



瞬時局所的基礎方程式に基づく気液二相気泡流に関する数値解析的研究

宋, 明良

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

1995-03-31

(Date of Publication)

2007-08-31

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲1426

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.11501/3105448>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1001426>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



博士論文

瞬時局所的基礎方程式に基づく
気液二相気泡流に関する数値解析的研究

平成7年3月

神戸大学大学院自然科学研究科

宋 明 良

目次

第1章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	気泡流に関する従来の研究	1
1.3	気液二相気泡流の数値解法	4
1.4	気泡流中の気泡挙動の支配因子	10
1.5	本研究の目的と方法	13
1.6	本論文の構成	15
	第1章の参考文献	18
第2章	二相流の基礎方程式と数値解法	23
2.1	緒言	23
2.2	基礎方程式と気液界面における境界条件	23
2.3	瞬時局所的基礎方程式に基づく二相流の数値解法	27
2.4	気泡流に関する無次元数	38
2.5	結言	45
	第2章の参考文献	46
第3章	静止液中軸対称気泡の二次元円筒座標系での数値解析	47
3.1	緒言	47
3.2	無限静止液中単一気泡	48
3.2.1	はじめに	48
3.2.2	従来の研究	48
3.2.3	本解析手法の妥当性の検討	50
3.2.3.1	計算体系と計算条件	50
3.2.3.2	気泡の形状と終端速度	52
3.2.4	気泡形状と気泡周囲の速度分布	55
3.2.4.1	計算体系と計算条件	55
3.2.4.2	計算結果と考察	56
3.2.5	本節のまとめ	59
3.3	無限静止液中直列二気泡	60
3.3.1	はじめに	60
3.3.2	実験装置と流動条件	62
3.3.3	計算体系と境界条件	63
3.3.4	単一気泡が周囲液相に及ぼす影響	63
3.3.5	直列二気泡の接近運動	71
3.3.6	本節のまとめ	76
3.4	鉛直円管内静止液中単一大気泡	77

3.4.1	はじめに	77
3.4.2	従来の研究	78
3.4.3	大気泡の実験	81
3.4.3.1	実験装置と実験条件	81
3.4.3.2	実験結果と考察	83
3.4.4	大気泡の詳細解析	85
3.4.4.1	計算体系と境界条件	86
3.4.4.2	計算結果と考察	87
3.4.5	本節のまとめ	90
3.5	結言	92
	第3章の参考文献	94
第4章	平行平板間の速度勾配のある液相中の二次元気泡の数値解析	96
4.1	緒言	96
4.2	静止液中単一揺動気泡	97
4.2.1	はじめに	97
4.2.2	気泡の揺動振動数に及ぼすエトベス数の影響	98
4.2.3	計算体系と境界条件	99
4.2.4	計算結果と考察	100
4.2.5	本節のまとめ	104
4.3	一様せん断流中単一気泡	105
4.3.1	はじめに	105
4.3.2	計算体系と境界条件	107
4.3.3	計算結果と考察	109
4.3.4	本節のまとめ	114
4.4	鉛直平行平板間気泡流	115
4.4.1	はじめに	115
4.4.2	計算体系と境界条件	116
4.4.3	鉛直流れ方向の周期境界条件の設定法	117
4.4.4	計算結果と考察	119
4.4.5	本節のまとめ	121
4.5	結言	122
	第4章の参考文献	124
第5章	鉛直正方ダクト内気泡流の三次元数値解析	125
5.1	緒言	125
5.2	無限静止液中単一気泡	126
5.2.1	はじめに	126
5.2.2	計算条件と計算体系	127

5.2.3	結果と考察	-----	129
5.2.4	本節のまとめ	-----	131
5.3	鉛直正方ダクト内上昇気泡流	-----	131
5.3.1	はじめに	-----	131
5.3.2	計算体系と境界条件	-----	132
5.3.3	計算結果と考察	-----	135
5.3.4	本節のまとめ	-----	140
5.4	結言	-----	141
	第5章の参考文献	-----	143
第6章	気泡に働く横方向力	-----	144
6.1	諸言	-----	144
6.2	鉛直正方ダクト内流れ中の単一気泡の横運動	-----	145
6.2.1	はじめに	-----	145
6.2.2	実験方法と実験条件	-----	146
6.2.3	実験結果と考察	-----	149
6.2.4	計算体系と境界条件	-----	152
6.2.5	計算結果と考察	-----	153
6.2.6	本節のまとめ	-----	158
6.3	気泡に作用する横方向力	-----	159
6.3.1	はじめに	-----	159
6.3.2	気泡に働く横方向力に関する定性的考察	-----	159
6.3.3	液相速度勾配による横方向力	-----	161
6.3.4	壁効果による横方向力	-----	161
6.3.5	気泡に働く横方向力モデルの妥当性の検討	-----	166
6.3.6	本節のまとめ	-----	169
6.4	結言	-----	170
	第6章の参考文献	-----	173
第7章	結論	-----	174

使用記号

記号

英文字 (太字はベクトルまたはテンソルを示す)

Bo	ボンド数 (一)
C_D	抗力係数 (一)
C_{VM}	付加質量係数 (一)
d_e	気泡等価直径 (m)
D	円管内径 (m)
D_{B0}	初期大気泡直径 (m)
\mathbf{e}	変形速度テンソル
Eo	エトベス数 (一)
Eo_D	管エトベス数 (一)
f_s	単位体積当たりの表面張力による力 (N/s^3)
F	VOF関数 (計算セル内液相体積率)
F_s	表面張力による応力
Fr	フルード数 (一)
g	重力加速度 (m/s^2)
\mathbf{g}	単位体積当たりの体積力ベクトル
g_{ij}	第一基本量
h_k	曲線座標系における k ($k=1, 2, 3$)方向の計量
H	高さ関数 (m)
H_{ij}	第二基本量
\mathbf{i}_k	曲線座標系における基底ベクトル
M	モルトン数 (一)
m	単位時間単位界面面積当たりの相間質量輸送量 (kg/sm^2)
N	セル数 (一)
\mathbf{n}_i	気液界面における法線ベクトル
p	圧力 (N/m^2)
p_s	表面張力による圧力 (N/m^2)
\mathbf{P}	応力テンソル
q_k	曲線座標系での位置座標
r	径方向の位置座標 (m)
\mathbf{r}	微小変位ベクトル
R	円管半径 (m)
R_B	大気泡半径 (m)
Re	レイノルズ数 (一)
Re_B	気泡レイノルズ数 (一)

R_1, R_2	主曲率半径 (—)
\mathbf{S}	計算セル内の界面法線ベクトル
t	時刻 (s)
\mathbf{t}_i	気液界面における接線ベクトル
Ta	タダキ数 (—)
u	xまたはr方向の速度成分 (m/s^2)
v	y方向の速度成分 (m/s^2)
\mathbf{v}	速度ベクトル
V_B	気泡の瞬時の上昇速度 (m/s^2)
V_{in}	液相の流入速度 (m/s^2)
V_t	気泡の終端速度 (m/s^2)
\mathbf{v}	速度ベクトル
w	z方向の速度成分 (m/s^2)
We	ウェーバー数 (—)
x, y, z	位置座標 (m)
\mathbf{x}	位置座標ベクトル

ギリシャ文字

α	ボイド率、気相体積率 (—)
δ_f	液膜厚さ (m)
δ_{ij}	クロネッカーのデルタ
Δt	時間刻み幅 (s)
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	x, y, z方向の空間刻み幅 (m)
η	無次元液膜厚さ (—)
η_p	ポテンシャル流れでの無次元液膜厚さ (—)
κ_1, κ_2	主曲率 (1/m)
μ	粘性係数 (Ns/m^2)=(Pa s)
ν	動粘性係数 (m^2/s)
θ	気泡重心を基準とする時計周りの角度 (rad)
ρ	密度 (kg/m^3)
σ	表面張力 (N/m)
τ	せん断応力 (N/m^2)
$\boldsymbol{\omega}$	渦度ベクトル
ω	渦度 ($1/s^2$)
Ω	加速係数 (—)
ξ	気泡先端からの鉛直下方無次元距離 (—)
ψ	気相の存在を示す特性関数 (—)

添字

英文字

B	気泡
d	気泡直径
D	円管内径
G	気相
i	x方向のセル番号
int	気液界面
j	y方向のセル番号
k	z方向のセル番号
K	相を表す添字（気相(G)あるいは液相(L)を示す）
in	入口境界での流入値
L	液相
LF	揚力
MAX	最大値
n	時間刻み数
S	表面張力
t	終端値
VM	付加質量
w	壁
x	x方向成分
y	y方向成分
z	z方向成分

数字

0 初期値

記号

<> 断面平均値
|_k K相での値を示す

図表一覧

第1章

- 図1.1 鉛直管内気泡流のボイド分布
- 表1.1 様々な因子に影響を受ける気泡

第2章

- 図2.1 界面速度と界面の単位法線および接線ベクトル
- 図2.2 二次元F分布と気液界面形状
- 図2.3 高さ関数による界面形状の近似
(a): H_y の場合、(b): H_x の場合)
- 図2.4 三次元F分布と気液界面形状
- 図2.5 界面セルの模式図
- 図2.6 二次元計算メッシュと境界セル
- 図2.7 スタガード配置
- 図2.8 ドナー・アクセプター法
(a)ドナー・セルとアクセプター・セル、
(b)実例1、(c)実例2、(d)実例3、(e)実例4)
- 図2.9 詳細解析のフロー・チャート
- 図2.10 Graceの無限静止液中の単一気泡の相関図^{(39),(40)}

第3章

- 図3.1 Graceの無限静止液中単一気泡の相関図^{(19),(20)}と計算条件
- 図3.2 静止液中単一気泡解析の計算体系(1)
- 図3.3 気泡形状の時間変化
- 図3.4 気泡上昇速度の時間変化
- 図3.5 気泡終端速度の実験値と計算値の比較
- 図3.6 静止液中単一気泡解析の計算体系(2)
- 図3.7 $Eo=10$ における気泡周囲の速度分布
(a)~(d): 計算結果, (e): 二次渦の想像図⁽¹⁾
- 図3.8 揺動する気泡形状の時間変化 ($\log M=-6$, $Eo=10$)
- 図3.9 $\log M=-3$ における気泡周囲の速度分布
- 図3.10 冠球形気泡の形状の時間変化 ($\log M=-3$, $Eo=70$)
- 図3.11 実験装置 ((a): 水槽と気泡撮影装置, (b): 気泡発生装置)
- 図3.12 計算体系と境界条件 ((a): 単一気泡解析, (b): 直列二気泡解析)
- 図3.13 静止液中単一気泡の上昇速度

- ((a): 実験結果とGraceの相関図との比較、
 (b): 計算結果とGraceの相関図との比較)
- 図3.14 単一気泡の形状と気泡周囲の速度分布の比較
 (左: 実験結果, 右: 速度ベクトルと流線の計算結果)
- 図3.15 速度欠陥の軸方向分布の計算結果とBatchelor⁽³⁷⁾の式の比較
- 図3.16 速度欠陥に及ぼすEoとMの影響
- 図3.17 速度欠陥の水平断面内分布
- 図3.18 トロイダル渦の長さの定義
- 図3.19 L_{wake} の計算結果とBhagaら⁽³⁰⁾の実験式(3.11)の比較
- 図3.20 直列二気泡の実験結果と計算結果の比較
- 図3.21 二気泡の先端位置の時間変化の実験結果
- 図3.22 気泡間距離の時間変化に及ぼすEoの影響
- 図3.23 気泡間距離の時間変化に及ぼすEoとMの影響
- 図3.24 二気泡周囲の速度分布の計算結果
- 図3.25 Whiteらの単一大気泡の相関図⁽³⁹⁾
- 図3.26 大気泡の形状に関する従来の研究
 ((a),(b): Bretherton⁽⁴⁴⁾の理論解析結果、
 (c),(d): Goldsmithら⁽⁴⁷⁾の実験観察結果)
- 図3.27 大気泡撮影部の模式図
- 図3.28 Whiteらの相関図⁽³⁹⁾によるFrと実験結果の比較
- 図3.29 全実験条件における気泡形状の写真
- 図3.30 大気泡形状の測定結果
- 図3.31 気泡先端形状に及ぼすEoとMの影響
- 図3.32 計算体系と境界条件
- 図3.33 気泡形状の時間変化の計算結果 (Eo=39.71, logM=-1.82)
- 図3.34 気泡先端の鉛直方向無次元移動距離 z/D と
 無次元上昇速度 V/V_{in} の時間変化の時間変化
- 図3.35 Frの実験結果と計算結果の比較
- 図3.36 気泡形状の実験結果と計算結果の比較
 (実線: 計算結果, 破線: 実験結果)
- 図3.37 Kawajiら⁽⁵¹⁾による大気泡下部の流れ場の可視化例
- 図3.38 大気泡周囲の速度分布の計算結果 (Eo=37.3)
- 表3.1 静止液中単一気泡の計算条件
- 表3.2 大気泡の実験条件

第4章

- 図4.1 Zunらの実験結果⁽⁶⁾をストローハル数St に及ぼす
 Eoの影響として整理した結果 (M=10⁻¹¹)

- 図4.2 計算体系と初期条件
- 図4.3 気泡の揺動運動に及ぼす E_o の影響 ($\log M = -3$)
- 図4.4 揺動気泡周囲の速度分布の時間変化 ($E_o = 30, M = 10^{-3}$)
- 図4.5 揺動気泡周囲の圧力分布の時間変化 ($E_o = 30, M = 10^{-3}$)
- 図4.6 St に及ぼす E_o の影響の計算結果 ($M = 10^{-3}$)
- 図4.7 気泡の揺動運動に及ぼす M の影響 ($E_o = 10$)
- 図4.8 鉛直上昇する気泡周囲の速度分布 ($M = 10^{-1}, E_o = 10$)
- 図4.9 鉛直上昇する気泡周囲の圧力分布 ($M = 10^{-1}, E_o = 10$)
- 図4.10 計算体系と境界条件
- 図4.11 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($E_o = 10, M = 10^{-3}$)
- 図4.12 仮屋崎⁽²¹⁾によるせん断場中の気泡運動の実験結果
- 図4.13 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($E_o = 1, M = 10^{-3}$)
- 図4.14 一様せん断流中の気泡周囲の速度分布
(a) $E_o = 1, M = 10^{-3}, \delta V^* = 1.0$ 、(b) $E_o = 10, M = 10^{-3}, \delta V^* = 1.0$)
- 図4.15 せん断流中の気泡周囲の圧力分布
(a) $E_o = 1, M = 10^{-3}, \delta V^* = 1.0$ 、(b) $E_o = 10, M = 10^{-3}, \delta V^* = 1.0$)
- 図4.16 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($E_o = 10, M = 10^{-1}$)
- 図4.17 計算体系と境界条件
- 図4.18 気泡流中の気泡運動の計算結果 ($E_o = 1, M = 10^{-3}$)
- 図4.19 気泡流中の気泡運動の計算結果 ($E_o = 10, M = 10^{-3}$)
- 図4.20 ボイド分布の時間変化の計算結果 ($E_o = 1, M = 10^{-3}$)
- 図4.21 ボイド分布の時間変化の計算結果 ($E_o = 10, M = 10^{-3}$)
- 表4.1 無次元速度勾配 δV^* の水平方向分布

第5章

- 図5.1 横運動する気泡周囲の三次元的な液相流れの模式図
- 図5.2 Bhagaらの無限静止液中単一気泡の終端速度と形状の相関図⁽¹⁾
- 図5.3 計算体系と初期気泡形状
- 図5.4 Graceらの無次元気泡速度と計算結果の比較
- 図5.5 気泡形状の計算結果と実験結果の比較
(a),(d),(e),(f),(g) : Bhagaらの実験結果⁽¹⁾、(b),(c) : 本実験結果)
- 図5.6 三次元気泡流解析の初期条件と境界条件
- 図5.7 ダクト断面内気泡分布の時間変化 ($E_o = 5, \log M = -3, J_T^* = 0.24$)
- 図5.8 気泡の形状と配置の時間変化 ($E_o = 5, \log M = -3, J_T^* = 0.24$)
- 図5.9 無次元全体積流束 J_T^* が気泡分布に及ぼす影響
($E_o = 5, \log M = -3$)
- 図5.10 ダクト断面内気泡分布の時間変化 ($E_o = 20, \log M = -3, J_T^* = 0.24$)
- 図5.11 気泡の形状と配置の時間変化 ($E_o = 20, \log M = -3, J_T^* = 0.24$)

- 図5.12 無次元全体積流束 J_T^* が気泡分布に及ぼす影響
($Eo=20, \log M=-3$)
- 図5.13 三次元気泡流中で直列二気泡の運動を示す計算例
($Eo=20, \log M=-2.1, J_T^*=0.29, t^*=3.0$)

表5.1 三次元気泡流の計算条件

第6章

- 図6.1 実験装置（試験部）
- 図6.2 気泡の注入方法
(a)保持器への気泡注入、(b)気泡の放出($t=0\text{sec}$)
- 図6.3 気泡の中心位置の定義
- 図6.4 気泡の運動軌跡の実験結果
(a) $Eo=2.2$ 、(b) $Eo=5.4$ 、(c) $Eo=10.9$ 、(d) $Eo=21.7$)
- 図6.5 気泡運動の計算結果と実験結果
($Eo=5, \log M=-3, J_T^*=J_L^*=0.24$, (a): 計算結果, (b): 実験結果)
- 図6.6 気泡運動の計算結果と実験結果
($Eo=20, \log M=-3, J_T^*=J_L^*=0.24$, (a): 計算結果, (b): 実験結果)
- 図6.7 計算体系と境界条件（上昇流、 $Eo=21.7$ の場合）
- 図6.8 気泡の運動軌跡の計算結果（ $\log M=-2.8$ ）
- 図6.9 三次元詳細解析によって得られた x - z 断面内の気泡形状と速度分布
(a) $Eo=5.4, \log M=-2.8, J_L^*=0.26$ 、
(b) $Eo=21.7, \log M=-2.8, J_L^*=0.26$)
- 図6.10 Eo の小さい気泡に働く横方向力
(a)せん断流中の球体に働く横方向力、
(b) Eo の小さい気泡に働く横方向力)
- 図6.11 Eo の大きい気泡に働く横方向力
(a)マグナス力の働く回転球周りの速度分布、
(b) Eo の大きい気泡に働く横方向力)
- 図6.12 壁効果を受けて横運動する気泡の実験装置
- 図6.13 x_{Bw0}/d とエトベス数 Eo の関係
- 図6.14 静止液中単一気泡の運動軌跡の粒子追跡法による計算結果と実験結果（実線：本壁効果モデル、破線：Antalらのモデル⁽¹⁶⁾、黒点：実験結果）
- 図6.15 上昇流中単一気泡の運動軌跡の粒子追跡法による計算結果と詳細解析結果（実線：粒子追跡法、黒点：詳細解析結果）
- 図6.16 粒子追跡法で用いた揚力係数 C_{LF} とエトベス数 Eo の関係
- 表6.1 J_L^* の実験条件

第1章 序論

1.1 背景

気液二相流は気相と液相二つの相が混在する流れである。これら二つの相を隔てる気液界面はその幾何学的形状が複雑であるのに加えて、時間的にも複雑に変化する。そして、その界面を通して気液両相間で質量・運動量およびエネルギーが輸送される。これら複雑な諸現象によって、気相または液相のみが単独で流れる单相流に比べて二相流の流動現象は飛躍的に複雑な挙動を示し、それゆえその流動の予測は困難である。気液二相気泡流は二相流の典型的な流動様式の一つで、連続相として流動する液相中に多数の気泡が分散相として運動する分散流である。同じ分散流でも、液相中に固体粒子が混在する固液分散流と比べて、気泡流は以下の点で異なる⁽¹⁾。最大の相違点は気泡はその形状が時間的に変化的であることである。気泡に作用する圧力、表面張力など各種の流体力と重力などの外力を受けて、気泡はその幾何学的形状を複雑に変化させる。その気泡の変形は気泡周囲の液相の速度分布や圧力分布を変化させる。さらに、気泡は分裂、合体、体積変化を伴い、これらが気泡形状の予測を一層困難にしている。気泡と固体粒子との第二の違いは、気液界面を通じた運動量の輸送によって気泡内部に循環流が生じることである。この循環流の有無によって気泡に働く抗力の大きさなどが左右されることが知られている⁽²⁾。現状では、固液分散流中の固体粒子の運動に関しても、周囲液相速度分布や乱流などとの複雑な相互作用は完全には理解されていない。気泡流の場合には、固体粒子の場合に加えて、上記二つの因子が気泡運動の予測をより困難にしている。

ところが、液相中に気泡が混在する現象は自然界から各種工業装置に至るまで非常に多くの場面で現われる。液相流れを加熱した際の核沸騰による気泡の発生、攪拌効果や浮力効果などを期待した液相中への意図的な気泡の混入、キャビテーションによる発生など様々な原因で気泡は液相中に混在する。そのため、気泡塔や発酵槽などの化学反応装置⁽³⁾、気泡ポンプ^{(4),(5)}、ボイラ⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾、原子炉⁽⁹⁾、宇宙排熱機器^{(10),(11)}などの気泡を伴う液相流れに関連する各種工業装置のより合理的な設計、高い安全性・信頼性の獲得、そして安定かつ効率的な運用を達成するためには、気泡流の各種の流動特性を把握し、それらを精度良く予測できる手法が不可欠である。

1.2 気泡流に関する従来の研究

従来、気泡流に関する研究は実験的または理論的研究を中心に行なわれてきた。これらの研究は、気泡流の最も基本的な素過程である静止液中の単一気泡の上昇速度の測定と予測⁽²⁾から、鉛直管内気泡流の気液各相速度や体積率などの各種局所的物理量の断面内分布の予測⁽¹²⁾に及ぶ非常に幅広いテーマに及んでいる。近年は特に気泡流の多次元で詳細な特性が研究対象とされている。これは、点電極プローブ⁽¹³⁾などの探針電極法⁽¹⁴⁾⁻⁽²²⁾、レーザー⁽²³⁾⁻⁽²⁵⁾やファイバグラスプローブ⁽²⁶⁾などを用いた光学的技術、画像処理技術⁽²⁷⁾⁻⁽³⁰⁾を利用した新しい実験技術の開発によって、より高精度で信頼性の高い気泡流の局所量に関する実験的データベースが蓄積された^{(20),(31)}結果に負うところが大きい。鉛直管内上昇気泡流の流路断面内ボイド分布がカルデラ型やベル型になることが知られるようになった^{(20),(32)}のも、その成果の一つである。それらの結果、新たな実験観察に基づく気泡運動のモデル、各種局所量分布の実験結果を説明するためのモデル⁽¹²⁾や気泡流の乱流構造の予測手法⁽³³⁾⁻⁽³⁵⁾などが数多く提案され、気泡流の様々な特性を高い精度で詳細に予測できるようになってきた。ここで、このように進められてきた気泡流研究の概要を整理しておく。

まず、静止液中における単一気泡の終端速度を得るための研究が、1950年代から1960年代にかけて特に化学工学の分野で盛んに行なわれた⁽³⁶⁾⁻⁽⁴⁰⁾。気泡の終端速度は、各種化学反応装置内の気泡による反応促進量の予測⁽⁴¹⁾のため、あるいは液相速度に対する気泡の相対速度の代表値として不可欠な基礎情報であった。その他、気泡の形状⁽⁴²⁾⁻⁽⁴⁵⁾や気泡下部の伴流⁽⁴⁶⁾⁻⁽⁵¹⁾などについて実験的および理論的研究が行なわれ、気泡の上昇速度の予測などにも役立てられてきた。管内気泡流に関する研究は、ボイラの設計・開発などに関連して1960年代以降盛んに行われた。このとき気泡流は流れ方向の一次元的取り扱いがなされ、流れ全体の平均ボイド率や圧力損失の測定実験⁽⁵²⁾やそれらの予測手法の提案⁽⁵³⁾などが主な研究内容であった。原子炉内熱流動解析などで現在最も利用されている数値解析コード^{(53),(54)}も基本的には流れを一次元的に扱っている。

ところが、前に述べた鉛直管内気泡流の各種局所量の測定実験によって、局所ボイド率の流路断面内分布は、図1.1に示すように気泡が流路壁付近に高い頻度で存在するカルデラ型(wall peak)分布、あるいは気泡が流路中心に多く集まるベル型(core peak)分布など多様な形態を示すことが明らかにされた^{(20),(32)}。なお、カルデラ型分布は鞍型分布とも呼ばれ、ベル型分布はコア型分布とも呼ばれている。このボイド分布の形態の違いは、流れ全体の平均圧力損失、平均気相体積率、伝熱特性、気泡流からスラグ

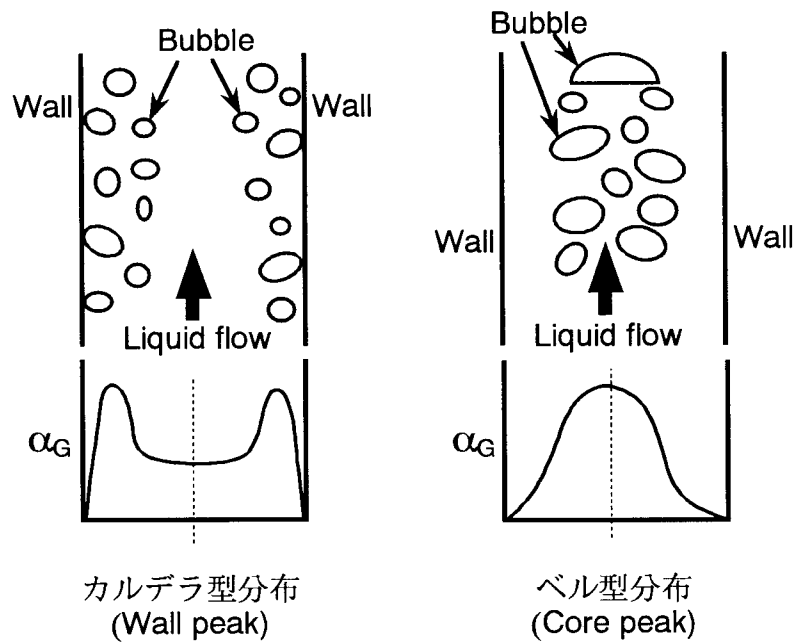


図1.1 鉛直管内気泡流のボイド分布

流への流動様式の遷移等多くの重要な流動特性を変化させる。そのため、様々な気液各相体積流束などの条件によってボイド分布がどのような形態を示すかを把握するために、まず数多くの測定実験が積み重ねられ、実験データが提供された^{(20),(55)}。流路入り口でのボイド分布の初期条件による影響についても実験的に調べられたが、ボイド分布の形態は主に気泡径と気液各相体積流束によって左右されることがLiu⁽⁵⁶⁾、Matsuiら⁽⁵⁷⁾などの実験などによって明らかにされてきた。彼らの流路断面内気泡径分布などの測定結果に共通するのは、管内上昇気泡流では、気泡径の小さな気泡が壁近傍に多く存在し、大きな気泡が高い頻度で流路中心付近に存在するということである。

これら実験的研究と同時に、気泡流のボイド分布を予測する試みが盛んに行なわれた⁽¹²⁾。初期のボイド分布の予測は、ボイド分布も速度分布と同様に $1/n$ 乗則になるという仮定に基づくBankoff⁽⁵⁸⁾の研究に始まる。その後、気泡流の混合距離をモデル化した幾つかのモデル⁽⁵⁹⁾が提案されたが、カルデラ型のボイド分布は得られない適用範囲の狭いものであった。そして、カルデラ型分布も予測できるより適用性の高いボイド分布の予測手法を開発するために、様々な基礎研究が行なわれた。ボイド分布は気泡流中の気泡の挙動が知れば得られるので、気泡の三次元的な運動軌跡に注目し、鉛直矩形ダクト内流水中^{(60),(61)}や一様せん断流中⁽⁶²⁾における単一気泡の運動に関して、その定性的傾向が実験的に調べられている。これらの結果も先に述べた上昇気泡流の気泡径分布の測定結果と同様に、基本的には上昇流中において小さい気泡が壁近くを上昇し、大きい気泡が流路中央部を上昇することを示している。ところが、気泡の横

運動に関する物理機構については、気泡周囲の複雑な渦や流れが重要な役割を果たしているらしいという推測⁽²⁰⁾がなされているに過ぎず、現在でも明かにはなっていない。ボイドの拡散効果などの基礎情報として、気泡の拡散特性⁽⁶³⁾⁻⁽⁶⁵⁾や揺動運動⁽⁶⁶⁾⁻⁽⁷⁰⁾についても調べられている。そして、液相速度勾配による揚力^{(71),(72)}、気泡周囲の液相循環によるマグナス力^{(2),(73)}、壁の極近傍で作用する壁渦効果⁽⁷⁴⁾、気泡の誘起する乱れの影響⁽⁷⁵⁾⁻⁽⁷⁷⁾、気泡流の乱流付加応力の影響^{(60),(78)}、乱れの断面内分布による差圧の効果、非定常運動する気泡に働く付加質量力⁽⁷⁹⁾⁻⁽⁸¹⁾、流路壁の存在自体による影響⁽⁸²⁾⁻⁽⁸⁴⁾など様々な気泡に働く力のモデルを導入して多様な気泡流のボイド分布を精度良く予測する試みがなされてきた⁽⁸⁵⁾⁻⁽⁸⁸⁾。近年特に気泡によって付加される乱れのモデルとして注目されているのが、Satoら⁽⁷⁵⁾が提案した次のモデルであろう。彼らは、単相流と同様の乱流効果と気泡によって誘起される乱れの影響を独立と仮定し、線形和で表したうえで渦粘性係数を実験結果に基づいて与えることによって、ボイド分布を予測している。Lecら⁽³³⁾は、Satoらと同様の仮定のもとで、時間平均の二相流の基礎方程式に非等方性乱れの影響を考慮したk-εモデルを組み合わせることによってボイド分布の予測を行っている。このような手法によって、ある適用範囲の中では実験結果を良好に予測できている。しかし、上記の気泡に働く力の様々なモデルの根拠となった仮定には、物理的根拠が明確でないものが多い。例えば、気泡に働くマグナス力については、現実の気泡が気泡周囲の循環と共に回転しているとは考えにくい。また、複雑に変形する気泡を球形と仮定した抗力や横方向力のモデルも改良を要するであろう。液単相の乱れと気泡によって生じる乱れが各々独立である保証もなく、むしろ両者は相互干渉し合うと考えるほうが合理的であろう。なお、上記以外にも気泡の横方向運動に関する数多くの理論的研究⁽⁸⁹⁾⁻⁽⁹⁶⁾が見られる。しかし、二次元気泡が対象であったり、非粘性あるいは球形気泡の仮定があるものがほとんどで、気液二相気泡流の数値解析やボイド分布解析の際に、構成方程式として適用できる完全な気泡に働く力のモデルは整備されていない。このように、気泡流の複雑な挙動ゆえに、ボイド分布形成の物理的機構については未知の部分が多く残っているのが現状である。

1.3 気液二相気泡流の数値解法

近年急速に発達してきた計算機の演算速度と記憶容量、および高精度で信頼性の高い数値計算手法の開発に支えられて、特に原子炉内熱流動解析や炉心溶融事故解析⁽⁹⁾などに関連した原子力工学の分野などを中心として、気液二相流の流動現象を数値解

析によって予測する試みがなされ、工業上利用されるまでになってきた。そして、二相流の数値解析は、定常的な流動における巨視的な物理量の予測のみならず、多次元過渡解析による微視的な物理量の予測さえも可能になってきた。本節では、そのうち気液二相気泡流の様々な数値解法について整理しておく。なお、本研究では気泡流の基礎方程式の取り扱い方法によって、気泡流の数値解法を以下に示す三種類に大別する。

現状の気液二相流の数値解析の大部分は、気液各相について瞬時局所的に成立する質量・運動量とエネルギー保存式^{(97),(98)}に時間平均⁽⁹⁹⁾・空間平均⁽¹⁰⁰⁾・時間空間平均あるいは統計平均⁽⁹⁸⁾といった様々な平均化操作を施したものを基礎方程式としている。これら平均化した気液各相の保存式を解く手法を第一の数値解析手法に分類する。この手法では、気泡の混入によって誘起される諸現象は時間的、空間的に平均化され、気液各相間の保存量の輸送を表す構成方程式で表現される。これら構成方程式のほとんどは実験データに基づく実験相関式や様々な仮定と実験結果に基づく半経験式である⁽⁹⁾。これら平均化された基礎方程式と構成方程式を組み合わせることによって、数学的に閉じた方程式系が構成される⁽¹⁰¹⁾。この方法は、計算時間や記憶容量が比較的少なくすむため、各種平均量の予測には非常に適している。ボイラ設計に関連した圧力損失、各相平均流量、伝熱特性などの一次元的平均量の予測を目的とした初期の二相流数値解析に始まって、現在でも工業上最も多く用いられている手法である。ただし、本手法によって精度良く現象を予測できるか否かは、気液相間輸送量を構成方程式によって良好に評価できるかに負うところが大きい。この代表的な数値解析手法には、均質流モデル、スリップ流モデル^{(102),(103)}、ドリフト・フラックス・モデル⁽⁵²⁾、あるいは二流体モデルなどがあり、TRAC-PF1コード^{(53),(104)}やRELAP5コード^{(105),(106)}、COBRA⁽¹⁰⁷⁾、MINCS⁽¹⁰⁸⁾、RETRAN⁽¹⁰⁹⁾などに代表される原子炉内流動や炉心溶融事故時の過渡流動を予測する大型数値解析コードなどでも採用されている。気泡流の数値解析は現在この手法による一次元解析が主流である。ところが実際の工業装置内の気泡流では、流れは三次元的で、前述のように流路断面内に各相速度や体積率の分布がある多次元構造を持っている。例えばドリフト・フラックス・モデルでは、ボイド分布や各相の局所速度の断面内分布の影響を構成方程式中の分布定数という一つのパラメータで代表させているなどの工夫も見られるが精度の良い評価を行なうには限界がある。近年、二流体モデルなどを用いた気泡流の二次元解析例^{(53),(110)-(112)}や三次元解析例⁽¹¹³⁾も見られるようになってきたが、精度の良い多次元解析を実行するための高精度な構成方程式は十分には整備されていない。さらに、この手法では気泡流中の気泡の

存在が時間空間的あるいは統計的に平均化されたボイド率で代表されるに過ぎず、個々の気泡の大きさ、位置、運動、気泡周囲の液相速度分布などを予測することはできない。また、気泡流中には大小様々な径の気泡が混在しているが、気泡径の違いによる効果を評価するのも困難である。その他、基礎方程式の平均化や差分式への離散化の際に生じる多くの問題も指摘されている⁽¹¹⁴⁾。

気泡流の数値解析の第二の手法は、近年開発が進められている粒子追跡法（パーティクル・トラッキング法）⁽¹¹⁵⁾⁻⁽¹¹⁹⁾である。この手法は、固液または固気二相分散流数値解析の分野で盛んに研究されている方法⁽¹²⁰⁾⁻⁽¹²³⁾を気泡流解析に適用した手法である。この粒子追跡法では、連続相はオイラー座標系における平均化操作を施した基礎方程式を解くことによって扱われ、分散相である気泡はラグランジュ的運動方程式を解くことによって追跡される。気液各相間の相互作用は、第一の方法と同様に平均化された構成方程式で考慮される。本手法は各気泡の位置と運動などの局所量を直接得ることが可能になり、各相体積率の数値拡散なども防げるため、ボイド分布を精度良く予測できる可能性を持つ。また、各々の気泡を追跡するため、気泡径や物性が異なる気泡を混在させることも可能である。ただし、気泡の運動方程式や液相の平均化した運動量保存式に現われる、気泡と周囲液相間の相互作用の効果を表す精度の良い構成方程式が不可欠であるが、特に気泡に働く横方向力を精度良く評価できる構成方程式が整備されておらず、多くの課題を抱えている。現状では二次元解析例が数例見られるに留まっている⁽¹¹⁶⁾が、将来計算機的能力、計算手法、および構成方程式がより一層発達すれば、気泡流の多次元数値解析の最も有力な手法となるであろう。

ところが、これらの平均化された基礎方程式や構成方程式が確立され、良好な解が求められたとしても、気泡流中の気泡運動の物理が解明されたことにはならない。なぜなら、気泡の大きさ・形状・運動などは平均化された平均ボイド率で与えられ、気泡の界面に沿って迂回して流れるであろう液相速度流れはより大きな空間的スケールで平均化された液相速度に代わり、気泡と周囲液相との相互作用は平均の相間運動量輸送量に置き換えられているため、気泡流における気泡運動の詳細な物理的構造は未知のままである。

ところで、気液各相について瞬時局所的に成立する質量・運動量およびエネルギーの保存式を平均化操作を施すことなく基礎方程式とし、時間的に変化する気液界面において瞬時局所的に満足すべき境界条件^{(97),(124)-(126)}のもとで直接解くことができれば、気泡流中の気泡周囲で界面によって誘起されている流動現象などを予測することができる。このような手法が第三の気泡流の数値解析手法であり、以後本論文では便宜上気

泡流の「詳細解析」と呼ぶことにする。この手法は気液界面を通した運動量の相間輸送量等に関する構成方程式を必要としない特長がある。しかも、本手法による数値解は、物理実験と同様に気泡流の流動現象に関する物理的な情報を提供できる可能性を持ち、気泡流に関するモデルの提案や精度の良い構成方程式の提供に役立てることができると思われる。しかも、実験では入手が困難な位置や条件における瞬時局所的な速度や圧力などの物理量を流れを抽出できる利点を持つ。また、外乱のない理想的な空間、完全に純粋な流体、あるいは無重力状態での気泡流など、実験では容易に実現できない条件での流れ場を入手できる可能性も有している。なお、このような気泡流の詳細解析手法は、気泡あるいは気液界面の位置を表し、その時間変化を追跡するための方程式を必要とする。以下、その気液界面の表現方法の違いに着目して、詳細解析手法を分類し、各々の概要を示す。

二相流の詳細解析は、計算機能力の急速な発達と多次元流体解析手法の発展⁽¹²⁷⁾を背景に、自由表面や気液界面を含む流れを予測しようとする試みで開発がはじめられた。その古典的な方法として、1965年にHarlowらによって開発されたMAC(Marker and Cell)法^{(128),(129)}がある。MAC法では流れ場をオイラー座標系で解き、その中に質量のない仮想的なマーカー粒子を多数配置する。そしてこれら粒子の分布によって界面形状が決定される。界面形状の時間変化はこれらの粒子を対流場と共に移動させることによって得られる。しかし、流れ解析の効率が悪く、さらに界面の位置を正確に表現するためには膨大な数のマーカー粒子を必要とし、記憶容量と計算時間の点で問題がある。さらに界面位置の判定アルゴリズムが複雑になり、界面の形状や局所曲率を精度良く求めるのは困難である。そのため、表面張力の効果は考慮されていない。著者らが単一気泡を対象とした二次元詳細解析に関して報告した⁽¹³⁰⁾⁻⁽¹³³⁾後に、MAC法を用いてほとんど同じ二次元解析を試みた研究⁽¹³⁴⁾も報告されているが、気泡体積の保存や表面張力の算定などMAC法の持つ幾つかの課題は解決されていない。一方、MAC法の計算効率の問題点を克服すべく、より単純な速度と圧力場の求解方法を有する手法としてSMAC(Simplified Marker and Cell)法^{(135),(136)}が開発された。スカラ・ポテンシャルのポアソン方程式を解くことによって速度場と圧力場を求める手法の開発によって、速度場と圧力場の求解効率は向上したが、界面を表すのに多数のマーカー粒子を必要とする点は変わらず、かつMAC法と同様に表面張力を考慮していないため、気泡流の詳細解析を実現するにはSMAC法も用いても依然課題が多い。なお、SMAC法に表面張力の影響を加味する方法も提案されている⁽¹³⁷⁾が、実用化までには至っていない。SOLA(SOLution ALgorithm)法⁽¹³⁸⁾は、MAC法やSMAC法のような圧力やスカラ・ポテン

シャルに関するポアソン方程式の求解部分を、その方程式系を優対角近似した式による速度と圧力の同時反復解法に変更した手法である。これによって、求解アルゴリズムが単純になっており、HSMAC法(Highly Simplified Marker and Cell Method)とも呼ばれている⁽¹²⁷⁾。この手法に、計算体系外周の境界における圧力の境界条件を考慮することによって、SOLA法よりさらに数倍良い計算効率を達成できることが示されている改良SOLA法⁽¹³⁹⁾が提案されており、有力な流体解析手法であると考えられる。このSOLA法を利用して、より少ない変数で自由表面を含む流れを予測する方法としてSOLA-SURF⁽¹⁴⁰⁾が提案されている。この数値解法では、自由表面の形状を波の高さを表わす波高関数を用いて少ない変数で表現できる。このため、水平流路内層状二相流などの数値解析に適用できると思われる。また、自由表面の形状が明確に表現されるので、自由表面における境界条件を考慮することができる。しかし、自由表面の傾きが大きい場合や自由表面を一価の波高関数で表せない場合には適用できないという欠点があり、気泡流のように複雑な界面形状を呈する現象には利用できない。

VOF(Volume of Fluid)法^{(138),(141)}は、上記の数値解法の持つ欠点を克服するためにHirtらによって開発された手法で、計算セル内に占める液相体積率を表す関数を導入することによって、少ない変数によって複雑な気液界面の位置を表現できる。その結果、最小限の記憶容量で複雑な気液界面形状を有する気泡流を扱えると考えられる。気液界面の局所曲率を算出することができ、界面に作用する表面張力による効果を考慮して気泡流の詳細解析を行なえる可能性を有する。なお、VOF法の詳細については第2章で示す。VOF法によって時間と共に変動する自由表面を含む二次元スロッシング解析⁽¹³⁸⁾、二次元液滴の変形運動の解析⁽¹⁴²⁾などの幾つかの自由表面を有する流体の妥当な詳細解析が実現できることが、Hirtらによって例示されている。ところが、著者らがVOF法を利用して静止液中の単一気泡^{(130),(131)}や鉛直正方ダクト内気液二相気泡流⁽¹⁴³⁾⁻⁽¹⁴⁵⁾の二次元および三次元詳細解析結果を報告している以外に、VOF法を用いた気泡流の詳細解析例はほとんど見受けられない。一方で、近年VOF法を利用した次のような変形する自由表面を含む流れの数値解析が数多く試みられている。例えば、自由表面と移動する固体壁を有する流れの解析⁽¹⁴⁶⁾、自由表面を含む单相乱流解析⁽¹⁴⁷⁾、VOF法を有限要素法(FEM)に適用した自由表面流解析⁽¹⁴⁸⁾などが見られ、今後VOF法を利用した自由表面や気液界面を含む流れの詳細解析はますます盛んになるものと思われる。なお、気液界面を含む二相流の詳細解析手法としてSEA(Scalar Equation Algorithm)法⁽¹⁴⁹⁾が最近提案されているが、この手法は気液界面をあたかも物性が急激に変化する位置と見なして单相流解析のように解くもので、界面位置の時間変化は各

計算セル内の液相体積率の移流方程式を解くことによって界面の時間変化が得られる。このため、基本的にはVOF法と等しい数値解法であると言えよう。このようにVOF法は二相流の多次元詳細解析を実現するための最も有力な手法の一つとして多くの研究者に利用されようとしている。近年では多くの三次元流体解析の汎用プログラムの中でも気液界面や自由表面の表現手法として、VOF法が採用されている⁽¹⁵⁰⁾⁻⁽¹⁵²⁾。NASA-VOF3D⁽¹⁵⁰⁾やHOT-FLOW II⁽¹⁵¹⁾などでは、自由表面を扱うのが主な目的なため気泡内の流れは扱えず、気泡内の循環流動が流れに影響する条件には適用できない。FLOW-3D⁽¹⁵²⁾では気相内の流動も解かれているが、プログラムのソースは未公開である。FLUENTもVOF法を利用した特別版を計画しているが実現していない。このため、VOF法を用いた気泡流の三次元詳細解析を行なうためには、独自でプログラムを作成することが必要である。

以上の二相流詳細解析手法は、気液界面の形状を直接変数として扱うのではなく、液相体積率や高さ関数などによって界面位置を間接的に与えるものであった。その他に、界面の位置座標自体を変数として二相流の詳細解析を行なう手法も幾つか提案されている。ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法⁽¹⁵³⁾⁻⁽¹⁵⁵⁾はオイラー的な流れの扱いとラグランジュ的な流体の追跡を備えた手法で、計算格子の変形と再生成によって界面の時間変化を予測する二相流詳細解析手法である。ALE法を用いた数値解析例として、静止水中の単一水銀液滴の二次元解析⁽¹⁵⁴⁾が示されているが、最近になって、単一燃料液滴の二次元解析⁽¹⁵⁶⁾、単一気泡の二次元解析⁽¹⁵⁷⁾、二次元気泡の膨張・分裂解析⁽¹⁵⁸⁾などの解析例も報告されている。そのほか、境界要素法(Boundary Element Method)に基づく軸対称な二液滴の合体過程の解析⁽¹⁵⁹⁾、壁面への接近による気泡の変形解析、せん断流中の液滴の変形解析なども試みられている。また近年、BFC(Boundary Fitted Coordinate)法⁽¹⁶⁰⁾によって気液界面に沿った計算格子を設け、気液界面の時間的移動に合わせて計算格子を再生成していくことによって、界面形状の時間変化を解析する手法も提案されている。最近になって、このBFC法を用いた手法によって、静止液中単一気泡の定常二次元解析⁽¹⁶¹⁾、非定常二次元⁽¹⁶²⁾および三次元解析⁽¹⁶³⁾も行なわれるようになった。しかし、このような詳細解析手法では流れ場の求解部分以外に、格子の再生成にも非常に膨大な計算時間を要すること、多数の三次元気泡を含む複雑な解析対象に対しては計算格子の設定が困難なことや格子の移動に伴う変量の補間精度の問題など、気泡流の詳細解析の実現までには多くの課題が残されている。そのほかの界面を直接扱う詳細解析手法として、フロント・トラッキング法⁽¹⁶⁴⁾がある。流れ場はオイラー格子で解き、その体系の中を界面を直接表す三角形などの界面微小要素を追跡

する手法である。フロント・トラッキング法にも幾つかの計算手法が提案されており、気相の圧縮性を考慮した気液界面を通過する衝撃波の解析⁽¹⁶⁵⁾、振動液滴の二次元解析と表面張力を考慮した気相流れ中の二次元液滴の変形解析⁽¹⁶⁶⁾、レイリー・テイラーの不安定解析⁽¹⁶⁷⁾などの解析例が見られる。気泡流に関しては、最近になって Univerdiら⁽¹⁶⁴⁾が、静止液中の単一気泡、二気泡の合体、三次元単一気泡などのシミュレーション例を示しているが、物理的考察は行なわれていない。Esmaceliら⁽¹⁶⁸⁾は、著者らがVOF法を利用して行なった二次元揺動気泡や一様せん断流中の気泡の横運動に関する詳細解析⁽¹⁶⁹⁾⁻⁽¹⁷¹⁾を報告した後に、全く同様の解析をUniverdiらの詳細解析手法を用いて行ない、著者らと同様の結果を報告している。このフロント・トラッキング法はVOF法と同様に気泡流の詳細解析を実現するための有力なものと考えられる。界面位置はVOF法よりも非常に厳密に求められ、表面張力の効果も容易に取り入れられる。しかし、界面形状を表現するためにVOF法よりも非常に多くの記憶容量を必要とすること、および界面を表現する微小要素の再生成などに工夫が必要であることなどの問題点を有する。

1.4 気泡流中の気泡挙動の支配因子

気泡流中の気泡の挙動は多種多様な因子による影響を受け、しかもそれぞれの影響は相互作用し合う。そのような諸因子が気泡挙動に及ぼす影響を良好に予測できれば、気泡流の精度の良い予測が実現できる。また、それら諸因子が作用する気泡挙動に関する物理的考察は、気泡流中の気泡運動を理解するうえで不可欠である。そこで本節では、まず気泡流中の気泡挙動に影響を及ぼす因子を抽出する。そして、それら諸因子に支配される様々な気泡挙動を選定し、以下の章で行なっていくべき解析対象を示す。

まず気泡挙動の最も基本的な素過程である無限静止液中における単一気泡の挙動に影響を及ぼす諸因子を第(1)の因子として列挙する。無限静止液中を運動する単一気泡には、圧力、表面張力などの表面力と重力、慣性力などが作用する。このような静止液中の単一気泡の終端速度や形状などに影響を及ぼす因子として次のものが挙げられる。

(1) 気泡径、気液両相の密度と粘性係数、表面張力、重力

ところで、無限静止液中を運動する単一気泡は幾つかの無次元数によって支配されることが知られている^{(39),(40),(45)}。特に化学工学の分野では、このような単一気泡の終

端速度や形状などを各種無次元数によって整理する試みがなされてきた^{(2),(41),(68)}。ところが、これまでの気泡流の研究では、その流動現象の複雑さから無次元数による整理はなされていない。そこで本研究では、各種の無次元数によって気泡流の流動を整理できるか検討することにする。なお、気泡流に関する無次元数については次の第2章で検討する。

さて、気泡流中を流動する気泡は、静止液中の気泡に影響を及ぼす上記(1)の各因子に加えて、以下の諸因子に影響を受ける。

- (2) 気泡自身によって誘起される渦
- (3) 壁の間接的影響（非接触）
- (4) 壁の直接的影響（接触）
- (5) 液相の速度勾配
- (6) 他の気泡による間接的影響（非接触）
- (7) 他の気泡による直接的影響（接触）
- (8) 液相固有の乱流の影響

以上の因子が気泡流中の気泡挙動に影響を及ぼす主たるものである。ここで、これらの様々な因子に影響を受ける気泡の例を表1.1に示す。表中の○印はその気泡が影響を受ける因子を表し、△印は影響を受ける可能性がある因子を表す。ただし、(h)の気泡流を除いた(a)から(g)の全ての気泡は層流条件におけるものである。表中、(a)から(c)までの各々の気泡は以下に示すものである。

- (a) 無限静止液中の単一気泡
- (b) 静止液中を揺動運動する単一気泡
- (c) 鉛直円管内静止液中の単一大気泡
- (d) 一様せん断流中の単一気泡
- (e) 無限静止液中の直列二気泡

液相中に気泡が存在すると、条件によっては気泡下部の伴流域に渦が生じることが知られている^{(46),(48)}。この渦は気泡自身の界面によって誘起されるもので、気泡径と同程度の空間的スケールを有する。(b)の気泡の揺動運動は、このような気泡自身によって誘起された渦とその気泡自体とが相互作用し合った結果生じる典型的な気泡挙動である。(c)の気泡は気泡径よりも小さな内径をもつ鉛直円管に周囲を取り囲まれた単一の大気泡のことで、テラー気泡とも呼ばれている⁽⁶⁾。大気泡は、気泡と円管の隙間に形成される液膜を介して、壁から間接的に強い影響を受ける。鉛直管内を運動する小気泡も壁の影響を受けて上昇速度などが変化することが知られている⁽¹⁷²⁾が、その

表1.1 様々な因子に影響を受ける気泡

影響因子	(1)物性 気泡径 ^{注1}	(2)自己 生成渦	(3)流路 壁	(5)速度 勾配	(6)他の 気泡	(7)合体 分裂 ^{注2}	(8)液相 乱流 ^{注3}
(a) 静止液中 単一気泡	○						
(b) 静止液中 揺動気泡	○	○					
(c) 円管内単 一大気泡	○	△	○				
(d) 剪断流中 単一気泡	○	○		○			
(e) 静止液中 直列気泡	○	○			○		
(f) 低 α_G 層流 気泡流	○	○	○	○	○	△	
(g) 高 α_G 層流 気泡流	○	○	○	○	○	○	
(h) 高 α_G 乱流 気泡流	○	○	○	○	○	○	○

○：影響を及ぼす因子

△：影響を及ぼす可能性がある因子

注1：気液両相の物性値、表面張力、重力などの影響

注2：気泡の合体と分裂

注3：液相固有の乱れ

影響は大気泡に比べて小さく、本研究では大気泡を解析対象にする。(d)の気泡は、液相の速度分布による気泡への影響を示す最も基本的なものであり、管内気泡流中の気泡に作用する揚力(横方向力)について考察するのに重要な対象であろう。(e)の気泡現象は、複数の気泡間の相互作用がある最も単純な系であり、無限静止液中を鉛直に並んで上昇する二つの気泡の接近過程を示す。

この表は、(a)の気泡は(1)の気泡径や物性などの諸因子にのみ支配されることを示す。逆に言うと、(a)の気泡挙動を詳細解析によって妥当に予測できれば、(1)の諸因子が気泡挙動に及ぼす影響を適切に評価できているものと考えられる。それに加えて(b)の揺動気泡の挙動も妥当に予測できれば、(2)の因子も妥当に評価できると言える。(a)から(c)までの各気泡挙動を妥当に予測できれば、(1),(2),(3),(5),(6)の因子が気泡挙動に及ぼす影響を妥当に予測できることになる。すると、(f)に挙げた気泡の合体が起こらない範囲の気相体積率が低い層流気泡流の詳細解析を実現できる可能性が示されたことになる。

ところで、(4)の因子は気泡の一部を壁面に接触しつつ運動する滑走気泡(Sliding Bubble)などがこの因子に強く支配される代表例である。そのほか工業上では、流路壁または気泡注入口からの気泡の離脱しやすさに影響し、実験的研究⁽¹⁷³⁾⁻⁽¹⁷⁵⁾が行なわれている。この際問題となるのは、圧力、慣性力、表面張力以外に、気液界面と壁面との濡れ性であり接触角である。これには壁面の形状・荒さや材質による特性、あるいは流体の汚れに大きく左右される分子間力などの分子レベルでの問題も多い。(7)の因子は気泡の合体や分裂などに関連する因子である。これも前項と同様に分子数個分の厚さで形成されている気液界面での分子間力によるもので、汚れなどに左右される。これに対して確率論的に扱うなどの対応をした研究⁽¹¹⁹⁾も見られるが、本論文ではこれに関する議論はしない。(8)の因子は、単相流におけるいわゆる乱流であり、気泡流研究において重要な因子と見なされているが、本論文ではひとまず対象とせず、まずは基本となる層流条件での気泡挙動について検討することにする。

1.5 本研究の目的と方法

以上の背景に対して、本研究の目的を示す。

(1)まず第1の目的はこれまでほとんど行なわれていない瞬時局所的な基礎方程式に基づく気泡流の詳細解析を実現することとする。その計算結果の妥当性は、気泡の上昇速度、形状、運動軌跡などの計算結果と実験結果を比較検討することによって確認

する。

(2)計算結果の妥当性を検証するための実験データベースがない場合には、本研究において観察測定実験を行ない、データベースを取得することも本研究の目的の一つとする。

(3)第3の目的は、計算の妥当性が確認された気泡に関して、その周囲の速度分布や圧力分布などの詳細解析結果をもとに、気泡の揺動運動や横運動などに関する物理的機構について考察することとする。

(4)第4の目的は、これまでは気泡径などの有次元量によって整理されてきた気泡の揺動運動、大気泡の形状、気泡間の相互作用、気泡の横運動、気泡流のボイド分布などを、各種の無次元数によって整理できるか検討し、より普遍的な構成方程式の提示に役立つ情報を提供する。

(5)最後の目的として、詳細解析結果に基づいて、鉛直管内気泡流のボイド分布を支配する気泡に働く横方向力のモデルを提案することとする。

以上の目的に対して、本研究では以下の方法で研究を進めていく。

まず本研究で用いる詳細解析プログラムには、数多くの既存の数値計算手法の中から、複雑な界面挙動を扱える現状で最も有力な数値解法であろうVOF法^{(138),(141)}による界面の取り扱い手法、富山らによって提案された非圧縮性流体を計算効率良く求解できる改良SOLA法⁽¹³⁹⁾、および界面位置を表わす液相体積率の移流方程式を解く手法として数値拡散が小さいドナー・アクセプター法⁽¹⁴¹⁾などの既存の数値計算手法を採用することにする。そして、これらを利用した気泡流の詳細解析プログラムを作成することを本研究の第一段階とする。

現実の気泡流はその気液界面の形状と時間的变化が非常に複雑で、さらに界面は非常に数多く存在している。現状の計算機能力では、非常に多数の気泡を含む気泡流の中に存在する全ての界面における境界条件を考慮して流れ場を直接解くことは困難である。一方、急速に発達してきた現在の計算機能力と様々な既存の数値解法や数値計算技術を利用すれば、気泡運動に関連する単純な系に関しては求解可能になってきていると思われる。そこで本論文では、まず層流条件下で様々な因子に影響を受ける流れ場中を運動する一個から数個の気泡の挙動を対象として、詳細解析実現の可能性を検討する。そして気相体積率が小さく気泡の合体や分裂のない層流条件における気泡流を対象とし、その条件における気泡流のボイド分布の形成機構などについて考察することとする。なお、計算プログラム作成上の容易さ、記憶容量と計算時間などの計算機環境からの制約、各種の無次元パラメータを広範囲にわたって変化させた数値解

析の実行のため、計算データの処理の手軽さ、系の単純さによる物理的考察の行ない易さなどの理由から、本研究での詳細解析の第一段階では二次元解析を行なうこととする。そのうち、軸対称な気泡については二次元軸対称円筒座標系で計算し、定量的な検討も行なう。ただし、気泡流のボイド分布解析などの軸対称でない対象については、二次元平面座標系における定性的検討に留める。一方、実際の鉛直管内気泡流のボイド分布の定量的に妥当な詳細解析は、三次元解析でなければ実現できない。そこで二次元解析による検討を重ねた後に、計算プログラムを三次元解析用に拡張し、典型的な例について三次元詳細解析を行なう。そして、三次元計算結果に基づいて気泡流のボイド分布の形成機構や気泡の横方向への運動機構などについて考察する。

さらに、静止液中あるいは液相速度に勾配がある流れ場中の気泡周囲の速度分布や圧力分布などの詳細解析結果は、二流体モデルや粒子追跡法などで使用されている構成方程式で採用されている様々な仮定に対する理論的裏付けを提供したり、あるいはより精度が良く明確な物理的根拠に基づく構成方程式を新たに作成するための有用な情報源になる。そこで、本研究では気泡の揺動運動や横運動などに関する物理的機構について詳細解析結果をもとに考察する。また、詳細な気泡挙動に関する数値実験データベースは、今後新たに作成された二相流のモデルや詳細解析手法の妥当性を検証するのにも役立つと思われる。

また、これまでは気泡径や気液各相体積流束などの有次元量によって整理されてきた気泡の揺動運動、大気泡の形状、気泡間の相互作用、気泡の横運動、気泡流のボイド分布などを、無次元数によって整理できるか検討するために、支配方程式の無次元化などによって気泡流に関する無次元数について整理検討する。そして、選定した各種の無次元数をパラメータとして計算結果を考察していく。

ところで、鉛直管内上昇気泡流のカルデラ型やベル型のボイド分布は、ボイドを構成する気泡の横方向運動によって決定される。そこで本論文では、気泡の横運動を支配する液相上昇流中の気泡に働く横方向力について、その気泡周囲の液相速度分布の三次元詳細解析結果をもとに考察し、気泡に働く幾つかの横方向力に関するモデルを提案する。そして、単純な粒子追跡法の数値解析プログラムを作成し、提案した横方向力モデルを組み込むことによって得られる気泡の運動軌跡の計算結果と、実験あるいは詳細解析によって得られた気泡の運動軌跡を比較検討することによって、提示したモデルの妥当性を検証することにする。

1.6 本論文の構成

本論文の第2章以下における構成を示す。

第2章では、対象とする気液二相流の瞬時局所的な基礎方程式および気液界面における境界条件を示す。そして、既存の数値計算手法の中から選出した手法を利用して作成した本詳細解法プログラムの概要を示す。さらに、基礎方程式の無次元化などを行ない、気泡流に関する各種の無次元数について検討する。

第3および4章では、計算機容量や計算時間などを考慮してまず気泡運動に関する二次元解析を行なう。そのうち第3章では、まず静止液中を鉛直に上昇する軸対称な挙動を示す気泡運動を取り扱い、軸対称二次元円筒座標系での詳細解析を行なう。ここで対象とするのは、無限静止液中を鉛直上昇する単一気泡、無限静止液中を直列に並んで上昇する二気泡間の干渉、および鉛直円管内における静止液中の単一大気泡とする。この詳細解析によって、軸対称な気泡の形状や運動などについては定量的検討が可能になる。

管内気泡流のボイド分布について検討するためには、気泡の横方向運動について検討する必要がある。そこで、第4章では、液相速度勾配中の気泡の横方向運動を対象とする。しかし、軸対称円筒座標系では気泡の横運動のような非対称な挙動は扱えない。そこで二次元(x,y)座標系で二次元気泡の横運動に関する詳細解析を行ない、定性的考察を行なう。また、液相速度勾配が零である静止液中の揺動気泡の詳細解析も本章で行ない、揺動する気泡の物理的機構などについて検討する。そして最後に、二次元気泡流の詳細解析を試みる。

気泡流のボイド分布などに関する定量的に妥当な詳細解析を実現し、かつ計算結果に基づく横方向力のモデルを提案するためには、三次元解析が絶対不可欠である。そこで第5章では、三次元(x,y,z)座標系における気泡流の瞬時局所的基礎方程式に基づく詳細解析を試みる。ここでは、無限静止液中における単一気泡の終端速度と形状を三次元に拡張した計算プログラムによって良好に予測できることを確認したうえで、鉛直正方ダクト内上昇気泡流の詳細解析を行なう。

第6章では、気泡流の様々なボイド分布を形成する各気泡の横運動に注目し、気泡の横運動に及ぼす各種の無次元数の影響について調べる。また、流路壁方向あるいは逆に流路中心方向に横運動する気泡周囲の速度分布の計算結果に基づいて、気泡に働く横方向力について考察する。そして、これまでは実験結果や理論解析結果に基づいて提案されてきた気泡に働く横方向力のモデルに対して、本論文の最後には本研究で得られる詳細解析結果に基づく横方向力のモデルを提案する。そして、そのモデルの

妥当性についても検証する。

第7章に、本論文の結論を述べる。

第1章の参考文献

- (1)Winnikow, S. and Chao, B. T., *The Physics of Fluid*, 9-1, (1966), 50.
- (2)Clift, R., Grace, J.R.,Weber, M.E., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, (1978).
- (3)松崎, ほか 2 名, *化学工学論文集*, 5-4, (1979), 385.
- (4)Stenning, A. H. and Martin, C. B., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 90-2, (1968), 106.
- (5)轟, ほか 2 名, *機論B編*, 38-312, (1977), 2085.
- (6)日本機械学会編, *気液二相流技術ハンドブック*, コロナ社, (1989).
- (7)植田, *気液二相流*, 養賢堂, (1989).
- (8)赤川, *気液二相流*, *機械工学体系11*, コロナ社, (1974).
- (9)日本原子力学会編, *原子力における熱流体数値解析の現状*, (1988).
- (10)Colin, C. and Dulker, A. E., *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.17-4, (1991), 533.
- (11)Zhao. I. and Rezkallah, K.S., *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.19-5, (1993), 751.
- (12)Lahey, R. T. Jr., *ICHMT Int. Semiar on Transient Phenomena in Multiphase Flow*, Dubrounik, Yugoslavia, (1987).
- (13)Neal, L. G. and Bankoff, S. G., *AIChE J.*, 11-4, (1965), 624.
- (14)飯田, ほか 2 名, *日本原子力学会誌*, Vol.9-1, (1967), 2.
- (15)世古口, ほか 3 名, *機論B編*, 40-336, (1974), 2295.
- (16)Serizawa, A. and Kataoka, I., *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.2, (1975), 221.
- (17)Jones, O. C. and Delhay, J., *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.3, (1976), 89.
- (18)井上, ほか 3 名, *機論B編*, 42-360, (1976), 2521.
- (19)Serizawa, A., et al., *IUTAM Symp. Nancy, France*, (1983).
- (20)Serizawa, A. and Kataoka, I., *ICHMT Int. Semiar on Transient Phenomena in Multiphase Flow*, Dubrounik, Yugoslavia, (1987), 179.
- (21)Serizawa, A., Kataoka, I. and Michiyoshi, I., *Int. J. Multiphase Flow*, 2, (1974), 221.
- (22)Serizawa, A., Kataoka, I. and Michiyoshi, I., *Int. J. Multiphase Flow*, 2, (1974), 235.
- (23)大場, ほか 3 名, *機論B編*, 42-363, (1976), 3560.
- (24)大場, 湯原, *機論B編*, 48-425, (1982), 78.
- (25)指宿, ほか 2 名, *機講論*, No.944-2, (1994), 130.
- (26)日向, *機論B編*, 38-306, (1972), 351.
- (27)Takada, K., et al., *Proc. Int. Conf. on Multiphase Flows '91-Tsukuba*, (1991), 381.
- (28)Takamasa, T. and Iijima, N., *Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba*, (1991), 469.
- (29)Hassan, Y. A., et al., *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.18-3, (1992), 371.
- (30)賞雅, 三好, *機論B編*, 59-564, (1993), 63.
- (31)Kataoka, I. et al., *NUREG/CR-4029, ANL-84-68*, (1984).
- (32)小林, ほか 2 名, *機論B編*, 35-280, (1969), 2365.
- (33)Lee, S.L., et al., *混相流*, 3, (1989), 335.

