



# 非線形サンプル値制御系における分岐現象とカオスに関する研究

潮, 俊光

---

(Degree)

博士 (学術)

(Date of Degree)

1985-03-31

(Date of Publication)

2008-04-08

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲0526

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1000526>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



氏名・（本籍）	うしお 潮	とし 俊	みつ 光	（島根県）
学位の種類	学 術 博 士			
学位記番号	学博い第59号			
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当			
学位授与の日付	昭和60年3月31日			
学位論文題目	非線形サンプル値制御系における分岐現象と カオスに関する研究			
審査委員	主査 教授	平 井 一 正		
		教授 瀬 口 靖 幸	教授 小 川 枝 郎	
		教授 伊 東 敬 祐		

### 論 文 内 容 の 要 旨

最近の計算機技術の発達により、制御系においても、制御装置として、デジタル計算機を用いる場合が多くなった。一般に、このような制御系は、サンプル値制御系またはデジタル制御系と呼ばれており、この種の制御技術は重要な役割を果たしている。

サンプル値制御系においては、サンプリング周期の大きさによってシステムのふるまいが異なるために、システム的设计、解析上、サンプリング周期とシステムのふるまいの関係は重要な問題になっている。特に、システムに非線形要素が存在する場合には、様々な非線形現象の発生が知られている。

一方、最近工学系に限らずあらゆる分野で注目されている非線形現象に、分岐現象とカオスがある。従来から個々に研究されていた跳躍共振現象や同期化現象等を、分岐理論の立場から見直すことによって、より見透しのよい理論体系が作られつつある。また、システムのふるまいが不規則的であるとき、従来の考え方では、その原因を外乱であると見なしてきたが、カオスに関する研究が発展するにつれて、その原因がしばしばシステムに内在する本質的なものであることがわかった。このように、最近の分岐現象とカオスに関する研究は、工学系的设计、解析において、新しい見地を与えるものと期待されている。しかしながら、制御系における分岐現象とカオスに関する研究は少なく、未だ十分な検討がなされていないのが現状である。

そこで本研究では、非線形フィードバックサンプル値制御系における分岐現象の発生条件とカオスの存在性について考察した。特に、サンプリング周期とこれらの現象との関係について検討した。本研究において明らかにされた結果を以下の7章にまとめた。

第1章の緒論では、本研究に対する歴史的背景と意義について述べた。

第2章では、まず、1入力1出力の離散時間非線形フィードバックシステムにおけるサドルノード分岐集合を求めた。特に、従来の分岐理論においては考察されていなかった区分的線形関数で記述される非線形要素をもつシステムに対しても考察した。次に、不感帯要素および飽和要素をもつ1次元離散時間制御系において、サドルノード分岐集合、安定2周期点存在領域、カオス存在領域を求め、パラメータ平面上に図示した。

第3章では、非線形サンプル値制御系における分岐現象について考察した。まず、非線形要素が $C^1$ 級関数で記述される非線形サンプル値制御系において、サンプリング周期を変化させても不動点に関するサドルノード分岐は発生しないことを明らかにした。周期軌道に関するサドルノード分岐はサンプリング周期の変化によって発生し得るので、この結果はサンプル値制御系における分岐現象の特徴である。次に、三乗特性をもつ1次および2次のサンプル値制御系において、サンプリング周期を大きくすると周期倍分岐が次々と発生して、その集積点でカオスが発生することを示した。さらに、1次系において、サンプリング周期の変化によってクライシスが発生することを示した。また、2次系において、サンプリング周期の変化によってはカオストロフィーは発生しないが、入力の変化によって発生し得ることを示した。最後に、不感帯要素をもつ1次元サンプル値制御系において、サドルノード分岐集合、安定2周期点存在領域およびカオス存在領域等を求め、パラメータの変化によって漸近安定不動点が不安定になると同時にカオスが発生し得ることを明らかにした。

第4章では、非線形要素が $C^1$ 級関数で記述されるサンプル値制御系におけるカオスの存在性について考察した。カオスが存在するための十分条件であるMarottoの定理と白岩一倉田の定理を適用することによって、高次元サンプル値制御系においてサンプリング周期を大きくすると必ずカオスが存在するための十分条件を明らかにした。

