Omega, R_r = 1.64 \Omega, L_s = 0.4283 \text{ H}, L_r = 0.4283 \text{ H} \\
 M &= 0.4171 \text{ H}, J = 0.0125 \text{ Kgm}^2, \delta = 0, \lambda = 2, T_L = 0.0 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

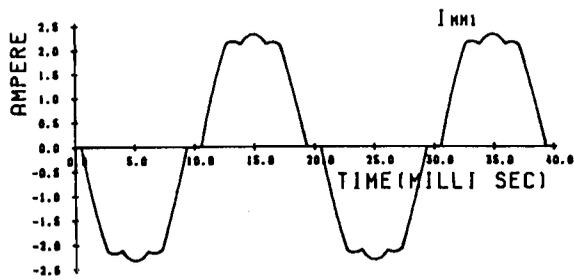
第6.22図 ACレギュレータ駆動誘導電動機系

とした場合であるが、 $\delta=0.1$ とした時の定常状態の収束の様子を第6.24図に示す。この場合もニュートン法による本プログラムを用いると非常に速く収束することがわかる。第6.25図および第6.26図にそれぞれ $\delta=0$ の場合と $\delta=0.1$ の場合の2周期の定常波形を示す。

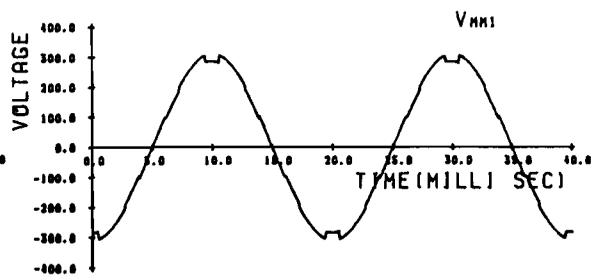
第6.23図 ニュートン法
とミニミューン法との
定常状態を得るための
計算時間の比較
($\delta=0$)



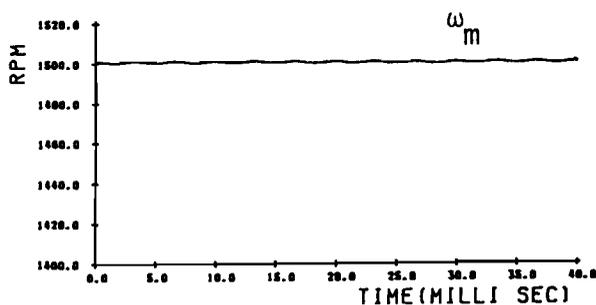
第6.24図 ニュートン法とミニ
コレシヨ法との定常
状態を得るための計算時
間の比較 ($\delta=0.1$)



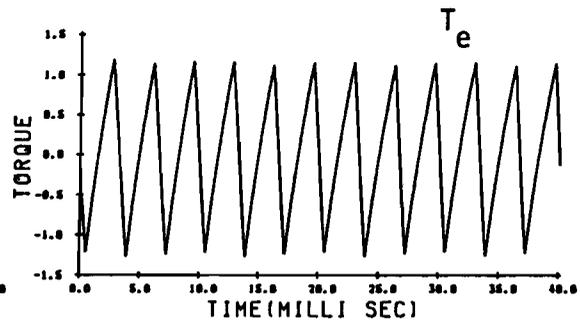
モーターの線電流 i_a



モーターの相電圧 v_a

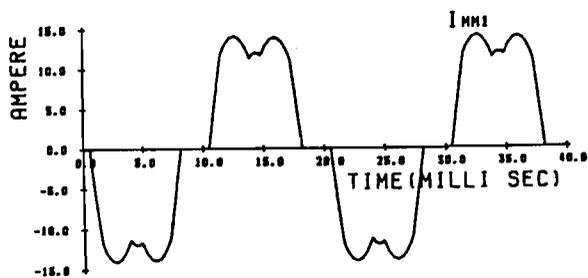


回転角速度 ω_m

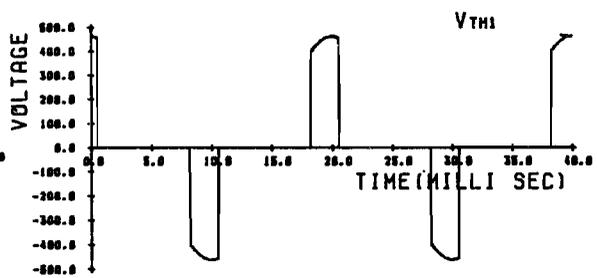


電気トルク T_e

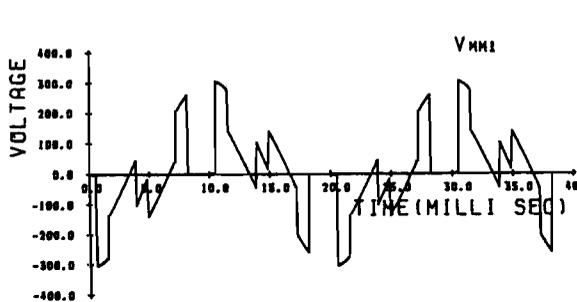
第6.25図 AC-LギョL-タ駆動誘導電動機駆動系の各部の定常波形 ($\delta=0$)



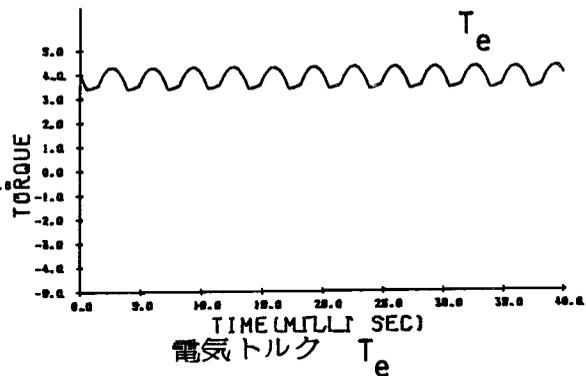
モーターの線電流 i_a



サイリスタ電圧 v_{Th1}



モーターの相電圧 v_a



電気トルク T_e

第6.26図 AC LギョL-タ駆動誘導電動機系の各部の定常波形 ($\delta=0.1$)

6.6 むすび

この章では、電気-機械エネルギー変換系のニコートニ法による定常解析法について論じ、また開発した手法に基づいて作成したサイリスタ回路を含む直流電動機駆動系および誘導電動機駆動系の汎用定常解算プログラムの特徴を述べた。ここでは、電気-機械エネルギー変換系に対し、従来電子回路でなく用いられているテレゲニの定理に基づき感度解析法を導入する方法について論じ、これにもとずいてヤコビ行列を計算するためのアルゴリズムを示した。また、数値例より、開発したプログラムは非常に効率が良く、しかも汎用性があり、種々の計算機接用設計のためのサブルーチンパッケージとして使用可能であると考えられる。

第7章 サイリスタ回路のパラメータ感度の 計算法とその応用

7.1 はじめに

これまでの章では、サイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系を対象として、汎用性がありしかも高効率なミニマレーシヨニ法および定常状態の解析法について論じ、またそれに基づいて実際に開発した汎用プログラムについて述べた。これによると、開発したプログラムは、対象とするシステムの、任意に与えられたパラメータに対する過渡および定常状態を非常に効率良く算出することができ、現実のシステムの解析および設計のための有力な手段となりうるものと考えられる。ところが、システムを種々の目的に沿って設計する際、システムのパラメータの微小な変化が、そのシステム特性、性能にどのような影響を与えるかを検討すること、すなわちパラメータに関する感度を計算することが、しばしば必要となる。また、ある評価関数のもとで、システムのパラメータを最適設計する問題においては、その評価関数のパラメータに関する一次微分、二次微分すなわち一次感度、二次感度を計算する必要が生じる。

そこで、この章では静的なサイリスタ回路を対象として回路内のパラメータに関する感度計算法について論じ、またその計算アルゴリズムを示す。このような問題に対し、電子回路においては、種々の解析法が提案されているが^{[5][23][24]}サイリスタ回路については系統的にこのような問題を扱った研究はまだほとんどないようである。

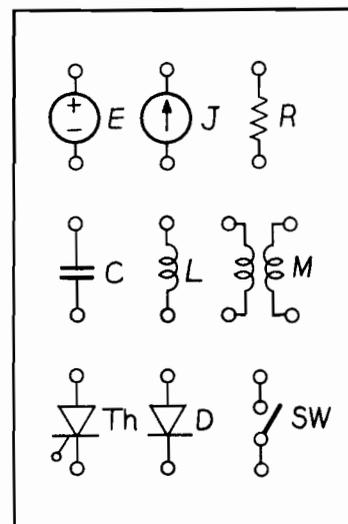
サイリスタ回路においては、特にその定常状態における特性が問題にされることが多いので、ここでは、サイリスタ回路の

定常状態に対して評価関数を一般的に設定し、この評価関数の回路パラメータに関する感度を計算する方法を論ずる。そのために、サイリスタ回路に第5章で導入したのと同様の随伴回路を導入し、これを利用して感度を計算する方法を提案しそのアルゴリズムを示す。これによると、サイリスタ回路の定常状態でのパラメータ感度は、もとのサイリスタ回路とその随伴回路のそれぞれの定常波形を求めることにより計算できることが示され、したがって、ここで提案する方法は、第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解算プログラムを利用することにより容易に実現することができる。

この章では、まず7.2で問題の定式化をおこなひ、7.3で、サイリスタ回路に随伴回路を導入し、これを利用してサイリスタ回路の定常状態における感度を計算する方法およびそのアルゴリズムを示す。また、7.4では、ここで論じた感度計算法を利用して作成した、ニュートン法および最大傾斜法によるパラメータ最適化プログラムを、サイリスタ回路のパラメータ固定および波形ひずみ最小化問題に応用した例を示す。

7.2 問題の記述

この章で対象とするシステムは第5章と同じ、第7.1図に示すような、独立電圧源 E 、独立電流源 J 、抵抗 R 、コンデンサ C 、インダクタ L 、結合インダクタ M と電力用半導体素子のサイリスタ Th 、ダイオード D 、強制スイッチ Sw を含むサイリスタ回路とし、これを N とする。ここで、 R, C, L, M はすべて線形時間不変素子とし、 N に含ま

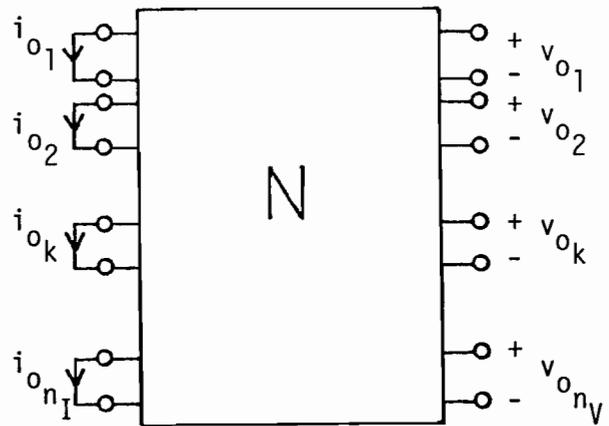


第7.1図 サイリスタ回路 N

れる R, C, L, M の個数をそれぞれ n_R, n_C, n_L, n_M , また各インダクタンス行列 M_i ($i=1, 2, \dots, n_M$) は $m_{M_i} \times m_{M_i}$ の行列とする。さらに、第5章と同様、サイリスタ回路 N は周期 T の周期解をもち、その周期は既知であると仮定する。

さて、サイリスタ回路 N を種々の目的に沿って解析、設計する際、回路内の一連のパラメータ P ($P=(p_1, p_2, \dots, p_{n_p})$) に対する回路出力の感度を計算する必要性がしばしば生じる。ここでは、特に次のような問題を考える。いま、サイリスタ回路 N の注目する箇所の電圧、電流を

第7.2図に示すように、外にとり出しこれを N の出力とし、それぞれ、 v_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$)、 i_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_I$) とする。また、一般にサイリスタ回路の設計においては、波形のひずみ率やリップル率にみられるように、特にその定常状態の特性が問題となることが多いので、回路 N の出力電圧



第7.2図 N の出力電圧 v_{o_k} および出力電流 i_{o_k}

波形 $v_{o_k}(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_V$) および出力電流波形 $i_{o_k}(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_I$) の定常状態をそれぞれ $v_{o_k}^*(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_V$)、 $i_{o_k}^*(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_I$) とする。この時、サイリスタ回路の出力が、定常状態においてある目標状態になるように回路パラメータを決定するという問題を考え、次のようにパラメータの最適化問題として定式化する。いま、サイリスタ回路 N の定常状態での目標状態をそれぞれ $\bar{v}_{o_k}(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_V$)、 $\bar{i}_{o_k}(\cdot)$ ($k=1, 2, \dots, n_I$)

とし、次のような評価関数 J を導入する。

$$J(P) = \sum_{k=1}^{N_V} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} w_{V_k} (v_{0_k}^*(t) - \bar{v}_{0_k}(t))^2 dt + \sum_{k=1}^{N_I} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} w_{I_k} (i_{0_k}^*(t) - \bar{i}_{0_k}(t))^2 dt$$

----- (7.1)

ここで w_{V_k} ($k=1, 2, \dots, N_V$) および w_{I_k} ($k=1, 2, \dots, N_I$) はそれぞれ重み係数である。この時、次の様なパラメータ最適化問題を考える。

[パラメータ最適化問題]

(7.1) 式で与えられる評価関数 $J(P)$ を最小とするパラメータ P^* 、すなわち次式を満足する P^* を決定する。

$$J(P^*) = \min_P J(P) \quad (7.2)$$

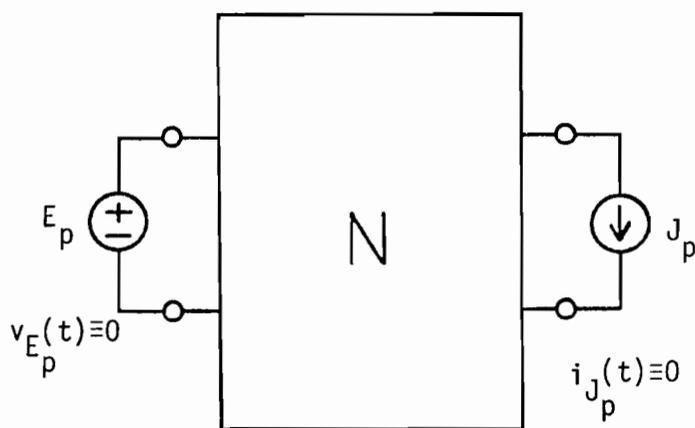
一般に、このような問題は、解析的に解くのがほとんど困難であるため、最適な P^* を求めるため、ある P から出発して $J(P)$ が可能な限り大きく減少するように P を修正していくという方法がとられる。したがって回路内の一連のパラメータ p_k ($k=1, 2, \dots, n_p$) の変化が評価関数におよぼす影響を知ることが非常に重要となる。すなわちパラメータ p_k ($k=1, 2, \dots, n_p$) に関する $J(P)$ の感度を計算することが重要となる。また、このパラメータの修正の方法として、これまで最大傾斜法、ニュートン法など種々の最適化アルゴリズムが開発されており、これらを用いて最適解を求めることが可能であるが、このとき、パラメータ p_k に関する評価関数の一次微分 $\partial J / \partial p_k$ (一次感度と呼ぶ) および二次微分 $\partial^2 J / \partial p_k \partial p_j$ (二次感度と呼ぶ) などを計算する必要がある。