- (34) Kataoka, I., et al., Chem. Eng. Comm., Vol.118, (1992), 221.
- (35) Kataoka, I., et al, NED., 141, (1993), 145.
- (36) Peebles, F. N. and Garber, H. J., Chem. Eng. Prog., 49-2, (1953), 88.
- (37) 只木, 化学工学, 23, (1959), 181.
- (38) Harmathy, T. Z., AIChE. J., 6-2, (1960), 281.
- (39) Grace, J. R., Trans. Instn. Chem. Engrs., 51, (1973), 116.
- (40) Grace, J. R., et al., Trans. Instn. Chem. Engrs., 54, (1976), 167.
- (41) 化学工学協会, 気泡・液滴・分散工学, (1969).
- (42) 只木, 前田, 化学工学, 25-4, (1961), 254.
- (43) Kojima, E., et al., J. Chem. Engng of Japan, Vol.1-1, (1968), 45.
- (44) Wairegi, T. and Grace, J. R., Int. J. Multiphase Flow, Vol.3, (1976), 67.
- (45) Bhaga, D. and Weber, M. E., J. Fluid Mech., 105, (1981), 61.
- (46) Parlange, J. Y., J. Fluid Mech., Vol.37-2, (1969), 257.
- (47) Coppus, J. H., et al., Trans. Instn. Chem. Engrs, Vol.55, (1971), 122.
- (48) 矢部, 国井, 化学工学論文集, 2-2, (1976), 144.
- (49) Lindt, J. T. and Groot, R. G. F., Chem. Engng, Sci., Vol.29, (1974), 957.
- (50) Hnat, J. G. and Buckmaster, J. D., Phys. of Fluids, Vol.19-2, (1976), 182.
- (51) 矢部, 国井, 化学工学論文集, 4-3, (1978), 252.
- (52) Zuber, N. and Findlay, J. A., Trans. ASME, J. Heat Transfer, 87-4, (1965), 453.
- (53) Liles, D., et al., NUREG/CR-3567, (1984).
- (54) Ransom, V. H., et al., NUREG/CR-1836, (1982).
- (55) Michiyoshi, I. and Serizawa, A., Proc. of Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, Lake Placid, U.S.A., (1984).
- (56) Liu, T. J., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, Vol.1, (1991), 453.
- (57) Matsui, G. and Monji, H., Proc. Japan-German Seminar on Multi-phase Flow, KfK-5389, (1994), 35.
- (58) Bankoff, S. G., J. Heat Transfer, Vol.82-2, (1960), 265.
- (59) Levy, Trans. ASME, J. Heat Transfer, 85-2, (1963), 137.
- (60) 世古口, ほか 2 名, 機論B編, 40-333, (1974), 1395.
- (61) 佐藤, ほか 3 名, 機論B編, 43-370, (1977), 2288.
- (62) 飯屋崎, 機論B編, 53-487, (1986), 744.
- (63) 日向, ほか 2 名, 機論B編, 43-366, (1977), 676.
- (64) 日向, 第17回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1980), 26.
- (65) Kataoka, I. and Seriawa, A., ASME FED, Vol.110, Proc. 1st ASME/JSME Fluid Engng. Conf. Portland, (1991), 59.
- (66) Hartunian, R. A. and Sears, W. R., J. Fluid Mech., 3, (1957), 27.
- (67) 久保田, ほか 2 名, 化学工学, 31-11, (1967), 1074.
- (68) 柘植, 日比野, 化学工学, 35-1, (1971), 65.
- (69) Zun, I., Proc. World Cong. III of Chem. Eng., Vol.2, Tokyo, (1986), 214.

- (70)Tsuge, H. and Hibino, S. J. Chem. Eng., 10, (1977), 69.
- (71)Saffman, P. G., J. Fluid Mech., 22-2, (1965), 385.
- (72)Auton, T. R., J. Fluid Mech., Vol.183, (1987), 199.
- (73)例えば芹沢, 混相流シボ'シム'94講演論文集, (1994), 36.
- (74)Rouhani, Z., Int. J. Multiphase Flow, Vol.3, (1976), 35.
- (75)Sato, Y. and Sekoguchi, K., Int. J. Multiphase Flow, Vol.2, (1975), 79.
- (76)Sato, Y., et al., Int. J. Multiphase Flow, Vol.7, (1981), 167.
- (77)Sato, Y., et al., Int. J. Multiphase Flow, Vol.7, (1981), 179.
- (78)Drew, D.A. and Lahey, R. T. Jr., J. Fluid Mech., Vol.117, (1982), 91.
- (79)Drew, D.A., Cheng, L. and Lahey, R. T. Jr., Int. J. Multiphase Flow, 5, (1979), 233.
- (80)Cook, T, L, and Harlow, F. H., Int. J. Multiphase Flow, Vol.10-6, (1984), 691.
- (81)Drew, D.A. and Lahey, R. T. Jr., Int. J. Multiphase Flow, Vol.13-1, (1987), 113.
- (82)Lahey, R. T. Jr., et al., NED, 141-1, 2, (1993), 177.
- (83)Antal, S. P., et al., Int. J. Multiphase Flow, 17-5, (1991), 635.
- (84)Wallis, G. B. and Richter, H., Thayer School of Engineering Report, Dartmouth Colledge, (1973).
- (85)Drew, D. A. and Lahey, R. T. Jr., Trans. ASME, J. Fluids Engng., Vol.103, (1981), 583.
- (86)芹沢, ほか 2 名, 機講論, 824-11, (1982), 13.
- (87)Sluyter, W. M., et al, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.25-8, (1982), 1103.
- (88)Beyerlein, S. W., et al., Int. J. Multiphase Flow, Vol.11-5, (1985), 629.
- (89)Rubinow, S. I. and Keller, J. B., J. Fluid Mech., 11, (1961), 447.
- (90)Bretherton, F. P., J. Fluid Mech., 14, (1962), 284.
- (91)Segre, G. and Silberberg, A., J. Fluid Mech., 14, (1962), 115.
- (92)Segre, G. and Silberberg, A., J. Fluid Mech., 14, (1962), 136.
- (93)Cox, R. G. and Brenner, H., Chem. Eng. Sci., 23, (1968), 147.
- (94)Ho, B. P. and Leal, L. G., J. Fluid Mech., Vol.65-2, (1974), 365.
- (95)Vasseur, P. and Cox, R. G., J. Fluid Mech., Vol.78-2, (1976), 385.
- (96)Engelmann, H. E., Meerestechnik, Vol.9, No.4, (1978), 115.
- (97)Delhaye, J. M. et al., "Thermohydraulics of Two-Phase System for Industrial Design and Nuclear Engineering", McGraw-Hill Book Company, (1981), 95.
- (98)片岡, 混相流, 4-4, (1990), 275.
- (99)Ishii,M.,Thermo-Fluid Dynamics Theory of Two-Phase Flow, eyrolles,(1975).
- (100)Delhaye, J. M., CEA-R-3429, (1968).
- (101)日本原子力学会編, "気液二相流の数値解析", 朝倉書店, (1993), 64.
- (102)Meyer, J. E., WAPD-BT-20, Westinghouse Electric Company, (1960).
- (103)Thom, J. R. S., Int. J. Heat Mass Transfer, 7, (1964), 709.
- (104)Liles, D., et al., NUREG/CR-3858, LA-10157-MS, (1986).
- (105)Ransom, V. H., et al., NUREG/CR-1826, (1981).
- (106)Ransom, V. H., et al., NUREG/CR-4312, (1985).

- (107)Thurgood, M. J., et al., NUREG/CR-3046, PNL-4385, (1983).
- (108)秋元, ほか3名, JARERI-M 84-202, (1984).
- (109)Moore, K. V., et al., NP-408, (1977).
- (110)富山, ほか 3 名, 機講論, No.930-9, (1993), 176.
- (111)湊, ほか 3 名, 日本伝熱ソポジウム講演論文集, (1994), 133.
- (112)Wang, D. M., et al., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 141.
- (113)Van, D. T., et al., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 277.
- (114)富山, 混相流ソポジウム'94講演論文集, (1994), 11.
- (115)松本, 熱流体アナリシス研究会資料, (1990).
- (116)村井, 松本, 混相流ソポジウム'94講演論文集, (1994), 169.
- (117)Mortensen, G. A. and Trapp, J. A., Proc. Japan-U.S. Seminar Two-Phase Flow Dynamics, Berkeley, California, (1992), 85.
- (118)Zun, I., et al., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, 1, (1991), 463.
- (119)Zun, I, et al., Int. J. Multiphase Flow, Vol.19-1, (1993), 151.
- (120)Kim, J. et al., J. Fluid Mech., 177, (1987), 133.
- (121)湯, ほか 2 名, 機論B編, 60-572, (1994), 54.
- (122)Chen, X. Q. and Pereira, J. C. F., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 217.
- (123)Yang, X. and Thomas, N. H., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 259.
- (124)ランダウ=リフシッツ, (竹内訳), "流体力学1", 東京図書, (1970), 253.
- (125)日本流体力学会編, "流体力学ハンドブック", (1987), 18.
- (126)Delhaye, J. M., Int. J. Multiphase Flow, Vol.1, (1974), 395.
- (127)棚橋, 機械の研究, 37-3, (1985), 383.
- (128)Harlow, C.W. and Welch, J. E., Physics of Fluids, 8-12, (1965), 2182.
- (129)Weich, J.E., LA-3425, (1966).
- (130)富山, ほか 3 名, 混相流ソポジウム'90講演論文集, (1990), 49.
- (131)富山, ほか 3 名, 機論B編, 57-539, (1991), 2167.
- (132)Tomiyama, A., et al., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, 1, (1991), 373.
- (133)Tomiyama, A., et al, Int. J. JSME, Ser. B, 36-1, (1993), 51.
- (134)西原, ほか 2 名, 機論B編, 59-562, (1993), 126.
- (135)Amsden, A.A. and Harlow, F.H., LA-4370, (1970).
- (136)高橋, "コンピュータによる流体力学<演習>", 構造計画研究所, (1985), 112.
- (137)Daly, B. J., J. Comput. Phys., 4, (1967), 97.
- (138)Nichols, B.D., et al., LA-8355, (1980).
- (139)富山, 平野, 機論B編, 58-551, (1992), 131.
- (140)Hirt, C. W. et al., LA-5852, (1975).

- (141)Hirt, C.W. and Nichols,B.D., J. Comput. Phys.,39, (1981), 201.
- (142)Hirt, C. W. and Nichols, B. D., Trans. ASME, Vol.103, (1981), 136.
- (143)宋, ほか 3 名, 機講論, 熱工学部門講演会論文集, No.930-76, (1993), 30.
- (144)富山, ほか 3 名, 機論B編, 60-576, (1994), 2678.
- (145)Tomiyaama, A., et al., Proc. Japan-German Seminar on Multi-phase Flow, KfK-5389, (1994), 487.
- (146)Kelkar, K. M. and Patankar, S. V., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 169.
- (147)萩原, 班目, 機論B編, 57-534, (1991), 412.
- (148)鷗飼, 機論B編, 56-531, (1990), 3248.
- (149)Pericleous, K. A. and Chan, K. S., Proc. ASME., FED., Summer Mtg. on Numerical Methods in Multiphase Flows, Vol.185, Lake Tahoe, NV., U.S.A., (1994), 227.
- (150)Torrey, M. D. et al., LA-1009-MS, (1987).
- (151)吉川, 近藤, "HOTFLOWII使用手引書", 構造計画研究所.
- (152)Hirt, C. W., FSI-87-00-3, (1987).
- (153)Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., J. Comput. Phys., 14, (1974), 227.
- (154)Amsden, A. A., et al., LA-8095, (1980).
- (155)Amsden, A. A. and Ruppel, H. M., LA-8905, (1981).
- (156)牧田, 林, 機構論, 920-92, (1992), 173.
- (157)増淵, ほか 2 名, 機講論, 934-2, (1993), 34.
- (158)Tipton, R. E., et al., Int. J. JSME, Ser.2, Vol.35,-1, (1992), 67.
- (159)van de Vorst, G. A. L., et al., J. Comput. Phys., Vol.100, (1992), 50.
- (160)Tompson, J. F., et al., J. Comput. Phys., 24, (1977), 245.
- (161)Ryskin, G. and Leal, L. G., J. Fluid Mech., 148, (1984), 1.
- (162)高木, 松本, 混相流ソポジウム'92講演論文集, (1992), 115.
- (163)高木, 松本, 混相流ソポジウム'94講演論文集, (1994), 161.
- (164)Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., J, Comput. Phys., 100, (1992), 25.
- (165)Chern, I. L.et al., J. Comput. Phys., 62, (1986), 83.
- (166)Fyfe, D. E., et al., J. Comput. Phys., 76, (1988), 349.
- (167)Tryggvason, G., J. Comput. Phys., 75, (1988), 253.
- (168)Esmaeeli, A., et al., Proc. IUTAM Symp.-Birmingham, U.K., (1993), 247.
- (169)宋, ほか 2 名, 混相流ソポジウム'92講演論文集, (1992), 111.
- (170)Tomiyaama, A., et al., Proc. Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, Barkeley, California, (1992), 67.
- (171)Tomiyaama, A., Nuclear Engng. and Design, Vol.141, (1993), 69.
- (172)日本流体力学会編, "混相流体の力学", 朝倉書店, (1991), 41.
- (173)只木, 化学工学, 24-8, (1960), 51.
- (174)拓殖, ほか 3 名, 化学工学論文集, 13-6, (1987), 857.
- (175)Michael, S. L., et al., J. Fluid Mech., Vol.230, (1991), 365.

第2章 気泡流の基礎方程式と数値解法

2.1 緒言

本研究では、気液界面を表現する方法、速度および圧力場を解く方法、気液界面を時間的に移動させる方法などに、これまで提案されている様々な数値解析手法の中から最適なものを選び、それらを利用して気泡流の詳細解析プログラムを作成する。そこでまず、基礎方程式とする瞬時局所的に成立する気液二相流の質量、運動量などの保存式^{(1),(2)}および気液界面において成立する境界条件⁽³⁾⁻⁽⁵⁾を示す。そして、本詳細解析プログラムの概要を示す。

また、本研究では気泡流の流動現象を整理するパラメータとして、従来の大部分の研究で用いられている気泡径や各相体積流束などの有次元量を用いず、各種の無次元量を用いる。そこで、基礎方程式の無次元化などによって、気泡流に関連する各種の無次元数について検討する。

2.2 基礎方程式と気液界面における境界条件

まず対象とする気液二相気泡流の基礎方程式および界面における境界条件を示す。本研究では、気泡流に関する気泡運動の物理的機構などを数値解析によって検討することを一つの主要な目的としているため、気液各相について瞬時局所的に成立する基礎方程式を、平均化やモデル化を行なうことなく直接解く。ただし、本研究では以下の仮定のもとにおける気泡流を対象とする。

(1)非加熱系の気泡流を対象とし、沸騰や凝縮などの相変化はないものとする。よって、気液界面を通じて質量の輸送はない。

(2)常温常圧の気泡流を対象とし、気液両相の圧縮性の影響は小さいと見なす。そして、両相とも非圧縮性のニュートン流体とする。これは、本研究で対象としている常温常圧の流路代表長さが10mmから25mm程度鉛直管内気泡流の場合、鉛直方向への圧力降下は重力によるものが大部分で、摩擦による圧力降下は小さい。そのため、鉛直方向に10mの流路区間でも圧力変化は約1気圧しかない。ここで例えば5mmの気泡が25mm移動する間の気泡の体積変化は0.01%未満に過ぎない。このため、ある一定の位置における気泡流のボイド分布を考える本研究では、気相の圧縮性の影響は無視できることになる。

(3)層流条件での気泡流を対象とし、乱流応力などは考慮しない。

(1),(2)の仮定によってエネルギーの保存式を考慮する必要はなくなる。上記の仮定のもとで気液各相に対して瞬時局所的に成立する質量と運動量の保存式を以下に示す。

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_K = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho_K \frac{\partial \mathbf{v}_K}{\partial t} + \rho_K (\mathbf{v}_K \cdot \nabla) \mathbf{v}_K = -\operatorname{grad} p + \rho_K \mathbf{g} + \mu_K \nabla^2 \mathbf{v}_K \quad (2.2)$$

ここで、 \mathbf{v} は速度ベクトル、 ρ は密度、 t は時刻、 p は圧力、 \mathbf{g} は単位体積当たりの体積力、 μ は粘性係数を示す。下付き添字 K は $K=G$ (気相)または L (液相)を表す。

以上の各式を本詳細解析での基礎方程式とする。なお、本論文では、二次元軸対称 (r, z) 円筒座標系、二次元 (x, y) 座標系、および三次元 (x, y, z) デカルト座標系の三種類の座標系での詳細解析を行なう。

次に、気液界面における速度および応力の境界条件を示す^{(1),(3)-(5)}。図2.1に示した界面において瞬時局所的に成立する質量に関する境界条件は次式で与えられる⁽¹⁾。

$$\rho_L (\mathbf{v}_{L \text{int}} - \mathbf{v}_{\text{int}}) \cdot \mathbf{n}_L + \rho_G (\mathbf{v}_{G \text{int}} - \mathbf{v}_{\text{int}}) \cdot \mathbf{n}_G = 0 \quad (2.3)$$

ここで、 $\mathbf{v}_{K \text{int}}$ は K 相の界面における速度ベクトル、 \mathbf{v}_{int} は界面速度ベクトル、 \mathbf{n}_K は K 相から他相方向に向いた界面の単位法線ベクトルを示す。なお、左辺の両項はともに単位時間・単位界面面積当たりの相間の質量輸送量に相当し、これを次式で定義する。

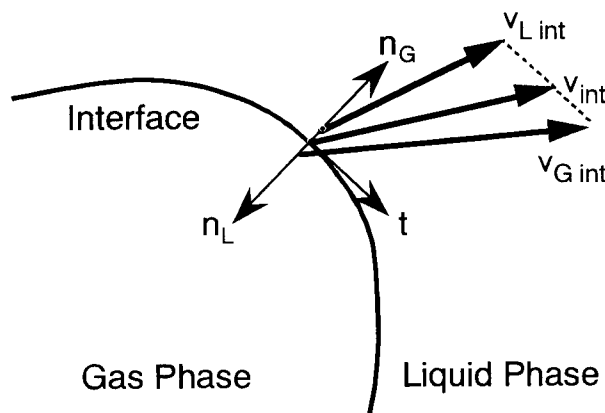


図2.1 界面速度と界面の単位法線および接線ベクトル

$$\dot{m}_K = \rho_K(\mathbf{v}_{Kint} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n}_K \quad (2.4)$$

本研究では相変化がない気泡流を対象としているため、相間質量輸送量は零になる。よって、質量に関する保存式(2.3)より、次式に示す界面における速度の境界条件が導かれる。

$$(\mathbf{v}_{Lint} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n}_L = 0, \quad (\mathbf{v}_{Gint} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n}_G = 0 \quad (2.5), (2.6)$$

これは、界面における液相速度、気相速度および界面速度の法線方向成分は全て等しいことを示す。接線方向の速度については、厳密な境界条件を与えることは難しい。なぜなら、これまでの気泡に関する膨大な実験的あるいは理論的研究によって、流れ系の汚れの程度などによって界面における接線方向速度が不連続になる程度（滑り速度）が変化することが示されているからである⁽⁶⁾。一般に、エントロピの総量は一定を保つか、あるいは増加する⁽⁷⁾。本論文では、界面現象の可逆変化を仮定し、エントロピの増加はないものとする。この場合、界面における速度の境界条件は以下のように表される。

$$(\mathbf{v}_{Lint} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{t} = 0, \quad (\mathbf{v}_{Gint} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (2.7), (2.8)$$

ここで、 \mathbf{t} は界面における任意の単位接線ベクトルである。すなわち、任意の接線方向速度成分の連続性を示す。式(2.7), (2.8)と式(2.5), (2.6)から

$$\mathbf{v}_{Lint} = \mathbf{v}_{Gint} = \mathbf{v}_{int} \quad (2.9)$$

が成立する。すなわち、気液界面で隔てられた気相および液相における速度の法線方向成分も接線方向成分も共に一致し、界面における速度の連続性が成立する。

ところで、気泡の形状や終端速度は気泡界面に働く表面張力によって大きく変化することが知られている^{(6),(8)}。表面張力が気泡に及ぼす効果が大きいと気泡は球形を示し、終端速度は粘性力に影響されるが、表面張力の効果が小さくなる5~6mm以上の等価直径を持つ気泡は、冠球形などの形状を示し、終端速度も表面張力波や重力波の伝播速度によって支配されることが報告されている⁽⁸⁾。この表面張力は、界面における法線応力の境界条件として支配方程式にかかわる。そこで、界面における運動量の保存式から界面応力の境界条件を示す。

一般に、運動量に関する界面での境界条件は次式で与えられる⁽²⁾。

$$\dot{m}_L \mathbf{v}_L + \dot{m}_G \mathbf{v}_G - \mathbf{n}_L \cdot \mathbf{P}_L - \mathbf{n}_G \cdot \mathbf{P}_G + \mathbf{F}_S = 0 \quad (2.10)$$

ここで、 \mathbf{P}_K はK相における応力テンソル、 \mathbf{F}_S は表面張力による効果を示す。ここで、相間の質量輸送量は零としているので、左辺第一項および第二項は零になる。よって、界面応力の境界条件は、

$$\mathbf{n}_L \cdot \mathbf{P}_L + \mathbf{n}_G \cdot \mathbf{P}_G = \mathbf{F}_S \quad (2.11)$$

となる。一般に、非圧縮性流体の流体要素に働く応力テンソル P_{ij} は、粘性に依存しない成分と粘性応力との和で次のように表される⁽⁹⁾。

$$P_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (2.12)$$

ここで、 μ は粘性係数、 e_{ij} は流体要素の変形速度テンソルを表す。

三次元デカルト座標系においては、

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.13)$$

と表されるため、式(2.10)中の \mathbf{P}_L と \mathbf{P}_G は次式で表される。

$$P_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

一方、任意座標系における応力の境界条件を、法線方向および接線方向ごとにアインシュタインの総和規約を用いて示すと、各々次のようになる⁽⁵⁾。

$$P_{ij} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_j|_L - P_{ij} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_j|_G = \sigma \mathbf{K} \quad (2.15)$$

$$P_{ij} \mathbf{t}_j \mathbf{n}_i|_L - P_{ij} \mathbf{t}_j \mathbf{n}_i|_G = 0 \quad (2.16)$$

ここで、 κ_K はK相での値を示す。ただし、ほぼ球形の気泡の界面形状を考えると、界面の曲率中心は気相側にあるものとした。 κ は界面における主曲率の和を表し、次式で表される⁽¹⁰⁾。

$$\kappa = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.17)$$

式中の添字1, 2は座標を示す添字ではなく、 R_1 および R_2 は主曲率半径を表す。なお、本論文では以下二つの主曲率の和 κ を、曲率と呼ぶことにする。

気液両相が熱力学的平衡状態にある場合、式(2.15)は次のラプラスの式⁽⁴⁾になる。

$$p_G - p_L = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.18)$$

そして、式(2.16)は接線応力、すなわち界面せん断応力の連続性を表している。

2.3 瞬時局所的基礎方程式に基づく二相流の数値解法

本節では、本研究で作成した気泡流の詳細解析プログラムの概要を示す。相変化のない非圧縮性気液二相流の気液各相について瞬時局所的に成立する基礎方程式を、気液界面における境界条件のもとで解いていく。まず、気液界面を表現する手法として、本研究ではHirtら^{(11),(12)}の開発したVOF(Volume of Fluid)法を利用することにする。なお、本論文では二次元解析および三次元解析を行なうが、数値解法の説明は簡単のため二次元の場合を主に示す。ただし、気液界面の曲率の求め方など、二次元解析と三次元解析の場合で大きく異なるものは、三次元の場合も示しておく。また、計算格子として一様メッシュまたは可変メッシュを用いているが、これも簡単のため一様メッシュの場合を示す。

先に示した瞬時局所的に成立する気液各相の質量および運動量の保存式(2.1), (2.2)より、VOF法では次の諸式を基礎方程式として解く。

$$\text{div } \mathbf{v}_K = 0 \quad (2.19)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}_K}{\partial t} + \rho (\mathbf{v}_K \cdot \nabla) \mathbf{v}_K = -\text{grad } p + \rho \mathbf{g} + \mu_K \nabla^2 \mathbf{v}_K \quad (2.20)$$

運動量保存式(2.20)中の密度 ρ は、各計算セル内における液相体積率 F を用いて次式で定義される。

$$\rho = F\rho_L + (1-F)\rho_G \quad (2.21)$$

したがって、図2.2に示すように $F=0$ あるいは $F=1$ のセルは、それぞれ気相または液相のみによって占められている。このようなセルでは、式(2.20)はそれぞれ気相または液相单相流のナビエ・ストークスの式と同じになる。一方、 F の値が $0 < F < 1$ である計算セルには気液界面が存在することになる。以下、気液界面が存在する計算セルを「界面セル」と呼ぶことにする。図2.2に示す二次元(x, y)座標の場合、界面セルではそのセルおよび周囲8個のセル（三次元(x, y, z)座標の場合には周囲26個のセル）における F の値から、界面セル内における界面の方向、位置、および曲率を求める。ここで、その界面の方向、位置と曲率の求め方を示す。

図2.2の二次元での F の分布の場合、 y 方向への高さ関数 H_y を用いて図2.3(a)のように界面形状を近似する。ここで、 x 方向に i 番目のセルでの y 方向への高さ関数 $H_{y,i}$ は次式より求められる。

$$H_{y,i} = F_{i,j-1}\Delta y + F_{i,j}\Delta y + F_{i,j+1}\Delta y \quad (2.22)$$

ここで、 Δy は y 方向の空間刻み幅を表す。 y 方向高さ関数 $H_y(x)$ の x 方向勾配 $dH_y(x)/dx$ は、中心差分によって次式で算出する。

$$\left. \frac{dH_y}{dx} \right|_i = \frac{H_{y,i+1} - H_{y,i-1}}{2\Delta x} \quad (2.23)$$

図2.3(b)に示すように x 方向への高さ関数 $H_x(y)$ についても同様の手順を行ない、界面の y 方向勾配を求める。界面の曲率の算出のために、高さ関数 H として $H_y(x)$ を用いるか $H_x(y)$ を用いるかは、式(2.23)のように算出される勾配 $dH_y(x)/dx$ と $dH_x(y)/dy$ の小さい方を採用する。図2.3の場合、界面の x 方向勾配 $dH_y(x)/dx$ と y 方向勾配 $dH_x(y)/dy$ の絶対値は前者（ y 方向高さ関数の x 方向勾配）の方が小さい。この場合には $H_y(x)$ を使用する。この高さ関数 H の勾配から、界面の単位法線ベクトルが得られる。次に、その界面セルでの $F_{i,j}$ の値から界面セル内における界面の位置を決定する。さらに界面セル左右での高さ関数 H_{i-1} 、 H_i および H_{i+1} から界面の曲率 κ を求める。二次元(r, y)座標系

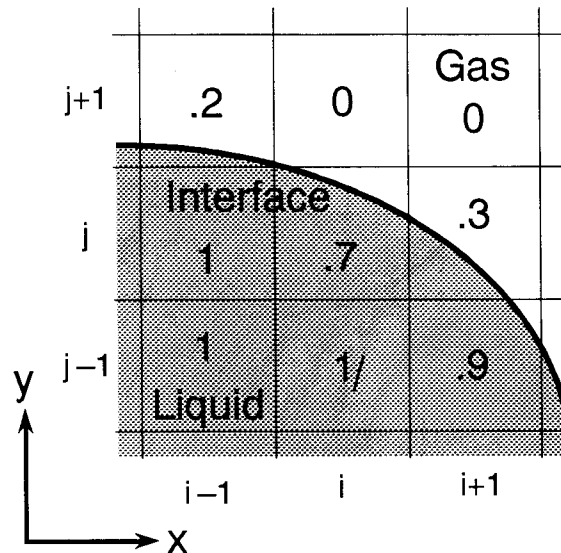


図2.2 二次元F分布と気液界面形状

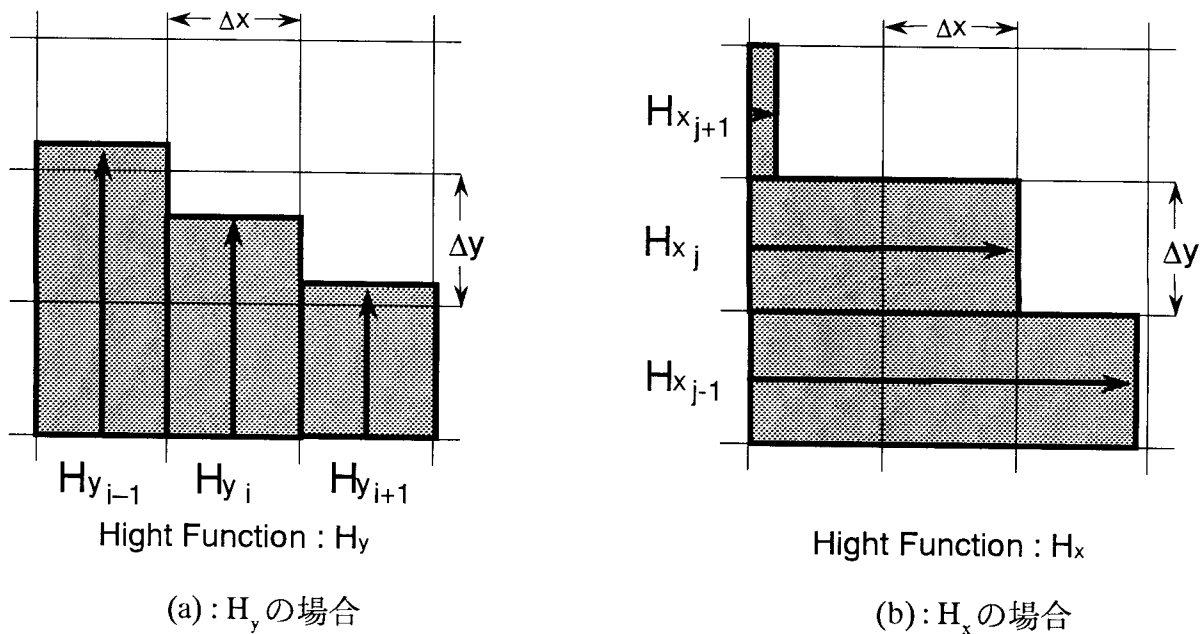


図2.3 高さ関数による界面形状の近似

の場合、曲率はx-y面内における主曲率 κ_1 のみで与えられるが、軸対称二次元(r, z)円筒座標系の場合には、r-z面内における主曲率 κ_1 と中心軸からの径方向距離rの逆数 κ_2 との和で与えられる。

三次元解析の場合にも基本的には上記の二次元解析の場合と同様の手順で界面を扱う。例えば図2.4のような界面形状を示す例でも、気相セルのFの値は0、液相セルでは1、界面セルでは $0 < F < 1$ になる。しかし、三次元空間に広がる曲面の曲率は、二次元の場合のように主曲率を取る方向が容易に決定できない。よく知られているように、任意の曲面の曲率 κ は平均曲率の2倍に相当するので、三次元解析の場合には次

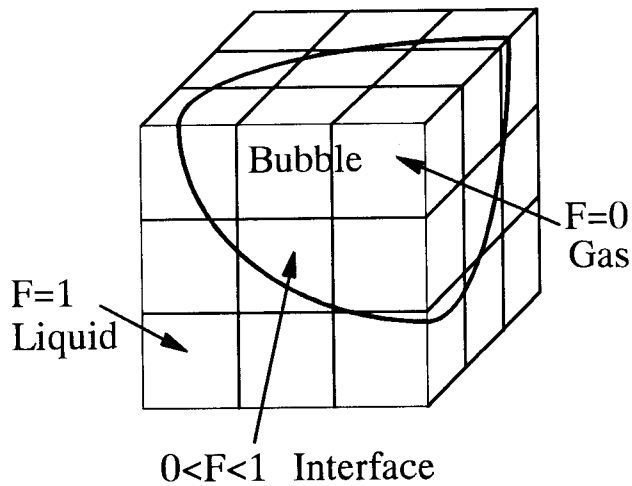


図2.4 三次元F分布と気液界面形状

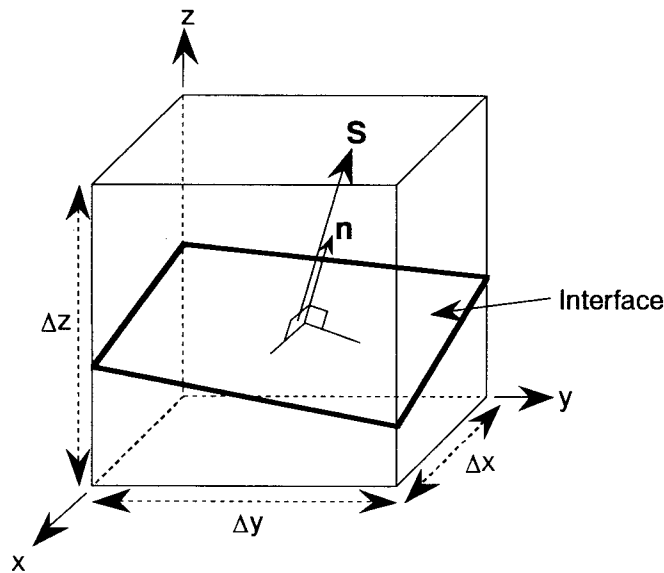


図2.5 界面セルの模式図

に示す微分幾何学の基本的公式⁽¹⁰⁾から算出する。

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 = \frac{g_{11}H_{22} - 2g_{12}H_{12} + g_{22}H_{11}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \quad (2.24)$$

ここで、 g_{ij} は第一基本量、 H_{ij} は第二基本量である。ところが、 F の三次元分布から直接第一基本量と第二基本量を求めるのは困難である。そこで、二次元解析の場合と同様に、界面形状を高さ関数 H を用いて表す。ここで、 x - y 平面、 y - z 平面または z - x 平面のうち、界面と最も平行に近い平面を基準面として高さ関数 H を計算する。図2.5のように界面の単位法線ベクトル \mathbf{n} を求めて、 x , y , z 各方向の単位ベクトルとの内積、すなわち方向余弦の成分が最も大きい方向への高さ関数を用いることになる。図2.5の

場合には、高さ関数として $H_z(x, y)$ を用いることになる。この場合、式(2.24)は次式のようになる。

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 = \frac{R(1+Q^2) - 2PQS + T(1+P^2)}{(1+P^2+Q^2)^{3/2}} \quad (2.25)$$

ここで、 P, Q, R, S, T はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$P = \frac{\partial H}{\partial x}, \quad Q = \frac{\partial H}{\partial y}, \quad R = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \quad S = \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y}, \quad T = \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \quad (2.26) \sim (2.30)$$

これらの諸式を中心差分で離散化し、式(2.25)に代入すれば気液界面の曲率の計算式が得られる。界面が y - z 平面あるいは z - x 平面に平行に近い場合にも、同様な式から曲率が得られる。

既に述べたように、表面張力による力は界面の曲率に比例する。そこで上式(2.25)から界面の曲率 κ を算出し、VOFと同様に表面張力の効果を本詳細解析の基礎方程式の中に取り込むことにする。表面張力による圧力 p_s は、

$$p_s = \kappa \sigma \quad (2.31)$$

により求める。ここで、 p_s は界面に垂直でかつ曲率中心の方向に働く圧力である。そこで、図2.5に示すように曲率中心を向いている界面の面積ベクトルを \mathbf{S} とすると、この界面セルにおいて表面張力による単位体積当たりの力 \mathbf{f}_s は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_s = \frac{p_s}{\Delta x \Delta y \Delta z} \mathbf{S} \quad (2.32)$$

ここで、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は各々 x, y, z 方向の計算セルのセル幅を表す。界面セルでは、この表面張力による力 \mathbf{f}_s を運動量保存式(2.20)の右辺に加えることによって、表面張力が速度場および圧力場に及ぼす影響を考慮する。したがって、界面セルにおける運動量保存式は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}_K}{\partial t} + \rho (\mathbf{v}_K \cdot \nabla) \mathbf{v}_K = - \text{grad } p + \rho \mathbf{g} + \mu_K \nabla^2 \mathbf{v}_K + \mathbf{f}_s \quad (2.33)$$

次に、得られた基礎方程式(2.19), (2.20), (2.33)を解く方法について述べる。本研究では、改良SOLA法⁽¹³⁾という圧力に関する境界条件を考慮した速度と圧力の同時反復解法を採用した。この手法は基本的にはSMAC法⁽¹⁴⁾とSOLA法⁽¹⁵⁾に基づいた手法であり、SOLA法の数倍の計算効率を得られることが確認されている。改良SOLA法の詳細は文献(13)に記載されているので参照されたい。以下その概要のみを示す。

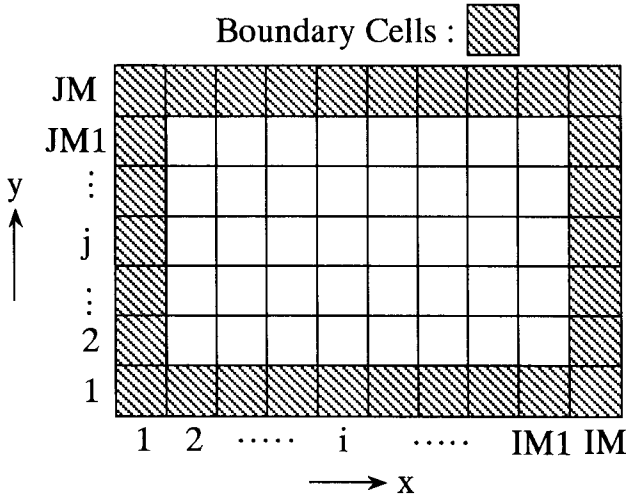


図2.6 二次元計算メッシュと境界セル

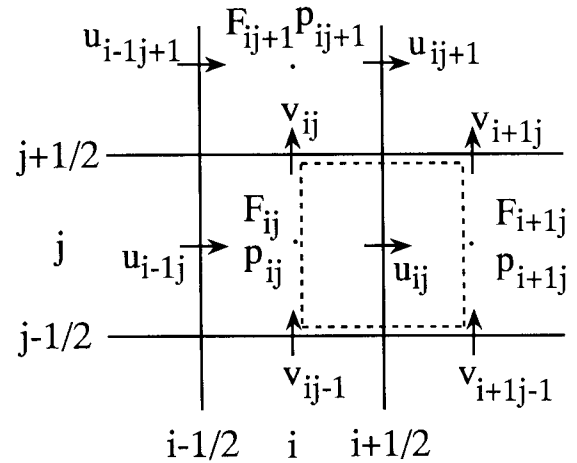


図2.7 スタガード配置

二次元解析の場合には図2.6に示したように、計算領域の周囲に一層の境界セルを含めた計算メッシュを用いる。境界セルとは境界条件を設定するために設ける仮想的なセルである。ただし、周期的境界条件を設定する境界に対しては、境界セルを二層設ける。速度 \mathbf{v} ・圧力 p ・液相体積率 F の定義点は、図2.7のようにスタガード配置とする。計算はまず、運動量保存式の時間項を前進差分で表し、圧力を時刻 n の既知の値 p^n で与えることによって、時刻 $n+1$ での速度の推定値 \mathbf{v}' を得る。なお、対流項は一次風上差分で近似した。一般に、このようにして得られた速度の推定値 \mathbf{v}' は質量保存式(2.19)を満足しない。そこで、その満足しない程度を表す発散 D を次式から計算する。

$$D = \text{div } \mathbf{v}_K' \quad (2.34)$$

次に、この発散 D が零になるように速度と圧力を修正する。すなわち、 $\text{div } (\mathbf{v}' + \delta\mathbf{v})$ が零になり、質量保存式を満たすようになる $\delta\mathbf{v}$ を求める。ここで、発散 D は圧力 p の関数 $D(p)$ であるから、圧力 p^n に圧力修正量 δp を加えた新しい時刻 $n+1$ での圧力 p^{n+1} で質量保存式が満足されるということは、時刻 $n+1$ での発散 $D(p^{n+1}) = D(p^n + \delta p)$ が零になること

に等しい。SMAC法では、この考え方から次の圧力修正量 δp に関するポアソン方程式を解く。

$$\nabla^2 \delta p = \frac{\text{div } \mathbf{v}_K'}{\Delta t} \quad (2.35)$$

一方、SOLA法ではこのポアソン方程式をそのまま解かず、左辺のラプラシアンを中心差分で近似し、そのうえで優対角近似を施した式によって、速度と圧力を同時反復法で修正していく。圧力修正量 δp の反復回数 k 回目における推定値 δp^{k+1} は次式で与えられる。

$$\delta p^{k+1} = \frac{-\Omega D^{k+1}}{\Delta t \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} + \frac{2}{\Delta z^2} \right)} \quad (2.36)$$

ここで、 D^{k+1} は反復回数 k 回目における発散を示す。 Ω は緩和係数または加速係数と呼ばれ、通常 $1 < \Omega < 2$ の範囲の適当な値が用いられる⁽¹⁶⁾。本研究では経験的によく用いられている $\Omega=1.7$ とした。改良SOLA法では、式(2.35)の圧力修正量に関するポアソン方程式に、圧力に関する境界条件を適用したうえでSOLA法と同様に優対角近似を施した次式によって、 δp の反復回数 k 回目における推定値を求める。

$$\delta p^{k+1} = \frac{-\Omega \beta D^{k+1}}{\Delta t} \quad (2.37)$$

ここで、 β は各計算セルにおいて次式で与えられる。

$$\beta = \left(\frac{C_x}{\Delta x^2} + \frac{C_y}{\Delta y^2} + \frac{C_z}{\Delta z^2} \right)^{-1} \quad (2.38)$$

ここで、 C_m ($m=x, y, z$)は設定される境界条件の種類によって各々のセルで次の値をとる。

$C_m=1$: m 方向の速度が規定されている境界に隣接するセル

$C_m=2$: 上記以外のセル

m方向の速度が規定されている境界セルとは、例えば流入条件や固定壁あるいは滑り壁の境界などを指す。式(2.37), (2.38)から求められる δp^{k+1} より、圧力が次のように修正される。

$$p^{k+1} = p^k + \delta p^{k+1} \quad (2.39)$$

圧力が変化すると、それに対応して速度も変化する。 \mathbf{v}^l を初期値として、反復回数k回目の速度からk+1回目での速度を求めるには、SOLA法と同様に、例えば u^{k+1} に対しては以下の二段階の速度修正操作を施す。

$$u_i^{k+1/2} = u_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta p_i^{k+1} \quad (2.40)$$

$$u_{i-1}^{k+1} = u_{i-1}^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta p_i^{k+1} \quad (2.41)$$

速度のyおよびz方向成分v, wについても同様の速度修正操作を施す。そして、新しく得られた速度 \mathbf{v}^{k+1} の発散 $div \mathbf{v}^{k+1}$ を求める。この発散の値が、全計算領域において収束判定上限値以内に収まるようになるまで、以上の圧力と速度の同時反復修正手順を繰り返す。

一方、液相体積率Fは以下の液相の体積保存式を満足する。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + div (F\mathbf{v}_L) = 0 \quad (2.42)$$

この式を解くことによって各セル内における新しい時刻での液相体積率が得られる。すなわち、新しい時刻での気液界面位置が得られることになる。ただし、この式は拡散項を含まない関数Fの対流方程式であり、通常の数値法では数値拡散を介入させずに安定に解くことはできない。物理的に考えると、液相体積率Fの値は気液界面セルを隔てて急激に0から1に変化するはずである。ところが、数値拡散はこの界面を数セルに拡散させていくので好ましくない。そこで、式(2.42)を直接解かず、Hintらの開発したドナー・アクセプター法⁽¹¹⁾という特殊な方法で求解する。

ドナー・アクセプター法とは、ドナー・セル（液相の輸送元）からアクセプター・

セル（液相の受取先）へのFの値の輸送量を、各セル内のFの値の上限や下限などを考慮しつつ求める手法である。本研究では三次元解析も行なうので、既存の二次元ドナー・アクセプター法を三次元解析用に拡張したものを使用しているが、ここでは図2.8(a)に示すような長方形格子が並んだ二次元体系におけるx方向へのFの輸送量を例として示す。ここで、計算格子の辺上で定義された速度uの正負によって、風上に当たるセルをドナー・セル（Dセル）、風下のセルをアクセプター・セル（Aセル）とする。まず図2.8(a)のように、一時間刻み Δt 内にDセルの右側境界の単位面積を通過してDセルからAセルへ輸送される気相体積と液相体積の和Vは、次式より得られる。

$$V = u \Delta t \quad (2.43)$$

なお、図中のDセルのx方向セル幅を Δx_D とする。ドナー・アクセプター法では、時間 Δt 内にDセルからAセルへ輸送される単位面積当たりのFの量 ΔF を、以下の式より算出する。

$$\Delta F = \min \{ F_{AD} V + CF, F_D \Delta x_D \} \quad (2.44)$$

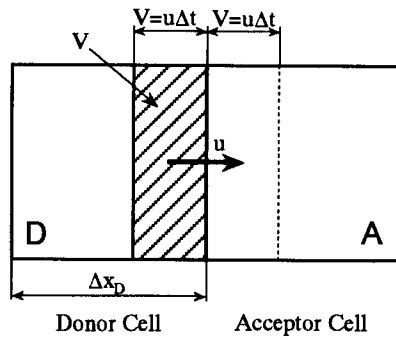
$$CF = \max \{ (1 - F_{AD}) V - (1 - F_D) \Delta x_D, 0 \} \quad (2.45)$$

ここで、添字D, Aは各々DセルおよびAセルを示す。添字ADは以下の基準でDセルまたはAセルの値をとる。すなわち速度uが界面にほぼ垂直な場合、あるいは $F_A = 0$ の場合には、界面形状の時間的变化は小さく、 $AD = A$ とする。それ以外の場合には $AD = D$ とする。ここで、式(2.44)中の $F_D \Delta x_D$ はDセル内のFの総量であり、Dセルに存在しないFをも輸送してしまわないように定める ΔF の上限である。逆にDセル内の気相の総体積が流出した後は、CFに相当するFを追加して輸送する。この式を用いて様々な界面形状におけるFの輸送量を良好に評価できるか以下に示す四つの例で確認しておく。以下、図中で何らかの網かけや線引きが施された領域は液相を示す。

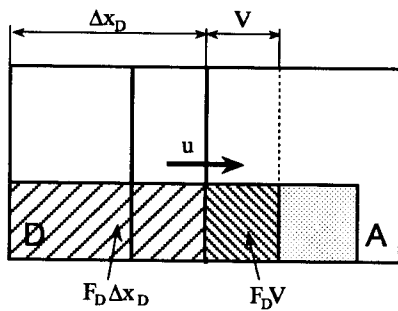
図2.8(b)は界面がほぼ水平な場合であり、 $AD = D$ である。この場合、

$$F_{AD} V + CF = F_D V < F_D \Delta x_D \quad (2.46)$$

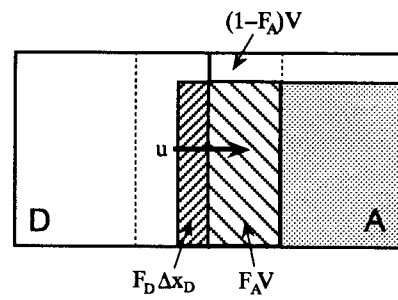
であり、Dセル内のFの総量は流出せず、液相体積率 F_D に比例した量 $F_D V$ がAセルに輸送される。図2.8(c)はFが界面にほぼ垂直に移動する場合で、 $AD = A$ になる。そして、



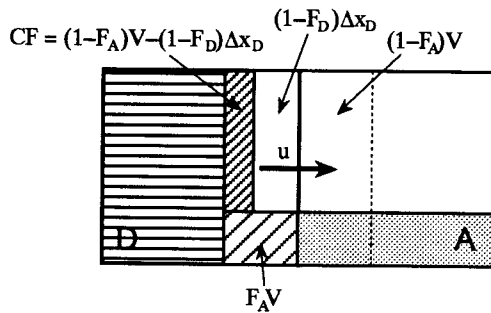
(a) ドナー・セルとアクセプター・セル



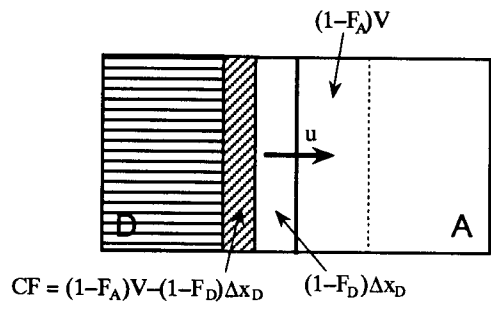
(b) 実例 1



(c) 実例 2



(d) 実例 3



(e) 実例 4

図2.8 ドナー・アクセプター法

F_D は非常に小さい。このような場合には、

$$F_{AD}V + CF = F_A V > F_D \Delta x_D \quad (2.47)$$

なり、Dセル内のFの総量 $F_D \Delta x_D$ のみがAセルへ輸送される。図2.8(d)はDセルがほぼ液相で満たされている場合で、やはり $AD = A$ の条件である。この場合には、Dセル内の

全ボイド量以上のボイドが輸送されないように、 $F_A V$ 以外にCFの体積分を追加してAセルに輸送する。最後に図2.8(e)は $F_A=0$ の場合であり、 $AD = D$ になる。この場合には、CFの体積分のみがAセルに輸送される。以上、様々な界面形状に対して良好なFの輸送量を得られることが確認できた。なお、y, z方向への輸送量も同様にして求める。

以上、計算手法の概要を整理する。気液各相について瞬時局所的に成立する質量および運動量の保存式を基礎方程式として解く。気液界面の位置は、VOF法と同様に計算セル内の液相体積率Fによって求める。そして、界面セルでは表面張力の効果を運動量保存式に加える。速度場および圧力場の時間進行は、圧力に関する境界条件を考慮した速度・圧力同時反復法である改良SOLA法によって行なう。界面の時間的移動は、Hirtらが開発したドナー・アクセプター法を三次元解析用に拡張したものをを用いて求める。これらの計算手順をフロー・チャートにして図2.9に示す。

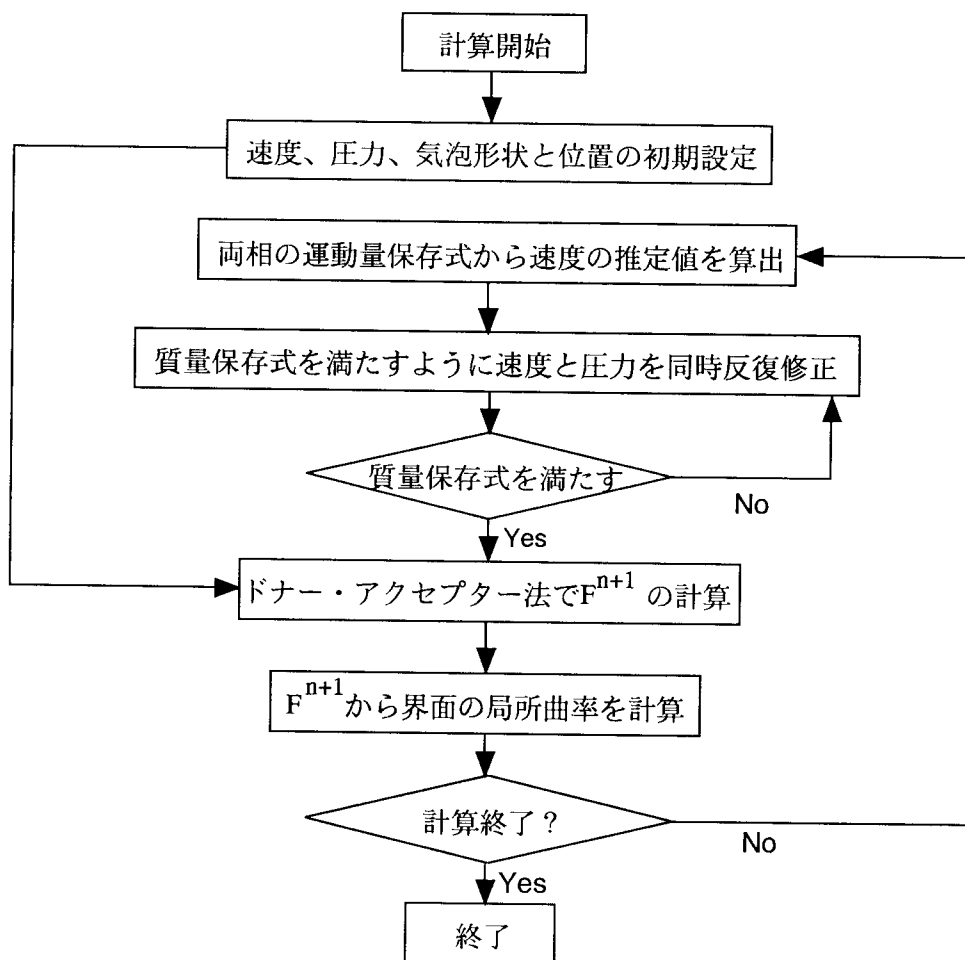


図2.9 詳細解析のフロー・チャート

最後に時間刻み幅 Δt に関して与えた制約条件を示しておく。まず第一にクーラン条件による対流に関する制限条件として、

$$\Delta t \leq \min \left\{ \frac{\Delta x}{u_{\text{MAX}}}, \frac{\Delta y}{v_{\text{MAX}}}, \frac{\Delta z}{w_{\text{MAX}}} \right\} \quad (2.48)$$

を満たすようにした。ここで、添字MAXは最大値を表す。本研究では、 Δt を更にこの10分の1以下に設定した。次に、粘性拡散による運動量輸送に関する制約として、

$$\Delta t < \frac{1}{3\nu_L} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \quad (2.49)$$

を課した。最後に、表面張力波が1時間刻み幅 Δt の間にセル幅 Δx 以上伝わらないように、以下の制約条件を課した。

$$\Delta t < \sqrt{\frac{\rho_G \Delta x^3}{8\sigma}} \quad (2.50)$$

なお本詳細解析では、表面張力による Δt の制約条件が最も厳しく、時間刻み幅 Δt は主に式(2.50)によって小さく制限された。

2.4 気泡流に関する無次元数

本研究では気泡流の様々な流動現象を各種の無次元数⁽¹⁷⁾⁻⁽²²⁾によって整理し、考察していく。そこで本節では、気泡流の流動を支配する無次元数について検討する。ここでは、それらの無次元数を無限静止液中における単一気泡の運動を支配する無次元数と、流路体系や液相体積流束などに関するその他の無次元数に大きく二分して考える。

Grace^{(18),(19)}は無限静止液中の単一気泡の形状と終端速度 V_t に関する既存の実験結果を、以下に示す三つの無次元数を用いて一つの無次元相関図に整理している。

$$Eo = \frac{g(\rho_L - \rho_G)d_e^2}{\sigma}, \quad M = \frac{g\mu_L^4(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2\sigma^3}, \quad Re_B = \frac{\rho_L V_t d}{\mu_L} \quad (2.51) \sim (2.53)$$

ここで、 g は重力加速度の絶対値を示す。 Eo はエトベス数で、浮力と表面張力の比を表す無次元数であり、ボンド数 Bo とも呼ばれている。 M はモルトン数で、物性グループとも呼ばれ、気液両相の物性の影響を表す。ただし、物性グループはモルトン数の逆数で定義されることもある。一般に液相密度 ρ_L は気相密度 ρ_G に比べて非常に大きいので、分子の密度差 $\Delta\rho$ と分母の ρ_L を約分した形で定義されることもあるが、本研究ではより幅広い条件に対応できるように式(2.52)で定義する。 Re_B は気泡レイノルズ数で、気泡に作用する慣性力と粘性力の比を表す。 $Grace$ は Re_B を無次元気泡速度として用いている。ところで、気泡はその形状が複雑に変形するために気泡径は長径、短径など様々な定義が考えられる。ここでは、気泡と同体積の球体の直径 d （体積等価直径）を代表径として用いる。よって、物理実験では気泡の体積 VOL_B を測定することによって、次式より算出される。

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 VOL_B}{\pi}} \quad (2.54)$$

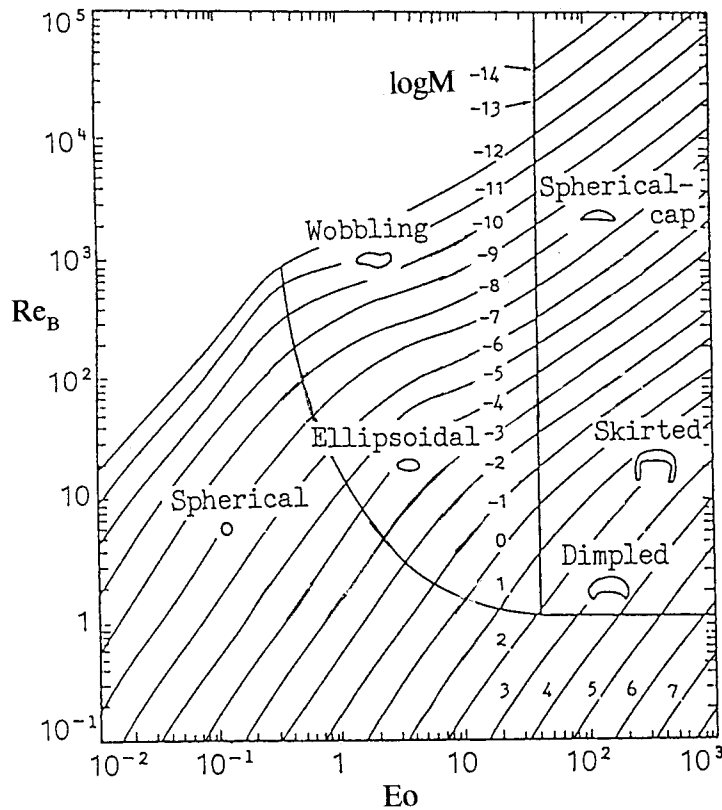


図2.10 Graceの無限静止液中の単一気泡の相関図^{(39),(40)}

図2.10にGraceの相関図を引用して示す。この図より、気液両相の物性値や表面張力 σ などを式(2.52)に代入することによってモルトン数 M が決定でき、気泡径からエトベス数 Eo が式(2.51)より算出できれば、 $M=\text{const}$ である図中の曲線と $Eo=\text{const}$ の直線の交点から、気泡レイノルズ数 Re_b が一意に定まる。そして気泡の終端速度 V_t が、式(2.53)より算出できる。また、気泡形状についても、およその傾向を予測できるよう、彼らは図中の全領域を球形、回転楕円体、冠球形などの6種類に分類している。その後、Bhagraら⁽²⁰⁾は実験によって気泡形状のデータを収集し、より詳細な気泡形状に関する分類をGraceの相関図の上を示している。Graceの気泡形状の分類は、球形(Spherical)、回転楕円体(Ellipsoidal)、揺動形(Wobbling)、きのこ形(Dimpled)、スカート形(Skirted)、および冠球形(Spherical cap)である。一方、Bhagraらは、球形(Spherical)、回転楕円体(Ellipsoidal)、ディスク形(Disc)、楕円キャップ(Ellipsoidal cap)、波状スカート形(Wavy skirt)、円滑スカート形(Smooth skirt)、定常冠球形(Spherical cap with steady wake)、および非定常冠球形(Spherical cap with open wake)の合計8種類により細かく分類している。ただし、気泡の短軸の長軸に対する比が0.9以下の場合を回転楕円体、それ以上の場合を球形としている。また、Whiteら⁽²²⁾は鉛直円管内静止液中の単一大気泡（テラー気泡）の終端速度を、同じ要領で無次元相関図に整理している。Whiteらも、同じくモルトン数 M をパラメータとして用いている。 Eo の代わりに Eo_D を、 Re_b の代わりに Fr という無次元数を用いている。これらの無次元数は各々以下の式で定義される。

$$Eo_D = \frac{g(\rho_L - \rho_G)D^2}{\sigma}, \quad Fr = \frac{V_t}{\sqrt{\frac{gD(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L}}} \quad (2.55), (2.56)$$

ここで、 D は円管内径を示す。 Eo_D は D を代表長さとするエトベス数である。 Fr はフルード数で、慣性力と浮力の比を表す。フルード数 Fr に関しても、モルトン数 M と同様に、密度比 $\Delta\rho/\rho_L$ を1として省略したものも見られるが、本研究では省略しない式(2.56)で定義する。これら一連の研究結果は、二つの無次元数であるエトベス数 Eo （または Eo_D ）およびモルトン数 M が、静止液中の気泡挙動を支配する重要なパラメータであることを示している。従来の気泡流に関する研究では、各相平均体積流束 $\langle j_k \rangle$ 、平均気相体積率 α_G 、気泡径 d 、気泡径と管径の比 d/D などを主要なパラメータとした整理が試みられている。これに対して、静止液中の単一気泡のみならず、本研究では気泡流に至る様々な気泡運動をエトベス数 Eo とモルトン数 M に代表される各種

の無次元数をパラメータとして考察する。

次に、前節で作成した気泡流の詳細解析プログラムによって、エトベス数 Eo やモルトン数 M などの無次元数の影響を評価できるか否かを検討する。まず、瞬時局所的な質量保存式および運動量保存式を無次元化してみる。気泡運動に関する基礎方程式を示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_L = 0 \quad (2.57)$$

$$\rho_L \frac{\partial \mathbf{v}_L}{\partial t} + \rho_L (\mathbf{v}_L \cdot \nabla) \mathbf{v}_L = -\text{grad } p' + (\rho_L - \rho_G) \mathbf{g} + \mu_L \nabla^2 \mathbf{v}_L + \mathbf{f}_S \quad (2.58)$$

これらの式は、液相速度分布を出力変数として表した基礎方程式である。ただし、 p' は静圧を差し引いた圧力を表し、静圧の効果は浮力として表している。ここで、代表長さを気泡径 d 、代表速度を気泡の終端速度 V_t 、代表密度を液相密度 ρ_L として式中の各変数を無次元化し、*を付けて示す。

$$\mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{d}, \quad \mathbf{v}_L^* = \frac{\mathbf{v}_L}{V_t}, \quad t^* = \frac{t V_t}{d}, \quad p^* = \frac{p'}{\rho_L V_B^2}, \quad \nabla^* = d \nabla \quad (2.59) \sim (2.63)$$

次に、支配方程式(2.57), (2.58)が单相流の基礎方程式と最も異なる点から検討する。それは式(2.58)の右辺第四項の \mathbf{f}_S である。 \mathbf{f}_S は式(2.31)と式(2.32)より、次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_S = \frac{\kappa \sigma}{\Delta x \Delta y \Delta z} \mathbf{S} \quad (2.64)$$

ここで、 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ とし、界面面積ベクトル \mathbf{S} を次のように無次元化する。

$$\mathbf{n} = \mathbf{S}^* = \frac{\mathbf{S}}{\Delta^2} \quad (2.65)$$

さらに、 κ もおおよそ $1/\Delta$ であるとする、 \mathbf{f}_S は次式のように表せる。

$$\mathbf{f}_S = \frac{1}{\Delta^3} \sigma \Delta^2 \mathbf{S}^* = \frac{\sigma}{\Delta^2} \mathbf{n} \quad (2.66)$$

ここで、解析対象としている現象が静止液中の単一気泡の運動であるので、空間スケール Δ を気泡の大きさのスケール d と等しいとすると、

$$\mathbf{f}_s = \frac{\sigma}{d^2} \mathbf{n} \quad (2.67)$$

次に、式(2.59)～(2.63)および式(2.67)を基礎方程式(2.57)と(2.58)に代入すると、以下の無次元基礎方程式が得られる。ただし、体積力ベクトルは $\mathbf{g}=(0, 0, +g)$ である。

$$\nabla^* \cdot \mathbf{v}_L^* = 0 \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_L^*}{\partial t^*} + (\mathbf{v}_L^* \cdot \nabla^*) \mathbf{v}_L^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{n}_z + \frac{1}{Re_B} \nabla^{*2} \mathbf{v}_L^* + \frac{1}{We} \mathbf{n} \quad (2.69)$$

ここで、 \mathbf{n}_z は z 方向の単位ベクトルである。また、 We はウェーバー数であり、次式で定義される。

$$We = \frac{\rho_L V_t^2 d}{\sigma} \quad (2.70)$$

ウェーバー数 We は慣性力と表面張力の比を表す無次元数である。一般に、無限静止液中を終端状態で上昇運動する単一気泡に関連する現象は、各種物理量を変数する次の関数で表される。

$$f(g, \rho_L, \mu_L, \sigma, \rho_G, \mu_G, d, V_t) = 0 \quad (2.71)$$

これまでの支配方程式の無次元化によって、単一気泡の終端上昇運動は以下の関係式で表せることがわかった。

$$f^*(We, Re_B, Fr) = 0 \quad (2.72)$$

すなわち、気泡の終端速度や形状などは、三つの無次元数ウェーバー数 We 、気泡レイノルズ数 Re_B 、フルード数 Fr によって一意に定まることになる。ここで、本研究で対象とする常温常圧における鉛直管内気泡流中の圧力分布は、内径が非常に小さい微

細管内気泡流や高速流などの摩擦損失が位置損失と比べて無視できない場合を除いて、ほぼ静圧分布と等しくなる。よって、ウェーバー数Weおよび気泡レイノルズ数 Re_B が重要なパラメータであることになる。一方、このウェーバー数Weと気泡レイノルズ数 Re_B を直接パラメータとした二次元直交曲線座標系による単一気泡の定常的な形状の解析例⁽²¹⁾も見られる。ところが、We, Re_B およびFrは全て気泡の終端速度 V_t を変数に含んでいるため、これらを制御して任意の流動条件を得るのは困難である。気泡の終端速度 V_t は気泡形状と同様に入力条件というよりは、両相の物性や気泡径などの諸条件によって決まる出力結果の一つと考えるほうが良い。そこで、Graccがパラメータに選定したエトベス数Eoとモルトン数Mとの関係を調べる。

まず、Eo, M, We, Re_B , Frの関係は互いに例えば以下の関係式を満たす。

$$Eo = \frac{We}{Fr^2}, \quad M = \frac{We^3}{Re_B^4 Fr^2} \quad (2.73), (2.74)$$

フルード数Frが定数ならば、表面張力の効果を表すウェーバー数Weはエトベス数Eoで代用でき、粘性力の効果を表す気泡レイノルズ数 Re_B はモルトン数Mで代用できることがわかる。すなわち、

$$f^*(We, Re_B, Fr) = f_2^*(Eo, M, Fr) = 0 \quad (2.75)$$

が成り立ち、本詳細解析プログラムによって単一気泡の運動に及ぼすウェーバー数Weと気泡レイノルズ数 Re_B の影響あるいは、それらに代わるエトベス数Eoとモルトン数Mの影響を評価できることがわかった。なお、式(2.69)に示したウェーバー数We, 気泡レイノルズ数 Re_B , フルード数Frを変数とする無次元運動量保存式を、エトベス数Eo, モルトン数M, フルード数Frを用いた式で表すと次のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_L^*}{\partial t^*} + (\mathbf{v}_L^* \cdot \nabla^*) \mathbf{v}_L^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{n}_z + \frac{M^{1/4}}{Eo^{3/4} Fr} \nabla^{*2} \mathbf{v}_L^* + \frac{1}{Eo Fr^2} \mathbf{n} \quad (2.76)$$

また、Bhagaら⁽²⁰⁾は静止液中を終端速度で上昇運動する気泡に作用する浮力と抗力の釣り合い式から、抗力係数 C_D を次のようにエトベス数Eo, モルトン数Mおよび気泡レイノルズ数 Re_B の関数で表している。

$$C_D = \frac{4 Eo^{3/2}}{3 Re_B^2 M^{1/2}} \quad (2.77)$$

これを、変形した次の式、

$$Re_B = \frac{2}{\sqrt{3} C_D^{1/2}} \left(\frac{Eo^3}{M} \right)^{1/4} \quad (2.78)$$

より、気泡の無次元終端速度 Re_B がエトベス数 Eo とモルトン数 M の関数であることが再確認された。以上の検討に基づいて、本研究ではエトベス数 Eo とモルトン数 M を主要なパラメータとして考察することとする。

次に、出力結果として現われる現象に関する無次元数の例を示す。気泡の無次元終端速度 Re_B 以外の出力として、次のような無次元数が考えられよう。周期的な振動または螺旋運動をする気泡の振動周期に関するストローハル数 St はその典型であろう。ストローハル数 St は次式で定義され、第4章で気泡の揺動運動について検討する際に用いることになる。

$$St = \frac{f d_e}{V_t} = \frac{d_e}{\lambda} \quad (2.79)$$

ここで、 f は正弦軌道を描いて揺動運動する気泡の振動周波数、 λ は振動波長を表す。

そのほか、気泡流に関する各種の無次元数のうち代表的なものとして、以下のものが挙げられる。

$$\delta V^* = \frac{\delta V}{V_t}, \quad J^* = \frac{\langle J_T \rangle}{V_t} = \frac{\langle J_G \rangle + \langle J_L \rangle}{V_t}, \quad \alpha_G = \frac{VOL_G}{VOL_G + VOL_L}, \quad d^* = \frac{d}{L} \quad (2.80) \sim (2.83)$$

ここで、 δV^* は無次元液相速度勾配、 J^* は無次元全体積流束、 α_G は体積平均ボイド率、 d^* は無次元気泡距離である。また、 δV は気泡直径当たりの液相速度差、 J は体積流束、 VOL は体積を表す。 L は流路の代表長さで、円管の場合は円管内径 D に等しく、正方ダクトの場合はダクトの一辺の幅 L になる。なお、添字の T は気相と液相の和を示し、 $\langle \rangle$ は断面平均値を示す。

2.5 結言

本章では、本詳細解析で基礎方程式とする気液各相について瞬時局所的に成立する質量および運動量の保存式、および気液界面における速度と応力の境界条件を示した。そして、気液界面形状を考慮しつつこれらの基礎方程式を解く本論文での数値解法の概要を示した。なお、本研究での気泡流の詳細解析プログラムは、既存の数値解析方法の中から、Hirtらの提案したVOF法、富山らの提案した改良SOLA法、およびHirtらの開発したドナー・アクセプター法などを利用して作成したものである。

最後に、基礎方程式の無次元化などによって、気泡流に関する各種の無次元数について検討した。その結果、気泡流の諸特性は二つの無次元数エトベス数 Eo およびモルトン数 M に大きく支配されることを示し、本論文での重要なパラメータとしてこれら各種の無次元数を採用することにした。

第2章の参考文献

- (1)Delhaye, J. M. et al., "Thermohydraulics of Two-Phase System for Industrial Design and Nuclear Engineering", McGraw-Hill Book Company, (1981), 95.
- (2)片岡, 混相流, 4-4, (1990), 275.
- (3)Delhaye, J. M., Int. J. Multiphase Flow, Vol.1, (1974), 395.
- (4)ランダウ=リフシッツ, (竹内訳), "流体力学1", 東京図書, (1970), 253.
- (5)日本流体力学会編, "流体力学ハンドブック", (1987), 18.
- (6)Clift, R., et al., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, (1978).
- (7)Kittel, C., (山下, 福地訳), "第2版熱物理学", 丸善, (1983), 37.
- (8)富山, ほか2名, 機論B編, (1995), 投稿中.
- (9)生井, 井上, "粘性流体の力学", 理工学社, (1978), 10.
- (10)安達, "微分幾何学概説", 培風館, (1976), 74.
- (11)Hirt, C.W. and Nichols,B.D., J. Comput. Phys.,39, (1981), 201.
- (12)Nichols,B.D., et al.,LA-8355, (1980).
- (13)富山, 平野, 機論B編, 58-551, (1992), 131.
- (14)Amsden,A.A. and Harlow, F.H., LA-4370, (1970).
- (15)Hirt, C. W. et al., LA-5852, (1975).
- (16)Smith, G. D., "Numerical Solution of Partial Differential Equations : Finite Difference Methods, Third Edition", Clarendon Press, (1984),262.
- (17)柘植, 日比野, 化学工学, 35-1, (1971), 65.
- (18)Grace,J. R., Trans. Instn. Chem. Engrs., 51, (1973), 116.
- (19)Grace,J. R., et al., Trans. Instn. Chem. Engrs., 54, (1976), 167.
- (20)Bhaga, D. and Weber, M. E., J. Fluid Mech., 105, (1981), 61.
- (21)Ryskin, G. and Leal, L. G., J. Fluid Mech., 148, (1984), 1.
- (22)White, E. T. and Beardmore, R. H., Chem. Eng. Sci., 17, (1962), 351.

