



# 光双安定系におけるStochastic Resonance

御園, 雅俊

---

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

1999-03-31

(Date of Publication)

2008-05-28

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲1912

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.11501/3156313>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1001912>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



博士論文

光双安定系における Stochastic Resonance

平成 11 年 1 月

神戸大学大学院 自然科学研究科

御園 雅俊

# 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Stochastic Resonance とは？</b>	<b>3</b>
2.1	Stochastic Resonance とは？	3
2.2	双安定系における Stochastic Resonance	4
2.3	しきい値型の Stochastic Resonance	7
2.4	Stochastic Resonance の研究のための準備	8
2.4.1	信号対雑音比	8
2.4.2	Colored Noise	8
<b>3</b>	<b>光双安定性</b>	<b>11</b>
3.1	分散型光双安定性の理論	11
3.2	光共振器を用いた Hybrid 型光双安定系	16
3.3	共振器を用いない光双安定系	17
<b>4</b>	<b>光共振器を用いない Hybrid 型光双安定系における SR</b>	<b>19</b>
4.1	実験	20
4.1.1	実験系	20
4.1.2	実験結果	21
4.2	計算機シミュレーション	24
4.2.1	計算モデル	24
4.2.2	計算結果	24
4.3	考察	26
<b>5</b>	<b>光共振器を用いた Hybrid 型光双安定系における SR</b>	<b>27</b>
5.1	実験	28
5.1.1	実験系	28
5.1.2	実験結果	29
5.2	考察	31

<b>6</b>	<b>SRによる情報伝達の増大</b>	<b>32</b>
6.1	情報伝達の尺度	34
6.2	計算機シミュレーション	37
6.2.1	計算モデル	37
6.2.2	計算結果	38
6.3	光双安定系を用いた実験	43
6.3.1	実験系	43
6.3.2	実験結果	43
6.4	考察	46
6.5	画像データへの応用	48
<b>7</b>	<b>まとめ</b>	<b>50</b>
	<b>APPENDIXES</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Ti:Sapphire レーザーの波長安定化</b>	<b>53</b>

# 1. 序論

Stochastic resonance (SR, 確率共鳴)とは、ある種の非線形系において、コヒーレントな信号と雑音との協力効果により信号伝達が共鳴的に増大する現象である。入力雑音の強度を最適化することにより、系の信号伝達は極大となる。この現象は、その奇妙な振る舞いにも関わらず様々な系において起こることが知られている [1–3]。

この現象は、氷河期の周期の研究において1980年代初頭に初めて報告された [4–6]。その後、ニューロン [7,8] や感覚神経 [9–11] における信号伝達などの生命現象や、様々な物理系 [12–20] において見いだされ、理論的研究 [21–25] も盛んに行われてきた。

本研究では、SRの基本的性質の解明およびその信号処理への応用を目的とし、光双安定系を用いた実験および計算機シミュレーションを行った。光双安定系を用いることによって、気象や生命現象で起こっているSRを実験室で再現でき、人為的にパラメータを制御できるので、SRの基本的性質の解明に有利となる。光双安定性は良く研究されており、その成果を利用できることも有利な点である。また、光双安定系は光伝送系や光信号処理系への応用にも適している。

実験は2種の hybrid 型光双安定系を用いて行った [26,27]。これらの系は小さな光強度で広い光波長範囲にわたって動作可能であり、高速化、小型化、集積化が可能という特長がある。これらの系を用いてSRの実験を行い、いずれの系においてもSRに特有の共鳴を得ることができた。

有限の情報を持つ信号を入力した双安定系におけるSRについて、計算機シミュレーション [28] および hybrid 型光双安定系を用いた実験 [29] により研究を行った。これまでのほとんどのSRの研究は正弦波を入力信号として行われてきた。正弦波は情報を持たないため、これらの研究の結果を直ちに生命や人工的な系における信号処理に適用することはできない。さらに、2章で述べる従来の信号対雑音比 (SN比) の定義は正弦波入力の場合にのみ有効なものであるので、有限の帯域を持つ、情報を持った信号に対しては適用できない。本研究においては、ランダムな2進のビット列を入力信号とし、これに対する情報伝達の尺度として mutual information (MI) [30–33] を採用した。2進ビット列を入力した双安定系において、双安定系出力のMIがSRに特有の共鳴を示し、双安定系の出力波形からは入力波形からよりも多くの情報が得られるこ

とを示した。また、このような系が信号処理に有用であることを画像データを双安定系に入力することによって示した。

雑音の帯域がSRに与える影響についても研究を行った。これは、SRの基本的な性質についての興味からだけでなく、伝送路や雑音発生器、増幅器などの帯域は通常は有限であるため、実際の観点からも重要な問題である。これまで、理論的研究 [22,23,34,35] やトンネルダイオードを用いた実験 [16] が行われてきた。本研究では、信号として正弦波あるいは2進ビット列が入力している光双安定系を用いた実験、および計算機シミュレーションを行った。コンピューターで雑音を作成することによって帯域などのパラメーターを制御した。実験及び計算機シミュレーションから、広帯域の雑音ほどSRに有利であることがわかった。とくに、雑音のカットオフ周波数が信号周波数あるいは信号速度よりも大きいときには双安定系出力は顕著な共鳴を示すが、小さいときには目立った共鳴は示さないことがわかった。

第2章ではSRについての基本的な解説を行う。双安定系およびしきい値を持つ系におけるSRについて説明する。また、SRの研究において必要となるSN比の定義を述べ、colored noise について基本的な説明を行う。

第3章では光双安定性について解説する。分散型光双安定性の一般論、および、雑音を加えたときのこの系の振る舞いについて述べる。また、本研究の実験で用いる2種の光双安定系について説明する。

第4章では光共振器を用いない型の光双安定系におけるSRについて述べる。正弦波を入力信号とした実験および計算機シミュレーションを行う。

第5章ではFabry-Perot型光共振器を用いた光双安定系におけるSRについて述べる。ここでも正弦波を入力信号とした実験を行う。

第6章ではビット列を入力信号とした場合について、4章と同じ系を用いた実験および計算機シミュレーションを行う。また、画像データへのSRの応用についても述べる。

## 2. Stochastic Resonance とは？

### 2.1. Stochastic Resonance とは？

Stochastic resonance (SR, 確率共鳴) とは、コヒーレントな信号と雑音の協力効果によって、ある種の非線形な系において、コヒーレントな信号の伝達が共鳴的に増大する現象である。

通常の系においては、図 1(a) のように、雑音を増加させれば信号対雑音比 (SN 比) は減少する。これは日常経験している至極当然のことである。しかしながら、ある種の非線形な系においては、図 1(b) あるいは図 1(c) のように、雑音の増加に伴って SN 比の共鳴的な増大が起こる (図 1(b) と図 1(c) の違いについては次節で述べる)。これは、まわりがうるさい方が話し声がよく聞こえる、雑音の多い画像の方が鮮明などということになり、たいへん奇妙に感じられる。しかし、とくに後者が実際に起こりうることは後に 6 章で示すとおりである。コヒーレントな信号の伝達の尺度としては、多くの SR の研究において 2.4 節で述べる SN 比が用いられるが、他にも 6 章で用いる mutual information など、状況に応じて様々な尺度を用いることができる。

SR の起こる系としては、双安定系やしきい値を持つ系、その他の系 [36–40] があるが、以下の 2 つの節では、SR の起こる系として代表的な、双安定系およびしきい値を持つ系における SR について述べる。

## 2.2. 双安定系における Stochastic Resonance

双安定系における SR の原理を図 2 を用いて説明する。本研究において行った光双安定系を用いた実験、および、4 次関数で表される簡単な双安定ポテンシャルを用いた計算機シミュレーションの結果は、この節で述べる原理で直観的に理解できる。

双安定系は図 2(a) のように、障壁で隔てられた二つの井戸を持つポテンシャルで表すことができる。この二つの井戸は、たとえば、光双安定系の場合は出力光強度が大きい状態と小さい状態に相当する。ポテンシャル  $V(x)$  の二つの極小を与える  $x$  の値を  $x_m$  および  $-x_m$ 、極大（ポテンシャル障壁のピーク）を与える  $x$  の値を  $x_b$  とする。系の状態は、このポテンシャル上を運動する粒子によって記述することができる。

この双安定系に弱い周期的な信号を入力する。すなわち、ポテンシャルを

$$V(x, t) = V(x) - A_0 x \cos( t ) , \quad (1)$$

となるように周期的に変形する。このとき、双安定ポテンシャルは図 2(b) のように左下がりの状態と、右下がりの状態を周期的に繰り返す。下がった方の井戸がより安定である。図中の粒子の  $x$  座標が系の出力を表す。たとえば、粒子が左の井戸内にあれば、光双安定系の出力光強度は小さく、右の井戸内にあれば出力光強度は大きいと考える。入力する周期信号が小さいとポテンシャルの変形は小さく、たとえばはじめに左の井戸内にあった粒子は、ポテンシャルが右下がりになったときでも障壁を越えることができず、左の井戸にとどまる。このとき、粒子の位置は左の井戸内でわずかに変化するのみであり、双安定系出力の変化は小さい。とくに、ひとつの井戸内での変化（intrawell motion）を無視し、双安定系の 2 つの安定状態間の変化、すなわち、2 つの井戸間の変化（interwell motion）にのみ注目することにすれば、出力の変化は 0 である。

この系にさらに雑音を加えた場合を考える。このとき、ポテンシャルは

$$V(x, t) = V(x) - A_0 x \cos( t ) + \xi(t) , \quad (2)$$

となる。雑音  $\xi(t)$  のために、双安定ポテンシャルは図 2(c) のようにランダムに変形する。図 2(c) の右の図のように、ポテンシャルが周期信号によって右下がりとなったときに、さらに右側の井戸を下げるように雑音が加わると、左の井戸にあった粒子は右の井戸へと移ることができる。雑音が小さいときは、この interwell motion の起こる頻

度は小さく、粒子は長時間ひとつの井戸内にとどまる。雑音を増加させていくと、雑音による interwell motion の頻度は増加し、入力した周期信号とほぼ同じ周期で interwell motion が起こるようになる。このとき、出力は信号周波数成分を多く含み、出力 SN 比が最大となる。さらに雑音を増加させると、雑音によってポテンシャルは大きく変形し、周期信号による周期的なポテンシャルの変形の成分は無視できるようになる。このときは、ほとんど雑音のみによってランダムに interwell motion が起こるようになり、出力 SN 比は減少する。以上のようにして図 1(b) あるいは図 1(c) の曲線が得られる。ここで、図 1(b) は、intrawell motion を考慮して出力 SN 比を求めた場合の図である。雑音が全く加わっていないとき、双安定系は図 2(b) の状況になる、つまり、出力信号振幅は小さいが有限の値を持ち、出力雑音は 0 となるため、出力 SN 比は無限大となる。図 1(c) は intrawell motion を無視し、interwell motion にのみ注目した場合の図である。

また、共鳴という観点からこの現象を考えることができる。まず、図 2(a) のように、周期信号が加わっていない場合を考える。このとき、系の出力  $x$  の確率密度分布は、 $x_m$  および  $-x_m$  に等しい大きさのピークを持つ。この系に雑音を加えたとき、一方の井戸にある系が他方へと移る速度は Kramers rate  $r_k$  [41,42]、

$$r_k = \frac{\omega_0 \omega_b}{2\pi\gamma} \exp\left(-\frac{V}{D}\right), \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $D$  は雑音強度、 $V$  はポテンシャル障壁の高さ、 $\gamma$  は摩擦係数、 $\omega_0^2 = V''(x_m)/m$ 、 $\omega_b^2 = |V''(x_b)/m|$ 、 $m$  は粒子の質量である。図 2(a) のようにポテンシャルが対称であれば、左の井戸から右の井戸へ粒子が移る速度（確率）と、右の井戸から左の井戸へ粒子が移る速度（確率）は等しく、系の出力  $x$  の確率密度分布は変化しない。

これに周期的な信号を加える。この周期信号の周波数の 2 倍と、Kramers rate が等しいとき、周期信号によるポテンシャルの変形と雑音によるホッピングがちょうど良いタイミングで起こることになる。すなわち、

$$2\frac{\omega_0}{2\pi} = r_k, \quad (4)$$

あるいは、

$$T = 2T_k(D), \quad (5)$$

のとき出力SN比が大きくなる。ここで $T$ は入力した周期信号の周期、 $T_k(D)$ はKramers rateの逆数である。このことは、双安定系が雑音強度 $D$ で決まる固有振動数 $r_k$ を持っていて、外力の周波数（の $1/\pi$ ）がこれと一致したときに共鳴が起きていると考えることができる。この考え方はほぼ正しく、直感的な理解の助けとなるのであるが、厳密なものではないので注意を要する [43,44]。

図3は双安定系入出力の時間変化を模式的に示したものである。図3(a)は双安定系入力、すなわち、周期信号+雑音の時間変化である。周期信号は点線で示してある。図3(b)は、適当な雑音を加えた場合の双安定出力の時間変化である。二つの井戸間の大きい変化とひとつの井戸内での小さな変化が起こっている。Interwell motionは、入力周期信号が極大あるいは極小となる時刻が最も起こりやすいが、このタイミングはゆるく。

なお、本節では入力信号が周期的であるとしたが、非周期的な場合も同様に考えることができる。このような場合について、6章で計算機シミュレーションおよび実験を行う。

### 2.3. しきい値型の Stochastic Resonance

ここでは、もう一つの代表的なタイプのSRである、しきい値型の系 [45,46,11] について述べる。この系は本研究とは直接関係はないが、SRを理解する上で重要なので簡単に触れておく。

この型のSRに必要なものは、図4(a) [45] に示すように、しきい値と信号および雑音である。図4(a)と(b)の横軸は時間で、(a)の水平な直線がしきい値を表す。信号と雑音の和がしきい値を越えると、図4(b)のようにパルスを出力する。いま、周期的な信号の振幅が小さく、雑音がないときはしきい値を越えることができないとする。このとき系は何も出力しない。この系に雑音を加えた場合を考える。雑音が適当な大きさであるとき、信号の山の部分では、信号と雑音の和はしきい値を越えることが多く、信号の谷の部分では少ない。このように、パルス出力頻度の大小が周期的に繰り返され、出力パルス列は信号周波数の成分を多く持つことになる。パルス列のパワースペクトルの一例が、図4(c)で、信号周波数(0.5 kHz)に大きなピークを持つ。さらに雑音を大きくすれば、ほとんど雑音のみによってランダムにしきい値を越えるようになり、パルス列中の信号周波数成分は小さくなる。次の節で述べるように、パワースペクトル中の信号周波数成分のピークの大きさをSN比として考えると、この系の出力はSRに特有の共鳴を示す。

## 2.4. Stochastic Resonance の研究のための準備

### 2.4.1. 信号対雑音比

ここでは、SRの研究において通常よく用いられる信号対雑音比(SN比)について説明する。このSN比は、系に入力している信号が正弦波である場合にのみ用いることができるものであり、本研究では4章と5章において用いられる。この定義は、入力信号がビット列のように広いスペクトルを持つときには適用できない。このような場合については6章で述べる。

図5は、正弦波信号と雑音が入力している系の入力、あるいは、出力のパワースペクトルを例示したものである。この図の縦軸は対数目盛である。このスペクトルは、広帯域の雑音成分と、正弦波信号による狭いピークとからなる。このピークの値を「信号」の大きさとし、このピークを与える周波数における雑音成分の値を「雑音」の大きさとして、これらの比をSN比とする。雑音成分は内挿して求める。この定義によれば、正弦波信号が入力していないとき、すなわち、ピークのないときに、SN比は0(対数では負の無限大)ではなく、1(対数では0)となることに注意する必要がある。

### 2.4.2. Colored Noise

ここでは、本研究の実験や計算機シミュレーションで用いる colored noise について述べる。すべての周波数で一定のスペクトル強度を持つ雑音は白色雑音と呼ばれる。これは、すべての周波数で一定のスペクトル強度を持つ光が白色であることに由来する。同様に、colored noise とは、スペクトル強度が周波数に依存して変化する雑音である。とくに本研究では、DCから有限の周波数までの帯域を持つ雑音によるSRを対象を限定する。これは、実際の実験などにおいては、このような帯域の制限を受けることが多いためである。雑音の帯域がSRに与える影響については、これまで、理論的な研究 [34,35,22,23] やトンネルダイオードを用いた実験 [16] などが行われてきた。これらの研究によれば、雑音の帯域は広いほどSRにとっては好都合であり、白色雑音が最も顕著な共鳴を与える。しかし実際には、雑音発生器(任意波形発生器など)、増幅器、伝送路などの帯域は有限なので、SRの起こる系に入力する雑音の帯域は有限となる。したがって、本研究の光双安定系においても、雑音の帯域がSRに及ぼす影響を調べることは重要である。

本研究で用いる colored noise  $\xi(t)$  は次式で与えられる Ornstein-Uhlenbeck (OU) 雑音である [34]。

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}\xi(t) + \frac{\sqrt{D}}{\tau}\xi_w(t) . \quad (6)$$

ここで、 $\tau$ は雑音の相関時間、 $D$ は雑音の強度である。また、 $\xi_w(t)$  は Gauss 型の振幅分布を持つ白色雑音で、

$$\langle \xi_w(t) \rangle = 0 , \quad (7)$$

$$\langle \xi_w(t)\xi_w(t') \rangle = 2\delta(t-t') , \quad (8)$$

である。この雑音 $\xi(t)$ の帯域、すなわち、カットオフ周波数  $f_c$  は、

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau} , \quad (9)$$

である。式(6)を解くと、

$$\xi(t) = \frac{\sqrt{D}}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \xi_w(t') dt' , \quad (10)$$