以下、この章では(7.1)式で与えられるようなサイリスタ回路の定常状態に関する評価関数の回路内のパラメータに関する一次感度および二次感度を計算する方法について議論する。なお、ここでは回路パラメータとして、サイリスタ回路Nの抵抗コンデンサ、インダクタ、結合インダクタの素子値すなわちR, C, L, Mを考え、これに対する(7.1)式の評価関数の感度計算法を考察する。

7.3 随伴回路を利用したパラメータ感度の計算法

ここでは、随伴回路を利用して、サイリスタ回路のパラメータR, C, L, Mに対する(7.1)式で与えられる評価関数の感度を計算する方法を議論する。このため、まず以下の議論をしやすいするため、サイリスタ回路Nを次のように置きかえることにする。いま、第7.2図に示すサイリスタ回路Nに対し、その出力電圧 v_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$)の端子に、その電流値が恒等的に零の電流源 J_{p_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$)を仮想的に付加し、また出力電流 i_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_I$)に対し、その枝路をそれぞれ切断し、そこにその電圧値が恒等的に零であるような電圧源 E_{p_k} ($k=1, 2, \dots, n_I$)を

仮想的に挿入した回路を考える。すなわち、第7.3図に示すように、第7.2図の v_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$)を電流源のポート J_{p_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$) または i_{o_k} ($k=1, 2, \dots, n_I$)を電圧源のポート E_{p_k}



第7.3図 電流源 J_{p_k} および電圧源 E_{p_k} を付加したサイリスタ回路N

($k=1, 2, \dots, n_I$)で置きかえる。ただし、

$$J_{P_k} : i_{J_{P_k}}(t) \equiv 0 \quad (k=1, 2, \dots, n_V) \quad (7.3)$$

$$E_{P_k} : v_{E_{P_k}}(t) \equiv 0 \quad (k=1, 2, \dots, n_I) \quad (7.4)$$

を満たす。なお、第7.3図は図をみやすくするため電流 J_{P_k} ($k=1, 2, \dots, n_V$)、電圧源 E_{P_k} ($k=1, 2, \dots, n_I$)をそれぞれ1個の枝の電流源 J_p 、電圧源 E_p で代表させて示した。このような置きかえによって得られた第7.3図に示す回路は $t=t_0$ で任意に与えられた初期条件に対し、 $t \geq t_0$ の回路のふるまいが同じ初期条件を与えたもとのサイリスタ回路と同じという意味で、第7.1図に示すサイリスタ回路 N と等価である。したがって第7.3図に示す回路をあらためて N とし以後これによって議論を進める。また第7.3図に示すサイリスタ回路に基づいて(7.1)式で与えられる評価関数を次のように書きかえておく。

$$J(R, C, L, M) = \sum_{J_p} \frac{1}{2} \int_0^T w_V (v_{J_p}^*(t) - \bar{v}_0(t))^2 dt \\ + \sum_{E_p} \frac{1}{2} \int_0^T w_I (i_{E_p}^*(t) - \bar{i}_0(t))^2 dt \quad (7.5)$$

ここで $t_0=0$ としたが、回路が時間不変であるのでこれによって議論の一般性が失われることはない。

以上のような準備のもとで、次にパラメータ R, C, L, M に関する(7.5)式で表わされる評価関数の感度を随伴回路を利用して計算する方法を示す。そのためにまず、もとのサイリスタ回路に対し、第5章で導入したのと同様の随伴回路を導入し、感度計算の基本式を導く。

7.3.1 随伴回路と感度計算の基本式

対象とするサイリスタ回路 N に対し、随伴回路を定義するために、まず次の仮定を置く。

[仮定] サイリスタ回路 N は、パラメータ R, C, L, M の微小な変化によってその定常状態のモードパターンが変化せず、またモードの切り換わり時刻はパラメータの連続関数である。

この仮定は現存している多くのサイリスタ回路について成立している自然な仮定であると考えられ、これに基づいてサイリスタ回路 N に対する随伴回路は次のように定義される。

[随伴回路の定義]

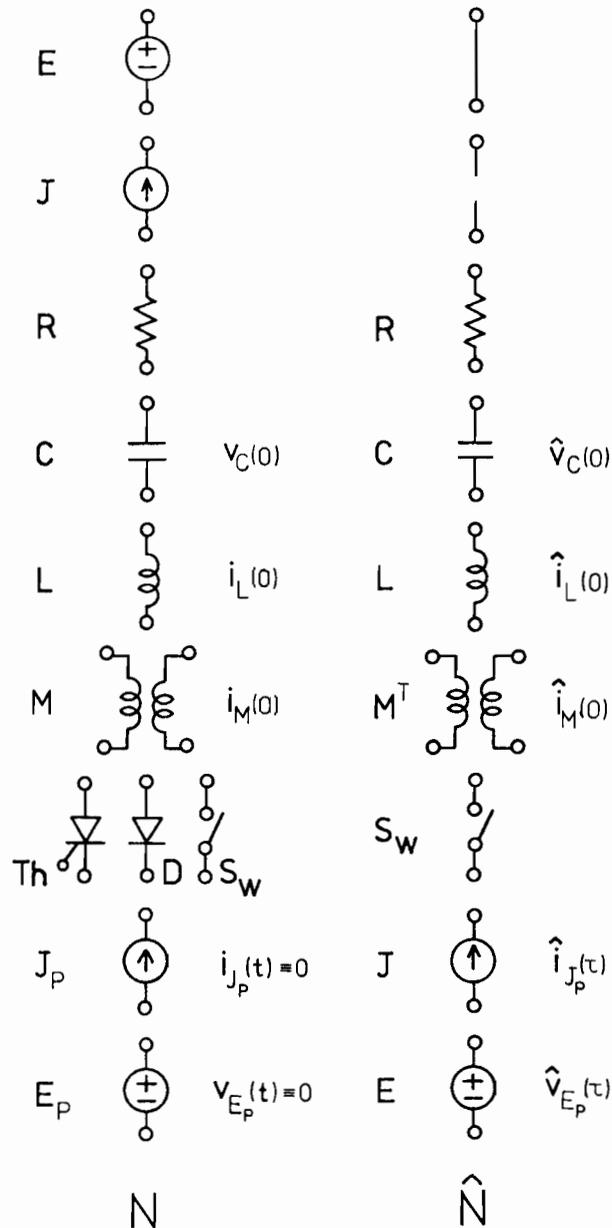
サイリスタ回路 N に対し次の条件を満足する回路 \hat{N} を N の随伴回路という。

- (1) 回路 N と \hat{N} は同じトポロジーを持つ。
- (2) 回路 \hat{N} の各枝の素子は、 N に対して次のように決められる。
 - (2-1) サイリスタ T_h , ダイオード D , 強制スイッチ S_w に対しては、回路 N の時間軸 t でのそれぞれのオン・オフに応じて時間軸 $\tau = T - t$ でオン・オフする強制スイッチ S_w とする。
 - (2-2) 抵抗 R , コニデンサ C , インダクタ L に対してはそれぞれ同じ素子値をもつ R, C, L とし、また結合インダクタ M に対しては転置されたインダクタンス行列 M^T をもつものとする。
 - (2-3) 独立電圧源 E , 独立電流源 J に対してはそれぞれ短

絡枝、開放枝とする。

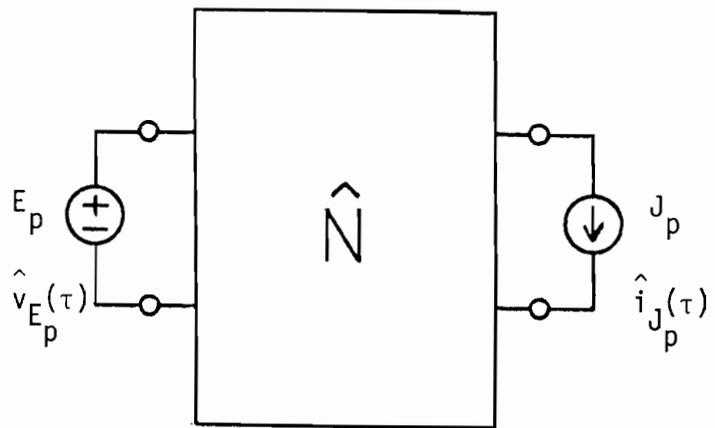
(2-4) 仮想的に付加した電流源 J_p および電圧源 E_p に対してはそれぞれ、同じ電流源 J_p 、電圧源 E_p とする。ただし、その電流値、電圧値は同じであるとは限らない。

第7.4図にサイリスタ回路 N とその随伴回路 \hat{N} の各素子を対比させて示す。ここで、随伴回路 \hat{N} の各初期値 $\hat{v}_C(0)$ 、 $\hat{i}_L(0)$ 、 $\hat{i}_M(0)$



第7.4図 サイリスタ回路 N とその随伴回路 \hat{N}

および J_p の電流値 $\hat{i}_{J_p}(\cdot)$
 E_p の電圧値 $\hat{v}_{E_p}(\cdot)$ は後
 に決められる。なお、
 第7.3 図で表わされる
 カイリスタ回路 N に対
 しその随伴回路は第7.
 5 図に示すようになる。



第7.5 図 随伴回路 \hat{N}

以上のように定義し
 た随伴回路を用いてカ
 イリスタ回路のパラメータ感度を計算するための基本式を導こ
 う。いま、カイリスタ回路 N のパラメータ R, C, L, M をそ
 れぞれ $\Delta R, \Delta C, \Delta L, \Delta M$ だけ擾動して $R+\Delta R, C+\Delta C, L+\Delta L, M$
 $+\Delta M$ とした回路を $N+\Delta N$ とする。 \hat{N} の定義より、 N と \hat{N} はその
 トポロジが等しいので、 N の定常状態と $\hat{N}, N+\Delta N$ の定常状
 態と \hat{N} にそれぞれテレゲの定理を適用すると、次の関係式を
 得ることが出来る。

$$\begin{aligned} & \sum_{J_p} \int_0^T [-\hat{i}_{J_p}(\tau) \Delta v_{J_p}^*(t) + \hat{v}_{J_p}(\tau) \Delta i_{J_p}^*(t)] dt \\ & \quad + \sum_{E_p} \int_0^T [-\hat{i}_{E_p}(\tau) \Delta v_{E_p}^*(t) + \hat{v}_{E_p}(\tau) \Delta i_{E_p}^*(t)] dt \\ & = \sum_E \int_0^T [\hat{i}_E(\tau) \Delta v_E^*(t) - \hat{v}_E(\tau) \Delta i_E^*(t)] dt \\ & \quad + \sum_J \int_0^T [\hat{i}_J(\tau) \Delta v_J^*(t) - \hat{v}_J(\tau) \Delta i_J^*(t)] dt \\ & \quad + \sum_{Th, D, Sw} \int_0^T [\hat{i}_{Sw}(\tau) \Delta v_{Sw}^*(t) - \hat{v}_{Sw}(\tau) \Delta i_{Sw}^*(t)] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_R \int_0^T [\hat{i}_R(\tau) \Delta v_R^*(t) - \hat{v}_R(\tau) \Delta i_R^*(t)] dt \\
& + \sum_C \int_0^T [\hat{i}_C(\tau) \Delta v_C^*(t) - \hat{v}_C(\tau) \Delta i_C^*(t)] dt \\
& + \sum_L \int_0^T [\hat{i}_L(\tau) \Delta v_L^*(t) - \hat{v}_L(\tau) \Delta i_L^*(t)] dt \\
& + \sum_M \int_0^T [\hat{i}_M^T(\tau) \Delta v_M^*(t) - \hat{v}_M(\tau) \Delta i_M^*(t)] dt \quad (7.6) \\
& \triangleq \mathcal{J}_E + \mathcal{J}_J + \mathcal{J}_{sw} + \mathcal{J}_R + \mathcal{J}_C + \mathcal{J}_L + \mathcal{J}_M
\end{aligned}$$

ここで $\tau = T-t$ で、また、* は定常状態を示す。

以下に、(7.6) 式の右辺の各項について積分を実行する。なお、以下の計算において $O(\delta^2)$ 以上の項はすべて省略している。

(1) 電圧源 E の項 \mathcal{J}_E

\hat{N} の定義より $\hat{v}_E(\tau) \equiv 0$, また明らかに $\Delta v_E^*(t) \equiv 0$ なので

$$\mathcal{J}_E = 0$$

が得られる。

(2) 電流源 J の項 \mathcal{J}_J

\hat{N} の定義より $\hat{i}_J(\tau) \equiv 0$, また $\Delta i_J^*(t) \equiv 0$ なので

$$\mathcal{J}_J = 0$$

が得られる

(3) カイリスタ Th, ダイオード D, 強制スイッチ S_{sw} の項 \mathcal{J}_{sw}

カイリスタ回路に対する仮定と随伴回路 \hat{N} の定義より、第 5 章の (5.8) 式の第 3 項と同様に計算することができて、

$$J_{sw} = 0$$

を得る。

(4) 抵抗 R の項 J_R

$v_R = R i_R$ より、 $\Delta v_R^* = \Delta R i_R^* + R \Delta i_R^*$ 、また \hat{N} の定義より $\hat{v}_R = R \hat{i}_R$ なので J_R は次の様に計算することかできる。

$$\begin{aligned} J_R &= \sum_R \int_0^T [\hat{i}_R(\tau) \{ \Delta R i_R^*(\tau) + R \Delta i_R^*(\tau) \} - R \hat{i}_R(\tau) \Delta i_R^*(\tau)] dt \\ &= \sum_R \int_0^T \hat{i}_R(\tau) i_R^*(\tau) dt \cdot \Delta R \end{aligned}$$