第3章 静止液中軸対称気泡の二次元円筒座標系での数値解析

3.1 緒言

鉛直管内気泡流に関する近年の研究は、各相の局所速度やボイド率の流路断面内分布に代表される三次元構造に関するものが多くなっている。本研究でも、特にボイド分布の形成にかかわる気泡の横方向運動に関する知見を得ることを一つの主要な目的としている。そのためには、気泡流の三次元詳細解析を行なうことが不可欠になる。ところが、三次元詳細解析の実施には非常に膨大な記憶容量と計算時間が必要になる。さらに気泡運動を支配する因子は、第1章で示したように液相速度分布、流路壁、気泡の誘起する渦など多種多様であり、信頼性の高い気泡流の詳細解析を行なうためには、各々の因子が気泡運動に及ぼす影響を精度良く予測できる必要がある。また、それら各因子の影響を受ける気泡挙動の計算結果に基づいて、一つ一つその物理機構を解きほぐすのが、気泡流の理解につながると思われる。これらの実現のためには、様々な気泡運動に関する詳細解析を遂行していく必要がある。さらに、エトベス数 Eo やモルトン数 M など各種の無次元パラメータの変化による気泡運動への影響を、系統的に調べる必要もある。これらに加えて、これまで実現していない気泡流の詳細解析の実現という目的に向かって試行錯誤的に検討していくべき事項も多い。現状の計算機でこれらをすべて三次元解析で行なうのは困難である。そこで、本章ではまず振動運動や螺旋運動を行なわない球形または回転楕円気泡などの軸対称な気泡運動に対象を限定し、軸対称二次元円筒座標系での気泡の詳細解析を行なうこととする。

そこで、まず気泡流に関する最も基礎的な素過程である無限静止液中の単一気泡を第一の解析対象とする。ここでは、単一気泡の形状や終端速度におよぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を良好に予測できるか検討する。そして、気泡の形状に及ぼす気泡周囲の速度分布の影響について計算結果に基づいて考察する。第二の解析対象は、鉛直に並んで上昇運動する二つの軸対称気泡の接近過程とし、これまで系統的に調べられていない複数の気泡間の相互干渉におよぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響について検討する。最後に、鉛直円管内静止液中単一大気泡の詳細解析を試みる。これは、円管壁面から強い影響を受ける気泡で、液相を介した壁と気泡の間接的干渉の典型例と考えられる。この壁が気泡の終端速度や形状に及ぼす影響が、エトベス数やモルトン数によってどのように変化するかを本詳細解析プログラムによって良好に予測できるか否かを検討する。

3.2 無限静止液中単一気泡

3.2.1 はじめに

これまで実現されていない多数の気泡が複雑な液相速度分布の中を流動する気泡流の詳細解析を試みる本研究の第一段階として、本節では無限に大きな静止液中を上昇運動する単一気泡の詳細解析を試みる。静止液中の単一気泡は、気泡流中の気泡より界面形状も比較的単純であり、気泡流詳細解析の第一段階の解析対象として最適と思われる。逆に、単一気泡の形状や終端速度などを良好に予測できなければ、気泡流の詳細解析は実現不可能である。しかも単一気泡の形状や終端速度に関しては既に数多くの実験的および理論的研究がなされており、豊富な実験データベース⁽¹⁾が存在するため、それらと計算結果を比較検討することによって本計算手法の妥当性を確認することができる。

現在、気泡周囲の液相速度分布などの情報を入手するための手段としては、主に水素気泡法⁽²⁾や染料を用いたトレーサー法⁽³⁾などの実験が行なわれている。これまで、伴流を伴う気泡周囲の速度分布などをこのような手法によって調べられた例も見られる⁽⁴⁾⁽⁷⁾。ところが、トレーサー粒子による気泡挙動への影響や、意図する領域にトレーサー粒子を配置し撮影する困難が伴うため、例えば気泡底部のくぼみ内や気泡内部の速度分布などに関する情報が少なく、現状では気泡の形状と周囲液相の速度分布の関係について不明な点が多い⁽¹⁾。特に、時間的にその形状を複雑に変動させる揺動気泡とその周囲の液相速度分布の関係に関する研究は見受けられない⁽¹⁾。そこで、本研究で単一気泡の妥当な詳細解析が実現すれば、計算によって得られた詳細な気泡周囲の液相速度分布から、気泡の挙動とその周囲の速度分布との関係について現象論的に考察する。

なお、本節で示す単一気泡の詳細解析結果を報告した⁽⁸⁾⁽¹¹⁾のと同様あるいはそれ以降に、境界適合曲線座標を用いた単一気泡の解析⁽¹²⁾⁽¹³⁾やフロント・トラッキング法による単一気泡の解析⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾などの盛んな研究が行なわれるようになっている。

3.2.2 従来の研究

無限静止液中における単一気泡に関する研究は非常に古くから行なわれてきた⁽¹⁾。

特に化学工学の分野で、1950年代から60年代にかけて実験的あるいは理論的研究が盛んに行なわれた⁽¹⁶⁾⁻⁽²⁰⁾。当初は静止水中での単一気泡の終端速度 V_t 、あるいは逆に固体球周囲の流れに対するストークスの法則を応用できる高粘度液中での終端速度 V_t に関する実験的あるいは理論的研究がなされていた。その後、様々な物性の液相中の気泡に関する実験が積み重ねられた。只木は1959年以前の単一気泡の形状と運動に関する研究を文献(17)に整理している。その中で、静止液中の単一気泡の形状は主に気泡径によって球形、回転楕円体、きのこ形になるとし、またそれぞれの形状ごとに既存の上昇速度の予測式を整理している。そして、液相の粘性係数、表面張力、流体の汚れなどが上昇速度を左右することを示している。久保田ら⁽²¹⁾は低粘度静止液中の単一気泡の上昇速度、形状と運動経路を、気泡径 d 、気泡レイノルズ数 Re_B あるいはウェーバー数 We などで整理し、また汚れが及ぼす気泡速度への影響についても言及している。その後、Cliftらは、彼らの著書「Bubbles, Drops, and Particles」⁽¹⁾の中で、1976年までに報告された単一気泡の挙動等に関する主要論文を整理している。その中で静止液中の単一気泡に関する信頼できる代表的な研究として、前章でも述べたGraceの研究^{(19),(20)}を紹介している。Graceは、様々な流体、すなわち様々な物性の静止液中を上昇運動する単一気泡の終端速度 V_t と形状に関する既存の実験結果を整理し、エトベス数

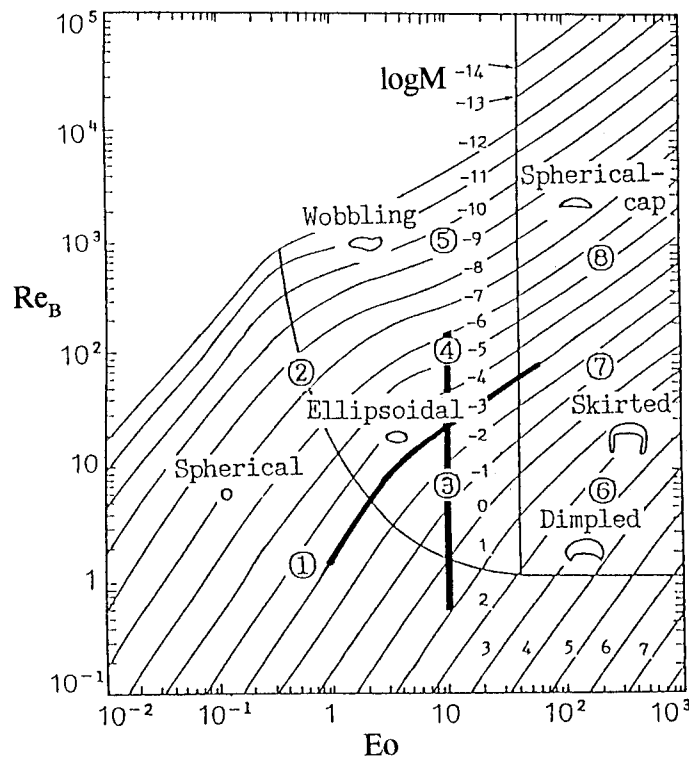


図3.1 Graceの無限静止液中単一気泡の相関図^{(19),(20)}と計算条件

E_o 、モルトン数 M 、および気泡レイノルズ数 Re_b という三つの無次元数をパラメータとした相関図を提示している。図3.1に彼らの結果を引用して示す。この相関図は、現在でも広範囲の条件にわたって単一気泡の終端速度などを精度良く予測できる最も信頼できる結果の一つである。本研究ではこの相関図を実験的データベースとして、計算結果と比較検討する。

3.2.3 本詳細解析手法の妥当性の検討

まず本節では、前章で概説した詳細解析手法によって、静止液中の単一気泡の挙動を良好に予測できるか否か検討する。まずGraceの無次元相関図をデータベースとして、気泡の終端速度と形状に関する計算結果と比較検討する。

3.2.3.1 計算体系と計算条件

静止液中を気泡が上昇する際に、気泡上部の液相は気泡の横を通して気泡下部へ押し流される。この時、気液界面を通して気液各相間で運動量の輸送が行なわれるが、特に気泡側方や下方の液相へ運動量は拡散する。しかし、粘性消散によって無限遠方にはほとんど伝達されないと考えられる。この運動量の輸送され得る空間内に固体壁などの障害物がない気泡の運動を、「無限静止液中単一気泡」と呼び、本節で解析対象とする。このような体系を模擬するために、図3.2に示す計算体系および境界条件を用いた。座標系は軸対称の二次元円筒座標系である。気泡の初期形状は真球形とし、初期の気泡径あたりに割り当てたセル数は8セルとした。気泡付近の空間刻み幅は比較的小さく、気泡遠方では二次関数的にセル幅を大きくしていった。径方向(r 方向)には気泡半径の6倍の計算領域を設けた。そして右側境界を連続条件とすることによってより大きな空間を模擬した。左側境界は、軸対称二次元円筒座標系の中心軸に対応し、鏡面を模擬する滑り壁条件とした。静止した液相を基準とする参照座標系において上昇運動する気泡の詳細解析を行なうには、軸方向(z 方向)に非常に多くの計算セルが必要になる。そこで、上部境界から液相を下方に向けて一様速度 V_{in} で流入させ、下部境界を連続条件とした。ここで、 V_{in} の大きさを気泡の終端速度 V_t とほぼ同じ値に設定することによって、気泡と共に上昇移動する参照座標系における気泡運動を模擬した。この結果、空間刻み幅の小さい計算領域に気泡を留めることが可能になる。

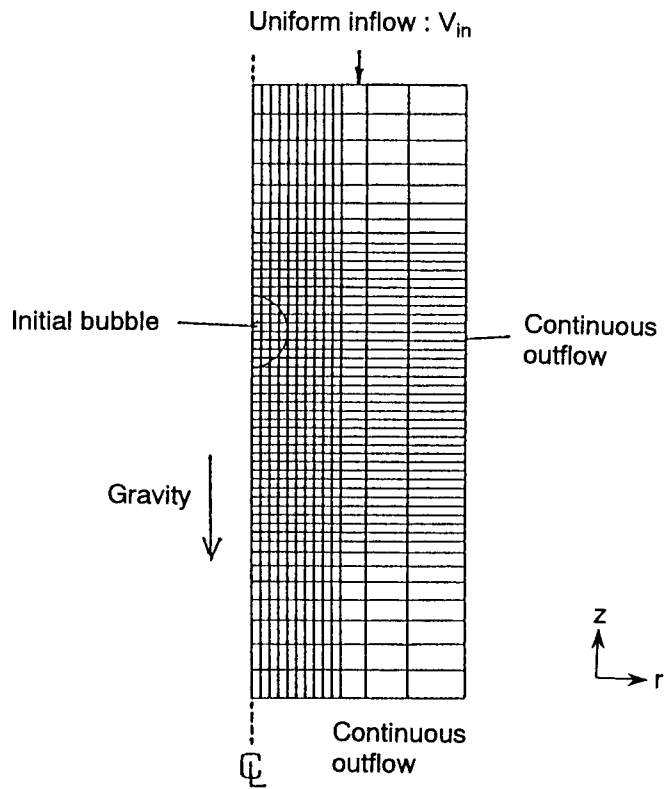


図3.2 静止液中単一気泡解析の計算体系 (1)

表3.1 静止液中単一気泡の計算条件

Case	E_o	$\log M$	Bubble Shape
1	0.5	-3.86	Spherical
2	0.5	-7.86	Spherical or Wobbling
3	10	-1.26	Ellipsoidal
4	10	-5.26	Ellipsoidal or Wobbling
5	10	-9.26	Wobbling
6	200	2.32	Dimpled
7	200	-1.68	Skirted
8	200	-5.68	Spherical-cap

表3.1に計算条件を示す。表中の気泡形状は、設定した8種類のエトベス数 E_0 とモルトン数 M の各組合せにおいて、実現すべき気泡形状であり、球形(Spherical)、回転楕円体(Ellipsoidal)、揺動形(Wobbling)、冠球形(Spherical-cap)など代表的な気泡形状が得られると予想される。表中の各ケースでのエトベス数 E_0 とモルトン数 M に対応する図3.1中の位置に、ケース番号を丸付き数字で示しておく。この図より、これら8ケースによって広範囲に及ぶエトベス数 E_0 とモルトン数 M の流動条件を代表していることがわかる。

3.2.3.2 気泡の形状と終端速度

以上の8ケースにおいて得られた気泡の形状と終端速度に関する計算結果について考察する。図3.3に本計算によって得られた無次元時間 $t^*=3.0$ までの気泡形状の時間変化を示す。ここで、無次元時間 t^* は次式で定義される。

$$t^* = \frac{t V_t}{d} \tag{3.1}$$

よって、無次元時間 $t^*=1$ は終端速度で上昇する気泡が気泡径 d だけ移動する時間を示す。なお、本論文では、全てこのような無次元時間で計算結果を示していく。本図より、全てのケースにおいて、最終的な気泡形状はGraceの相関図と同様の傾向が見られる。予想気泡形が各々球形(Spherical)、回転楕円体(Ellipsoidal)、きのこ形(Dimpled)で

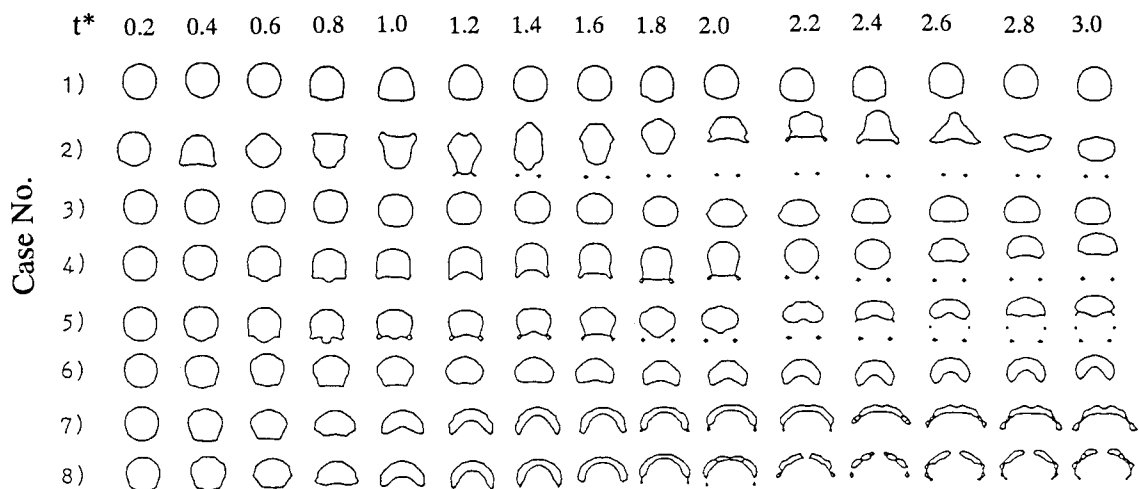


図3.3 気泡形状の時間変化

あるケース1, 3, 6の気泡形状は、 $t^*=3.0$ までにほぼ定常状態に達していることがわかる。回転楕円体の気泡形状について、その長径と短径の比 E に及ぼす気泡径や流体物性の影響は、次式で整理されている⁽¹⁾。

$$\begin{aligned}
 E &= 1 && (Ta \leq 1) \\
 E &= [0.81 + 0.206 \tanh\{2(0.8 - \log_{10} Ta)\}]^3 && (1 \leq Ta \leq 39.8) \\
 E &= 0.24 && (39.8 \leq Ta)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

ここで、 Ta はタダキ数 (Tadaki Number) で、 $Ta = Re_b M^{0.23}$ で定義されている。式(3.2)に予想気泡形が回転楕円体になるケース3の計算条件を代入すると $E=0.82$ となる。一方、 $t^*=3.0$ におけるケース3の気泡形状から求めた気泡長径と短径の比 E の値は0.78であり、定量的に良く一致していることがわかる。ケース2, 4, 5の揺動形の条件に近い気泡は、その形状が時間的に変動しているのがわかる。軸対称な解析を行っているので気泡のジグザグ運動や螺旋運動は現われないが、揺動運動を呈することは確認できた。なお、気泡の端部で小さな気泡の分裂が生じている。ケース7, 8のスカート形 (Skirted) と冠球形 (Spherical-cap) の条件でも、 $t^* < 2.0$ 程度まではスカート形の妥当な形状がみられる。その後、気泡の端部あるいは中央部で分裂が生じているのがわかる。これらの気泡の分裂の原因は、一つの計算セル内に2つの界面が存在するほど気泡が薄肉化したため、VOF法のアルゴリズムではセル内の界面位置が正しく判定できなくなったことに起因している。したがって、この種の複雑な変形を呈する気泡が存在する条件の気泡流を解析するためには、気泡直径当たりにより多くのセルを割り当てるなどの対策が必要になる。

気泡の瞬時の上昇速度 $V_B(t)$ は、計算体系内における気泡上端の界面速度 V_{in} から上部境界からの液相流入速度 V_{in} を引いて求めた。気泡の上昇速度 $V_B(t)$ が時間的に変化しなくなった際の値が、気泡の終端速度 V_t になる。図3.4 (a),(b)に、計算によって得られた気泡の上昇速度の時間変化の代表例を示す。図3.4(a)はケース5の揺動気泡の場合であり、図3.3に示したように気泡形状が時間的に変動し続けるため、上昇速度も一定値に落ち着かない。このような揺動気泡の場合には速度の時間平均値を終端速度 V_t とした。ケース5の場合には $1.5 \leq t^* \leq 4.0$ において時間平均をとった。揺動しない気泡の場合は、図3.4(b)に示すケース6のきのこ形気泡の場合のように、 $t^*=1.5$ 程度で上昇速度は定常となったので、その後の速度を終端速度 V_t とした。ケース7, 8のスカート形と冠球形気泡の終端速度 V_t は、気泡が分裂する以前の値を用いた。図3.5にGraceの

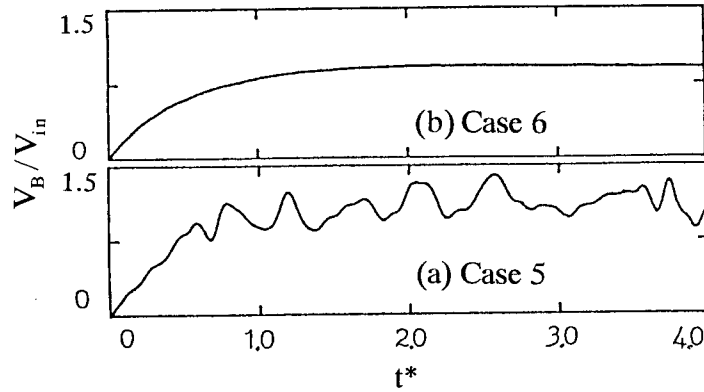


図3.4 気泡上昇速度の時間変化

相関図から求めた気泡レイノルズ数 Re_B と計算で得られた気泡レイノルズ数 Re_B を比較して示す。広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件を含む全てのケースで、実験値と計算値は良好に一致している。これは、本研究で作成した詳細解析プログラムによって、静止液中の単一気泡の上昇運動を支配する抗力、表面張力、浮力などの各種の力を正しく評価できることを示す。

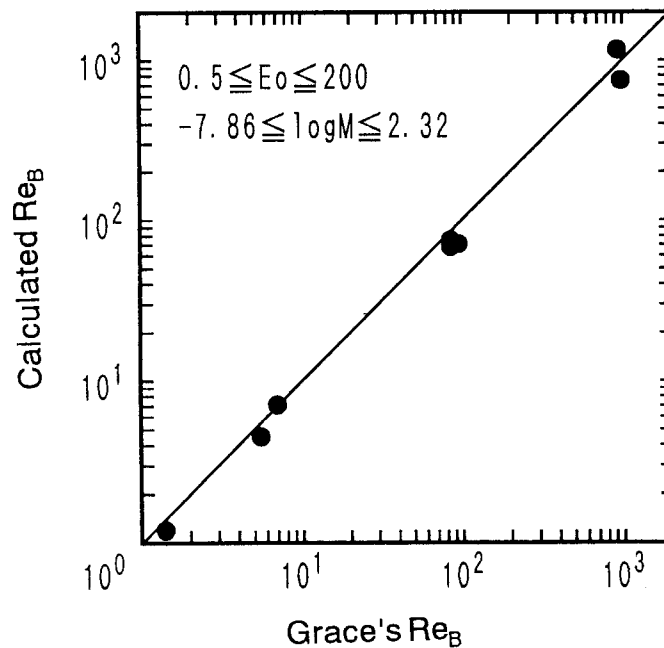


図3.5 気泡終端速度の実験値と計算値の比較

以上の結果、これまでほとんど行なわれていなかった気泡運動の瞬時局所的な基礎方程式に基づく詳細解析を実現し、気泡形状がスカート形や冠球形となるエトベス数 Eo が高く、モルトン数 M が低い条件を除けば、現状の計算機の能力でも気泡の形状や

終端速度を良好に予測できることがわかった。また、気泡形状がスカート形や冠球形となる条件でも、気泡の終端速度や形状の傾向は一致しているため、気泡直径当りに与えるセル数を増やすか、あるいは一つのセル内に2つ以上の界面がある場合でも界面位置を正しく決定できるようなアルゴリズムの改良を行えば、様々な流動条件における気泡流のシミュレーションが実現できる可能性がある。

3.2.4 気泡形状と気泡周囲の速度分布

前節で、本詳細解析プログラムによって広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件において静止液中の単一気泡の形状と終端速度を良好に予測できることが確認できた。現在までに、単一気泡の終端速度や形状に関しては多くの研究が行われ信頼性の高い知見が得られている⁽¹⁾。一方、気泡内部やその周囲の液相速度分布に関する実験的あるいは理論的研究^{(1),(4)-(7),(22),(23)}も試みられ、定性的な液相速度分布の傾向や伴流の大きさなどは明かになってきたが、複雑に変形した気泡周囲の液相速度分布などのように、実験的に得るのは困難な物理量もあり、現状では不明な点も多く残っている。そこで本節では、本詳細解析プログラムを用いて妥当な気泡の終端速度と形状が得られることが確認されている流動条件の範囲内で、気泡形状と気泡付近の速度分布の関係について数値実験的に考察する。

3.2.4.1 計算体系と計算条件

前節と基本的には同様に可変メッシュを利用した計算体系と、全く等しい境界条件を使用した。ただし、気泡付近の速度分布を詳しく調べるために、気泡直径当りに割り当てるセル数は16セルとした。図3.6に計算体系と境界条件を示す。

エトベス数 Eo とモルトン数 M による気泡付近の流れ場の変化を系統的に調べるために、 $Eo=10$ に固定してモルトン数 M を 10^1 から 10^{-6} まで一桁ずつ変化させた8ケースと、 $M=10^{-3}$ に固定してエトベス数 Eo を1から70まで変化させた6ケースを対象とする。図3.1の相関図中に対象とする流動条件の範囲を太線で示しておく。本図より、エトベス数を一定としてモルトン数を減少させていった場合に得られる気泡形状は、球形、回転楕円体から揺動形になる。また、モルトン数を一定としてエトベス数を増加させていった場合には、球形、回転楕円体から冠球形になる。

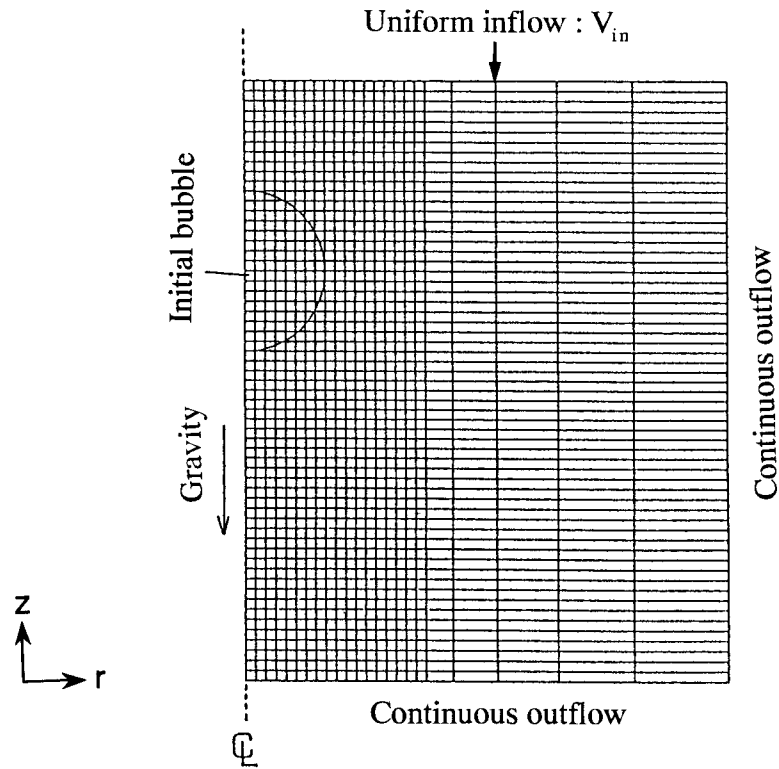


図3.6 静止液中単一気泡解析の計算体系 (2)

3.2.4.2 計算結果と考察

まず、エトベス数を10に固定してモルトン数を減少させた場合の気泡付近の速度分布の変化を調べる。図3.7(a)~(d)に、計算で得られた代表的速度分布を示す。図中の速度ベクトルは、気泡の上端に固定した座標系で描かれている。蒸発や凝縮による相変化がないので、気泡形状が完全に定常状態に達しているならば、気液界面において界面の法線方向の速度成分は零となる必要がある⁽²⁴⁾。図3.7(a),(b)に示すようにモルトン数が 10^{-1} 以上の場合は、気泡の界面形状に沿うように気相の循環流れが見られ、液相も界面に沿って流れている。すなわち、定常状態が実現している。一方、モルトン数が $10^{-2} \sim 10^{-3}$ の場合は、図3.7(c)に示すように、気泡の下部の界面位置において界面に対して法線方向の速度成分が生じている。この速度の大きさと向きは時間によって変動し、それに対応して気泡下部の形状も時間的にわずかに変化する。しかし、気泡全体の形状はほぼ定常の回転楕円体に保たれる。モルトン数が 10^{-4} 以下では気泡 Reynolds 数が増加するために、図3.7(d)に示すように気泡の伴流域にトロイダル渦⁽¹⁾が発生する。また、トロイダル渦と気泡内にある渦の間に小さな渦（二次渦）が見られる。気泡が時間変動を行なわない定常状態において、例えば文献(1)に見られるように、界面における速度と応力の連続性から、図3.7(e)に示すように二次渦が界面に沿

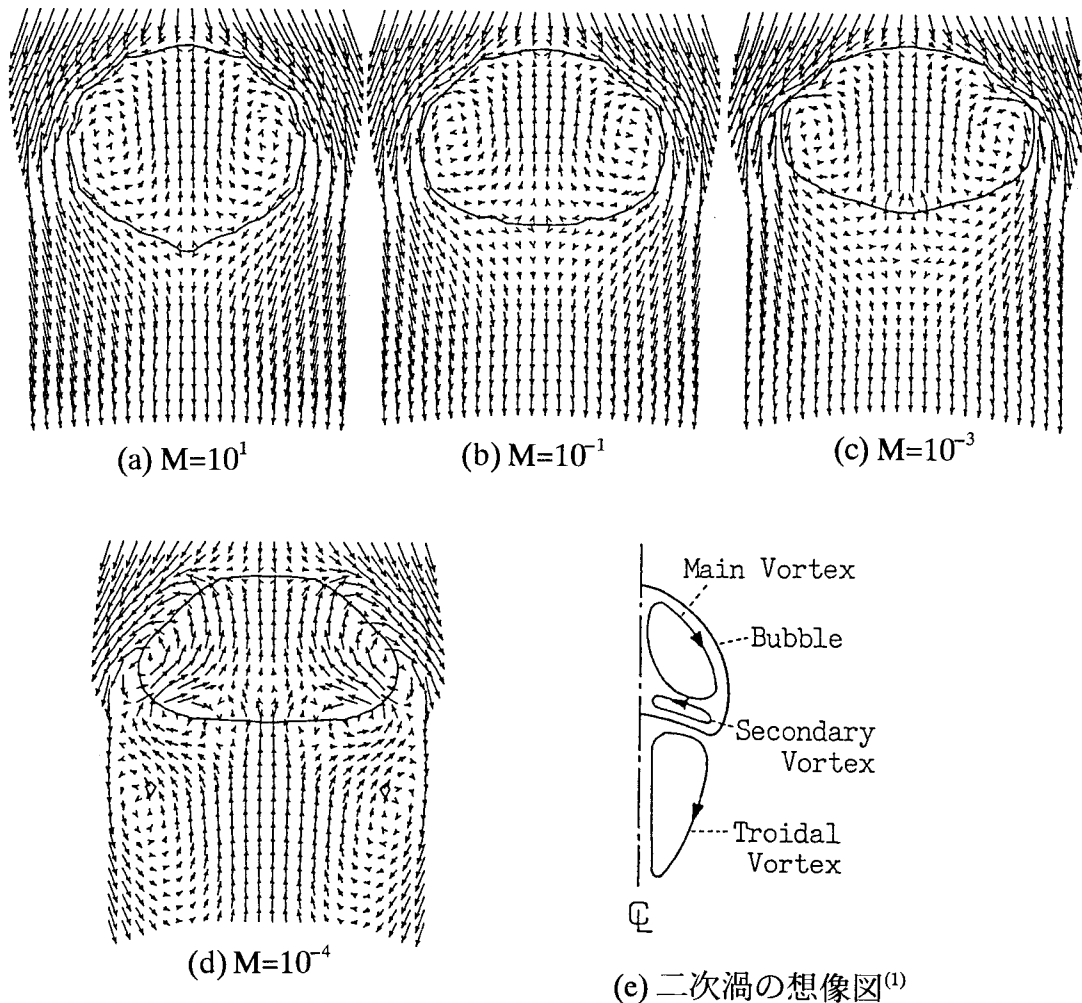


図3.7 $Eo=10$ における気泡周囲の速度分布
 ((a)~(d): 計算結果, (e): 二次渦の想像図⁽¹⁾)

うように存在すると考えられている。図3.7(d)の揺動気泡の場合のように、気泡形状が時間的に変動する場合には、二次渦が気液界面を横切って存在することがわかる。この二次渦によって界面に垂直な速度成分が生じ、気泡形状が時間的に大きく変動する。一例として、 $M=10^{-6}$, $Eo=10$ の場合の気泡形状と速度分布の時間変化を図3.8に示す。この図より、モルトン数 M が低く気泡レイノルズ数 Re_b が高い条件では、二次渦の位置と形状が時間とともに変化し、気泡の揺動運動を誘起することがわかる。そして、このような気泡の揺動運動は周期的であり、 $t^*=3.9$ では $t^*=2.2$ とほぼ同じ気泡形状と速度分布に戻っている。そして、この二次渦によって生じる気泡下部の界面における界面に垂直な速度成分が鉛直上向きの際に気泡が扁平化し、鉛直下向きになると再び気泡は丸くなることがわかった。

次に、モルトン数を 10^{-3} に固定し、エトベス数を変化させた場合の代表的速度分布を図3.9に示す。エトベス数が $1 \sim 10$ の範囲では、図3.9(a), (b)と図3.7(c)に示すように

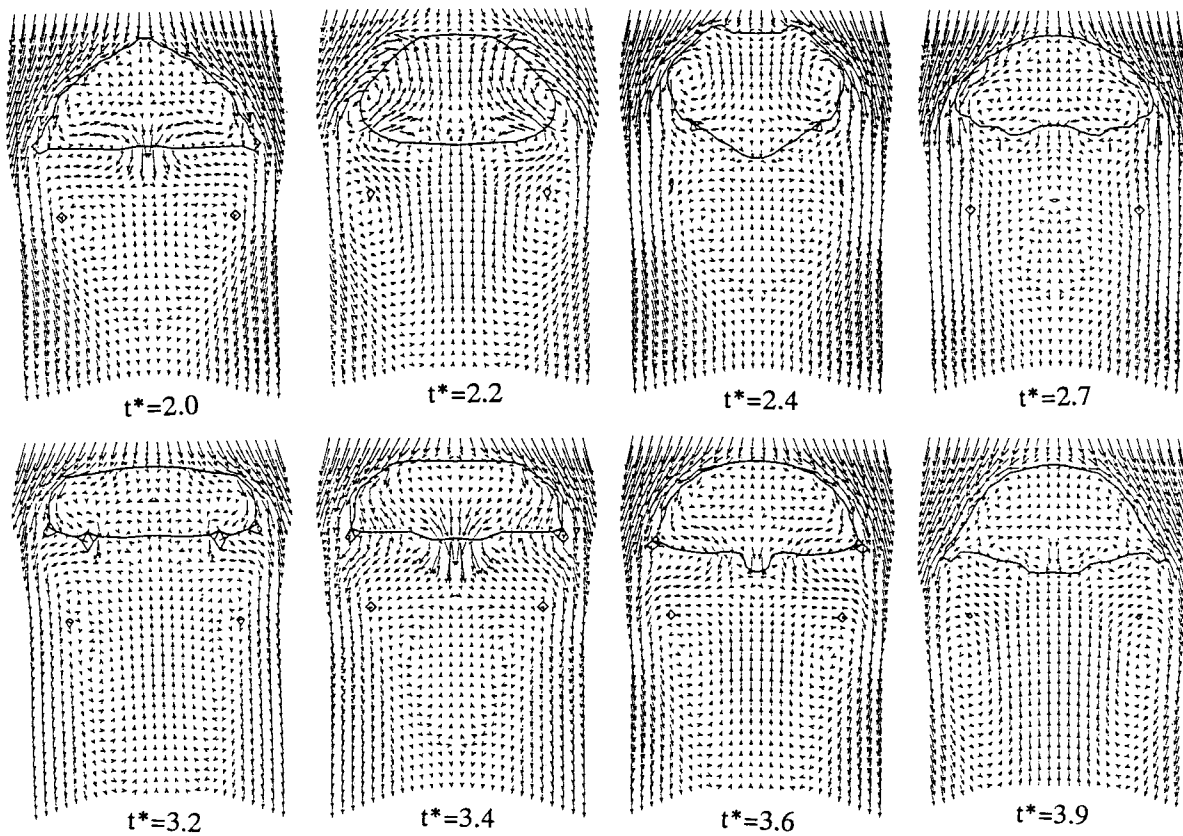


図3.8 揺動する気泡形状の時間変化 ($\log M = -6$, $Eo = 10$)

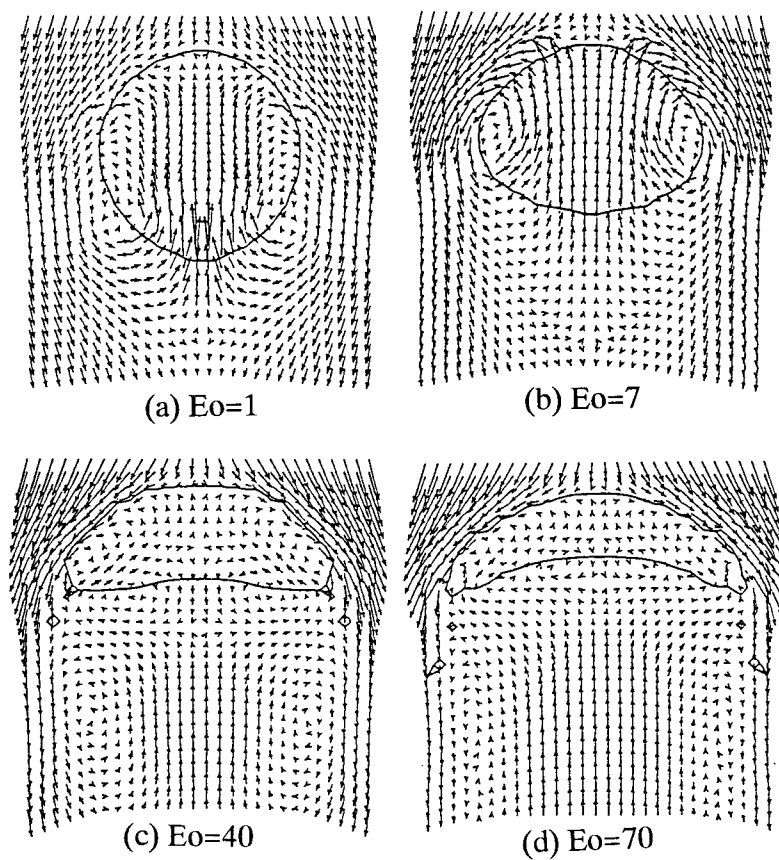


図3.9 $\log M = -3$ における気泡周囲の速度分布

気泡下部にトロイダル渦は発生しない。気泡内の渦の形状は時間的にわずかに変化し、界面を横切る速度成分によって、揺動気泡の場合ほど顕著ではないが、回転楕円体の形状が微小な変化を示す。一方、エトベス数が20以上になると、図3.9(c), (d)に示すようにトロイダル渦と二次渦が発生し、気泡形状が冠球形になる。Bhagaら⁽⁷⁾は水素気泡法によって、Coppusら⁽²²⁾、矢部ら^{(4),(6)}、Hnatら⁽⁵⁾はトレーサー法によって冠球形気泡周囲の液相速度分布を実験的に調べている。しかし、気泡下部の界面近傍にはトレーサーが十分存在しないためか、二次渦の存在は確認されていない。計算で得られた冠球形気泡近傍にある二次渦の速度の大きさは気泡の終端速度に比べて非常に小さく、図3.7(d)にみられる揺動気泡の場合の二次渦よりも扁平で、気泡下部の界面の極近傍において、界面に沿うように位置している。冠球形における二次渦がこのような特徴を持つために、図3.10に示すように冠球形の気泡形状は揺動気泡と異なり時間的に大きな変動を示さない。

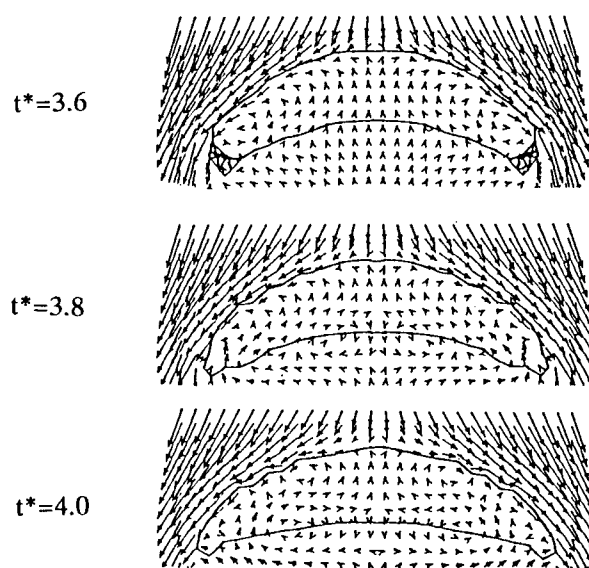


図3.10 冠球形気泡の形状の時間変化 ($\log M = -3$, $Eo = 70$)

3.2.5 本節のまとめ

以上、本節で得られた結果を整理する。

(1)これまでほとんど行なわれていない瞬時局所的な基礎方程式に基づく無限静止液中の単一気泡の詳細解析を、既存の様々な数値解析手法を利用して本研究で作成した数値計算プログラムによって実現した。

(2)瞬時局所的基礎方程式に基づく詳細解析によって、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件における無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を良好に予測できることがわかった。すなわち、気泡挙動に及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力の影響を妥当に予測できることが示されたことになる。

(3)VOF法では一つの計算セル内に一つの界面が存在するものとして界面形状を判断するため、同一気泡の上下界面間距離などがセル幅以下になるような大きく変形する気泡の妥当な詳細解析を行なうためには、細かい計算メッシュを用いるなどの対策が必要であることがわかった。

(4)これまで明らかにされていなかった揺動気泡の形状が時間的に変動する一因は、気泡下部に現われる気泡界面で生成されたトロイダル渦と気泡内の循環流れの中間に、気泡の下部界面を横切る二次渦が存在するためであることがわかった。

3.3 無限静止液中直列二気泡

3.3.1 はじめに

前節で、無限静止液中の単一気泡の運動に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を良好に予測できることがわかった。一方、現実の鉛直管内気泡流中には気泡は複数個存在している。このため、他の気泡が誘起した液相速度の乱れが、気泡の形状や運動を変化させることがある。ところが、非常に多数の気泡の挙動は複数の気泡による外乱が相互作用しながら影響を及ぼすため、現象について考察するのが困難である。また、多数の気泡を含む流れの詳細解析を実行するには非常に多数の計算セルと膨大な計算時間を必要とし、現状の計算機能力ではその実現は困難である。そこで、本節では気泡間の相互干渉に関する最も基本である静止液中の二気泡間の相互作用について調べることにする。Komasawaら⁽²⁵⁾は、気泡レイノルズ数が90以下の条件では、一つの気泡の鉛直下方に接近した気泡は直列に並んで接近運動を行なうと報告している。そこで本章では、気泡間の相互干渉に関する基礎情報として、無限静止液中において気泡レイノルズ数の低い体積の等しい二つの気泡が鉛直方向に一系列に並んで上昇する場合の接近過程を対象に詳細解析を行なう。計算は前節と同じく軸対称二次元円筒座標系で行なう。以下、無限静止液中を鉛直に並んで運動する二つの気泡のことを「直列二気泡」と呼ぶ。

複数の気泡間の相互干渉については、Crabtreeら⁽²⁶⁾や城塚ら⁽²⁷⁾が静止液中の連続気

泡の上昇速度に及ぼす気泡間距離の影響に関する実験を行なっている。桐栄ら⁽²⁸⁾は二気泡の形状と上昇速度に関する実験とモデルの提案、Komasawaら⁽²⁵⁾は単一気泡下部の液相速度分布を調べた上で直列二気泡の実験を行ない、上下両気泡の上昇速度比などを気泡レイノルズ数をパラメータにして整理している。Narayananら⁽²⁹⁾は、直列二気泡の接近速度に関する測定実験およびモデルの提案を行なっている。しかし、気泡運動を支配する二つの重要な無次元数であるエトベス数 Eo とモルトン数 M が、直列二気泡に代表される気泡間の相互干渉に及ぼす影響について調べた研究は見受けられない。Bhagaら⁽³⁰⁾は $Eo=116$, $M=0.963$ という一点の条件のみにおける直列二気泡の接近過程を実験観察しているが、エトベス数 Eo やモルトン数 M が変化した場合に、直列二気泡の形状や接近速度などがどのように変化するかについては調べていない。また、直列二気泡周囲の液相速度分布は、単一気泡の場合よりも複雑になり、これまでの実験によっては十分に解き明かされていない。

そこで本節では、直列二気泡の接近過程に及ぼす二つの無次元数エトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を詳細解析によって数値実験的に調べ、二気泡周囲の速度分布などについても考察する。計算結果の妥当性を検討するためには、実験データベースが不可欠であるが、Bhagaら⁽³⁰⁾による二気泡の形状と接近の様子を撮影した実験結果が一例見られるに過ぎない。そこで、本節では詳細解析と同時に物理実験を行ない、二気泡の形状や上昇速度に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響に関する実験データベースを得る。

ところで、二気泡間の相互作用は気泡間の液相を介した間接的な作用であり、以下の二つの段階に分けることができる。第一は、上側を上昇する気泡（以降、上気泡と呼ぶ）がその気泡下部の液相の速度分布に及ぼす作用であり、第二がそれによって誘起された液相の速度分布が下側を追従する気泡（以降、下気泡と呼ぶ）の形状や上昇速度に及ぼす作用である。本来、上下二つの気泡は相互に影響し合うものであろう。ところが、過去の研究によって上気泡が下気泡から受ける影響は非常に小さく無視できることが知られている⁽²⁵⁾。そこで、第一の作用は無限静止液中の単一気泡が気泡下部の液相速度分布に及ぼす影響と考えられる。そこで、本節の前半では本詳細解析手法によって単一気泡が誘起する気泡下部の液相速度分布の変化を良好に予測できるか検討する。そして、後半において直列二気泡の形状や上昇速度に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響について、詳細解析と物理実験によって調べる。そして最後に、二気泡周囲の速度分布に関する計算結果に基づいて、気泡の接近運動のメカニズムについて考察する。

なお、直列二気泡の詳細解析に関する研究報告は、著者らによる⁽³¹⁾⁻⁽³³⁾ものを除くとほとんど見られなかったが、最近になってUniverdiら⁽³⁴⁾もフロント・トラッキング法によるシミュレーション例を報告している。しかし、計算結果に基づく物理的考察はほとんどされていない。

3.4.2 実験装置と流動条件

実験は図3.11(a)に示す矩形水槽中に常温のグリセリン水溶液を満たして行なった。水槽は底面が280mm x 280mmの正方形で、深さが1150mmの亚克力製のものを用いた。最小目盛り0.01mlの注射器を二組み用いて一定体積の気泡を注入する。注入した気泡は図3.11(b)に示す気泡保持器内に一旦留め、液相が十分に静止液になるように数時間待った後に、液相中に緩やかに放出する。気泡保持器は二つの殻から成り、保持器頂部に円形の気泡放出口が開くように工夫している。水槽の底部にはこの気泡保持器が上下二段設置されている。気泡の形状と運動は8mm-VTRで撮影し、シャッター・スピードを1/1000secとした。気泡の詳細な形状や正確な位置を得るために次のような撮影装置を用いた。まず、水槽内に最小目盛り0.5mmの標準尺を鉛直に設置し、

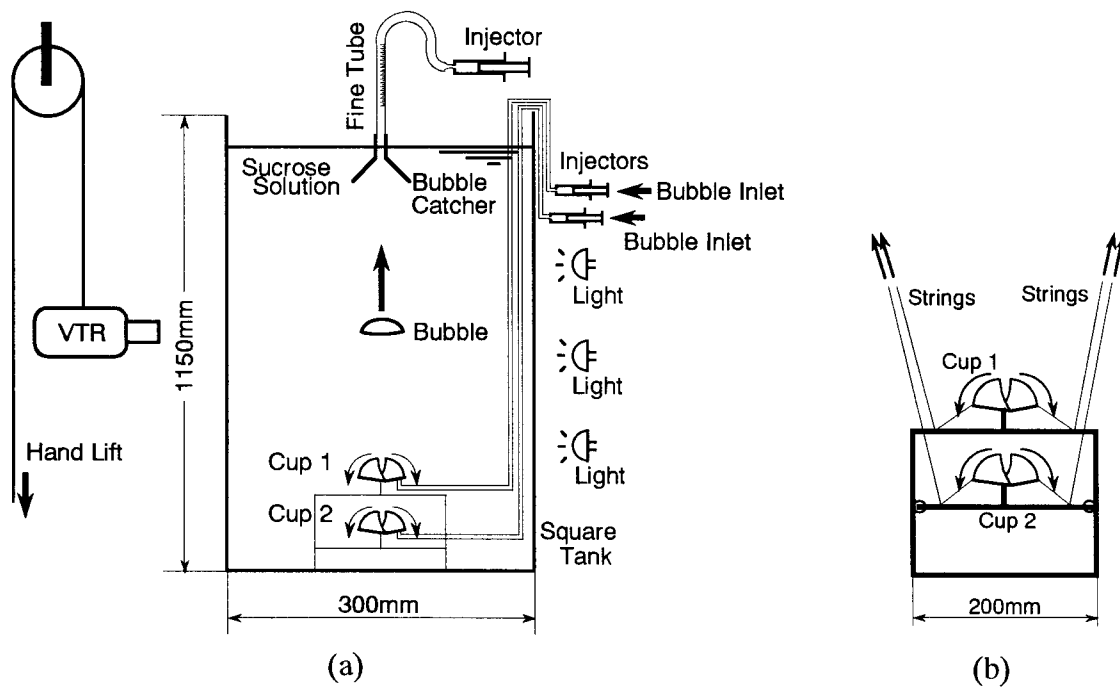


図3.11 実験装置 ((a):水槽と気泡撮影装置, (b):気泡発生装置)

VTRを手動リフトに取付け、気泡と共に鉛直移動させた。二気泡の像が撮影された動画の中心にあるように、リフトの移動速度を調節した。水槽内で二気泡が合体に至る過程を得るために、二段の気泡保持器から上下両気泡を放出する時間のずれと、二段の気泡保持器の間の距離を調節した。単一気泡の実験には上の段の気泡保持器のみを用いた。撮影部を通過した気泡を溶液液面で補集し、気泡体積を再測定した。液相の粘性係数 μ_L は回転円筒型粘度計VT-03（ライオン社）で、表面張力 σ は毛細管法でそれぞれ測定した。液相の密度 ρ_L は電子天秤で測定した溶液質量を溶液体積で除して求めた。各々の測定誤差は2.7%、2.0%、および3.3%である。気相の密度 ρ_G と粘性係数 μ_G は、気相の温度を基に標準物性表⁽³⁵⁾から求めた。モルトン数 M はグリセリン水溶液の濃度で調節し、エトベス数 Eo は気泡の体積で調節した。

本研究では、 $1.0 < Eo < 100.0$, $10^{-5} < M < 10^1$ にわたる広範囲の流動条件を対象として行なった。特に、二気泡間の相互干渉に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を調べるために、モルトン数 M を固定してエトベス数 Eo を変化させたケースと、エトベス数 Eo を固定してモルトン数 M を変化させたケースについて行なった。なお、気泡レイノルズ数 Re_B の最大値は約100であり、全ての条件で層流であった。

3.3.3 計算体系と境界条件

本節で行なった単一気泡および直列二気泡の詳細解析で用いた計算体系と境界条件をそれぞれ図3.12 (a)と(b)に示す。前節での単一気泡の詳細解析と同様に、気泡付近では空間刻み幅を小さくし、上部境界から液相を下方に向けて一様速度 V_{in} で流入させた。上部境界からの液相流入速度 V_{in} の大きさを単一気泡の終端速度 V_t と同じ大きさとし、二つの気泡とそれぞれの伴流域が計算領域の外に出ないようにした。側壁および下部境界は連続条件とした。また、気泡直径当たりのセル数については、前節の単一気泡の形状と周囲の速度分布の関係を調べる際に良好な解が得られた16セルとした。

3.3.4 単一気泡が周囲液相に及ぼす影響

本実験の測定精度を評価するために、まず無限静止液中単一気泡の終端速度に関する実験結果をGraceの結果^{(19),(20)}と比較しておく。また、本詳細解析プログラムによって単一気泡の終端速度を良好に予測できることは前節で確認済みであるが、本流動条

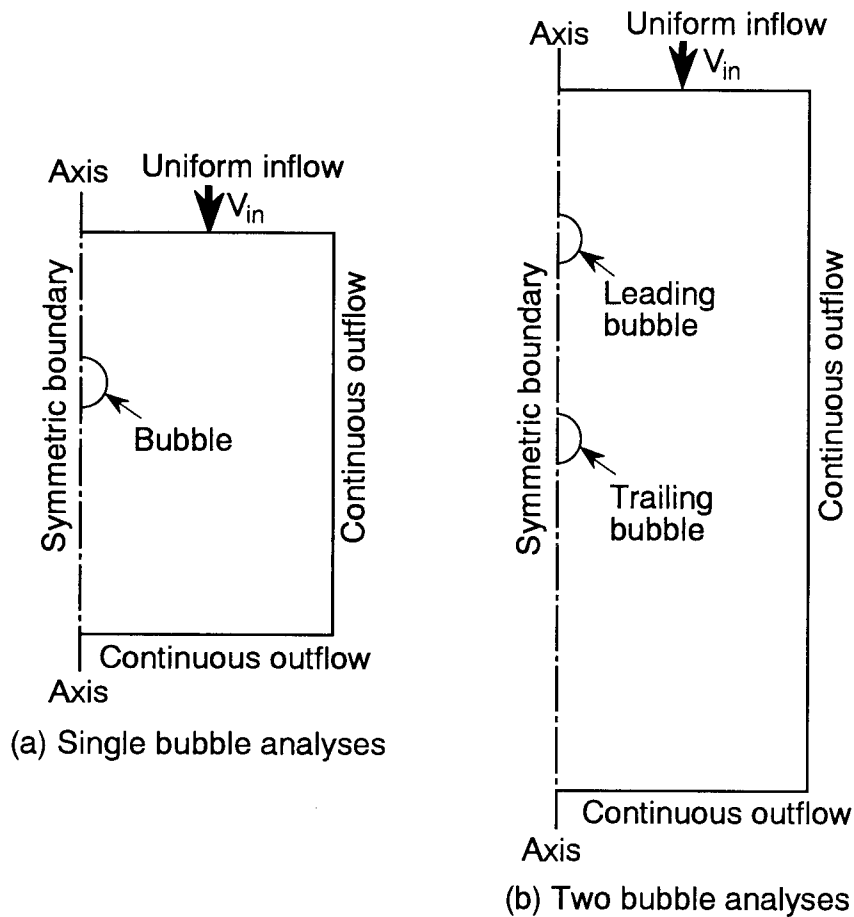


図3.12 計算体系と境界条件 ((a): 単一気泡解析, (b): 直列二気泡解析)

件における計算精度も再確認しておく。図3.13(a), (b)にその結果を示す。図3.13(a)は気泡レイノルズ数 Re_b の実験結果とGraceの相関図による気泡レイノルズ数 Re_b の比較、図3.13(b)は気泡レイノルズ数 Re_b の計算結果とGraceの相関図による結果の比較である。図中の実線がGraceの相関図による結果を示す。実験結果、計算結果共にGraceの結果と定量的に良く一致している。ただし、モルトン数が低くエトベス数も低い条件では、実験結果も計算結果もともにGraceの結果よりやや大きな値になっているが、実験結果と計算結果とは互いに等しい。Graceの結果は多くの実験結果を補間することによって得られており、誤差が含まれることを考慮すると、この流動条件の範囲については、本研究の実験および詳細解析が妥当であることが確認できた。

次に、無限静止液中単一気泡下方の液相速度分布に及ぼす気泡の影響について検討する。終端速度 V_t で上昇運動する気泡に固定した参照座標系から観察すると、気泡周囲の液相が一様速度 $-V_t$ で気泡を流れ過ぎるように見える。このとき、気泡下方における液相速度の鉛直下向き速度の絶対値 $|v_{Lz}(r, z)|$ は、 $|V_t|$ より小さくなることが知られており、両者の差は「速度欠陥」と呼ばれている⁽³⁹⁾。上気泡下部の液相速度の速度欠陥が、下気泡を上気泡に接近させる原因となっているものと思われる。特にその下

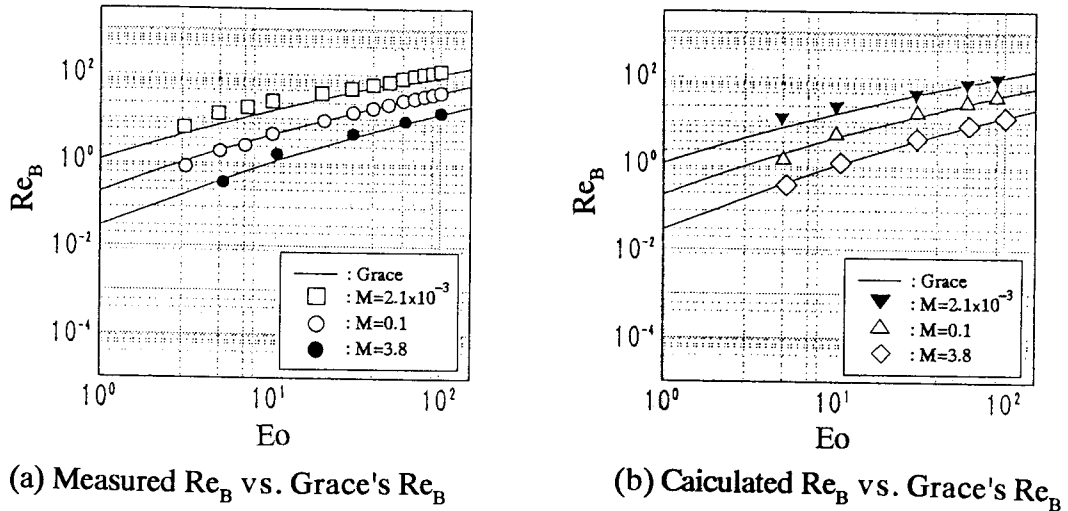


図3.13 静止液中単一気泡の上昇速度

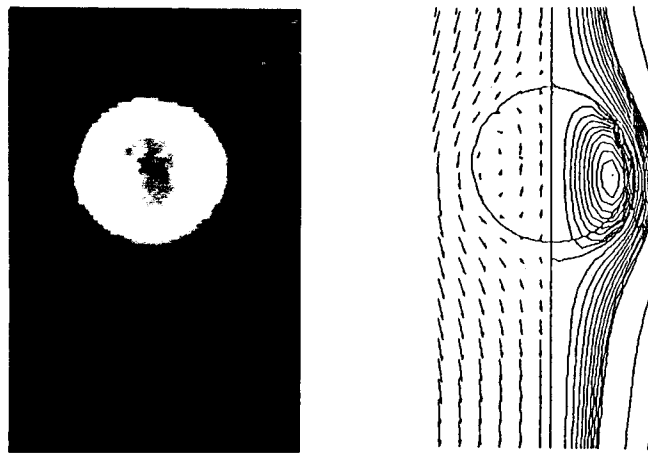
- (a): 実験結果とGraceらの結果との比較、
 (b): 計算結果とGraceらの結果との比較)