となる。ここで、初期値の影響は無視した。式(8)と式(10)より、雑音 $\xi(t)$ の自己相関関数は、

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \frac{D}{\tau} e^{-\frac{|t-t'|}{\tau}} , \quad (11)$$

となり、指数関数的に相関が減少することがわかる。式(11)に対してフーリエ変換を行うことにより、雑音 $\xi(t)$ のパワースペクトル  $P_\xi(f)$  が求まる。

$$P_\xi(f) = \frac{2Df_c^2}{f^2 + f_c^2} . \quad (12)$$

これは、 $f = f_c$ において、 $P_\xi(f)$ の値が  $P_\xi(0)$ の1/2となるローレンツ型曲線である。式(11)において  $t = t'$ とすると、

$$\langle \xi(t)^2 \rangle = \frac{D}{\tau} = 2\pi f_c D , \quad (13)$$

となるから、雑音の振幅（標準偏差） $\sigma$ と強度  $D$ には次の関係が成り立つ。

$$\sigma = \sqrt{\langle \xi(t)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{D}{\tau}} = \sqrt{2\pi f_c D} . \quad (14)$$

雑音の大きさの尺度として、雑音振幅 $\sigma$ は実験的に容易に求められることから、これまで主にSRの実験的研究において用いられている。また、雑音強度 $D$ は理論的研究において主に用いられている。これらは、規格化因子を考慮した上で式(14)を用いれば相互に変換できる。本研究においては、4章、5章、および6.3節では振幅 $\sigma$ を、6.2節では強度 $D$ を用いた。

本研究の実験及び計算機シミュレーションにおいては、この colored noise はコンピュータ内で作成した。まずはじめに、振幅の分布が一様な白色雑音を発生させた。つぎに、この雑音を、Box-Muller 法 [47] によって、Gauss 型の振幅分布を持つ白色雑音へと変換した。この白色雑音を用いて、式(6)から、Gauss 型の振幅分布と指数関数的な相関を持つ雑音  $\xi(t)$  を求めた。実験においては、このコンピュータで作成した雑音を任意波形発生器に転送して出力した。雑音振幅の分布の一例を図6に示す。この図の 印は、任意波形発生器から出力した雑音を電気光学変調器に入力してレーザー光を強度変調し、雑音振幅の分布を測定したものである。また、実線は Gauss 曲線である。両者はよく一致し、上に述べた方法で作成した雑音の振幅分布が良い精度で Gauss 型になっていることがわかる。

### 3. 光双安定性

#### 3.1. 分散型光双安定性の理論

光双安定性を示す様々な系が知られているが [48–54]、これらは吸収型の光双安定系と分散型の光双安定系に分けることができる。この節では Fabry-Perot 型光共振器を用いた分散型光双安定系の一般的な説明を行う。後の章で述べる、本研究の実験で用いた分散型光双安定系は帰還部に電気信号の介在する hybrid 型であるが、光帰還を行う intrinsic な双安定系を考える場合も、分散型光双安定系は吸収型光双安定系よりも容易に実現できる [53]。

Fabry-Perot 型光共振器を用いた光双安定系は、共振器内に定在波が立ってしまうことによって取り扱いが困難になるため、光双安定系の一般的な説明には、図 7(a) のようなリング型光共振器を用いた場合がよく取り上げられる。しかし、3.2 節で述べるような hybrid 型の場合は、非線形媒質には一様な電場が加わるために屈折率の変化も一様となるので、定在波の効果は無視できる。また、intrinsic な系の場合も、励起エネルギー、あるいは、励起状態にある原子そのものが拡散することにより定在波の効果は小さくなる [54]。したがって、共振器内では平均的な光電場を考えることによって、Fabry-Perot 型光共振器を用いた光双安定系について考察を行うことができる。

Fabry-Perot 型光共振器を用いた双安定系の構成を図 7(b) に示す。距離  $L$  を隔てた、電場に対する反射率  $\sqrt{R}$  (透過率  $\sqrt{T} = \sqrt{1 - R^2}$ ) の 2 枚のミラーと、共振器内におかれた長さ  $l$  の非線形媒質とからなる。この非線形媒質の複素吸収係数は  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  である。また、各部分における光電場  $E_i$  は図 7(b) に示したように表すことにする。光の波数を  $k$  とすると、

$$E'_2 = \sqrt{R}E_2e^{-2ikL-2\alpha l}, \quad (15)$$

$$E_2 = \sqrt{T}E_1 + \sqrt{R}E'_2, \quad (16)$$

であるから、 $E_2$  は次のようになる。

$$E_2 = \frac{\sqrt{T}E_1}{1 - Re^{-2ikL-2\alpha l}}. \quad (17)$$

したがって、共振器を透過した光の電場  $E_3$  は、

$$E_3 = \sqrt{T}E_2e^{-ikL-\alpha l} = \frac{TE_1e^{ikL+\alpha l}}{e^{2ikL+2\alpha l} - R}, \quad (18)$$

となる。ここまでの議論は、分散型と吸収型の光双安定系に共通である。

ここから、議論を分散型の光双安定系に限るため、 $\alpha$ を純虚数であるとする、すなわち、 $\alpha = i\alpha_i$ とする。また、 $\beta = kL + \alpha_i l - (\text{nearest multiple of } 2\pi)$ とする。出力光強度  $I_T = |E_3|^2$  と入力光強度  $I_I = |E_1|^2$  の関係は、式 (18) より、

$$\frac{I_T}{I_I} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{T^2} \sin^2 \beta}, \quad (19)$$

となる。共鳴に近い、すなわち、 $|\beta| \ll 1$  のとき、

$$\frac{I_T}{I_I} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{T^2} \beta^2}, \quad (20)$$

となる。これは、 $\beta$  を変数と見たとき、半値全幅が  $T/(2\sqrt{R}) = \pi/(2F)$  のローレンツ型曲線である。

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}, \quad (21)$$

は、共振器のフィネスである。

ここで、

$$\beta = \beta_0 + \beta_2 I_T, \quad (22)$$

とする。このとき、式 (20) は、

$$\frac{I_T}{I_I} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{T^2} (\beta_0 + \beta_2 I_T)^2}, \quad (23)$$

となる。

双安定となるには、 $\frac{dI_I}{dI_T} < 0$  となる領域が存在する必要がある。このためには、

$$\frac{dI_I}{dI_T} = (\beta_2 I_T)^2 + \frac{4\beta_0}{3} (\beta_2 I_T) + \frac{1}{3} \left( \frac{T^2}{4R} + \beta_0^2 \right) = 0, \quad (24)$$

が2つの異なる実数解を持てばよい。この解は、

$$\beta_2 I_T = -\frac{2}{3}\beta_0 \pm \frac{1}{3}\sqrt{\beta_0^2 - \frac{3T^2}{4R}}, \quad (25)$$

であるから、

$$|\beta_0| > \sqrt{\frac{3T^2}{4R}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2F}, \quad (26)$$

が系が双安定となるための条件である。

この系が2つ以上の安定点を持つことができることは、図8を用いて考えることができる [53,50]。図8中の曲線は式(19)に式(22)を代入したもので、直線A-Dはいくつかの $I_I$ の値に対して $I_T/I_I$ を $I_T$ の関数として表したもので、これらの交点が系のとりうる状態を表す。この図は、 $R = 0.7$ ,  $\beta_0 = 2$ ,  $\beta_2 = -3.1$ の場合のものである。図中の○が安定点を表し、×は不安定点を表す。

いま、入力光強度 $I_I$ をわずかに増加させた場合を考える。直線の傾きは減少するので、○や×で表される点は共鳴から外れる方向に動く。このとき、○で表される点では横軸の $I_T$ の値は増加して共鳴からのずれが補われるため安定である。しかし、×の点はさらに $I_T$ が減少してしまうので不安定である。 $I_I$ をわずかに減少させた場合も同様である。また、このことは次のように考えることもできる。 $I_I$ を増加させ、直線の傾きが小さくなったとき、×の点では、横軸で表される $I_T$ は減少する。すなわち、系は負性抵抗を示して不安定となる。○の点では負性抵抗を示さず安定である。

$I_I$ が直線Aで表される値よりも小さいとき、安定な点は1つのみである。 $I_I$ を増加させ、AとBの間の値としたときは、2つの安定点と1つの不安定点が存在し、この系が双安定となっていることがわかる。Cのような状況でも双安定であるが、2つの安定点は1つの共鳴付近に存在するのではなく、2つの共鳴に離れて存在している。このような場合、2つの安定な $I_T$ の値の差は大きい。さらに $I_I$ を増加させ、直線Dで表される値とすると、系は3重安定となる。

図9は双安定系の入出力光強度の関係を模式的に示したものである。 $I_I$ を小さな値から増加させていくと、 $I_T$ の値は初めはあまり変化しない。 $I_I$ がある値 $I_{I1}$ に達すると、 $I_T$ は急激に増加する。さらに $I_I$ を増加させても $I_T$ の変化は小さい。反対に $I_I$ を大きな値から減少させていくと、初めのうちは $I_T$ はあまり変化しない。 $I_I$ が $I_{I1}$ より小さくなっても、 $I_T$ の減少はわずかである。さらに $I_I$ を減少させ、この値が $I_{I2}$ となると、 $I_T$ の値は急激に減少する。その後は $I_I$ を減少させると、 $I_T$ はわずかに減少する。このようにヒステリシスループが得られ、入力光強度 $I_I$ が $I_{I1}$ と $I_{I2}$ の間の値をとるとき、2つの安定な出力光強度 $I_T$ の値が存在することがわかる。

つぎに、この分散型光双安定系に雑音を入力した場合、すなわち、入力光強度 $I_I$ が

ランダムに変調されている場合を考える。この系の過渡的な振る舞いは次の式で与えられるとする。

$$\frac{dI_T}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left( I_T - \frac{I_I}{1 + \frac{4R\beta^2}{T^2}} \right). \quad (27)$$

ここで、 $\tau$ は双安定系の時定数、たとえば、次の3.2節で述べる系では帰還回路の時定数や光共振器の build up time などである。 $I_I$ はランダムに変調されているので、

$$I_I = I_0 + \xi(t), \quad (28)$$

と表すことができる。 $I_0$ は時間的に変化しない成分、 $\xi(t)$ は雑音である。ここでは簡単のため  $\xi(t)$  は白色雑音であるとする。すなわち、

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t - t'). \quad (29)$$

式(27)に式(22)と式(28)を代入すると、

$$\frac{dI_T}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left[ I_T - \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2} \right] + \frac{1}{\tau} \frac{\xi(t)}{1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2}, \quad (30)$$

となる。

時刻  $t$  において出力光強度が  $I_T$  となる確率密度を  $P(I_0, I_T, t)$  とすると、式(30)から、 $P(I_0, I_T, t)$  は Fokker-Planck 方程式 [55–57]、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(I_0, I_T, t) = & \left[ \frac{\partial}{\partial I_T} \left[ \frac{1}{\tau} \left\{ I_T - \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2} \right\} + \frac{D}{\tau^2} \frac{2\frac{4R}{T^2}\beta_2(\beta_0 + \beta_2 I_T)}{(1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2)^3} \right] \right. \\ & \left. + \frac{D}{\tau^2} \frac{\partial^2}{\partial I_T^2} \frac{1}{(1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2)^2} \right] P(I_0, I_T, t), \quad (31) \end{aligned}$$

に従う。この定常解は、

$$\begin{aligned} P(I_0, I_T) = & N \left[ 1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2 \right]^2 \exp \left[ -\frac{\tau}{D} \left( I_T \right) \right], \quad (32) \\ ( I_0, I_T) = & -I_0 \left[ I_T + \frac{4R}{3T^2\beta_2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^3 \right] \\ & + I_T^2 \left[ \frac{(\frac{4R}{T^2})^2\beta_2^4}{6} I_T^4 + \frac{4(\frac{4R}{T^2})^2\beta_0\beta_2^3}{5} I_T^3 + \frac{\frac{4R}{T^2}\beta_2^2(3\frac{4R}{T^2}\beta_0^2 + 1)}{2} I_T^2 \right. \\ & \left. + \frac{4\frac{4R}{T^2}\beta_0\beta_2(\frac{4R}{T^2}\beta_0^2 + 1)}{3} I_T + \frac{4R}{T^2}\beta_0^2 + \frac{(\frac{4R}{T^2})^2\beta_0^4 + 1}{2} \right] \\ & + \frac{D}{\tau} \ln \left[ 1 + \frac{4R}{T^2}(\beta_0 + \beta_2 I_T)^2 \right], \quad (33) \end{aligned}$$

となる。 $N$ は規格化因子である。

図 10は式 (32) および式 (33) から求めた確率密度  $P(I_0, I_T)$  を示したものである。図 10(a) は  $\tau/D = 10000$ 、図 10(b) は  $\tau/D = 1000$  の場合の図で、 $R = 0.5$ ,  $\beta_0 = -1$ ,  $\beta_2 = 10$  とした。これらの値は、5章の実験で用いた光双安定系をよく再現するものであり、式 (26) の条件をたしかに満たしている。図 10(a) と (b) の縦軸のスケールは等しい (等高線の間隔は異なる)。これらの図において、確率密度の値が大きいほど安定な状態であるといえる。1つの入力光強度の値に対して、確率密度のピークが2つ存在するとき、系は双安定となる。図 10(a), (b) いずれの場合も、双安定となる領域があることがわかる。雑音強度  $D$  が小さい (a) の場合、確率密度分布は各々の安定状態において、幅の狭い大きなピークを持っており、2つの安定状態は明確に区別されている。 $D$  が大きい (b) の場合、各々の安定状態における確率密度分布の幅は広く、そのピークは小さい。双安定となる領域においては、2つの安定状態は明確に区別されていない。これは、雑音によって系が2つの安定状態の間を頻繁に往復する、すなわち、interwell motion の頻度が大きいことによる。

### 3.2. 光共振器を用いた Hybrid 型光双安定系

ここでは、3.1節で述べた分散型光双安定系のうち、hybrid 型の系 [52] について述べる。この系は5章の実験において用いるものである。この光双安定系の構成を図 11 に示す。この系は、2 枚のミラーによって構成された Fabry-Perot 型光共振器、共振器中に置かれた電気光学結晶、帰還回路とからなる。光共振器を通過した光の一部を分岐して、その光強度をフォトダイオード (PD) などの光電変換器で電気信号に変換し、増幅してバイアス電圧を加えた後に電気光学結晶に帰還する。バイアス電圧によって式 (22) の  $\beta_0$  が決まり、帰還ループ中の増幅器の利得によって  $\beta_2$  が決まる。

図 7 に示した純光学的な系では光共振器を構成するミラーによって光学的に帰還を行ったが、Hybrid 型の系では電氣的に帰還を行うのが特徴である。光学的に帰還を行う場合には大きな光強度が必要とされるが、電氣的に帰還を行う場合は、光強度を制限するのは光電変換器の感度のみなので、小さな光強度でも動作させることができる。

非線形媒質として原子などを用いる系では動作可能な光波長範囲がその共鳴付近に限られてしまう。しかしながら、図 11 の系では電気光学結晶を用いているため、光波長はミラーと電気光学結晶の波長特性によってのみ制限されるので、広い光波長範囲にわたって動作させることが可能である。

この光双安定系の応答時間は、帰還回路や電気光学結晶の応答時間と光共振器の build up time によってきまるので、この系は高速化が可能である。また、小型化、集積化が可能という特長もある。

### 3.3. 共振器を用いない光双安定系

これまでは光共振器を用いた光双安定系について述べてきたが、光双安定系は光共振器を用いなくても構成することができる [58,59]。本研究においては、光共振器を用いない光双安定系は4章と6章の実験で用いる。この系の構成を図12に示す。この系は電気光学変調器（EO変調器）と帰還回路とからなる。図12中の点線で囲まれた部分がEO変調器である。このEO変調器は、電気光学結晶、 $\lambda/4$ 板、および、偏光子からなり、強度変調器として用いられる。この双安定系の入力光を直線偏光とする。電気光学結晶の光軸は入力光の偏光に対して角度  $45^\circ$  をなすようにし、偏光子は入力光の偏光と直交する偏光を通過させるようにする。3.2節で述べた系と同様に、この強度変調器を通過した光の一部を分岐して、その光強度をフォトダイオード（PD）などの光電変換器で電気信号に変換し、増幅してバイアス電圧を加えた後に電気光学結晶に帰還する。バイアス電圧によって式(22)の  $\beta_0$ が決まり、帰還ループ中の増幅器の利得によって  $\beta_2$ が決まる。

この系の出力光強度  $I_T$ は次の式で与えられる。

$$I_T = I_I T(V) = I_I T(GI_T + V_b + V_s). \quad (34)$$

ここで、 $I_I$ は入力光強度、 $T(V)$ は強度変調器の透過率、 $V$ は強度変調器に加えられた電圧、 $G$ は帰還回路の利得、 $V_b$ はバイアス電圧、 $V_s$ は電気光学結晶の残留ひずみのための複屈折性による有効電圧である。この強度変調器では  $T(V)$ は、

$$T(GI_T + V_b + V_s) = \frac{1}{2} \left[ 1 - M \cos \frac{\pi(GI_T + V_b + V_s)}{V_h} \right], \quad (35)$$