(5) コニデンサ C の項 J_C

回路 N および \hat{N} のコニデンサ C の素子特性より、 J_C は次の様に計算することかできる。

$$\begin{aligned} J_C &= \sum_C \int_0^T [C \frac{d}{dt} \hat{v}_C(\tau) \Delta v_C^*(\tau) - \hat{v}_C(\tau) \{ \Delta C \frac{d}{dt} v_C^*(\tau) + C \frac{d}{dt} \Delta v_C^*(\tau) \}] dt \\ &= \sum_C [[-C \hat{v}_C(\tau) \Delta v_C^*(\tau)]_0^T + \int_0^T C \hat{v}_C(\tau) \frac{d}{dt} \Delta v_C^*(\tau) dt \\ &\quad - \int_0^T \hat{v}_C(\tau) C \frac{d}{dt} \Delta v_C^*(\tau) dt - \int_0^T \hat{v}_C(\tau) \Delta C \frac{d}{dt} v_C^*(\tau) dt] \\ &= \sum_C [\{-C \hat{v}_C(0) \Delta v_C^*(T) + C \hat{v}_C(T) \Delta v_C^*(0)\} - \int_0^T \hat{v}_C(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(\tau) dt \cdot \Delta C] \end{aligned}$$

ここで、 Δv_C^* は定常状態なので $\Delta v_C^*(0) = \Delta v_C^*(T)$ 、また \hat{N} の初期値として、定常状態を与える初期値を選ぶことにすると、

$\hat{v}_C^*(T) = \hat{v}_C^*(0)$ なので、

$$-C \hat{v}_C(0) \Delta v_C^*(T) + C \hat{v}_C(T) \Delta v_C^*(0)$$

$$= -C\hat{v}_c^*(0)\Delta v_c^*(T) + C\hat{v}_c^*(T)\Delta v_c^*(0)$$

$$= 0$$

となり、 \mathcal{V}_C は結局次の様になる。

$$\mathcal{V}_C = -\sum_c \int_0^T \hat{v}_c^*(\tau) \frac{d}{dt} v_c^*(t) dt \cdot \Delta C$$

(6) イニダクタLの項 \mathcal{V}_L

回路Nおよび \hat{N} のイニダクタLの素子特性より、 \mathcal{V}_L は次の様に計算することができ。

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_L &= \sum_L \int_0^T [\hat{\lambda}_L(\tau) \{ \Delta L \frac{d}{dt} i_L^*(t) + L \frac{d}{dt} \Delta i_L^*(t) \} - L \frac{d}{dt} \hat{\lambda}_L(\tau) \Delta i_L^*(t)] dt \\ &= \sum_L \left[\int_0^T [\hat{\lambda}_L(\tau) \{ \Delta L \frac{d}{dt} i_L^*(t) + L \frac{d}{dt} \Delta i_L^*(t) \}] dt + [L \hat{\lambda}_L(\tau) \Delta i_L^*(t)]_0^T \right. \\ &\quad \left. - \int_0^T L \hat{\lambda}_L(\tau) \frac{d}{dt} \Delta i_L^*(t) dt \right] \\ &= \sum_L \left[\int_0^T \hat{\lambda}_L(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \{ L \hat{\lambda}_L(0) \Delta i_L^*(T) - L \hat{\lambda}_L(T) \Delta i_L^*(0) \} \right] \end{aligned}$$

ここで、 Δi_L^* は定常状態を与える初期値 $\Delta i_L^*(0) = \Delta i_L^*(T)$ 、また \hat{N} の初期値として定常状態を与える初期値を選ぶことにすると $\hat{\lambda}_L^*(0) = \hat{\lambda}_L^*(T)$ なので、結局 \mathcal{V}_L は次のようになる。

$$\mathcal{V}_L = \sum_L \int_0^T [\hat{\lambda}_L^*(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t)] dt \cdot \Delta L$$

(7) 結合イニダクタMの項 \mathcal{V}_M

\hat{N} の初期値として、定常状態を与える初期値 $\hat{\lambda}_M^*(0)$ を選ぶことにすると、イニダクタLの項と同様に計算することができ

さて、 J_M は次の様になる。

$$J_M = \sum_M \int_0^T \hat{\lambda}_M^T(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} \hat{i}_M^*(t) dt$$

以上の様に、 \hat{N} の初期値として定常状態を与える初期値 [$\hat{v}_c^*(0)$, $\hat{i}_L^*(0)$, $\hat{i}_M^*(0)$]を選ぶことにより、(7.6)式は次のように計算される。

$$\begin{aligned} & \sum_{J_p} \int_0^T [-\hat{\lambda}_{J_p}^*(\tau) \Delta v_{J_p}^*(t) + \hat{v}_{J_p}^*(\tau) \Delta i_{J_p}^*(t)] dt \\ & \quad + \sum_{E_p} \int_0^T [-\hat{\lambda}_{E_p}^*(\tau) \Delta v_{E_p}^*(t) + \hat{v}_{E_p}^*(\tau) \Delta i_{E_p}^*(t)] dt \\ & = \sum_R \int_0^T \hat{\lambda}_R^*(\tau) \dot{i}_R^*(t) dt \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \hat{v}_C^*(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(t) dt \cdot \Delta C \\ & \quad + \sum_L \int_0^T \hat{\lambda}_L^*(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \hat{\lambda}_M^T(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} \hat{i}_M^*(t) dt \end{aligned} \quad \text{----- (7.7)}$$

また、サイリスタ回路Nの J_p , E_p はそれぞれ、その電流値が零の電流源、電圧値が零の電圧源で、パラメータ R , C , L , M の変動とは無関係なので、 $\Delta \dot{i}_{J_p}^*(t) \equiv 0$, $\Delta v_{E_p}^*(t) \equiv 0$ である。したがって(7.7)式はさらに計算することができて結局、次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\sum_{J_p} \int_0^T \hat{\lambda}_{J_p}^*(\tau) \Delta v_{J_p}^*(t) dt + \sum_{E_p} \int_0^T \hat{v}_{E_p}^*(\tau) \Delta i_{E_p}^*(t) dt \\ & = \sum_R \int_0^T \hat{\lambda}_R^*(\tau) \dot{i}_R^*(t) dt \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \hat{v}_C^*(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(t) dt \cdot \Delta C \\ & \quad + \sum_L \int_0^T \hat{\lambda}_L^*(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \hat{\lambda}_M^T(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} \hat{i}_M^*(t) dt \quad (7.8) \end{aligned}$$

(7.8)式はサイリスタ回路NのパラメータR, L, C, Mに関する定常状態における感度を計算するための基本となる式で、随伴回路 \hat{N} の \bar{v}_p および E_p の $\hat{i}_{J_p}^*(\cdot)$, $\hat{v}_{E_p}^*(\cdot)$ を適当に入力として与え、 \hat{N} を解くことにより、(7.8)式を用いて感度を計算することができ

7.3.2 一次感度の計算法

ここでは、(7.5)式で与えられる評価関数の各回路パラメータR, C, L, Mに関する一次感度を(7.8)式を用いて計算する方法について述べその計算アルゴリズムを示す。サイリスタ回路Nの各パラメータR, C, L, Mを $\Delta R, \Delta C, \Delta L, \Delta M$ だけ変動した時の評価関数Jの一次の変分を ΔJ とすると、 ΔJ は(7.5)式より次のようになる。

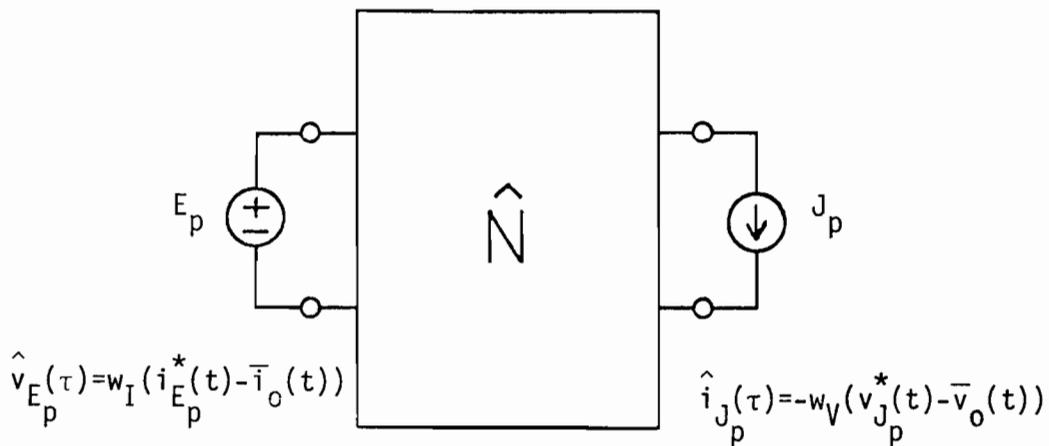
$$\begin{aligned} \Delta J &= J(R+\Delta R, C+\Delta C, L+\Delta L, M+\Delta M) - J(R, C, L, M) \\ &= \sum_{J_p} \int_0^T w_{\nabla} (v_{J_p}^*(t) - \bar{v}_0(t)) dt + \sum_{E_p} \int_0^T w_I (i_{E_p}^*(t) - \bar{i}_0(t)) dt \end{aligned} \quad \text{----- (7.9)}$$

一才、第7.5図に示す随伴回路 \hat{N} の入力を次式のように決めることにする。

$$\begin{cases} \hat{i}_{J_{P_k}}^*(t) = -w_{\nabla_k} (v_{J_{P_k}}^*(t) - \bar{v}_{0_k}(t)) & (k=1, 2, \dots, n_{\nabla}) \\ \hat{v}_{E_{P_k}}^*(t) = w_{I_k} (i_{E_{P_k}}^*(t) - \bar{i}_{0_k}(t)) & (k=1, 2, \dots, n_I) \end{cases} \quad (7.10)$$

(7.10)

(7.10)式を(7.8)式の左辺へ代入し、(7.9)式と比較すると、次



第7.6図 一次感度計算のための随伴回路 \hat{N}_1

とめると次の様になる。

[一次感度の計算アルゴリズム]

ステップ1: サイリスタ回路 N の定常解を与える初期値
 $[v_{E_p}^*(0), i_{L_1}^*(0), i_{M_1}^*(0)]$ を算出する。

ステップ2: ステップ1で求めた初期値より N を1周期シミュレーションし N の1周期の定常波形を求める。

ステップ3: (7.10)式で与えられる入力を付加した随伴回路 \hat{N}_1 の定常解を与える初期値 $[\hat{v}_{E_p}^*(0), \hat{i}_{L_1}^*(0), \hat{i}_{M_1}^*(0)]$ を算出する。

ステップ4: ステップ3で求めた初期値より \hat{N}_1 を1周期シミュレーションし \hat{N}_1 の1周期の定常波形を求める。

ステップ5: ステップ2, ステップ4の結果を用いて(7.12)~(7.15)式の積分を実行し一次感度を計算する。

上記アルゴリズムにおいて、ステップ1およびステップ3のサイリスタ回路 N とその随伴回路 \hat{N}_1 の定常解を与える初期値の算出は、第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解析プログラ

△ANASPを用いて実行することが出来る。また、ステップ3の \hat{N}_1 に対する入力は、ステップ2の結果の N の定常波形より、(7.10)式に従って与えられる。さらに随伴回路の定義より \hat{N}_1 に含まれる強制スイッチ S_w のオン・オフはもとの回路 N のサイリスタ Th , ダイオード D , 強制スイッチ S_w の定常状態のオン・オフ、すなわちステップ2の結果より決められる。したがって \hat{N}_1 は初期値に関して線形と考えられるので、ステップ3の定常解を与える初期値は1回のニュートン法の補正で算出することが出来る。なお、(7.13)~(7.15)式は、 N および \hat{N}_1 の定常解を用いて実際には次の式で計算される。

$$\frac{\partial J}{\partial C_j} = -\frac{1}{C_j} \int_0^T \hat{V}_{C_j}^*(\tau) i_{C_j}^*(t) dt \quad (j=1, 2, \dots, n_C) \quad (7.16)$$

$$\frac{\partial J}{\partial L_j} = \frac{1}{L_j} \int_0^T \hat{i}_{L_j}^*(\tau) v_{L_j}^*(t) dt \quad (j=1, 2, \dots, n_L) \quad (7.17)$$

$$\frac{\partial J}{\partial [M_j]_{l,m}} = \int_0^T [\hat{i}_{L_j}^*(\tau)]_l [M_j^{-1} v_{M_j}^*(t)]_m dt \quad (j=1, 2, \dots, n_M) \quad (7.18)$$

($0 \leq l, m \leq m_{M_j}$)

以上の様にして J の一連の回路パラメータに関する一次感度はもとのサイリスタ回路 N と適当な入力を付加した随伴回路 N_1 とのそれぞれ一周期ずつの定常解析により、すべてのパラメータに関する感度が同時に算出できることになる。

7.3.3 二次感度の計算法

ここでは、(7.5)式で与えられる評価関数 J の各パラメータ R , C , L , M に関する二次感度を(7.8)式を用いて計算する方法について述べそのアルゴリズムを示す。先に述べたように、(7.5)

式で表わされる評価関数を最小にするパラメータを、たとえばニュートン法などの最適化のアルゴリズムを用いて求めようとするとJのパラメータ $P=(R, C, L, M)$ に関する二次微分、すなわちヘシアン行列を計算する必要がある。Jのパラメータ (R, C, L, M) に関するヘシアン行列をHとするとHは次のように表わすことができる。

$$H(R, C, L, M) = \begin{array}{cccc} & R & C & L & M \\ \begin{array}{c} R \\ C \\ L \\ M \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial R_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial R_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial R_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial [M_i] \partial R_j} \\ \hline \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial C_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial C_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial L_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial [M_i] \partial C_j} \\ \hline \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial C_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial L_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial L_j} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial [M_i] \partial C_j} \\ \hline \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial [M_j]} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial [M_j]} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial [M_j]} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \frac{\partial^2 J}{\partial [M_i] \partial [M_j]} \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (7.19)$$

ここで $[M_i]$ はマトリクス M_i の適当な1つの要素を示す。以下に、(7.19)式で表わされるヘシアン行列の計算方法を各行について示す。

(1) Rに関する行の計算法

(7.12)式において、パラメータ R, C, L, M がそれぞれ $\Delta R, \Delta C, \Delta L, \Delta M$ だけ変動した時の $\frac{\partial J}{\partial R_j}$ の変動を $\Delta \frac{\partial J}{\partial R_j}$ とすると、 $\Delta \frac{\partial J}{\partial R_j}$ は $O(\Delta^2)$ 以上を省略すると次の様に計算される。

$$\Delta \frac{\partial J}{\partial R_j} = \frac{\partial J}{\partial R_j} (R+\Delta R, C+\Delta C, L+\Delta L, M+\Delta M) - \frac{\partial J}{\partial R_j} (R, C, L, M)$$