部にトロイダル渦が現われる場合、渦付近に接近した下気泡はこの渦に強い影響を受けるであろう。そこで単一気泡の下方の速度欠陥やトロイダル渦の大きさに及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を数値解析によって良好に評価できるか否か検討する。

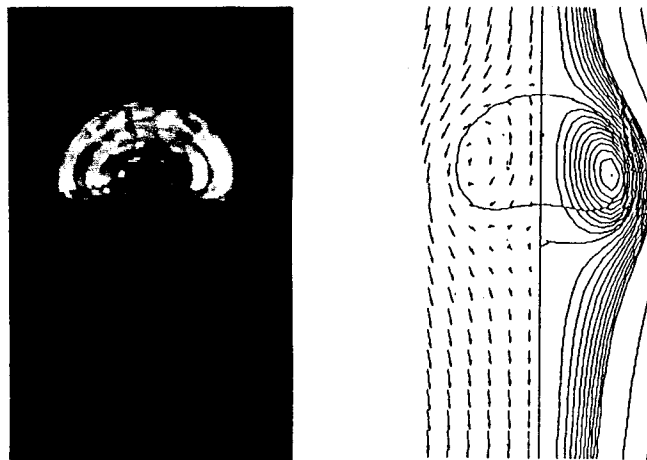
図3.14に無限静止液中単一気泡の形状の実験および計算結果の一例を示す。これらの結果は、互いに他の気泡の影響を受ける直列二気泡の形状について考察する際の基準となる。左側の写真は実験より得られた気泡形状、右側の図は計算結果を示す。計算結果には気泡形状と速度ベクトル(左側半分)および流線(右側半分)を示した。速度は気泡先端に固定した座標系におけるものである。気泡が球形、回転楕円体、冠球形を示す各条件において、気泡形状は良く一致している。冠球形気泡の下部にはトロイダル渦が見られる。気泡形状は気泡周囲の速度および圧力分布と表面張力のバランスによって決定されるため、気泡形状の一致は本詳細解析によって単一気泡が周囲の液相速度分布に及ぼす影響、およびそれらに及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を妥当に評価できる可能性を示している。

次に、気泡周囲の速度欠陥 v_{wake} に関して検討する。ここで、液相速度は水槽に固定した座標系におけるものとする。気泡周囲の液相速度 v_{wake} の分布は位置座標 r と z の関数であり、次式で表される。

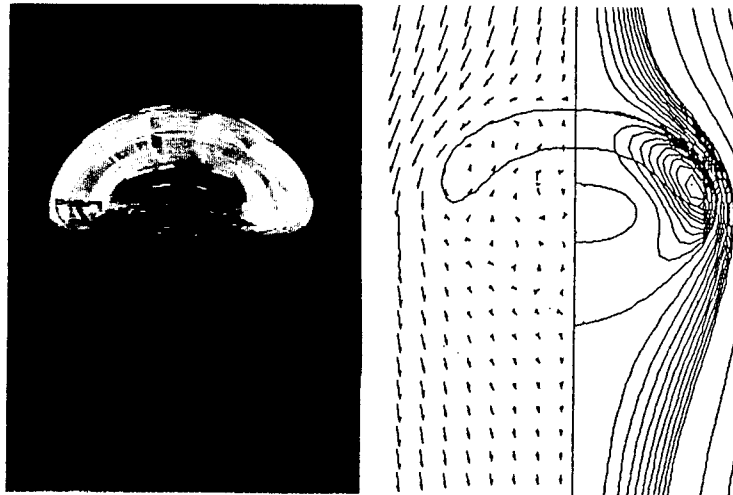
$$v_{wake} = v_{wake}(r, z_{wake}) \quad (3.3)$$



(a) $Eo=5.2, M=3.80$



(b) $Eo=30.4, M=3.80$



(c) $Eo=100.4, M=3.80$

図3.14 単一気泡の形状と気泡周囲の速度分布の比較
(左:実験結果, 右:速度ベクトルと流線の計算結果)

ここで、 z_{wake} は気泡先端から鉛直下方への距離である。ここでは、まず気泡の中心軸上の速度分布 $v_{\text{wake}}(0, z)$ の計算結果が Batchelor⁽³⁷⁾ によって提示された式と一致するか比較検討する。ここで、無次元液相速度 v^* を以下のように定義する。

$$v^*(0, z_{\text{wake}}) = \frac{v_{\text{wake}}(0, z^*)}{V_t} \quad (3.4)$$

ここで、 z^* は無次元 z 方向位置座標を表し、次式で定義される。

$$z^* = \frac{z_{\text{wake}}}{d} \quad (3.5)$$

図3.15に中心軸上の v^* の分布の一例を示す。図中の実線は計算結果、破線は Batchelor の式⁽³⁷⁾を表す。Batchelorの式は、以下のように表される。

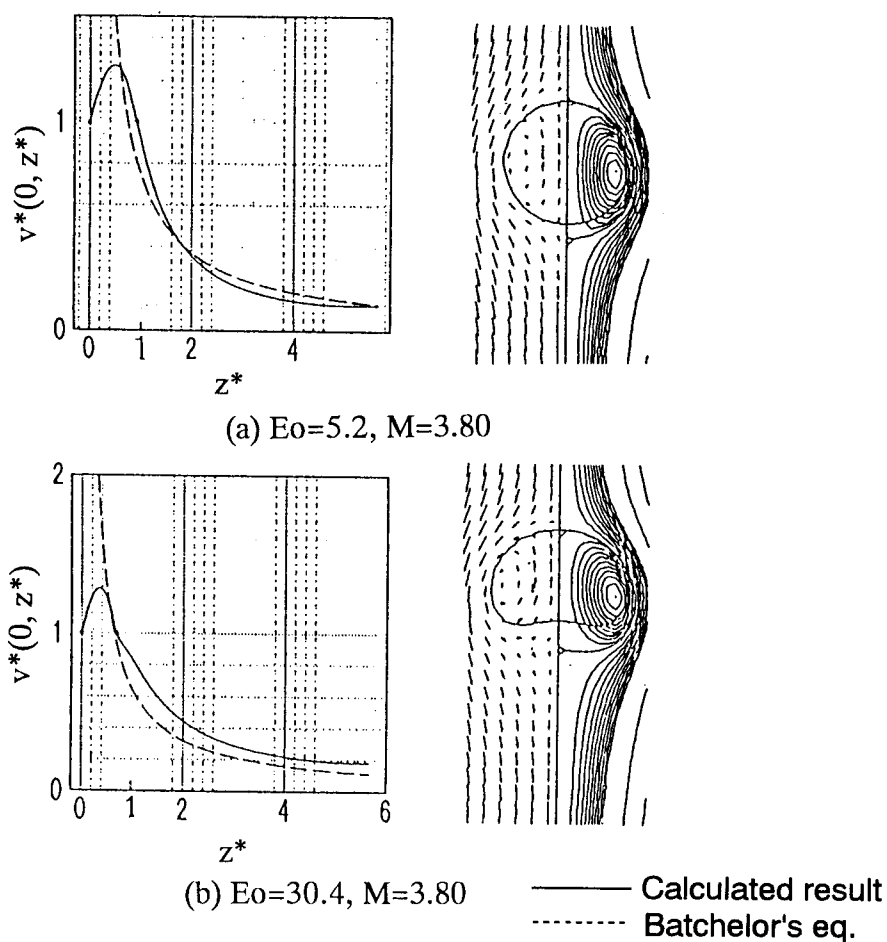


図3.15 速度欠陥の軸方向分布の計算結果と Batchelor⁽³⁷⁾の式の比較

$$v^*(0, z^*) = \frac{B}{24 z^*} \quad (3.6)$$

ここで、

$$B = \frac{Eo^{3/2}}{M^{1/2} Re_B} \quad (3.7)$$

Batchelorの式は気泡内の速度を対象としていないので、 $z^* < 1$ では適用できない。この範囲を除くと、球形気泡の条件である図3.15(a)では、計算結果は式(3.6)とよく一致している。球形から変形した気泡の場合にBatchelorの式自身が有する誤差を考えると、図3.15(b)の条件での計算結果もほぼ妥当なものと考えられる。

気泡下部の液相速度の分布に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響の計算結果を図3.16に示す。図3.16(a)は $M=3.80$ の場合で、エトベス数 Eo が大きいほど速度欠陥は気泡の下方の遠方でも大きい。図3.16(b)は $M=0.0021$ の場合であり、モルトン数 M が小さくなると速度欠陥が大きいことがわかる。そして、この場合でも速度欠陥は Eo と共に増加している。この結果、直列二気泡の相互作用は、エトベス数 Eo の増加とモルトン数 M の減少によって強くなるものと考えられる。

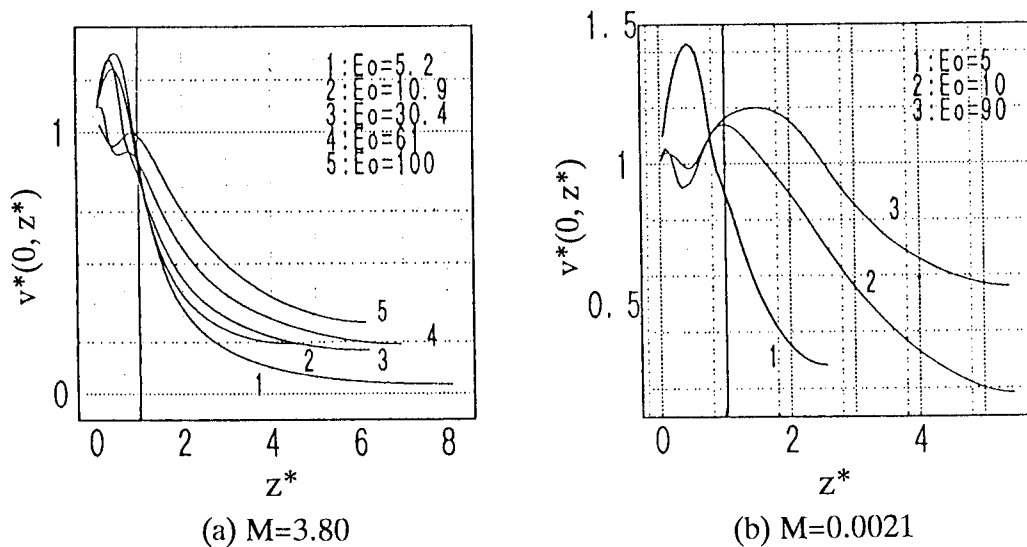


図3.16 速度欠陥に及ぼす Eo と M の影響

上気泡下部の中心軸上の速度だけでなく全体の欠陥速度によって、下気泡は接近していく。そこで、単一気泡下部における液相速度の水平方向の分布を良好に予測できるか検討する。一般に、流体に対して一定速度で運動する物体後方の液相速度を次の

ように無次元化したものの水平方向分布は、物体から十分離れている任意の位置で一定の分布を示すことが知られている⁽³⁵⁾。その分布は次式で与えられている。

$$\frac{v(r^*, z^*)}{v_m(z^*)} = \exp(-0.693 r^{*2}) \quad (3.8)$$

ここで、無次元r方向距離 r^* および、基準速度 v_m は各々以下のように定義される。

$$r^* = \frac{r}{r_{1/2}} \quad (3.9)$$

$$v_m(z^*) = |v_{\max}(z^*) - v_{\min}(z^*)| \quad (3.10)$$

ここで、 v_{\max} および v_{\min} はある無次元z方向位置座標 z^* の水平断面内における液相速度の最大値と最小値を示し、 $r_{1/2}$ は同じ面内において速度欠陥が最大値の半分になるr方向位置を表す。式(3.8)より得られる無次元速度分布を図3.17に実線で示す。図中の○などで示した点は $Eo=60.2$, $M=0.10$ の条件における本計算結果である。異なる無次元z方向位置座標 z^* における無次元液相速度の分布は式(3.8)と一致しており、気泡下部全体にわたって液相速度の分布を良好に予測できることがわかった。

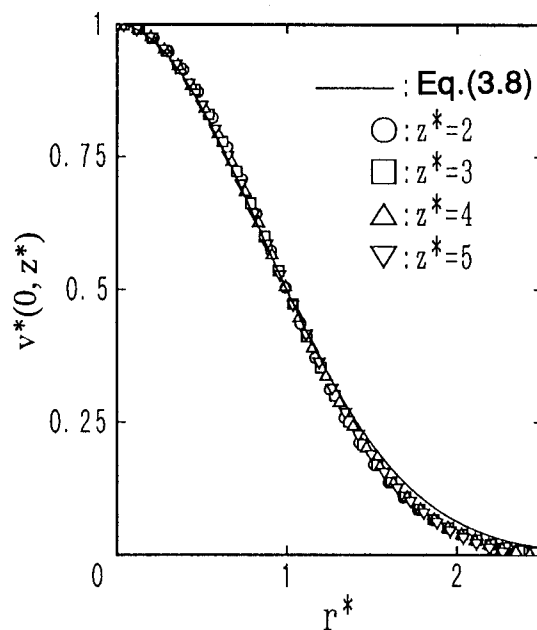


図3.17 速度欠陥の水平断面内分布

以上は、伴流から離れた領域（far-wake region）での二気泡の相互作用を良好に予測できる可能性を示すが、気泡下部にトロイダル渦が生じる場合にはその渦の大きさなどを予測できないと二気泡が非常に接近した（near-wake region）場合の相互作用を妥当に評価できない。Bhagaら⁽³⁰⁾は $2 < Re_B < 100$ の範囲における後流長さ L_{wake} を次のように気泡レイノルズ数の関数で与えている。

$$\frac{L_{wake}}{d_e} = 0.77 + 0.032 Re_B \quad (3.11)$$

ここで、後流長さ L_{wake} とは図3.18に模式的に示すように気泡先端から気泡下部に生じるトロイダル渦が閉じる位置までの距離を意味する。図3.19に無次元後流長さの計算結果を各種の記号で、Bhagaらの実験式(3.11)を破線で示す。 $2 < Re_B < 100$ の範囲において両者はほぼ一致しているといえよう。ただし、本計算は $0.3 < Re_B < 100$ の範囲について行なっている。本計算結果のように、気泡レイノルズ数 Re_B が小さい($Re_B < 2$)場合、気泡は真球形になり、その下部に後流が現われても非常に小さくなる。よって、 $Re_B < 2$ の範囲を含むより広範囲の条件に対応する実験式は気泡レイノルズ数 Re_B が小さくなるにつれて後流長さ L_{wake} は気泡等価直径 d に漸近するものと考えられる。

以上の結果、気泡間の相互作用を支配する単一気泡が周囲の液相の速度分布に及ぼす影響を、瞬時局所の基礎方程式に基づく本詳細解析によって良好に評価できることが確認できた。

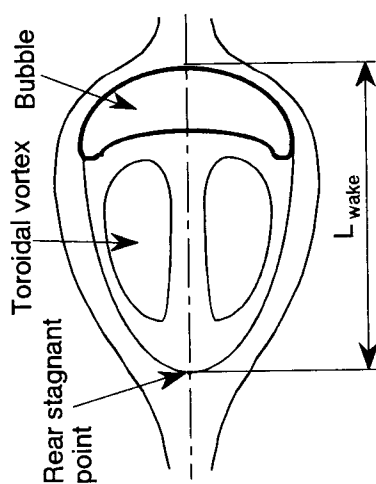


図3.18 トロイダル渦の長さの定義

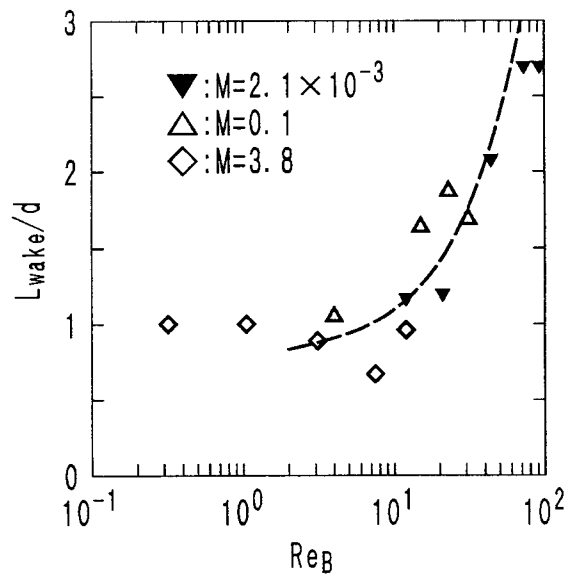


図3.19 L_{wake} の計算結果とBhagaら⁽³⁰⁾の実験式(3.11)の比較

3.3.5 直列二気泡の接近運動

以下、直列二気泡の接近運動、気泡形状の変化などに及ぼすエトベス数 E_o とモルトン数 M の影響を物理実験および詳細解析によって調べる。

図3.20に二気泡が非常に接近した（near-wake region）状態における直列二気泡の実験結果と計算結果を示す。図3.20(a),(b)は $E_o=116$, $M=0.963$ における二気泡の形状と運動に関するBhagaら⁽⁶⁰⁾の実験結果と本計算結果である。二気泡の接近と共に($t^*>2.7$)下気泡は縦長に変形し、急速に上気泡に接近する。このような二気泡の形状の時間変化や上昇速度について、計算結果は実験結果と良好に一致している。その他のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における実験結果はこれまで報告されていないので、本実験によって得られた結果と詳細解析結果を比較検討する。図3.20(c),(d)は $E_o=60.2$, $M=0.0021$ における比較である。本実験結果は1/30secごと、計算結果は $t^*=0.5$ ごとに示している。この場合、上気泡は単一気泡の場合とほぼ同じ冠球形になった。一方、下気泡は気泡径の4倍以上離れている時刻で既に後流の影響を強く受けて縦長に変形している。図3.20(e),(f)は $M=60.0$, $M=0.10$ での結果である。Mの増加によって、二気泡の接近速度が小さくなり、気泡形状は丸みを帯びている。図3.20(g),(h)は $E_o=10.2$, $M=0.10$ での結果である。エトベス数 E_o が小さくなったこの条件では、二気泡はともに後流を伴わない回転楕円体であり、ほぼ同じ形状を示す。合体直前には、下気泡がやや縦長に変形するが、気泡形状に及ぼす気泡間の相互作用の影響は小さい。以上全ての条件で、上気泡が下気泡の形状と上昇速度に及ぼす影響を良好に予測できた。

二気泡間の距離が離れている場合（far-wake region）の相互作用について数値実験的に調べるには多大な計算セルが必要となるので、実験結果に基づいて検討する。図3.21(a)に $E_o=10.2$, $M=0.0021$ での二気泡の先端位置の時間変化を示す。本図において、時刻 $t=0$ (sec)は、二気泡が合体した時刻に対応し、図中の負の時刻は二気泡が合体する以前の時刻を示す。実線は上気泡、点線は下気泡の運動を示し、破線は同じ条件での単一気泡の場合の気泡運動を示す。上気泡は単一気泡とほぼ同じ運動を示しているのがわかる。一方、下気泡は緩やかに上気泡に接近してくる。そして、途中から急速に上気泡に接近しているのがわかる。 E_o が60.0に増加した場合、図3.21(b)に示すように下気泡はより急速に上気泡に接近している。図3.22は二気泡間の距離 L_b の時間変化に及ぼすエトベス数 E_o の影響である。図より、エトベス数 E_o の増加によって気泡間距離 L_b はより急速に小さくなっているのがわかる。一方、気泡間距離が小さくなった（near-wake region）時点での気泡間距離 L_b の時間変化に及ぼすエトベス数 E_o とモル

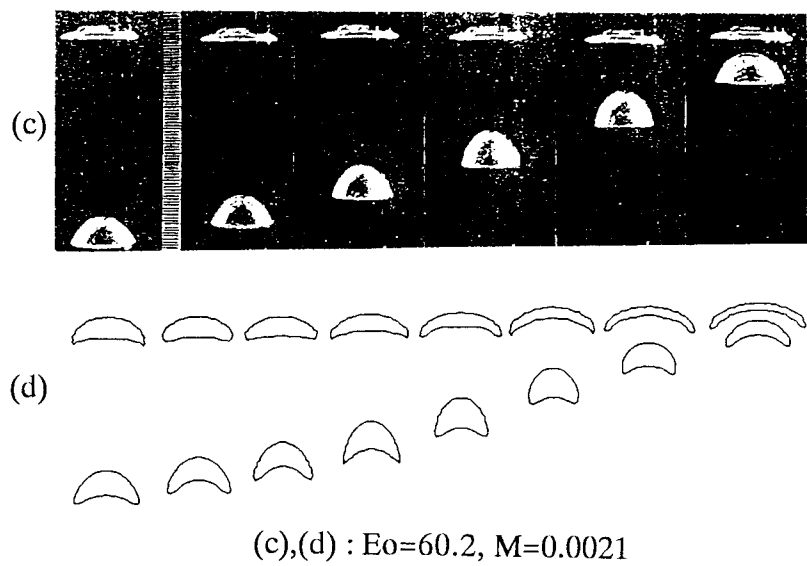
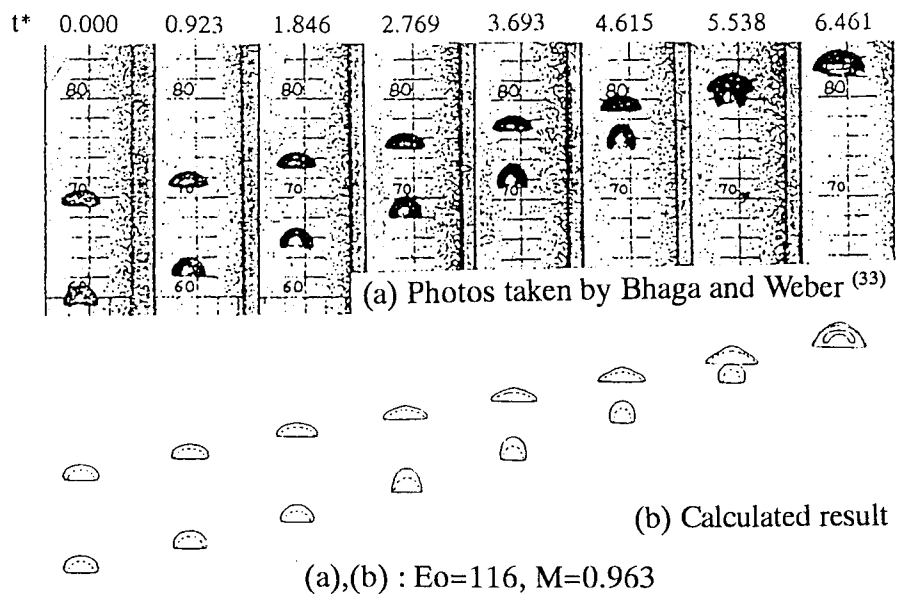
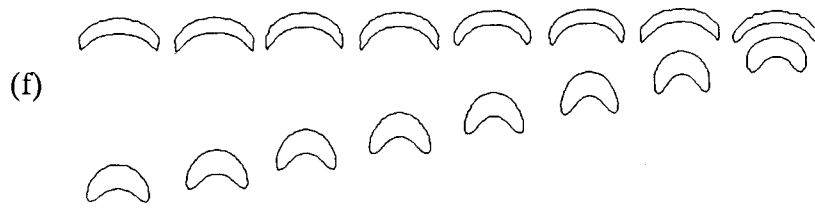
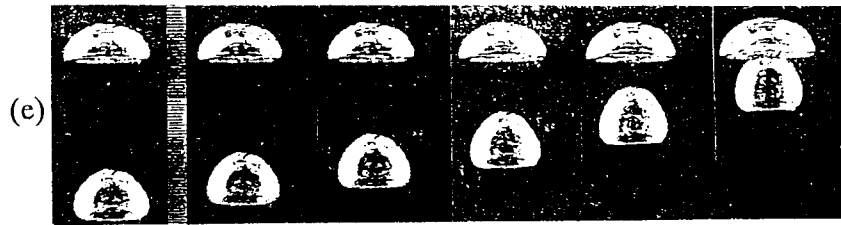
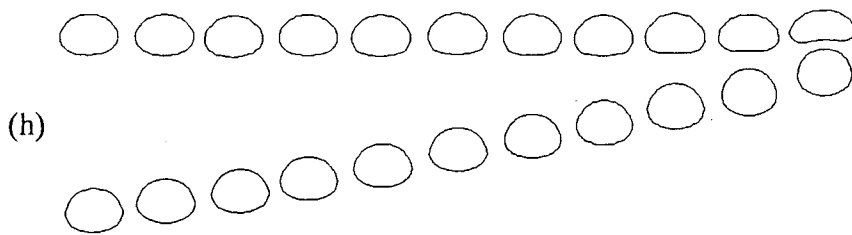
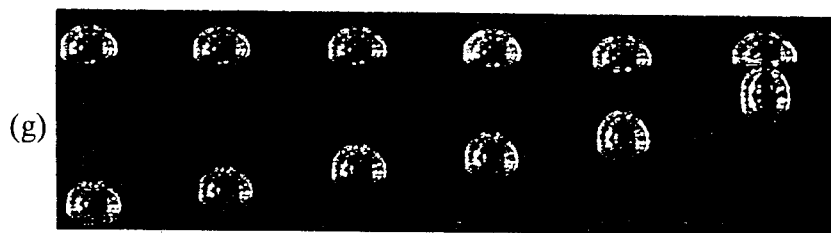


図3.20 直列二気泡の実験結果と計算結果の比較



(e),(f) : $Eo=60.0, M=0.10$



(g),(h) : $Eo=10.2, M=0.10$

図3.20 直列二気泡の実験結果と計算結果の比較

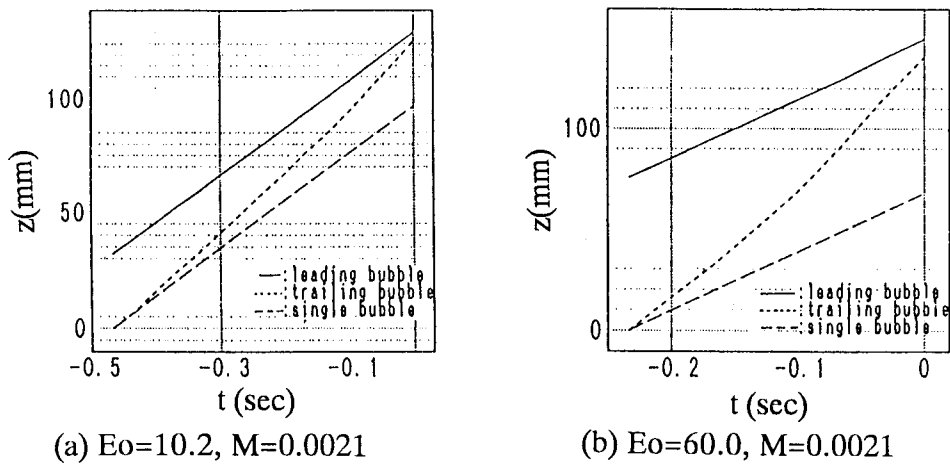
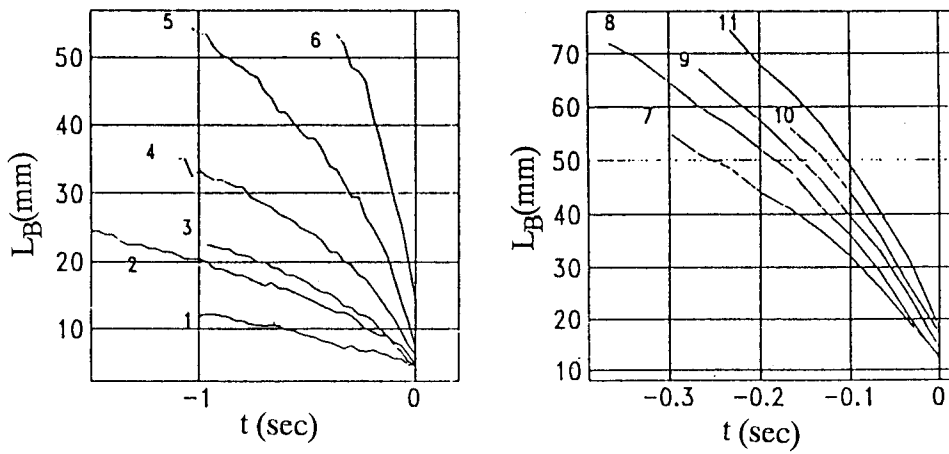


図3.21 二気泡の先端位置の時間変化の実験結果



No.	Eo	No.	Eo	No.	Eo	No.	Eo
1	3.2	4	10.2	7	49.3	10	80.3
2	5.0	5	20.6	8	60.2	11	89.8
3	7.0	6	39.9	9	70.3		

図3.22 気泡間距離の時間変化に及ぼすEoの影響

トン数 M の影響に関しては、詳細解析結果から調べる。図3.23に様々なエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における気泡間距離 L_B の時間変化を示す。ここで、縦軸には無次元気泡間距離 L^* をとった。無次元気泡間距離 L^* は次式で定義される。

$$L^* = \frac{L_B}{d} \quad (3.12)$$

計算では初期の二つの気泡を球形とし完全に静止した状態としているため、上気泡の形状が無限静止液中単一気泡の終端形状と同じになるように変形し、上気泡下方の液相速度欠陥が形成されるまでの計算の初期段階 ($t^* < 3$) においては、エトベス数 E_o やモルトン数 M の違いによる二気泡の相対速度の差はほとんど見られない。その後はエトベス数 E_o が大きいほど、あるいはモルトン数 M が小さいほど無次元気泡間距離 L^* はより急速に減少しており、その傾向は上で述べたものと一致している。

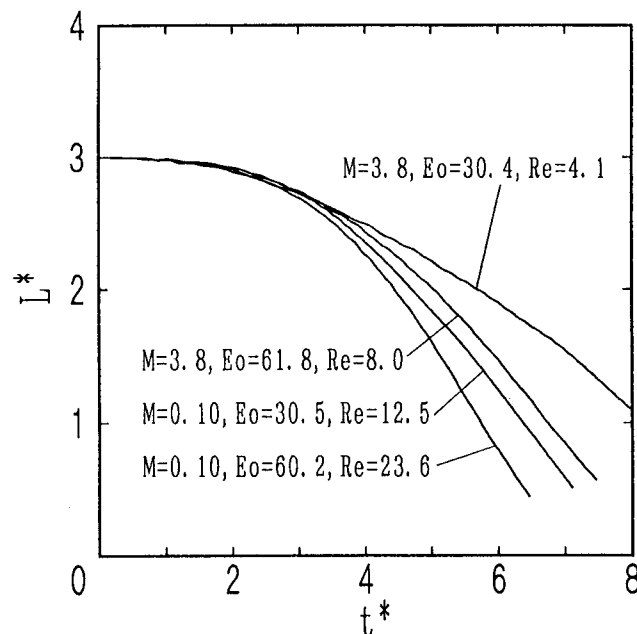


図3.23 気泡間距離の時間変化に及ぼす E_o と M の影響

以上、上気泡が下気泡の形状や上昇速度に及ぼす影響は、エトベス数 E_o の増加あるいはモルトン数 M の減少によってより大きくなることがわかった。また、その影響を本詳細解析手法によって良好に予測できることがわかった。

最後に、瞬時局所的な基礎方程式に基づく詳細解析によって得られた二気泡周囲の速度分布について考察する。図3.24(a)は $E_o=4.0$, $M=0.001$ の条件における二気泡周囲

の速度分布の計算結果である。この条件では二つの気泡の形状はともに単一気泡の場合とほぼ等しく回転楕円体であり、二気泡周囲の速度分布も共に気泡に沿った流れでほぼ等しい。しかし、下気泡上部の液相速度分布には非常に小さな速度欠陥があり、その結果下気泡はわずかに縦長になり、また緩やかに上気泡に接近する。単一気泡が冠球形になる $Eo=40.0$, $M=0.001$ の条件になると、図3.24(b)に示すように上気泡の後流の影響を強く受けて、下気泡周囲の速度分布が大きく変化している。特に上気泡のトロイダル渦内に下気泡が達すると、中心軸上での上向き速度成分によって下気泡が顕著に縦長に変形することがわかった。

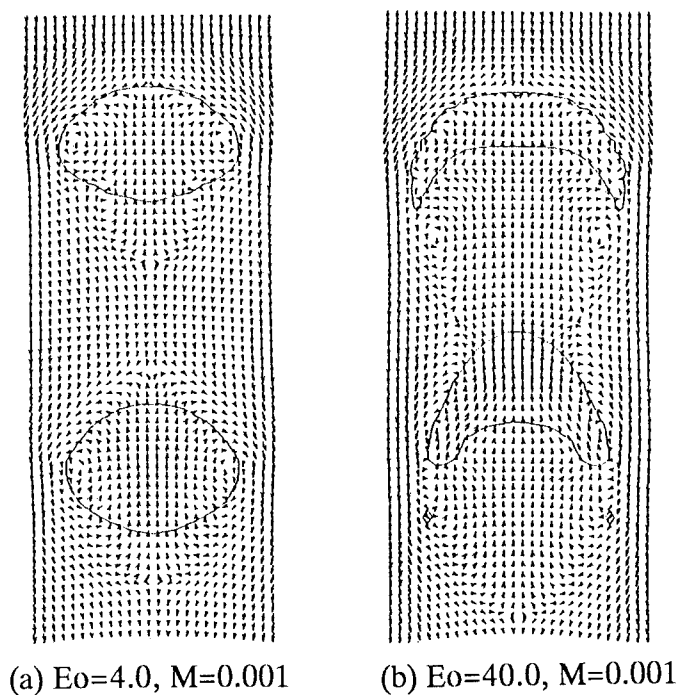


図3.24 二気泡周囲の速度分布の計算結果

3.3.6 本節のまとめ

瞬時局所的な基礎方程式に基づく詳細解析によって、気泡間の相互作用を良好に予測できるかを検討するため、その基礎となる直列二気泡の接近現象の詳細解析結果を実験結果と比較検討した。また、二気泡の相互作用に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響について、計算および実験によって調べた。なお、本節では直列二気泡間の相互作用を上気泡がその下方の液相速度分布に及ぼす影響と、乱された液相の速度分布による下気泡への影響に分けて検討した。その結果、以下の結論が得られた。

(1)本詳細解析プログラムによって、無限静止液中単一気泡がその下方の液相速度欠陥の水平方向、気泡中心軸上における液相速度の z 方向分布、およびトロイダル渦の長さに及ぼす影響を、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件において、定量的に良好に予測できることがわかった。

(2)本詳細解析と実験結果の比較検討によって、直列二気泡の形状と上昇速度に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を、定量的に良好に予測できることがわかった。この結果、気泡挙動に及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力の影響に加えて、他の気泡が誘起する液相の乱れを介した間接的影響についても、妥当に予測できることが確認できた。

(3)これまで調べられていなかった二気泡間の相互作用に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響について実験および詳細解析によって調べ、エトベス数 Eo の増加あるいはモルトン数 M の減少によって、下気泡はより急速に上気泡に接近すること、および下気泡はより顕著に縦長に変形することがわかった。これは、気泡間の相互作用がエトベス数 Eo の増加あるいはモルトン数 M の減少によって強くなることを示す。

(4)直列二気泡周囲の液相速度分布から、特に冠球形になる上気泡下方の中心軸付近における大きな液相速度欠陥やトロイダル渦が、下気泡を縦長に変形させ、上昇速度を大きくすることがわかった。

3.4 鉛直円管内静止液中単一大気泡

3.4.1 はじめに

これまでの各節によって、無限に大きな静止液中における単一あるいは直列二気泡の上昇速度、形状や気泡周囲の液相速度分布を、本研究で作成した詳細解析プログラムを用いて定量的によく予測できることが確認できた。しかし、実際の工業装置では流路壁が存在し、これが気泡の形状や運動に直接的あるいは間接的な影響を及ぼす。鉛直円管内気泡流を考えた場合、壁は気泡の運動を壁の外側へ移動しないように制限するだけでなく、液相の速度勾配を生成して気泡に働く揚力の発生原因になったり、気泡と壁の間に存在する液相を介して気泡を変形させたりする。鉛直円管内静止液中に存在する気泡径が円管内径より大きい気泡は、テイラー気泡とも呼ばれ、砲弾形の気泡形状になる⁽³⁸⁾。無限静止液中では現われない砲弾形の気泡形状になるのは、この大気泡が壁との間に形成された液膜を介して壁から非常に強い作用を受けているから

にほかならない。この大気泡の形状や終端速度を本解析手法によって良好に予測できれば、液相を介して気泡に作用する壁の間接的な影響を精度良く評価できると考えられる。また、この大気泡は気液二相スラグ流の最も基本的な素過程の一つであり、その詳細解析の実現はスラグ流の詳細解析の可能性を与えてくれる。

そこで本節では、鉛直円管内静止液中の単一大気泡の詳細解析を試みることにする。第二章でも述べたように、鉛直円管内静止液中の単一大気泡の終端速度はエトベス数 Eo_D とモルトン数 M によって整理できることが示されている⁽³⁹⁾ので、本節における大気泡の詳細解析では、終端速度に加えて大気泡の形状や速度分布もエトベス数 Eo_D とモルトン数 M に支配されるか否か調べることにする。計算結果の妥当性を検討するためには、大気泡の形状や終端速度などに関する実験データベースが不可欠であるが、大気泡形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響を系統的かつ定量的に調べたデータベースは見受けられない。そこで、まず単一大気泡の実験を行ない、大気泡の終端速度と形状を様々なエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件のもとで測定した。

3.4.2 従来の研究

1910年代以降、大気泡の終端速度や形状などの流動特性に関して、数多くの実験的および理論的研究が行なわれている⁽³⁸⁾⁻⁽⁵¹⁾。初期の理論的研究はポテンシャル流れ理論に基づいて行なわれた^{(38),(40),(41)}。そのため、大気泡に及ぼす粘性や表面張力の影響が考慮されていなかった。Dumitrescu⁽⁴¹⁾やDaviesら⁽³⁸⁾は、大気泡の終端速度が

$$V_t = c \sqrt{gD} \quad (3.13)$$

で表されるとしている。ここで、 D は円管内径を表す。また c はおよそ0.35の定数であるとしている。その後、種々の流体と円管による実験が重ねられ、大気泡の特性は粘性力、表面張力、浮力、慣性力などの大きさによって大きく異なることが明かにされた⁽⁴²⁾。Brown⁽⁴³⁾はDumitrescuの式に粘性の影響を考慮するように、係数 c を粘性の関数で表している。White-Beardmore⁽³⁹⁾は、これら各種の力が大気泡の終端速度 V_t に及ぼす影響を三種類の無次元数で整理し、数多くの実験結果を一つの無次元相関図のまとめた。図3.25に彼らの相関図を示す。図中の Eo_D は代表長さを円管内径 D とするエトベス数、 M はこれまでと同様モルトン数、 Fr はフルード数を表す。第2章でも示したが、

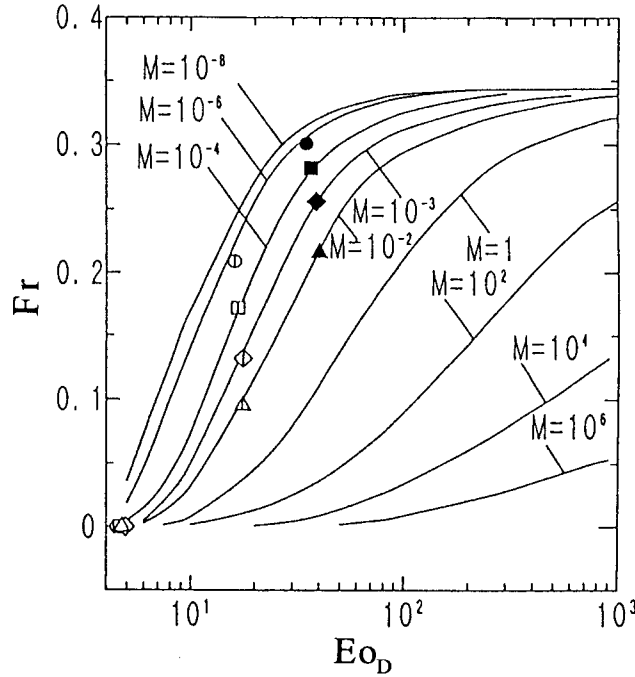


図3.25 Whiteらの単一大気泡の相関図⁽³⁹⁾

各々の無次元数は以下の諸式で定義される。

$$Eo_D = \frac{g(\rho_L - \rho_G)D^2}{\sigma} \quad (3.14)$$

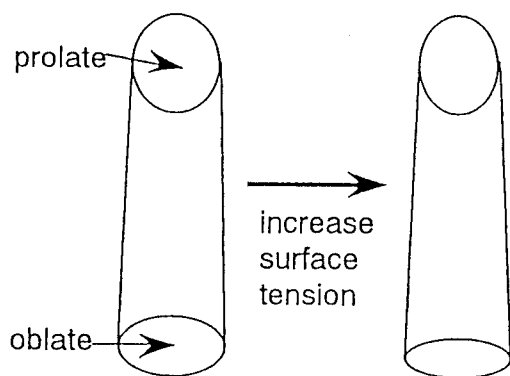
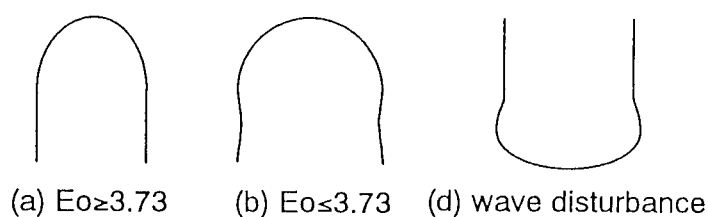
$$M = \frac{g\mu_L^4(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2\sigma^3} \quad (3.15)$$

$$Fr = \frac{V_t}{\sqrt{\frac{gD(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L}}} \quad (3.16)$$

ここで、 V_t は単一大気泡の終端速度を表す。Graceらの無限静止液中の単一気泡の相関図（図3.1）と比べて、エトベス数の代表長さがDになっている点、無次元気泡速度が気泡レイノルズ数 Re_B にかわってFrが用いられている点、および気泡の終端速度のみの相関図であり、気泡形状については触れられていない点が異なる。DumitrescuやDaviesらの終端速度の予測式(3.13)は、Whiteらの相関図でエトベス数 Eo_D が約100以上で、気相密度 ρ_G が液相密度 ρ_L より無視できるほど小さく、水・空気系などのように粘性が小さい条件において、Frが係数 $c (=0.35)$ になることに対応する。Whiteらの相

関図はフルード数 Fr がエトベス数 Eo_D とモルトン数 M によって一意に定まることを意味しており、鉛直円管内静止液中単一大気泡の終端速度に関して現在最も信頼できる整理結果である。なお、静止液中の単一大気泡の終端速度が零になる、すなわち気泡が停滞する条件として、Hattori⁽⁴⁰⁾は $Eo_D \leq 3.36$ 、Bretherton⁽⁴⁴⁾は $Eo_D \leq 3.73$ 、Barr⁽⁴⁵⁾は $Eo_D \leq 0.58$ とそれぞれ報告している。この値の相違は、管壁の濡れ性や表面粗さ、流体の汚れ度などによると考えられる。また、大気泡長さ L と終端速度 V_t の関係については、Gibson⁽⁴⁶⁾が気泡長さが $1D$ 以上になると、終端速度 V_t は気泡長さによらず一定になると報告している。そのほかの研究者も気泡長さが $1 \sim 1.5D$ 以上になると、終端速度 V_t は気泡長さによらないことを報告している。

大気泡の形状に関しては、以下の研究が行なわれている。初期のポテンシャル流れ理論に基づいた研究⁽³⁸⁾では、大気泡の先端形状は半球状になると仮定して、大気泡形状を理論的に求めている。Bretherton⁽⁴⁴⁾は大気泡の先端形状に及ぼす表面張力の影響を理論解析し、 $Eo_D \geq 3.73$ の場合には図3.26(a)のように滑らかな先端形状となり、 $Eo_D \leq 3.73$ の場合には図3.26(b)のように先端部にくびれを持つ形状になることを示した。ここで、先に示した彼の $Eo_D \leq 3.73$ の気泡が上昇しなくなる条件は、この理論解析に基



(c) bubble shape in viscous liquid

図3.26 大気泡の形状に関する従来の研究

((a),(b) : Bretherton⁽⁴⁴⁾の理論解析結果、
(c),(d) : Goldsmithら⁽⁴⁷⁾の実験観察結果)

づいている。Goldsmith–Mason⁽⁴⁷⁾は液相の粘性が高い場合には大気泡の先端および後端は回転楕円体となり、図3.26(c)に示すように先端形状は縦長楕円体、後端形状は横長楕円体になることを指摘している。また、粘性の高い条件で表面張力が増加すると、気泡両端の回転楕円体の扁平率がともに増加することを観察している。さらに、液相の粘度が高い場合には、図3.26(d)に示すように気泡後端部にくびれ（ウェーブディスタバンスと名付けている）が生じると報告している。Brown⁽⁴³⁾、Özgülら⁽⁴⁸⁾、深野ら⁽⁴⁹⁾は大気泡の形状に及ぼす粘性の影響を実験的に調べている。彼らは、大気泡周囲の液膜厚さは液相の粘性係数の増加とともに大きくなると報告している。そして、例えばÖzgülらはDaviesらのポテンシャル流れ理論に基づく大気泡形状の予測式に、粘性の影響によって液膜厚さが増加する分を加味した理論式を提案している⁽⁴⁸⁾。Nickens–Yannitell⁽⁵⁰⁾は表面張力が大気泡の先端形状に及ぼす影響を理論的に調べ、表面張力の増加により気泡の先端形状がより丸みを帯びるという結果を得ている。

以上のように、大気泡の形状に及ぼす粘性と表面張力の影響に関して数多くの研究がなされてきたが、二つの大気泡を支配する無次元数エトベス数 Eo_D とモルトン数 M が気泡形状に及ぼす影響を系統的に調べた報告はない。さらに、計算結果の妥当性を確認するための実験データベースが欠如している。そこで、まず本節の前半において大気泡の形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響に関する実験データを取得し、後半で計算結果と実験結果の定量的比較検討を行なう。

Goldsmith–Mason⁽⁴⁷⁾は、トレーサー法によって気泡内の流れの可視化や液膜部を含めた速度分布の理論解の導出などを行っている。また、Kawajiら⁽⁵¹⁾はフォトクロミック法によって大気泡下部の液相速度分布を測定している。これらの実験結果をもとに、計算によって得られた瞬時局所的な速度分布についても考察する。

3.4.3 大気泡の実験

大気泡の詳細解析結果の妥当性を確認するために不可欠な大気泡形状に関する実験データベースを取得するために、実験を行なった。以下、実験装置の概要、実験方法および実験条件を示し、実験によって得られた気泡形状を示す。なお、その後実行する大気泡の詳細解析条件も、実験条件と全く同じである。

3.4.3.1 実験装置と実験条件

実験にはサッカロース水溶液と常温常圧の空気を用いた。また、サッカロース水溶液の溶媒にはイオン交換樹脂による精製水を用いた。長さ2000mmの亚克力製の鉛直円管内にサッカロース水溶液を満たして試験部とした。三種類の異なる内径 ($D=5.4, 10.2, 15.1\text{mm}$) の円管を試験部に用いてエトベス数 Eo_D を変化させた。溶液の濃度を調節して M を調節した。気泡は試験円管の底から注入した。大気泡の形状に関する詳細解析を実行する際に、大気泡長さが長いほど多くの計算セルが必要になり、その結果膨大な計算時間が必要となる。そこで、大気泡長さが約 $2D$ になるように空気注入量を調節した。大気泡の終端速度 V_t は8mm-VTRを用いて円管底部より1.3mの位置で測定した。同一のエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の条件下で20回以上終端速度 V_t を測定し、終端速度 V_t の実験値はそれらの平均値とした。終端速度 V_t の測定値に対する偏り誤差の要因は見られず、95%確度の計測の不確かさは1.3%であった。図3.27に大気泡形状の撮影部を模式的に示す。気泡形状の撮影にはスチルカメラを用いた。亚克力製の鉛直円管を亚克力ブロックで囲み、光の屈折による誤差を低減させた。また、この光学的誤差は幾何光学により除去できるので、写真から大気泡形状を読み取る際に補正した。気液各相の物性値および表面張力は前節と同様の手法で測定した。

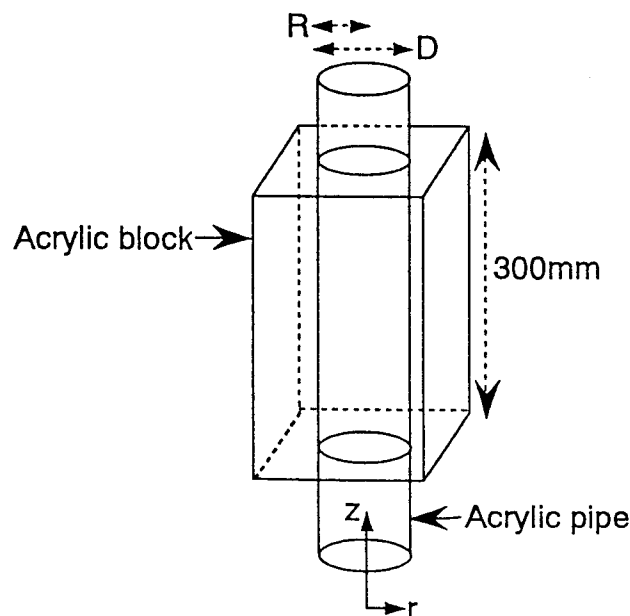


図3.27 大気泡撮影部の模式図

case	ρ_L [kg/m ³]	ρ_G [kg/m ³]	$\mu_L \times 10^{-3}$ [kg/ms]	$\mu_G \times 10^{-5}$ [kg/ms]	σ [N/m]	D [mm]	Eo	logM [-]
1	1249	1.22	25.0	1.81	0.0798	5.4	4.47	-5.22
2	1249	1.22	25.7	1.81	0.0796	10.2	15.97	-5.17
3	1249	1.22	25.7	1.80	0.0793	15.1	35.14	-5.16
4	1268	1.22	55.0	1.81	0.0778	5.4	4.65	-3.82
5	1268	1.22	55.0	1.81	0.0778	10.2	16.60	-3.82
6	1268	1.22	55.0	1.81	0.0778	15.1	36.38	-3.82
7	1311	1.21	100.0	1.81	0.0760	5.4	4.92	-2.77
8	1311	1.22	97.0	1.81	0.0760	10.2	17.57	-2.82
9	1311	1.21	93.0	1.81	0.0760	15.1	38.50	-2.90
10	1313	1.23	153.0	1.80	0.0791	5.4	4.74	-2.08
11	1313	1.23	162.0	1.80	0.0765	10.2	17.48	-1.94
12	1313	1.23	169.0	1.80	0.0738	15.1	39.71	-1.82

表3.2 大気泡の実験条件

表3.2に12点全ての実験条件を示す。また、図3.25中に全ての実験点を示した。大気泡の終端速度と形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響を調べるために、エトベス数 Eo_D を一定にしてモルトン数 M を4種類変化させた条件と、モルトン数 M を一定にしてエトベス数 Eo_D を3種類変化させた合計12の条件について実験を行なった。実験条件は表面張力あるいは粘性力が支配的な条件から無視できる条件までを網羅するように設定した。本実験条件によって大気泡の無次元終端速度であるフルード数 Fr が取りうる $0 \leq Fr \leq 0.35$ のほぼ全範囲をカバーしている。本実験条件において、代表長さを円管内径 D とした気泡レイノルズ数 Re_D 、

$$Re_D = \frac{\rho_L V_t D}{\mu_L} \quad (3.17)$$

の最大値は87.8であり、全ての実験が層流条件下である。

3.4.3.2 実験結果と考察

まず、本実験の信頼性を確認するために、無次元大気泡終端速度としてのフルード数 Fr の実験結果をWhiteらの相関図より求めた値と比較しておく。図3.28にWhiteらのフルード数 Fr と本実験値の比較結果を示す。両者は相対誤差 $\pm 4.1\%$ で一致しており、

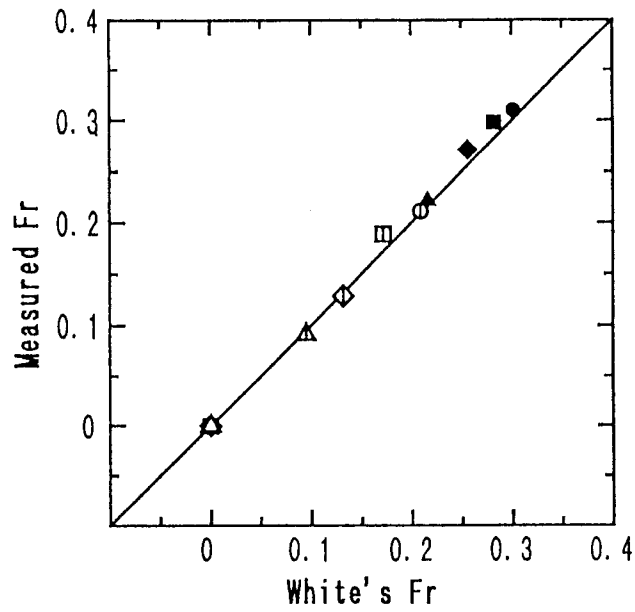


図3.28 Whiteらの相関図⁽³⁹⁾によるFrと実験結果の比較
(図中の記号は図3.25中の条件に対応する)

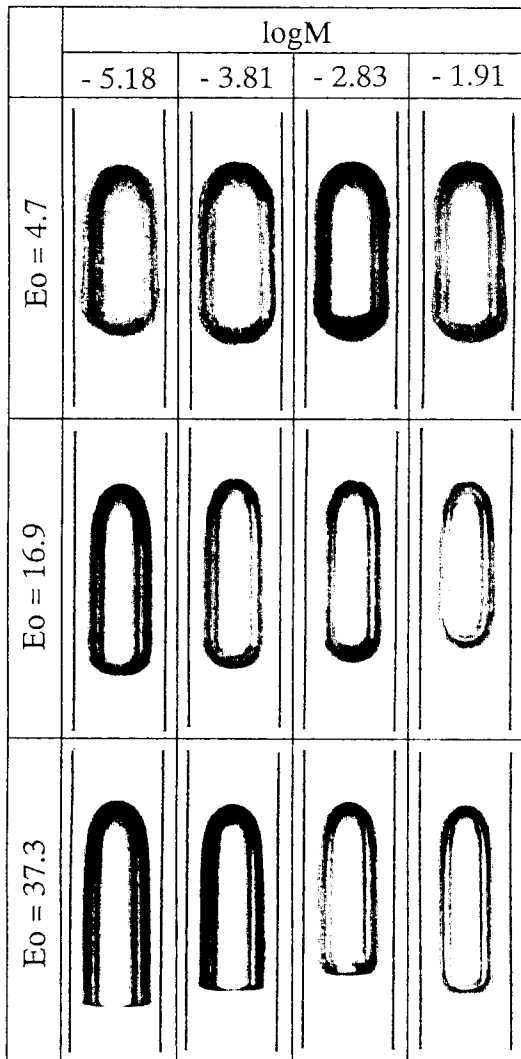


図3.29 全実験条件における気泡形状の写真

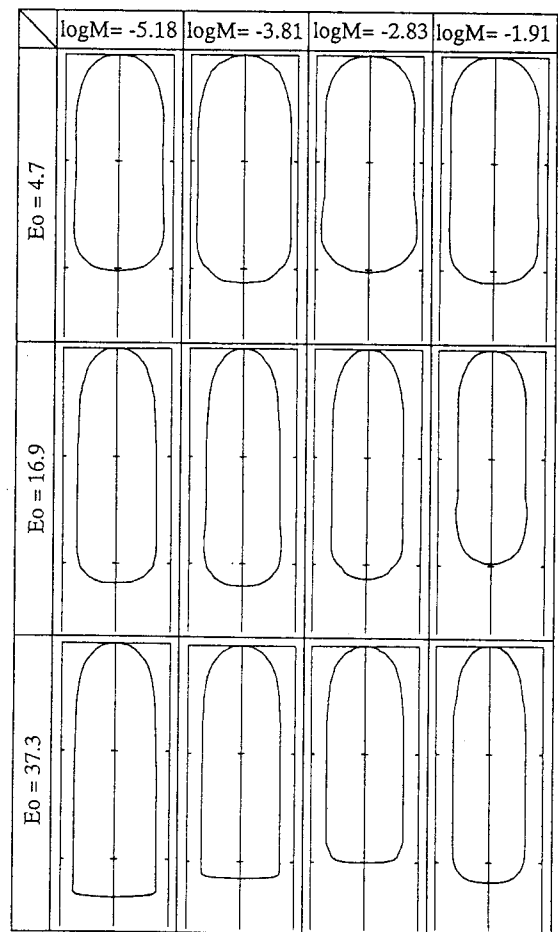


図3.30 大気泡形状の測定結果

本実験における物性値の測定が信頼できることが確認できた。なお、 $Eo_D \leq 4.92$ の条件では大気泡の上昇速度は零であった。

図3.29に全実験条件における大気泡形状の写真を示す。各写真は円管内径が同じ大きさになるように拡大・縮小してある。なお、全ての条件において大気泡の形状は定常になっており、時間的にはほとんど変化しなくなったことを付記しておく。図3.29の写真から大気泡の形状を読み取り、さらに屈折による光学的誤差を修正した形状を図3.30に示す。本図より、大気泡の形状に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響として、以下の傾向がわかる。

- (1)大気泡後端部は、エトベス数 Eo_D の増加またはモルトン数 M の減少によって平坦化する。
- (2)大気泡周囲の液膜厚さはモルトン数 M の増加と共に増加する。
- (3)大気泡先端部の形状は、大気泡が上昇しない $Eo_D=4.7$ の際に図3.26(b)と同様にくびれを有する形状になる。
- (4) $\log M \geq -2.83$ の粘性が高い条件では、エトベス数 Eo_D が16.9から4.7に減少するにつれて気泡後端部形状は偏平化する。
- (5)図3.26(d)に示した後端部のくびれ（ウェーブ・ディスタージョンス）が、エトベス数 Eo_D が小さい条件で現われる。

以上の傾向は先に示した既存の知見と一致している。

図3.31に大気泡先端部の形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響を示す。本図より以下の二点がわかる。

- (6)エトベス数 Eo_D が一定の時、モルトン数 M の増加によって気泡先端部形状の偏平度は低下する。その結果、傾向(2)に記した液膜厚さの増加が生じる。
- (7)エトベス数 Eo_D の減少にともない、大気泡先端部形状は平坦化する。

これら二つの傾向も従来の研究^{(47),(50)}と一致している。従来の研究と本研究の相違点は、本実験結果は二つの無次元数エトベス数 Eo_D とモルトン数 M をパラメータとして行なわれている点にある。

以上、広範囲の流動条件における大気泡形状を系統的に取得できた。

3.4.4 大気泡の詳細解析

以下、先に示した鉛直円管内静止液中における単一大気泡の終端速度と形状に関する実験結果と詳細解析によって得られた計算結果を比較検討し、詳細解析の妥当性を

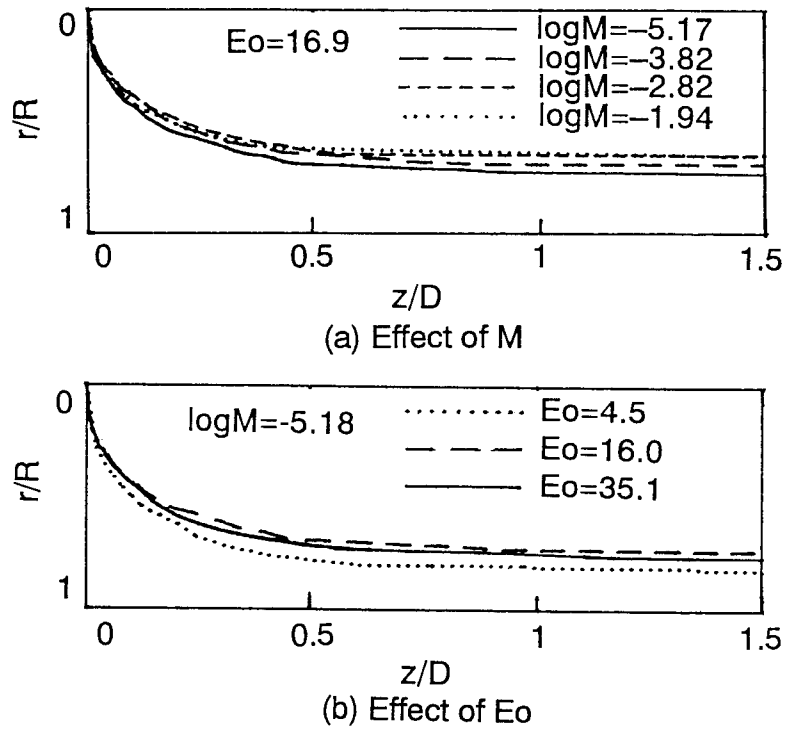


図3.31 気泡先端形状に及ぼすEoとMの影響

検討する。また、大気泡周囲の速度分布についても既存の実験結果と定性的比較を行なう。

3.4.4.1 計算体系と境界条件

詳細解析は前節同様、軸対称の二次元(r, z)円筒座標系を用いる。図3.32に計算体系、境界条件および初期の大気泡形状を示す。大気泡周囲の液膜内では速度勾配が大きくなると予想されるので、液膜付近の領域では計算セルの空間刻み幅を小さくした。初期気泡の先端部および後端部の形状は、直径 $0.8D$ の半球形とした。二つの半球は同じ直径の円柱でつながれている。実験で得られた大気泡の体積と初期の大気泡の体積がほぼ等しくなるように、円柱部分の長さを各条件によって調節した。上部境界から液相を下方に向けて一様速度 V_{in} で流入させ、同時に管壁も速度 V_{in} で下降させた。右側境界は軸対称条件、下側境界は連続流出条件とした。流入速度 V_{in} の大きさを大気泡の終端速度 V_f の計算値と同じ値とすることによって、大気泡の先端に固定した座標系から観察した流れ場を模擬した。前節同様、このような座標系では気泡が終端速度 V_f に達した時点で大気泡の先端位置が静止しなくてはならない。そこで、 V_{in} の大きさを試行錯誤的に変更して計算を複数回試み、大気泡先端の軸方向位置座標が

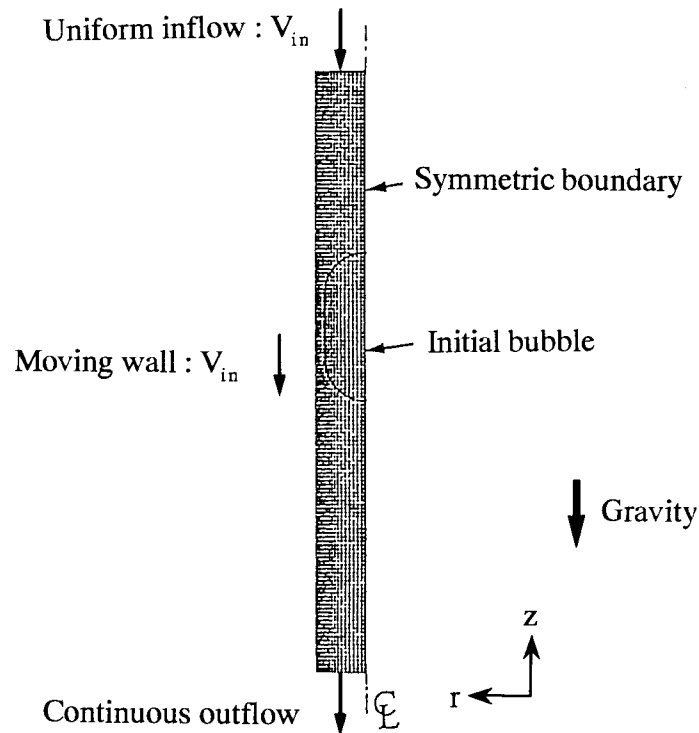


図3.32 計算体系と境界条件

変化しなくなる状態を実現させた。なお、計算時間は条件によって異なり、72MIPSの演算速度を有するワークステーションHP-730を用いて約5～15時間であった。エトベス数 Eo_D が小さい条件で、計算における時間刻み幅 Δt は小さくする必要があり、計算時間は長くかかった。