となる。 $M$ は変調度、 $V_h$ は半波長電圧である。式(35)と式(34)より、 $I_T$ と  $I_I$ の関係、

$$\frac{I_T}{I_I} = \frac{1}{2} \left[ 1 - M \cos \frac{\pi(GI_T + V_b + V_s)}{V_h} \right], \quad (36)$$

が得られる。

この系が双安定となりうることは、図13を用いて3.1節での議論と同様に示すことができる。図13中の曲線は式(36)、直線(a)-(c)はいくつかの  $I_I$ の値に対して  $I_T/I_I$ を  $I_T$ の関数として示したもので、これらの交点が系のとりうる状態を表す。この図は、 $V_h = 120$ ,  $V_b + V_s = 190$ ,  $M = 0.9$ ,  $G = 200$ の場合のものである。図中の  $\circ$ が安定点を表し、 $\times$ は不安定点を表す。 $I_I$ が直線(a)で表される値のときは、系は一つの安定な

状態を持つ。 $I_I$ を増加させ、直線(b)で表される値としたときは2つの安定点と1つの不安定点が存在し、この系が双安定となっていることがわかる。直線(c)で表される値を $I_I$ がとるとき、系は3重安定となる。この系では、さらに $I_I$ を増加させれば安定な状態の数は増加する。

この系は、3.2節で述べた hybrid 型光双安定系の特長を備えている上、さらに、コヒーレントでない光源に対しても用いることができる、安定に動作させることが容易などの特長がある。このような特長から、光双安定系における様々な現象の研究に有利で、これまでに光カオスの実験 [60] などにも利用されている。

## 4. 光共振器を用いないHybrid型光双安定系におけるSR

この章では、3.3節で述べた光双安定系を用いたSRの実験 [26,27] について述べる。

光双安定性は良く研究されており、SRに利用可能な様々な系が存在する。Ring dye レーザーの進行方向 [18]、過飽和吸収体を挿入したCO<sub>2</sub>レーザー [61,62]、DFB レーザーのモードホップ [63]、液晶空間変調器 [64]、CdS [65] や GaSe [66] 等の半導体、この半導体素子を用いたヘテロダイン [67]、KNbO<sub>3</sub>のフォト・リフラクティブ効果 [68] など、様々な双安定系を利用した研究が行われてきた。また、吸収型の光双安定系におけるSRの理論的研究 [44] も行われた。

これらの光双安定系は様々な方法で分類することができるが、光信号処理への応用を考えると、系の入力あるいは出力が電気信号であるか光信号であるかによって分類するのが良い。入出力とも光信号であれば、全光信号処理系に利用することができる。この場合、信号が光のままであればよいので、hybrid型光双安定系のように帰還ループに電気信号が介在してもかまわない。文献 [18,61–64] が電気入力、文献 [65–68] が光入出力の素子を用いたものである。これまでにSRが示された光入力・光出力の系は、熱光学効果やフォト・リフラクティブ効果を利用したもので、数msから数秒の時定数を持つ、動作の遅いものである。本研究で用いたhybrid型の光双安定系は入出力とも光であり、帰還ループの広帯域化を図ることによって高速化が可能なので信号処理への応用に適している。

共鳴信号の雑音の帯域に対する依存性についても実験的に研究を行い、広帯域な雑音ほど顕著な共鳴が得られるという結果を得た。また、簡単な双安定ポテンシャルを用いてシミュレーションを行ったところ、シミュレーション結果は実験結果を良く再現した。

## 4.1. 実験

### 4.1.1. 実験系

実験系を図14に示す。光源はArレーザーで励起された、連続発振のTi:Sapphireレーザーである。レーザー光の偏光は鉛直方向の直線偏光で、その波長は795 nmであった。このレーザー光の強度を、電気光学変調器 (electro-optic modulator; EO変調器) を用いて変調する (光双安定系の構成要素ではないことに注意)。このEO変調器はLiNbO<sub>3</sub>結晶 (1×4×30 mm<sup>3</sup>)、λ/4板、および、偏光子からなる。この偏光子は鉛直方向の偏光成分のみ通過させる。このEO変調器の駆動電圧は、function generatorで発生させた周波数1 kHzの正弦波、コンピューターで生成して任意波形発生器から出力した雑音、バイアス電圧を加えたものである。雑音の振幅分布はガウス型であり、EO変調器の非線形性による振幅分布のひずみは十分に小さい。EO変調器の出力光は光双安定系へと入力させる。また、光双安定系の入力をモニターするため、その一部を分岐してアバランシェ・フォトダイオード (APD, 図14ではPD1) で観測した。

ここで用いた光双安定系は、3.3節で述べた、EO変調器を主な構成要素として持つハイブリッド型のものである。EO変調器中の電気光学結晶としてはLiNbO<sub>3</sub>結晶 (1×4×30 mm<sup>3</sup>) を用いた。光電変換素子としてはAPD (図14ではPD2) を用いた。この光双安定系の帯域は電気的な帰還ループの帯域で決まるが、本実験で用いた系では0 – 40 kHzであった。3.3節で述べたように、入力光強度  $I_I$  を増加させると、第3の安定状態が現れる。3重安定あるいはそれ以上の安定な状態を持つ系におけるSRも興味あるテーマではある。しかし、ここでは対象を双安定系に絞り、第3の安定状態が及ぼす影響を除くため、光双安定系の帰還ループ中の増幅器にリミッターをかけて帰還電圧を制限し、安定な状態が2つのみ存在するようにした。また、この双安定系の出力をコンパレーターを通過させることによって、intrawell motionの影響を取り除き、interwell motionのみを観測できるようにした。

1回の測定においては、100 ms、すなわち、入力信号100周期分の入力波形および出力波形をデジタルオシロスコープに取り込んだ。これらの波形は、それぞれ、1点あたり8ビット、全1024点のデータとしてサンプリングした (すなわち、サンプリングレートが10.24 kSa/s)。サンプリングした波形に対して、デジタルオシロスコープ内で高速フーリエ変換 (FFT) を行い、入力および出力のパワースペクトルを得た。これらのパワースペクトルをコンピューターに転送して100回積算した。SN比は、2.4節

で述べた定義により求めた。

#### 4.1.2. 実験結果

図 15 に、実験で用いた光双安定系の入力と出力の関係を示す。これは入力光強度を 1 kHz の三角波で変調して測定したものである。双安定系内の EO 変調器の半波長電圧  $V_h$  は約 120 V であった。この図は、この EO 変調器の変調度  $M$  を約 0.9、バイアス電圧  $V_b$  と残留ひずみによる複屈折性による有効電圧  $V_s$  の和を約 190 V とし、帰還電圧  $GP_{out}$  の最大値が 300 V となるよう  $G$  を決めたときのものである。入力光強度を変化させたとき、出力光強度は図中の矢印の経路に沿って変化し、ヒステリシスループが得られる。ひとつの入力光強度に対し、安定な出力光強度がふたつ存在する領域があることがわかる。この領域の幅を  $2h$  とし、この  $2h$  を用いて信号と雑音の振幅を規格化する。この章の実験では、信号の peak-to-peak の振幅を  $h$  とした。つまり、規格化された信号振幅は 0.5 である。また、雑音については、その振幅分布を測定し、ガウス型曲線でフィッティングして標準偏差  $\sigma$  を求め、 $\sigma/h$  を規格化された雑音振幅とした。また、信号と雑音をともに加えたときの入力光強度の平均値が双安定領域の中央となるように、EO 変調器（双安定系の構成要素ではない方のもの）に加えるバイアス電圧を調整した。

図 16 に、光双安定系出力の時間変化を示す。これらは光双安定系出力後、コンパレータに通す前の波形である。正弦波信号の周波数は 1 kHz、雑音のカットオフ周波数  $f_c$  は 1 kHz のときのもので、上から順に雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のものである。いずれも、信号 10 周期分を示してある。雑音が小さいとき、系の interwell motion の頻度が小さいことがわかる。雑音振幅を最適化したときは、信号周波数に近い頻度で interwell motion が起こっている。しかしながら、ジッターが大きい。雑音をさらに大きくしたときは、信号とは無関係に雑音のみで interwell motion が起こってしまい、出力は 2 つの状態間をランダムに変化している。

図 17 は、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 1 kHz のときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示したものである。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のものである。入力スペクトルでは、雑音振幅を大きくするにつれて、雑音成分はあまり周波数に依らずにほぼ一様に増加し、SN 比は単調に減少する。出力スペクトルでは、雑音振幅が小さいとき、

interwell motion の小さな頻度に対応して、雑音成分は低周波成分が大きく、高周波成分は小さい。信号周波数 (1 kHz) 付近の雑音成分は小さく、この周波数のピークも小さい。雑音振幅を増加させて最適な値にすると、interwell motion の頻度が大きくなり、低周波の雑音成分が減少し、高周波の成分が増加する。信号周波数付近においても、雑音成分は適度に大きくなる。これは2.2節の図2において、適度に雑音が加わることに相当する。このとき、信号周波数におけるピークが大きくなる、すなわち、SN比が大きくなっていることがわかる。雑音振幅をさらに増加させると、雑音の高周波成分はさらに増加し、入力スペクトルの雑音成分と似た周波数依存性を持つようになり、また、各周波数成分とも大きな値を持つようになる。このときには、正弦波信号に依らず、ほとんど雑音のみで interwell motion が起こるようになり、SN比は減少する。

図18は、図17のスペクトルから得られる光双安定系入力および出力のSN比と、雑音振幅との関係を示したものである。縦軸はlinear scaleである。横軸の雑音振幅は双安定領域の幅で規格化したものである。雑音振幅の増加に伴って、入力SN比は単調に減少しているが、出力SN比はSRに特有の共鳴を示している。出力SN比は入力SN比より常に小さな値をとり、6章で述べるビット列入力の場合のような利得は得られない。

図19は、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 160 Hz のときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示したものである。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合のものである。入力スペクトルでは、 $f_c = 1$  kHz のときと同様に、雑音振幅を大きくするにつれて、雑音成分はあまり周波数に依らずにほぼ一様に増加し、SN比は単調に減少する。出力スペクトルでは、雑音振幅が小さいときは、やはり  $f_c = 1$  kHz のときと同様に、interwell motion の頻度が小さいので、雑音は低周波成分が大きく、高周波成分は小さい。信号周波数付近の雑音成分は小さく、この周波数におけるピークも小さい。雑音振幅をさらに増加させても、もともと入力雑音が高周波成分をあまり含まないため、依然として interwell motion の頻度は小さく、 $f_c = 1$  kHz の場合のような雑音成分の周波数依存性の変化はあまり見られない。信号周波数におけるピークはSR的な振る舞いを示すが、その変化は  $f_c = 1$  kHz の場合と比較して緩やかである。これは、雑音振幅が適当な大きさである場合でも、雑音の信号周波数付近の成分は小さく、正弦波信号と同期して interwell motion を引き起こすことがあまりできないからである。雑音振幅が過大であるときは、正弦波信号とほぼ無関係なタイミングでランダムに interwell motion が起こるが、その

頻度は小さいため、SN比の減少量は小さい。

図20は、出力SN比の雑音カットオフ周波数  $f_c$  に対する依存性を示したものである。極大値の大きい方から順に、 $f_c$  が 1 kHz、640 Hz、320 Hz、160 Hz のときの曲線である。いずれの場合も SR に特有の共鳴を示している。 $f_c$  が大きいほど、極大値が大きく、極大を与える雑音振幅の値が小さく、共鳴の幅が狭いことがわかる。

図21は、SN比の利得、すなわち、(出力SN比) - (入力SN比) を図20と同じ  $f_c$  について示したものである。この図の縦軸は対数目盛である。図に示したすべての雑音振幅について、 $f_c$  が大きいほどSN比の利得は大きい値をとる。しかし、 $f_c$  が大きくなるほど、 $f_c$  を増加させたときのSN比利得の上昇は飽和傾向にあり、 $f_c = 1$  kHz の場合でも正とはならない。

## 4.2. 計算機シミュレーション

### 4.2.1. 計算モデル

4.1節で述べた実験を模した計算機シミュレーションを行った。ここでは、実験で用いた光双安定系そのものを記述する式ではなく、より一般性のある簡単な双安定ポテンシャルを含む式 [4,21] を用いた。

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + A \cos t + \xi(t), \quad (37)$$

ここで、 $x$  は系の出力、 $ax - bx^3$  は双安定ポテンシャルからの寄与、 $A \cos t$  は正弦波信号、 $\xi(t)$  は、2.4節で述べた Ornstein-Uhlenbeck (OU) 雑音 [34] である。また、この式は、

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{d}{dx} \left[ \frac{b}{4}x^4 - \frac{a}{2}x^2 - x(A \cos t + \xi(t)) \right], \quad (38)$$

と書き換えると、2.2節の図2で示した双安定ポテンシャルの変化を直接的に表すことができる。

信号振幅および雑音振幅の規格化は、実験のときと同様に双安定領域の幅  $2h$  を用いて行った。この計算において  $h$  は、図 22(b) のように、歪んだ双安定ポテンシャル  $-(a/2)x^2 + (b/4)x^4 + hx$  の極大と、二つの極小のうちの一つが一致するような値で、

$$h = \sqrt{\frac{4a^3}{27b}}. \quad (39)$$

となる。

次に計算の手順について述べる。まず、正弦波信号に OU 雑音を加えて双安定系の入力波形を作る。この正弦波信号の周波数を 1 kHz と見なす。この入力波形を双安定系に通して出力波形を得た。1 周期あたり 10 ステップの計算を行い、100 ms、すなわち、100 周期分の波形を計算した。

### 4.2.2. 計算結果

図 23 に、シミュレーションで得られた双安定系入出力のパワースペクトルを示した。雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 1 kHz のときのものである。この節の計算では  $a = 18.0$ 、 $b = 30.0$  とした。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のものである。計算で得られた入出力スペクト

ルは、いずれも実験で得られたスペクトルの形、および、雑音振幅を増加させたときのスペクトルの変化を良く再現している。雑音が小さいときの出力スペクトルの雑音成分は実験結果の方が大きくなっているが、これは、測定器などエレクトロニクスの雑音によるものと思われる。

図 24 に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 160 Hz のときのパワースペクトルのシミュレーション結果を示す。この場合も同様に実験結果を良く再現していることがわかる。

図 25 は、出力 SN 比の雑音カットオフ周波数  $f_c$  に対する依存性を示したもので、縦軸は linear scale である。極大値の大きい方から順に、 $f_c$  が 1 kHz, 640 Hz, 320 Hz, 160 Hz, 80 Hz, 32 Hz, 16 Hz のときの曲線である。いずれの場合も SR に特有の共鳴を示している。シミュレーションの結果は実験結果を良く再現しており、 $f_c$  が大きいほど、極大値が大きく、極大を与える雑音振幅の値が小さく、共鳴の幅が狭いことがわかる。

図 26 は、SN 比の利得、すなわち、(出力 SN 比) - (入力 SN 比) を図 25 と同じ  $f_c$  について示したものである。この図の縦軸は対数目盛である。このシミュレーション結果も実験結果を良く再現しており、図に示したすべての雑音振幅について、 $f_c$  が大きいほど SN 比の利得は大きい値をとるが、 $f_c = 1$  kHz の場合でも正とはならない。

### 4.3. 考察

計算結果は実験結果を良く再現し、いずれも双安定系の出力 SN 比は SR に特有の共鳴的な振る舞いを示した。カットオフ周波数  $f_c$  の大きい雑音を加えた場合は、雑音振幅を変化させたときに、出力スペクトル中の雑音成分の変化が大きく、また、より顕著な共鳴が得られた。SN 比の利得は  $f_c$  が大きいほど大きく、また、雑音振幅を大きくしていくに従って負の値から 0 に近づく。これは、双安定ポテンシャル中のポテンシャル障壁の影響が小さくなり、双安定系出力と双安定系入力の違いが無視できるようになっていくためである。

この章で行った実験及び計算では、SN 比の利得は常に負であった。すなわち、双安定系の入力側で測定を行う方が、出力側で測定を行うよりも有利であった。このような場合の SR は、入力側において測定が不可能な場合にのみ有効である。つまり、出力側においてのみ測定が可能なときは、雑音がなければ信号を測定することができないが、適当な振幅の雑音を加えることによって測定が可能となる。

この章の実験及びシミュレーションでは、入力信号は正弦波であり、これは情報を持たない。有限の情報を持つ信号を双安定系に入力した場合の系の振る舞いについては 6 章で述べる。この場合には、双安定系出力から、入力からよりも多くの情報を得ることが可能であることを示す。

本章の実験で用いた光双安定系でより高速な信号を扱うには、帰還ループの広帯域化を行えばよい。また、この光双安定系は 3.3 節で述べたような多くの特長をもち、光信号処理に用いる SR 素子としての有力な候補である。

## 5. 光共振器を用いた Hybrid 型光双安定系における SR

この章では、3.2節で述べた Fabry-Perot 型光共振器を用いた hybrid 型光双安定系における SR について述べる。この系は4章で述べた系と同様に、SRの基本的な性質を研究するのに有利であると同時に、光信号処理への応用にも適しているものである。