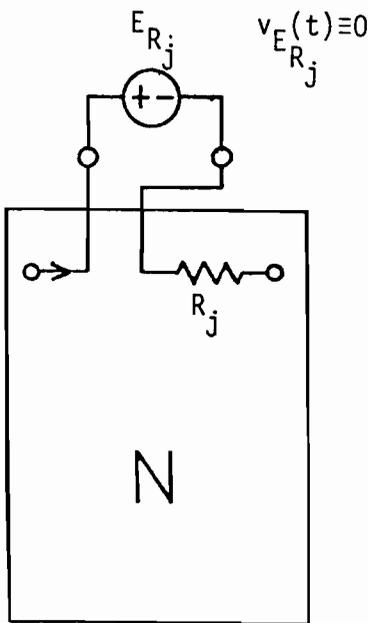
$$= \int_0^T \hat{i}_{R_j}^*(t) \Delta i_{R_j}^*(t) dt + \int_0^T i_{R_j}^*(t) \Delta \hat{i}_{R_j}^*(t) dt \quad (7.20)$$

$$\triangleq \mathcal{J}_R^1 + \mathcal{J}_R^2$$

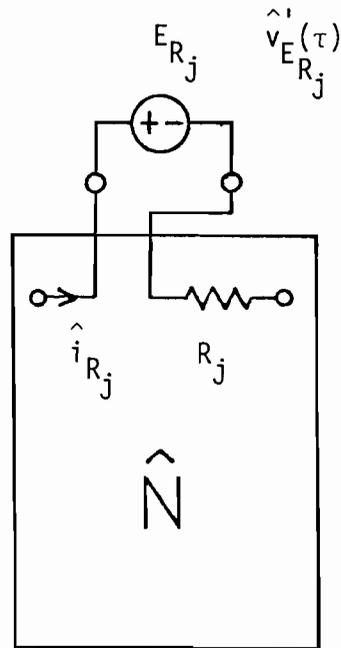
以下、(7.20)式の右辺を各項ごとに計算する。

(i) (7.20)式の右辺第1項 \mathcal{J}_R^1 の計算

いま、サイリスタ回路 N の抵抗 R_j の枝を切断し、仮想的にその電圧値が零の電圧源 E_{R_j} を R_j と直列に第7.7図のように付加し、この回路をあらためて N とする。次に、この回路 N に対し随伴回路の定義に従って、随伴回路を第7.8図のように構成し、これを \hat{N}' とする。回路 N と \hat{N}' を考えると、(7.8)式の導出の手順と全く同様の手順で、次の関係式を得ることが出来る。



第7.7図 電圧源 E_{R_j} を付加したサイリスタ回路 N



第7.8図 回路 \hat{N}'

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \hat{v}_{E_{R_j}}^*(\tau) \Delta i_{E_{R_j}}^*(t) dt \\
&= \sum_R \int_0^T \hat{i}_R^*(\tau) i_R^*(t) dt \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \hat{v}_C^*(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(t) dt \cdot \Delta C \\
&+ \sum_L \int_0^T \hat{i}_L^*(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \hat{i}_M^*(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} i_M^*(t) dt \\
& \text{----- (7.21)}
\end{aligned}$$

ただし、 \hat{i}' , \hat{v}' はそれぞれ \hat{N}'_R の変数とする。ここで \hat{N}'_R の入力を次式の様に選ぶことにすると、

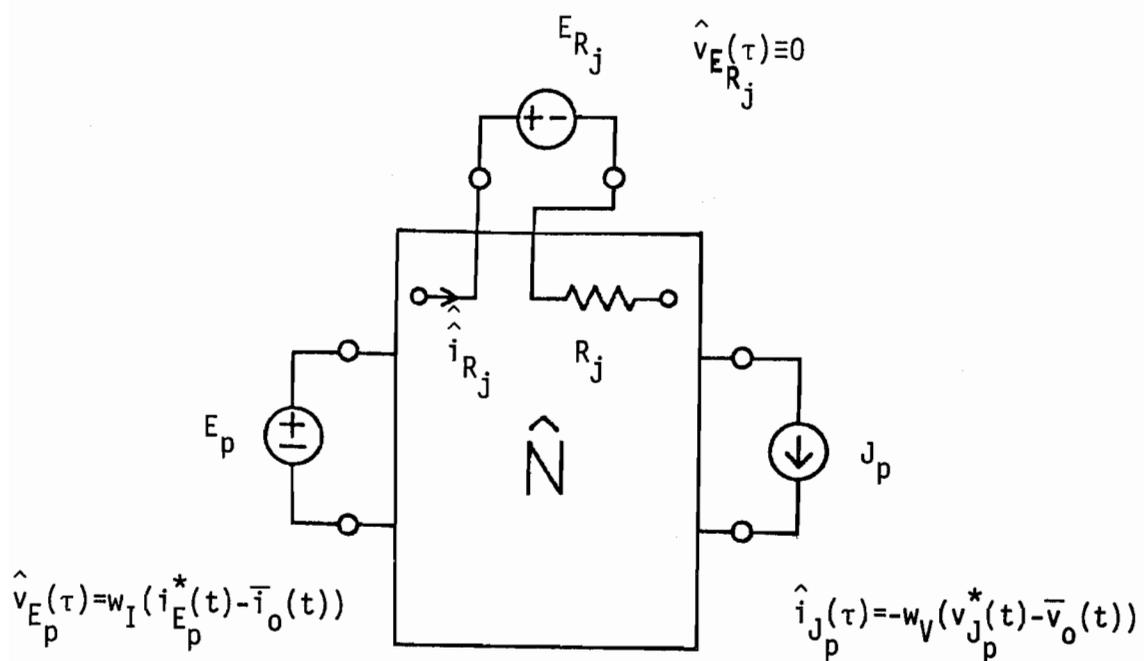
$$\hat{v}'_{E_{R_j}}(\tau) = \hat{i}'_{R_j}(\tau) \quad (7.22)$$

(7.21)式より、 \mathcal{J}_R^1 は次の様になる

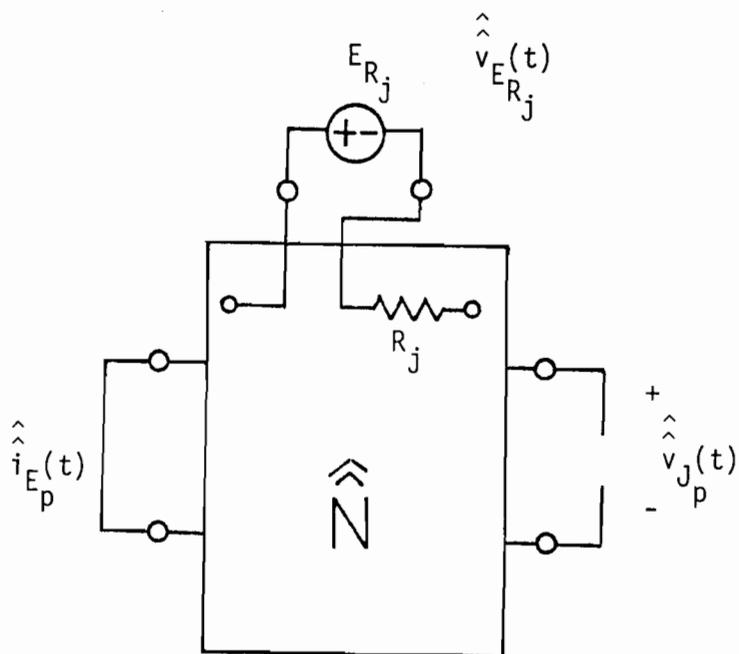
$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_R^1 &= \sum_R \int_0^T \hat{i}'_R(\tau) i_R^*(t) dt \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \hat{v}'_C(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(t) dt \cdot \Delta C \\
&+ \sum_L \int_0^T \hat{i}'_L(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \hat{i}'_M(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} i_M^*(t) dt \\
& \text{---- (7.23)}
\end{aligned}$$

(ii) (7.20)式の右辺第2項 \mathcal{J}_R^2 の計算

第7.6図で表わされる随伴回路 \hat{N}_1 の抵抗 R_j の枝を切断し、仮想的にその電圧値が零の E_{R_j} を R_j と直列に、第7.9図に示すように付加し、この回路をあらためて \hat{N}_1 とする。またこの \hat{N}_1 に対し、随伴回路の定義に従って、随伴回路を第7.10図に示すように構成し、これを \hat{N}_R とする。したがって \hat{N}_R の時間軸は t である。回路 \hat{N}_1 と \hat{N}_R より (7.8) 式の導出と全く同様の手順により次の式を得ることが出来る。



第7.9図 電圧源 E_{R_j} を付加した随伴回路 \hat{N}



第7.10図 回路 $\hat{\hat{N}}$

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \widehat{v}_{E_{R_j}}^*(t) \Delta \widehat{\lambda}_{E_{P_j}}^*(\tau) d\tau \\
&= - \sum_{J_P} \int_0^T \widehat{v}_{J_P}^*(t) \Delta \widehat{\lambda}_{J_P}^*(\tau) d\tau + \sum_{E_P} \int_0^T \widehat{\lambda}_{E_P}^*(t) \Delta \widehat{v}_{E_P}^*(\tau) d\tau \\
&+ \sum_R \int_0^T \widehat{\lambda}_R^*(t) \widehat{\lambda}_R^*(\tau) d\tau \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \widehat{v}_C^*(t) \frac{d}{dt} \widehat{v}_C^*(\tau) d\tau \cdot \Delta C \\
&+ \sum_L \int_0^T \widehat{\lambda}_L^*(t) \frac{d}{dt} \widehat{\lambda}_L^*(\tau) d\tau \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \widehat{\lambda}_M^T(t) \Delta M \frac{d}{dt} \widehat{\lambda}_M^*(\tau) d\tau
\end{aligned}$$

----- (7.24)

ここで、 $\widehat{\lambda}$, \widehat{v} はそれぞれ \widehat{N}_R の変数である。ここで、 \widehat{N}_R の入力として次式のように選ぶことにすると

$$\widehat{v}_{E_{R_j}}^*(t) = \dot{\lambda}_{R_j}^*(t) \tag{7.25}$$

(7.24) 式より、 J_R^2 は次の様になる。

$$\begin{aligned}
J_R^2 &= - \sum_{J_P} \int_0^T \widehat{v}_{J_P}^*(t) \Delta \widehat{\lambda}_{J_P}^*(\tau) d\tau + \sum_{E_P} \int_0^T \widehat{\lambda}_{E_P}^*(t) \Delta \widehat{v}_{E_P}^*(\tau) d\tau \\
&+ \sum_R \int_0^T \widehat{\lambda}_R^*(t) \widehat{\lambda}_R^*(\tau) d\tau \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \widehat{v}_C^*(t) \frac{d}{dt} \widehat{v}_C^*(\tau) d\tau \cdot \Delta C \\
&+ \sum_L \int_0^T \widehat{\lambda}_L^*(t) \frac{d}{dt} \widehat{\lambda}_L^*(\tau) d\tau \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \widehat{\lambda}_M^T(t) \Delta M \frac{d}{dt} \widehat{\lambda}_M^*(\tau) d\tau
\end{aligned}$$

--- (7.26)

さらに、(7.26) 式の右辺の第1項および第3項を計算する。
(7.10) 式より、

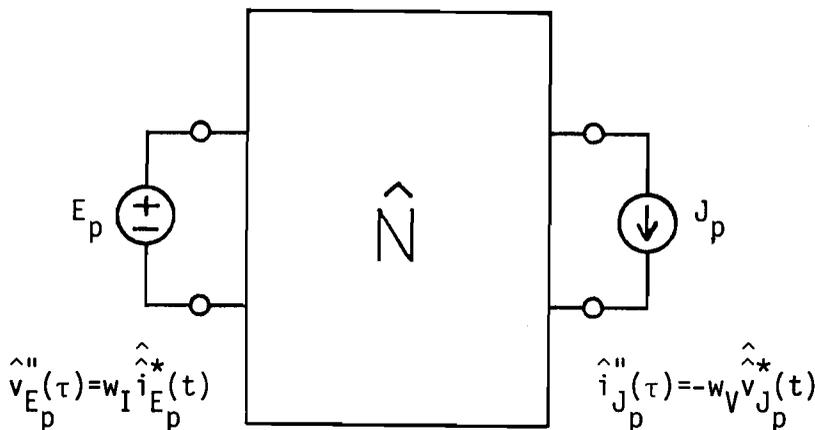
$$\begin{cases} \Delta \hat{\lambda}_{J_p}^*(\tau) = -w_V \Delta v_{J_p}(t) \\ \Delta \hat{v}_{E_p}^*(\tau) = w_I \Delta i_{E_p}(t) \end{cases} \quad (7.27)$$

が得られるので、これを (7.26) 式の右辺の第 1 項および第 2 項に代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_R^3 &\cong - \sum_{J_p} \int_0^T \hat{v}_{J_p}^*(t) \Delta \hat{\lambda}_{J_p}^*(\tau) d\tau + \sum_{E_p} \int_0^T \hat{\lambda}_{E_p}^*(t) \Delta v_{E_p}^*(\tau) d\tau \\ &= \sum_{J_p} \int_0^T w_V \hat{v}_{J_p}^*(t) \Delta v_{J_p}^*(t) dt + \sum_{E_p} \int_0^T w_I \hat{\lambda}_{E_p}^*(t) \Delta v_{E_p}^*(t) dt \end{aligned} \quad \text{---- (7.28)}$$

ここで、第 7.3 図に示すサイリスタ回路 N と第 7.11 図に示す回路 \hat{N}_R を考える。回路 \hat{N}_R は第 7.5 図に示す回路 \hat{N} において入力を次のように与えたものである。

$$\begin{cases} \hat{\lambda}_{J_p}''(\tau) = -w_V \hat{v}_{J_p}^*(t) \\ \hat{v}_{E_p}''(\tau) = w_I \hat{\lambda}_{E_p}^*(t) \end{cases} \quad (7.29)$$