3.4.4.2 計算結果と考察

図3.33に本詳細解析によって得られた大気泡の形状の時間変化の一例を示す。本図は、 $Eo_D=39.71$, $\log M=-1.82$ の場合の結果である。大気泡の詳細解析の場合には、基準長さを管径 D とした次の無次元時間 t_D^* を用いる。

$$t_D^* = \frac{V_{in} t}{D} = \frac{V_t t}{D} \quad (3.18)$$

上部境界からの流入速度 V_{in} を計算で得られる終端速度 V_t とほぼ一致するように調節したため、大気泡の先端位置が計算開始後すぐに一定位置に落ち着いている。大気泡の形状に関しては、終端速度 V_t よりも定常状態に達するのが遅く、 $t_D^* > 6$ でほとんど

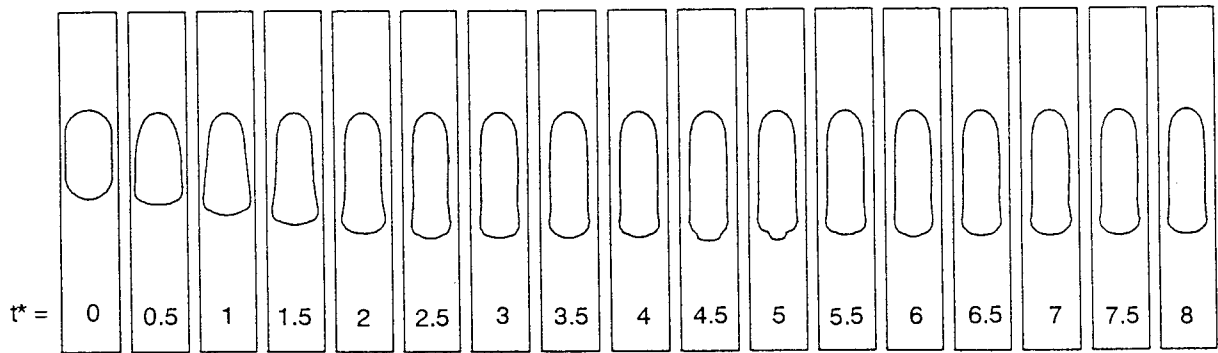


図3.33 気泡形状の時間変化の計算結果 ($Eo=39.71, \log M=-1.82$)

定常になっている。この定常に達した形状を大気泡の最終的な計算結果とした。

図3.34に管壁に固定した座標系（実験室系）における大気泡先端の軸方向移動距離と気泡の上昇速度の時間変化の一例を示す。なお、気泡の移動距離 z は管径 D で、上昇速度 V は V_{in} でそれぞれ無次元化してある。本図より、大気泡は管径 D 程度の距離を移動した後($t_p^* > 1$)に、終端速度に達していることがわかる。従来の実験によって、大気泡は D あるいは $2D$ 程度の短い移動距離で終端速度に達することが知られている。図3.34の結果はこの過去の観察結果と一致しており、大気泡の非定常な運動についても妥当に予測できる可能性を示している。

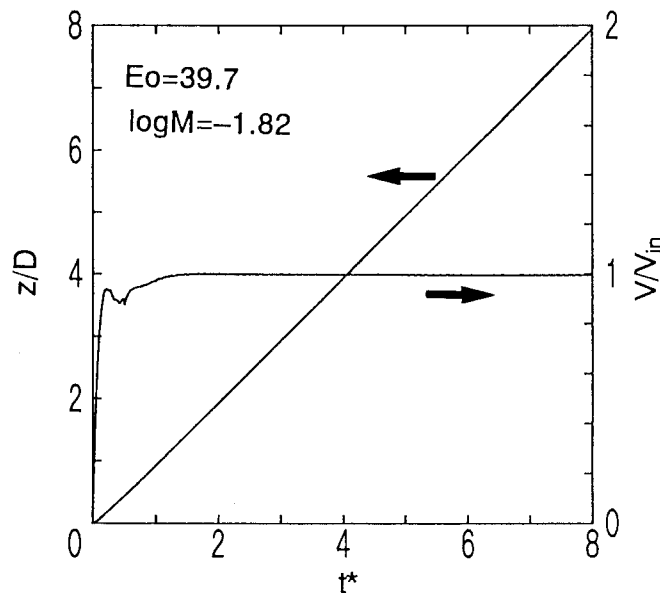


図3.34 気泡先端の鉛直方向無次元移動距離 z/D と無次元上昇速度 V/V_{in} の時間変化の時間変化

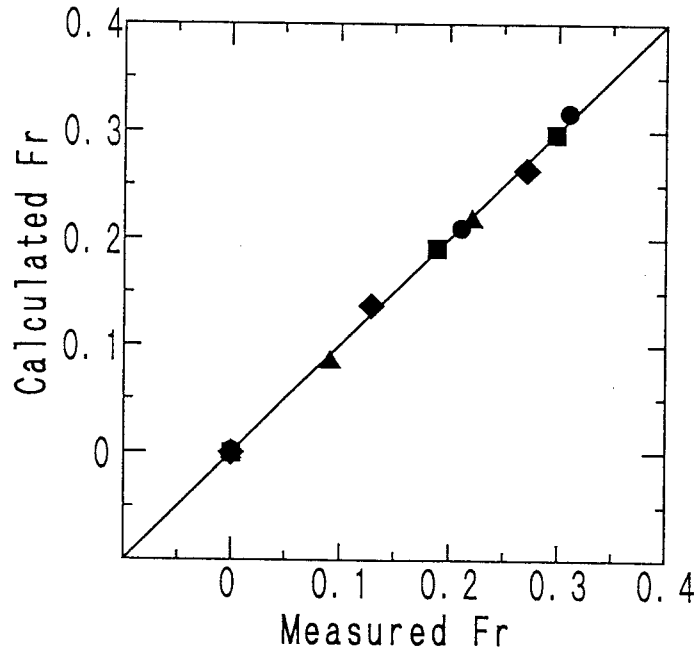


図3.35 Frの実験結果と計算結果の比較

図3.35に無次元大気泡終端速度 Fr の実験結果と計算結果の比較結果を示す。両者は相対誤差 $\pm 3.1\%$ で一致している。次に、大気泡形状の実験結果と計算結果の比較結果を図3.36に示す。各図の左半分には計算によって得られた速度分布も併せて示した。ただし、速度ベクトルは大気泡の先端に固定した座標系におけるものである。本図より、全ての条件において大気泡形状の実験結果と計算結果は一致しており、広範囲の流動条件において大気泡の形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響を良好に予測できていることがわかる。図3.35および図3.36より、本詳細解析によって大気泡に作用する抗力、浮力、表面張力などを妥当に評価できているものと言える。

次に、詳細解析によって得られた大気泡周囲の速度分布について考察する。大気泡の内部の速度分布に関して、Goldsmith-Mason⁽⁴⁷⁾は、トレーサー粒子に煙を用いた観察により大気泡の内部にトロイダル渦が存在することを確認している。また、Kawajiら⁽⁵¹⁾はフォトクロミック法で生成したダイにより大気泡下部の液相内速度分布を測定し、図3.37に示す実験結果を得ている。本図は $\log M = -8.26$ における実験結果である。この図より、液膜から下方へ流出した液相は噴流のように液体スラグ部を流れること、および大気泡直下の液相はほぼ一樣な速度で大気泡に追従することがわかる。図3.38に本計算によって得られた大気泡周囲の速度分布を示す。速度分布を見やすくするために、速度ベクトルは4セルに一つの割合で示した。本図より、計算でも大気泡内にトロイダル渦が生じているのがわかる。また、大気泡下部の速度分布についてはモルトン数 M がKawajiらの実験条件に近づくにつれて、液膜から流出する液相が噴流

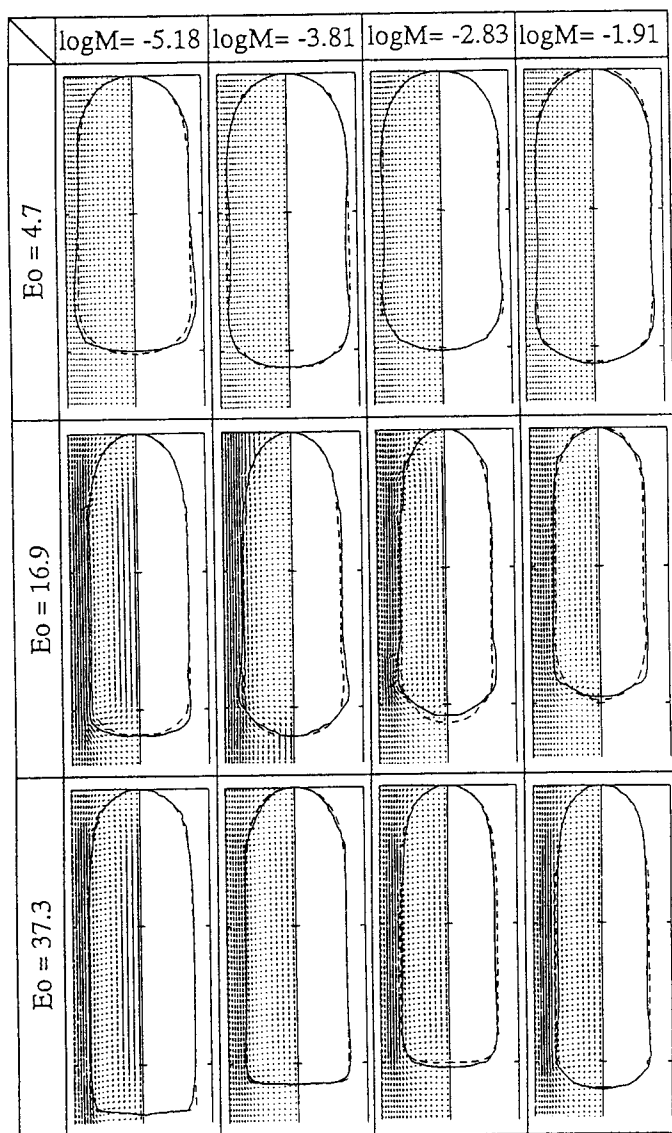


図3.36 気泡形状の実験結果と計算結果の比較
(実線：計算結果，破線：実験結果)

のような流れを形成していくことがわかる。以上の結果、大気泡周囲の速度分布に関しても、定性的に既存の実験結果と一致する計算結果が得られることを確認できた。

3.4.5 本節のまとめ

鉛直円管内静止液中における層流条件下の単一大気泡を対象として、軸対称二次元円筒座標系での詳細解析を行なった。この大気泡は、前節までの無限静止液中気泡とは異なり、円管の壁の影響を強く受ける気泡である。また、計算によって得られた大気泡形状の妥当性を検証するために、物理実験を同時に行なった。大気泡の終端速

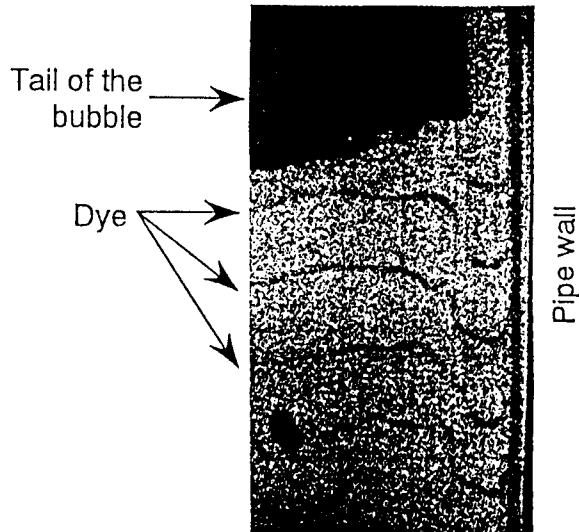
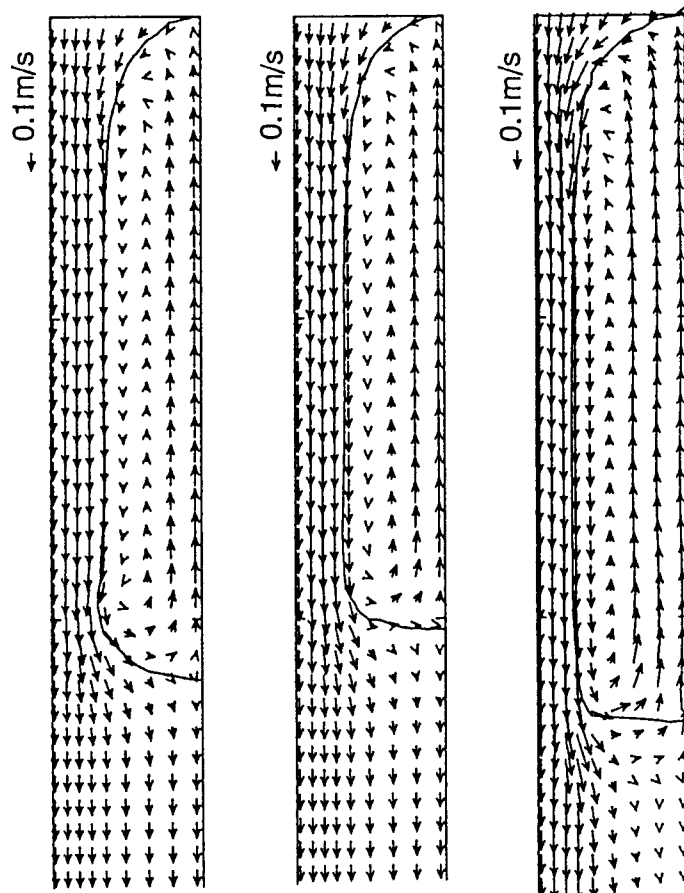


図3.37 Kawajiら⁽⁵¹⁾による大気泡下部の流れ場の可視化例



(a) $\log M = -1.82$ (b) $\log M = -2.90$ (c) $\log M = -5.16$

図3.38 大気泡周囲の速度分布の計算結果 ($Eo=37.3$)

度、形状および速度分布の計算結果については、前節までと同様の無次元数であるエトベス数 Eo_D とモルトン数 M をパラメータとして考察した。その結果、以下の結論が得られた。

(1)大気泡の形状に及ぼすエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の影響に関する実験結果を提示した。本実験データベースは、今後新たな界面追跡法に基づく詳細解析手法を開発した際に、その妥当性を検討するためのデータベースとして利用できる。

(2)広範囲にわたるエトベス数 Eo_D とモルトン数 M の条件における大気泡の終端速度と形状を、本詳細解析手法によって良好に予測できることが確認できた。これによって、流路壁が気泡挙動に及ぼす影響を妥当に予測できることを示している。

(3)大気泡内部の速度分布および大気泡下部の液相速度分布についても、既存の実験結果と定性的に一致する計算結果が得られた。

3.5 結言

気液各相について瞬時局所的に成立する質量および運動量の保存式を、気液界面において成立すべき境界条件を考慮しつつ解く詳細解析手法によって、これまでほとんど行なわれていない気液二相気泡流の妥当な予測が可能か否か検討するために、本章では、二次元(r, z)円筒座標系における詳細解析プログラムを作成し、その基礎検討として、無限静止液中単一気泡、無限静止液中直列二気泡、および鉛直円管内静止液中単一大気泡の詳細解析を試みた。これら三種類の対象は、それぞれ気泡挙動に及ぼす気泡径・各相物性・表面張力などの影響、他の気泡が引き起こす液相の乱れを介した影響、そして流路壁の影響を、本詳細解析プログラムによって定量的に良好に評価できるか確認するための代表例とした。計算のパラメータとしては、気泡径や円管内径などの有次元量を用いず、二つの無次元数エトベス数 Eo およびモルトン数 M を採用した。計算結果の妥当性は、気泡の終端速度と形状などの計算結果を、既存のまたは本研究で取得した実験結果と比較することによって確認した。また、気泡付近の瞬時の詳細な速度分布の計算結果より、気泡挙動と速度分布の関係などについて現象論的に考察した。なお、本研究では層流条件における気泡の運動を対象としているため、全ての詳細解析は層流条件下で行なった。その結果、以下の結論が得られた。

(1)本研究で作成した二次元円筒座標系用の詳細解析プログラムによって、これまでほとんど行なわれていない無限静止液中の単一気泡の妥当な詳細解析を実現させた。

(2)静止液中単一気泡の終端速度と形状に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響

を定量的に良好に予測できることが確認できた。すなわち、気泡挙動に及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力の影響を、本詳細解析手法によって妥当に評価できることがわかった。

(3)モルトン数が低く、気泡レイノルズ数が高い条件において気泡が時間とともに揺動するのは、気泡下部に生成されるトロイダル渦と気泡内の循環流れの間の気泡下部界面に、界面を横切るような小さな渦（二次渦）が存在し、界面に垂直な方向への速度成分が誘起されるためであることが、詳細解析によって得られた揺動気泡付近の速度分布からわかった。

(4)本詳細解析プログラムによって、無限静止液中単一気泡下方の液相速度分布を、トロイダル渦が生じる場合も含めて良好に予測できることがわかった。これは、気泡が及ぼす気泡下方における液相への影響を、本詳細解析手法によって良好に予測できることを示す。

(5)エトベス数 E_o が増加すると、直列二気泡はより急速に接近し、下気泡は特に顕著に縦長に変形すること、そしてモルトン数 M が減少すると二気泡間の距離はより急速に減少することがわかった。これらの結果は、エトベス数 E_o の増加あるいはモルトン数 M の減少が、気泡間の相互作用を強くすることを示す。

(6)広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における、直列二気泡の形状と上昇速度の時間変化を、本詳細解析プログラムによって定量的に妥当に予測できることが本研究で行なった実験結果と本計算結果との比較検討からわかった。その結果、気泡挙動に及ぼす他の気泡による影響を良好に予測できることが確認できた。

(7)鉛直円管内静止液中の単一大気泡の形状に及ぼすエトベス数 E_o とモルトン数 M の影響に関する実験結果を得た。これは、今後新たに開発される二相流の詳細解析手法の妥当性を検討する際のデータベースとして利用できる。

(8)広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における単一大気泡の終端速度と形状を、本詳細解析プログラムによって定量的に良好に予測できることがわかった。これによって、流路壁が気泡挙動に及ぼす影響を良好に予測できることがわかった。

(9)大気泡内部および大気泡下方の速度分布についても、定性的に妥当に予測できることがわかった。

以上本章における詳細解析と実験の結果として、液相中を運動する気泡の形状、上昇速度、気泡付近の速度分布などに及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力などの影響、他の気泡の誘起する液相速度の変化を介した影響、流路壁の影響を、本詳細解析手法によって定量的に妥当に予測できることがわかった。

第3章の参考文献

- (1)Clift, R., et al., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, (1978).
- (2)流れの可視化学会編, "新版流れの可視化ハンドブック", 朝倉書店, (1986), 236.
- (3)種子田, "画像から学ぶ流体力学", 朝倉書店, (1988).
- (4)矢部, 国井, 化学工学論文集, 2-2, (1976), 144.
- (5)Hnat, J. G. and Buckmaster, J. D., Phys. Fluids, 19-2, (1976), 182.
- (6)矢部, 国井, 化学工学論文集, 4-3, (1978), 252.
- (7)Bhaga, D. and Weber, M. E., J. Fluid Mech., 105, (1981), 61.
- (8)富山, ほか3名, 混相流シホ°ジウム'90講演論文集, (1990), 49.
- (9)富山, ほか3名, 機論B編, 57:539, (1991), 2167.
- (10)Tomiyama, A., et al., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, 1, (1991), 373.
- (11)Tomiyama, A., et al., Int. J. JSME, Ser. B, 36-1, (1993), 51.
- (12)高木, 松本, 混相流シホ°ジウム'92講演論文集, (1992), 115.
- (13)高木, 松本, 混相流シホ°ジウム'94講演論文集, (1994), 161.
- (14)Esmaceli, A., et al., Proc. IUTAM Symp.-Birmingham, U.K., (1993), 247.
- (15)Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., J. Comput. Phys., 100, (1992), 25.
- (16)Peebles, F. N. and Garber, H. J., Chem. Eng. Prog., 49-2, (1953), 88.
- (17)只木, 化学工学, 23, (1959), 181.
- (18)Harmathy, T. Z., AIChE. J., 6-2, (1960), 281.
- (19)Grace, J. R., Trans. Instn. Chem. Engrs., 51, (1973), 116.
- (20)Grace, J. R., et al., Trans. Instn. Chem. Engrs., 54, (1976), 167.
- (21)久保田, ほか2名, 化学工学, 31-11, (1967), 46.
- (22)Coppus, J. H., et al., Trans. Instn. Chem. Engrs, Vol.55, (1971), 122.
- (23)Lindt, J. T. and Groot, R. G. F., Chem. Engng, Sci., Vol.29, (1974), 957.
- (24)日本流体力学会編, "流体力学ハンドブック", (1987), 18.
- (25)Komasawa, I., et al., M., J. Chem. Engng. of Japan, Vol.13, No.2, (1980), 103.
- (26)Crabtree, J.R., and Bridgwater, J., Chem. Engng. Sci., Vol.26, (1971), 839.
- (27)城塚, 川瀬, 化学工学論文集, 1-2, (1975), 191.
- (28)桐栄, ほか3名, 化学工学論文集, 31-9, (1967), 35.
- (29)Narayanan, S., et al., Chem. Engng. Sci., Vol.29, (1974), 2071.
- (30)Bhaga, D., and Weber, M.E., Chem. Engng. Sci., Vol.35, No.12, (1980), 2467.
- (31)富山, ほか4名, 機講論, (1991).
- (32)Sou, A., et al., Proc. Int. Conf. of Flow Interaction-Hong Kong, (1994-9), 474.
- (33)Sou, A., et al., Memoirs of the Graduate School of Science and Technology Kobe Univ., (1994), 投稿中.
- (34)Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., J. Comput. Phys., 100, (1992), 25.
- (35)日本機械学会, "伝熱工学資料改訂第二版", 宝盛館, (1966).
- (36)生井, 井上, "粘性流体の力学", 理工学社, (1987), 206.

- (37)Batchelor, G.K., "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University Press, (1967).
- (38)Davies, R. M. and Taylor, G., Proc. R. Soc., London, Ser.A, 200, (1950), 375.
- (39)White, E. T. and Beardmore, R. H., Chem. Eng. Sci., 17, (1962), 351.
- (40)Hattori, S., Rep. Aeronaut. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ., 9-115, (1935), 161.
- (41)Dumitrescu, D. T., Z. Angew. Math. Mech., 23, (1943), 139.
- (42)Harmathy, T. Z., AIChE J., 6-2, (1960), 281.
- (43)Brown, A. S., Can. J. Chem. Eng. Sci., 17, (1962), 351.
- (44)Bretherton, F. P., J. Fluid Mech., 10, (1961), 166.
- (45)Barr, G., Philos, Mag., 1, (1926), 395.
- (46)Gibson, A. H., Philos, Mag., 26, (1913), 952.
- (47)Goldsmith, H. L. and Mason, S. G., J. Fluid Mech. 14, (1962), 42.
- (48)Özgül, M. R., et al., Trans, ASME, J. Heat Transf., Ser.C, 95-3, (1973), 425.
- (49)深野, ほか 3 名, 機論B編, 46-412, (1980), 2412.
- (50)Nickens, H. V. and Yannitell, D. W., Int. J. Multiphase Flow, 13-1, (1987), 57.
- (51)Kawaji, M, et al., NED, 141-1, (1993), 343.

第4章 平行平板間の速度勾配のある液相中の二次元気泡の数値解析

4.1 緒言

本来ジグザグ運動あるいは螺旋運動を示すことが実験的に知られている揺動気泡の条件⁽¹⁾においても、前章で行なった軸対称二次元円筒座標系における詳細解析では、このような非対称な挙動は得られない。ところが、現実の水・空気系の気泡流などではほとんどの気泡が複雑に変形してジグザグまたは螺旋運動などの非対称な挙動を示し、このような挙動が気泡流中の乱れを増加させる一因となるので、これまで様々な実験的研究⁽²⁾⁻⁽⁹⁾が行なわれてきた。また、鉛直管内気泡流の詳細解析によってボイド分布の形成に関して検討するためには、気泡の横運動に代表される鉛直運動のみに留まらない非対称な運動について検討することが不可欠である。そのうち、液相の速度勾配に誘起される気泡に働く横方向力^{(10),(11)}は、気泡流のボイド分布を支配する重要な一因であると考えられている。このため、液相の速度勾配が気泡の横方向運動に及ぼす影響が作用する最も単純な系として、一様せん断流中における単一気泡の横方向運動を本章での解析対象としたい。ところが三次元解析を行なうには、非常に膨大な計算セルと計算時間が必要になる。そこで、その基礎検討として二次元(x-y)座標系における二次元円形気泡の詳細解析を行ない、エトベス数 E_0 やモルトン数 M の違いによる気泡の横運動特性について、定性的な範囲内での検討を行なうこととする。

なお本章では、まず静止液中の揺動気泡の詳細解析を行ない、軸対称でない揺動運動を行なう気泡の形状や気泡周囲の液相速度分布などの関係について調べる。これについても、三次元的な揺動気泡の定量的な検討を行なうためには三次元解析が必要であるが、以下の三つの理由などから特に膨大な計算時間と記憶容量が必要になり、現在の計算機では実行が困難である。その第一の理由とは、静止液中に放出した気泡がこのようなジグザグまたは螺旋運動といった非対称な揺動運動を始めるまでに、揺動気泡の流動条件の気泡でも暫くの間は鉛直上昇することである⁽²⁾。第二の理由は揺動気泡はその形状が複雑に変形するために、非常に細かいメッシュ分割が必要であることである。そして第三の理由は揺動気泡は水平断面ないでもその位置を大きく変化させるため、水平方向に対して非常に広範囲の計算領域が必要になることである。そこで、鉛直方向平行平板間静止液中における気泡の揺動運動についても、二次元解析を行なうこととする。そして、揺動運動を行なう気泡の形状と気泡周囲の液相速度分布の関係に関する定性的な特性を調べることとする。また、気泡の揺動周波数などにつ

いてもエトベス数 Eo あるいはモルトン数 M による整理を試みる。

そして本章の最後に、鉛直方向平行平板間の層流条件化における二次元気泡流の詳細解析を行ない、エトベス数 Eo あるいはモルトン数 M の変化によって気泡流の典型的な二種類のボイド分布であるカルデラ型およびベル型分布を、本詳細解析手法によって得られるか検討する。

なお、著者らがこのような気泡の横運動に関する数値解析的研究結果⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾を報告した後に、Esmaceliら⁽¹⁵⁾と高木ら⁽¹⁶⁾も界面追跡法に基づく異なる詳細解析手法によって同様の詳細解析結果を報告している。

4.2 静止液中単一揺動気泡

本節では、液相速度の勾配が零に相当する鉛直方向平行平板間静止液中における二次元単一気泡の揺動運動を対象として二次元詳細解析を行ない、揺動気泡の形状と気泡周囲の液相速度分布の関係、および気泡の揺動周波数などに及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響について定性的な検討を行なう。

4.2.1 はじめに

柘植と日比野⁽³⁾は単一気泡の抗力係数 C_D や気泡レイノルズ数 Re_B を変数として、揺動運動する気泡に関する揺動振動数をその無次元数であるストローハル数 St によって整理している。その結果、抗力係数 C_D や気泡レイノルズ数 Re_B の増加によってストローハル数 St は増加し、やがてストローハル数 St の増加率は減少すると報告している。久保田⁽²⁾は周期的なジグザグ運動をする気泡の揺動波長 λ や振幅を気泡径 d あるいはタダキ数 $Re_B M^{0.23}$ を変数として整理し、揺動波長 λ は気泡径 d の増加とともに急激に増加した後に緩やかに増え続けること、および $Re_B M^{0.23}$ とともに λ はある一定の上限値まで増加していくことを示している。Zun⁽⁶⁾は広範囲の条件における揺動の振幅や振動数 f に関する彼の実験結果および既存の実験結果を、気泡径 d を変数として整理している。ところが、静止液中の単一気泡の運動を支配する無次元数であるエトベス数 Eo やモルトン数 M が気泡の揺動波長 λ に及ぼす影響について書かれた報告は見受けられない。そこで、本節では気泡の揺動運動に及ぼすエトベス数 Eo やモルトン数 M の影響について検討する。また、計算によって得られた気泡周囲の液相速度分布や気泡界面での圧力分布から、気泡の非対称な揺動運動と気泡周囲の流れ場との関係について考察

する。

4.2.2 気泡の揺動振動数に及ぼすエトベス数の影響

Zun⁽⁶⁾は静止液中を揺動運動する単一気泡の終端速度 V_t 、気泡径 d 、揺動運動の振動数 f などを測定し、揺動周期に及ぼす気泡径の影響を整理している。その結果、揺動振動数 f はある一定範囲の気泡径の条件においてさえも、気泡径 d とともに単純増加あるいは単純減少といった関係ではなく、四段階の複雑な増減傾向を繰り返すものであった。彼の実験は濾過された水道水と室温の空気を用いて行われたので、モルトン数 M は約 10^{-11} で一定値をとると思われる。そこで、彼の実験結果をエトベス数 Eo とストローハル数 St との関係で整理してみる。ここで、ストローハル数 St は次式で定義される無次元揺動周波数である。

$$St = \frac{fd}{V_t} = \frac{d}{\lambda} \quad (4.1)$$

なお、ここで λ は揺動波長を表す。図4.1はZunの実験結果を無次元的に整理した結果である。全ての実験データは一つの曲線状に分布しており、ストローハル数 St とエトベス数 Eo の間には非常に強い相関関係が認められた。また、その結果は彼の実験で対象とされた気泡径の範囲では、ストローハル数 St の値はエトベス数 Eo の増加にとも

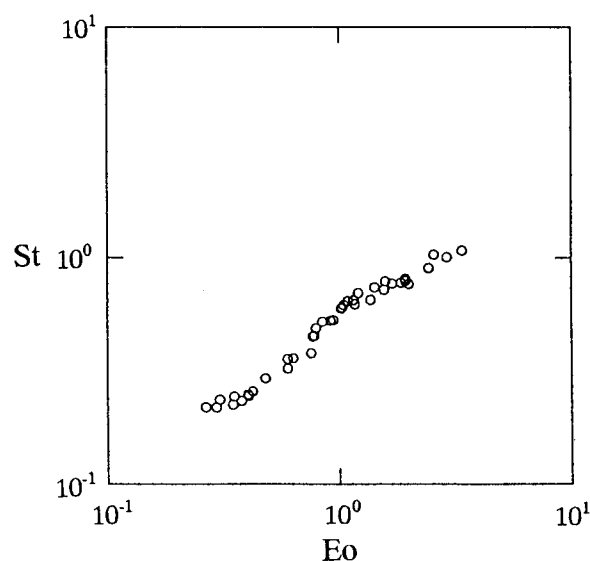


図4.1 Zunらの実験結果⁽⁶⁾をストローハル数 St に及ぼす Eo の影響として整理した結果 ($M=10^{-11}$)

なって増加して、その増加の割合は漸次減少している。この原因は、エトベス数 Eo の増加にともなって気泡形状が揺動形から冠球形に遷移していくためと予想される。

4.2.3 計算体系と境界条件

もしも本詳細解析手法によってが単一気泡の揺動運動に及ぼすエトベス数 Eo の影響を予測できなければ、現実の気液二相気泡流の精度良い詳細解析は期待できなくなる。図4.1の結果によって、モルトン数 M が一定のもとではストローハル数 St がエトベス数 Eo の関数であることが示された。そこで、本節では揺動気泡の無次元振動数であるストローハル数 St の詳細解析結果に及ぼすエトベス数 Eo の影響を調べ、図4.1と定性的に一致するか検討する。計算は二次元(x-y)座標系における二次元気泡を対象とするため、図4.2に示すような計算体系を用いる。図中に境界条件を合わせて示す。

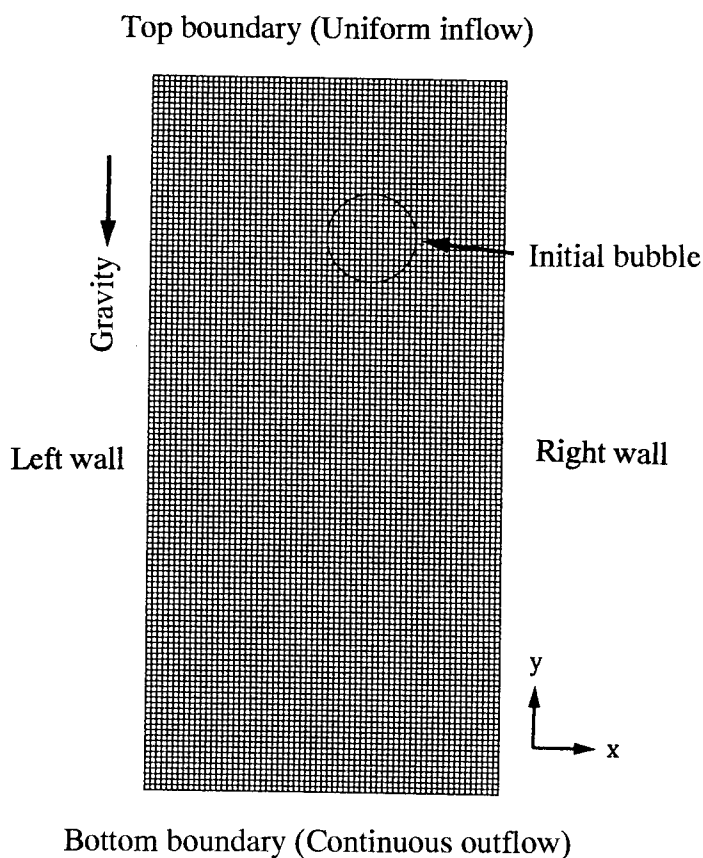


図4.2 計算体系と初期条件

初期気泡形状は真円形とした。気泡直径当りに割り当てたセル数は前章と同様16セルとした。初期気泡の位置は気泡の左右の非対称な特性が現われ易いように、トリガーとして計算体系中央よりやや右壁寄りとした。様々なエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件において計算を行なうが、全ての条件において同じ計算体系を用い、同じ初期気泡を同じ位置に配置した。また、気泡径 d と左右両壁面間の距離 L との比は0.25に固定した。これまで同様、上部境界より一様速度 V_{in} で液体を下方へ流入させ、流入速度 V_{in} の値を気泡の終端速度 V_t 程度に設定した。また、左右両壁面も速度 V_{in} で下降させた。これらの境界条件を設定することによって、平行平板間静止液中の単一気泡の上昇運動を上昇する気泡とともに移動する参照座標系から観察した流れを模擬した。

計算領域内における気泡の体積中心点の座標 $(x_c(t), y_c(t))$ に基づいて、静止液体を基準とした実験室系における気泡の位置 $(x_B(t), y_B(t))$ を以下の式より算出する。

$$x_B(t) = x_c(t) \quad (4.2)$$

$$y_B(t) = y_c(t) + |V_{in}| t \quad (4.3)$$

また、気泡の上昇速度 (x_{Bx}, y_{Bx}) は次式より求められる。

$$(V_{Bx}, V_{By}) = \left(\frac{dx_B}{dt}, \frac{dy_B}{dt} \right) \quad (4.4)$$

この式の右辺の時間微分項は、オイラー法によって算出した。Zunの実験結果⁽⁶⁾を整理した図4.1と詳細解析結果を定量的に比較検討するためには、両壁面間距離と気泡径の比 L/d を本計算体系よりも十分に大きくとり、物性値を全て同じにして三次元解析行なう必要がある。しかし、計算時間の制約からその実現は困難である。ここでは両者を定性的に比較する。さらに、モルトン数 M がおよそ 10^{-11} である水・空気系におけるZunの実験において、彼が対象とした直径数mmの気泡では気泡レイノルズ数が非常に大きくなり、層流条件での基礎方程式に基づく本詳細解析プログラムによって妥当な解は得られない。そこで本詳細解析は全て $M \geq 10^{-6}$ の範囲で行い、定性的検討のみを行なうこととする。

4.2.4 計算結果と考察

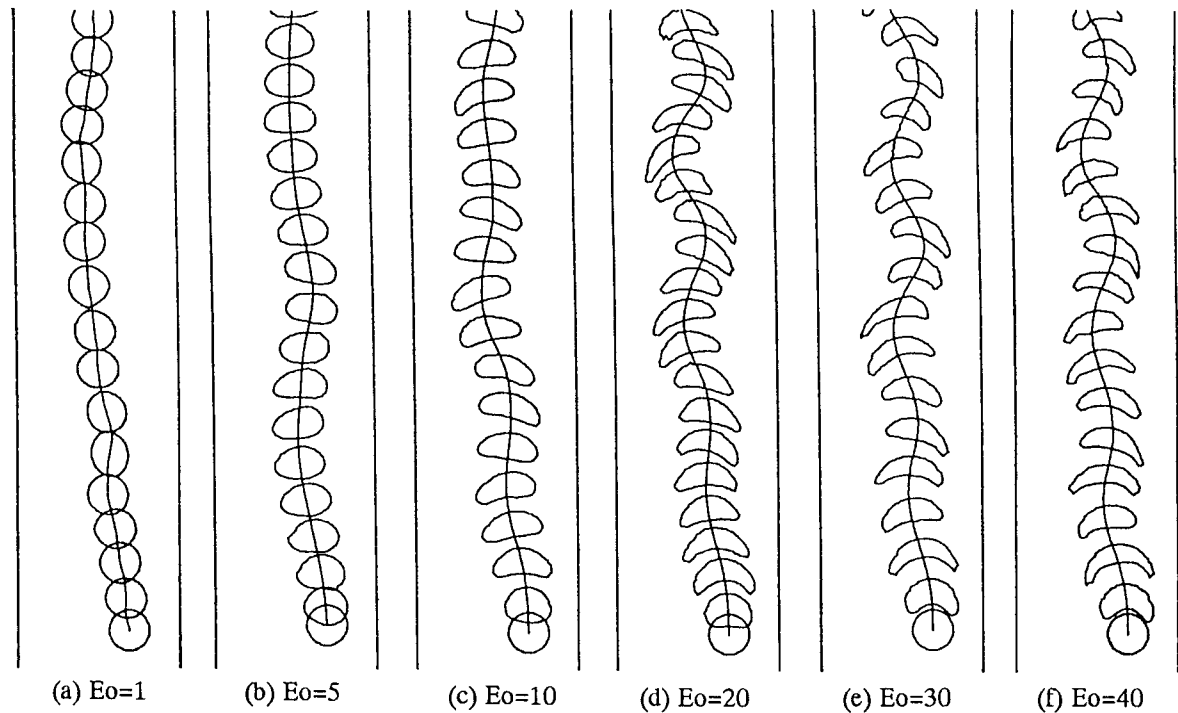


図4.3 気泡の揺動運動に及ぼす E_o の影響 ($M=10^{-3}$)

$M=10^{-3}$ における気泡の運動軌跡と気泡形状の時間変化の計算結果を図4.3(a)–(f)に示す。気泡の体積中心点の軌跡を図中に実線で示している。Graceの相関図と同様、本計算結果でもエトベス数 E_o が増加するにつれて気泡形状は円形から冠球形になっている。また、気泡運動の初期段階では、全てのケースでやや右壁寄りの気泡は両壁の中央へ移動した。これは両壁の存在が、気泡を壁から遠ざけるような効果があるためと考えられる。その後、気泡は大小様々な揺動運動を行っている。

図4.4(a)–(c)は、 $E_o=30$, $\log M=-3$ の場合の揺動気泡周囲の速度分布である。速度ベクトルは気泡先端に固定された座標系から観察したものである。図より、気泡後方にカルマン渦列が形成されているのが観察された。そして、渦列の放出周期に合わせて気泡が揺動運動することが確認できる。図4.5(a)–(c)は、気液界面における垂直応力の θ 方向分布である。図4.5の各図は図4.4と同じ時刻におけるものである。 θ 方向は図4.5(d)に示すように気泡の体積中心点を中心に、時計周りを正とした。図4.5より、渦の剥離にともなって気泡周囲の垂直応力の分布は左右非対称になっている。この非対称性が気泡を揺動させる原因になっている。垂直応力による力の積分値によって算出される気泡に作用する力の方向を、図4.4(a)–(c)中に太線矢印で示す。これらの矢印から、気泡形状と気泡に作用する垂直応力による力との関係を理解できる。また、ストローハル数 St の計算値は揺動波長 λ を用いて次式から算出される。

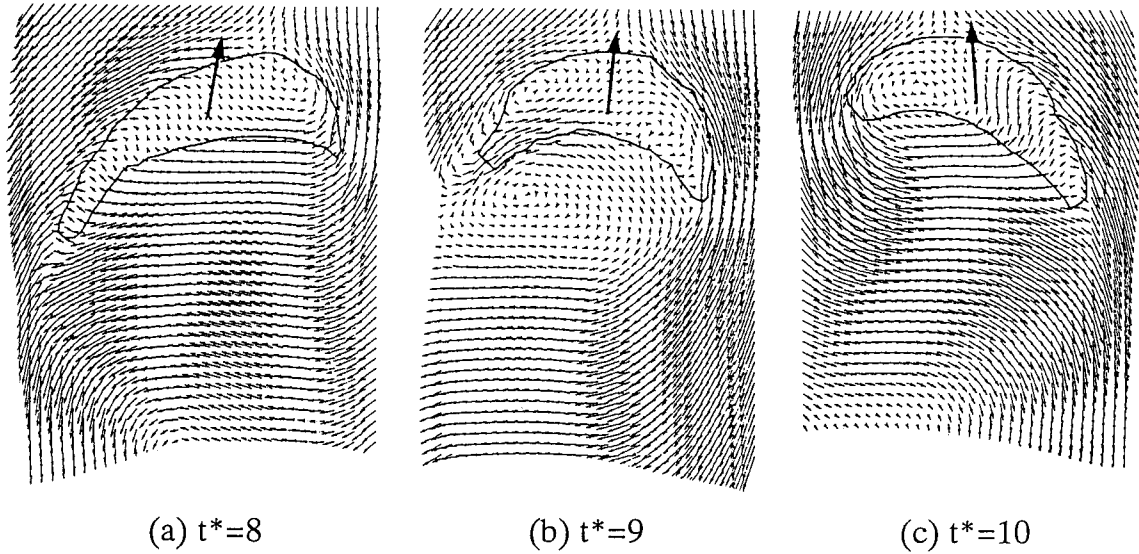


図4.4 揺動気泡周囲の速度分布の時間変化 ($Eo=30, M=10^{-3}$)

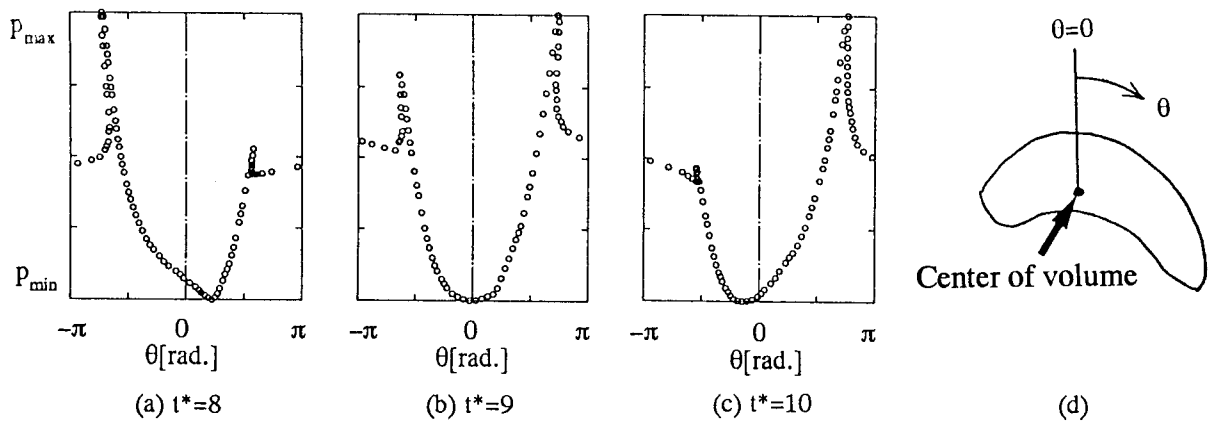


図4.5 揺動気泡周囲の圧力分布の時間変化 ($Eo=30, M=10^{-3}$)

$$St = \frac{d}{\lambda} \tag{4.5}$$

本式より求められたストローハル数 St の計算結果とエトベス数 Eo の関係を図4.6に示す。ストローハル数 St の計算値はエトベス数 Eo の増加にともなって増加している。そして、その増加率はエトベス数 Eo の増加と共に小さくなっている。二次元と三次元、 $M=10^{-11}$ と $M=10^{-3}$ などの違いはあるが、これらの傾向は、図4.1に示したZunの実験結果と定性的に一致している。

次にモルトン数 M の影響について数値実験的に調べた。気泡の揺動運動とモルトン数 M の関係に関する有用な実験データは見受けられないが、前に示したGraceの相関図

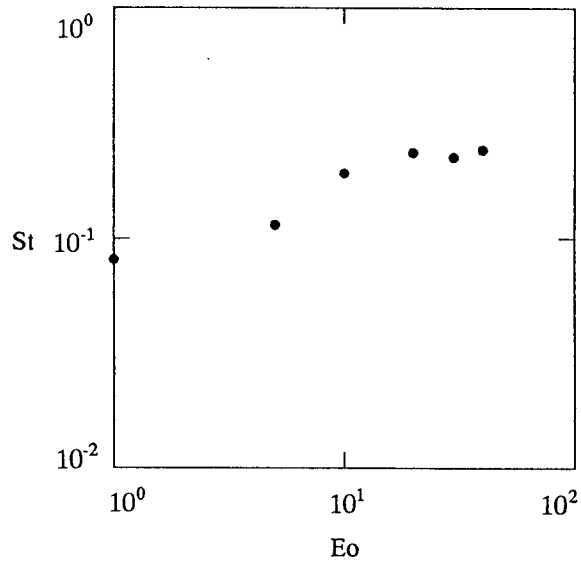
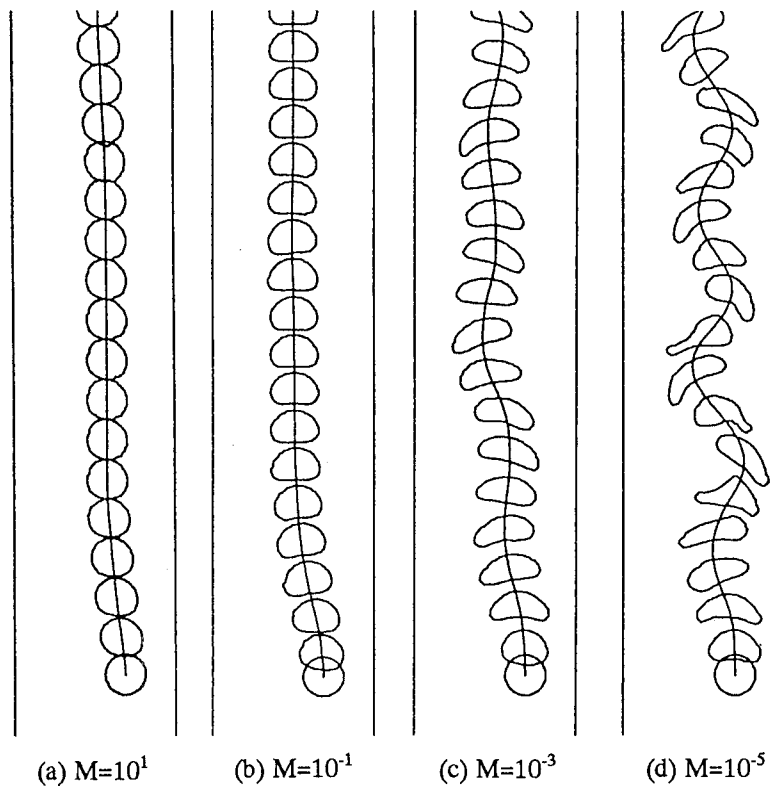


図4.6 St に及ぼすEoの影響の計算結果 ($M=10^{-3}$)

より、その関係について推測することが可能である。すなわち、エトベス数Eoが10付近の場合、モルトン数Mの増加にともなって気泡形状は揺動形、楕円形、球形と変化する。これはモルトン数Mの増加に対して、気泡の揺動運動が弱まってくることを意味している。Eo=10の条件における気泡形状の時間変化と気泡の運動軌跡の計算



(a) $M=10^1$ (b) $M=10^{-1}$ (c) $M=10^{-3}$ (d) $M=10^{-5}$

図4.7 気泡の揺動運動に及ぼすMの影響 ($Eo=10$)

結果を、図4.7(a)-(d)に示す。Graceの相関図と同様に、二次元気泡の計算結果もモルトン数 M の増加にともなって揺動運動が小さくなっているのが分かる。さらに、 $M \geq 10^{-1}$ で気泡の揺動はほぼなくなり、直線状の上昇運動を行うようになった。この場合、図4.8に示すように気泡周囲には左右対称なクリープ流れが形成された。気泡周囲の垂直応力の θ 方向分布も図4.9に見られるように左右対称で、このために気泡は直線運動を行なうことがわかる。

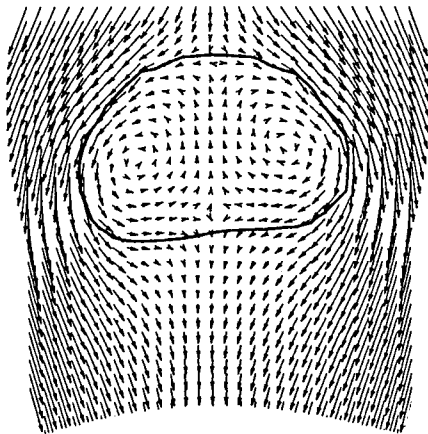


図4.8 鉛直上昇する気泡周囲の速度分布 ($M=10^{-1}$, $Eo=10$)

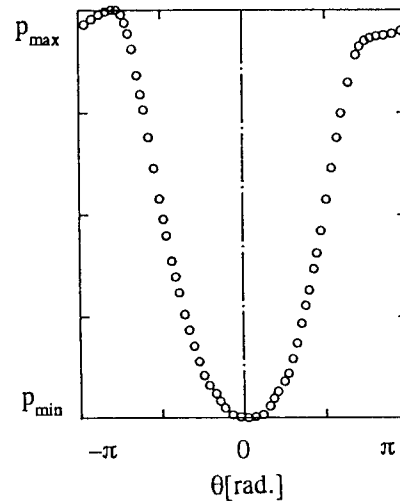


図4.9 鉛直上昇する気泡周囲の圧力分布 ($M=10^{-1}$, $Eo=10$)

4.2.5 本節のまとめ

鉛直方向平行平板間静止液中の二次元単一気泡の揺動運動を対象として、二次元(x-y)座標系で詳細解析を行なった。そして、既存のZunの実験結果および本計算結果を、気泡の揺動周波数に及ぼすエトベス数 Eo の影響に着目して、定性的な比較検討を行なった。その結果、以下の結論が得られた。

(1) 静止液中を揺動運動する気泡の揺動振動数と気泡径の関係に関するZunの実験結果を整理することによって、揺動気泡の無次元数振動数であるストローハル数 St はエトベス数 Eo を用いて整理できることがわかった。

(2) その関係は、Zunの実験条件の範囲では、エトベス数 Eo の増加と共にストローハル数 St が増加すること、そしてそのストローハル数 St の増加率はエトベス数 Eo の増加と共に緩やかになるというものであった。

(3)瞬時局所的な基礎式に基づく二相流の詳細解析手法を用いて、静止液中を揺動運動する二次元気泡の詳細解析を実現した。その結果、ストローハル数 St に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を定性的な範囲ではあるが、良好に予測できることがわかり、気泡の揺動運動を妥当に予測できる見通しを得た。

(4)これまでは得られていなかった揺動運動する気泡周囲の液相速度分布および気泡界面での圧力分布の計算結果から、カルマン渦列が気泡の揺動運動を引き起こしていることが確認できた。

4.3 一様せん断流中単一気泡

4.3.1 はじめに

鉛直管内気泡流では、液相速度分布が一様でない流れ場が気泡の運動に重要な影響を及ぼしていると考えられている。壁などの障害物がない完全な一様流中では、単一気泡は重力や磁力などの外力によって運動するが、その運動方向に対して垂直な方向への移動は起こりえるだろうか。ここでは重力しか外力として働かないものと考え、気泡の液相に対する運動方向を鉛直方向と考え、それに垂直な方向を横方向と呼ぶこととする。まず横方向運動として、前節で検討した揺動運動が考えられる。揺動運動は一定の鉛直線上を中心に動く運動であるため、時間平均的に見れば横方向への運動距離は小さい。他の気泡による影響についても、もし多数の気泡が空間に一様に分布していれば、全ての気泡の平均的な横方向運動は無視できるであろう。なぜなら、初期において液相および全ての気泡の横方向への運動量が零であったならば、壁などによる空間的に非一様な要素と横方向の運動量を輸送し合わない限り、気相と液相に働く力の差は浮力とそれに対応して反対方向に生じる抗力などの鉛直方向成分のみであり、気相のみが著しく横方向に運動するとは考えにくいからである。そのほか、微小な外乱がトリガーとなって気泡の横運動が誘起される可能性も考えられるが、以下で考えていく液相速度勾配に起因する横方向力の方が、気泡流のボイド分布形成に関しては支配的であろう。

気泡流を取り囲む流路壁があると液相の速度勾配が生じ、その液相速度勾配のある流れ中の気泡は、無視できない横方向力を受けて横方向運動を行なうことが知られている^{(10),(11)}。既存のボイド分布の予測手法⁽¹⁷⁾、多次元二流体モデル⁽¹⁸⁾や粒子追跡法^{(19),(20)}による数値解析などで最もよく用いられている横方向力のモデルは、気泡に働く

横方向力の大きさが局所の液相速度勾配に比例する形をとっている。これは、気泡の横運動を考えるうえで液相速度勾配の及ぼす影響が重要であることを示しており、本詳細解析手法によって気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を妥当に評価できなければ、気泡流のボイド分布を詳細解析によって予測することは不可能になる。

仮屋崎⁽²¹⁾は気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を検討するために、一様せん断場における単一気泡の運動と気泡形状の変化を実験的に調べている。彼は、液相の速度勾配によるせん断によって、気泡の形状が球形から翼型に変形すること、そして変形した気泡が揚力を受けて、液相の鉛直上向き速度の速い方向へ横運動すると報告している。彼の実験結果については、後で詳しく示す。世古口ら⁽²²⁾は鉛直矩形ダクト内における上昇水中の単一気泡の挙動を実験的に観察している。その結果、気泡径が小さい気泡はダクトの管壁付近に高い頻度で存在し、気泡径が大きい気泡はダクトの中央付近に集中すると報告している。その続報⁽²³⁾において佐藤らは水の流量を広範囲にわたって変化させて実験観察を行ない、液相速度が1.5m/s以下の条件で液相速度が大きくなるほど小気泡は壁付近に多く存在するようになると報告している。また、複数の気泡が流動する比較的気相体積率が小さい気泡流においても、同じ傾向が測定されたと報告している。Serizawaら⁽²⁴⁾はこれら既存の実験結果に基づいて、気泡の横運動する方向には気泡界面によって誘起された複雑な渦が重大な影響を及ぼしていると推測している。しかし、非定常な横運動をする気泡周囲の液相速度分布などを実験によって測定するのは困難であり、未だ明確にされていないのが現状である。なお、気泡径および液相速度によって、現実の多数の気泡を含む気泡流中における気泡の流路断面内における存在位置がどのように変化するかについて多くの実験的研究が行なわれ、近年Liu⁽²⁵⁾やMatsuiら⁽²⁶⁾によって現実の気泡流中でも、小さい気泡が壁寄りにあり大きい気泡がコア部にあること、さらに液相速度が大きくなるとこの傾向が強くなることを明示している。

本節では、鉛直方向平行平板間一様せん断流中の二次元単一気泡の詳細解析を試み、気泡の横方向運動を定性的に予測できるか検討していく。また、これまで明かに示されていない横運動する気泡周囲の液相速度分布の計算結果をもとに、気泡の横運動について考察する。なお、上でも述べたように、従来パラメータとして注目されてきた気泡径 d にかわって、前節までと同様にここではエトベス数 Eu およびモルトン数 M が気泡の横運動に及ぼす影響について調べる。特に無次元気泡径的な役割を果たすエトベス数の変化による横運動の方向に注意していきたい。

なお、著者ら⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾が1992年にこの詳細解析結果を報告した後に、翌年1993年には

Esmaceliら⁽¹⁵⁾が異なる界面追跡法によってエトベス数 Eo とモルトン数 M をパラメータとした全く同じ計算結果を示しており、さらに1994年には高木ら⁽¹⁶⁾が第2章でも示したようにエトベス数 Eo に代わって同じ表面張力の大きさを示すウェーバー数 We をパラメータにして同様の計算結果を示している。

4.3.2 計算体系と境界条件

佐藤ら⁽²³⁾、Liu⁽²⁵⁾などの実験結果によって、液相速度が大きいほど気泡の横運動が大きくなることが明かにされた。サフマン力⁽¹⁰⁾やオートン力⁽¹¹⁾が液相の速度勾配に比例するとしていることを考えると、液相速度が大きい条件で気泡の横運動が顕著になるのは、液相速度の増加によって局所の液相速度勾配が大きくなったからと考えられる。そこで、本節での計算ではせん断流の速度勾配の大きさを重要なパラメータの一つとする。

図4.10はこの詳細解析で使用した計算体系である。セル分割は図の下部にのみ示した。上部境界より次式(4.6)に示した一様せん断流を下方へ流入させた。

$$V(x) = \frac{\delta V}{d}(L-x) - |V_R| \quad (4.6)$$

ここで、 x は左壁を原点とする水平右方向位置座標、 $\delta V/d$ は速度勾配、 L は左右両壁面間の距離、 $|V_R|$ は右壁($x=L$)の移動速度の大きさを表す。左右両壁面は各々 $\delta V/d - |V_R|$ および $-|V_R|$ の速度で移動させた。下部境界は連続流出条件とした。計算領域の大きさ、初期気泡径や気泡直径 d あたりに割り当てたセル数などは、前節での静止液中の気泡の詳細解析と同じである。そのため、 $\delta V/d = 0$ とすれば前節と同様の静止液中単一気泡の計算結果が得られることになる。気泡運動に及ぼす一様せん断流の速度勾配の影響を系統的に調べるために、 δV の値を変更して計算を行なう。ここで、この速度勾配の大きさに関して、前節で得られた鉛直平行平板間静止液中の二次元単一気泡の終端速度 V_t を基準速度として、次の無次元速度勾配 δV^* を定義する。

$$\delta V^* = \frac{\delta V}{V_t} \quad (4.7)$$

$\delta V^*=0$ は静止液中に対応する。そして $\delta V^*=1$ のときに、図4.10に示したように気泡直

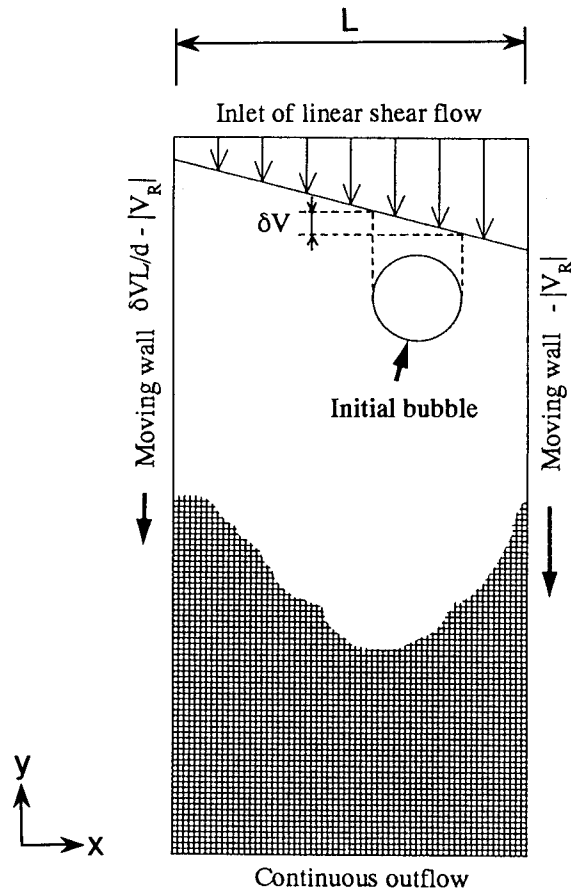


図4.10 計算体系と境界条件

径 d だけ x 方向に異なる両地点における液相流入速度の差が、気泡の終端速度 V_t に等しい状態を示す。計算は $\delta V^* = 0.5$ と $\delta V^* = 1$ の条件について行なった。右壁の移動速度 $|V_R|$ の値を試行錯誤的に調節して気泡が計算領域より流出しないようにした。右壁に固定した座標系、すなわち右壁は固定壁で液相速度が零となり、左壁が速度 $V_t L/d$ で上昇する座標系において、気泡の体積中心の位置座標 $(x_B(t), y_B(t))$ は、以下の式より算出される。

$$x_B(t) = x_c(t) \quad (4.8)$$

$$y_B(t) = y_c(t) + |V_R| t \quad (4.9)$$

ここで、 $x_c(t)$ および $y_c(t)$ は前節と同様各々計算領域内における気泡の体積中心点の x および y 方向の位置座標を表す。

4.3.3 計算結果と考察

図4.11は $Eo=10$, $M=10^{-3}$ の条件で行った気泡運動の計算結果である。図は、右壁を固定した座標系、すなわち右壁が固定壁で左壁が上昇する系における気泡の上昇運動である。 $\delta V^*=0$ の静止液中の気泡は左右両壁面の中心付近を揺動運動しているが、 $\delta V^*=0.5$ および1の場合には気泡は中心より左側へ、すなわち液相上昇速度の速い方向へ横移動した。仮屋崎⁽²¹⁾が一様せん断場における気泡の変形および運動に関して実験的に調べている。彼の観察結果を文献(21)より引用して図4.12に示す。気泡が球形から液相速度分布に沿うように右下がりの翼型に変形し、液相上昇速度の速い左側へ

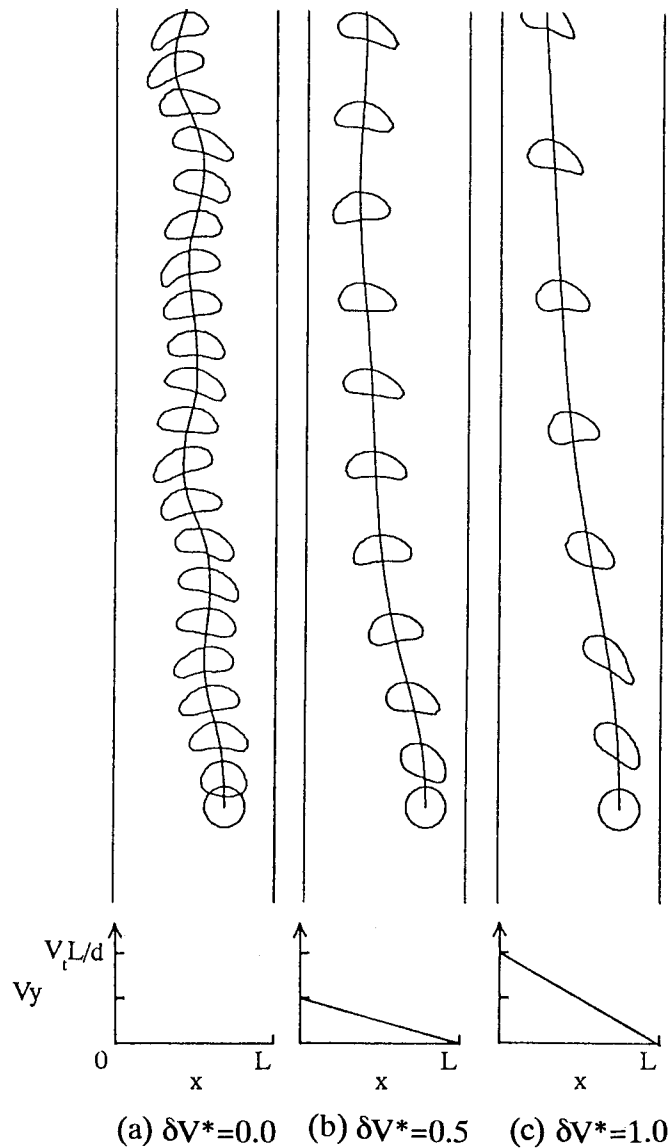


図4.11 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($Eo=10$, $M=10^{-3}$)

横運動している。図4.11に示した気泡形状の球形から翼型への変形過程と横運動の方向に関する計算結果は、図4.12と良好に一致しており、気泡の横運動する向きも一致している。揺動運動に関しては、 $\delta V^* = 0.5$ から1になるにつれて気泡の揺動運動はほとんど見られなくなっている。これは、気泡の横方向への揺動運動が液相速度勾配に起因する強い横方向力によって抑制されたためと推測される。