第5章では、非線形要素が区分的線形関数で記述されるサンプル値制御系におけるカオスの存在性について考察した。まず、より一般的な区分的線形離散時間システムにおいて、ある低次元システムにスナップバックリペラが存在すれば全体システムにカオスが存在することを明らかにした。この結果は、ある意味で、Marottoの摂動定理の一般化になっている。次に、この結果を離散時間制御系およびサンプル値制御系に応用した。特に、サンプル値制御系においては、第4章で得られた結果と比較して、線形制御部に対する条件がゆるくなっている。最後に、不感帯要素をもつ2次元サンプル値制御系においてカオスとサンプリング周期の関係を示し、さらに、サドルノード分岐、周期倍分岐、Hopf分岐について考察した。特に、Hopf分岐によって発生した不変閉曲線が、サンプリング周期を大きくすることによって、ストレンジアトラクタに遷移することを示した。

第6章では、パルス幅変調制御系（以下PWM制御系と呼ぶ）におけるカオスの存在性について考察した。まず、白岩一倉田の定理を適用することによって、高次元PWM制御系においてサンプリング周期を十分に大きくすれば常にカオスが存在するための十分条件を明らかにした。次に、1次元PWM制御系において、カオス存在領域、安定2周期点存在領域等を求めた。特に、線形制御部が不安定な場合には、サンプリング周期を大きくすることによって、原点に関して対称な安定2周期軌道が

不安定となって、原点に関して非対称な2周期軌道に跳躍する現象が観測された。

第7章の結論では、本研究で得られた主な結果について要約した。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は非線形フィードバックサンプル値制御系における分岐現象の発生条件とカオスの存在性について研究したもので、特にサンプリング周期とこれらの現象との関係を明らかにしたものである。研究結果を要約すると次のとおりである。

- (1) 1入力1出力の離散時間フィードバックシステムにおけるサドルノード分岐集合を求める方法を $C^1$ 級及び区分的線形非線形要素に対して研究した。従来 $n$ 次元システムに対しては研究されてなかった発生条件を明らかにしたこと、また従来考察されていなかった区分的線形非線形要素をもつシステムに対してその方法を研究したことなど、実用性の高い成果を得ている。
- (2) 非線形サンプル値制御系における分岐現象を、 $C^1$ 級および区分的線形特性をもつ場合について主としてサンプリング周期との関係に注目して研究した。まずサンプリング周期を変化させても不動点に関するサドルノード分岐は発生しないことを理論的に証明した。次に3乗特性および不感帯をもつシステムで発生する分岐現象をくわしく検討し、カオスの存在性との関係を明らかにした。
- (3) 非線形要素が $C^1$ 級関数で記述される $n$ 次元サンプル値制御系におけるカオスの存在性について研究し、サンプリング周期を大きくするとシステムがある条件を満足しているときは必ずカオスが存在することと存在することを明らかにした。
- (4) 非線形要素が区分的線形関数で記述されるサンプル値制御系におけるカオスの存在性について研究し、高次元システムから誘導されるある低次元システムに、スナップバックリペラが存在すれば全体システムにカオスが存在することを明らかにした。この結果はある意味でマロットの定理の一般化でもあり、従来不明であったカオスの発生機構に対して新しい知見を示したものであって、この分野に大きな貢献をなしたと云える。
- (5) 次にパルス幅変調制御系（PWM制御系）におけるカオスの存在性について研究し、高次元システムにおいてサンプリング周期を十分大きくすれば必ずカオスが発生するための十分条件を明らかにした。1次元システムを例にとって計算機シミュレーションを行った結果、理論の妥当性が証明され、同時に多くの興味ある現象が観測されて、この分野の今後の研究に重要な示唆を与えた。

以上のように本論文は非線形サンプル値制御系における分岐現象とカオスについて、その発生条件と存在性を明らかにしたものであって、とくにデジタル制御系で一般に問題になっているサンプリング周期の選定に対して重要な知見を得たものとして価値ある成果であると認める。

また本研究は電気工学、制御工学、システム工学、非線形力学などの分野に関連する総合的研究であり、これらの諸分野に寄与するところが大きい。よって論文提出者潮 俊光は学術博士の学位を得る資格があると認める。