第 7.11 図
回路 \hat{N}_R

回路 N と \hat{N}'' にテラゲニの定理を適用し、(7.8)式と同様の手順により、 \mathcal{J}_R^3 は次の様に計算することができる。

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_R^3 &= \sum_R \int_0^T \hat{\lambda}_R^*(\tau) i_R^*(t) dt \cdot \Delta R - \sum_C \int_0^T \hat{v}_C^*(\tau) \frac{d}{dt} v_C^*(t) dt \cdot \Delta C \\ &+ \sum_L \int_0^T \hat{\lambda}_L^*(\tau) \frac{d}{dt} i_L^*(t) dt \cdot \Delta L + \sum_M \int_0^T \hat{\lambda}_M^*(\tau) \Delta M \frac{d}{dt} i_M^*(t) dt \\ &\text{----- (7.30)} \end{aligned}$$

以上の結果をまとめると、 $\Delta \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial R_j}$ は (7.23)(7.26)(7.30)式より、結局次の式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial R_j} &= \sum_R \int_0^T [\{\hat{\lambda}_R^*(\tau) + \hat{\lambda}_R^*(\tau)\} \cdot i_R^*(t) + \hat{\lambda}_R^*(t) \hat{\lambda}_R^*(\tau)] dt \cdot \Delta R \\ &- \sum_C \int_0^T [\{\hat{v}_C^*(\tau) + \hat{v}_C^*(\tau)\} \frac{d}{dt} v_C^*(t) + \hat{v}_C^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}_C^*(\tau)] dt \cdot \Delta C \\ &+ \sum_L \int_0^T [\{\hat{\lambda}_L^*(\tau) + \hat{\lambda}_L^*(\tau)\} \frac{d}{dt} i_L^*(t) + \hat{\lambda}_L^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}_L^*(\tau)] dt \cdot \Delta L \\ &+ \sum_M \int_0^T [\{\hat{\lambda}_M^*(\tau) + \hat{\lambda}_M^*(\tau)\} \Delta M \frac{d}{dt} i_M^*(t) + \hat{\lambda}_M^*(t) \Delta M \frac{d}{dt} \hat{\lambda}_M^*(\tau)] dt \\ &\text{----- (7.31)} \end{aligned}$$

(7.31)式より(7.19)式で表わされるヘシアン行列の R に関する行は次のように計算できる。

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial R_j} &= \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{R_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}_{R_i}^{**}(\tau)\} \dot{\lambda}_{R_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{R_i}^*(t) \dot{\lambda}_{R_i}^*(\tau)] dt \\
\frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial R_j} &= -\int_0^T [\{\hat{v}_{C_i}^*(\tau) + \hat{v}_{C_i}^{**}(\tau)\} \frac{d}{dt} v_{C_i}^*(t) + \hat{v}_{C_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}_{C_i}^*(\tau)] dt \\
\frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial R_j} &= \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}_{L_i}^{**}(\tau)\} \frac{d}{dt} i_{L_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{L_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau)] dt \\
\frac{\partial^2 J}{\partial [M_{ij}]_{k,m} \partial R_j} &= \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{N_i}^{*T}(\tau)\}_k + \{\hat{\lambda}_{N_i}^{**T}(\tau)\}_k] \frac{d}{dt} [i_{N_i}^*(t)]_m + [\hat{\lambda}_{N_i}^*(t)]_k \frac{d}{dt} [\hat{\lambda}_{N_i}^*(\tau)]_m] dt
\end{aligned} \right. \quad \text{----- (7.32)}$$

したがって、ヘミマニ行列のRに関する行は、回路N, \hat{N}_1 , $\hat{\hat{N}}_R$, \hat{N}'_R , \hat{N}''_R の定常波形を算出し、(7.32)式を用いて計算することができる。その計算アルゴリズムをまとめると次のようになる。

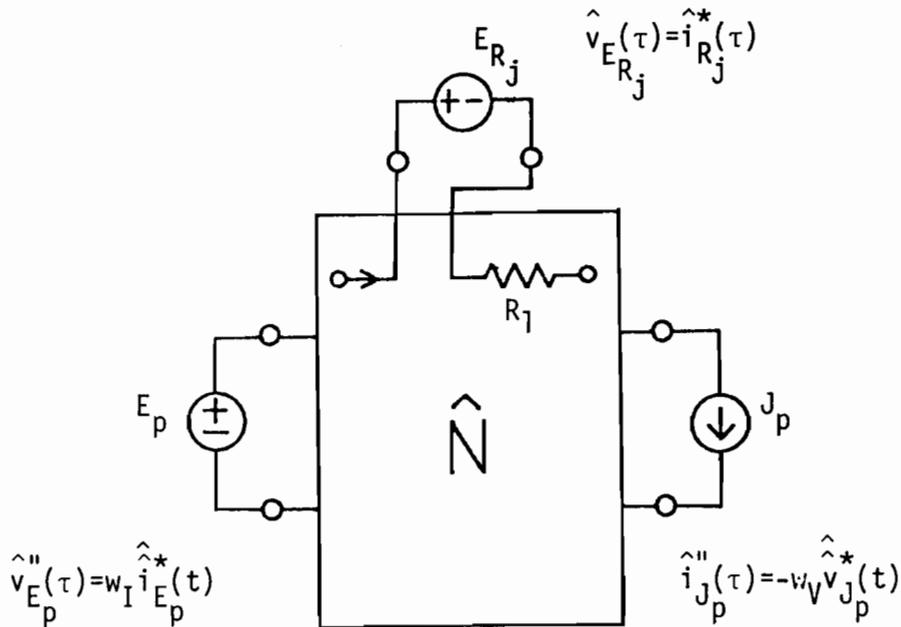
[ヘミマニ行列のRに関する行の計算アルゴリズム]

- ステップ01: サイリスタ回路Nの定常解を与える初期値を算出する。
- ステップ02: ステップ01で求めた初期値よりNを1周期シミュレーションしNの1周期の定常波形を求める。
- ステップ03: 回路 \hat{N}_1 の定常解を与える初期値を算出する。
- ステップ04: ステップ03で求めた初期値より \hat{N}_1 を1周期シミュレーションし \hat{N}_1 の1周期の定常波形を求める。
- ステップ05: 回路 $\hat{\hat{N}}_R$ の定常解を与える初期値を算出する。
- ステップ06: ステップ05で求めた初期値より $\hat{\hat{N}}_R$ を1周期シミュレーションし $\hat{\hat{N}}_R$ の1周期の定常波形を求める。
- ステップ07: 回路 \hat{N}'_R の定常解を与える初期値を算出する。
- ステップ08: ステップ07で求めた初期値より \hat{N}'_R を1周期

- シミュレーションとして \hat{N}_R の 1 周期の定常波形を求める。
- ステップ 9: 回路 \hat{N}_R の定常解を与える初期値を算出する
- ステップ 10: ステップ 9 で求めた初期値より \hat{N}_R を 1 周期シミュレーションとして \hat{N}_R の 1 周期の定常波形を求める。
- ステップ 11: ステップ 2, ステップ 4, ステップ 6, ステップ 8, ステップ 10 の結果を用いて (7.32) 式の積分を実行し、ヘシアニ行列の R に関する行を計算する。

上記アルゴリズムにおいてステップ 1 ~ ステップ 4 は一次感度の計算アルゴリズムのステップ 1 ~ ステップ 4 と同じである。ステップ 1, 3, 5, 7, 9 の回路 N , \hat{N}_1 , \hat{N}_R , \hat{N}'_R , \hat{N}''_R の定常解を与える初期値の算出は一次感度の計算アルゴリズムと同様第 5 章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解析プログラム ANASP を用いて実行することが出来る。さらに、随伴回路の定義より、 \hat{N}_1 , \hat{N}_R , \hat{N}'_R , \hat{N}''_R に含まれる強制スイッチ Sw のオン・オフは、ステップ 2 の結果、すなわち N の定常状態でのサイリスタ Th , ダイオード D , 強制スイッチ Sw のオン・オフより決められる。したがって \hat{N}_1 , \hat{N}_R , \hat{N}'_R , \hat{N}''_R の定常解を与える初期値は 1 回のニュートン法の補正で算出することが出来る。また \hat{N}_1 , \hat{N}'_R , \hat{N}''_R の定義より明らかのように、 \hat{N}'_R , \hat{N}''_R の定常解を与える初期値を算出するためのニュートン法のアルゴリズムにおいて、そのヤコビ行列は、 \hat{N} に対するニュートン法のアルゴリズムのヤコビ行列に等しい。したがってステップ 3 で求めたヤコビ行列をそのままステップ 7 およびステップ 9 で用いることが出来る。一方、 \hat{N}_R に対するヤコビ行列は、ステップ 1 での最終のヤコビ行列、すなわち N の定常解を与える初期値が求めた段階でのヤコビ行列をそのまま用いることが出来る。なおステップ 7 とステップ 9 およびステップ 8 とステップ 10 は、重ね合

合せの原理より、第7.12図に示す回路 \hat{N}_R を \hat{N}'_R および \hat{N}''_R のかわりに用いることにより1度に実行することができらる。



第7.12図 回路 \hat{N}_R

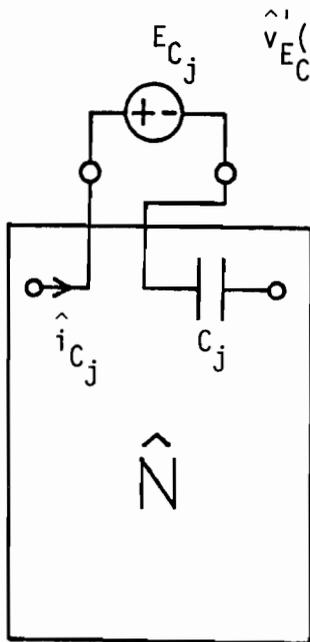
(2) cに関する行の計算法

パラメータ R, C, L, M がそれぞれ $\Delta R, \Delta C, \Delta L, \Delta M$ だけ変動した時の $\frac{\partial J}{\partial c_j}$ の変動を $\Delta \frac{\partial J}{\partial c_j}$ とすると(7.16)式より、 $\Delta \frac{\partial J}{\partial c_j}$ は $O(\Delta^2)$ 以上を省略することにより、次の様に計算することができる。

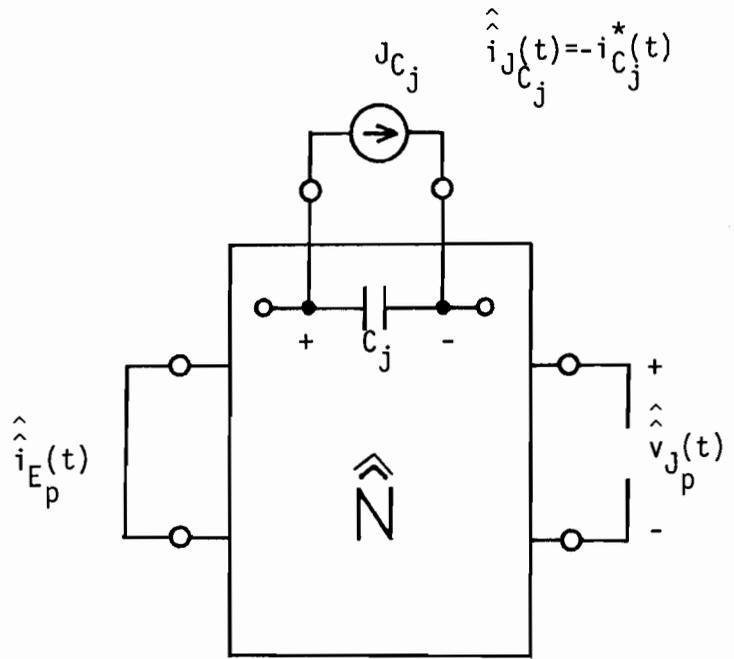
$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial J}{\partial c_j} &= \frac{\partial J}{\partial c_j} (R+\Delta R, C+\Delta C, L+\Delta L, M+\Delta M) - \frac{\partial J}{\partial c_j} (R, C, L, M) \\ &= -\frac{1}{c_j} \int_0^T \hat{v}_{c_j}^*(\tau) \Delta i_{c_j}^*(t) dt - \frac{1}{c_j} \int_0^T i_{c_j}^*(t) \Delta \hat{v}_{c_j}^*(\tau) dt - \frac{1}{c_j} \frac{\partial J}{\partial c_j} \Delta c_j \end{aligned}$$

-----(7.33)

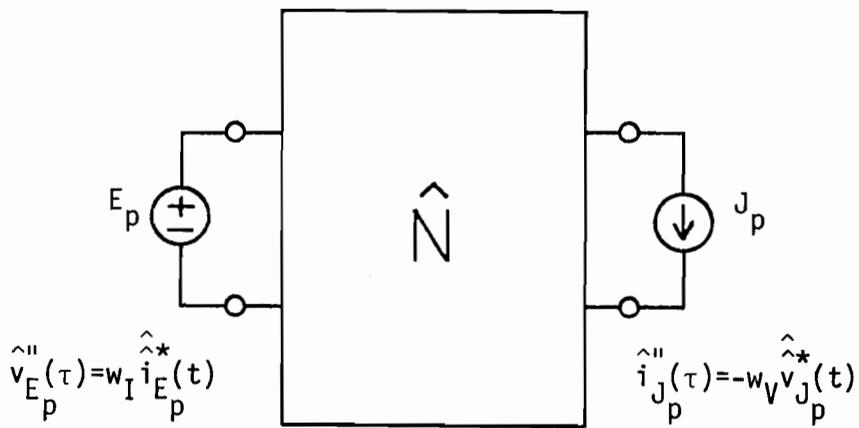
ここで、第7.13図、第7.14図、第7.15図に示すような回路 \hat{N}'_C



第7.13回 回路 \hat{N}'_c



第7.14回 回路 $\hat{\hat{N}}_c$



第7.15回 回路 $\hat{\hat{\hat{N}}}_c$

\hat{N}_c, \hat{N}'_c を考える。Rに関する行の場合と同様にして、N, $N_1, \hat{N}_c, \hat{N}'_c$ を用いることにより、(7.33)式は次のように計算することができる。

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial J}{\partial c_j} &= - \sum_R \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_R^*(\tau) + \hat{\lambda}'_R^*(\tau)\} \dot{\lambda}_R^*(t) + \hat{\lambda}_R^*(t) \dot{\lambda}'_R^*(\tau)] dt \cdot \Delta R \\ &+ \sum_c \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{v}_c^*(\tau) + \hat{v}'_c^*(\tau)\} \frac{d}{dt} v_c^*(t) + \hat{v}_c^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}'_c^*(\tau)] dt \cdot \Delta c - \frac{1}{c_j} \frac{\partial J}{\partial c_j} \\ &- \sum_L \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_L^*(\tau) + \hat{\lambda}'_L^*(\tau)\} \frac{d}{dt} \lambda_L^*(t) + \hat{\lambda}_L^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}'_L^*(\tau)] dt \cdot \Delta L \\ &- \sum_M \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_M^*(\tau) + \hat{\lambda}'_M^*(\tau)\} \Delta M \frac{d}{dt} \lambda_M^*(t) + \hat{\lambda}_M^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}'_M^*(\tau)] dt \\ &\text{---- (7.34)} \end{aligned}$$