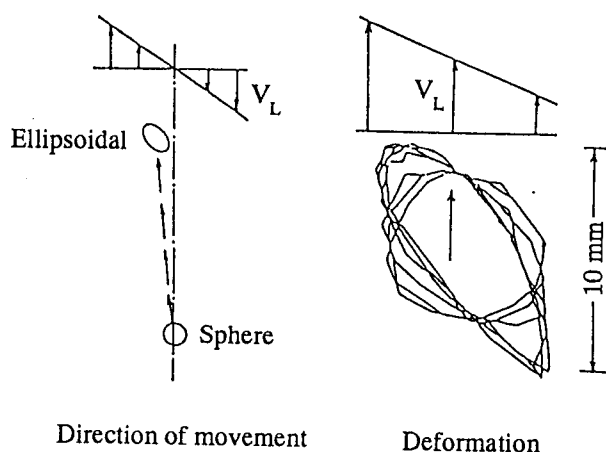


図4.12 仮屋崎⁽²¹⁾によるせん断場中の気泡運動の実験結果

次に、 $Eo=1$, $M=10^{-3}$ の条件での気泡運動を計算し、エトベス数 Eo が気泡運動に及ぼす影響について検討した。先の $Eo=10$ の場合と表面張力、重力、気液両相の物性値が等しい場合を考えると、エトベス数 Eo が小さい条件は気泡径 d が小さい場合に対応する。図4.13に $Eo=1$ の場合の計算結果を示す。 $\delta V^* = 0$ の場合、気泡は両壁の中央へ移動し緩やかな正弦曲線を描いて上昇運動する。 $\delta V^* = 0.5$ の場合には、気泡は最後までその水平方向位置をほとんど変えなかった。さらに、 $\delta V^* = 1$ になると気泡は図4.13(c)に示すように右側へ、すなわち液相上昇速度の遅い方向へやや横運動している。横運動についてより明確に調べるために、気泡の初期位置を両壁面の中央として、同じく $\delta V^* = 1$ で計算を行った。その結果、図4.13(d)に示すように気泡が液相速度の小さな右方向へ横運動する傾向が明確に現れた。

鉛直管内上昇気泡流の場合を考えると、流路断面内で液相上昇速度の大きいのは流路中心側であるため、 $Eo=10$, $M=10^{-3}$ の気泡は流路中央部へ横運動してベル型のボイド分布を構成する要素になると考えられる。そして、 $Eo=1$, $M=10^{-3}$ の気泡は逆に流路壁の方へ横運動してカルデラ型のボイド分布を形成する要素になると考えられる。エトベス数 Eo が大きい気泡が気泡径の大きい気泡に対応し、エトベス数 Eo が小さな気

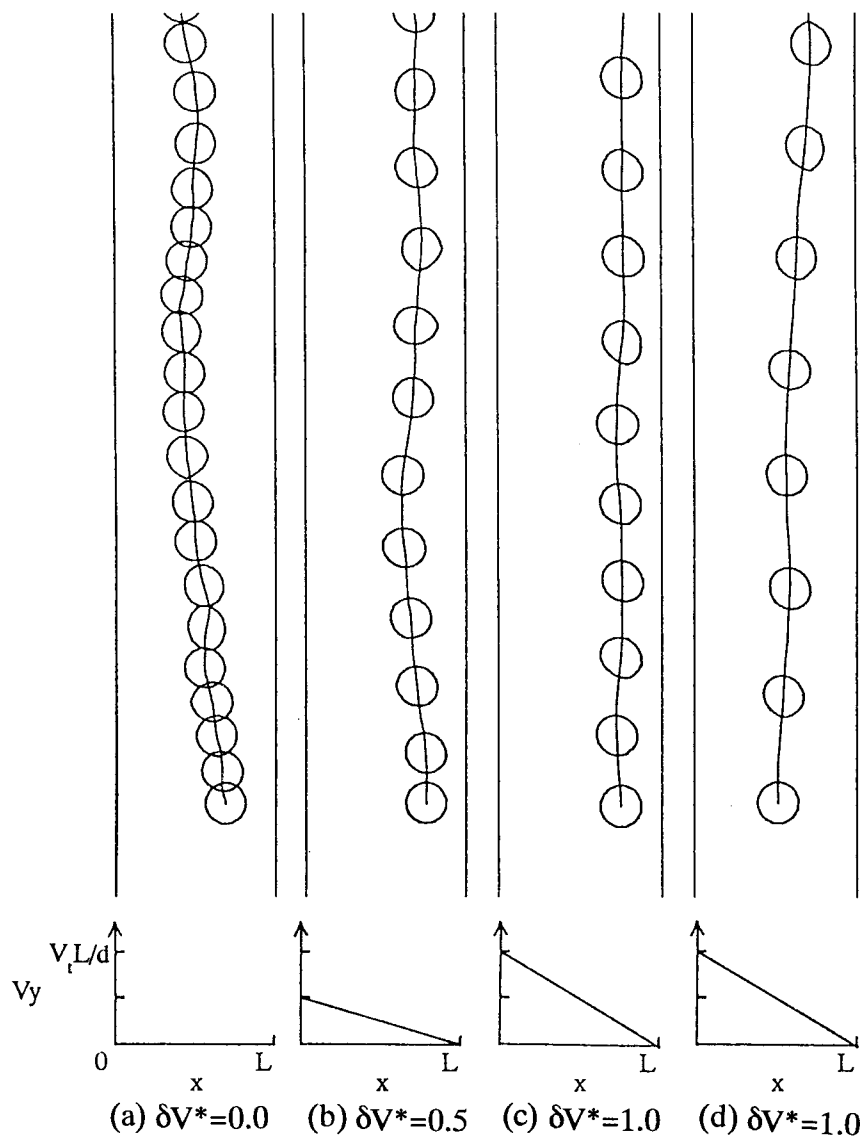


図4.13 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($Eo=1, M=10^{-3}$)

泡が気泡径の小さい気泡に対応すると考えると、以上の計算結果は二次元解析のものではあるが、既存の実験結果と定性的には一致している。

本計算によって得られた $Eo = 1$ および 10 の場合の典型的な気泡周囲の速度分布を図4.14に示す。速度勾配をもった液相流れと気泡とが複雑に相互作用し合って、気泡周囲に複雑な流れが形成されている。図4.14(a)に示したように、強い表面張力によって球形を保つ $Eo = 1$ の気泡周囲の液相速度は、気泡の右側で左側よりも大きくなっており、時計回りの循環が気泡を右側へ横運動させる横方向力を引き起こしているのがわかった。図4.15(a)は、 $Eo = 1$ の気泡界面における圧力の θ 方向分布である。ほぼ左右対称な圧力分布をしているが、この圧力によって気泡に働く力の積分値は、図4.14(a)中に矢印で示したようにやや右向きであり、気泡は緩やかに右側へ横運動した。 $Eo = 10$ の翼型気泡は、図4.14(b)に示すように気泡に対する相対速度が大きい気泡左側の液相

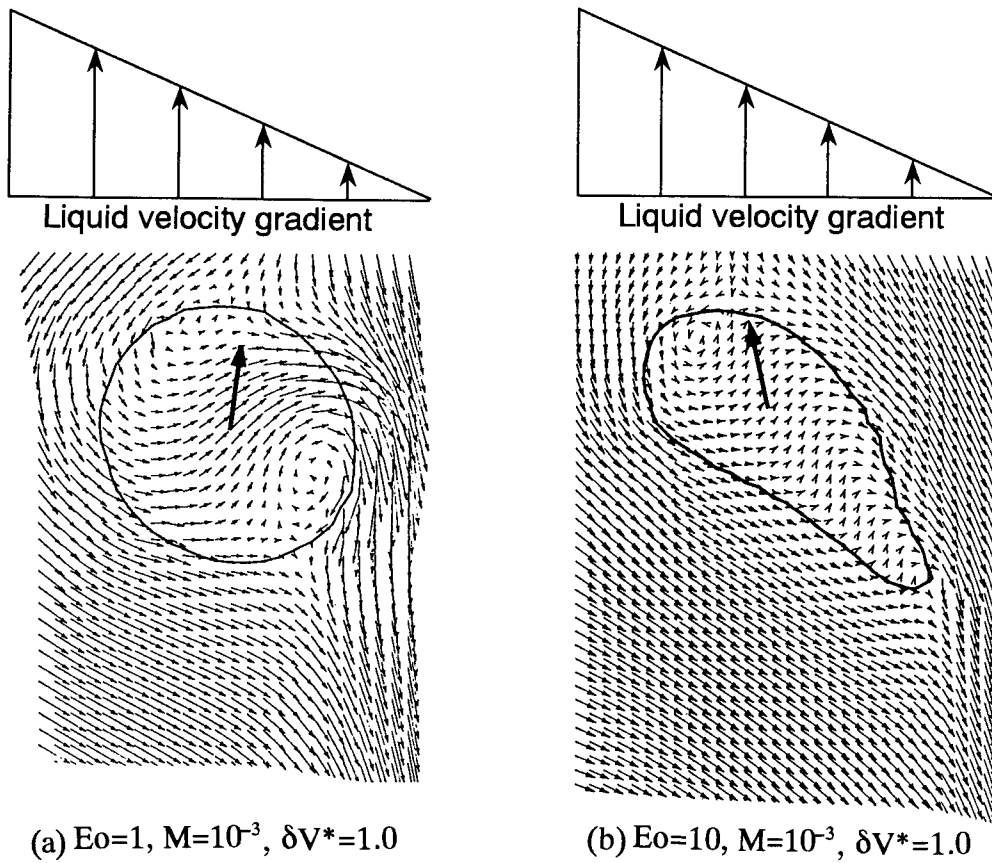


図4.14 一様せん断流中の気泡周囲の速度分布

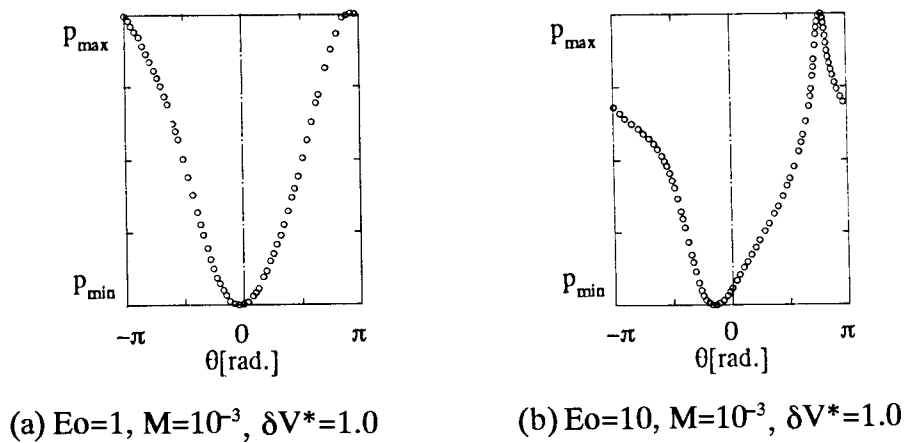


図4.15 一様せん断流中の気泡周囲の圧力分布

が気泡左下で大きく右方向へ流れ込んでおり、反時計回りの液相の循環ができてい
る。気泡界面での圧力分布分布も、図4.15(b)に示すように気泡右側で圧力が明らかに
高い左右非対称な分布になっており、その圧力によって気泡に働く力の積分値は、図
4.14(b)中に矢印で示した左方向を指す。図4.14(b)の上方向へ運動する翼に働く揚力の
作用方向は、翼理論から一般に左側を向くことが知られているが、その向きは計算結

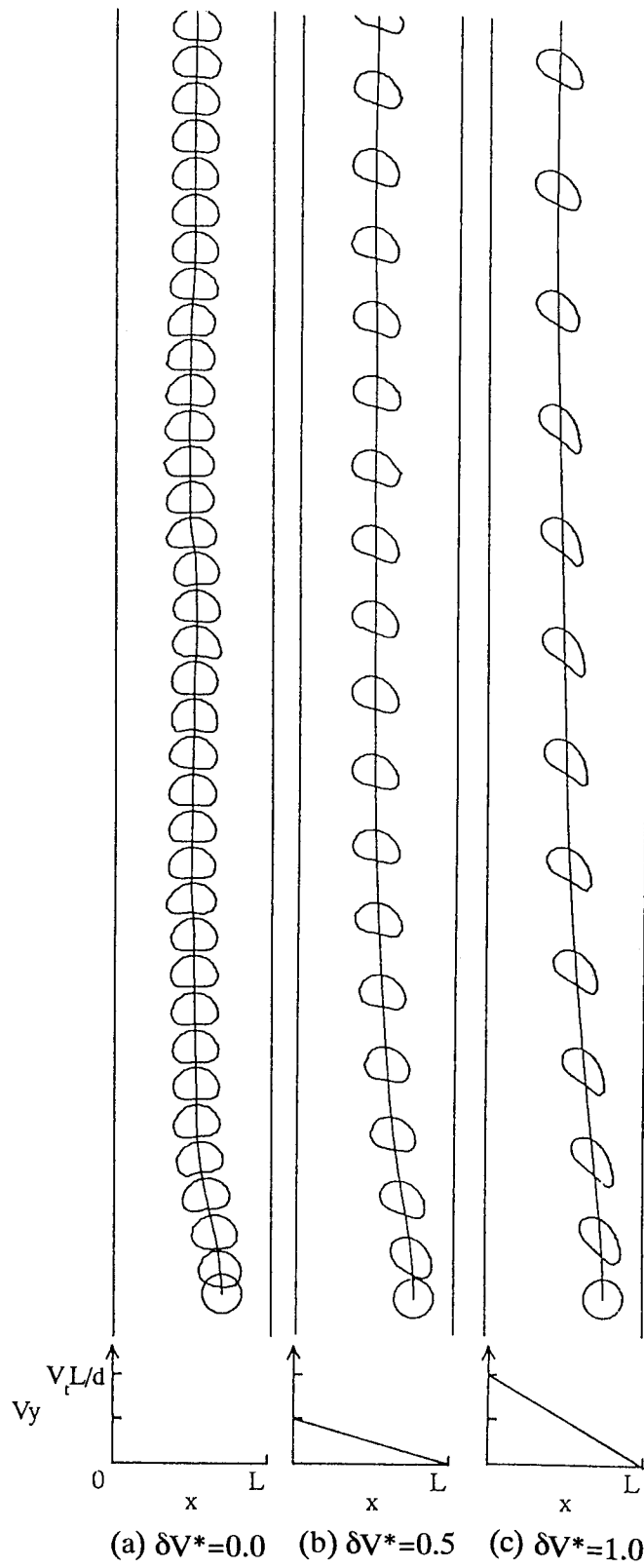


図4.16 気泡の運動に及ぼす液相速度勾配の影響 ($Eo=10, M=10^{-1}$)

果と一致している。Serizawaら⁽²⁴⁾は気泡に働く横方向力の向きは、気泡界面で生成される渦と、乱流の複雑な渦との相互作用の結果決定されるものと推測している。本計算結果でも、ある意味では気泡界面で生成される渦と液相速度分布による大きなスケールの渦の相互作用が気泡の横運動の方向を決定しており、彼らの推定を支持するものと言えよう。ただし、本詳細解析は層流条件下で行われているため、乱流条件でなくとも気泡の横運動の向きが変化しうることを示唆している。

次にモルトン数 M が気泡の横運動に及ぼす影響を調べた。図4.16は $Eo=10$, $M=10^{-1}$ の場合の計算結果である。無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなるにつれて、楕円気泡の翼型への変形が顕著になっている。 $Eo=10$, $M=10^{-3}$ の場合と比較すると、粘性の高い本条件では気泡の横運動の速度は小さいが、気泡はこの翼型への変形によって同様に液相速度の大きい左方向へ横運動している。したがって、これらの流動条件の範囲内では、モルトン数 M の違いによる気泡の横運動の向きに変化はなかったが、モルトン数 M が小さいほど気泡の横運動は顕著になり、横方向への運動速度が大きくなることがわかった。

4.3.4 本節のまとめ

気液二相気泡流の二つの典型的な流路断面内ボイド分布の形態であるカルデラ型およびベル型分布は、気泡と液相の速度勾配との相互作用の結果として引き起こされる気泡の横運動の向きによって非常に大きく左右されると考えられる。本節では、瞬時局所的な基礎方程式に基づく詳細解析によって、気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を良好に予測できるか検討するために、鉛直方向平行平板間一様せん断流中における二次元気泡の詳細解析を行なった。その結果、以下の結論が得られた。

(1)気泡径 d と両壁面間距離 L の比 d/L が等しい条件でも、エトベス数 Eo 、モルトン数 M および無次元液相速度勾配 δV^* が異なれば、気泡の横運動の向きと速度の計算結果は変化することがわかった。

(2)球形を保つエトベス数 Eo が小さい気泡は、液相速度の大きい方向へ横運動することがわかった。一方、翼型に変形するエトベス数 Eo が大きい気泡は、液相速度の小さい方向へ横運動することがわかった。これは、鉛直管内上昇流中において、エトベス数 Eo が小さい気泡が壁方向へ横運動し、カルデラ型のボイド分布を形成する気泡となること、そしてエトベス数 Eo が大きい気泡が流路中心方向へ横運動し、ベル型のボイド分布を形成することに対応し、既存の実験結果と定性的に一致した。

(3) エトベス数 E_o が小さい気泡の液相速度の大きい方向へ横運動は、無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなるにつれて顕著になること、エトベス数 E_o が大きい気泡の液相速度の小さい方向へ横運動も、無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなるにつれてより速くなることがわかった。流路断面液相体積流束 $\langle J_L \rangle$ が大きい条件において、流路内の無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなることから、この計算結果も既存の実験結果と定性的に一致している。

(4) 本計算条件の範囲内では、モルトン数 M の違いによる気泡の横運動の向きに変化はなかったが、モルトン数 M が小さいほど気泡の横運動は顕著になり、横方向への運動速度が大きくなることがわかった。

(5) 以上の結果から、本詳細解析手法によって、様々なエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件において、気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を良好に予測できることがわかった。

(6) 一様せん断流中の二次元気泡周囲の液相速度分布および気泡界面における圧力分布から、変形する気泡形状と気泡周囲の液相流れ場との複雑な相互作用の結果、気泡の横運動の向きが決まることがわかった。そして、エトベス数 E_o 、モルトン数 M および無次元液相速度勾配 δV^* によって決定される気泡形状と、それと連動して決定される気泡周囲の液相速度分布によって、気泡の横方向への運動は決定されることがわかった。

4.4 鉛直平行平板間気泡流

4.4.1 はじめに

本論文におけるこれまでの検討によって、瞬時局所的な基礎方程式に基づく界面追跡法である本詳細解析プログラムを用いて、層流条件下の気泡に及ぼす(1)気泡径、表面張力、気液両相の物性などの影響、(2)他の気泡による影響、(3)流路壁の影響、(4)気泡自身によって誘起される渦の影響、(5)液相速度勾配の影響を良好に予測できることが確認できた。気相体積率が低く気泡の合体や分裂がない層流気泡流中の気泡の運動は、以上の5つの影響のもとで決まるものと考えられる。また、前節において、上昇気泡流の流路断面内における気泡の壁向きと流路中心向きの二種類の横運動が、エトベス数 E_o の変化によって起こり得ることがわかった。そこで本節では、二次元解析の範囲で鉛直方向平行平板間を流れる複数の気泡を含む上昇気泡流の詳細解析を行な

うことにする。計算効率を考慮して、鉛直流れ方向に対しては周期的境界条件を適用し、ある限定された鉛直方向位置における気泡流のボイド分布について調べることにする。気泡の横運動の向きが変化するように、計算のパラメータとしてエトベス数 Eo を用いるが、それに加えて流路断面平均体積流束の影響を表す無次元量を新たに定義する。そして、これらの無次元数によって上昇気泡流のカルデラ型およびベル型のボイド分布が、本詳細解析プログラムを用いて得られるか否か検討する。

4.4.2 計算体系と境界条件

図4.17に計算体系と境界条件を示す。座標軸はx軸を水平右方向に、y軸を鉛直上方方向にとった。左右両壁面間の流路幅を L_x 、周期的境界条件を設定した1ユニットの流れ方向長さを L_y とした。この $L_x \times L_y$ の計算領域内に気泡を四つ配置した。初期の気泡形状は全て直径 d の円形とした。初期の気泡配置は図4.17に示した通りとした。気泡の等価直径当りに割り当てたセル数は16セルで、計算領域をx方向には96セル、y方向には337セルのメッシュに分割した。左右両壁の外側には一層の境界セルを設けた。上下両境界には周期的境界条件を設定するために、下の境界の外に一層と上の境

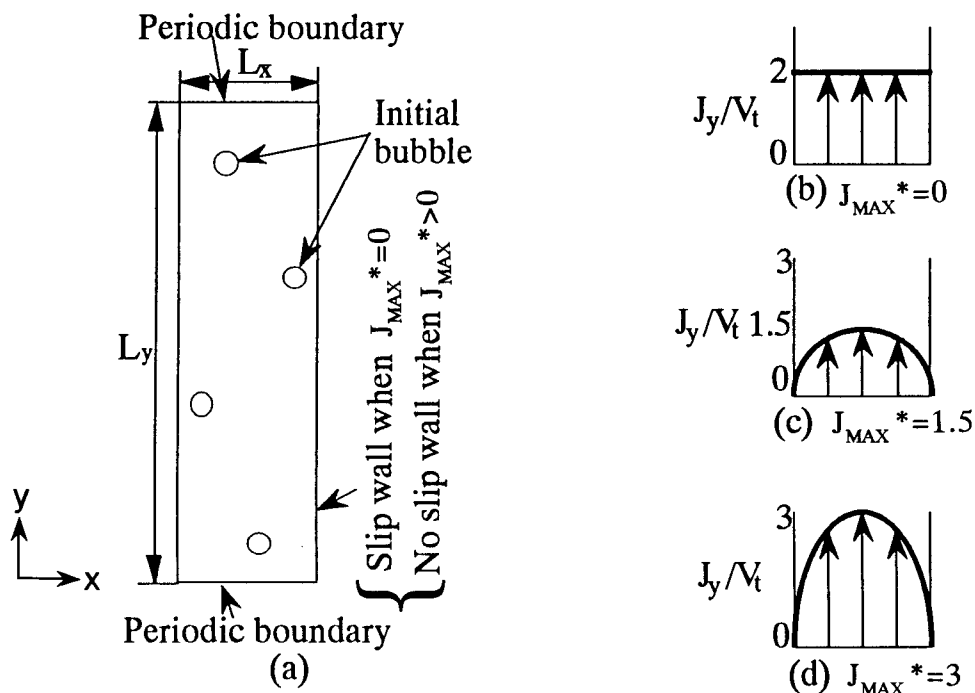


図4.17 計算体系と境界条件

界の外に二層の境界セルを設けた。周期的境界条件を設定するのに、上下両境界で合計三層の境界セル層における圧力を除いた局所液相体積率や速度などの諸変数を等しくした。これによって、全計算セル数は、 $(96+2) \times (337+3) = 33,320$ セルになった。計算領域全体の体積平均ボイド率 α_G は2.5%である。また、気泡径 d と壁面間距離 L_x の比は1/6になる。左右両壁面はすべりなし条件とした。

4.4.3 鉛直流れ方向の周期的境界条件の設定法

本節では、鉛直流れ方向への周期的境界条件の設定方法について示す。まず、局所全体積流束 $\mathbf{J}=(J_x, J_y)$ のうち J_x の初期値は全ての位置で零とした。 $J_y(x, y)$ の分布の初期条件は y 方向には一定とし、 x 方向への分布を発達した層流条件において成立すべき放物型の分布とした。これは、 y 方向の運動量保存式、

$$0 = -\frac{dp}{dy} - \rho g + \mu_L \left(\frac{d^2 J_y}{dx^2} \right) \quad (4.10)$$

から与えられる。境界条件は $x=0$ および L_x において、 $J_y=0$ である。本詳細解析では、左右両壁の中央($x=L_x/2$)における J_y の最大値 J_{MAX} を入力条件として与えることにする。よって、 $x=L_x/2$ において $J_y=J_{MAX}$ 、 $dJ_y/dx=0$ という境界条件が成立し、 J_y の x 方向分布は次式(4.11)を x に関して2回積分することによって得られる。それはよく知られているように放物型分布になり、局所全体積流束の最大値 J_{MAX} によって一意に決まる。

$$\frac{d^2 J_y}{dx^2} = \frac{1}{\mu_L} \left(\frac{dp}{dy} + \rho g \right) = G \quad (4.11)$$

また、初期の圧力分布は次式を y 方向に積分していくことによって与えられる。

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g + \mu_L G \quad (4.12)$$

ただし、流路断面内で初期の圧力は一定と考え、密度 ρ を次のように断面平均値

$$\rho = \rho(y) = \frac{1}{L_x} \int_{L_x} \{\rho_G(1-F(x,y)) + \rho_L F(x,y)\} dx \quad (4.13)$$

で与える。ここで、式(4.12)の右辺第一項は重力による位置圧力降下、第二項は摩擦圧力降下を表す。一般に、二相流の摩擦圧力降下は单相流と異なることが知られている⁽²⁷⁾。すなわち、式(4.12)のもととなった式(4.10)が二相流では成立せず、式(4.12)から求まる圧力勾配は初期に設定した全体積流束を定常的に駆動する圧力勾配とは一般には一致せず、定常的流動を実現できない。そこで、二相流摩擦増倍係数 Φ^2 を用いて、式(4.12)を以下のように修正する。

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g + \mu_L G \Phi^2 \quad (4.14)$$

二相流摩擦増倍係数 Φ^2 はエトベス数 Eo 、モルトン数 M や体積平均気相体積率などによって変化するため、予め正確に予測するのは困難である。そこで、まず Φ^2 を1として式(4.14)から初期の圧力分布を求めて気泡流の詳細解析を試行する。その結果、断面平均全体積流束が初期値よりも減少した場合には、 Φ^2 を増加させて再び式(4.14)による初期圧力分布の計算から始める。逆に全体積流束が初期値よりも増加した場合には、 Φ^2 を減少させて同様の計算を再び試行する。このような試行錯誤的方法を用いて、定常流動が得られる適切な二相流摩擦増倍係数 Φ^2 の値と圧力分布の初期条件を求める。

本詳細解析では左右両壁の中央における J_y の最大値 J_{MAX} を入力パラメータとする。ここで、その無次元数である無次元最大体積流束 J_{MAX}^* を次式で定義する。

$$J_{MAX}^* = \frac{J_{MAX}}{V_t} \quad (4.15)$$

計算は、 $Eo = 1$ および10の両条件において、それぞれ $J_{MAX}^* = 0, 1.5, 3$ の三種類の条件について行なった。 $J_{MAX}^* = 0$ の場合、体積速度 $J_y(x)$ は x に依らず一定の一様流とした。なお、流れのレイノルズ数 $Re_L (= J_{MAX} \cdot L_x / \nu_L)$ の最大値は200であり、計算は層流条件の範囲内であった。表4.1に、各々の J_{MAX}^* の場合における δV^* の水平方向分布を、左壁からの無次元距離 x / L_x を変数として示す。なお、前節での計算結果を基にモルトン数 M は 10^{-3} に固定した。

表4.1 無次元速度勾配 δV^* の水平方向分布

x/L_x	$J_{MAX}^*=0$	$J_{MAX}^*=1.5$	$J_{MAX}^*=3$
1/12 , 11/12	$\delta V^*=0$	$\delta V^*=5/6$	$\delta V^*=5/3$
3/12 , 9/12	$\delta V^*=0$	$\delta V^*=1/2$	$\delta V^*=1$
5/12 , 7/12	$\delta V^*=0$	$\delta V^*=1/6$	$\delta V^*=1/3$
1/2	$\delta V^*=0$	$\delta V^*=0$	$\delta V^*=0$

4.4.4 計算結果と考察

$Eo=1, M=10^{-3}$ における計算領域内の気泡運動の計算結果を図4.18に示す。図4.18(a)は $J_{MAX}^*=0$ の場合であり、球形を保っている気泡は緩やかに流路中央へ横運動してきている。 $J_{MAX}^*=3$ になると、表4.1から流路内の大部分で無次元液相速度勾配 $\delta V^* \geq 1$ になることがわかる。このとき、図4.18(b)に示すように気泡は流路中央に集まらずやや壁寄りを運動している。この計算結果は、前節での一様せん断流中の単一二次元気泡の横運動の結果から予想したものと一致している。ただし、 $t^*>8$ においては、左右に一つずつ計二対の二気泡の運動傾向を示し、各々の対の中で下側にある気泡が上側にある気泡に接近していく様子が見られる。更にこの時、二気泡の相互作用の効果によって、壁の極近傍にあった上側の気泡がやや壁から離れ、逆に下側の気泡は壁方向に横運動している。この計算結果は、気泡間の相互作用が、全気相体積率が2.5%の気泡流のボイド分布において無視できない役割を果たしていることを示している。

図4.19は $Eo=10, M=10^{-3}$ における気泡運動の計算結果である。エトベス数 Eo が大きいこの条件では、図4.19(a)に見られるように静止液中に対応する $J_{MAX}^*=0$ の場合に、扁平化した楕円気泡が流路中央へ横運動して揺動することがわかる。 $J_{MAX}^*=3$ になると、 $t^*=2$ の時刻を中心に気泡は翼型に変形して、 $t^*=4$ までの間に急速に流路中心へ横運動する。揺動運動は抑えられて、 $J_{MAX}^*=0$ の静止液中の場合よりその揺動振幅は非常に小さい。

$Eo=1, M=10^{-3}$ の条件における流路断面内ボイド分布の計算結果を図4.20に示す。 $J_{MAX}^*=0$ の場合にはボイドのピークが時間の経過と共に流路中央に遷移してきているが、 $J_{MAX}^*=3$ になると流路の左右にピークがあるカルデラ型のボイド分布が形成された。この傾向は J_{MAX}^* が大きいほど顕著になっており、ボイド分布に及ぼす液相体積流束の影響に関する既存の実験結果^{(23),(25),(26)}と定性的に一致している。図4.21は $Eo=10,$

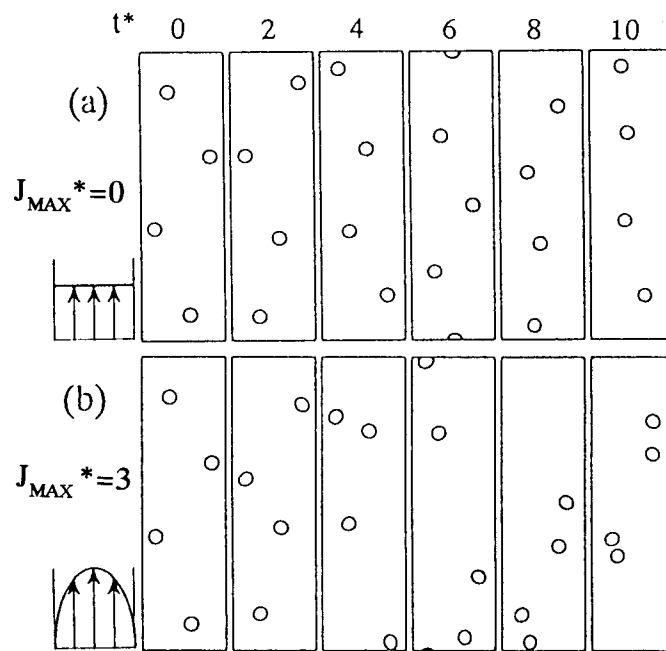


図4.18 気泡流中の気泡運動の計算結果 ($Eo=1, M=10^{-3}$)

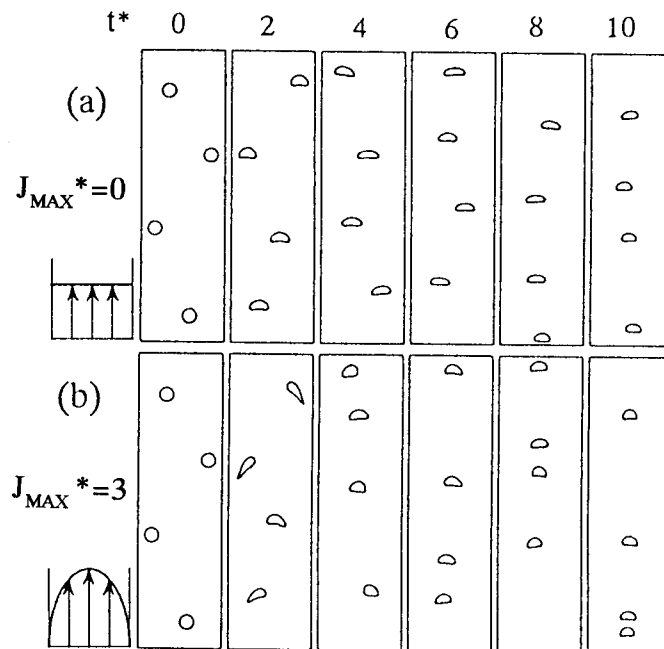


図4.19 気泡流中の気泡運動の計算結果 ($Eo=10, M=10^{-3}$)

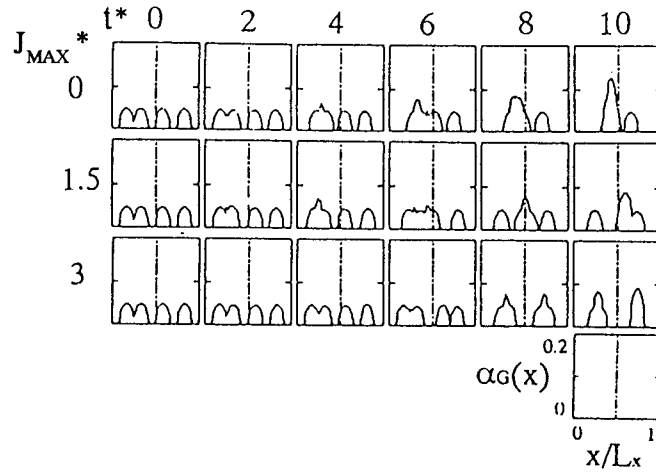


図4.20 ボイド分布の時間変化の計算結果 ($Eo=1, M=10^{-3}$)

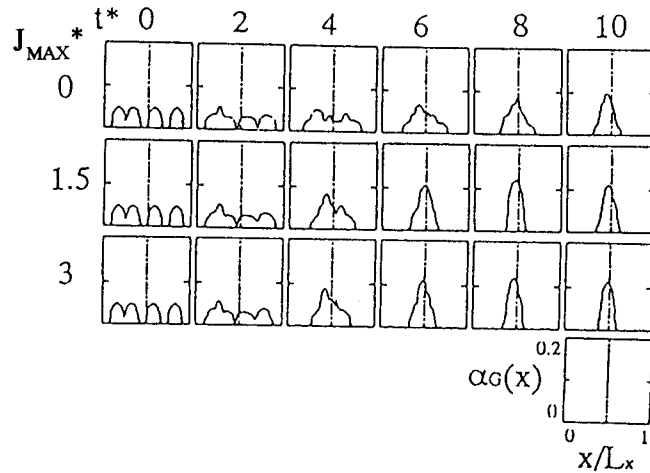


図4.21 ボイド分布の時間変化の計算結果 ($Eo=10, M=10^{-3}$)

$M=10^{-3}$ の場合のボイド分布の時間変化である。 J_{MAX}^* にかかわらずボイドのピークは流路中心にあり、ベル型のボイド分布が得られた。また、 J_{MAX}^* が小さいほど気泡の揺動運動によってボイドの分布がわずかに幅広になっている。

4.4.5 本節のまとめ

本節では、これまでの二次元詳細解析結果に基づいて、層流条件下で気相体積率が2.5%の鉛直方向平行平板間の二次元気泡流の詳細解析を行なった。その結果、以下の結論が得られた。

(1)鉛直流れ方向に対して周期的境界条件を適用することによって、層流条件における鉛直方向平行平板間二次元上昇気泡流の詳細解析を初めて実現できた。この結果、

現状の計算機の能力でも本周期的境界条件を利用することによって、複数の気泡を含む二次元気泡流の詳細解析が実行できることが実証され、本周期的境界条件の設定方法の有用性が示された。

(2)層流条件下の二次元気泡流のボイド分布は、気泡径と壁面間距離との比 d/L_x が一定の条件でも、エトベス数 Eo や無次元体積流束 J_{MAX}^* という無次元数によって、カルデラ型あるいはベル型のボイド分布が形成されることがわかった。

(3)計算結果より、エトベス数 Eo が大きい条件ではベル型のボイド分布が形成されること、エトベス数 Eo が小さな条件ではカルデラ型のボイド分布が形成されることがわかった。そしてその傾向は、無次元体積流束 J_{MAX}^* が大きくなるほど顕著になることがわかった。エトベス数 Eo の代わりに気泡径 d 、無次元体積流束 J_{MAX}^* の代わりに液相体積流束 $\langle J_L \rangle$ を置いて考えると、以上の結果は既存の実験結果と一致しており、二次元解析によっても、定性的には妥当な結果を得られることがわかった。

(4)全気相体積率が2.5%程度の二次元気泡流においても、気泡間の相互作用に起因する気泡の横運動も見られ、気泡間の相互作用がボイド分布に対して無視できない役割を果たし得ることがわかった。

4.5 結言

本章では瞬時局所的に成立する気液二相流の基礎方程式に基づく詳細解析手法によって、静止液中単一気泡に及ぼす気泡自身が生成した渦の影響、および気泡運動に及ぼす液相速度勾配の影響を妥当に予測できるか否かを、二次元詳細解析によって検討した。気泡運動を支配するパラメータとして、前章と同様エトベス数 Eo とモルトン数 M に加えて、無次元液相速度勾配 δV^* および無次元全体積流束 J_{MAX}^* を定義し、これら各種の無次元数が及ぼす気泡運動への影響を調べた。その結果、以下の結論が得られた。

(1)静止液中を揺動運動する気泡の揺動振動数と気泡径の関係に関するZunの実験結果を、無次元揺動振動数であるストローハル数 St とエトベス数 Eo を用いて整理した結果、ストローハル数 St はエトベス数 Eo に支配されることがわかり、その傾向はZunの実験条件の範囲内では、エトベス数 Eo の増加と共にストローハル数 St が増加し、そのストローハル数 St の増加率はエトベス数 Eo の増加と共に緩やかになった。

(2)本詳細解析手法によって、静止液中を揺動運動する二次元気泡の詳細解析を実現した。その結果、ストローハル数 St に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を定

性的に良好に予測できることがわかり、気泡の揺動運動を妥当に予測できることがわかった。

(3)これまでは得られていなかった揺動運動する気泡周囲の液相速度分布および気泡界面での圧力分布の計算結果から、カルマン渦列が気泡の揺動運動を引き起こしていることが確認できた。また、気泡の揺動周期は渦の放出周期と一致することが確認された。

(4)一様せん断流中の二次元気泡の横運動の向きと速度は、エトベス数 E_o 、モルトン数 M および無次元液相速度勾配 δV^* に支配され、エトベス数 E_o が小さい球形を保つ気泡は、液相速度の大きい方向へ横運動すること、一方エトベス数 E_o が大きい気泡は、翼型に変形して液相速度の小さい方向へ横運動することがわかった。これらの計算結果は、既存の実験結果と定性的に一致した。そして、これら二種類の気泡の横運動は、無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなるほどより顕著になり、横方向への運動速度も大きくなった。この結果も、既存の実験結果と定性的に一致した。

(5)以上の結果、本詳細解析手法によって気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を妥当に予測できることが確認できた。

(6)一様せん断流中の二次元気泡周囲の液相速度分布および気泡界面における圧力分布から、変形する気泡形状と気泡周囲の液相流れ場との複雑な相互作用の結果、気泡の横運動の向きが決まることがわかった。

(7)鉛直流れ方向に周期的境界条件を適用することによって、二次元の範囲ではあるが層流条件における鉛直方向平行平板間二次元上昇気泡流の詳細解析を初めて実現できた。

(8)層流条件下の二次元気泡流のボイド分布は、気泡径と壁面間距離との比 d/L_x が一定の条件でも、エトベス数 E_o や無次元体積流束 J_{MAX}^* という無次元数によって、カルデラ型あるいはベル型のボイド分布が形成されることがわかった。それはエトベス数 E_o が大きい条件ではベル型のボイド分布になり、エトベス数 E_o が小さな条件ではカルデラ型のボイド分布になることが本計算結果から初めて確認された。そしてその傾向は、無次元体積流束 J_{MAX}^* が大きくなるほど顕著になることが確認できた。以上の計算結果は、ボイド分布に及ぼす気泡径や液相体積流束の影響に関する既存の実験結果と一致した。

(9)全気相体積率が2.5%程度の二次元気泡流においても、気泡間の相互作用に起因する気泡の横運動も見られ、気泡間の相互作用がボイド分布に対して無視できない役割を果たすことがあることがわかった。

第4章の参考文献

- (1)Clift, R., et al., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, (1978).
- (2)久保田, ほか2名, 化学工学,31-11, (1967), 1074.
- (3)柘植, 日比野, 化学工学, 35-1, (1971), 65.
- (4)Tsuge, H. and Hibino, S. J. Chem. Eng., 10, (1977), 69.
- (5)Lindt, J. T., Chem. Engng. Sci., 27, (1972), 1775.
- (6)Zun, I., Proc. World Cong. III of Chem. Eng., Vol. ii, Tokyo, (1986), 214.
- (7)日向, ほか2名, 機論B編, 43-366, (1977), 676.
- (8)日向, 第17回日本伝熱シボ°ジウム講演論文集, (1980), 26.
- (9)Kataoka, I. and Seriawa, A., ASME FED, Vol.110, Proc. 1st ASME/JSME Fluid Engng. Conf. Portland, (1991), 59.
- (10)Saffman, P. G., J. Fluid Mech., 22-2, (1965), 385.
- (11)Auton, T. R., J. Fluid Mech., Vol.183, (1987), 199.
- (12)宋, ほか2名, 混相流シボ°ジウム'92講演論文集, (1992), 111.
- (13)Tomiyama, A., et al., Proc. Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, Barkeley, California, (1992), 67.
- (14)Tomiyama, A., Nuclear Engng. and Design, Vol.141, (1993), 69.
- (15)Esmaceli, A., et al., Proc. IUTAM Symp. Birmingham, U.K., (1993), 247.
- (16)高木, 松本, 混相流シボ°ジウム'94講演論文集, (1994), 161.
- (17)Drew, D.A. and Lahey, R. T. Jr., Int. J. Multiphase Flow, Vol.13-1, (1987), 113.
- (18)富山, ほか3名, 機講論, No.930-9, (1993), 176.
- (19)Zun, I, et al., 25th European Two-Phase Flow Group Meeting, B2, Varese, (1990), 1.
- (20)村井, 松本, 混相流シボ°ジウム'94講演論文集, (1994), 169.
- (21)仮屋崎, 機論B編, 53-487, (1986), 744.
- (22)世古口, ほか2名, 機論B編, 40-333, (1974), 1395.
- (23)佐藤, ほか3名, 機論B編, 43-370, (1977), 2288.
- (24)Serizawa, A. and Kataoka, I., ICHMT Int. Semiar on Transient Phenomena in Multiphase Flow, Dubrounik, Yugoslavia, (1987), 179.
- (25)Liu, T. J., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, Vol.1, (1991), 453.
- (26)Matsui, G. and Monji, H., Proc. Japan-German Seminar on Multi-phase Flow, KfK-5389, (1994), 35.
- (27)日本機械学会編, "気液二相流技術ハンドブック", コロナ社, (1989), 61.

第5章 鉛直正方ダクト内気泡流の三次元数値解析

5.1 緒言

第3章では、無限静止液中の単一気泡および直列二気泡と鉛直鉛管内単一大気泡の形状と上昇速度などを、軸対称二次元円筒座標系での詳細解析によって定量的に妥当な予測ができることを確認した。しかし、軸対称ではない気泡の横運動を予測できなければ気泡流のボイド分布に関する詳細解析は実現できないことは明かである。そして前章では二次元平面内気泡の揺動運動と横方向運動を、二次元(x-y)座標系での詳細解析によって定性的には妥当に予測できることがわかり、エトベス数 Eo が小さい条件でカルデラ型のボイド分布が、エトベス数 Eo が大きい条件でベル型のボイド分布が形成される可能性が示された。しかし、図5.1に示すように、例えば鉛直正方ダクト内

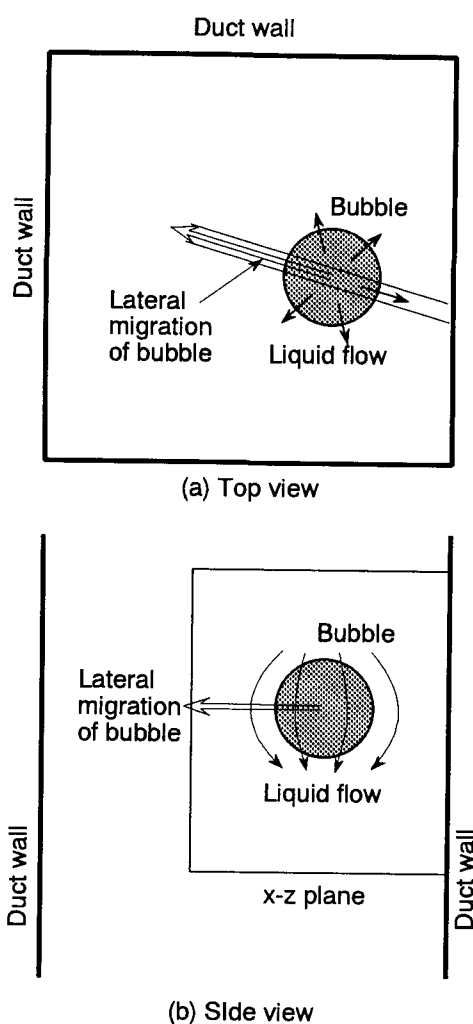


図5.1 横運動する気泡周囲の三次元的な液相流れの模式図

を白矢印に示した流路中心方向へ横運動する気泡の上方の液相は、気泡が上昇する際に黒矢印で示したように四方へ流下する。ところが、前章で行なった二次元(x-y)座標系での詳細解析では鉛直方向と横運動する方向への二方向しか無く、気泡の横運動に関する定量的な検討や、現実の三次元気泡周囲の液相速度分布に関するより正確な考察はできない。そして二次元平面気泡におけるエトベス数 Eo や無次元体積流束などの値自体には定性的な意味しか持たず、現実の三次元気泡流に関する定量的議論ができないことは明かである。一方、気泡運動の三次元詳細解析が実現できれば、気泡の横運動や気泡流のボイド分布などの定量的な検討ができ、数値実験に基づくモデルの提案ができる可能性が広がるのみならず、現実の三次元気泡周囲の液相速度分布の計算結果に基づいて、未だ明かになっていない気泡の横運動に関する物理的機構に関して有用な知見を得られる可能性がある。

そこで本章では、前章で用いた瞬時局所的な基礎方程式に基づく二次元数値詳細解析プログラムを三次元解析用に拡張し、気泡流の三次元詳細解析を試みることにする。まず作成した三次元詳細解析プログラムによって無限静止液中単一気泡の形状と終端速度を定量的に良好に予測できるか否かを検討することによって、その計算プログラムの妥当性を確認したうえで、これまで実現されていない鉛直正方ダクト内上昇気泡流の三次元詳細解析を層流条件の範囲内で行なう。そして、カルデラ型やベル型などになる気泡流のボイド分布に及ぼすエトベス数 Eo と無次元全体積流束 J^* の影響について定性的に検討する。なお、各々の気泡の運動軌跡などに関する実験結果と計算結果との比較や気泡周囲の液相速度分布の計算結果に関する考察は、特に気泡の横運動に注目した次の第6章において行なう。

5.2 無限静止液中単一気泡

5.2.1 はじめに

作成した三次元気泡流の詳細解析プログラムの妥当性を調べるために、まず最も単純な計算対象として無限静止液中における単一気泡の終端速度と形状を精度良く予測できるか否かを調べる。前章と同様に気泡の終端速度と形状に及ぼすエトベス数 Eo とモルトン数 M の影響を良好に評価できるか調べるために、Grace^{(1),(2)}やBhagaら⁽³⁾の実験結果および本研究で行なった実験結果をデータベースとして、本計算結果によって得られた結果と比較検討する。

5.2.2 計算条件と計算体系

本章で三次元解析用に拡張した詳細解析プログラムによって、気泡の形状と終端速度を定量的に良好に予測できるか検討するために、気泡の形状と終端速度の実験データベースが必要である。図5.2はBhagaらによる無限静止液中単一気泡の終端速度 V_t と形状に関する相関図である⁽¹⁾。本図はGrace^{(2),(3)}が提案した同様の相関図を改良し、気泡の形状に関して行なった追加実験結果に基づいて、より詳細に気泡形状を整理分類したものである。そして、代表的な流動条件における気泡形状の写真も示している。なお、終端速度に関してはGraceの結果を用いている。図中の黒丸は気泡の終端速度 V_t の本計算結果とGraceの結果とを比較検討した条件を示す。これらの計算点で、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件をカバーしていることがわかる。白丸は詳細な気泡形状がBhagaらによってあるいは本実験によって得られている条件を示し、これらの条件では気泡の最終的な形状についても実験結果と計算結果を比較検討した。これらの7点の計算条件によって層流条件下における球形、回転楕円体、冠球形などの主な気泡形状の条件を代表していることがわかる。なお、本研究での実験結果

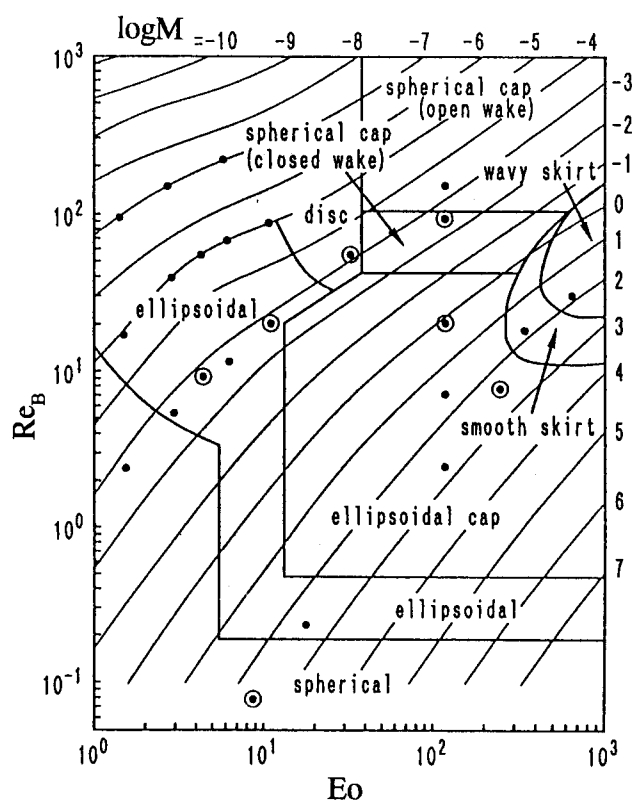


図5.2 Bhagaらの無限静止液中単一気泡の終端速度と形状の相関図⁽¹⁾

は、矩形の水槽中に満たしたグリセリン水溶液中を上昇する単一気泡のものであり、回転楕円体の条件を補足している。

図5.3に無限静止液中単一気泡の三次元詳細解析で用いた計算体系および初期の気泡形状を示す。初期の気泡形状は全ての流動条件において真球形とした。気泡直径 d あたりに割り当てたセル数 N_0 は10セルから14セルとした。気泡形状の実験結果が球形や回転楕円体になった条件ではセル数 N_0 を10セルとし、冠球形に代表されるように大きく変形した条件では N_0 を大きく設定した。 x , y , z 方向の計算領域の大きさは、各々 $4d$, $4d$, $4.5d$ とした。したがって、 N_0 を14セルとした場合の総計算セル数は、 $(56+2)_x(56+2)_y(63+2)_z=218,660$ セルである。ここで計算式中の+2は境界条件設定用に計算領域の周囲外側六面にそれぞれ一層ずつ設けた仮想セルの数を表す。境界条件は二次元気泡流の場合と同様に設定した。すなわち、上部境界からは一様速度 V_{in} で液相を下方に流入させ、流入速度 V_{in} の大きさを単一気泡の終端速度 V_t に一致させることによって、計算領域の中央付近から気泡が流出しないようにした。四方の側面境界および下部境界は連続流出条件とした。これらの境界条件を設定することによって、上昇運動する気泡と共に速度 V_t で上昇移動する参照座標系から観察した気泡運動を模擬した。

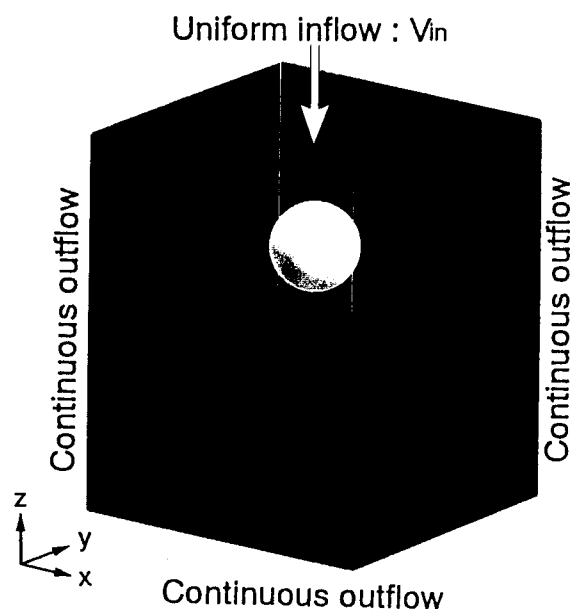


図5.3 計算体系と初期気泡形状

5.2.3 結果と考察

気泡の終端速度 V_t の計算結果をGraceの相関図より読み取った結果と比較する。終端速度 V_t の計算結果は、計算体系内における気泡先端位置の z 方向への終端移動速度に、一様流入速度 V_{in} の絶対値を加えて算出した。図5.2中に黒丸で示した $1.41 \leq Eo \leq 641$, $-6.9 \leq \log M \leq 2.9$ の広範囲にわたる合計24点の流動条件について、気泡の無次元終端速度である気泡レイノルズ数 Re_B の計算値とGraceの相関図による値とを比較した。

横軸にGraceの相関図による気泡レイノルズ数 Re_B をとり、縦軸に気泡レイノルズ数 Re_B の計算値をとって図5.4に両者の比較を示す。本図より、本三次元詳細解析プログラムによって広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件にわたって、無限静止液中における単一気泡の終端速度を定量的に精度良く予測できることが確認できた。

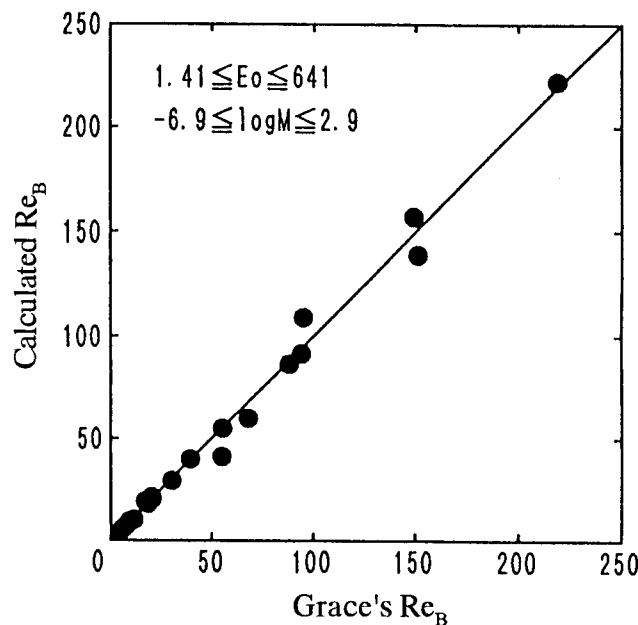


図5.4 Graceらの無次元気泡速度と計算結果の比較

次に、気泡形状について検討する。図5.2中に白丸で示した7点の条件について、詳細解析結果と実験結果を比較検討する。なお、気泡形状が時間的に変化しなくなった際の形状を、気泡形状の最終結果とした。図5.5に気泡形状の計算結果を実験結果とあわせて示す。左図は実験結果で、図5.5(a), (d), (e), (f), (g)の各写真はBhagaらの文献(3)から引用したもの、(b), (c)は本実験結果である。右図が各条件に対応する計算結果である。本図より、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件において、気泡形状

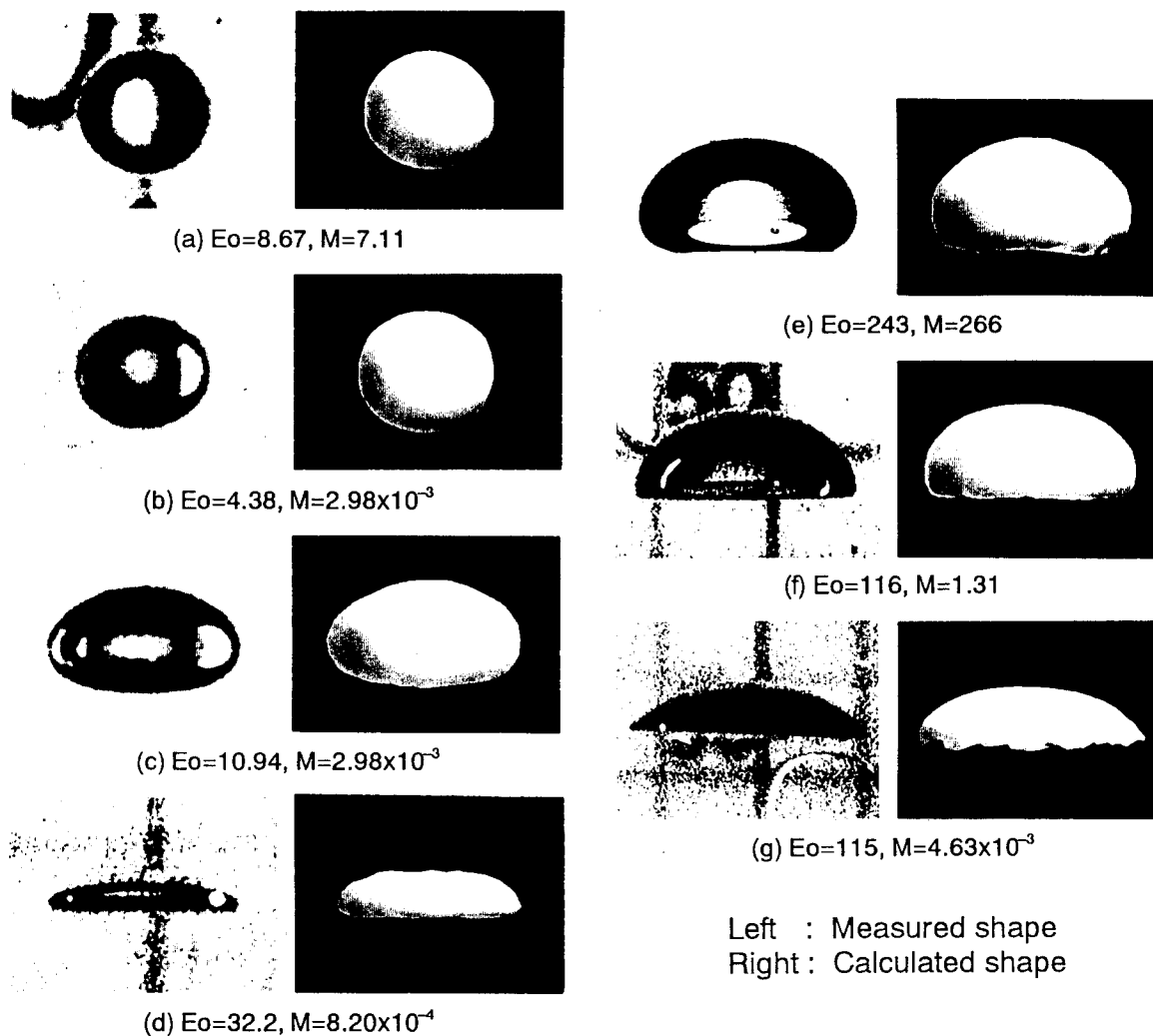


図5.5 気泡形状の計算結果と実験結果の比較
 ((a),(d),(c),(f),(g) : Bhagaらの実験結果⁽¹⁾、(b),(c) : 本実験結果)

の計算結果と実験結果はほぼ一致しており、気泡形状に及ぼすエトベス数 E_o とモルトン数 M の影響を、本三次元詳細解析プログラムによって良好に予測できることが確認できた。ただし、(d),(g)の条件のように気泡が極端に扁平化したり変形する条件では、実験結果と計算結果の相違も見られる。これは計算機のメモリーと演算速度の制約から、気泡直径 d あたりに十分なセル数を割り当てることができなかつたことが原因と考えられる。ただし、このように気泡が非常に大きく変形し、定量的には気泡形状の実験結果と計算結果に違いが見られた条件でも、終端速度は良好に予測できた。

以上の結果、本章で三次元解析用に拡張した気液二相気泡流の詳細解析プログラムによって無限静止液中の単一気泡の形状と終端速度を良好に予測できることが確認され、気泡流の三次元詳細解析を実行できる見通しが得られた。なお、本三次元詳細解析プログラムによって、ジグザグ運動あるいは螺旋運動を行なう揺動気泡の詳細解析

が実現できる可能性がある。しかし、揺動気泡は複雑にその形状を変化させるため、気泡直径当たりに割り当てる計算セル数を非常に多くする必要がある。また、x-y水平断面内においても気泡の位置を変化させるため、非常に広い計算領域を必要とする。今後、計算機の能力が向上し、更に細かく非常に多数の計算セルを用いた三次元解析が実行可能になれば、本計算プログラムを用いて揺動気泡の三次元解析を実現できる可能性がある。そしてその計算結果は、三次元的に揺動する気泡の物理的機構に関する有用な知見を与えてくれると期待できる。

5.2.4 本節のまとめ

本節では、気泡流の三次元詳細解析を実現させるために二次元詳細解析プログラムを三次元解析用に拡張した。そして、そのプログラムの妥当性を検討するために、層流条件下における広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件において、無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を良好に予測できるか否かを調べた。その結果、以下の結論が得られた。

(1)気泡直径当たりに10から14セルを割り当てることによって、広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の範囲において、無限静止液中における単一気泡の終端速度と形状を精度良く予測できることがわかった。

(2)気泡が極端に扁平化する場合の気泡形状を精度良く予測するためには、更に細かいセル分割を行なう必要があることがわかった。ただし、このように気泡が非常に大きく変形し、定量的には気泡形状の実験結果と計算結果に若干の違いが見られた条件でも、終端速度は良好に予測できた。

5.3 気液二相気泡流の三次元詳細解析

5.3.1 はじめに

前節において三次元詳細解析用に拡張した計算プログラムを用いて、無限静止液中における単一気泡の形状と終端速度を良好に予測できることがわかった。そこで、本節ではこれまで実現されていない鉛直正方ダクト内気液二相気泡流の三次元過渡解析を瞬時局所的基礎方程式に基づく数値解法によって試みる。計算はエトベス数 E_o と無次元体積流束をパラメータとして行ない、三次元解析によって層流条件下でも二つの

典型的な気泡流の流路断面内ボイド分布であるカルデラ型（鞍型）分布とベル型（コア型）分布を得られるか検討する。なお、計算によって瞬時局所の液相の速度分布も得られるが、得られた速度分布は非常に複雑であるため、本節ではひとまずその結果を示さない。三次元気泡周囲の液相の速度分布については、次章において詳細に考察することにする。

5.3.2 計算体系と境界条件

図5.6に気泡流の三次元詳細解析で用いた計算体系および気泡の初期配置を三面図の形式で示す。左上が上面図、左下が正面図、右下が側面図である。ダクトの側壁はすべりなし境界条件とした。上下両境界には本研究において開発した周期的境界条件を三次元用に拡張して適用した。したがって、上部境界から流出した気泡や液相流体は下部境界から再流入する。この周期的境界条件を利用して計算体系の総セル数を最小限に抑えることによって、現状の計算機による気泡流の三次元詳細解析の実現を目標

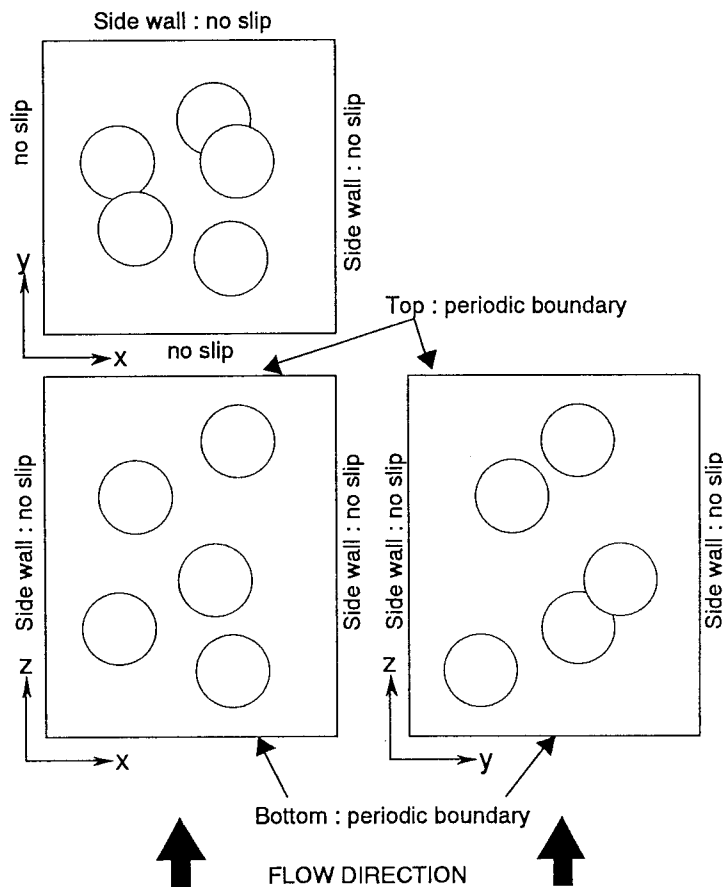


図5.6 三次元気泡流解析の初期条件と境界条件

指した。各気泡の大きさは全て同じとし、気泡の初期形状は真球形とした。また、気泡直径dあたりに12セルの計算セルを割り当てた。流路断面は一辺の長さLが気泡径dの4倍である正方形とした。鉛直流れ方向(z方向)には気泡径dの5倍の長さを与えた。したがって、x, y, z各方向に各々(48+2), (48+2), (60+3)セルの等間隔セルを与えることになる。境界条件設定用に設定した仮想セルの数は、周期的境界条件を設定するためにz方向のみ3セル用意した。よって、計算セルの総数は157,500セルになった。計算領域内の気泡の個数は5個とし、計算体系内の体積平均ボイド率 α_g は3.3%であった。