この系についても出力 SN 比は SR に特有の共鳴を示した。また、この共鳴信号は雑音の帯域に対し4章の系と同様の依存性を示した。

## 5.1. 実験

### 5.1.1. 実験系

実験系を図 27 に示す。光双安定系を除き 4 章の実験で用いた系とほぼ同じものである。本章の実験においては、Ti:Sapphire レーザー光の波長は 780 nm とした。このレーザー光を強度変調し、マッチングレンズによってビームストラクチャーを整えた後に光双安定系に入力した。

この章の実験で用いた光双安定系は、3.2 で述べた Fabry-Perot 型光共振器を用いた hybrid 型の系である。光共振器の入力側は平面ミラー、出力側は曲率半径 300 mm の凹面ミラーとし、これらの間隔を 250 mm とした。2 枚のミラーの反射率  $R$  は等しく、波長 780 nm においては 0.76 である。共振器中の電気光学結晶には KD\*P を使用した。また、光共振器中にアパーチャーを入れ、光共振器のフィネス  $F$  を小さくした。これは、フィネスの小さい光共振器を用いた方が、系に外から擾乱が加わったときや光源の波長が変動したときの出力光強度  $I_T$  の変動が小さくなるためである。アパーチャーと KD\*P を挿入した光共振器の free spectral range (FSR) は 460 MHz、共鳴の半値全幅 (FWHM) は 100 MHz、フィネスは 4.6 であった。

この光双安定系は、3.2 章で述べたように、広い光波長範囲で使用可能であるが、使用の際にはその広い波長範囲の中から光共振器の一つの共鳴を選び、その付近で双安定動作を行う。したがって、系に入力するレーザー光の波長の変動が問題となる。この実験に使用している Ti:Sapphire レーザー光のスペクトル幅は数 MHz であり、光双安定系の共鳴の幅 100 MHz よりも十分に狭いので問題ない。しかし、このレーザー光の波長は、数分から数十分の間に数 100 MHz 変動してしまう。このため、このレーザーに対して Appendix A で述べる波長安定化を行い、波長の長時間的な変動を  $\sim$  MHz に抑えた。

この実験においては、デジタルオシロスコープのサンプリングレートを 50 kSa/s とし、信号 100 周期分の波形を 8 bits/点  $\times$  5000 点のデータとして取り込んだ。SN 比は 2.4 節で述べた定義により求めた。

### 5.1.2. 実験結果

この光双安定系の入出力光強度の関係を図 28 に示す。これは、入力を 1 kHz の三角波として測定したものである。入力光強度を変化させたとき、出力光強度は図の矢印の方向に変化する。ヒステリシスループが得られ、双安定となる領域が存在することがわかる。4章の実験と同様に、双安定な領域の幅を  $2h$  とし、これを用いて信号と雑音の振幅を規格化した。この実験においても、規格化された信号の振幅を 0.5、すなわち、信号の peak-to-peak の振幅を  $h$  とし、信号と雑音の和で変調したときの入力光強度の平均値が双安定領域の中央になるようにした。上に述べたフィネスの値 ( $F = 4.6$ ) から式 (21) によって求めた実効的な  $R$  の値である 0.5 を用い、 $\beta_0 = -1$ ,  $\beta_2 = 10$  とすると、式 (23) は図 28 の曲線をよく再現する (図 10 の曲線はこれらの値を用いて求めた)。

図 29 に、光双安定系出力の時間変化を示す。これらは光双安定系出力後、コンパレータに通す前の波形である。正弦波信号の周波数は 1 kHz である。左の列は雑音のカットオフ周波数  $f_c$  が 10 kHz のときの波形、右の列は  $f_c$  が 250 Hz のときの波形で、上から順に雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合のものである。信号 30 周期分を示してある。雑音が小さいとき、いずれの  $f_c$  の場合も系の interwell motion の頻度が小さく、図に示した範囲では 1 回しか起こっていない。1 つの井戸内で入力正弦波信号にほぼ等しい周波数で振動しているが、この影響はコンパレータにより除かれるので、スペクトルおよび SN 比には寄与しない。適当な振幅の雑音を加えたときは、 $f_c = 10$  kHz の場合は信号周波数に近い頻度で interwell motion が起こっている。しかしながら、 $f_c = 250$  Hz の場合は interwell motion の頻度が小さい。雑音をさらに大きくすると、 $f_c = 10$  kHz の場合は、大きな頻度で 2 つの状態間をランダムに変化する。 $f_c = 250$  Hz の場合は、波形の概観は雑音振幅が適当な場合とあまり変わらない。

図 30 は、 $f_c = 10$  kHz のときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示したものである。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のものである。入力スペクトルにおいては、雑音成分は図に示した周波数範囲ではほぼ一定で、雑音振幅を大きくするにつれて一様に増加し、SN 比は単調に減少している。出力スペクトルでは、雑音振幅が小さいときは interwell motion の頻度が小さいため、雑音成分は入力スペクトルとは異なって、低周波成分が大きく高周波成分は小さい。この図では信号周波数におけるピークは見えない。雑音振幅を増加させて最適な値にすると、大きな信号周波数のピークが見られる

ようになる。また、interwell motion の頻度が大きくなるため、低周波の雑音成分が減少し、高周波の成分が増加する。雑音振幅が大きいとき、出力スペクトルの雑音成分は、入力スペクトルの雑音成分のような比較的平坦な周波数特性に近づく。雑音成分は各周波数において大きな値をとるようになり、信号周波数のピークは小さくなる。

図31は、図30のスペクトルから得られる光双安定系入力および出力のSN比と、雑音振幅との関係を示したものである。縦軸はlog scaleである。横軸の雑音振幅は双安定領域の幅で規格化したものである。雑音振幅の増加に伴って、入力SN比は単調に減少しているが、出力SN比はSRに特有の共鳴を示している。出力SN比は入力SN比より常に小さな値をとり、4章の場合と同様に、この場合もSN比の利得は得られないことがわかる。

図32は、雑音カットオフ周波数 $f_c$ が250 Hzのときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示したものである。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合のものである。入力スペクトルでは、雑音成分に $f_c$ が小さいことが表れているが、雑音振幅を大きくするにつれて雑音成分はほぼ一様に増加し、SN比は単調に減少する。出力スペクトルでは、雑音振幅が小さいときは、 $f_c = 10$  kHzのときと同様に、interwell motionの頻度が小さいので、雑音は低周波成分が大きく、高周波成分は小さい。信号周波数におけるピークも小さい。雑音振幅を適当な値とすると、雑音成分のうちの低周波成分は小さくなり、高周波成分は大きくなる。しかしながら信号周波数におけるピークあまり大きくはならない。雑音をさらに大きくすると、 $f_c$ が小さいために雑音成分の周波数特性はあまり変化しないが、信号周波数のピークは小さくなっている。これは、図29の右列において、雑音振幅が適当な場合と大きい場合とで、interwell motionの頻度がほぼ等しくて波形の概観が一見似ていたが、雑音振幅が適当な場合はinterwell motionが入力正弦波信号の変化に近いタイミングで起こっているのに対し、雑音振幅が大きすぎる場合にはinterwell motionが入力の正弦波とは無関係にランダムに起こっているということを表している。

出力SN比の $f_c$ に対する依存性を図33示す。極大値の大きい方から順に、 $f_c$ が10 kHz、4 kHz、1 kHz、250 Hzのときの曲線である。いずれの場合もSRに特有の共鳴を示し、 $f_c$ が大きいほど極大値が大きくなっていることがわかる。

## 5.2. 考察

Fabry-Perot 型光共振器を用いた光双安定系においても、系の出力 SN 比は SR に特有の共鳴的な振る舞いを示すことがわかった。4章の場合と同様に、カットオフ周波数  $f_c$  の大きい雑音を加えた場合に、より顕著な共鳴が得られた。4章で述べた計算機シミュレーションは、一般性の大きい簡単なポテンシャルを用いて行ってものであるため適用範囲は広く、本章の実験結果の傾向も良く表していることが分かる。しかしながら、 $f_c$  を信号周波数の 10 倍としても SN 比の利得は得られなかった。このように、正弦波入力の場合には  $f_c$  を大きくしても SN 比の利得は得られない。

図 33 において、極大を与える雑音振幅の値は  $f_c = 250 \text{ Hz}$ ,  $1 \text{ kHz}$ ,  $4 \text{ kHz}$  のときはほぼ等しいが、 $f_c = 10 \text{ kHz}$  のときには大きな値となっている。このことは一見奇妙ではあるが、これは雑音の大きさの尺度として雑音振幅  $\sigma$  を用いていることによる。 $f_c$  の小さい雑音は単位時間当たりの変動が小さいので、等しい  $\sigma$  を与えるためには強度  $D$  を大きくする必要がある。反対に、 $f_c$  の大きい雑音は単位時間当たりの変動が大きいので、強度  $D$  が小さくても等しい  $\sigma$  を与えることができる。式 (14) を用いて図 33 の横軸を雑音強度  $D$  としたものが図 34 である。この図では  $f_c$  が大きいほど、極大を与える  $D$  が小さくなっていることがわかる。ちなみに、後に述べる 6 章の図 44 では、横軸を  $D$  としているため  $f_c$  が大きいほど、極大を与える  $D$  が小さくなっている。しかしながら、式 (14) を用いてこの図の横軸を雑音振幅に変換すると、 $f_c$  が信号速度にほぼ等しいときに極大を与える雑音振幅は最小となり、 $f_c$  の値が信号速度より大きい場合でも小さい場合でも極大を与える雑音振幅は大きくなる。

また、図 34 において、 $f_c = 1 \text{ kHz}$ 、すなわち、雑音カットオフ周波数が信号周波数に等しいときをほぼ境として、 $f_c$  の値がそれよりも大きければ顕著な共鳴を示し、小さければあまり顕著な共鳴を示していないことが分かる。

## 6. SR による情報伝達の増大

これまでのほとんどのSRの研究は、正弦波を入力信号として行われていた。正弦波は情報を持たないため、これらの研究の結果は、生物学的な系や人工的な系における信号処理の研究に直接的には応用することはできない。さらに、2章に於いて述べた従来のSN比の定義は、正弦波のように鋭いスペクトルを持つ入力に対してのみ有効である。有限の情報をもつ非周期的な信号は、有限のスペクトル幅を持つので、従来のSN比の定義を適用することはできない。

最近、非周期的な信号が入力している場合のSRの研究が盛んになってきている。これらの研究に於いては、従来のSN比に変わる情報伝達の尺度が提案されている [33,69–75]。しきい値型モデルを用いたニューロンの研究において、2進ビット列を入力した場合の研究が行われたが [33,69]、これらの研究においては mutual information (MI) [30–33] が情報伝達の尺度として使われている。シュミット・トリガー回路における研究 [70] においては dynamical entropy が尺度として使用された。双安定系に2進ビット列と白色雑音を入力した場合の電子回路シミュレーションが行われ [71]、伝達されたビットの割合が尺度として用いられた。

本研究では、双安定系を構成要素として持つ伝送路の性質について情報理論的見地から研究した。High と low の二つの状態をとりうる2進ビット列と、有限のカットオフ周波数を持つ雑音が入力している場合の系の振る舞いについて、計算機シミュレーション [28] および光双安定系を用いた実験 [29] を行った。情報伝達の尺度としてはMIを採用した。実験、シミュレーションいずれの結果においても、双安定系の出力MIはSRに特有の共鳴を示した。また、双安定系が挿入された伝送路は、双安定系を持たない伝送路と比較してより多くの情報を伝達することが可能であることを示した。

本研究のシミュレーションで用いた双安定モデルは双安定性の本質的な部分のみを表す簡単なものなので、このシミュレーションで得られた結果は双安定系を含む伝送路に広く適用することができる。さらに、このシミュレーションのような計算機を用いた数値的な処理自体も信号処理に対して有効である。

MIは2進ビット列による情報伝達の尺度として有効なものであり、上に述べたように、しきい値モデルを用いたニューロンにおける情報伝達の研究において活用されてきたものである。本研究においては、MIを双安定系における情報伝達の尺度として

利用し、この系においても有効な尺度であることを示した。

従来の多くの研究のように、入力信号が正弦波で、2章で述べたSN比が適用されるような系においては、出力SN比は入力SN比より常に小さな値をとる [76,77]。このような系は入力信号を測定する手段がない場合にのみ有効である。一方、2進ビット列を双安定系に入力した場合のSRに対してはこのことは当てはまらない。双安定系の出力波形からは入力波形からよりも多くの情報を得ることが可能である。すなわち、双安定系を通過することによって情報が利得を持つ。これは、双安定系のポテンシャル障壁によって2進のビットの各々の状態がより明確に分かれるためである。この情報の利得は、本研究においてはMIを情報伝達の尺度として用いることにより明らかにされる。また、この双安定系におけるSRの信号処理に対する有用性を、画像データを伝送させることによって示した。

この系に対する雑音の帯域の影響についても、実験および計算機シミュレーションによる研究を行った。正弦波入力の系についてのこれまでの研究 [22,23,34,35,16] においては、広帯域の雑音ほどSRに有利であるとの結果が得られている。本章では、2進ビット列を入力した双安定系におけるSRについても同様に広帯域の雑音が有利であることを示す。双安定系出力MIやMIの利得の極大値は、広帯域な雑音を用いた場合ほど大きい。とくに、雑音のカットオフ周波数が信号速度と比較して小さくなると情報の利得はほとんどなくなり、SRの信号処理に対する有用性は無くなってしまう。

## 6.1. 情報伝達の尺度

従来のSRの研究に於いては、2章で述べ、本研究に於いても4章と5章で採用したSN比が用いられてきた。しかしながら、このSN比の定義は単一周波数のみを持つ信号に対して有効なものであり、有限のスペクトル幅を持つ信号に対してそのままでは適用できない。

したがって、有限のスペクトル幅を持つ信号、とくに、ビット列に対して適用できる尺度を考える必要がある。すぐに思い浮かぶのは文献 [71] において用いられている、正しく伝達されたビットの割合であろう。しかしながら、これは以下の理由でよい尺度とは言えない [31]。いま、系に入力する信号の速度が1 kb/s であるとし、系の出力ビット列を入力ビット列と比較したところ 50 % のビットが一致していたとする。ではこのとき、速度 500 b/s で情報が伝達されていると考えて良いであろうか。これはもちろん誤りである。入出力を比較して 50 % のビットが一致するのは、両者に全く相関がないとき、つまり、伝送中に雑音等によってビット列が全くランダムに変更されてしまった場合であるからである。以上のように、入出力で一致したビットの割合の数値は、伝達された情報量を考えるときに直接的な意味を持つものではない。

本研究では、情報伝達を直接的に表す尺度として mutual information (MI) [30–33] を採用した。これは、high と low の2値をとるビット列に対する情報伝達の尺度であり、上に述べたように、しきい値モデルを用いたニューロンの研究 [33,69] に於いて成功を収めたものである。

いま、ある伝送路に入力するビット列  $x$  が high となる確率が  $p_x$ 、low となる確率が  $p_x = 1 - p_x$  であるとする。同様に、出力のビット列  $y$  が high となる確率は  $p_y$ 、low となる確率は  $p_y = 1 - p_y$  であるとする。また、条件付き確率  $p_{yx}$  は、入力ビットが high であるときに、出力ビットが high である確率である。他の条件付き確率、 $p_{yx}$ 、 $p_{yx}$ 、 $p_{yx}$  も同様に定義する。伝送路の入出力ビット列  $x$ 、 $y$  に対して、mutual information,  $I(x, y)$  は以下のように定義される [33]。

$$I(x, y) = H(y) - H(y|x), \quad (40)$$

$$H(y) = -p_y \log_2 p_y - p_{\bar{y}} \log_2 p_{\bar{y}}, \quad (41)$$

$$H(y|x) = p_x(-p_{yx} \log_2 p_{yx} - p_{\bar{y}x} \log_2 p_{\bar{y}x}) + p_{\bar{x}}(-p_{y\bar{x}} \log_2 p_{y\bar{x}} - p_{\bar{y}\bar{x}} \log_2 p_{\bar{y}\bar{x}}). \quad (42)$$

ここで、 $H(y)$  は出力ビット列  $y$  の情報エントロピー、 $H(y|x)$  は、 $x$  が与えられたとき

の  $y$  の条件付き情報エントロピーである。

$p_x = p_x = p_y = p_y = 1/2$  であるときの (本研究のシミュレーションおよび実験で用いるビット列ではこの条件がほぼ満たされている) MI のとる値の例を示す。このとき、式 (41) より、 $H(y) = 1$  となる。まず、出力ビット列  $y$  が、入力ビット列  $x$  と等しい、すなわち、すべての情報が伝達された場合について考える。このとき、条件付き確率  $p_{yx}$  と  $p_{yx}$  はどちらも 1 に等しく、 $p_{yx}$  と  $p_{yx}$  は 0 である。これらを式 (42) に代入すると、 $H(y|x) = 0$  となるから、式 (40) より、 $I(x, y) = 1$  となる。一方、出力ビット列  $y$  と入力ビット列  $x$  の間に相関がないとき、すなわち、全く情報が伝達されていない場合を考える。このとき条件付き確率はすべて  $1/2$  となる。したがって、 $H(y|x) = 1$  であり、 $I(x, y) = 0$  となる。MI が 0 と 1 の間の数値をとるとき、情報は部分的に伝わっており、MI の値が大きいほど伝送された情報量は大きい。