(7.34)式よりヘシマニ行列のCに関する行は次のように計算できる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial c_j} &= - \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{R_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}'_{R_i}^*(\tau)\} \dot{\lambda}_{R_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{R_i}^*(t) \dot{\lambda}'_{R_i}^*(\tau)] dt \\ \frac{\partial^2 J}{\partial c_i \partial c_j} &= \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{v}_{c_i}^*(\tau) + \hat{v}'_{c_i}^*(\tau)\} \frac{d}{dt} v_{c_i}^*(t) + \hat{v}_{c_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}'_{c_i}^*(\tau)] dt - \frac{1}{c_j} \frac{\partial J}{\partial c_j} \delta_{ij} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial c_j} &= - \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}'_{L_i}^*(\tau)\} \frac{d}{dt} \lambda_{L_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{L_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}'_{L_i}^*(\tau)] dt \\ \frac{\partial^2 J}{\partial [M]_{k,m} \partial c_j} &= - \frac{1}{c_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{M_i}^*(\tau)\}_k + \{\hat{\lambda}'_{M_i}^*(\tau)\}_k] \frac{d}{dt} [\lambda_{M_i}^*(t)]_m + [\hat{\lambda}_{M_i}^*(t)]_k \frac{d}{dt} [\hat{\lambda}'_{M_i}^*(\tau)]_m dt \\ &\text{--- (7.35)} \end{aligned} \right.$$

ここで δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。したがって、ヘシマニ行列のCに関する行は、Rに関する行の計算アルゴ

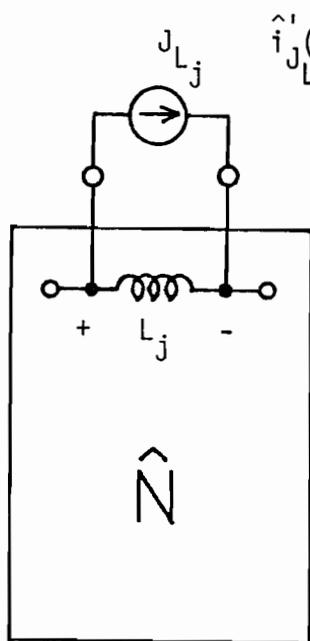
リズムと同様に、回路 N , $\hat{N}_1, \hat{N}_c, \hat{N}_c''$ の定常波形をそれぞれ算出し、(3.35) 式の積分の計算を実行することにより得られる。

(3) L に関する行の計算法

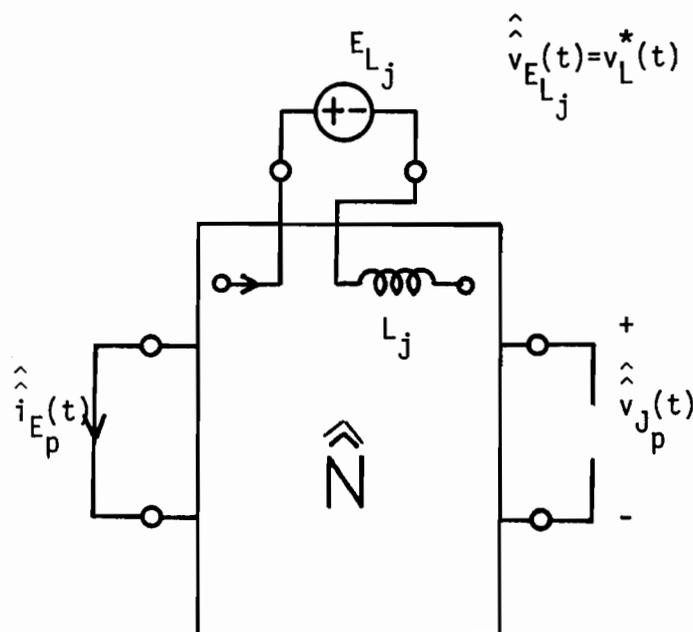
パラメータ R, C, L, M がそれぞれ $\Delta R, \Delta C, \Delta L, \Delta M$ だけ変動したときの $\partial J / \partial L_j$ の変動分を $\Delta \partial J / \partial L_j$ とすると (7.17) 式より、 $\Delta \partial J / \partial L_j$ は $O(\Delta^2)$ 以上を省略することにより、次の様に計算することができ。

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial J}{\partial L_j} &= \frac{\partial J}{\partial L_j}(R + \Delta R, C + \Delta C, L + \Delta L, M + \Delta M) - \frac{\partial J}{\partial L_j}(R, C, L, M) \\ &= \frac{1}{L_j} \int_0^T \hat{\lambda}_{L_j}^*(\tau) \Delta v_{L_j}^*(t) dt + \frac{1}{L_j} \int_0^T v_{L_j}^*(t) \Delta \hat{\lambda}_{L_j}^*(\tau) dt - \frac{1}{L_j} \frac{\partial J}{\partial L_j} \Delta L_j \end{aligned} \quad \dots (7.36)$$

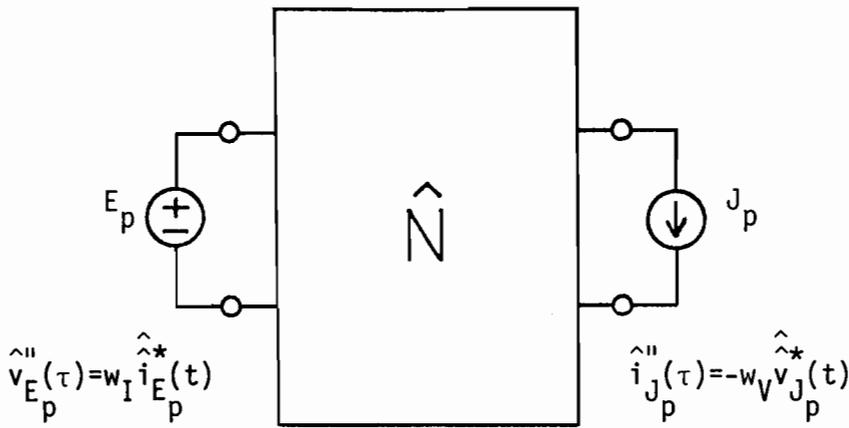
ここで、第7.16図、第7.17図および第7.18図に示す回路 \hat{N}'_L ,



第7.16図 回路 \hat{N}'_L



第7.17図 回路 \hat{N}'_L



第7.18図 回路 \hat{N}_L''

\hat{N}_L , \hat{N}_L'' を構成する。R および C に関する行と同様にして、 N , \hat{N}_I , \hat{N}_L , \hat{N}_L'' , \hat{N}_J を用いることにより (7.36) 式は次の様に計算することができる。

$$\begin{aligned}
 & \Delta \frac{\partial J}{\partial L_j} \\
 &= \sum_R \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{ \hat{i}_R^*(\tau) + \hat{i}_R''(\tau) \} \dot{\lambda}_R^*(t) + \hat{\lambda}_R^*(t) \dot{\lambda}_R^*(\tau)] dt \cdot \Delta R \\
 & - \sum_C \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{ \hat{v}_C^*(\tau) + \hat{v}_C''(\tau) \} \frac{d}{dt} v_C^*(t) + \hat{v}_C^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}_C^*(\tau)] dt \cdot \Delta C \\
 & + \sum_L \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{ \hat{i}_L^*(\tau) + \hat{i}_L''(\tau) \} \frac{d}{dt} i_L^*(t) + \hat{i}_L^*(t) \frac{d}{dt} \hat{i}_L^*(\tau)] dt \cdot \Delta L - \frac{1}{L_j} \frac{\partial J}{\partial L_j} \\
 & + \sum_M \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{ \hat{i}_M^*(\tau) + \hat{i}_M''(\tau) \} \Delta M \frac{d}{dt} i_M^*(t) + \hat{i}_M^*(t) \Delta M \dot{\lambda}_M^*(\tau)] dt \\
 & \text{----- (7.37)}
 \end{aligned}$$

(7.37) 式よりヘミヤン行列の L に関する行は次のように計算できる。

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 J}{\partial R_i \partial L_j} &= \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{R_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}_{R_i}^*(\tau)\} \dot{\lambda}_{R_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{R_i}^*(t) \dot{\lambda}_{R_i}^*(\tau)] dt \\
 \frac{\partial^2 J}{\partial C_i \partial L_j} &= -\frac{1}{L_j} \int_0^T [\{\hat{v}_{C_i}^*(\tau) + \hat{v}_{C_i}^*(\tau)\} \frac{d}{dt} v_{C_i}^*(t) + \hat{v}_{C_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{v}_{C_i}^*(\tau)] dt \\
 \frac{\partial^2 J}{\partial L_i \partial L_j} &= \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau) + \hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau)\} \frac{d}{dt} \lambda_{L_i}^*(t) + \hat{\lambda}_{L_i}^*(t) \frac{d}{dt} \hat{\lambda}_{L_i}^*(\tau)] dt - \frac{1}{L_j} \frac{\partial J}{\partial L_i} \delta_{ij} \\
 \frac{\partial^2 J}{\partial M_{i\lambda} \partial L_j} &= \frac{1}{L_j} \int_0^T [\{\hat{\lambda}_{M_i}^{*T}(\tau) + \hat{\lambda}_{M_i}^{*T}(\tau)\} \frac{d}{dt} [\lambda_{M_i}^*(t)]_{\lambda} + \hat{\lambda}_{M_i}^{*T}(t) \frac{d}{dt} [\hat{\lambda}_{M_i}^*(\tau)]_{\lambda}] dt
 \end{aligned} \right. \text{----- (7.38)}$$

したがってヘミアニ行列のLに関する行は、Rに関する行の計算アルゴリズムと同様に、回路N, $\hat{N}_1, \hat{N}_L, \hat{N}_L'$ の定常波形をそれぞれ求め、(7.38)式の積分の計算を実行することにより得られる。

なお、ヘミアニ行列のMに関する計算法もこれまでと同様にして導出することができるが、ここでは、その導出は省略する。

7.4 パラメータ最適化プログラムと応用例

これまでの議論をもとにしてサイリスタ回路の定常状態のパラメータに関する一次感度および二次感度の計算プログラムと、さらに、これを用いて、(7.1)式で与えられる評価関数に対して、最大傾斜法およびニュートン法によりパラメータの最適化を行おう、サイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを開発した。最大傾斜法およびニュートン法の計算アルゴリズムはそれぞれ次の様にあらわされる。

最大傾斜法:

$$P^{i+1} = P^i - \lambda \frac{\partial J}{\partial P} (P^i), \quad \lambda: \text{計算のきびみ中} \quad (7.39)$$

ニュートン法:

$$P^{i+1} = P^i - H^{-1}(P^i) \frac{\partial J}{\partial P}(P^i) \quad (7.40)$$

本プログラムは、前節でも述べたように、第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解算プログラム ANASP がサブルーチンとして組み込まれており、サイリスタ回路の定常状態に関する評価関数の一次感度、およびヘミマニ行列が非常に初手良く計算でき、しかも汎用性の高いプログラムとなっている。以下に、本プログラムを用いて実際にサイリスタ回路のパラメータ最適化を行なった応用例を示す。

7.4.1 サイリスタ回路のパラメータ同定への応用

サイリスタ回路の R, C, L, M の素子に、そのパラメータ値が未知のものがある場合、何らかの方法でそれを決定しなければならない。その際、その素子を回路から切り離し、その素子に応じて適当な計測器を用いて測定すればよい。ところが、たとえば次の様な場合、このような方法でパラメータ値を決めることができない。すなわち、(1) その素子を回路から切り離せない場合、すなわち作動中の回路を停止させて測定できない場合、(2) R, C, L, M などのパラメータは、一般に温度やその他の環境の変化によりその値が変化するが、その動作状態でのパラメータ値が知りたい場合、(3) 現実の R, C, L, M は大かれ少なかれ非線形性をもつので、動作点によってパラメータの値は一般には異なり、したがってその回路を作動させている動作点でのパラメータ値が知りたい場合、などである。このような場合、しばしば動作中の回路の適当な値所の電圧、あるいは電流値を測定し、これを出力として、何らかの方法で

この出力に基づいて回路内のパラメータを同定する方法がとられる。ここでは、このようなサイリスタ回路のパラメータ同定の問題に、ここで作成したサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを応用した例を示す。ここでは簡単な例として、第7.19図に示すような直列インバータ回路を対象とする。

いま、この回路のインダクタ、 L_1 、 L_2 のパラメータ値が未知とし、また出力として、この回路のサイリスタ Th_1 、 Th_2 に 400 Hz のトリガ信号を与えて作動させた時の定常状態での負荷 R の電圧波形

$\bar{v}_R(t)$ ($0 \leq t \leq T$)

を測定したとする。ここでは理想的な場合を考え、測定ノイズなどは考慮しないことにする。

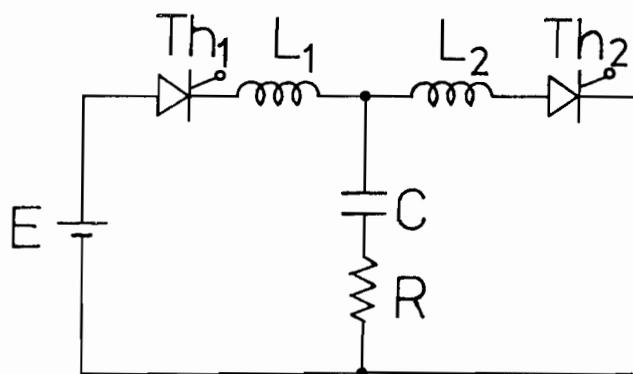
パラメータ L_1 、 L_2 を同定する問題は、評価関数を

$$J(L_1, L_2) = \frac{1}{2} \int_0^T \{v_R^*(t) - \bar{v}_R(t)\}^2 dt \quad (7.41)$$