局所全体積流束分布の初期条件には、層流条件における液単相流の分布を用いた。ここで、局所全体積流束 \mathbf{J}_T は各計算セル内の液相体積率Fを用いて次式で定義される。

$$\mathbf{J}_T = (J_x, J_y, J_z) = F\mathbf{V}_L + (1-F)\mathbf{V}_G \quad (5.1)$$

ここで、初期気泡の液相速度に対する相対速度の初期値を零とした。また、全体積流束のxおよびy方向成分 J_x, J_y の初期値も零とした。全体積流束のz方向成分 J_z の初期値は、z方向に一定とした。全体積流束のz方向成分 J_z のx-y平面内における初期の分布は、次に示す層流条件におけるz方向の瞬時局所的な運動量保存式、

$$0 = -\frac{dp}{dz} - \rho g + \mu_L \left(\frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_z}{\partial y^2} \right) \quad (5.2)$$

を解くことによって与えた。ここで、初期の圧力pは流路断面内で一定と仮定し、圧力pをzのみの関数と考えている。さて、この式(5.2)は以下のポアソン方程式の境界値問題を構成している。

$$\left(\frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_z}{\partial y^2} \right) = G \quad (5.3)$$

$$J_z = 0 \text{ at } x=0, x=L, y=0, \text{ and } y=L \quad (5.4)$$

ただし、ソース項Gは

$$G = \frac{1}{\mu_L} \left(\frac{dp}{dz} + \rho g \right) \quad (5.5)$$

である。密度 ρ は流路断面内における平均密度と考えたので、次式より求められる。

$$\rho = \rho(z) = \frac{1}{L^2} \int_{L^2} \{ \rho_G(1-F(x,y,z)) + \rho_L F(x,y,z) \} dx dy \quad (5.6)$$

このため、式(5.5)で与えられるソース項 G も流路断面内で一定値をとることがわかる。しかし、その括弧内の値は未知である。一方、式(5.3)は線形偏微分方程式であり、かつ境界条件式(5.4)が同次形なので、ソース項 G が定数倍になった場合の解 $J_z(x, y)$ は、その分布形状を保ったまま定数倍になる。そこで、まず $G=-1$ として式(5.3), (5.4)の数値解を求める。その後、その数値解を定数倍して所定の流量になるように調節した。ここで仮に初期の全体積流束分布を、式(5.3), (5.4)から得られた数値解の β 倍に設定したとする。その場合、圧力勾配 dp/dz は次式で与えられることになる。

$$\frac{dp}{dz} = -(\mu_L \beta + \rho g) \quad (5.7)$$

上式の右辺第一項は摩擦圧力降下を、右辺第二項は重力による圧力降下を表す。ここで、二次元気泡流の計算の場合と同様に单相流における摩擦圧力降下に対する気泡流の摩擦圧力降下の比を表す二相流摩擦増倍係数 Φ^2 を用いて式(5.7)を以下のように修正する。

$$\frac{dp}{dz} = -(\mu_L \beta \Phi^2 + \rho g) \quad (5.8)$$

二相流摩擦増倍係数 Φ^2 は気泡流の体積平均気相体積率、流路断面内ボイド分布や断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle$ など様々な条件によって変化する量であり、エトベス数 Eu や無次元全体積流束 J_T^* によって異なるものと予想される。したがって、ある条件において所定の全体積流束 $\langle J_T \rangle$ を得るために適切な二相流摩擦増倍係数 Φ^2 の値を予め正確に推定することは困難である。そこで、まず初期の圧力の z 方向分布を、式(5.8)中の二相流摩擦増倍係数 Φ^2 を1としてこれを積分することによって求め、気泡流の過渡解析を

行なう。その結果、断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle(t)$ の計算結果がその初期値よりも時間的に減少した場合には、二相流摩擦増倍係数 Φ^2 の値を増加させて再び式(5.8)から初期の圧力分布を計算して過渡計算を再試行する。逆に、全体積流束 $\langle J_T \rangle(t)$ が時間的に増加した場合には二相流摩擦増倍係数 Φ^2 の値を減少させて同様の操作を再試行する。このような試行錯誤的方法を繰り返し、各条件について適切な二相流摩擦増倍係数 Φ^2 の値を求めた。そして、全体積流束 $\langle J_T \rangle(t)$ の大きさが所定の流量になった計算結果をもって最終結果とした。

次に、数値計算上のパラメータを整理しておく。これまで用いてきた二つの無次元数エトベス数 Eo とモルトン数 M に加えて、鉛直管内層流気泡流の支配因子として、流路形状、体積平均気相体積率、断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle$ 、気泡径と流路断面サイズの比 d/L 等が挙げられよう。このうち本節での計算は、流路形状、体積平均気相体積率 α_g と気泡径とダクト幅の比 d/L を固定している。断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle$ が気泡流の流動やボイド分布に及ぼす影響については、次式で定義した無次元全体積流束 J_T^* をパラメータとして調べることにする。

$$J_T^* = \frac{\langle J_T \rangle}{V_t} \quad (5.9)$$

表5.1に計算条件を示す。二重丸は気泡運動の時間変化を示す計算条件を指し、白丸はボイド分布に及ぼす無次元全体積流束 J_T^* の影響を検討するための計算条件である。

表5.1 三次元気泡流の計算条件

Eo / J_T^*	0.12	0.24	0.48
5	○	◎	○
20	○	◎	○

◎：気泡運動の時間変化を示す

○：上面図のみを示す

5.3.3 計算結果と考察

まず $Eo=5$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件で行なった計算結果について検討する。Bhaga

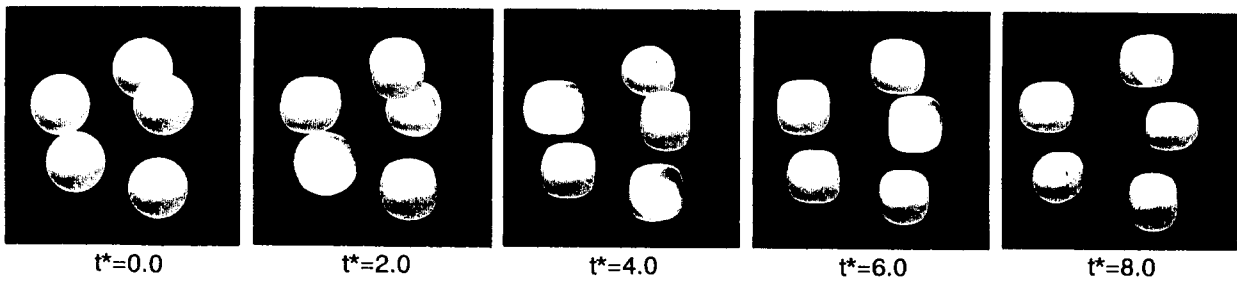


図5.7 ダクト断面内気泡分布の時間変化 ($Eo=5, \log M=-3, J_T^*=0.24$)

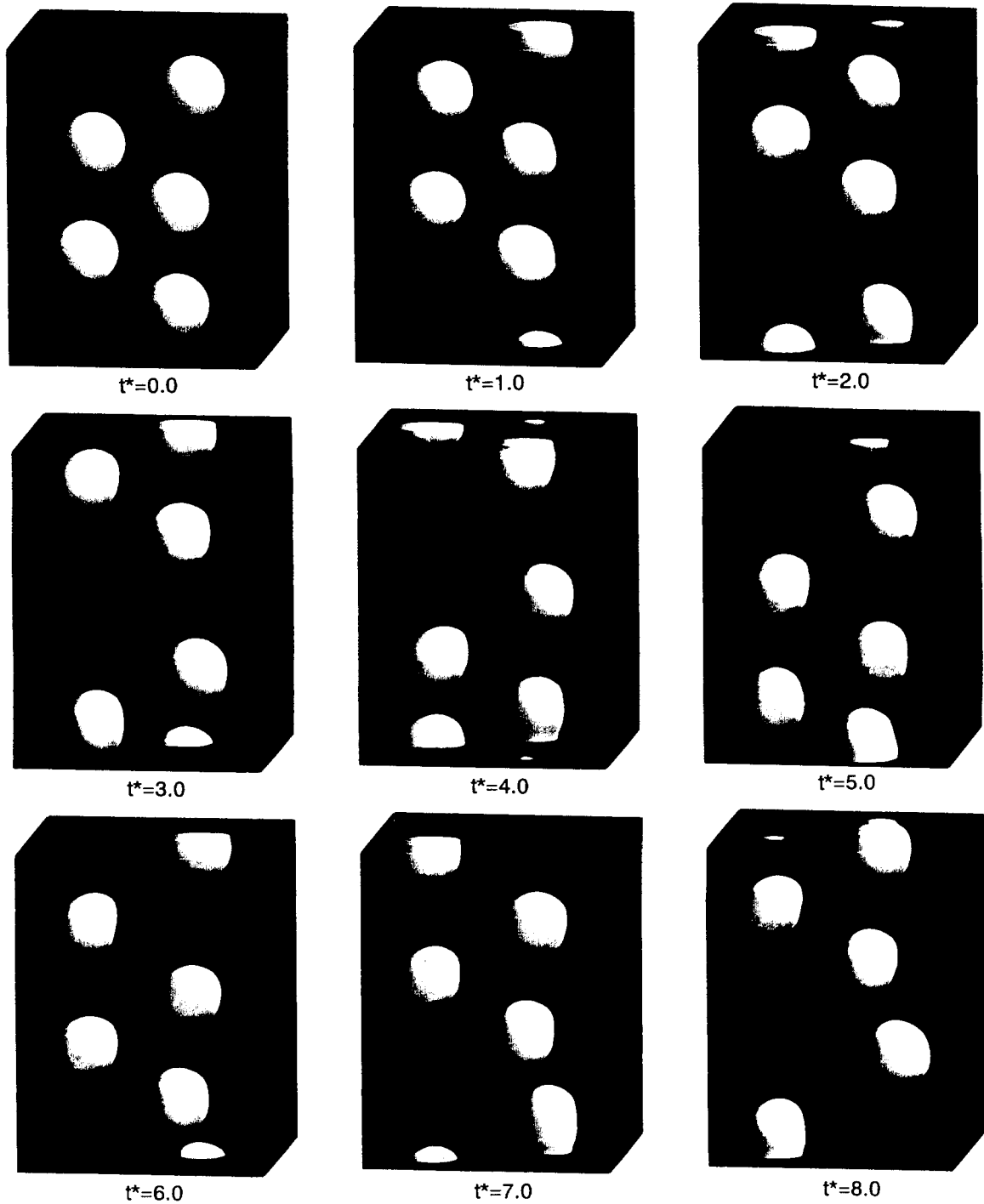


図5.8 気泡の形状と配置の時間変化 ($Eo=5, \log M=-3, J_T^*=0.24$)

らの相関図から分かるように、 $Eo=5$, $\log M=-3$ の条件における静止液中の単一気泡は球形に近い回転楕円体である。常温常圧の水・空気系の鉛直管内気泡流において、気泡の形状がこのように球形または回転楕円体になるのは、気泡径 d が約2~3mmの小さな体積の気泡に対応する。このような小さな気泡は管壁付近を流れやすく、いわゆるカルデラ型ボイド分布を形成する気泡であることが知られている⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾。また、液相体積流束が大きいほど、管壁付近を小さな気泡が流動しやすいことも実験的に調べられている^{(5),(6)}。図5.7および図5.8に $Eo=5$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件における上昇気泡流中の気泡の形状と配置の時間変化に関する計算結果を示す。各気泡の輪郭を図中に黄色で示した。図5.7は流れをダクト上部から見た図、図5.8は同じ結果をやや斜め上方から見た図である。計算の時間刻み幅 Δt^* は約 10^{-4} であり、約100,000サイクルの過渡計算を行なっている。上面図5.7から、時間の経過とともに気泡がダクト壁の方に緩やかに横運動し、カルデラ型のボイド分布が形成されていることがわかる。なお、上部から見た気泡が丸型から四角形に近い形状に変形している。前章において同じ三次元詳細解析プログラムを用いて得られた無限静止液中の単一気泡を上面から観察した結果は、全ての条件で円形であった。したがって、これらの気泡形状の変化は高粘度液中の気泡に作用する正方ダクトの側壁の影響によるものと考えられる。一方、図5.8から気泡がダクト壁付近に横運動するにつれて、ダクト壁付近の急峻な液相速度勾配の影響を受けて、傾いた長軸を持つ回転楕円体に変形していく傾向が見られる。図5.7において、時間の経過と共に気泡の投影面積が減少しているのは、この気泡の傾きが原因である。

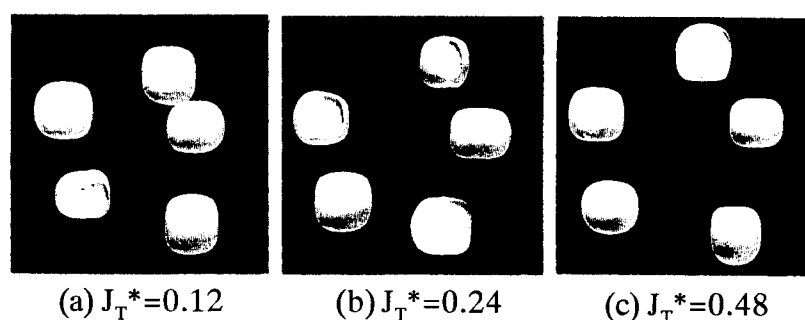


図5.9 無次元全体積流束 J_T^* が気泡分布に及ぼす影響
($Eo=5$, $\log M=-3$)

図5.9に、無次元全体積流束 J_T^* が水平断面内における気泡の分布に及ぼす影響を調べた結果を示す。エトベス数 Eo とモルトン数 M は図5.7と同じく $Eo=5$, $\log M=-3$ である。図5.9(a),(b),(c)はすべて無次元時間 $t^*=10$ における気泡配置を表している。 $Eo=5$ の

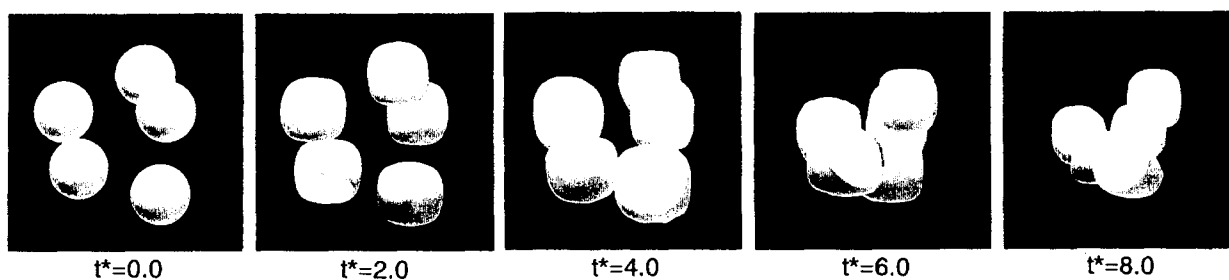


図5.10 ダクト断面内気泡分布の時間変化 ($Eo=20, \log M=-3, J_T^*=0.24$)

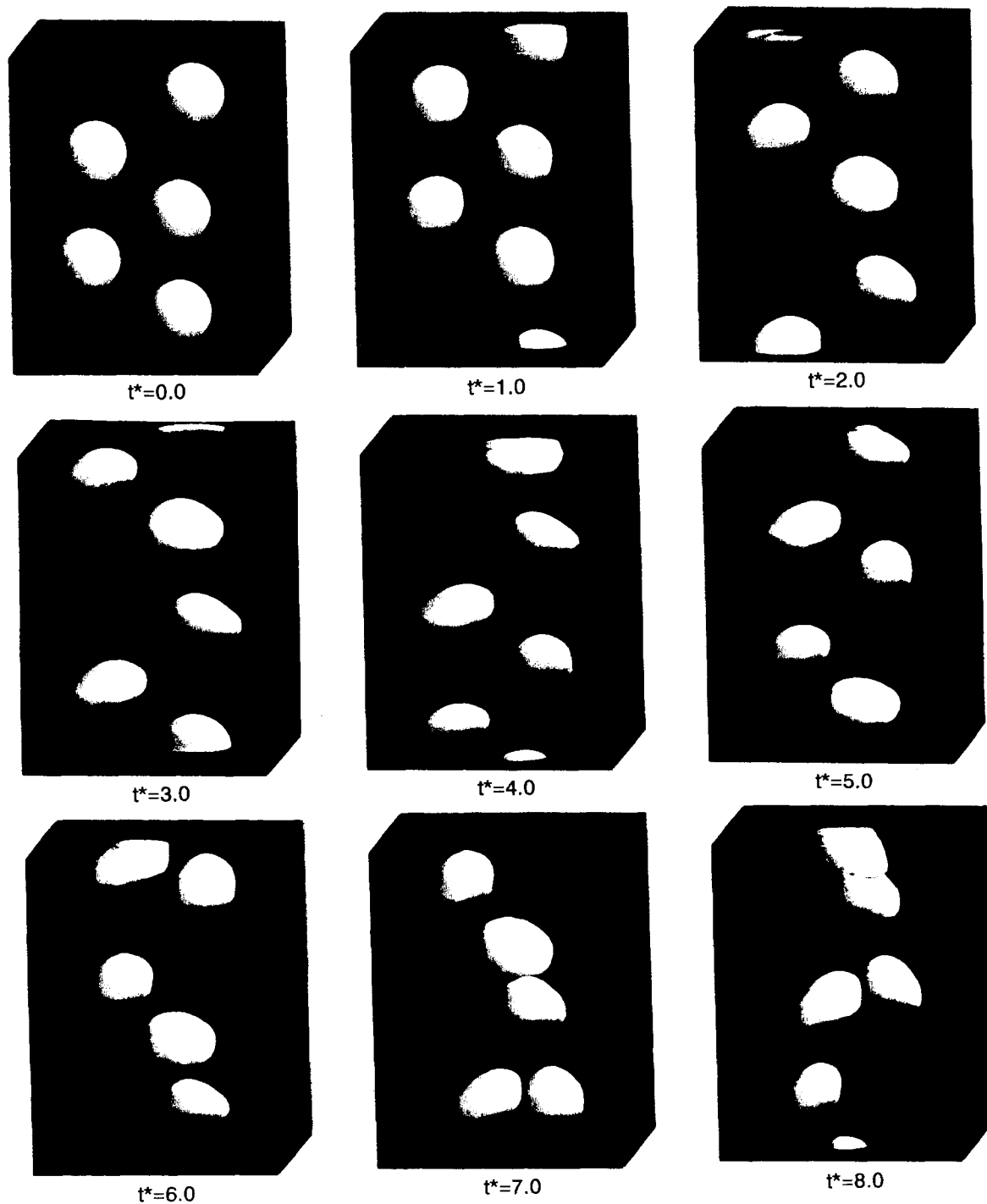


図5.11 気泡の形状と配置の時間変化 ($Eo=20, \log M=-3, J_T^*=0.24$)

この条件においては、無次元全体積流束 J_T^* が大きいほど気泡がよりダクト壁付近に配置していることが分かる。この傾向は従来の実験結果^{(5),(6)}と一致している。

次に、 $Eo=20$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の計算結果を図5.10, 図5.11に示す。エトベス数 Eo が大きいことを除いて、モルトン数 M 、気泡の初期配置など全ての条件は図5.7, 図5.8の場合と等しい。 $Eo=20$, $\log M=-3$ の条件における無限静止液中単一気泡の形状は回転楕円体からディスク状である。常温常圧の水・空気系鉛直管内上昇気泡流において、このような形状の気泡は直径が4~5mm以上の大きな気泡に対応する。このような大きな気泡は鉛直管の流路中央付近を流動することが多く、ベル型のボイド分布を形成する気泡であることが知られている⁽⁴⁾。図5.10に示した上面図より、時間の経過とともに気泡がダクト中央付近に横運動し、 $t^*>8$ になると全ての気泡がダクト中心に集まって、ベル型のボイド分布が形成された。また、図5.11に示した気泡配置の時間変化より、気泡は比較的早い時間の内に($t^*<2$)液相速度勾配の影響を受けて、翼のような断面形状の傾いた冠球形に変形していく様子が見られる。そして、これらの気泡が急速にダクトの中心方向へ横運動するのがわかる。この気泡の変形と横運動の方向は、前章でも示した一様せん断流中の単一気泡に関する仮屋崎の実験結果⁽⁷⁾と定性的に一致している。なお、 t^* がおおよそ6を過ぎると、気泡の傾きは非常に大きくなり、その投影面積が小さくなっている。

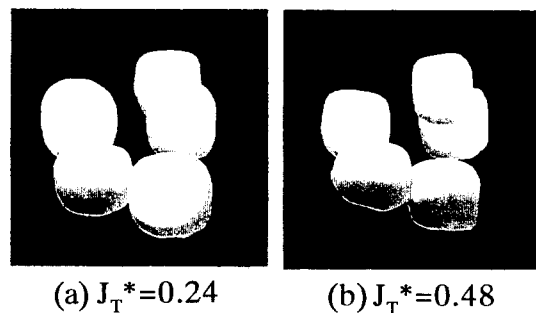


図5.12 無次元全体積流束 J_T^* が気泡分布に及ぼす影響
($Eo=20$, $\log M=-3$)

図5.12に無次元全体積流束 J_T^* が気泡の流路断面内分布に及ぼす影響を示す。無次元全体積流束 J_T^* の値は、(a), (b)の各条件においてそれぞれ $J_T^*=0.24$, 0.48 である。 $Eo=20$, $\log M=-3$ の条件では、無次元時間 t^* が10を過ぎると無次元全体積流束 J_T^* にかかわらず全ての気泡がダクト中心に集まってしまい、無次元全体積流束 J_T^* による影響がわからなくなった。本図は $t^*=4$ における気泡配置である。本図より、 $Eo=5$ の場合ほど顕著ではないが、無次元全体積流束 J_T^* が大きいほど気泡がより速くダクト中心部

へ移動する傾向がわかる。また、無次元全体積流束 J_T^* が小さいほど気泡はより水平方向に扁平した形を示し、無次元全体積流束 J_T^* が大きいほど気泡は液相速度分布に沿って斜めに傾き、投影面積が小さくなっている。

図5.13は $Eo=20$, $\log M=-2.1$, $J_T^*=0.29$ の場合の計算結果である。図は $t^*=3.0$ における計算結果である。図中に黒矢印で示した気泡は他の4つの気泡とは異なり、図3.20に示した直列二気泡の下側の気泡が示した気泡形状と同様の形状を示している。これは、斜め上の気泡の真下に引き寄せられて、直列二気泡の状態になっている瞬間を示している。この結果は、平均気相体積率が3.3%の三次元気泡流でも、液相を介する気泡間の相互干渉が大きく作用し、気泡の形状や運動経路を左右する可能性があることを示している。

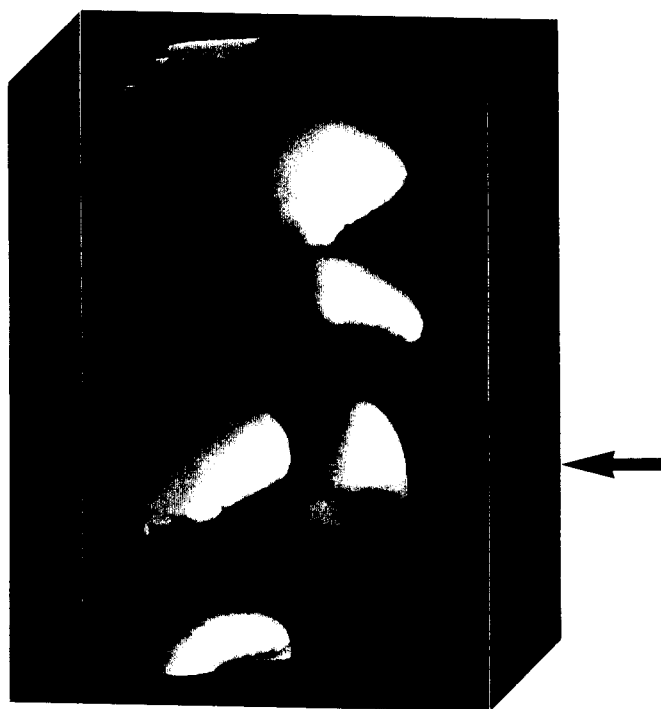


図5.13 三次元気泡流中で直列二気泡の運動を示す計算例
($Eo=20$, $\log M=-2.1$, $J_T^*=0.29$, $t^*=3.0$)

5.3.4 本節のまとめ

本節では、これまで行なわれていない鉛直正方ダクト内上昇気泡流の瞬時局所的な基礎方程式に基づく三次元詳細解析を試みた。その結果、以下の結論が得られた。

(1)鉛直流れ方向に周期的境界条件を適用することによって、これまで行なわれていなかった鉛直正方ダクト内層流気泡流の瞬時局所的な基礎方程式に基づく三次元詳細

解析を実現できた。

(2) $Eo=5$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件では、気泡流のボイド分布はカルデラ型になり、 $Eo=20$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件ではベル型になることが詳細解析によってわかった。なお、本節での計算は三次元で行なわれているため、第4章での二次元解析の場合とは違い、エトベス数 Eo 、モルトン数 M 、無次元全体積流束 J_T^* の値自体にも定量的な意味がある。

(3) 無次元全体積流束 J_T^* が大きくなるほど、 $Eo=5$, $\log M=-3$ の場合の壁寄りの気泡位置はより一層壁付近に接近し、 $Eo=20$, $\log M=-3$ の場合の流路中心方向への気泡の横運動速度は大きくなった。そして、以上の計算結果は、既存の実験結果と一致した。

5.4 結言

本章では、これまで行なわれていない気泡流の三次元詳細解析を実現するために、前章までで用いてきた二次元詳細解析プログラムを三次元解析用に拡張し、無限静止液中単一気泡および鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の詳細解析を、層流条件の範囲で行なった。その結果、以下の結論が得られた。

(1) 作成した気泡流の三次元詳細解析プログラムを用いて、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件下において、無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を良好に予測できることが確認できた。

(2) 三次元に拡張した鉛直流れ方向に対する周期的境界条件の設定方法を利用することによって、これまで行なわれていなかった鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の三次元詳細解析を実現した。

(3) $Eo=5$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件では、気泡流のボイド分布はカルデラ型になり、 $Eo=20$, $\log M=-3$, $J_T^*=0.24$ の条件ではベル型になることが詳細解析によってわかった。なお、以上の計算は気泡径とダクト幅の比 d/L が等しい条件で行なったものであり、ボイド分布はエトベス数 Eo に大きく左右されることが確認された。

(4) 無次元全体積流束 J_T^* が大きくなるほど、 $Eo=5$, $\log M=-3$ の場合の壁寄りの気泡位置はより一層壁付近に接近し、 $Eo=20$, $\log M=-3$ の場合の流路中心方向への気泡の横運動速度は大きくなった。そして、以上の計算結果は、既存の実験結果と一致した。

(5) 以上のボイド分布に及ぼすエトベス数 Eo と無次元全体積流束 J_T^* の影響は、前章までの二次元解析の結果、および近年報告された実験結果と定性的に一致した。これは、定性的な傾向についてのみならば、二次元解析によっても検討できることを示し

ている。

(6)平均気相体積率が3.3%の気泡流において、液相を介した気泡間の相互作用が気泡の形状、運動経路や流路断面内位置を変化させ得ることがわかった。

第5章の参考文献

- (1) Bhaga, D. and Weber, M. E., *J. Fluid Mech.*, 105, (1981), 61.
- (2) Grace, J. R., *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 51, (1973), 116.
- (3) Grace, J. R., et al., *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 54, (1976), 167.
- (4) 世古口, ほか 2 名, *機論B編*, 40-333, (1974), 1395.
- (5) Liu, T. J., *Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, Vol.1*, (1991), 453.
- (6) Matsui, G. and Monji, H., *Proc. Japan-German Seminar on Multi-phase Flow, KfK-5389*, (1994), 35.
- (7) 反屋崎, *機論B編*, 53-487, (1986), 744.

第6章 気泡に働く横方向力

6.1 諸言

前章での三次元詳細解析によって、広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件における無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を定量的に精度良く予測できることを確認できた。また、鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流のカルデラ型およびベル型のボイド分布が層流条件でも得られることも実証された。そのボイド分布は、気泡径 d と流路幅 L の比 d/L が等しい条件においても、エトベス数 Eo および無次元全体積流束 J_T^* などによって変化することが初めて示された。その変化の傾向は、(1)エトベス数が小さい場合にカルデラ型分布に、(2)逆にエトベス数が大きい場合にベル型分布になり、(3)その傾向は無次元全体積流束 J_T^* の増加によって顕著になる、と総括できる。気液各相の密度、粘性係数、表面張力などの物性や重力加速度がほぼ一定である気泡流を考えたとき、気泡径 d が大きい条件がエトベス数 Eo の大きい条件に対応し、流路断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle$ が大きい条件が無次元液相体積流束 J_T^* が大きい条件に対応することを考えると、上記の計算結果は既存の実験結果と⁽¹⁾⁻⁽³⁾と定性的に一致している。しかし、ボイド分布を決定する最も基本的な気泡の横運動の向きに及ぼすエトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_T^* の影響に関する実験結果は見受けられず、計算結果の定量的な妥当性が明示されたわけではない。

そこで、本章では気泡の横運動に及ぼすエトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_T^* の影響を、本三次元詳細解析プログラムによって妥当に評価できるか検討することとする。そのために、鉛直正方ダクト内の静止液・上昇流・下降流中における単一気泡の実験を行ない、気泡の横運動に及ぼすエトベス数 Eo および無次元液相体積流束 J_T^* の影響に関するデータベースを取得する。そして、同じ流動条件での気泡の横運動に関する三次元詳細解析を実施し、計算結果と実験結果を比較検討する。また、詳細解析によって得られる気泡周囲の液相速度分布に基づいて、気泡の横運動を支配する各種の横方向力のメカニズムについて考察する。そして、以上得られた詳細解析結果について考察することによって、気泡に働く種々の横方向力に関する新たなモデルを既存の相関式⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾を基礎として提案する。得られた横方向力のモデルをOne-wayの粒子追跡法に組み込んで気泡の運動軌跡を計算し、同時に取得する実験結果と比較検討することによって、それらの妥当性を検証することにする。

6.2 鉛直正方ダクト内流れ中の単一気泡の横運動

6.2.1 はじめに

鉛直管内気液二相気泡流の流路断面内におけるボイド分布は、気液各相の断面平均体積流束や気泡径などの様々な条件によって、気泡が流路中心付近に多く存在するベル型分布や、気泡が流路壁近傍に高い頻度で存在するカルデラ型分布といった形態を示すことが知られている⁽¹⁾。これら気泡の分布形態によって気泡流の伝熱や圧力損失等の特性が大きく変わるため、ボイド分布の予測手法の確立は気泡流研究における重要な課題の一つとなっている。これまで、ボイド分布を支配する気泡に働く横方向力に関して様々なモデル⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾が提案され、ボイド分布の予測を目指した研究が数多くなされてきた⁽⁴⁾⁻⁽⁷⁾。しかし、広範囲の流動条件においてボイド分布を精度良く予測できる決定的なものは未だ見受けられない。より高精度の予測を実現するためには、気泡の横方向運動を支配する物理的機構を理解し、気泡に働く横方向力に関する精度の良い構成式を整備する必要がある。これに対して、鉛直ダクト内流水中における単一気泡の運動軌跡に関する定性的傾向を得るための実験⁽⁸⁾や、上昇気泡流中の流路断面内気泡径分布の測定^{(2),(3)}などが行なわれ、小さな気泡は壁付近に、逆に大きな気泡が流路中心付近に高い頻度で存在することが確認されている。

ところで、大部分の従来の研究で対象とされてきた水-空気系における気泡流はレイノルズ数が高く、乱流条件下で行なわれてきた。このため、流れ中の乱れは液相固有の乱れと気泡が誘起する乱れとが複雑に相互作用し合ったものである。これら2種類の乱れによる現象の複雑さが、気泡の横運動機構の理解を困難にしている大きな一因と考えられる。ところが、現状では液相固有の乱れの影響がない場合でさえも、気泡の横運動に関する機構は明らかにされていない。その原因の一つとして、気泡流における速度場や圧力場に関する詳細な情報が十分に得られていないことが挙げられる。

前章での鉛直正方ダクト内上昇気泡流の三次元詳細解析によって、エトベス数 Eo と無次元全体積流束 J_T^* によって、層流条件でもカルデラ型やベル型のボイド分布が生じることが示された。しかし、これまで気泡流のボイド分布や気泡の横運動に及ぼすエトベス数や無次元体積流束の影響に関する実験データベースは見受けられず、計算結果の妥当性が確認されたわけではない。もし、本詳細解析プログラムによって、鉛直管内を流れる液相中の気泡の横運動を妥当に予測できることが確認できれば、計算

によって得られる気泡周囲の液相速度分布から、気泡の横運動に関連する有用な情報が得られる可能性がある。

そこで本章では、鉛直正方ダクト内静止液、上昇流、下降流中の単一気泡の実験を行ない、気泡の運動軌跡に及ぼすエトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_L^* の影響に関する実験データベースを取得する。その実験結果と詳細解析結果を比較検討することによって、本計算プログラムによる気泡の横運動予測の妥当性を検証する。そして、三次元詳細解析によって得られた気泡周囲の液相速度分布をもとに、気泡の横運動の機構について考察する。

6.2.2 実験方法と実験条件

一辺長さ $L=30\text{mm}$ の正方断面、長さ 2000mm のアクリル製ダクトを図6.1に示すように鉛直に設置し、その中央部の長さ 400mm を試験部とした。ダクトの上下両端には整流器を取り付けた。ダクト下端および上端の入り口から試験部までの助走区間 Z_{in} は 800mm であり、 Z_{in}/L は 26.7 になる。層流条件での気泡の横運動について調べるために、液相流体にはグリセリン水溶液を用いた。そして鉛直正方ダクト中に常温常圧で静止液、上昇流（液相は黒塗り矢印の方向に流れる）または下降流（液相は白抜き矢

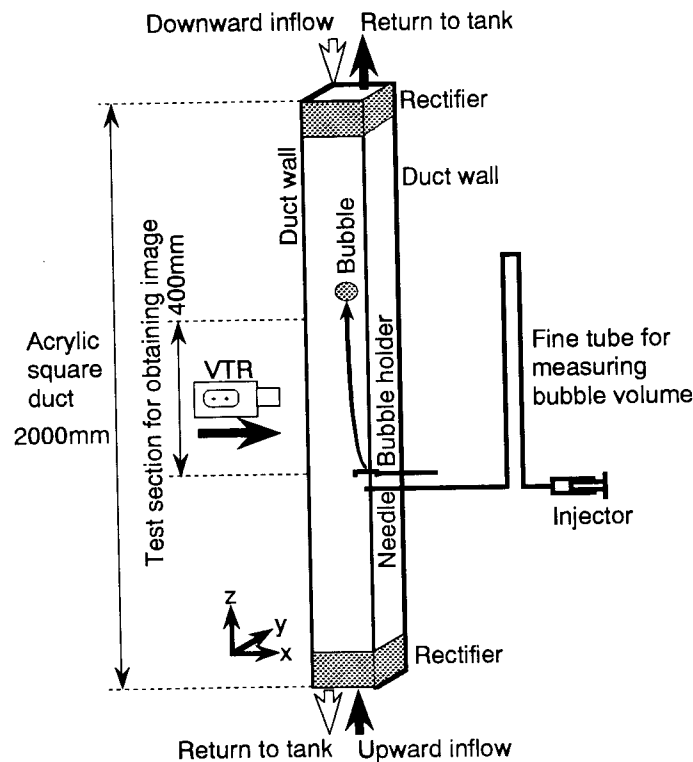


図6.1 実験装置（試験部）

印の方向に流れる) を実現し、空気気泡を一つずつ注入した。気泡は最小目盛り0.025ccの注射器から、最小目盛り0.005ccの微細管(気泡体積検定部)を経由して、図6.2(a)のようにダクトの右壁に挿入した注射針から、試験部下端に取付けた気泡保持器の中に注入した。よって、気泡体積の最大測定誤差は約0.003ccになる。その後、図6.2(b)に示すように、時刻 $t=0\text{sec}$ で気泡保持器を滑らかに回転させて気泡を試験部へ放出した。気泡保持器は、三方に高さ3mmの囲いを付けた断面が8mm x 8mmの正方平板(最大の気泡の場合のみ15mm x 15mmの大きい平板を使用)からなる。この保持器断面積のダクト断面積に対する割合は7.1% (大平板の場合25%) である。この保持器が流れを乱す影響については後で検討する。気泡の形状と運動の軌跡は試験部においてHi-8 VTR (毎秒30コマ、シャッタースピード1/500sec) により取得した。座標系として、x座標はダクト左内壁を原点として水平右方向を、y座標は奥行方向を、z座標は気泡保持器位置を原点として鉛直上向きを正にとった。

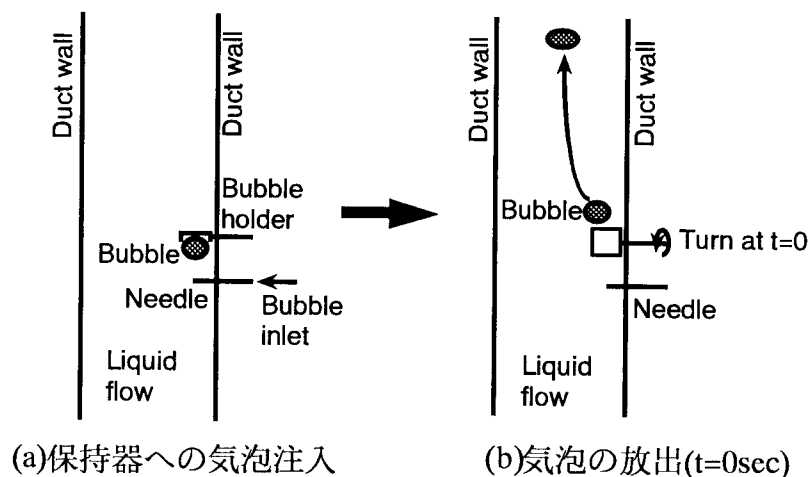


図6.2 気泡の注入方法

エトベス数 Eu は気泡径 d によって調節した。グリセリン水溶液の濃度を調節してモルトン数 M を一定値 $\log M = -2.8$ に固定した。溶液の粘性係数 μ_L は水の約60倍であった。気液両相の物性値および表面張力の値は、前章までと同様の方法で求めた。ダクト断面平均液相体積流束 $\langle J_L \rangle$ は、受け止め法により測定した。なお断面平均液相体積流束 $\langle J_L \rangle$ の測定は10回行い、その測定値に対する計測の不確かさは2.8%であった。 $\langle J_L \rangle$ が気泡運動に及ぼす影響については、次式で定義する無次元流束 J_L^* で評価する。

$$J_L^* = \frac{\langle J_L \rangle}{V_t} \quad (6.1)$$

$J_L^*=0$ は静止液に、 $J_L^*>0$ は上昇流、 $J_L^*<0$ は下降流にそれぞれ対応する。なお、本実験では単一気泡の運動を対象とするため、 $\langle J_G \rangle$ は非常に小さく、 $\langle J_L \rangle$ は断面平均全体積流束 $\langle J_T \rangle$ ($= \langle J_L \rangle + \langle J_G \rangle$) とほぼ等しくなる。よって、次式で定義される無次元全体積流束 J_T^* も J_L^* とほとんど等しい値をとる。

$$J_T^* = \frac{\langle J_T \rangle}{V_t} = \frac{\langle J_L \rangle + \langle J_G \rangle}{V_t} \quad (6.2)$$

実験は $Eo=2.2, 5.4, 10.9, 21.7$ の4条件について、 J_L^* を各々約 $-0.25, -0.12, 0.00, +0.12, +0.25$ と下降流、静止液、上昇流で計5種類変化させ、合計20ケースについて行った。20ケースの各実験条件における J_L^* の測定結果を表6.1に示す。

表6.1 J_L^* の実験条件

J_L^*	$Eo=2.2$	$Eo=5.4$	$Eo=10.9$	$Eo=21.7$
-0.25	-0.24	-0.26	-0.25	-0.25
-0.12	-0.11	-0.15	-0.12	-0.10
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.12	0.11	0.15	0.14	0.11
0.25	0.24	0.26	0.28	0.26

なお本実験において、次式で定義されるレイノルズ数 Re_L の最大値は26.3であり、全てのケースが層流条件であった。

$$Re_L = \frac{\rho_L \langle J_L \rangle L}{\mu_L} \quad (6.3)$$

層流条件においては、助走区間長さ Z_{in} とダクト幅 L の比 Z_{in}/L が $0.065Re_L$ 以上で、液相速度分布は発達することが知られている。本実験では、 $Z_{in}/L=26.7$ であり、 $0.065Re_L=1.7$ であるため、液相の速度分布は十分に発達していると考えられる。また、気泡保持器が流れを乱す影響については、保持器の大きさを代表長さとするレイノルズ数は最大の場合でも13.1であり、液相はほぼ保持器に沿って流れるクリープ流れを示すものと考

えられる。そのため、エトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_L^* が気泡の横運動に及ぼす影響に関する定性的な傾向を得るという目的に対して、気泡保持器を用いた本実験方法は妥当と考えられる。

6.2.3 実験結果と考察

非対称な形状に変形した気泡の厳密な中心位置を求めるのは困難である。本論文では図6.3に示したように、気泡左右及び上下端各々の中心座標を気泡中心の x, z 方向位置座標とした。図6.4はVTR画像から得られた気泡の形状と中心位置の時間変化である。上段より $Eo=2.2, 5.4, 10.9, 21.7$ の条件、左側からおよそ $J_L^*=-0.25, -0.12, 0.00, 0.12, 0.25$ の場合に対応する。気泡放出位置から z 方向に200mm上方の位置において、気泡形状はほぼ定常になっており、その形状は $Eo=2.2$ では球形を、 $Eo=5.4, 10.9$ では回転楕円体、 $Eo=21.7$ では冠球形を示した。これら気泡形状の実験結果はBhagaら⁽⁹⁾の無限静止液中での単一気泡の形状に関する結果と一致している。

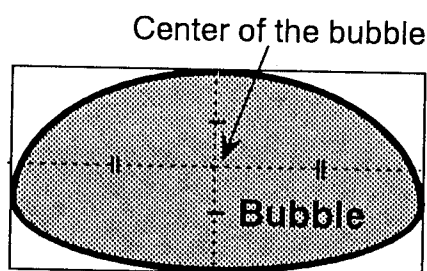
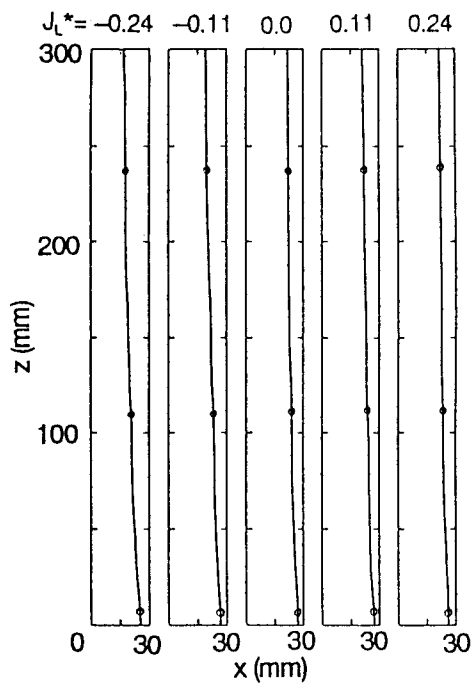
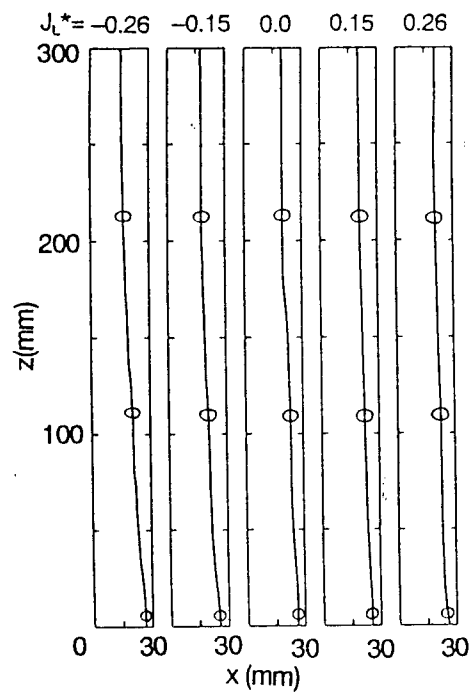


図6.3 気泡の中心位置の定義

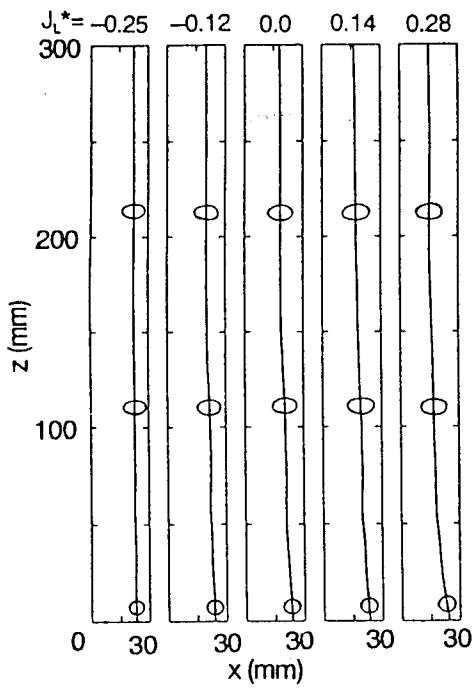
次に、気泡の運動経路について考察する。静止液中($J_L^*=0$)の場合、エトベス数が大きいほど気泡は急速にダクトの中心方向へ横運動し、ダクト中心で鉛直運動に入る。エトベス数が小さいと、より緩やかに壁から離れる横運動を示す。この結果、静止液中でも気泡は壁の存在によって一種の横方向力を受けることがわかる。この壁が気泡を横運動させる効果を、本論文では以降、「壁効果」と呼ぶことにする。壁効果については、後で詳しく調べることにする。気泡の横運動に及ぼす J_L^* の影響については、上昇流($J_L^*>0$)の場合にエトベス数が小さい気泡はその運動軌跡が右壁寄りになり、逆にエトベス数が大きい気泡はより急速にダクト中心に達している。下降流($J_L^*<0$)の場合には、逆にエトベス数が小さい気泡がダクト中心寄りの軌跡を示し、エトベス数が大きい気泡は壁沿いを鉛直上昇運動している。そして、以上全ての横方向



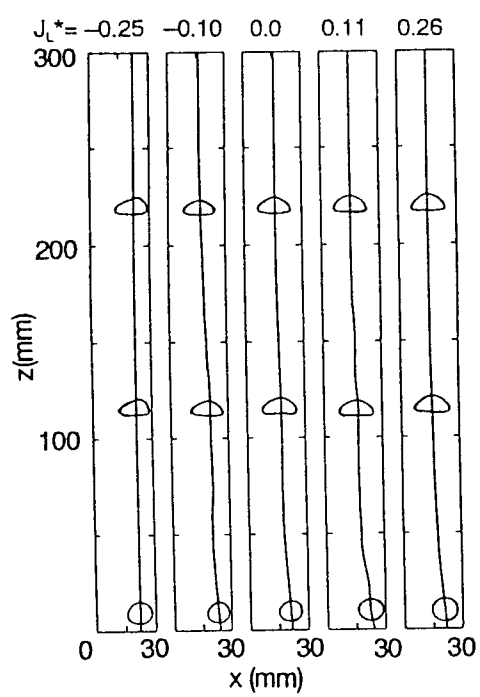
(a) $Eo=2.2$



(b) $Eo=5.4$



(c) $Eo=10.9$



(d) $Eo=21.7$

図6.4 気泡の運動軌跡の実験結果

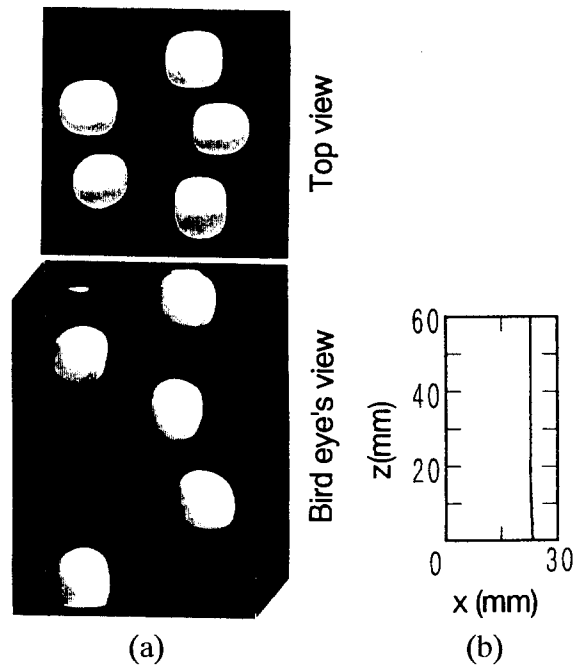


図6.5 気泡運動の計算結果と実験結果
 ($Eo \approx 5$, $\log M \approx -3$, $J_T^* \approx J_L^* \approx 0.24$, (a): 計算結果, (b): 実験結果)

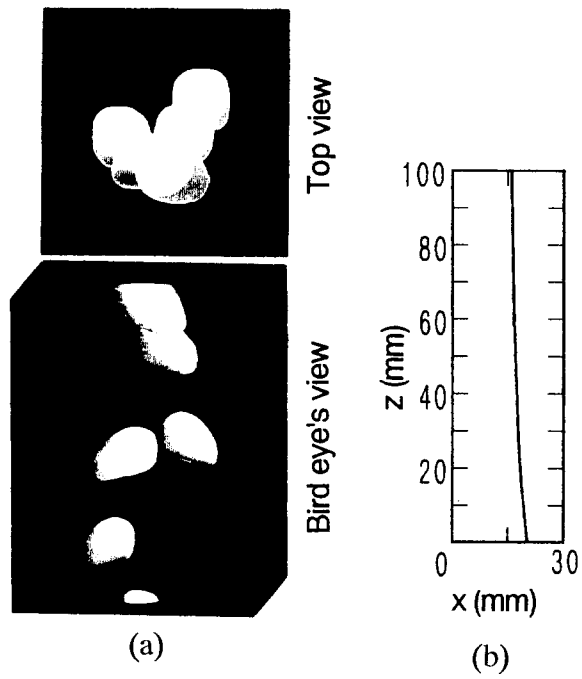


図6.6 気泡運動の計算結果と実験結果
 ($Eo \approx 20$, $\log M \approx -3$, $J_T^* \approx J_L^* \approx 0.24$, (a): 計算結果, (b): 実験結果)

運動に関する傾向は J_L^* の絶対値が大きいほど顕著になっている。

前章で得られた上昇気泡流の詳細解析結果と単一気泡の運動軌跡に関する本実験結果を合わせて図6.5および図6.6に示す。これら各図は $\log M \cong -3$, $J_T^* \cong J_L^* \cong 0.24$ であり、エトベス数 Eo については各々 $Eo \cong 5$ と $Eo \cong 20$ である。(a)は計算結果を示し、そのうち上図が上面図、下図が鳥瞰図である。 $Eo \cong 5, 20$ の両条件とも無次元時刻 $t^* = 8.0$ における結果である。 $t^* = 0.0$ から 8.0 までの間に、計算気泡が鉛直方向に移動した無次元距離 $z^* (=z_B/d)$ と同じ無次元距離を、実験気泡が移動する間の気泡運動の軌跡を図(b)に示す。 $Eo \cong 5$ の条件では、計算・実験結果共に強い表面張力によって気泡はほぼ球形を保って壁付近を上昇運動している。一方、 $Eo \cong 20$ の条件では、計算・実験結果共に冠球形に変形した気泡が流路中心へ横運動している。以上二つの比較は、気泡間の相互作用の有無、気泡径とダクト幅の比 d/L 、気泡の形状と速度の初期条件等が詳細解析と本実験で異なっているが、気泡の運動経路はほぼ一致している。その結果、前章で実現した $Eo = 5$ および 20 の条件における三次元気泡流の詳細解析が妥当であったことが確認できた。

6.2.4 計算体系と境界条件

次に、三次元 (x, y, z) 座標系において瞬時局所的に成立する質量および運動量の保存式を基礎方程式とする詳細解析手法を用いて、ダクト内流れ中の単一気泡の横運動の詳細解析を行ない、気泡の横運動に及ぼすエトベス数 Eo や無次元液相体積流束 J_L^* の影響を数値実験的に調べる。そして、得られた計算結果を前節で得られた実験結果と比較検討する。また、計算によって得られた気泡周囲の液相速度分布から、気泡の横運動に関して考察する。

図6.7に計算体系及び境界条件を三面図の形式で示す。初期気泡は真球形とした。計算は気泡とほぼ同じ速度で上昇移動する参照座標系から観察した流れを模擬した。本図の境界条件は上昇流の場合を示しており、初期気泡の大きさ及び位置は $Eo = 21.7$ の場合のものである。下部境界における鉛直方向速度成分は、上昇流（または下降流）の計算の際には、

$$V_z(x, y) = V_{Lz}(x, y) - V_{Bt} \quad (6.4)$$

とした。ここで、 $V_{Lz}(x, y)$ は層流条件での発達した液相の鉛直方向速度分布を示す。

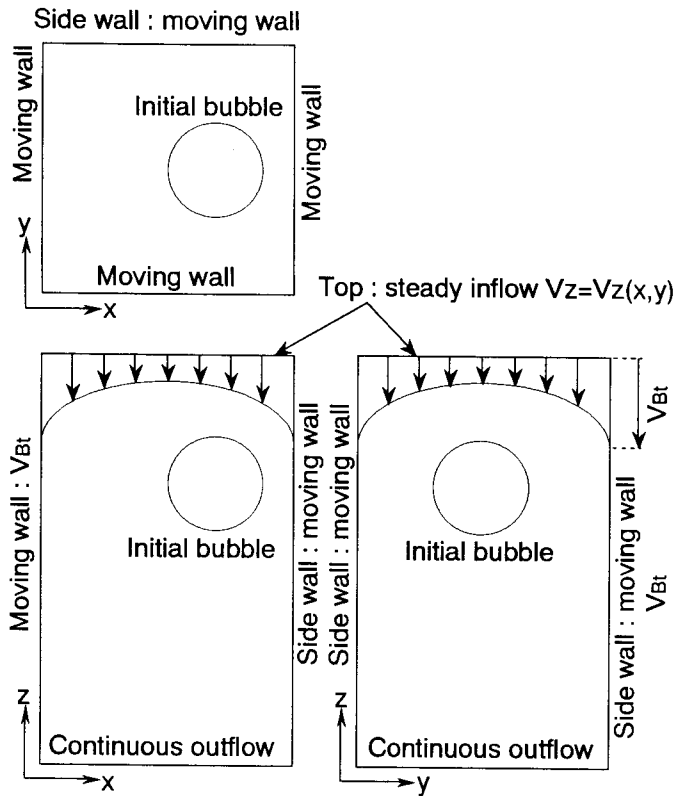


図6.7 計算体系と境界条件（上昇流、 $Eo=21.7$ の場合）

V_{Bt} は本ダクト内における気泡の終端上昇速度で、この値を試行錯誤的に調節することによって気泡が計算体系から流出しないようにした。下部境界での速度は連続条件とし、四方の壁は滑りなし条件を模擬して速度 V_{Bt} で移動させた。なお、静止液中の計算は、上部境界より $V_z(x,y)=V_{Bt}$ の一樣流を流入させ、下部境界を連続流出条件として行った。その他の計算条件として、エトベス数 Eo 、モルトン数 M 、無次元液相体積流束 J_L^* 、気泡径 d に対する左右両壁間距離の比 d/L を本実験条件と等しくした。また、初期気泡の液相に対する相対速度は零と仮定し、初期の気泡速度は液相速度の初期条件と等しくした。計算セルの総数は約17万セルで、気泡直径当たりに割り当てたセル数は8セルから16セルとした。計算時間は、演算速度が40MFLOPSのワークステーションを用いて1ケース当たり約10時間であった。

6.2.5 計算結果と考察

図6.8に三次元解析によって得られた単一気泡の重心位置の時間変化を示す。ただし、 y 方向への気泡の横運動はほとんど見られなかったので、 x - z 断面内における気泡の運動軌跡のみを示す。本図では、以下の式(6.5), (6.6)で定義される気泡位置の無次

元座標 x^* を横軸にとり、 z^* を縦軸にとっている。

$$x^* = \frac{x_B}{L}, \quad z^* = \frac{z_B}{L} \quad (6.5), (6.6)$$

ここで、 x_B, z_B は各々気泡中心位置の左壁を原点とする x 方向位置座標および気泡発生位置からの z 方向位置座標を示す。 $x^*=0.5$ はダクト断面の中心位置に対応し、 $x^*=1.0$ が右壁内面に対応する。計算時間の都合上、 z^* がおよそ5まで計算した。全ての条件で $\log M$ は実験と等しく -2.8 である。無次元液相体積流束 J_L^* が一定のもとで、エトベス数 Eo が大きいほど気泡はより急速に流路中心へ横方向運動している。また、静止液中($J_L^*=0.0$)の場合に比べて上昇流($J_L^*=0.26$)中の条件において、 $Eo=5.4$ の気泡はより壁沿いの運動軌跡を示し、逆に $Eo=21.7$ の気泡はより急速に流路中心に横運動している。実験において、気泡の初期形状や初期速度を制御するのは困難である。一方、詳細解析では初期気泡は真球形で、気泡と液相の相対速度を零とし、外乱なく放出している。そのため、実験結果と計算結果の定量的比較は難しい。しかし、気泡の横運動に及ぼすエトベス数と無次元液相体積流束の影響に関する本計算結果は、本実験結果と定性的に一致しており、本三次元詳細解析プログラムによって鉛直正方ダクト内の気泡の横運動を良好に予測できるものと考えられる。

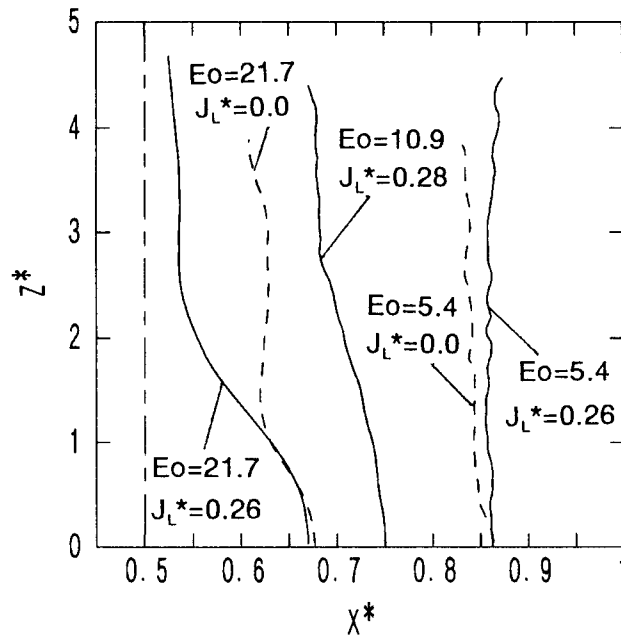
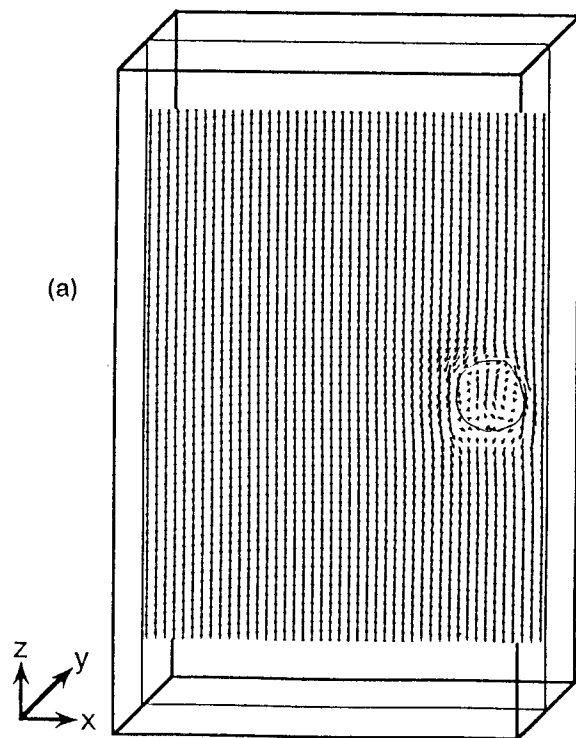
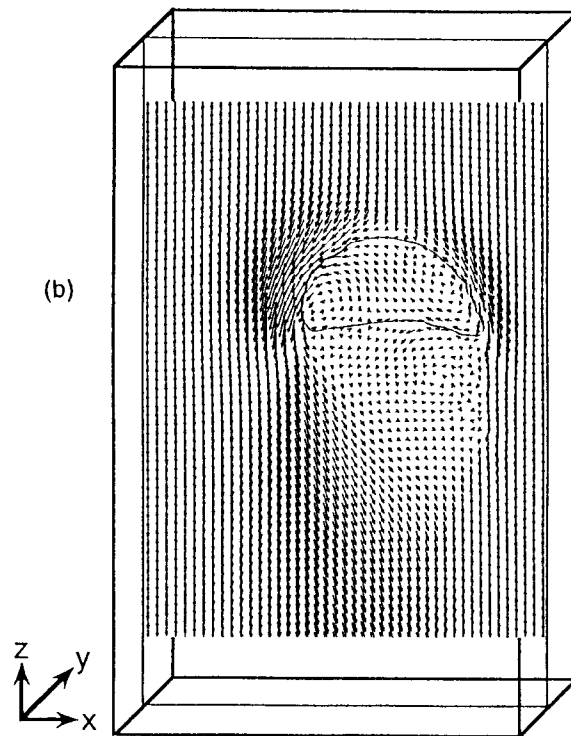


図6.8 気泡の運動軌跡の計算結果 ($\log M=-2.8$)



(a)



(b)

図6.9 三次元詳細解析によって得られたx-z断面内の気泡形状と速度分布
 (a) $Eo=5.4$, $\log M=-2.8$, $J_L^*=0.26$ 、
 (b) $Eo=21.7$, $\log M=-2.8$, $J_L^*=0.26$

次に三次元解析によって得られた瞬時の速度分布について調べ、気泡周囲の液相の流れ場と気泡に作用する横方向力の関係について考察する。図6.9に三次元詳細解析によって得られたx-z断面内における気泡の断面形状と気泡周囲の液相速度分布の例を示す。図中の速度ベクトルは気泡先端に固定した座標系から観察したものであり、y方向成分は考慮していない。図6.9(a)は $Eo=5.4$, $\log M=-2.8$, $J_L^*=0.26$, $Z^*=1$ での計算結果である。実験結果と同様にほぼ球形を保っている気泡は、わずかに壁方向に横運動するが、ほぼ壁沿いを鉛直上昇している。液相速度分布に関しては、気泡下方に後流は見られず、気泡に対する液相の相対速度は気泡の右側、すなわち壁側で気泡の左側より大きな値を持っている。図6.9(b)は $Eo=21.7$, $\log M=-2.8$, $J_L^*=0.26$, $Z^*=1.5$ での計算結果で、気泡は放出直後に冠球形に変形し、流路中心方向へ横運動する。気泡形状は流路中心側が厚く、右壁側が薄い冠球形になっている。気泡形状に関するこの結果も、実験で観察された気泡形状と定性的に一致している。また、気泡下方には後流が確認できる。気泡周囲の液相の気泡に対する相対速度は気泡右側より左側で速く、気泡下方において流れが左側から大きく右方向へ流れ込んでいるのが特徴である。この後、気泡が流路中心方向へ横運動するにつれて、気泡はほぼ軸対称な形状になっていき、その周囲の液相速度分布も左右対称になった。 $J_L^*=0.0$, $Eo=21.7$, $\log M=-2.8$ の静止液中の場合には、気泡形状の非対称性は小さく、液相速度分布に関しても気泡下方で液相が左から右へ流れ込む程度が小さかった。