また、同じく  $p_x = p_x = p_y = p_y = 1/2$  である場合の、MI と、正しく伝達されたビットの割合  $q$  との関係は次のようになる。このとき、 $p_{yx} = p_{yx} = q$ 、 $p_{yx} = p_{yx} = 1 - q$  であるから、

$$H(y) = 1, \quad (43)$$

$$H(y|x) = -q \log_2 q - (1 - q) \log_2 (1 - q) = -\log_2 [q^q (1 - q)^{1 - q}], \quad (44)$$

$$I(x, y) = 1 + q \log_2 q + (1 - q) \log_2 (1 - q) = \log_2 [2q^q (1 - q)^{1 - q}], \quad (45)$$

となる。この式から、 $q = 0.5$  のとき  $I(x, y) = 0$ 、 $q = 1$  のとき  $I(x, y) = 1$  となることがわかる。

ビット列入力の場合には MI の他に次のような尺度の適用が考えられる。ひとつは、入力ビット列と出力ビット列の相互相関である。これは、伝達された情報量を直接表すものではなく、入出力ビット列の相関を表すものである。ビットの high、low をそれぞれ +1、-1 で表すと、相互相関関数  $C$  は

$$C = \frac{1}{N} \sum_i s_{i_i} s_{o_i}, \quad (46)$$

で与えられる。ここで、 $N$  はビット数、 $s_{i_i}$  は入力ビット列のうち  $i$  番目のビット、 $s_{o_i}$  は出力ビット列のうち  $i$  番目のビットである。 $s_{i_i} s_{o_i}$  は、 $s_{i_i}$  と  $s_{o_i}$  が等しければ +1、異なれば -1 となる。すべてのビットが等しければ  $C$  は 1 となり、無相関であれば  $C$  は 0 と

なることがわかる。また、 $s_{o_i}$  が  $s_{i_i}$  と反対の状態をとる傾向を持つなら  $C$  は負となる。相互相関関数は本研究のようなデジタル信号に適用できるのみでなく、アナログ信号に対する情報伝達の尺度としても容易に拡張可能である。

もう一つの尺度は、従来のSN比の定義を、有限のスペクトル幅を持つ信号に適用できるように拡張するものである。信号を入力した場合と入力しない場合の測定（あるいは計算）を行い、これらのスペクトル密度を各周波数毎に比較する。この拡張されたSN比を採用すれば、情報伝達を直接的に表すことはできないが、系のSR的な応答の周波数特性に関する情報が得られる。

## 6.2. 計算機シミュレーション

### 6.2.1. 計算モデル

計算機シミュレーションでは、4.2節と同様に、次の式の時間発展を計算した。

$$\frac{dz_{out}(t)}{dt} = az_{out}(t) - b\{z_{out}(t)\}^3 + z_{in}, \quad (47)$$

$$z_{in} = Ahs(t) + \xi(t), \quad (48)$$

$$h = \sqrt{\frac{4a^3}{27b}}. \quad (49)$$

ここで、 $z_{in}$ ,  $z_{out}$  はそれぞれ双安定系の入力および出力波形、 $A$  は規格化された信号振幅で  $h$  は規格化のための因子、 $s(t)$  は元のビット列、 $\xi(t)$  は雑音である。また、 $az_{out} - bz_{out}^3$  は双安定ポテンシャルの寄与である。

元となるビット列  $s(t)$  としては、疑似ランダム系列 (pseudo-random bit series) [78] のうち、15 段の最大長系列 (M 系列) (PRBS  $2^{15} - 1$ ) と呼ばれるものを用いた。このスペクトルは図 35 のように幅の広いものであり、従来の SN 比の定義が適用できないことがわかる。PRBS  $2^{15} - 1$  を発生させるときには、high ビットを”1”、low ビットを”0”とするが、式 (47), (48) の計算に際しては、ポテンシャルの二つの井戸について対称になるように、high ビットを”1”、low ビットを”-1”とした。

式 (49) の  $h$  は、4.2 節と同様に、 $A = 1$  のときに、歪んだ双安定ポテンシャル  $-(a/2)z_{out}^2 + (b/4)z_{out}^4 + hz_{out}$  の極大と、二つの極小のうちのひとつが一致するように決めた。このように  $h$  を決めると、 $A > 1$  のときに雑音なしで interwell motion が起こり、 $A \leq 1$  のときには雑音なしでは interwell motion は起こらない。

雑音  $\xi(t)$  は、2.4 で述べた Ornstein-Uhlenbeck (OU) 雑音 [34] である。

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}\xi(t) + \frac{\sqrt{D}h}{\tau}\xi_w(t). \quad (50)$$

ここで、 $\tau$  は雑音の相関時間、 $D$  は雑音強度、 $\xi_w(t)$  は白色雑音である。雑音カットオフ周波数  $f_c$  は、

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau}, \quad (51)$$

である。以下、 $f_c$  は、信号速度  $R$  を単位として計ることとする。OU 雑音  $\xi(t)$  はガウス型の強度分布を持ち、その平均値は 0 である。式 (50) 中の白色雑音の標準偏差は 1 で

ある。なお、雑音の大きさの尺度として、4章の実験と計算、5章の実験、および、本章6.3節の実験においては、双安定領域の幅で規格化した雑音振幅を用いたが、本節においては雑音強度  $D$  を用いる。

次に、計算の手順について述べる。この手順を図36に示す。計算は約32 kビットのPRBS  $2^{15} - 1$  に対して行った。まず、外からの擾乱として雑音を加わることをシミュレートするため、元のビット列  $s(t)$  に雑音  $\xi(t)$  を加える (式(48))。この雑音が加わった波形が双安定系の入力波形  $z_{in}(t)$  である。この入力波形の各ビットについて high あるいは low のいずれであるかを識別し、入力ビット列  $s_{in}(t)$  を得る。この  $s_{in}(t)$  と、元のビット列  $s(t)$  を比較することにより、入力MI,  $I_{in} = I(s(t), s_{in}(t))$  が得られる。また、入力波形  $z_{in}(t)$  を用いて、式(47)の時間発展を計算すると、双安定系の出力波形  $z_{out}(t)$  が得られる。出力波形の各ビットを識別すれば、出力ビット列  $s_{out}(t)$  が得られる。 $s_{out}(t)$  と  $s(t)$  を比較すると、出力MI,  $I_{out} = I(s(t), s_{out}(t))$  が得られる。

以上の計算は1ビットに相当する時間を100ステップに分けて行った。出力波形  $z_{out}(t)$  から出力ビット列  $s_{out}(t)$  を得る際には、各ビットの最終ステップにおいて識別操作を行った。これは、図37に示すように、時間の経過に従ってMIが増加するためである。このMIの増加は、雑音により interwell motion が起こり、系がポテンシャルの二つの井戸のうち、より安定な井戸に入る確率が増加することによる。入力についてはこのような性質はないので、どのステップで識別操作を行っても結果は同じである。ここでは50番目のステップにおいて識別操作を行った。

この計算機シミュレーションには (後に述べる光双安定系を用いた実験についても同様であるが)、双安定ポテンシャルと識別操作の二つの非線形性が含まれている。

### 6.2.2. 計算結果

図38に、出力MI,  $I_{out}$  と雑音強度  $D$  の関係の、信号振幅  $A$  に対する依存性を示す。式(47)の  $a$  と  $b$  はそれぞれ18および30とした。また、雑音カットオフ周波数  $f_c$  とビット列  $s(t)$  のビットレート  $R$  との比、  $f_c/R$  を10とした。 $A = 0.2$  から  $2.0$  まで  $0.2$  刻みに示してある。すべての  $D$  に対して、 $A$  が大きいほど  $I_{out}$  が大きい値をとることがわかる。 $D = 0$  のとき、 $A \leq 1$  の場合は  $I_{out} = 0$  であり、 $A > 1$  の場合は  $I_{out} = 1$  である。この  $I_{out}$  の値の振る舞いは6.2.1節に述べた  $A$  の定義から期待されるとおりである。

$A \leq 1$  のとき、 $D$  の増加にともなって、 $I_{out}$  はSRに特有な共鳴的な増大を示してい

る。 $D$ の値が小さいとき、入力波形  $z_{in}(t)$  は双安定系に小さな変化しか与えることができないので、ほとんど intrawell motion しか起こらない。このとき、出力ビット列  $s_{out}(t)$  においては high ビットあるいは low ビットが長時間連続することとなる。とくに、 $D = 0$  のとき、 $s_{out}(t)$  は、high ビットあるいは low ビットのみからなる。 $D$ の値が最適であるとき、 $s_{out}(t)$  は、元のビット列  $s(t)$  を比較的良く再現し、出力  $MI_{out}$  は最大値をとる。さらに  $D$ の値を大きくすれば、 $I_{out}$  は減少する。

$A > 1$  のときは共鳴的な増大はほとんど起こらない。 $D = 0$  のとき、 $I_{out}$  は1であり、雑音なしですべての情報が双安定系を伝達されることがわかる。 $D$ の値が小さいうちは、 $I_{out}$  は1に近い値をとる。これは小さな雑音は intrawell motion しか起こすことができず、出力波形はあまり乱されないからである。さらに  $D$ の値を増加させれば、 $A \leq 1$  のときと同様に、 $I_{out}$  の値は小さくなっていく。なお、 $A = 1.2$  の場合、つまり、 $A$  が1よりわずかに大きい場合には、 $D$ の増加に対して、 $I_{out}$  はいったん減少した後、わずかながら増加を示し、その後減少するというSR的な振る舞いを示す。しかしながらこの  $I_{out}$  の増加は非常に小さく、 $A > 1$  のときは共鳴的な増大は起こらないとって差し支えないであろう。

$A = 2.0$  のときの入出力の  $MI$ 、 $I_{in}$ 、 $I_{out}$  と雑音強度  $D$  の関係を図39に示す。雑音カットオフ周波数とビットレートの比、 $f_c/R$  は10とした。 $I_{in}$  と  $I_{out}$  は、いずれも  $D$  の増加に従って単調に減少している。 $D$ の値が小さいとき、 $I_{in}$  は急速に減少するが、 $I_{out}$  は1に近い値をとり、あまり減少しない。この図に示した  $D$  の範囲では、 $I_{out}$  は常に  $I_{in}$  よりも大きい値をとる。このことは、 $A > 1$  のときには、双安定系によって信号劣化が緩和されることを示している。

これ以降の計算では、信号振幅  $A$  の値はすべて0.8とする。

図40は、 $f_c/R = 10$  のときの入出力波形  $z_{in}(t)$ 、 $z_{out}(t)$  を元のビット列  $s(t)$  とともに示したものである。左の列が入力波形、右の列が出力波形の図であり、上から  $D = 1.6$  (雑音強度が小さい場合)、 $D = 10$  (雑音強度が最適な場合)、 $D = 60$  (雑音強度が大きい場合) のものである。各図中の上部に示したビット列が  $s(t)$  である。50ビット分の時間について示してある。図中の水平な直線が識別レベルを示す。入力波形の3つの図の縦軸のスケールは等しい。出力波形の図も同様である。入力波形は、 $D = 1.6$  のときは、波形は雑音で乱されているものの、元のビット列が見て取れる。しかし  $D = 10$  や  $D = 60$  ではほとんど見えない。出力波形については、 $D = 1.6$  のときは、interwell

motion の頻度が小さくて元のビット列を再現せず、high あるいは low ビットが長時間連続して続く。 $D = 10$ 、すなわち雑音強度が最適なときには出力波形は元のビット列をほぼ忠実に再現している。 $D = 60$  のときは、元のビット列とは無関係に雑音のみで interwell motion が起こるようになり、出力ビット列には high と low がランダムに現れる。

$D = 1.6$  のとき、intrawell motion に注目すると、元のビット列が比較的良く再現されていることがわかる。このことから、雑音強度が小さいときには識別レベルを変更し、一方の井戸内での出力波形の変化を識別できるようにすれば良いのではないかという考えも出てくるであろう [71]。しかし、これを行うには high の井戸、low の井戸の双方に識別レベルを設定する必要がある。また、雑音強度が小さくない場合の識別操作との一貫性もなくなるし、どの雑音強度で識別レベルを変更するかという問題も出てくる。本研究のように  $D$  の値に依らず、high と low の中央にひとつの識別レベルを設定するのが理にかなっている。

図 41 に、 $f_c/R = 10$  のときの入出力 MI、 $I_{in}$ 、 $I_{out}$  と雑音強度  $D$  の関係を示す。 $D$  の値を増加させると、 $I_{in}$  は単調に減少する。とくに、 $D \sim 10$  までは、 $I_{in}$  は急激に減少している。これは、図 40 において、 $D = 10$  で既に元のビット列が見えなくなってしまうことと符合する。 $I_{out}$  は、SR に特有の曲線を示し、 $D = 10$  で極大値 0.70 をとる。この値は約 95% のビットが正しく伝達されていることに相当する。 $D < 10$  と  $D > 10$  とでは、MI の値が等しい場合でも、図 40 の説明でも述べたとおり、得られる出力ビット列の性質は大きく異なっている。 $D < 10$  では high あるいは low ビットが続く。 $D > 10$  では high と low がランダムに現れる。 $D > 2.2$  のとき、 $I_{out}$  は  $I_{in}$  よりも大きい値をとる。この領域では、雑音に埋もれたビット列を双安定系を通過させることによって、より多くの情報を得ることができる。

図 42 に、 $f_c/R = 0.1$  のときの入出力波形  $z_{in}(t)$ 、 $z_{out}(t)$  を元のビット列  $s(t)$  とともに示す。左の列が入力波形、右の列が出力波形の図であり、上から  $D = 1.6$  (雑音強度が小さい場合)、 $D = 288$  (雑音強度が比較的適当な場合)、 $D = 1600$  (雑音強度が大きい場合) のものである。中段および下段の図の  $D$  の値は図 40 よりもはるかに大きいことに注意。各図中の上部に示したビット列が  $s(t)$  である。50 ビット分の時間について示してある。図中の水平な直線が識別レベルを示す。入力波形の 3 つの図の縦軸のスケールは等しい。出力波形の図も同様である。入力波形は、 $D = 1.6$  のときには、

元のビット列をほぼ忠実に再現している。 $D$ の値を288, 1600と増加させるにつれ、元のビット列は見えなくなっていく。これらの図においては、小さな $f_c/R$ 、すなわち、長い雑音相関時間に対応し、波形は長い時間スケールで変動している。出力波形は、 $D = 1.6$ のときには、識別レベルをほとんど横切らない（図に示した範囲では一度も横切っていない）。つまり、interwell motion がほとんど起こらず、系は一方の井戸内に長時間とどまっていることがわかる。ひとつの井戸内における出力波形の変化は元のビット列をほぼ忠実に再現しているが、図40の説明において述べた理由により、識別レベルの変更はすべきではない。 $D = 288$ は、この後で説明する $I_{out} - D$ 曲線の極大を与える雑音強度である。しかしながらこのとき、図42からわかるように、interwell motion の頻度は小さくてhighあるいはlowビットが続き、元のビット列を再現しない。この波形の概観は、図40の出力波形の $D = 1.6$ の場合と似ている。 $D = 1600$ のときは、雑音の影響が大きくなり、元のビット列とは無関係にinterwell motion が起こるようになる。このことは、元のビット列が一定値をとり続けるときにも、出力波形がhighからlowあるいはその逆の変化を起こしていることからわかる。しかし、 $f_c/R$ の値が小さいためinterwell motion の頻度は小さく、highあるいはlowビットが長時間続く。したがって、この場合も、図40の出力波形の $D = 1.6$ の場合と似た波形となる。

図43に、 $f_c/R = 0.1$ のときの入出力MI、 $I_{in}$ 、 $I_{out}$ と雑音強度 $D$ の関係を示す。この図では、 $D$ の範囲は0から1600までであり、図41の約27倍である。 $D$ の値を増加させると $I_{in}$ は単調に減少する。 $I_{in}$ が雑音から受ける悪影響が $f_c/R = 10$ の場合と比較して小さいため、この減少は緩やかである。このことは、図42において、 $D = 288$ の場合と $D = 1600$ の場合の入力波形が似ていることと対応している。 $I_{out}$ は、SRに特有の曲線を示している。しかしながら、その極大値は小さく、極大を与える $D$ の値は大きく（ $D = 288$ ）、共鳴曲線の幅は大きい。極大に達した後は、 $D$ を増加させても $I_{out}$ はあまり減少しない。これは図42において、 $D = 288$ の場合と $D = 1600$ の場合の出力波形が似ていることに対応している。この場合のように $f_c/R$ の値が小さいときは、1ビットの時間内での雑音の変動は小さいので、 $D$ を最適な値とした場合でも、雑音は適切な頻度でinterwell motion を起こすことはできない。このために $I_{out}$ は、目立った共鳴を示さないのである。この図に示した範囲では、 $I_{out}$ は $I_{in}$ を越えることはない。元のビット列に加えられた雑音のカットオフ周波数が小さい場合には、双安定系による情報の利得は期待できない。



## 6.3. 光双安定系を用いた実験

### 6.3.1. 実験系

光双安定系にビット列を入力させた場合の実験を行った。実験系を図 46 に示す。これは 4 章で行った実験の系とほぼ同じで、3.3 節で述べた、電気光学変調器を用いた光双安定系を用いるものである。

ここでは、信号発生用にも任意波形発生器を用いた。疑似ランダム系列 PRBS  $2^{15}-1$  をコンピューターで発生させ、任意波形発生器に転送して出力した。High ビットが +1、low ビットが -1 となるように、すなわち、両者が対称になるようにした。信号の振幅  $A$  は双安定領域の幅で規格化し、以下の実験では  $A = 0.8$  とした。信号のビットレート  $R$  は 1 kb/s とした。雑音は 4 章や 5 章の実験と同じように雑音振幅を双安定領域の幅で規格化した。