のように設定すると、

$$J(L_1^*, L_2^*) = \min_{L_1, L_2} J(L_1, L_2)$$

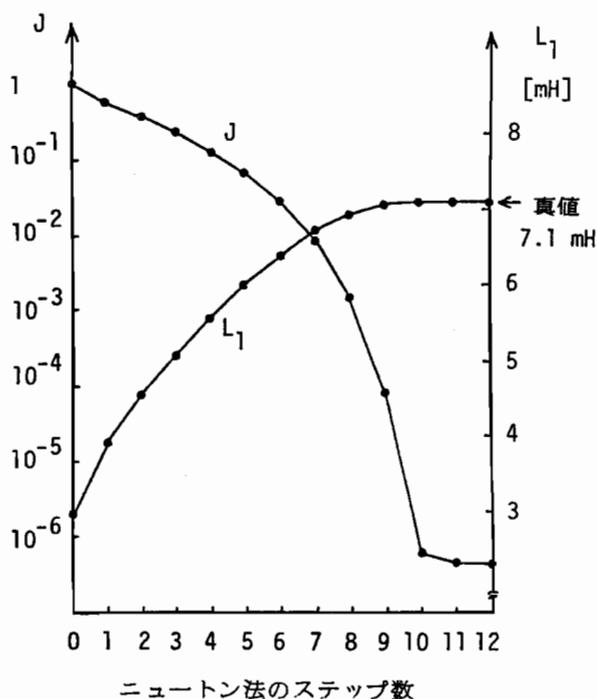
を満足する L_1^* 、 L_2^* を求める問題となる。この問題に対し、開発したサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを適用し



$$E = 50 \text{ V}, C = 14.1 \text{ } \mu\text{F}, R = 1 \text{ } \Omega, f_g = 400 \text{ Hz}$$

第7.19図 直列インバータ回路

た結果を第7.20図に示す。
 ここでは測定値 \bar{v}_R として、 L_1, L_2 を $L_1 = L_2 = 7.1 \text{ mH}$ とした時の定常波形をミニコンシヨニによって求め、これを $\bar{v}_R(\cdot)$ として (7.41) 式に与えた。第7.20図は L_1, L_2 の初期設定値として $L_1 = L_2 = 3 \text{ mH}$ とした時の、ニュートン法による L_1 の真値への収束の様子と評価関数の減少の様子を示したものである。同図より、ニュートン法を用いるとすみやかに真値に収束し、本プログラムにより正しく一次感度および二次感度が計算されていることがわかる。なお、この例において、 L_1, L_2 の初期設定を $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$ とするとヘミアン行列が正定でなくなり、ニュートン法によって収束しないが、最大傾斜法を用いると真値に収束することが確認された。

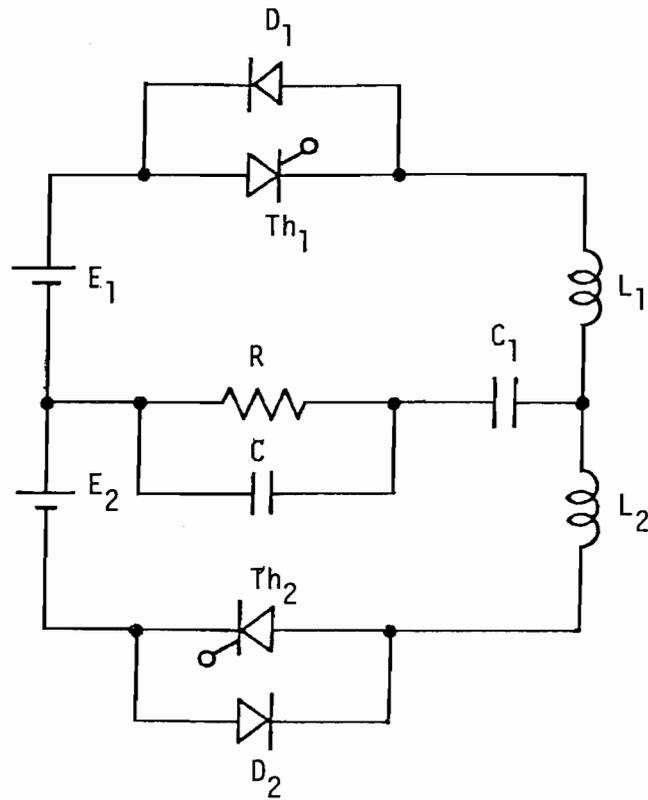


第7.20図 ニュートン法によるパラタタ L_1 と評価関数の収束の様子

7.4.2 波形ひずみ最小化問題への応用

一般にインバータなどを用いて直流電力を交流電力に変換し負荷に供給する場合、供給された電力の波形のひずみがしばしば問題となる。したがって適当にインバータ内のパラメータを調整し、その波形ひずみを小さくすることが望まれる。ここでは、このような波形ひずみの最小化問題を取りあげる。

対象とするサイリスタ回路は、第7.21図に示すような、抵抗とコニデニリの並列回路を負荷として、逆導通サイリスタ



$$E_1 = E_2 = 50 \text{ V}, C = 2.151 \text{ } \mu\text{F}, R = 1.119 \text{ } \Omega,$$

$$L_1 = L_2 = 0.1 \text{ mH}, f_g = 14875.7 \text{ Hz}$$

第7.21図 逆導通サイリスタ形
高周波インバータ

形高周波インバータとする。ここで、設計可能なパラメータとして転流用コニデコサ C_1 とする。さて、このインバータの負荷にかかる電圧の波形ひずみを最小にする問題として、定常状態の負荷電圧波形 $v_R^*(t)$ をある与えられた正弦波電圧にできるだけ近づけるようにパラメータ C_1 を設計する問題とし、次のように定式化する。評価関数として次式で与えられるものを考えると

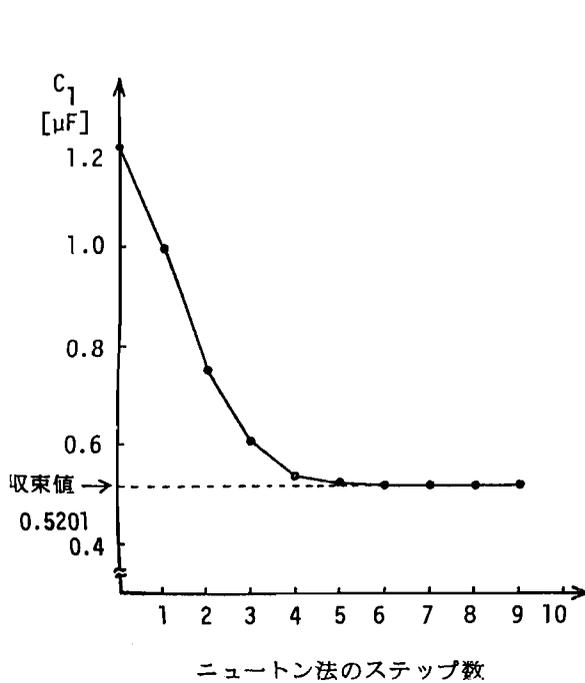
$$J(C_1) = \frac{1}{2} \int_0^T \{v_R^*(t) - V \sin(\omega t + \phi)\}^2 dt \quad (7.42)$$

問題は

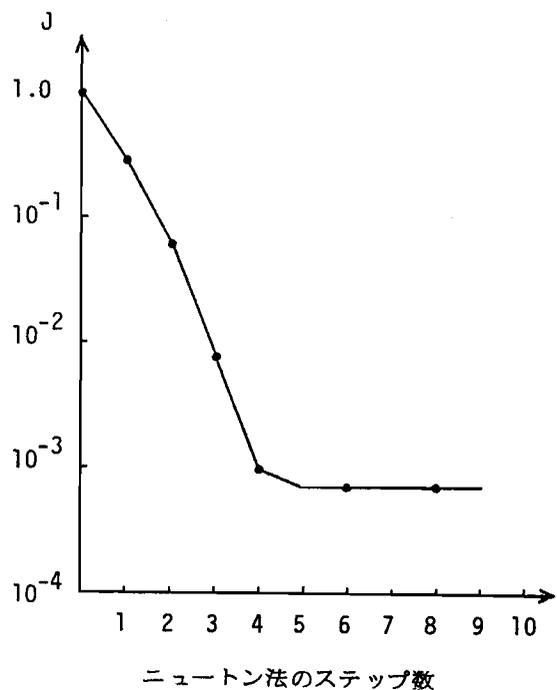
$$J(c_1^*) = \min_{c_1} J(c_1)$$

を満足する c_1^* を求めることである。このような最適化問題においては、パラメータ c_1 の値の制限を制約条件として与えるのが普通であるが、ここでは c_1 の標準的な値は決められているものとし、 c_1 の値の微調整を (7.42) 式を最小にする最適化問題として行なうと考え、制約条件は設けられないものとする。

この問題に対して、開発したサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを適用した結果を第7.22図および第7.23図に示す。ここで (7.42) 式の正弦波電圧の振幅 V 、位相 ϕ としてそれぞれ $V = 5.58 \text{ V}$ 、 $\phi = 55.8^\circ$ と与えた。第7.22図は c_1 の初期設定として $c_1 = 1.2 \mu\text{F}$ とした場合のニュートン法による収束の様子を示したものであり、また第7.23図は評価関数の減少の様子を示したものである。第7.22図、第7.23図より、ニュートン法



第7.22図 ニュートン法による c_1 の収束の様子



第7.23図 評価関数の減少の様子

によると非常に速やかに収束することがわかる。なお、 C_1 の収束点として $C_1^* \approx 0.520 \mu\text{F}$ が得られたが、この点が真に波形ひずみ最小の点になっているか、すなわち (7.42) 式を最小にする点かどうかを確かめるために、さらに次のようにした。まず、対象としている逆導通サイリスタ形高周波インバータ回路において、 C_1 の値を収束点の値の $0.520 \mu\text{F}$ を与え、第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムを用いて定常波形を算出し、さらにその結果の負荷電圧波形 $v_R^*(t)$ をフーリエ級数展開し、その基本波の振幅と位相を求めた。この結果と、評価関数 (7.42) 式に与えた正弦波の振幅と位相を比べると両者は一致した。したがって、 C_1 の収束点は (7.42) 式を最小にしている点であると考えられ、開発したプログラムは適切に一次感度および二次感度を計算していると言える。

7.5 むすび

この章では、サイリスタ回路を対象として、その定常状態に対して評価関数を設定し、回路内の一連のパラメータに関する評価関数の感度を随伴回路を利用して計算する方法について論じ、また一次感度、二次感度についてその計算アルゴリズムを示した。さらに、これを利用して、サイリスタ回路のパラメータ最適化プログラムを作成し、これをサイリスタ回路のパラメータ固定および波形ひずみ最小化問題に応用した例を示した。ここで論じた方法の特徴はサイリスタ回路の定常状態の回路内の一連のパラメータに関する感度が、もとのサイリスタ回路とその随伴回路の定常波形を求めるといった操作で計算することができ、したがって、第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムを用いて容易に実現できるという点である。また、応用例より、開発したプログラムは現実のサイリスタ回

路のパラメータの最適設計にも使用可能であると考えられ、またサイリスタ回路の自動設計への1つの足がかりを与えたものと言える。なお、ここで論じた方法はサイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系にもそのまま拡張可能である。

第 8 章 結 論

本研究は、サイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系を対象として、計算機援用による解析法および設計法について論じたもので、得られた結果および今後の展望をまとめると次の様である。

第 2 章では、本研究で対象としているサイリスタ回路およびそれを含む電気-機械エネルギー変換系の構成を示し、計算機援用による解析および設計という立場で、そのモデルを整理して示した。また、2.5 で示した回路グラフによるモデル化の方法は、物理的に異なるシステムである電気系および機械系を区別することなく、電気-機械エネルギー変換系を統一的に取り扱うことができ、しかもこのモデルを用いると電子回路などで広く行なわれているテレゲニの定理に基づく感度解析法を電気-機械エネルギー変換系に導入することができ、非常に有用である。

第 3 章では、タブロー法による電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法について論じ、これに基づいて作成した汎用シミュレーションプログラムの概要を示した。タブロー法に基づく方法は、サイリスタのモード変化に伴う処理が容易に行なえ、またエネルギー変換の非線形特性も容易に考慮することができ、さらにプログラムの構造も簡単で、効率も良く非常に有効な方法である。開発したプログラムはサイリスタ回路の各素子の接続状況とパラメータ値および電動機およびその負荷のパラメータ値を入力するだけで任意のサイリスタ回路による電動機駆動系をシミュレートすることができ、さらに直流電動機に対しては任意の励磁方法の系を取り扱うことができ、きわめて汎用性が高い。また、さらに注目すべき点は

ここで論じた方法は、電気-機械エネルギー変換系に制御系などの要素を付加した場合のシミュレーションにもタブローを拡大することにより容易に拡張できるということで、これについては今後の課題としたい。

第4章では、第3章で論じたタブロー法による電気-機械エネルギー変換系のデジタルシミュレーション法の有用性をさらに高めるためのシミュレーションの高効率化手法について論じた。高効率化手法としては2種類の方法、すなわち電気-機械エネルギー変換系の潜伏性を利用して機械系をタブローから切り離して解き計算の高速化を図る方法と、タブローのブロック構造を利用して分割タブローによるスパース処理技法を提案した。また、提案した方法を実際にプログラムに組みこみ数値実験した結果、必要な精度を失なうことなく非常に計算効率が高められることが確認でき、開発した汎用高効率化プログラムは、非常に有用性が高いものであると考えられる。

第5章ではカイリスタ回路の定常解を効率良く求める方法として、ニュートン法を用いた方法について論じ、またこれに基づいて作成したカイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムの概要を述べた。ここでは、ニュートン法を適用する際問題となるヤコビ行列の計算に、テレゲンの定理に基づく随伴回路をカイリスタ回路に導入し、もとのカイリスタ回路とその随伴回路をそれぞれ一周期ずつ解くことによりヤコビ行列を計算する方法を提案しそのアルゴリズムを示した。随伴回路は対象とするカイリスタ回路にほとんど制限を加えることなく導入できるので、提案した方法は現存するほとんどのカイリスタ回路に適用可能である。また、これに基づいて作成したカイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムは、タブロー法による汎用シミュレーションプログラムをサブルーチンとして組みこむことにより

もとのサイリスタ回路とその随伴回路のそれぞれ1周期ずつのミニミューションが非常に効率良く実行できたから、ヤコビ行列の計算効率も高い。また、本プログラムは、サイリスタ回路の各素子の持続とパラメータ値などを入力するだけで、任意のサイリスタ回路の定常解析が行なえるという汎用性も有している。