図6.10(a)にせん断流中の球体に働く横方向力の作用方向を示し、図6.10(b)に $Eo=5.4$, $J_L^*=0.26$, $\log M=-2.8$ における球形気泡に作用する横方向力のモデルを示す。Auton⁽⁶⁾, Zunら⁽¹⁰⁾, Drew-Lahey⁽¹¹⁾なども、球形あるいはほぼ球形な気泡に働く液相速度勾配に起因する横方向力は、図6.10(a)と同じように壁方向に働くと考えている。ここで、エトベス数 Eo が5.4以下の気泡はほぼ球形を保つため、彼らの示す横方向力が図6.10(b)の $Eo=5.4$ の気泡に働いているものと考えられる。そのとき、気泡が壁付近にある場合には、先に述べた気泡を壁から遠ざける壁効果が、図中に白矢印で示した方向に働くと考えられる。壁に近いほど液相の速度勾配が大きく、壁方向へ働く液相速度勾配による横方向力は大きくなる。壁効果も壁に近いほど強く働く力であることを考えると、球形気泡はこれら二種類の横方向力が釣り合う位置を最終水平位置とするものと考えられる。上昇流中の $Eo=5.4$ の気泡が右壁沿いをほぼ鉛直上昇した理由は、以上の二種類の横方向力で説明できる。

一方、図6.11(a),(b)の各図は、マグナス力の働く一様流れ中の回転球周囲の流れ⁽¹²⁾と $Eo=21.7$, $J_L^*=0.26$, $\log M=-2.8$ での気泡周囲の液相速度分布の計算結果を模式的に示

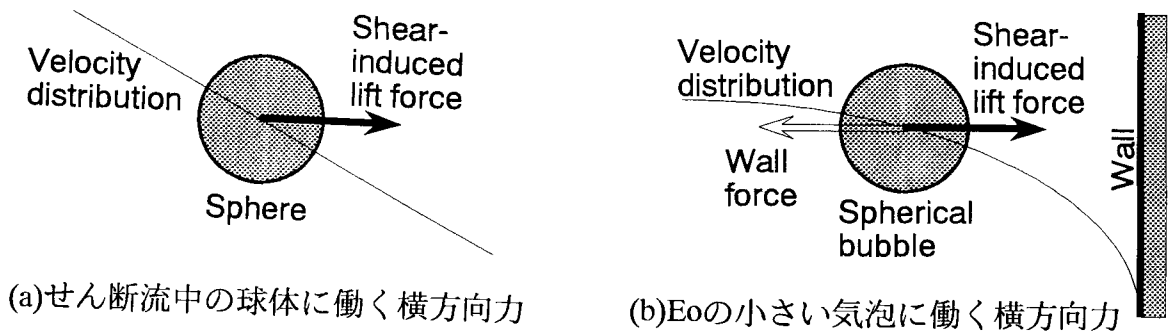


図6.10 Eoの小さい気泡に働く横方向力

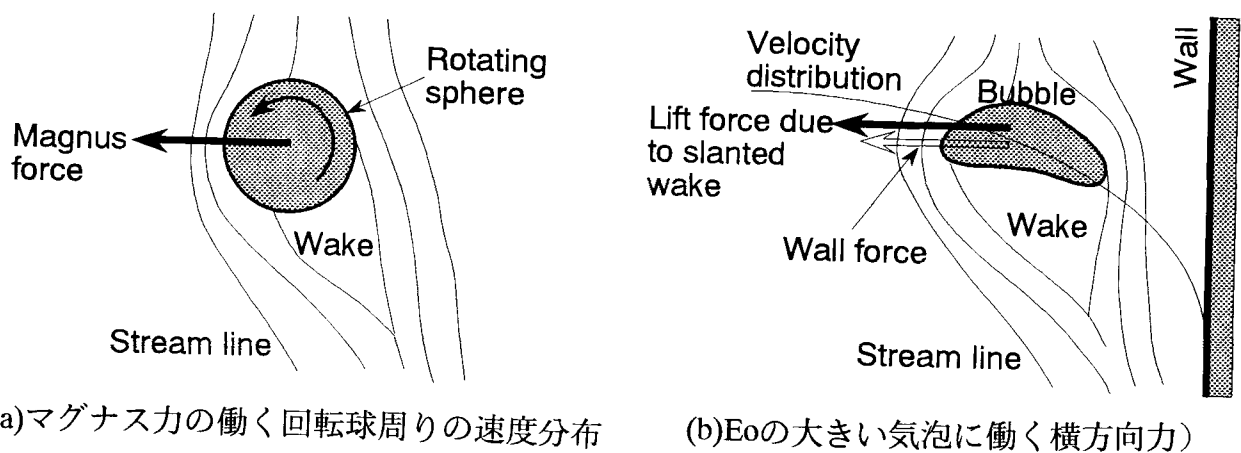


図6.11 Eoの大きい気泡に働く横方向力

したものである。両者において、物体下方の後流や気泡周囲の液相の速度分布は定性的に一致している。回転球体下方に生じた後流とその周囲の流れとが球体が回転した状態で相互作用し合った結果、速度場は図6.11(a)のような非対称な分布になる。このとき気泡界面に働く横方向力の総和がマグナス力であると考えられる。冠球形気泡は回転運動を行なうわけではないが、変形した気泡下方の後流と液相速度勾配のある気泡周囲の流れ場が複雑に相互作用した結果として、マグナス力の作用する回転球体周囲と同様な液相速度分布および圧力分布が形成され、マグナス力に類似した横方向力が流路中心方向へ働くものと考えられる。従来、上昇流中の気泡に対する液相の相対速度は壁側で大きく、右壁付近の気泡は時計回りの回転運動を行う球体と見なされ、マグナス力は壁方向に作用すると考えられてきた⁽¹³⁾。本詳細解析の結果は、冠球形気泡の場合には、壁効果に加えてこのマグナス力に類似した横方向力が、気泡を逆に流路中心方向へ横運動させることを示している。そして、これら二種類の横方向力は共に気泡が壁から遠ざかるにしたがって小さくなると考えられる。ただし、流れの液相

レイノルズ数 Re_L が更に大きい条件においては、上昇流中で大きく変形した気泡も壁方向に横運動することが実験によって観察されている⁽¹⁴⁾。このため図6.11(b)に示した冠球形気泡に働く横方向力は、流れの液相レイノルズ数 Re_L が低い条件においてのみに適用できる力と考えられる。

6.2.6 本節のまとめ

本節では、気液二相気泡流の流路断面内ボイド分布の形成に関する基礎的な情報を得るために、鉛直ダクト内静止液中、上昇流中および下降流中における単一気泡の横運動に関する実験及び三次元詳細解析を行なった。また、本単一気泡の運動軌跡と前章で行なった気泡流の詳細解析の結果を比較することによって、本三次元詳細解析の妥当性を検討した。さらに、気泡周囲の液相速度分布の計算結果に基づいて、気泡の横運動に関して考察した。以下、得られた結果が示す。

(1)本節での実験によって得られた鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数が約5の気泡と約20の気泡の運動軌跡は、前章での鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の同じエトベス数の各気泡の運動とほぼ一致し、前章での気泡流のボイド分布の三次元詳細解析が妥当なものであったことが確認できた。

(2)鉛直正方ダクト内上昇流中、静止液中、および下降流中の気泡の横運動に及ぼすエトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_L^* の影響に関する本実験結果は、本三次元詳細解析結果とほぼ一致し、鉛直ダクト内における気泡の横運動を本計算プログラムによって妥当に予測できることが確認できた。

(3)気泡は、静止液中($J_L^*=0$)ではエトベス数 Eo が大きいほどより急速にダクト中心へ横運動することが、上昇流中($J_L^*>0$)ではエトベス数 Eo が小さい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 Eo が大きい気泡がより急速にダクト中心方向へ横運動することが、そして下降流中($J_L^*<0$)では逆にエトベス数 Eo が大きい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 Eo が小さい気泡がダクト中心方向へ寄った運動を示すことが、本実験および三次元詳細解析結果からわかった。そして、それらの横運動の傾向は、無次元液相体積流束 J_L^* の絶対値の増加と共により顕著になった。

(4)気泡は流路壁の存在によって、壁から遠ざけられるような横方向力を受けることがわかった。以後、この横方向力を壁効果と呼ぶことにする。

(5)鉛直正方ダクト内上昇流中において、右壁付近にあるエトベス数 Eo が小さい気泡は球形を保ち後流を伴わないこと、そして液相の気泡に対する相対速度は右壁側で

左側より大きくなるのが、三次元詳細解析によって得られた速度分布からわかった。この結果より、左方向に働く壁効果に加えて、現在最もよく用いられている揚力のモデル、すなわち液相速度勾配に起因する横方向力を右壁方向に受けていると考えたと、気泡の運動軌跡をよく説明できた。

(6) エトベス数 Eo が大きい場合には気泡は冠球形に変形し、その下部に後流が発達する。鉛直正方ダクト内上昇流中で右寄りにある冠球形気泡の左側を流下した液相は右壁方向に流れ込み、マグナス力が働く一様流れ中の回転固体球周囲の流れと類似した速度分布になることが三次元詳細解析結果からわかった。その結果から、鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数 Eo が大きい気泡は、マグナス力に類似した横方向力によって流路中心方向へ横運動するものと考えられる。

6.3 気泡に作用する横方向力

6.3.1 はじめに

鉛直管内気液二相気泡流のボイド分布を精度良く予測するために、これまで数多くの実験^{(1),(3)}と分布予測手法の開発^{(7),(15)}が進められてきた。そして、気泡流のボイド分布を決定する気泡を横運動させる横方向力に関する様々なモデルが提案されてきた^{(4),(5),(14),(16)}。本研究における、前節までのエトベス数 Eo 、モルトン数 M 、および無次元液相体積流束 J_L^* などの各種の無次元数をパラメータとした詳細解析結果の検討によって、気泡の運動軌跡や流路中心方向あるいは流路壁面方向への気泡が横運動する方向に関する数値実験的データベースが幾らか得られた。さらに横運動する気泡周囲の流れ場に関する詳細な情報を得ることができ、気泡の横運動に関する流動機構に関して幾つかの有用な情報が得られた。そこで本節では、以上の気泡の横運動に関する知見に基づいて、気泡に働く横方向力に関する新たなモデルを提案することにする。そして、提案した幾つかの横方向力モデルを、One-wayの粒子追跡法に組み込んで気泡の運動軌跡の数値解析を行なうことによって、その妥当性を検証する。

6.3.2 気泡に働く横方向力に関する定性的考察

ここで、本論文においてこれまで得られた気泡運動に関する詳細解析結果を整理し、横方向力に関する定性的考察を行なう。まず、鉛直正方ダクト内液相中の気泡の

運動は、エトベス数 E_o 、モルトン数 M および無次元液相体積流束 J_L^* によって、その終端上昇速度、流路断面内運動方向と速度などが変化することがわかった。また、第4章で得た平行平板間静止液中二次元気泡の運動軌跡の計算結果や、前節で得た鉛直正方ダクト内静止液中の単一気泡の運動軌跡の実験および三次元詳細解析結果において、静止液中の気泡はエトベス数 E_o とモルトン数 M にかかわらず流路中心方向へ横運動することがわかった。この横方向運動は明かに壁の存在に起因しており、本論文ではこの壁に起因する横方向力を「壁効果 (wall effect)」と呼ぶことにした。この場合、時間平均的に見れば液相は静止しているので、液相速度勾配に基づく既存の横方向力のモデル⁽⁵⁾などでは壁効果を説明できない。したがって、気泡運動を精度良く予測するためには壁効果に関する何らかのモデルが必要といえる。固体壁が存在することによって気泡周囲の速度分布が影響を受け、その結果気泡には横方向力が働くことは容易に考えられるが、この力は既存のボイド分布予測ではほとんど取り入れられていない^{(6),(16),(17)}。Antalら⁽¹⁰⁾は理論解析に基づいて、この壁による力に関するモデルを提案しているが、多くの問題を含んでいると考えられる。たとえば、Laheyら⁽⁶⁾はAntalらのモデルをボイド分布解析手法の中で用いているが、壁に隣接する計算セル内においてのみ働くとしている。しかし、この取り扱いの物理的根拠は説明されていない。このAntalらのモデルについては、後で更に詳しく示す。

次に、気泡運動に及ぼす液相速度勾配の影響について整理する。第5章で行なった鉛直正方ダクト内上昇気泡流の三次元詳細解析によって、エトベス数 E_o が小さい場合($E_o=5$)にはカルデラ型の気泡分布が得られ、エトベス数 E_o が大きい場合($E_o=20$)にはベル型の気泡分布が得られた。また、前節での鉛直正方ダクト内上昇流中の単一気泡の横運動に関する三次元詳細解析結果より、エトベス数 E_o が小さい($E_o<5.4$)気泡は球形を保ち、局所の液相速度勾配に起因する横方向力を壁側へ受けることがわかった。一方、エトベス数 E_o が大きい($E_o=21.6$)気泡は図6.11に模式的に示したように冠球形に変形し、後流を伴う。そして、気泡周囲の液相速度分布が回転固体粒子周囲のものと類似した分布になり、気泡にはマグナス力と類似した横方向力が、従来考えられていた方向とは逆の方向である流路中心方向へ働くことがわかった。また、このような気泡の横方向への運動速度は無次元液相体積流束 J_L^* の増加と共に大きくなることがわかった。

以上の計算結果に基づく考察より、エトベス数 E_o とモルトン数 M によって変化する壁効果と、エトベス数 E_o 、モルトン数 M 、および無次元液相体積流束 J_L^* によって異なった向きと大きさになる液相速度勾配に起因する横方向力という二つの横方向力に

ついて考えることにする。

6.3.3 液相速度勾配による横方向力

まず、液相の速度勾配に起因する気泡に働く横方向力として、エトベス数 Eo が小さい気泡は球形を保つので、球形あるいはほぼ球形を保つ気泡に働く横方向力として、従来最もよく用いられている次のモデルを基本として考える。

$$\mathbf{F}_{LF} = -C_{LF} \rho_L \mathbf{V}_R \times \text{rot } \mathbf{v}_L \quad (6.7)$$

ここで、 C_{LF} は揚力係数、 \mathbf{V}_R は気泡と液相の相対速度、 \mathbf{v}_L は液相速度を表す。Auton⁽⁵⁾, Zun⁽¹⁰⁾, Drew-Lahey⁽¹¹⁾など多くの研究で見られる横方向力のモデルは、この式(6.7)の形で表されている。なお、非粘性流体中の完全球形固体粒子の場合の揚力係数 C_{LF} は理論的に0.5になり、粘性流体中では0.5より小さくなることが知られている。一方、エトベス数 Eo が大きい場合にはマグナス力に類似した横方向力が、この液相速度勾配に起因する横方向力とは逆方向に働く。この力も液相の速度勾配が大きいほど大きくなっていったので、ここでは速度勾配に比例するものと考え。そして、式(6.7)中の揚力係数 C_{LF} を、エトベス数 Eo が大きい場合には負の値となるようなエトベス数 Eo の関数、

$$C_{LF} = C_{LF}(Eo) \quad (6.8)$$

と考える。そして、揚力係数 C_{LF} の値は上昇流中の気泡運動に関する詳細解析や物理実験による気泡運動の軌跡と、気泡の運動方程式にこの横方向力のモデルを組み込んだ式を数値的に解くことによって得られる軌跡との比較によって定められる。なお、揚力係数 C_{LF} はモルトン数 M にも依存すると考えられるが、ここではひとまず $M=一定$ の場合のみを対象とし、モルトン数 M の影響に関しては今後の検討課題としておく。

6.3.4 壁効果による横方向力

次に、壁効果によって気泡に働く横方向力のモデルについて検討する。気泡に働く壁効果に関する従来の研究はほとんど見られず、わずかにAntalら⁽¹⁶⁾が次に示す横方向

力の構成方程式を提案している。

$$\mathbf{F}_w = \frac{2}{d} \left[C_{w1} + C_{w2} \left(\frac{d}{2 x_{BW}} \right) \right] \rho_L |\mathbf{V}_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \quad (6.9)$$

ここで、 x_{BW} は気泡と壁間の距離、 \mathbf{k} は鉛直上方向への単位ベクトル、 \mathbf{n} は壁面から流路内へ向いた単位法線ベクトル、 C_{w1} と C_{w2} は係数である。彼らは固体球周りの三次元粘性流れの数値計算結果から、二つの係数 C_{w1} と C_{w2} に関する次の式を提案している。

$$C_{w1} = -0.06 \mathbf{V}_R \cdot \mathbf{k} - 0.104 \quad (6.10)$$

$$C_{w2} = 0.147 \quad (6.11)$$

これらの係数は、真球形を仮定して導出されたものであるため、エトベス数 Eu が大きく気泡が冠球形などに変形する場合には適用できない。さらに、気泡が壁面から遠く離れてくると、式(6.9)中の中括弧内の第二項が無視できるようになる。すると、係数 C_{w1} の値が負であるために、壁面による力 \mathbf{F}_w も負の値になり、気泡を壁方向へ近づけるように壁効果が作用することになる。このような壁効果の正負の逆転は、これまでの詳細解析でも物理実験でも見られておらず、物理的にも説明ができない。このため、Laheyら⁽⁶⁾は二流体モデルに基づくボイド分布予測の数値計算の中で、運動量保存式にこの壁効果のモデルを使用しているが、壁に隣接する計算セルにおいてのみこの壁効果による力 \mathbf{F}_w が働くとしている。しかし、壁に隣接する計算セルにおいてのみ働くとする物理的根拠は説明できない。この問題点に加えて、この壁効果モデルを鉛直円管や鉛直ダクト内の気泡流などの向かい合う平行壁がある領域内の気泡流に適用する際に、次の重大な問題がある。ここで、この向かい合う平行壁面間の距離を L とすると、その間にある気泡に二つの壁から働く横方向力の総和は次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_w &= \frac{2}{d} \left[C_{w1} + C_{w2} \left(\frac{d}{2 x_{BW}} \right) \right] \rho_L |\mathbf{V}_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \\ &\quad - \frac{2}{d} \left[C_{w1} + C_{w2} \left(\frac{d}{2(L-x_{BW})} \right) \right] \rho_L |\mathbf{V}_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \\ &= C_{w2} \left(\frac{1}{x_{BW}} - \frac{1}{L-x_{BW}} \right) \rho_L |\mathbf{V}_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \end{aligned} \quad (6.12)$$

この式より、このような流路内の気泡には、係数 C_{w1} の効果は働かないことになる。

そこで本研究では、このAntalらの壁効果に関するモデルを次のように改良することにする。

$$F_w = \frac{2}{d} \left[C_{w2} \left(\frac{d}{2x_{BW}} \right) + C_{w3} \left(\frac{d}{2x_{BW}} \right)^2 \right] \rho_L |V_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \quad (6.13)$$

ここで、 C_{w2} は二次の項の係数である。すなわち、Antalらが無視した二次の項を、零次の項に代わって取り入れることにした。この二次項は、「気泡に働く壁効果は、気泡の存在による壁付近の液相の流路断面積の縮小によって液相流量が変化し、その結果として圧力が変化することに起因する」ものと考えて導入したものである。すなわち、壁と気泡の間の流路断面積の影響を表す項を導入したのである。なお、壁面間距離が L である平行壁面間の気泡に働くこの壁効果モデルによる横方向力は次式で表されることになる。

$$F_w = C_w \rho_L |V_R \cdot \mathbf{k}|^2 \mathbf{n} \quad (6.14)$$

ここで、

$$C_w = C_{w2} \left[\frac{1}{x_{BW}} - \frac{1}{L-x_{BW}} \right] + \frac{C_{w3} d}{2} \left[\frac{1}{x_{BW}^2} - \frac{1}{(L-x_{BW})^2} \right] \quad (6.15)$$

二つの係数 C_{w2} と C_{w3} の値を球形気泡に対しても非球形気泡に対しても適用できるようにするためには、共にエトベス数 Eu の関数である必要がある。そこで、気泡の運動軌道に関する物理実験と単純なOne-wayの粒子追跡法による数値計算を行ない、二つの係数をエトベス数 Eu の関数 $C_{w2}(Eu)$ と $C_{w3}(Eu)$ で与えることにする。

図6.12に実験装置の概略図を示す。向かい合う壁面間の距離 L が100mmの矩形水槽中にグリセリン水溶液を深さ650mmだけ満たした。水槽の奥行きは160mmである。図の右側の壁の極近傍から気泡を一つ緩やかに注入し、その気泡の運動軌跡を第3章で示したVTRによって撮影した。気液両相の物性値と表面張力も第3章と同様に測定した。エトベス数 Eu の値は気泡径によって調節した。モルトン数 M は一定で、 $\log M = -2.8$ とした。

まず、気泡注入位置から鉛直距離 z_0 が520mmの水平面に気泡が達した瞬間の気泡と

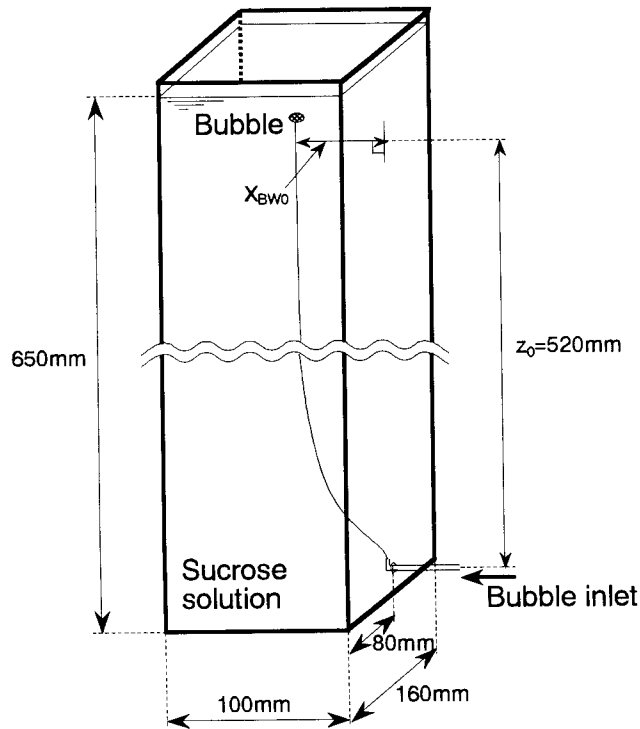


図6.12 壁効果を受けて横運動する気泡の実験装置

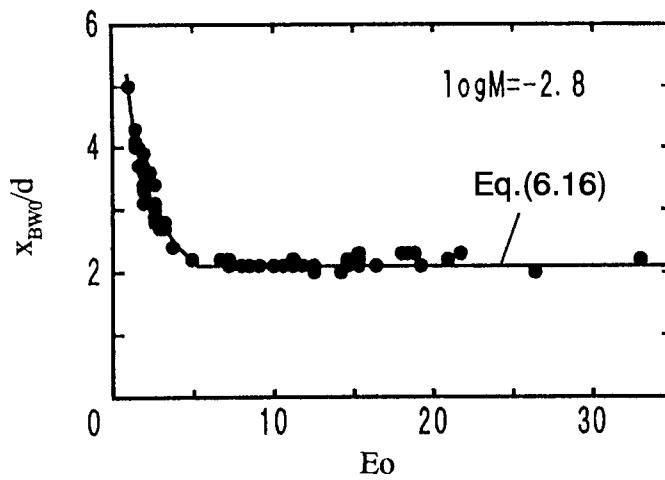


図6.13 x_{BW0}/d とエトベス数 Eo の関係

右壁との距離 x_{BW0} を気泡径 d で割った値 x_{BW0}/d を縦軸に、エトベス数 Eo を横軸にとって図6.13に示す。図中の実線は、次の実験相間式を表す。

$$\frac{x_{BW0}}{d} = \begin{cases} \exp(1.565 - 0.47 \ln Eo) & \text{for } 1 \leq Eo \leq 5 \\ 2.10 & \text{for } 5 < Eo \leq 33 \end{cases} \quad (6.16)$$

この図より、エトベス数 Eo が大きく気泡が回転楕円体あるいは冠球形などに大きく変

形する場合には、縦軸 x_{BW0}/d の値はほぼ2.10の一定値を示しているのがわかる。一方、気泡の変形が小さいエトベス数 Eo が小さい気泡の場合には、エトベス数 Eo の減少と共に縦軸 x_{BW0}/d の値が増加している。富山ら⁽¹⁸⁾は、エトベス数 Eo が小さい条件においては、気泡の終端速度は浮力と抗力のバランスによって決まり、エトベス数 Eo が大きくなると重力波と表面張力波の伝播速度によって決まると報告している。気泡の横運動に関する本実験結果も $Eo=5$ を境に二段階の傾向を示しているが、この分岐点である $Eo=5$ の値は気泡の鉛直運動を支配する特性が変化する条件に対応しており、気泡の横運動も同様の二種類の特性に支配されている可能性がある。

次に、粒子追跡法に式(6.14)および(6.15)によって提案した壁効果のモデルを組み込んで静止液中の単一気泡の運動を計算し、二つの係数 $C_{w2}(Eo)$ と $C_{w3}(Eo)$ を決定する。まず静止液中の単一気泡の運動方程式は次式で表せる。

$$(\rho_G + C_{VM}\rho_L)\frac{dV_B}{dt} = -BV_R + (\rho_G - \rho_G)g + F_W \quad (6.17)$$

ここで、 C_{VM} は仮想質量係数を表し、この値は次式で与えた。

$$C_{VM} = 0.5 \quad (6.18)$$

B は界面抗力の係数を表し、気泡径 d と抗力係数 C_D を用いて次式で与えられる。

$$B = \frac{3 C_D \rho_L |V_R|}{4d} \quad (6.19)$$

単一気泡の抗力係数 C_D については、富山ら⁽¹⁸⁾ が広範囲の流動条件に対して適用できる式として提案している次の式より与えた。

$$C_D = \max\left[\min\left\{\frac{24}{Re_B}(1+0.15Re_B^{0.687}), \frac{72}{Re_B}\right\}, \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo+4}\right] \quad (6.20)$$

式(6.20)の妥当性は $10^{-2} < Eo < 10^3$, $10^{-14} < M < 10^7$, $10^{-3} < Re_B < 10^5$ の範囲について確かめられている。気泡レイノルズ数 Re_B は次式より求められる。

$$Re_B = \frac{\rho_L |V_R| d}{\mu_L} \quad (6.21)$$

式(6.14), (6.15), (6.17)–(6.21)に基づく粒子追跡法によって静止液中単一気泡の運動を計算し、 $z_0=520\text{mm}$ における気泡の通過位置の計算結果が、本実験式(6.16)より求まる実験結果と一致するように二つの係数 $C_{w2}(Eo)$ と $C_{w3}(Eo)$ を調節する。その結果、二つの係数 C_{w2} と C_{w3} を以下のように設定したときに、両者は精度良く一致した。

$$C_{w2} = 0 \quad (6.22)$$

$$C_{w3} = \begin{cases} \exp(-0.933Eo+1.79) & \text{for } 1 \leq Eo \leq 5 \\ 0.007Eo + 0.04 & \text{for } 5 < Eo \leq 33 \end{cases} \quad (6.23)$$

なお、本モデルの改良点の一つとして、壁効果が気泡と壁の間の流路断面積に左右されると考えて二次項を導入したことが挙げられるが、一次項の係数 C_{w2} が零になり、壁効果が壁と気泡間の距離の二乗に反比例するという結果が得られたのは、気泡と壁の間の流路断面積が壁効果を支配しているためと考えられる。

6.3.5 気泡に働く横方向力モデルの妥当性の検討

以上本研究で提案した二種類の気泡に働く横方向力、すなわち壁効果による横方向力と液相速度勾配による横方向力のモデルの妥当性を検討する。まず、式(6.14), (6.15), (6.17)–(6.21)による静止液中単一気泡の粒子追跡法によって得られる気泡の運動軌跡の計算結果を、先に示した実験によって得られた気泡の運動軌跡の結果を比較検討する。図6.14に両者の比較結果を示す。図中の実線は本節で改良した壁効果モデルによる計算結果、破線はAntalらのモデルを粒子追跡法に組み込んだ計算結果、黒丸は実験結果を表す。本図より、今回新たに改良した壁効果モデルのほうが、Antalらのモデルよりも全てのエトベス数 Eo の条件について、気泡の運動軌跡を良好に予測できていることがわかる。以上の結果、本研究で提案した壁効果モデルの妥当性が確認できた。

次に、層流条件下における鉛直正方ダクト内上昇流中の単一気泡の運動軌跡を、One-wayの粒子追跡法に壁効果モデルと式(6.7), (6.8)で定義した液相速度勾配による横方向力のモデルを組み込んで計算し、その計算結果と前節での詳細解析によって得られた結果とを比較検討することによって、式(6.7), (6.8)で表した液相速度勾配による

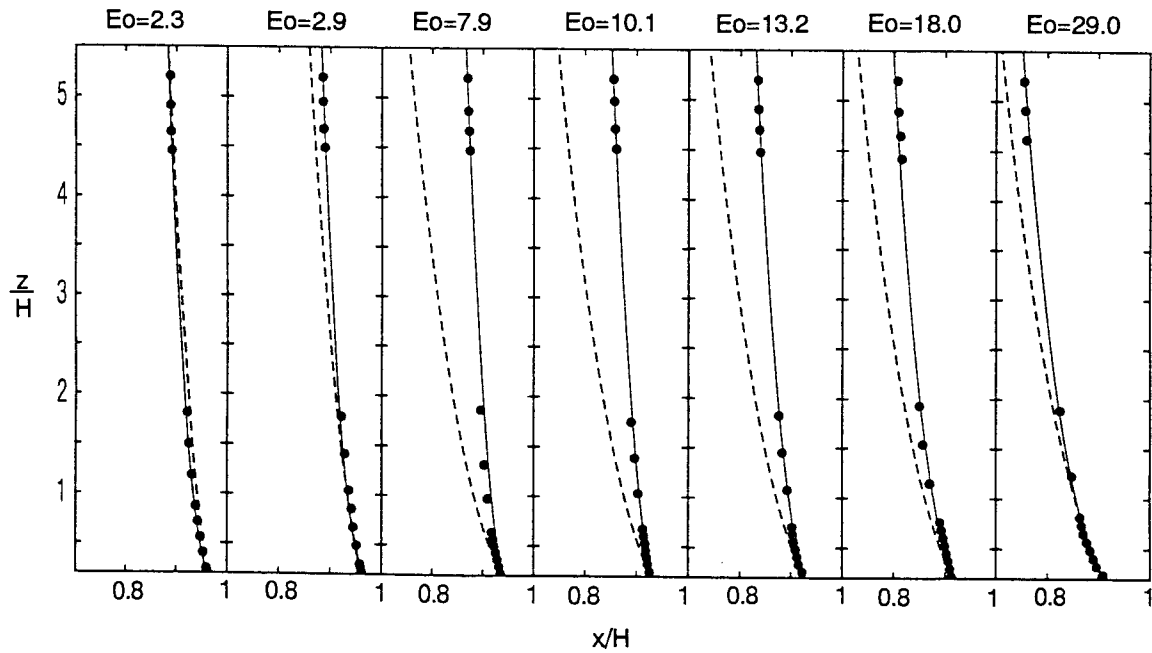


図6.14 静止液中単一気泡の運動軌跡の粒子追跡法による計算結果と実験結果（実線：本壁効果モデル、破線：Antalらのモデル⁽¹⁶⁾、黒点：実験結果）

横方向力モデルの妥当性を検討する。

層流条件で完全に発達した流れの中における単一気泡の運動方程式は次式で与えられる。

$$(\rho_G + C_{VM}\rho_L)\frac{d\mathbf{V}_B}{dt} = -\text{grad } p - B\mathbf{V}_R - C_{LF}\rho_L\mathbf{V}_R \times \text{rot}\mathbf{V}_L + \rho_G\mathbf{g} + \mathbf{F}_w \quad (6.24)$$

ここで、圧力勾配項は完全に発達した流れに関する次の運動量保存式を用いて求められる。

$$-\text{grad } p = \frac{\lambda}{2L}\rho_L\overline{V}_L^2\mathbf{k} - \rho_L\mathbf{g} \quad (6.25)$$

ここで、 \overline{V}_L は流路断面内相平均液相速度を表す。 λ は摩擦係数を表し、次式より求められる。

$$\lambda = \frac{64\mu_L}{\rho_L\overline{V}_L L} \quad (6.26)$$

以上の粒子追跡法に基づく諸式を解くことによって気泡の運動軌跡が得られる。図6.15に詳細解析による上昇流中の気泡の運動軌跡を黒点で、粒子追跡法による気泡の運動軌跡の計算結果を実線で示す。揚力係数 C_{LF} の値は気泡の運動方程式の数値解が、詳細解析結果と最も一致するように決定した。図中の x^* , z^* はそれぞれダクト幅 L で無次元化した気泡の位置座標(x_B , z_B)であり、 $x^*=0.5$ がダクトの中心に、 $x^*=1$ が右壁位置に対応する。本図より、揚力係数 C_{LF} の値をエトベス数 Eo によって変更するだけで、上昇流中の単一気泡の運動軌跡を良好に予測できており、液相速度勾配に起因する横方向力を式(6.7)および式(6.8)で表したモデルによって良好に模擬できることがわかった。図6.16に本粒子追跡法の計算で用いた揚力係数 C_{LF} の値を、エトベス数 Eo をパラメータにして示す。先に予想した通り、エトベス数 Eo が小さい条件では揚力係数 C_{LF} は固体球の場合に示す0.5よりやや小さい正の値をとり、エトベス数 Eo が大きくなるにつれて揚力係数 C_{LF} は小さくなり、 $Eo=21.7$ では負の値を取っている。現時点では粒子追跡法の計算結果と比較検討するためのデータ数が少ないので、式(6.8)のような関数形は定められないが、エトベス数 Eo の増加と共に揚力係数 C_{LF} は正の値から負の値に減少するような関数形になるものと予想される。今後、気泡の運動軌跡に関するデータベースが整えば、揚力係数 C_{LF} をエトベス数 Eo 、そしてモルトン数 M の関数 $C_{LF}(Eo, M)$ というような関数で表せる可能性がある。

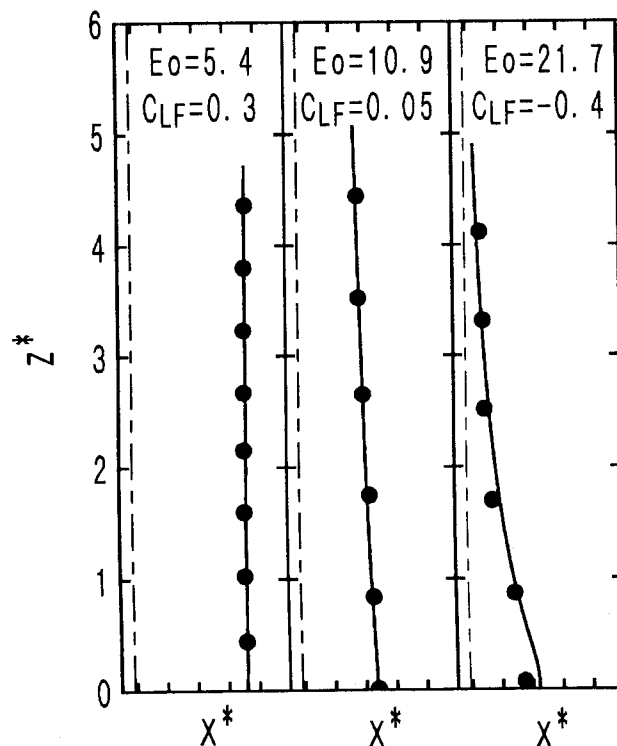


図6.15 上昇流中単一気泡の運動軌跡の粒子追跡法による計算結果と詳細解析結果（実線：粒子追跡法、黒点：詳細解析結果）

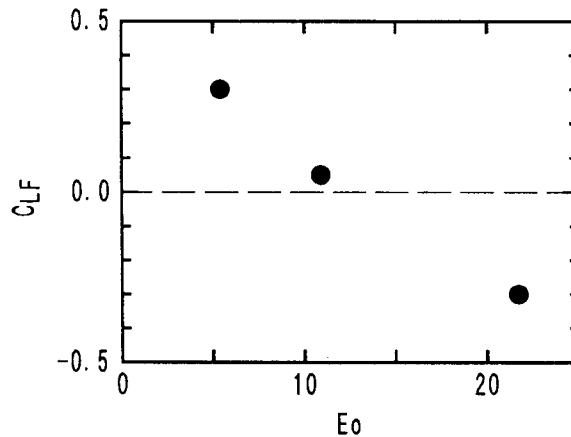


図6.16 粒子追跡法で用いた揚力係数 C_{LF} とエトベス数 Eo の関係

以上、本研究で実現した気泡流の詳細解析結果に基づいて提案した以下の二種類の気泡に働く横方向力のモデルについて検討した。第一の横方向力は壁の存在によって静止液中の気泡にも働く壁効果のモデルで、Antalらのモデルを改良することによって作成した。第二の横方向力は気泡周囲の液相速度勾配に起因する横方向力で、エトベス数 Eo などによって決まる気泡形状と気泡周囲液相の循環の方向と大きさによってこの力は支配されることから、既存の揚力のモデル中の揚力係数 C_{LF} の値をエトベス数 Eo によって調節することにした。これら二種類の横方向力を粒子追跡法に組み込んで得られた気泡の運動軌跡の計算結果を、実験結果および詳細解析結果と比較検討した。その結果、本研究で提案した壁効果モデルと液相速度勾配による横方向力のモデルを用いて、気泡の運動を良好に予測できることがわかり、二つのモデルの妥当性が確認できた。

6.3.6 本節のまとめ

非常に多数の気泡を含む気泡流の三次元詳細解析を実行するのは、計算セルと記憶容量の点で現状では困難である。その解決策として、詳細解析によって得られた情報をもとに気泡運動に関するモデルを作成し、二流体モデルにおける気液相間の運動量輸送量や粒子追跡法における気泡に作用する力を良好に予測できる構成方程式を提供できれば、気泡流のボイド分布などの局所量の予測を精度良く実現できる可能性がある。これまでは、このような構成方程式は実験的あるいは理論的研究に基づいて行なわれてきたが、本研究によって気泡流の三次元詳細解析が実現できた結果、このような詳細解析結果に基づくモデルの提案も可能になった。そこで、本節ではこれまでの詳細解析結果に基づいて、壁が気泡に及ぼす横方向力と気泡周囲の液相速度勾配によ

る横方向力の経験的モデルの提案を試みた。そして、それらのモデルを粒子追跡法に組み込んで得られた気泡の運動軌跡に関する計算結果を、本研究で行なった実験結果および詳細解析結果と比較検討することによって、それらの妥当性を検討した。その結果、以下の結論が得られた。

(1)壁の存在によって静止液中の気泡にも働く横方向力（壁効果）については、Antalらのモデルの幾つかの問題点を改良することによって、新たな壁効果モデルを提案した。

(2)気泡周囲の液相速度勾配に起因する横方向力については、エトベス数 Eo などによって決まる気泡形状と気泡周囲液相の循環の方向と大きさによってこの力が支配されることから、既存の揚力のモデル中の揚力係数 C_{LF} の値をエトベス数 Eo の関数とすることによってモデル化した。

(3)矩形水槽中に満たしたグリセリン水溶液中の静止液中に壁の極近傍から単一気泡を注入し、その気泡の運動軌跡の実験結果と、本壁効果モデルを組み込んだ粒子追跡法による気泡の運動軌跡の計算結果との比較検討によって、本壁効果モデルの妥当性が確認できた。

(4)さらに、液相速度勾配による横方向力のモデルを組み込んだ粒子追跡法による上昇流中の単一気泡の運動軌跡の計算結果と、詳細解析によって得られた結果とを比較検討することによって、本研究で提案した液相速度勾配による横方向力のモデルの妥当性も確認できた。

(5)そして、液相速度勾配による横方向力の揚力係数 C_{LF} の値は、エトベス数 Eo が小さい場合には0.5よりやや小さい正の値をとり、エトベス数 Eo が増加するにつれてその値は減少する。そして、 $Eo=21.7$ の冠球形気泡の場合には揚力係数 C_{LF} は負の値になることがわかった。

6.4 結言

本章では、気液二相気泡流の流路断面内ボイド分布に関して調べるために、鉛直ダクト内静止液中、上昇流中および下降流中における単一気泡の横運動に関する実験及び三次元詳細解析を行なった。また、本単一気泡の運動軌跡と前章で行なった気泡流の詳細解析の結果を比較することによって、本三次元詳細解析の妥当性を検討した。さらに、カルデラ型のボイド分布を構成するであろうエトベス数 Eo の小さい気泡と、ベル型のボイド分布を構成するであろうエトベス数 Eo の大きい気泡の周囲の液相速度

分布に関する詳細解析結果に基づいて、気泡の横運動に関する物理的機構について考察した。そして詳細解析結果に基づいて、壁が気泡に及ぼす横方向力と気泡周囲の液相速度勾配による横方向力に関するモデルの提案を試みた。最後に提案した上記二種類の横方向力モデルを粒子追跡法に組み込んで得られた気泡の運動軌跡に関する計算結果を、本研究で行なった実験結果および詳細解析結果と比較検討することによって、それらの妥当性を検討した。以下、得られた結論を示す。

(1)本章での実験によって得られた鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数 E_o が約5の気泡と約20の気泡の運動軌跡は、前章での鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の同じエトベス数の各気泡の運動とほぼ一致し、本研究で得られた気泡流の三次元詳細解析が妥当なものであったことが確認できた。

(2)鉛直正方ダクト内上昇流中、静止液中、および下降流中の気泡の横運動に及ぼすエトベス数 E_o と無次元液相体積流束 J_L^* の影響に関する本実験結果は、三次元詳細解析結果とほぼ一致し、本三次元詳細解析プログラムによって気泡の横運動を良好に予測できることが確認できた。

(3)静止液中($J_L^*=0$)において、気泡は壁の存在によって生じる瞬時局所の液相速度勾配によって、壁から離れるような横方向力（壁効果）が働くことがわかった。

(4)上昇流中($J_L^*>0$)ではエトベス数 E_o が小さい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 E_o が大きい気泡が急速にダクト中心方向へ横運動することが、そして下降流中($J_L^*<0$)では逆にエトベス数 E_o が大きい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 E_o が小さい気泡がダクト中心方向へ寄った運動を示すことが、本実験および三次元詳細解析結果からわかった。そして、それらの横運動の傾向は、無次元液相体積流束 J_L^* の絶対値の増加と共により顕著になることがわかった。気泡の横運動に及ぼすエトベス数 E_o と無次元液相体積流束 J_L^* の影響に関するこれらの結果は、従来の実験結果と定性的に一致した。

(5)鉛直正方ダクト内上昇流中において、エトベス数 E_o が小さい気泡は球形を保ち、後流を伴わないこと、そして液相の気泡に対する相対速度は壁側で流路中心側より大きくなることから、三次元詳細解析によって得られた速度分布からわかった。この結果から、壁から遠ざけるように働く壁効果による横方向力に加えて、液相速度勾配に起因する球形気泡に働く横方向力を壁方向に受けていると考え、気泡の運動軌跡がよく説明できた。

(6)エトベス数 E_o が大きい場合には気泡は冠球形に変形し、気泡下部に後流が発達する。鉛直正方ダクト内上昇流中で右寄りにある冠球形気泡の左側を流下した液相

は、気泡下方で右壁方向へ流れ込む。このときの液相速度分布は、マグナス力が働く一様流れ中の回転固体球周囲の流れと類似したものになることが、三次元詳細解析結果からわかった。その結果、鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数 Eo が大きい気泡は、マグナス力に類似した横方向力を流路中心方向へ受けているものと考えられる。

(7)壁の存在によって静止液中の気泡にも働く横方向力（壁効果）については、Antalらのモデルの幾つかの問題点を改良することによって、新たな壁効果モデルを提案した。

(8)気泡周囲の液相速度勾配に起因する横方向力については、エトベス数 Eo などによって決まる気泡形状と気泡周囲液相の循環の方向と大きさによってこの力が支配されることから、既存の揚力のモデル中の揚力係数 C_{LF} の値をエトベス数 Eo の関数とすることによってモデル化した。

(9)矩形水槽中に満たしたグリセリン水溶液中の静止液中に壁の極近傍から単一気泡を注入し、その気泡の運動軌跡の実験結果と、本壁効果モデルを組み込んだ粒子追跡法による気泡の運動軌跡の計算結果との比較検討によって、本壁効果モデルの妥当性が確認できた。

(10)液相速度勾配による横方向力のモデルを組み込んだ粒子追跡法による上昇流中の単一気泡の運動軌跡の計算結果と、詳細解析によって得られた結果とを比較検討することによって、本研究で提案した液相速度勾配による横方向力のモデルの妥当性も確認できた。そして、揚力係数 C_{LF} はエトベス数 Eo が小さい場合には0.5よりやや小さい正の値をとり、エトベス数 Eo が増加するにつれてその値は減少すること、そして $Eo=21.7$ の冠球形気泡の場合には揚力係数 C_{LF} は負の値になることがわかった。

第6章の参考文献

- (1)Serizawa, A. and Kataoka, I., ICHMT Int. Semiar on Transient Phenomena in Multiphase Flow, Dubrounik, Yugoslavia, (1987), 179.
- (2)Liu, T. J., Int. J. Multiphase Flow, 19, 1, (1993),99.
- (3)Matsui, G. and Monji, H., Proc. Japan-German Seminar on Multi-phase Flow, KfK-5389, (1994), 35.
- (4)Saffman, P. G., J. Fluid Mech., 22-2, (1965), 385.
- (5)Auton, T. R., J. Fluid Mech., Vol.183, (1987), 199.
- (6)Lahey, R. T. Jr., et al., NED, 141-1, 2, (1993), 177.
- (7)Lahey, R. T. Jr., ICHMT Int. Semiar on Transient Phenomena in Multiphase Flow, Dubrounik, Yugoslavia, (1987).
- (8)世古口, ほか2名, 機論, 40-333(1977), 1395.
- (9)Bhaga, D. and Weber, M. E., J. Fluid Mech., 105, (1981), 61.
- (10)Zun, I, et al., Int. J. Multiphase Flow, 19-1, (1993), 151.
- (11)Drew, D. and Lahey, R. T. Jr., Int. J. Multiphase Flow, 13-7, (1987), 113.
- (12)Clift, R., Grace, J.R.,Weber, M.E., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press, (1978), 261.
- (13)例えば芹沢, 混相流ソポゾウム'94講演論文集, (1994), 36.
- (14)Wallis, G. B. and Richter, H., Thayer School of Engineering Report, Dartmouth College, (1973).
- (15)Lee, S.L., et al., 混相流, 3, (1989), 335.
- (16)Antal, S. P., et al., Int. J. Multiphase Flow, 17-5, (1991), 635.
- (17)Lahey, R. T. Jr., 混相流セミナー資料'91-関西大学, (1991).
- (18)富山, ほか2名, 機論B編, (1995), 投稿中.

第7章 結論

気液二相気泡流はボイラ、原子炉、気泡塔など各種の工業装置で見られ、その流動現象の把握と流動予測手法の確立は安全で効率の良い装置の設計、開発に不可欠な工業上の重要課題である。そのため、長年に渡って数多くの研究がなされ、気泡流の流動現象に関して多くのことが明らかになってきた。近年では、流れの詳細で多次元的な特性に関する研究が気泡流研究の主な課題となっている。特に鉛直管内気泡流に関して、気泡が壁付近を多く流れる場合や、逆に流路中央部に高い頻度で気泡が存在することがあることが知られている。前者の場合、流路断面内の局所気相体積率の分布、いわゆるボイド分布はカルデラ型(鞍型)と呼ばれ、後者はベル型(コア型)と呼ばれている。この気泡の流路断面内における分布状態(ボイド分布)が気泡流の平均ボイド率、圧力損失、伝熱などの特性を左右するために、それら異なる分布の形成機構の究明は一つの大きな課題となっており、多くの研究がなされている。しかし、気泡流中の気泡に影響を及ぼす因子は多種多様であり、かつそれらが複雑に相互作用し合うことから、気泡の横方向への運動に関する物理的機構は明かにされていない。それらの因子には、気液各相の物性、表面張力、気泡径、外力などの無限静止液中の単一気泡に影響するもの以外に、他の気泡による影響、流路壁の影響、液相速度勾配による影響、乱流の影響などがあり、各々の因子について個別に検討する必要がある。一方、気泡流の運動機構を解明できていない要因の一つに、非定常で複雑に変形する気泡の周囲の液相速度分布や圧力分布などの瞬時局所的な情報がほとんど得られていないことが挙げられる。

一方、近年の計算機能力の急速な発達と数値計算手法の発展は、気液各相について瞬時局所的に成立する質量や運動量の保存式を、気液界面における境界条件を考慮しながら直接解く二相流の詳細解析の可能性を広げてきた。もし、このような詳細解析が実現すれば、気泡流中の瞬時局所的な各種局所量を抽出することができ、気泡流の流動機構に関して有用な情報を提供できる可能性がある。そこで本研究では、既存の数値解析手法の中から、複雑な界面挙動を予測できる現状で最も有力な数値解法であろうVOF(Volume of Fluid)法による界面の取り扱い手法、富山らによって提案された非圧縮性流れを効率良く求解できる改良SOLA法、および界面位置を表わす液相体積率の移流方程式を解く手法として数値拡散が小さいドナー・アクセプター法などの手法を採用し、二次元および三次元解析プログラムを作成した。

また、本詳細解析プログラムによって、気液各相の物性、表面張力、気泡径、外

力、気泡自身によって誘起される渦、壁の影響、液相の速度勾配、他の気泡による影響などを精度良く予測できるか否かを、無限静止液中単一気泡の終端速度・形状・後流・周囲の液相速度分布、無限静止液中直列二気泡の形状と上昇速度、鉛直円管内静止液中の単一大気泡の終端速度と形状、静止液中揺動気泡の揺動周波数、一様せん断流中単一気泡の形状と運動軌跡、鉛直正方ダクト内流動液中の単一気泡の運動軌跡などに関する計算結果を検討することによって確認した。そして、各々の気泡に関する詳細解析によって得られた瞬時局所の速度分布などの詳細な情報をもとに、物理的な考察を行なった。そして、以上の結果に基づいて、これまで実現していない鉛直正方ダクト内気液二相気泡流の三次元詳細解析を試み、気泡流の典型的な二種類のボイド分布であるカルデラ型（鞍型）分布とベル型（コア型）分布を詳細解析によって得ることができるか検討した。

そして、三次元気泡流の詳細解析が実現できたならば、気泡の運動軌跡や気泡周囲の液相速度分布などの計算結果に基づいて気泡に働く横方向力に関するモデルを提示し、そのモデルの妥当性も確認した。

なお本研究では、以上様々な気泡挙動に及ぼす各種の影響を、基礎方程式の無次元化によって抽出した無次元数であるエトベス数 Eo 、モルトン数 M および無次元体積流速などをパラメータとして検討した。また、本研究は層流条件における気泡流を対象とした。

以下、得られた結論を列挙する。まず第3章では軸対称二次元円筒系での詳細解析および実験を行ない、以下のことが示された。

(1)本研究で作成した二次元円筒座標系用の詳細解析プログラムによって、これまでほとんど行なわれていない無限静止液中の単一気泡の詳細解析を実現させた。

(2)広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M の条件において、無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を定量的に良好に予測できることがわかり、本詳細解析手法によって気泡に及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力の影響を妥当に評価できることがわかった。

(3)モルトン数が低く、気泡レイノルズ数が高い条件において気泡が時間とともに揺動するのは、気泡下部に生成されるトロイダル渦と気泡内の循環流れの間の気泡下部界面に、界面を横切るような小さな渦（二次渦）が存在し、界面に垂直な方向への速度成分が誘起されるからであることが、詳細解析によって得られた揺動気泡付近の速度分布からわかった。

(4)本詳細解析手法によって、無限静止液中単一気泡下方の液相速度分布を、トロイ

ダル渦が生じる場合も含めて良好に予測できることがわかり、気泡が気泡下部の液相速度分布に及ぼす影響を妥当に評価できることが確認できた。

(5)広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における、直列二気泡の形状と上昇速度の時間変化を、本詳細解析プログラムによって定量的に妥当に予測できることがわかった。

(6)エトベス数 E_o が増加すると、直列二気泡はより急速に接近し、下気泡は特に顕著に縦長に変形すること、モルトン数 M が減少すると二気泡間の距離はより急速に減少することがわかった。そして、これらのエトベス数 E_o とモルトン数 M の効果を本詳細解析手法によって妥当に予測できることがわかった。

(7)鉛直円管内静止液中の単一大気泡の形状に及ぼすエトベス数 E_o とモルトン数 M の影響に関する実験結果を得た。これは、今後新たに開発される二相流の詳細解析手法の妥当性を検討する際のデータベースとして有用と思われる。

(8)広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件における単一大気泡の終端速度と形状を、本詳細解析プログラムによって定量的に良好に予測できることがわかり、気泡に及ぼす壁の影響を妥当に評価できることが確認できた。

(9)鉛直円管内静止液中の単一大気泡の内部および大気泡下方の速度分布についても、定性的に妥当に予測できることがわかった。

以上の結果、静止液中の気泡の形状、終端速度、気泡周囲の液相速度分布などに及ぼす気泡径、気液両相の物性、表面張力、重力などの影響、他の気泡の誘起する液相速度の変化を介した間接的影響、流路壁の影響を、本詳細解析プログラムによって定量的に妥当に予測できることがわかった。

第4章では二次元(x-y)座標系での二次元詳細解析を行ない、気泡の揺動運動と横運動という軸対称でない気泡運動について定性的な範囲で議論した。その結果、以下の結論が得られた。

(1)静止液中を揺動運動する気泡の揺動振動数と気泡径の関係に関する既存の実験結果を、無次元揺動振動数であるストローハル数 St とエトベス数 E_o を用いて整理した結果、エトベス数 E_o の増加と共にストローハル数 St が増加すること、そしてそのストローハル数 St の増加率はエトベス数 E_o の増加と共に緩やかになることがわかった。

(2)本詳細解析手法によって、静止液中を揺動運動する二次元気泡の詳細解析を実現した。その結果、ストローハル数 St に及ぼすエトベス数 E_o とモルトン数 M の影響を定性的に良好に予測できることがわかり、気泡の揺動運動を妥当に予測できることがわかった。

(3)これまでは得られていなかった揺動運動する気泡周囲の液相速度分布および気泡界面での圧力分布の計算結果から、カルマン渦列が気泡の揺動運動を引き起こしていることが確認できた。

(4)一様せん断流中の二次元気泡の計算結果より、エトベス数 E_o が小さい気泡は球形を保ち、液相速度の大きい方向へ横運動することがわかった。一方、エトベス数 E_o が大きい気泡は翼型に変形し、液相速度の小さい方向へ横運動することがわかった。以上の気泡の横運動は、無次元液相速度勾配 δV^* が大きくなるほどより顕著になり、横方向への運動速度も大きくなることがわかった。そして、これらの計算結果は既存の実験結果と定性的に一致し、本二次元詳細解析プログラムによって、気泡の横運動に及ぼす液相速度勾配の影響を妥当に予測できることがわかった。

(5)一様せん断流中の二次元気泡周囲の液相速度分布および気泡界面における圧力分布から、変形する気泡形状と気泡周囲の液相流れ場との複雑な相互作用の結果、気泡の横運動の向きが決まることがわかった。

以上の結果によって、平均気相体積率が低く、気泡の合体や分裂が起こらない層流条件下での気泡流については、妥当な詳細解析を実現できる見通しが得られた。

(6)鉛直流れ方向に周期的境界条件を適用することによって、層流条件における鉛直方向平行平板間二次元上昇気泡流の詳細解析を初めて実現した。

(7)層流条件下の二次元気泡流のボイド分布は、気泡径と壁面間距離との比 d/L_x が一定の条件において、エトベス数 E_o が大きい条件ではベル型のボイド分布になり、エトベス数 E_o が小さな条件ではカルデラ型のボイド分布になることが本計算結果からわかった。そしてその傾向は、無次元体積流束 J_{MAX}^* が大きくなるほど顕著になることがわかった。以上の計算結果は、ボイド分布に及ぼす気泡径や液相体積流束の影響に関する既存の実験結果と一致した。

(8)全気相体積率が2.5%程度の二次元気泡流においても、気泡間の相互作用に起因する気泡の横運動も見られ、気泡間の相互作用がボイド分布に対して無視できない役割を果たし得ることがわかった。

以上、本研究で作成した二次元詳細解析プログラムを用いて、定性的には妥当な二次元気泡流の詳細解析は実現した。しかし、計算結果の定量的な検討、現実の気泡流の三次元的な流れの考慮、横運動しながら上昇する気泡の運動面以外の方向への液相の流れの考慮などのためには、三次元詳細解析が不可欠である。そこで、第5章では二次元プログラムを三次元解析プログラムに拡張し、気泡流の三次元計算を試みた。その結果、以下の結論が得られた。

(1)広範囲のエトベス数 E_o とモルトン数 M の条件において、拡張した気泡流の三次元詳細解析プログラムを用いて、無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を良好に予測できることが確認できた。

(2)前章で考案した鉛直管内二相流の詳細解析の流れ方向に対して周期的境界条件を設定する方法を、新たな工夫を加えることによって三次元気泡流の詳細解析用に拡張し、適用することによって、これまで行なわれていなかった鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の三次元詳細解析を実現した。

(3)エトベス数 $E_o=5$ の場合には気泡はほぼ球形で、ボイド分布はカルデラ型（鞍型）分布になり、 $E_o=20$ の場合には傾いた冠球形に変形した気泡がダクト中央部へ横運動して、ベル型（コア型）のボイド分布になること、および無次元全体積流束 J_T^* の増加によって、これら二種類のボイド分布はそれぞれより顕著になるを実証した。以上の計算は気泡径とダクト幅の比 d/L が等しい条件で行なったものであり、ボイド分布がエトベス数 E_o に大きく左右されることが確認された。そして、以上のボイド分布に及ぼすエトベス数 E_o と無次元全体積流束 J_T^* の影響は、近年報告されたボイド分布に及ぼす気泡径と液相体積流束の影響に関する実験結果と定性的に一致した。

(4)平均気相体積率が3.3%の気泡流においても、液相を介した気泡間の相互作用が無視できない役割を果たす可能性があることがわかった。

第6章では、カルデラ型ボイド分布を構成するエトベス数 E_o の小さい気泡、およびベル型分布を構成するエトベス数 E_o の大きい気泡それぞれの三次元気泡周囲の液相速度分布の計算結果について詳しく調べ、気泡の横運動に関する流動機構について検討した。そして、三次元詳細解析結果に基づいて、気泡に働く横方向力に関する幾つかのモデルを提案し、その妥当性も検討した。以下、得られた結果を列挙する。

(1)本章での実験によって得られた鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数 E_o が約5の気泡と約20の気泡の運動軌跡は、前章での鉛直正方ダクト内気液二相上昇気泡流の同じエトベス数の各気泡の運動とほぼ一致し、本研究で得られた気泡流の三次元詳細解析が妥当なものであったことが確認できた。

(2)静止液中($J_L^*=0$)において、気泡は壁の存在によって生じる瞬時局所の液相速度勾配によって、壁から離れるような横方向力（壁効果）が働くことがわかった。

(3)上昇流中($J_L^*>0$)ではエトベス数 E_o が小さい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 E_o が大きい気泡が急速にダクト中心方向へ横運動することが、そして下降流中($J_L^*<0$)では逆にエトベス数 E_o が大きい気泡が壁沿いを鉛直上昇し、エトベス数 E_o が小さい気泡がダクト中心方向へ寄った運動を示すことが、本実験および三次元詳細解析

結果からわかった。そして、それらの横運動の傾向は、無次元液相体積流束 J_L^* の絶対値の増加と共により顕著になることがわかった。気泡の横運動に及ぼすエトベス数 Eo と無次元液相体積流束 J_L^* の影響に関するこれらの結果は、従来の実験結果と定性的に一致し、本三次元詳細解析プログラムによって気泡の横運動を良好に予測できることが確認できた。

(4)鉛直正方ダクト内上昇流中において、エトベス数 Eo が小さい気泡は球形を保ち、後流を伴わないこと、そして液相の気泡に対する相対速度は壁側で流路中心側より大きくなることから、三次元詳細解析によって得られた速度分布からわかった。この結果から、壁から遠ざけるように働く壁効果による横方向力に加えて、液相速度勾配に起因する球形気泡に働く横方向力を壁方向に受けていると考え、気泡の運動軌跡がよく説明できた。

(5)エトベス数 Eo が大きい場合には気泡は冠球形に変形し、気泡下部に後流が発達する。鉛直正方ダクト内上昇流中で右寄りにある冠球形気泡の左側を流下した液相は、気泡下方で右壁方向へ流れ込む。このときの液相速度分布は、マグナス力が働く一様流れ中の回転固体球周囲の流れと類似したものになることが、三次元詳細解析結果からわかった。その結果、鉛直正方ダクト内上昇流中のエトベス数 Eo が大きい気泡は、マグナス力に類似した横方向力を流路中心方向へ受けているものと考えられる。

(6)壁の存在によって静止液中の気泡にも働く横方向力（壁効果）については、Antalらのモデルの幾つかの問題点を改良することによって、新たな壁効果モデルを提案した。

(7)気泡周囲の液相速度勾配に起因する横方向力については、エトベス数 Eo などによって決まる気泡形状と気泡周囲液相の循環の方向と大きさによってこの力が支配されることから、既存の揚力のモデル中の揚力係数 C_{LF} の値をエトベス数 Eo の関数とすることによってモデル化した。

(8)矩形水槽中に満たしたグリセリン水溶液中の静止液中に壁の極近傍から単一気泡を注入し、その気泡の運動軌跡の実験結果と、本壁効果モデルを組み込んだ粒子追跡法による気泡の運動軌跡の計算結果との比較検討によって、本壁効果モデルの妥当性が確認できた。

(9)液相速度勾配による横方向力のモデルを組み込んだ粒子追跡法による上昇流中の単一気泡の運動軌跡の計算結果と、詳細解析によって得られた結果とを比較検討することによって、本研究で提案した液相速度勾配による横方向力のモデルの妥当性も確認できた。そして、揚力係数 C_{LF} はエトベス数 Eo が小さい場合には0.5よりやや小さい

正の値をとり、エトベス数 E_o が増加するにつれてその値は減少すること、そして $E_o=21.7$ の冠球形気泡の場合には揚力係数 C_{LF} は負の値になることがわかった。

以上、本研究によって、これまで行なわれていなかった瞬時局所的な二相流の基礎方程式に基づく気泡流の三次元詳細解析を初めて実現できた。また、エトベス数 E_o 、モルトン数 M 、無次元体積流束などの各種の無次元数によって、気泡の形状、運動、周囲液相の速度分布などが支配され、気泡流のボイド分布がカルデラ型やベル型になることがわかった。さらに、気泡流中の瞬時局所的な液相速度分布などの計算結果から、気泡の揺動運動や横運動の物理的機構に関する有用な知見が得られた。最後に、それらの計算結果に基づいて、気泡に作用する各種の横方向力のモデルを提示し、その妥当性と有効性を確認した。

謝辞

大学4回生になり、研究室に配属されるようになってから6年間、研究の方法と心構えを説いてくださった神戸大学工学部教授 坂口忠司先生に感謝致します。

阪神大震災後の混乱の中、本学位論文の丁寧な査読をして頂き、有益な議論と意見を賜った神戸大学工学部教授 富田佳宏先生と同教授 中島 健先生に厚く感謝致します。

また、神戸大学工学部助教授 富山明男先生には日々懇切丁寧な研究指導を頂いたこと、研究する姿勢の見本を示して頂いたことをはじめ、公私にわたって大変お世話になりました。ここに改めて心から感謝の意を表します。

神戸大学工学部機械工学科の混相流工学研究室(旧P-4)と同学科計算物理機械工学研究室(MI-1)で家族のように共に研究生活を送った皆さんに深く感謝します。

三次元解析とC.G.の作成に協力していただいた(株)構造計画研究所流体技術室の吉川秀雄氏をはじめとする皆様に感謝致します。

Ljubljana 大学機械工学部教授 Iztok Zun 先生には、共著論文作成時に貴重な意見を頂き、その他多くの経験を積む機会を頂きました。またその研究室の皆様には長期間にわたる貴国での滞在期間中、実験の実施に協力して頂きました。ここにその感謝の意を表します。

三次元解析の実施に協力して頂いたJozef Stefan Institute, Ljubljana, Slovenia の国立スーパー・コンピューティング・センター長 Vladimir Alkalaj 氏に感謝します。

震災後の混乱の中、研究活動を温かく支えて頂いた(株) IEA Japan の西堂紀一郎氏をはじめとする皆様に感謝致します。

上記の方以外にも本当に多くの方々より御協力を賜りました。ここに記して感謝の意を表します。

最後に、長い学生生活の間、不規則な生活を送る毎日を温かく支えてくれた家族と婚約者 湯川育子さんに心から感謝します。