デジタルオシロスコープのサンプリングレートは 100 kSa/s とし、一回の測定で 15000 点、つまり 150 ビット分の時間の波形を取り込んだ。この波形をコンピューターに転送して識別操作を行い、元のビット列と比較して光双安定系入力あるいは出力の MI を求めた。この操作を 20 回行い、MI の平均値を求めた。すなわち、ひとつの MI の値を求めるために 3000 ビットを用いた。識別のタイミングは、計算の場合と同じく、入力波形については各ビットの中央、出力波形については各ビットの終端部とした。識別レベルは、入力についてはビット列と雑音の和の平均値とした。出力の識別レベルは、光双安定系の二つの安定な状態のうち、出力光強度が大きい方の状態内での最小の出力光強度と、出力光強度が小さい状態内での最大の出力光強度の中間の値とした。

### 6.3.2. 実験結果

図 47 に、 $f_c = 10$  kHz、すなわち、 $f_c/R = 10$  のときの光双安定系の入出力波形を示す。各図の上部に元のビット列をあわせて示す。左の列が入力波形、右の列が出力波形の図であり、上から雑音強度が小さい場合、雑音強度が最適な場合、雑音強度が大きい場合のものである。50 ビット分の時間について示してある。入力波形の 3 つの図の縦軸のスケールは等しい。出力波形の図も同様である。入出力波形はいずれもシミュレーション結果 (図 40) と同様の傾向を示している。入力波形では、雑音振幅が小さいときは、元のビット列が見て取れるが、雑音振幅を大きくするに従って元のビット

列は見えなくなる。出力波形については、雑音振幅が小さいときは、interwell motionの頻度が小さくて元のビット列を再現しない。雑音振幅が最適なときには出力波形は元のビット列をほぼ忠実に再現し、さらに雑音振幅を増加させると元のビット列とは無関係に雑音のみでinterwell motionが起こるようになり、出力ビット列にはhighとlowがランダムに現れる。図47と図40を比較すると、雑音の振幅（あるいは強度）を最適な値としたとき、すなわち、出力MIが最大となるような値としたときの入力波形が大きく異なる。これは実験で用いた光双安定系を表すポテンシャルと、シミュレーションで用いたポテンシャルが異なるためであると考えられる。

図48は、 $f_c = 10$  kHz、すなわち  $f_c/R = 10$  のときの入出力MI、 $I_{in}$ 、 $I_{out}$ と雑音強度  $D$  の関係を示したものである。この図の横軸は双安定領域の幅で規格化された雑音振幅である。 $D$ の値の増加にともなって  $I_{in}$ は単調に減少し、 $I_{out}$ はSRに特有の共鳴的な増大を示す。 $I_{out}$ の極大値は1に近い値をとっており、これはシミュレーション結果（図41）とは異なるが、これも上で述べたように、実験で用いた系のポテンシャルと、シミュレーションで用いたポテンシャルが異なるためであると考えられる。このように、雑音振幅を適当な値とすれば、ほとんどすべての情報が伝達できることがこの光双安定系の特長である。雑音振幅が1.3よりも大きいときは、 $I_{out}$ は  $I_{in}$ よりも大きい値をとっている。

図49に、 $f_c = 100$  Hz、すなわち、 $f_c/R = 0.1$  のときの光双安定系の入出力波形を示す。各図の上部に元のビット列をあわせて示す。左の列が入力波形、右の列が出力波形の図であり、上から雑音強度が小さい場合、雑音強度が比較的適当な場合、雑音強度が大きい場合のものである。50ビット分の時間について示してある。入力波形の3つの図の縦軸のスケールは等しい。出力波形の図も同様である。入出力波形はいずれもシミュレーション結果（図42）と同様の傾向を示している。出力波形は雑音振幅によらず、元のビット列をほとんど再現していない。

図50は、 $f_c = 100$  Hz、すなわち  $f_c/R = 0.1$  のときの入出力MI、 $I_{in}$ 、 $I_{out}$ と雑音強度  $D$  の関係を示したものである。この図の横軸は双安定領域の幅で規格化された雑音振幅である。実験結果はシミュレーション結果と同様の傾向を示している。 $I_{in}$ は単調に減少し、 $I_{out}$ は共鳴を示しているとは言い難い。この図に示した範囲内では、 $I_{out}$ は  $I_{in}$ よりも常に小さい値をとっている。

図51は、 $I_{out}$ と雑音振幅の関係の、雑音カットオフ周波数  $f_c$  に対する依存性を示し

たものである。 $f_c$ の値は、極大値の小さい方から順に、100 Hz, 400 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz, 10 kHz, ( $f_c/R = 0.1, 0.4, 1, 2, 4, 10$ ) である。 $f_c$ の値が大きいほど、顕著な共鳴を示している。ほぼ  $f_c = 1$  を境にして、顕著な共鳴を示すか否かが分かれるといえる。

情報伝達の利得、すなわち、入出力MIの差、 $I_{out} - I_{in} = H(s_{in}(t)|s(t)) - H(s_{out}(t)|s(t))$  を図52に示す。この図における  $f_c$ の値は図51と同じである。この値が正であるとき、光双安定系の出力波形からは、入力波形からよりも多くの情報が得られる。情報伝達の利得は  $f_c$ の値が大きいほど大きく、 $f_c$ の値が1よりも小さい場合は小さな利得しか持たない。本実験においては、 $f_c = 0.1$ のときは利得は常に負であった。雑音振幅を増加させていくと利得が0に近づいていくのは、双安定ポテンシャル中の障壁の影響が小さくなって、光双安定系入出力波形の間の相違が無視できるようになるためである。

## 6.4. 考察

ビット列入力のSRの特徴は、出力の mutual information,  $I_{out}$ が、入力 mutual information,  $I_{in}$ よりも大きくなることがある、すなわち、雑音に埋もれたビット列を双安定系に通すことにより、より多くの情報が得られる場合があることである。情報の利得を得るには二つの方法がある。

まず一つ目は、入力波形をそのまま双安定系に通すことである。図41の条件の下で、たとえば雑音強度  $D$ が10であるとき、 $I_{in}$ は0.06である。従って、入力波形を双安定系に通さずに受信した場合に得られる情報量はわずかである。しかし、この波形を双安定系に通過させた後に受信すれば、 $I_{out}$ は0.70となり、より多くの情報が得られる。この現象は  $D > 2.2$ のときに起こる。

もう一つの方法は以下の通りである。同じく図41の条件の下で考える。例えば、雑音強度  $D$ が2.0であるとき、入力波形をそのまま双安定系に通すと得られる情報量は減少してしまう。しかしながら、この波形に  $D = 10$ となるまで雑音を加え、その後に双安定系を通過させると、 $I_{out}$ は  $I_{in}$ よりも大きくなる。すなわち、入力波形にさらに雑音を加え、その後に双安定系に通すと伝送特性を改善できる。伝送特性改善の過程に、敢えて雑音を加えるという操作が入っているのは興味深い。この現象は  $0.7 < D < 10$ のときに起こる。

以上の二つの方法により情報の利得を得る際には、識別操作を行う前の入力波形に対して処理を行うことに注意する。また、これらの方法では、カットオフ周波数のより大きな雑音に埋もれたビット列ほど、より大きな情報伝達の利得を得ることができる。雑音カットオフ周波数とビットレートの比、 $f_c/R$ が小さいときには、図45からわかるとおり、情報伝達の利得はあまり期待できない。

実験結果とシミュレーション結果の傾向はよく似ている（両者の比較をする際、雑音の大きさの尺度として、実験においては双安定領域の幅で規格化した雑音振幅、シミュレーションでは雑音強度を用いたことに注意する必要がある）。シミュレーション結果に適用した情報伝達の利得を得るための二つの方法は、光双安定系を用いた実験の結果にも適用することができる。

入力波形をそのまま光双安定系に通すことによって利得を得る方法は、図52あるいは図48によって理解できる。雑音相関時間とビットレートの比  $f_c/R$ が10であるとき、

入出力MIの差の極大値は0.5であり、光双安定系によって、情報伝達の大きな増大が起こる。雑音振幅が2.2であるとき、 $I_{in}$ は0.5であるが、 $I_{out}$ は1に近い値をとっている。この方法による情報伝達の利得は、雑音振幅が1.3よりも大きいときに得られる。

入力波形にさらに雑音を加え、その後に双安定系に通す方法によっても情報の利得が得られる。たとえば、図48において、雑音振幅が1.2である場合は、入力波形をそのまま光双安定系に通すと得られる情報量は減少してしまう。しかしながら、この入力波形に雑音振幅が2.2となるまで雑音を加えたのちに、この波形を光双安定系に通せば、わずかではあるがMIの値は増加する。

光双安定系を用いた実験においても、以上の二つの方法により情報の利得を得る際には、識別操作を行う前の入力波形に対して処理を行う。これらの方法では $f_c/R$ が大きい場合ほど大きな利得が期待できる。

実験結果およびシミュレーション結果から、MIやGMIの曲線は $f_c$ の値そのものではなく、ビットレートとの比 $f_c/R$ に依存していることがわかる。したがって、ビットレートを1 kb/sとして行った本実験の結果は、より高速な信号に対しても適用できる。

また、図41と図48の比較から、実験に用いた光双安定系で信号の処理を行った場合、シミュレーションで行った4次関数で表される簡単なポテンシャルによる処理と比較して大きな出力MIが得られることがわかる。しかしながら、図45と図52を比較すると、4次関数のポテンシャルを用いた処理の方が入出力MIの差、すなわち、情報伝達の利得は大きいことがわかる。実際の応用の際には、個々の双安定系の長所を生かす系の選択およびシステム設計をする必要がある。

## 6.5. 画像データへの応用

前節までに、入力ビット列として疑似ランダム系列 PRBS  $2^{15} - 1$  を用いた計算機シミュレーションおよび実験を行い、出力 MI、 $I_{out}$  が SR に特有の共鳴を示すこと、また、双安定系において情報の利得が得られることを示してきた。この節では、入力信号として画像データを用いたシミュレーションを行い、SR の有用性を示す [28]。画像データを用いることによって、 $I_{out}$  の共鳴や SR による MI の利得は一目瞭然となる。

本節のシミュレーションは、6.2 で述べたシミュレーションにおいて、PRBS  $2^{15} - 1$  を画像データで置き換えることにより行った。本節のシミュレーションで用いた画像は 256 色の windows ビットマップファイルで、大きさは約 48 k バイトである。まず、このビットマップファイルを、 $8 \text{ (bits/Byte)} \times 48 \times 1024 \text{ (Bytes)}$  ビットのビット列に変換した。このビット列に雑音を加えた波形を双安定系の入力とした。この波形を、6.2 節で述べた双安定系に通し、出力波形を求めた。このとき、信号振幅  $A$  は 0.8 とした。6.2 節と同様に、1 ビットあたり 100 ステップの計算を行い、入力波形は各ビットの中央で、出力波形は各ビットの最終ステップで識別操作を行った。こうして得られた入力ビット列および出力ビット列からビットマップファイルを再構成した。なお、この計算においては、ビットマップファイルのヘッダー部分はシミュレーションを行う前に取り除いておき、シミュレーションの最終段階においてビットマップファイルを再構成する際に、計算されたデータ部とつなぎ合わせた。

図 53 は雑音カットオフ周波数とビットレートの比、 $f_c/R$  が 10 であるとき、すなわち、図 41 と同じ条件のときの再構成された画像である。入力波形から得られる画像を左列、出力波形から得られる波形を右列に示した。上から、雑音強度  $D$  が 0, 1.6, 10, 60 の場合のものである。 $D = 0$  のときの入力画像は元となる画像と同一である。図 41 の入力曲線に対応して、入力画像の鮮明度は  $D$  の値が増加するに従って単調に減少していることがわかる。また、出力画像の鮮明度の変化は図 41 の出力曲線に対応している。 $D = 0$  では、入力波形は双安定系に対して intrawell motion しか引き起こすことができないので、出力ビット列はすべて high あるいは low ビットからなる。どちらになるかは初期条件によるが、今回はすべて low となり、すべての画素は黒となった。少し雑音を加えると画像の内容がわずかに見えてくる ( $D = 1.6$ )。雑音強度を最適化すると、画像に傷は残るものの、かなり鮮明になり、内容は十分に把握できるようになる ( $D = 10$ )。さらに雑音を増加させると、再び鮮明度は減少する ( $D = 60$ )。  $D = 1.6$  の

とき  $I_{out}$  と  $I_{in}$  の値はほぼ等しいが、画像は異なった特徴を示している。これは、入力ビット列は high と low がランダムに現れる傾向を持つのに対し、出力ビット列が high や low ビットが長く連続した部分を多く含むために白や黒の画素が支配的になるからである。

6.4節で述べた、情報の利得を得るための二つの方法を、画像データを用いて説明する。まず、入力波形をそのまま双安定系に通す方法について述べる。6.4節で述べたように、この方法は  $D > 2.2$  のときに有効である。たとえば、 $D = 10$  のときの入出力画像を比較すると、鮮明度が大きく向上していることがわかる。また、 $D = 60$  のときも、たしかに鮮明度は向上している。しかしこの場合は、入力画像の鮮明度が低すぎる上、情報の利得も小さいので、出力画像もあまり鮮明とはいえない。

つぎに、入力波形に雑音を加えた後に、双安定系に通す方法について述べる。この方法は、6.4節で述べたように、 $0.7 < D < 10$  のときに有効である。たとえば、 $D = 1.6$  の入力画像について考える。この画像を生成する入力波形をそのまま双安定系に通すと、 $D = 1.6$  の出力画像が得られるが、入力画像と比較して、鮮明度は向上していない。しかし、この入力波形に  $D = 10$  となるまで雑音を加え、その後に双安定系に通すと、 $D = 10$  の出力画像が得られ、鮮明度が大きく向上することがわかる。

図 54 は  $f_c/R$  が 0.1 であるとき、すなわち、図 43 と同じ条件のときの再構成された画像である。入力波形から得られる画像を左列、出力波形から得られる波形を右列に示した。上から、雑音強度  $D$  が 0, 288, 1600 の場合のものである。 $D = 0$  のときの入力画像は元となる画像と同一である。図 43 の入力曲線に対応して、入力画像の鮮明度は  $D$  の値が増加するに従って単調に減少し、この減少は図 53 の場合と比較して緩やかであることがわかる。また、出力画像の鮮明度の変化は図 43 の出力曲線に対応している。 $D$  の値が大きい場合でも、interwell motion の頻度が小さいために、出力画像は図 53 の  $D = 1.6$  のときの画像と似た特徴を示している。出力画像が入力画像より鮮明であるとは言い難い。このように、ビットレートと比較して小さなカットオフ周波数を持つ雑音では、画像の鮮明度を向上させることはできない。

## 7. まとめ

コヒーレントな信号と雑音の相互作用によって信号伝達が共鳴的に増大する現象である stochastic resonance について、その基本的な性質の解明および信号処理への応用を目的とし、光双安定系を用いた実験及び計算機シミュレーションを行った。

光共振器を用いない hybrid 型光双安定系と、光共振器を用いる hybrid 型光双安定系の2種の系において SR の実験を行った。入力信号を正弦波、入力雑音を Gauss 型の振幅分布と有限のカットオフ周波数を持つ雑音とした。信号伝達の尺度としては、従来から SR の研究において良く用いられる SN 比、すなわち、スペクトル中の信号周波数におけるピークの大きさを採用した。この系において出力 SN 比は SR に特有の共鳴を示すことがわかった。雑音振幅を最適な値とすると、信号周期に近い周期で interwell motion が起こり、SN 比は極大となった。このような共鳴は、カットオフ周波数  $f_c$  が信号周波数よりも大きい雑音を入力した場合に顕著に表れ、狭帯域の雑音ではあまり顕著な共鳴は得られないことがわかった。また、いずれの  $f_c$  の値の場合でも、出力 SN 比は常に入力 SN 比よりも小さく、正弦波を入力とする場合には信号伝達の利得は得られないことがわかった。

4次関数で表される簡単な双安定ポテンシャルを用いて、正弦波入力の場合の計算機シミュレーションを行った。シミュレーション結果は実験結果を良く再現し、共鳴信号の  $f_c$  依存性についても実験と同様の結果が得られた。このシミュレーションにおいても正弦波入力では信号伝達の利得は得られないことがわかった。

情報を持つ信号を入力した場合の SR を研究するため、ランダムな2進のビット列を入力として、光双安定系を用いた実験と計算機シミュレーションを行った。この場合には従来の SN 比は情報伝達の尺度として使用できないので、mutual information (MI) を適用した。信号振幅が双安定領域の幅よりも小さいとき、双安定系出力の MI は SR に特有の共鳴を示すことがわかった。またこのとき、出力 MI が入力 MI よりも大きな値をとる、すなわち、双安定系を通過させることによって情報の利得が得られることを示した。雑音振幅あるいは強度を適当な値とすると、出力ビット列は入力ビット列をほぼ忠実に再現できることを示した。信号振幅が双安定な領域の幅よりも大きいときには SR は起こらなかったが、出力 MI は常に入力 MI よりも大きな値をとり、この場合にも双安定系を通過させることによって情報の利得が得られることがわかった。共鳴や情報の利得は雑音カットオフ周波数  $f_c$  が信号速度  $R$  よりも大きいときに顕著で