第6章では、第5章で論じたニュートン法による定常解析法をサイリスタ回路を含む電気-機械エネルギー変換系に拡張する方法について論じ、またこれに基づいて開発した電気-機械エネルギー変換系の汎用定常解析プログラムの特徴を述べた。ここでは、特に、電気-機械エネルギー変換系に対しても、そのモデルを回路グラフとして表現することにより、テレグニの定理に基づき随伴系を導入できることを示しこれを用いてヤコビ行列が効率良く計算できることを示した。また開発したプログラムは第3章で論じたタブロー法に基づきミニミューションプログラムをサブルーチンとして用いることにより、効率、汎用性の点で十分な実用性を持っていると考えられる。このことは数値例からも確認された。第5章および第6章で論じた方法は、従来ミニミューション法などを用いては非常に困難とされていた定常解析を非常に効率良く、しかも汎用性のある形で実現することができ、開発したプログラムは種々の目的の計算機後援設計のサブルーチンパッケージとして広く使用できるものと考えられる。その一つの例が次に述べるパラメータ最適化プログラムである。

第7章では、サイリスタ回路の定常状態における評価関数に対するパラメータ感度を随伴回路を用いて計算する方法について論じそのアルゴリズムを示した。さらに、この感度計算法を利用して作成したサイリスタ回路のパラメータ最適化プログラム

について述べ、その応用例を示した。本方法の特徴は、サイリスタ回路の定常状態の回路パラメータに関する感度が、もとの回路とその随伴回路の定常波形を算出することにより計算できるという点で、これにより第5章で論じたサイリスタ回路の汎用定常解算出プログラムを用いて容易に実現できる。また作成したパラメータ最適化プログラムは、サイリスタ回路の自動設計のための1つの方法を示したものとして意義深いと考える。なお、ここでは、感度を計算するパラメータとして R , C , L , M の素子のみを考えたが、サイリスタ回路においては、その他のパラメータ、たとえばサイリスタの点弧角などをパラメータとした感度計算も非常に重要である。これについては今後の課題としたい。

謝 辞

本研究の全過程を通じて直接理解あるご指導、ご鞭撻を賜った神戸大学大学院自然科学研究科生産科学専攻 丸橋徹教授（工学部電気工学科）に心から感謝の意を表す。また熱心なご指導、ご鞭撻を賜った生産科学専攻 角田美弘教授（電気工学科）、ならびにシステム科学専攻 平井一正教授（システム工学科）に深く感謝する。本研究の実施にあたって、終始、親切なご指導、ご助言いただいた、生産科学専攻 羽根田博正助教授（電気工学科）に厚く御礼申し上げる。

大学院博士課程において、筆者の履習指導委員としてご指導ご教示いただいた、生産科学専攻 丸橋徹教授、角田美弘教授、羽根田博正助教授、小寺忠助教授（生産機械工学科）に心から御礼申し上げる。また、熱心なご指導をいただいた 生産科学専攻 荒井健次教授（電気工学科）、岩壺卓三助教授（機械工学科）ならびに、生産科学専攻非常勤講師 武田幸雄教授（神戸商船大学）に厚く御礼申し上げる。

筆者が、神戸大学工学部計測工学科および大学院計測工学専攻に在学中より今日にいたるまで 常にご指導ならびに激励をいただいているシステム工学科 平井一正教授、計測工学科 北村新三助教授に心から御礼申し上げる。また、日頃、有益なご助言、ご討論いただいている システム工学科 池田雅夫助教授に深く感謝する。

本研究を行なうにあたって、種々の面でお世話になった工学部電気工学科第二講座（電気機器および制御工学） 中西睦雄助手、伊藤正技官に厚く御礼申し上げる。また、計算機プログラム、実験の面でご協力いただいた 高村薫氏（現、石川島播磨重工業K.K.）をはじめとする工学部電気工学科第二講座の大

学院生ならびに卒業研究生の諸氏に深く感謝する。

なお、本研究の一部である参考文献[30][48]は、筆者が博士課程在学中に、アメリカ合衆国で開催された国際会議に出席し、発表したものであるが、その際、数ヶ月アメリカ合衆国に滞在し、研修する機会を得た。この間、研究の面はもとより、その他の面においても非常に得る所が多く、この様な貴重な機会を与えていただいた丸橋徹教授、羽根田博正助教授にあらためてここで御礼申し上げる。

参 考 文 献

- [1] G. Kaplan, "Computer-aided design," IEEE Spectrum, Vol.12, No.10, pp.40-47, 1975.
- [2] 電気学会集積回路常置専門委員会 「集積回路用CADの最近の動向」 電気学会技術報告 Vol.126 pp.23-42 (昭53-11)
- [3] 石崎 可児 「電子回路のCAD」 電子通信学会誌 Vol. 61 NO. 7 pp.724-730 (昭53-7)
- [4] 電子通信学会編 「電子回路のCAD」 コロナ社 (昭48-12)
- [5] D. A. Calahan, Computer-aided Network Design, McGraw-Hill, 1972.
- [6] 村上、小坂、西村、佐久間 「サイリスタ回路のシミュレーションプログラムとその応用」 電気学会雑誌 Vol. 91 NO. 7 pp.1301-1309 (昭46-7)
- [7] 山下、中前 「サイリスタ回路のシミュレーションの一方方法」 電気学会論文誌B Vol. 93 NO. 1 pp.18-24 (昭48-3)
- [8] H. Eisenack and H. Hofmeister, "Use of digital simulation in designing power electronic circuits," Siemens Forsch.-u. Entwickl.-Ber., Bd.3, pp.288-293, 1974.
- [9] G. N. Revankar et. al., "Computer analysis of SCR circuit," IEEE Trans., Ind. Electron. Contr. Instrum., Vol.IECI-22, No.1, pp.48-55, 1975.
- [10] P. Mehring et. al., "Das digitale simulationssystem NETSIM fur die Leistungselektronik. Erste Version: das NETSIM 02-System," Wiss. Ber. AEG-Telefunken, Vol.50, pp.1-10, 1977.

- [11] H. Foch et. al., "A general digital computer simulation programme for thyristor static converters (programme SACS0) application examples," Proc. 2nd IFAC Symp. on Control in Power Electronics and Electrical Drives, pp.1-5, 1977.
- [12] A. Coffetti et. al., "A digital simulation of converter circuits," ibid., pp.7-14.
- [13] H. Haneda, T. Maruhashi and S. Kusumoto, "A general thyristor circuit analysis program NETCAP based on the network tableau approach," Proc. 1979 International Symposium on Circuits and Systems, pp.112-115, 1979.
- [14] 羽根田、丸橋、楠本 「タブロー法によるサイリスタ回路のデジタルシミュレーション」 電気学会論文誌B VOL. 99 NO. 7 PP. 433-440 (昭54-7)
- [15] J. G. Kassakian, "Simulation techniques for modeling static or kinetic energy conversion systems," IEEE Power Electronics Specialists Conference Record, pp.178-185, 1978.
- [16] G. D. Hachtel, R. K. Brayton and F. G. Gustavson, "The sparse tableau approach to network analysis and design," IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-18, No.1, pp.101-113, 1971.
- [17] 羽根田 「タブロー法について」 計測と制御 VOL. 18 NO. 12 PP. ~~17-26~~⁹⁹¹⁻¹⁰⁰⁰ (昭56-~~5~~¹²)
- [18] 大附、 「回路の計算機解析の最近の動向」 電子通信学会誌 VOL. 64 NO. 5 PP. 527-530 (昭56-5)
- [19] I. S. Duff, "A survey of sparse matrix research," Proc. IEEE, Vol. 65, No.4, pp.500-535, 1977.
- [20] 大附、川北 「スパース行列処理技法 (1)-(3)」 情報処理 VOL. 17 PP. 42-49 PP. 142-154 PP. 229-238 (昭51)
- [21] 太田、丸橋 「ニュートン法によるサイリスタ回路の定

- 常周期解の解析」 電気学会論文誌C Vol. 95 NO. 7
PP. 155-162 (昭50-7)
- [22] 尾崎 「サイリスタ回路の定常解を求めるための一方法」
電気学会論文誌C Vol. 99 NO. 3 PP. 63-69 (昭54-3)
- [23] S. W. Director and R. A. Rohrer, "The generalized adjoint network and network sensitivities," IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-16, No. 3, pp. 318-323, 1969.
- [24] L. O. Chua and P. M. Lin, Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits - Algorithms and Computational Techniques, Prentice-Hall, 1975.
- [25] G. C. Temes and D. A. Calahan, "Computer-aided network optimization the state-of-the-art," Proc. IEEE, Vol. 55, No. 11, pp. 1832-1863, 1967.
- [26] R. A. Rohrer, "Fully automated network design by digital computer: Preliminary consideration," Proc. IEEE, Vol. 55, No. 11, pp. 1929-1939, 1967.
- [27] C. A. Desoer and E. S. Kuh, Basic Circuit Theory, McGraw-Hill, 1969.
- [28] N. N. Hancock, Matrix Analysis of Electrical Machinery, Pergamon Press, 1974.
- [29] H. Haneda and T. Maruhashi, "An efficient digital simulation of thyristor circuits by means of network-tableau approach," 1979 IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp. 396-407, 1979.
- [30] Y. Kuroe, H. Haneda, T. Maruhashi and K. Takamura, "An efficient digital simulation program NETCAP-IM for power-electronic induction-motor drive systems by means of decomposed tableau approach," Proc. 1980 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Vol. 2, pp. 704-707, 1980.

- [31] 黒江、羽根田、丸橋、高村 「サイリスタ回路による誘導電動機駆動系のデジタルシミュレーション - 分割形タブロー法によるシミュレーションの効率化 -」
電気学会論文誌B Vol. 101 NO.4 PP.189-196 (昭56-4)
- [32] Koenig and Blockwell, Electromechanical System Theory, McGraw-Hill, 1961.
- [33] 高村、酒井、黒江、羽根田、丸橋 「タブロー法による直流電動機駆動系のデジタルシミュレーション手法」
昭和54年電気関係学会関西支部連合大会 G3-1
- [34] 高村、黒江、羽根田、丸橋 「電流形インバータによる誘導電動機駆動系のデジタルシミュレーション」
昭和54年電気関係学会関西支部連合大会 G3-2
- [35] 丸橋、黒江、羽根田 「シミュレーション(I)タブロー法による誘導電動機駆動系のデジタルシミュレーション」
昭和55年電気関係学会関西支部連合大会 S4-5
- [36] 黒江、羽根田、丸橋、「直流電動機駆動系のデジタルシミュレーション - 過渡、および定常状態の解析」
第46回 パワーエレクトロニクス研究会資料 1981
- [37] 羽根田、丸橋、楠本 「サイリスタ回路のデジタルシミュレーションの回路理論的考察」 電気学会制御変換装置研究会 PCC-78-1 1978
- [38] G. Dahlquist and A. Björk, Numerical Methods, Prentice-Hall, 1974.
- [39] W. T. Weeks, et. al., "Algorithm for ASTAP-A network-analysis program," IEEE Trans. Circuit Theory, Vol.CT-20, pp.628-634, 1973.
- [40] 黒江、高村、羽根田、丸橋 「サイリスタ回路による誘導電動機駆動系のデジタルシミュレーションの高速化について」 第36回 パワーエレクトロニクス研究会資料 1979

- [41] 黒江 高村, 羽根田, 丸橋 「サイリス回路を含む誘導電動機駆動系における分割タブロー法を用いたデジタルシミュレーションの高効率化」 昭和55年 電気学会全国大会 426
- [42] 黒江, 酒井, 氏原, 高村, 羽根田, 丸橋 「直流電動機駆動系の高速度デジタルシミュレーション」 昭和55年 電気学会全国大会 427
- [43] N. B. Rabbat and H. Y. Hsieh, "A latent macromodular approach to large-scale sparse networks," IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol.CAS-23, No.12, pp.745-752, 1976.
- [44] N. B. Rabbat and H. Y. Hsieh, "Concepts of latency in the time-domain solution of nonlinear differential equations," Proc. 1978 IEEE Internatinal Symposium of Circuits and Systems, pp.813-825, 1978.
- [45] 黒江, 高村 羽根田, 丸橋, 「随伴回路を利用したニュートン法によるサイリスタ回路の定常解析」 昭和54年 電気関係学会関係支部連合大会 63-3
- [46] 黒江, 羽根田, 丸橋, 高村, 「サイリスタ回路の定常解算出プログラム ANASP の開発」 電子通信学会技術研究報告 CAS 79-134 1980
- [47] 黒江, 高村, 羽根田, 丸橋 「サイリスタ回路の定常解算出用プログラム ANASP とその性能について」 昭和55年 電気学会全国大会 425
- [48] Y. Kuroe, H. Haneda, T. Maruhashi, "A general steady-state analysis program ANASP for thyristor circuit based on adjoint-network approach," Proc. IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp.180-189, 1980.
- [49] 黒江, 羽根田, 丸橋, 「随伴回路を用いたサイリスタ回

路の定常解析と汎用定常解析プログラム ANASP について」 電気学会論文誌C Vol. 101 NO.8 PP.177-184
(昭和56-8)

- [50] T. J. Aprille, Jr. and T. N. Trick, "Steady-state analysis of non-linear circuits with periodic inputs," Proc. IEEE, Vol.60, No.1, pp.108-114, 1972.
- [51] F. R. Colon and T. N. Trick, "Fast periodic steady-state analysis for large-signal electronic circuits," IEEE J. Solid-state Circuits, Vol.SC-8, No.4, pp.260-269, 1973.
- [52] 中岡, 丸橋, 村上, 西村 「電圧制御形時分割高周波回路」 電気学会論文誌B Vol. 96 NO.11 PP895-902
(昭和53-11)
- [53] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, Jr. and A. Kusko, Electric Machinery, pp.442, 3rd Edition, 1971.
- [54] 宮入庄太編 「サイリスタ応用ハンドブック」 日刊工業新聞社 初版 昭和47年
- [55] 黒江, 羽根田, 丸橋 「ニュートン法による直流電動機駆動系の定常解析」 昭和56年電気学会全国大会 477
- [56] 黒江, 羽根田, 丸橋 「直流電動機の汎用定常解算プログラム ANASP-DC について」 昭和56年 電気関係学会関西支部連合大会 G3-32
- [57] 黒江, 羽根田, 丸橋 「サイリスタ回路による誘導電動機駆動系の定常解析法」 昭和56年 電気関係学会関西支部連合大会 G3-31
- [58] 黒江, 佐藤, 羽根田, 丸橋 「整流器駆動分巻式直流電動機系のデジタルシミュレーション - 実験波形との比較 -」 昭和56年 電気関係学会関西支部連合大会 G3-33

- [59] H. Haneda, T. Maruhashi, Y. Kuroe, "Digital simulation of power electronic systems by tableau approach," The U.S.-Japan Cooperative Science Seminar on Analysis and Design in Power Electronics, S2.4 pp.69-78, Nov., 1981.