あった。ランダムなビット列のスペクトルは幅が広く、また、 $R$ の整数倍の周波数にゼロ点をもつものであるが、このような性質の信号に対しても正弦波入力の場合と同様の結果が得られたのは興味深い。

SRの信号処理への応用の可能性を示すため、ランダムなビット列に代えて、画像データ(これも2進のビット列である)を双安定系に入力した場合の計算機シミュレーションを行った。出力画像の鮮明度がSR的な振る舞いを示し、雑音強度を最適化することによって比較的鮮明な画像が得られることを示した。また、 $f_c$ の値が信号速度 $R$ よりも大きいとき、2通りの方法によって画像の鮮明度向上が可能であることを示した。 $f_c$ の値が小さいときには共鳴的な鮮明度の向上は起こらず、SRを利用した鮮明度改善も不可能であることを示した。以上のことから、広帯域の雑音を用いたSRは信号処理に対して有用であることがわかった。

線形応答理論によれば、系はSRによって利得を持つことができない[76,77]。これによれば、非線形な系では出力SN比は入力SN比よりも小さく抑えられ、SRによって出力SN比は「比較的ましな値」をとることができるが、入力SN比を上回ることはできない。このため、SRの応用に対しては悲観的な考えが多かったようである。線形応答理論の範囲内で考えると、SRが有効であるのは、地球の公転軌道の離心率変化が地表面の大きな気温変動をもたらす場合のように、入力が全く異なる出力を生み出す場合や、ザリガニが乱れた水流の中から外敵を察知する場合のように、入力を直接測定する方法がない場合に限られてしまう。信号処理の場合のように入力信号を出力信号と同様に測定できる場合には、SRには何のメリットもないということになる。

ところが、線形応答理論の適用範囲は限られており、本研究では、2進ビット列を入力とする場合には情報の利得が得られることを示した。これは、双安定ポテンシャルのポテンシャル障壁が、highとlowのビットをより明確に分離する作用を持つためである。SRにおける情報の利得の有用性は6.5節で述べた画像の鮮明度向上によって明瞭に示されており、SRの信号処理への応用は十分考えるに値する。

実験で得られた出力MIの最大値0.97はビット誤り率(BER)  $3.0 \times 10^{-3}$ に相当し、計算機シミュレーションで得られた出力MIの最大値0.70ではBERは  $5.3 \times 10^{-2}$ となる。これらの値は、たとえば光通信などで要求される  $BER = 10^{-9}$  や  $10^{-12}$  などという値と比較してはるかに大きい。出力MIの最大値は用いる双安定系やそのパラメー

ターに大きく依存するので、応用に適した双安定系を見いだす、あるいは、作製することが重要となる。また一方、本研究において示した画像処理のように、現状の小さな出力MIでも対応可能な応用を考えることもまた重要であろう。

## A. Ti:Sapphire レーザーの波長安定化

ここでは、Ti:Sapphire レーザーの波長安定化について述べる。5章の実験においては、Ti:Sapphire レーザーの長時間的および短時間的な波長変動を数 MHz 以下に抑える必要がある。短期的な変動に対してはこの要求は満たされているが、長期的な変動についてはこの要求は満たされていない。数分から数10分間にTi:Sapphire レーザーの周波数は数100 MHz シフトしてしまう。

本研究においては、Ti:Sapphire レーザーの波長を原子の吸収線にロックさせる [79] ことによって、この長時間的な波長変動の抑制を行った。ここではRb原子の  $D_2$  線にTi:Sapphire レーザーの波長をロックすることにした。Rb  $D_2$  線はTi:Sapphire レーザーで容易に同調可能であるが、約 500 MHz のドップラー幅を持つので、このままTi:Sapphire レーザーをロックしても十分な波長の安定度は得られない。しかしながら、飽和吸収分光 [80] を行うことによって、自然幅 (12.2 MHz) を持つホールが得られるので、このホールを用いれば十分な波長安定度が得られる。このホールに対してFM分光 [81,82] を行うと分散型の信号が得られる。この信号を誤差信号としてTi:Sapphire レーザーに帰還することによって、その波長をRb原子にロックすることができる。

図 55はTi:Sapphire レーザーの波長安定化系を示したものである。Ti:Sapphire レーザーの出力光の一部を分岐し、それを励起光とプローブ光とに分ける。励起光に対しては変調などの操作は行わず、プローブ光と対向するようにRbセルに入射させる。プローブ光に対しては、電気光学変調器 (EOM) を用いて位相変調を行い、Rbセルを通過させたあと、アヴァランシェ・フォトダイオード (APD) によってその強度を電気信号に変換する。EOMの変調信号は10 MHzの正弦波とした。この正弦波はまた、適当に位相を調整してミキサの Local Oscillator (LO) 端子に入力した。APDの出力は、高域通過フィルターを通過させて変調成分のみ取り出したあと、適当に増幅してミキサの Radio Frequency (RF) 端子に入力した。ミキサの Intermediate Frequency (IF) 出力を低域通過フィルターに通して直流成分のみ取り出した。これを誤差信号としてTi:Sapphire レーザーのコントローラーに入力し、波長の安定化を行った。

図 56(a) は、Rb 原子  $D_2$  線の基底状態の  $F = 2$  の準位から、励起状態の  $F = 1$ ,

2, 3 の準位への遷移を測定したものである。図 55 の系において帰還ループを閉じずに、Ti:Sapphire レーザーの周波数を掃引して測定した。上に述べた 3 つの遷移と 3 つの cross-over signals、合計 6 つの分散型の信号が得られている。この信号の幅は約 20 MHz であった。

この信号を誤差信号として波長安定化を行った結果を図 56(b) に示す。図中の曲線 "Free Run" は帰還ループを閉じていない場合の誤差信号の時間変化を示したものであり、"Stabilized" は帰還ループを閉じた場合のものである。時刻  $t = 0$  において、Ti:Sapphire レーザーの周波数を図 56(a) の矢印で示した値とした。測定は 1 秒ごとに 4000 秒間行った。図 56(a) と (b) の縦軸のスケールは等しい。Free Run のときは誤差信号が大きく変動している。(a) と比較することにより、4000 秒間に約 140 MHz 低周波側にシフトしていることがわかる (このシフトの大きさと方向は環境により異なる) 。"Stabilized" では、Ti:Sapphire レーザーの波長の変動は 1 MHz 程度に抑えられていることがわかる。これは 5 章の実験を行うのに十分な値である。

## 謝辞

本研究全般にわたりまして御指導いただきました神戸大学理学部 福田行男教授、國友正和教授、河本敏郎助教授に感謝いたします。

また、色々とお世話になりました慶應義塾大学 三井隆久講師に感謝いたします。

4章の計算機シミュレーションおよび5章の実験に協力して下さった中山和之氏に感謝いたします。

図53および図54は、宇都宮大学農学部標本温室の御好意により元画像を使用させていただきましておかげで完成させることができました。

また、研究生時代をともに過ごして下さった、畑彰宏氏（現 富士通株式会社）、久岡秀司氏（現 京セラコミュニケーションシステム株式会社）、藤本勇人氏（現 日立ソフトウェアエンジニアリング株式会社）には多くの点で助けていただきました。ありがとうございます。

大学教育センターの木村文明先生、大壁茂子さん、佐々木玲子さん、電波物性研究室の方々にも大変お世話になりました。

まずはここまで来ることができました。今後ともよろしく願いいたします。

## 参考文献

- [1] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).
- [2] *Proceedings of International Workshop on Fluctuations in Physics and Biology: Stochastic Resonance, Signal Processing, and Related Phenomena*, edited by R. Mannella, P. V. E. McClintock, and A. Bulsara [*Nuovo Cimento D* **17**, 661-981 (1995)].
- [3] *Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Stochastic Resonance in Physics and Biology*, edited by F. Moss, A. Bulsara, and M. F. Schlesinger [*J. Stat. Phys.* **70**, 1-512 (1993)].
- [4] R. Benzi, A. Sutera, and A. Vulpiani, *J. Phys. A* **14**, L453 (1981).
- [5] R. Benzi, G. Parisi, A. Sutera, and A. Vulpiani, *Tellus* **34**, 10 (1982).
- [6] C. Nicolis, *Tellus* **34**, 1 (1982).
- [7] B. J. Gluckman, T. I. Neto, E. J. Neel, W. L. Ditto, M. L. Spano, and S. J. Shi, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4098 (1996).
- [8] A. Longtin, *J. Stat. Phys.* **70**, 309 (1993).
- [9] J. J. Collins, T. T. Imho, and P. Grigg, *Nature (London)* **383**, 770 (1996).
- [10] J. E. Levin and J. P. Miller, *Nature (London)* **380**, 165 (1996).
- [11] J. K. Douglass, L. Wilkens, E. Pantazelou, and F. Moss, *Nature (London)* **365**, 337 (1993).
- [12] A. Buchleitner and R. N. Mantegna, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3932 (1998).
- [13] M. E. Inchiosa, A. R. Bulsara, A. D. Hibbs, and B. R. Whitecotton, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1381 (1998).
- [14] M. Grifoni, L. Hartmann, S. Berchtold, and P. Hänggi, *Phys. Rev. E* **53**, 5890 (1996).

- [15] R. Löfstedt and S. N. Coppersmith, Phys. Rev. Lett. **72**, 1947 (1994).
- [16] R. N. Mantegna and B. Spagnolo, Nuovo Cimento D **17**, 873 (1995).
- [17] R. N. Mantegna and B. Spagnolo, Phys. Rev. E **49**, R1792 (1994).
- [18] B. McNamara, K. Wiesenfeld, and R. Roy, Phys. Rev. Lett. **60**, 2626 (1988).
- [19] G. Vemuri and R. Roy, Phys. Rev. A **39**, 4668 (1989).
- [20] S. Fauve and F. Heslot, Phys. Lett. A **97**, 5 (1983).
- [21] B. McNamara and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. A **39**, 4854 (1989).
- [22] L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, Phys. Rev. Lett. **62**, 349 (1989).
- [23] L. Gammaitoni, E. Menichella-Saetta, S. Santucci, F. Marchesoni, and C. Presilla, Phys. Rev. A **40**, 2114 (1989).
- [24] C. Presilla, F. Marchesoni, and L. Gammaitoni, Phys. Rev. A **40**, 2105 (1989).
- [25] G. Debnath, T. Zhou, and F. Moss, Phys. Rev. A **39**, 4323 (1989).
- [26] M. Misono, K. Nakayama, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 2162 (1998).
- [27] M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, Opt. Commun., **152**, 255 (1998).
- [28] M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, Phys. Rev. E **58**, 5602 (1998).
- [29] M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, to be published.
- [30] C. E. Shannon, Proc. IRE **37**, 10 (1949).
- [31] C. E. Shannon, Bell System Techn.J. **27**, p.370, p.623 (1948).
- [32] C. E. Shannon, Bell System Techn.J. **30**, 50 (1951).
- [33] A. R. Bulsara and A. Zador, Phys. Rev. E **54**, R2185 (1996).

- [34] P. Hänggi, P Jung, C. Zerbe, and F Moss, *J. Stat. Phys.* **70**, 25 (1993).
- [35] T. Zhou and F. Moss, *Phys. Rev. A* **41**, 4255 (1990).
- [36] P. Jung and K. Wiesenfeld, *Nature (London)* **385**, 291 (1997).
- [37] S. M. Bezrukov and I. Vodyanoy, *Nature (London)* **385**, 319 (1997).
- [38] A. N. Grigorenko, P. I. Nikitin, and G. V. Roshchepkin, *JETP Lett.* **65**, 828 (1997).
- [39] J. M. G. Vilar and J. M. Rubi, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2863 (1996).
- [40] N. G. Stocks, N. D. Stein, and P. V. E. McClintock, *J. Phys. A* **26**, L385 (1993).
- [41] H. Kramers, *Physica (Utrecht)* **7**, 284 (1940).
- [42] P. Hänggi, P. Talkner, and M. Borkovec, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 251 (1990).
- [43] R. Fox and Y. Lu, *Phys. Rev. E* **48**, 3390 (1993).
- [44] R. Bartussek, P. Hänggi, and P. Jung, *Phys. Rev. E* **49**, 3930 (1994).
- [45] Z. Gingle, L. B. Kiss, and F. Moss, *Europhys. Lett.* **29**, 191 (1995).
- [46] K. Wiesenfeld, D. Pierson, E. Pantazelou, C. Dames, and F. Moss, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2863 (1996).
- [47] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, (Cambridge University Press, 1992).
- [48] R. Bonifacio and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **18**, 1129 (1978).
- [49] A. Szöke, V. Daneu, J. Goldhar, and N. A. Kurnit, *Appl. Phys. Lett.* **15**, 376 (1969).
- [50] F. S. Felber and J. H. Marburger, *Appl. Phys. Lett.* **28**, 731 (1976).
- [51] H. M. Gibbs, S. L. McCall, and T. N. C. Venkatesan, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1135 (1976).
- [52] P. W. Smith and E. H. Turner, *Appl. Phys. Lett.* **30**, 280 (1977).

- [53] P. Meystre and M. Sargent, *Elements of Quantum Optics*, 2nd Ed. (Springer-Verlag, 1991).
- [54] H. M. Gibbs, *Optical Bistability: Controlling Light with Light*, (Academic Press, 1985).
- [55] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation*, 2nd Ed. (Springer-Verlag, 1989).
- [56] H. Haken, *Advanced Synergetics: Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices*, (Springer-Verlag, 1983).
- [57] H. Haken, *Synergetics - An Introduction*, 2nd Ed. (Springer-Verlag, 1978).
- [58] E. Garmire, J. H. Marburger, and S. D. Allen, *Appl. Phys. Lett.* **32**, 320 (1978).
- [59] E. Garmire, J. H. Marburger, S. D. Allen, and H.G. Winful, *Appl. Phys. Lett.* **34**, 374 (1979).
- [60] H. M. Gibbs, F. A. Hopf, D. L. Kaplan, and R. L. Shoemaker, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 474 (1981).
- [61] L. Guidoni, R. Mannella, V. Isaia, P. Verkerk, and E. Arimondo, *Nuovo Cimento D* **17**, 803 (1995).
- [62] A. Fioretti, L. Guidoni, R. Mannella, and E. Arimondo, *J. Stat. Phys.* **70**, 403 (1993).
- [63] J. M. Iannelli, A. Yariv, T. R. Chen, and Y. H. Zhuang, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 1983 (1994).
- [64] J. P. Sharpe, N. Sungar, and N. Macaria, *Opt. Commun.* **114**, 25 (1995).
- [65] J. Grohs, S. Apanasevich, P. Jung, H. Issler, D. Burac, and C. Klingshirn, *Phys. Rev. A* **49**, 2199 (1994).
- [66] M. I. Dykman, A. L. Velikovich, G. P. Golubev, D. G. Luchinski and S. V. Tsuprikov, *Soviet Phys. JETP Lett.* **53**, 193 (1991).
- [67] M. I. Dykman, G. P. Golubev, sI. Kh. Kaufman, D. G. Luchinsky, P. V. E. Mc-

- Clintock, and E. A. Zhukov, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 308 (1995).
- [68] B. M. Jost and B. E. A. Saleh, *Opt. Lett.* **21**, 287 (1996).
- [69] F. Chapeau-Blondeau, *Phys. Rev. E* **55**, 2016 (1997).
- [70] A. Neiman, B. Shulgin, V. Anishchenko, W. Ebeling, L. Schimansky-Geier, and J. Freund, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4299 (1996); *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4851 (1996).
- [71] G. Hu, D. Gong, X. Wen, C. Yang, G. Qing, and R. Li, *Phys. Rev. A* **46**, 3250 (1992).
- [72] C. Heneghan, C. C. Chow, J. J. Collins, T. T. Imho, S. B. Lowen, and M. C. Teich, *Phys. Rev. E* **54**, R2228 (1996).
- [73] J. J. Collins, C. C. Chow, and T. T. Imho, *Phys. Rev. E* **52**, R3321 (1995).
- [74] J. J. Collins, C. C. Chow, and T. T. Imho, *Nature (London)* **376**, 236 (1995).
- [75] A. Neiman and L. Schimansky-Geier, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2988 (1994).
- [76] M. I. Dykman and P. V. E. McCintock, *Nature (London)* **391**, 344 (1998).
- [77] M. I. Dykman, D. G. Luchinsky, R. Mannella, P. V. E. McCintock, N. D. Stein, and N. G. Stocks, *Nuovo Cimento D* **17**, 661 (1995).
- [78] W. H. Kautz (ed.), *Linear Sequential Switching Circuits*, (Holden-Day, 1965).
- [79] K. An, R. R. Dasari, and M. S. Feld, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 2162 (1995).
- [80] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy*, 2nd Ed. (Springer-Verlag, 1996).
- [81] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth, and C. Ortiz, *Appl. Phys. B* **32**, 145 (1983).
- [82] M. Gehrtz, G. C. Bjorklund, and E. A. Whittaker, *J. Opt. Soc. Am. B.* **2**, 1510 (1985).

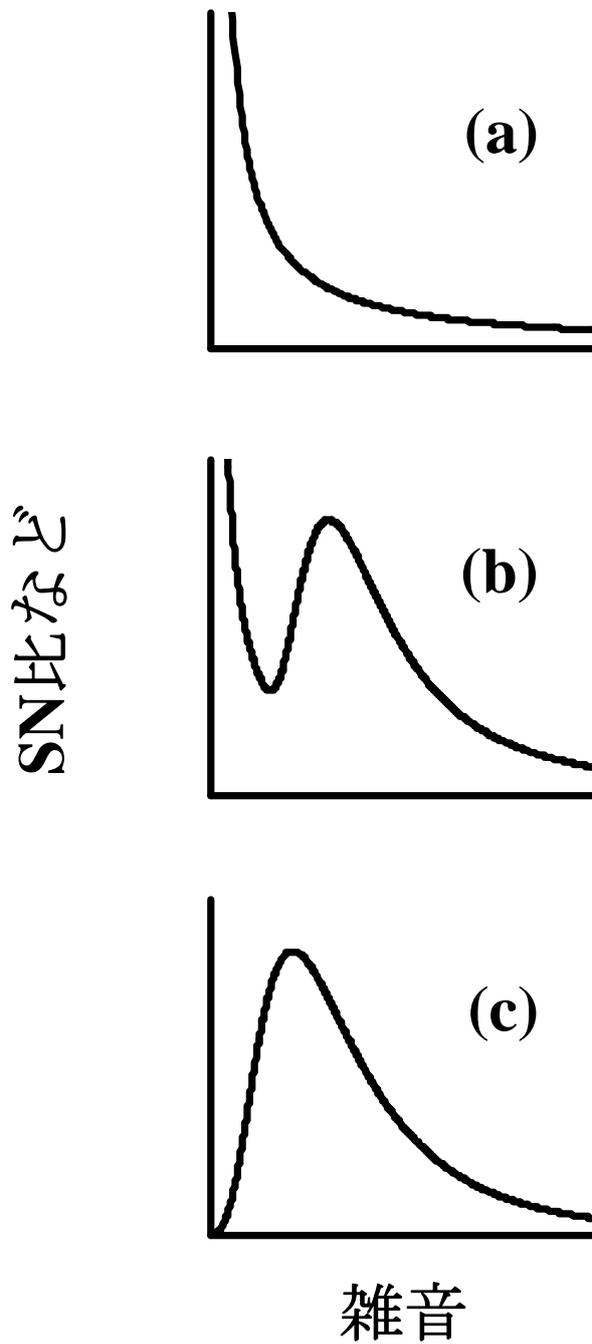
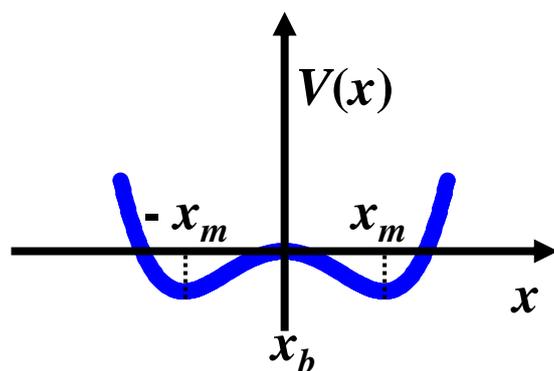


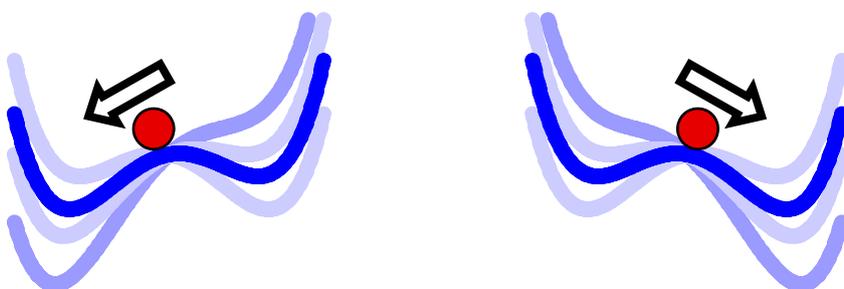
図 1. SN比と雑音の大きさの関係。(a) 通常の系。雑音を増加させれば、系のSN比等は単調に減少する。(b), (c) SRの起こる系。雑音の増加に対してSN比が共鳴的に増大する領域が存在する。



(a)



(b) 雑音なし



(c) 雑音あり

図 2. 双安定系における stochastic resonance。(a) 双安定系を表すポテンシャル。(b) (a)のポテンシャルに弱い入力信号を加えた場合。(c) (b)にさらに雑音を加えた場合。

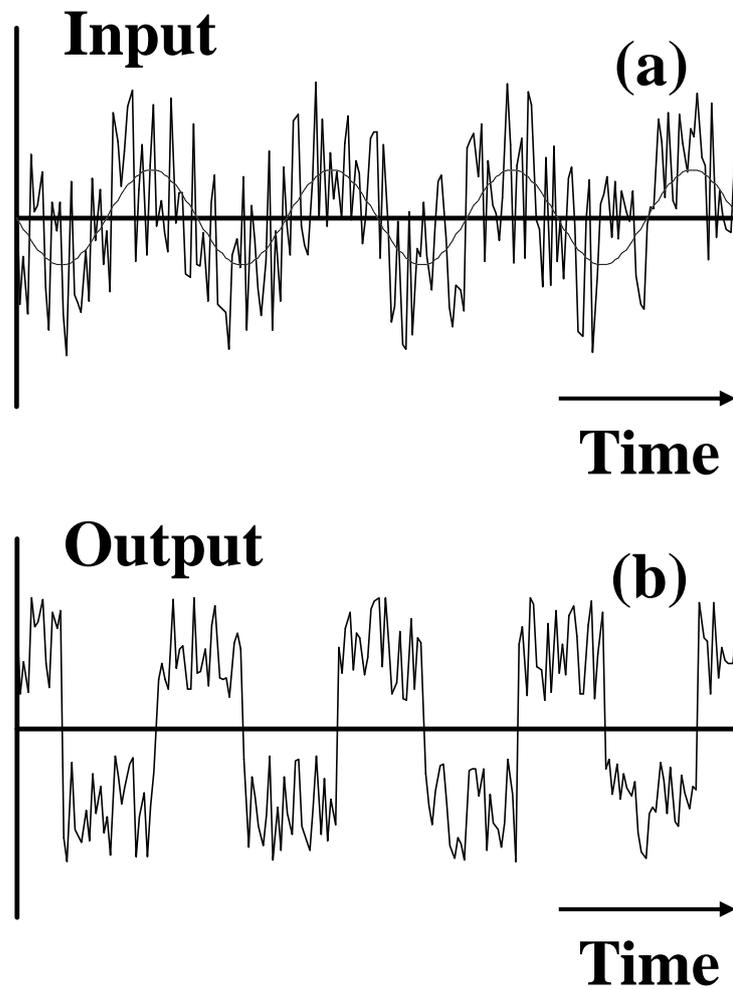


図 3. 双安定系入出力の時間変化（模式図）。(a) 双安定系入力。正弦波と雑音の和。(b) 双安定系出力。入力正弦波の極大、極小の付近で、出力の大きな変化が起こる。

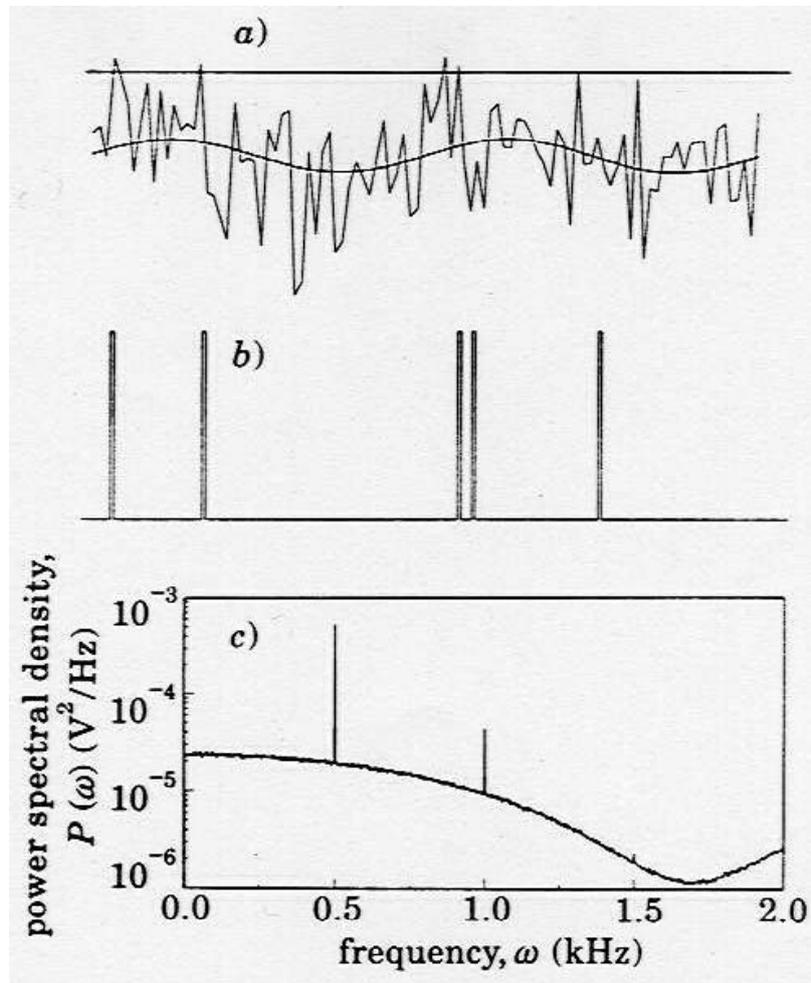


図 4. しきい値型の stochastic resonance。(a) 横軸は時間。水平な直線がしきい値を表す。正弦波信号だけではしきい値を越えないが、雑音が加わることによってしきい値を越えることができる。(b) 系の出力。入力がしきい値を越えるとパルスを出力する。(c) (b) のパルス列のパワースペクトル。信号周波数 (0.5 kHz) およびその整数倍の周波数にピークを持つ。

(Z. Gingle, L. B. Kiss, and F. Moss, *Europhys. Lett.* **29**, 191 (1995).)

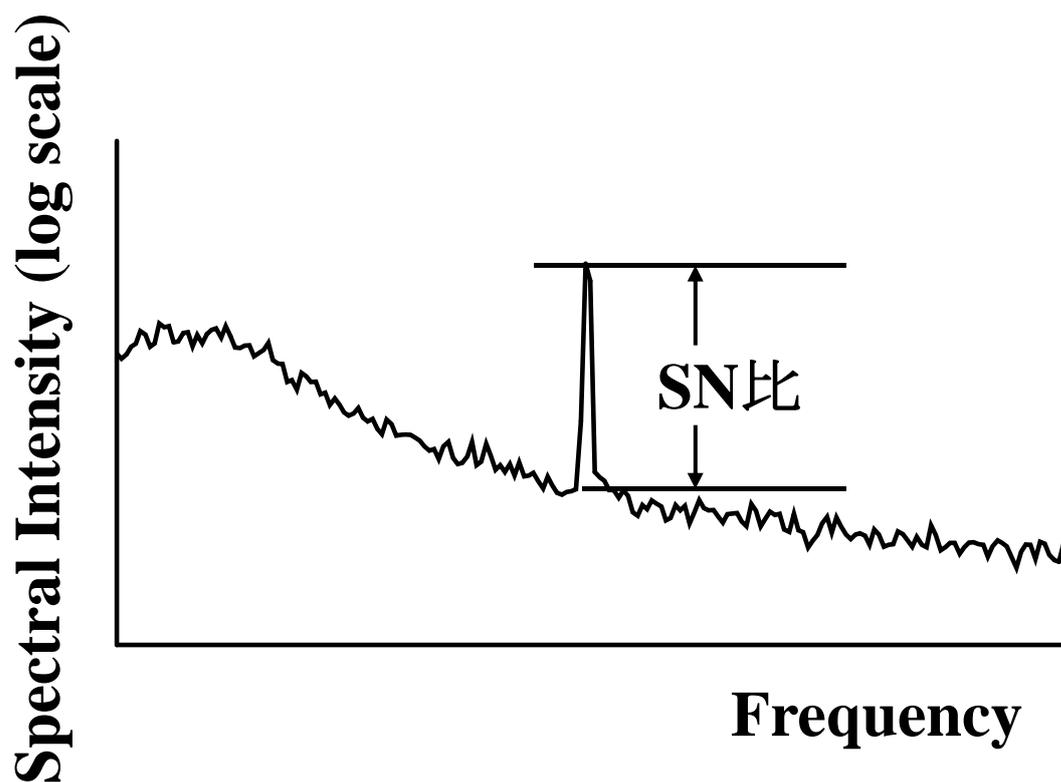


図 5. SN比の定義。正弦波信号と雑音が入力している系の入力、あるいは、出力のパワースペクトルを例示したもの。このスペクトルは、広帯域の雑音成分と、正弦波信号による狭いピークとからなる。このピークの値を「信号」の大きさとし、このピークを与える周波数における雑音成分の値を「雑音」として、これらの比をSN比とする。この図の縦軸は対数目盛なので両者の差となる。この定義によれば、正弦波信号が入力していないとき、すなわち、ピークのないときに、SN比は0（対数では負の無限大）ではなく、1（対数では0）となる。

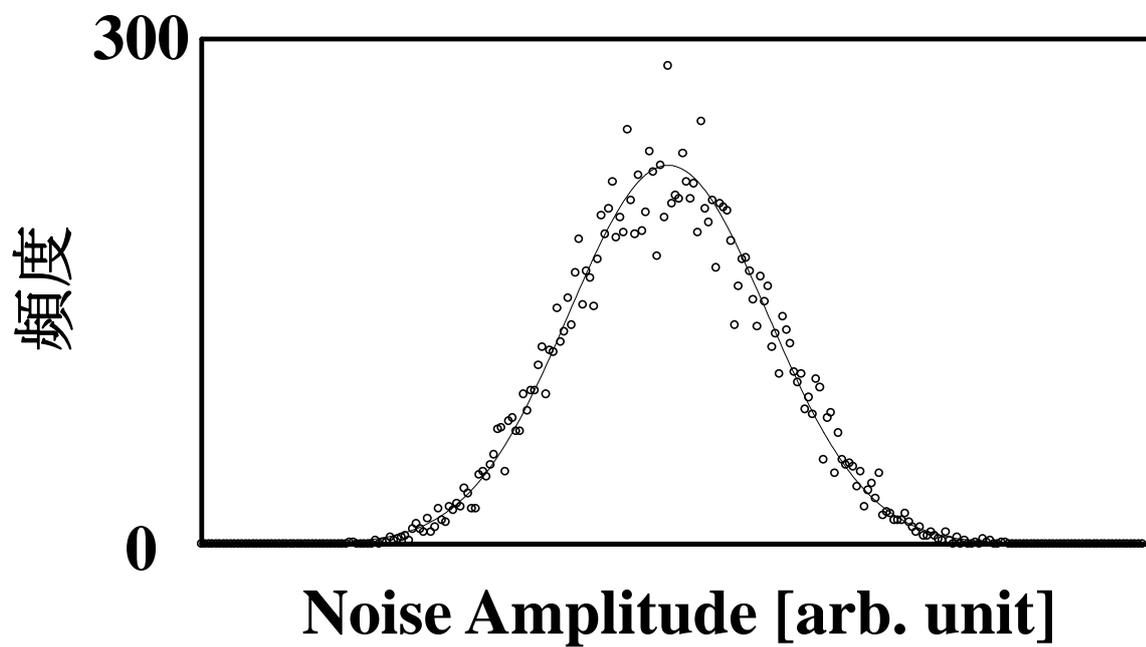


図 6. 雑音振幅の分布の一例。○：電気光学変調器で強度変調されたTi:Sapphireレーザー光の強度をフォトダイオードで測定したもの（全15000点）。実線：ガウス曲線。両者は良く一致している。

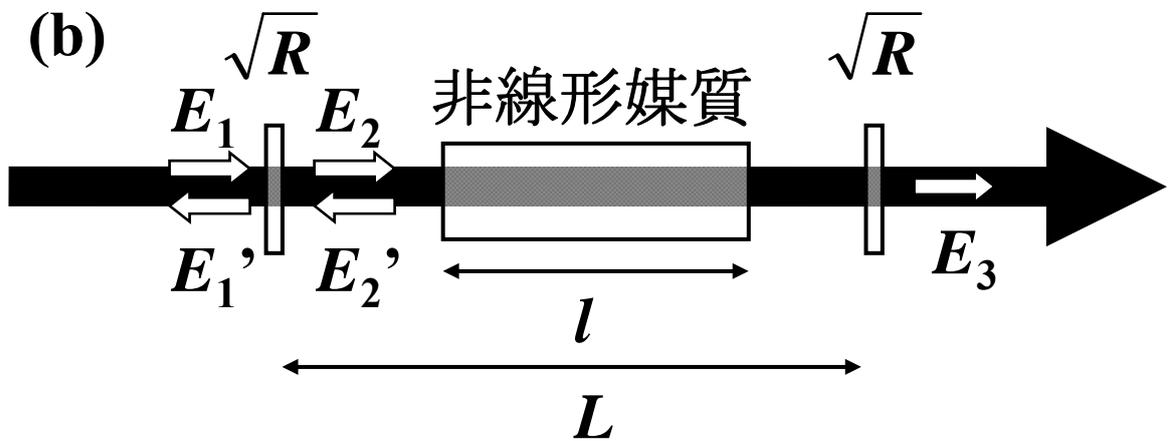
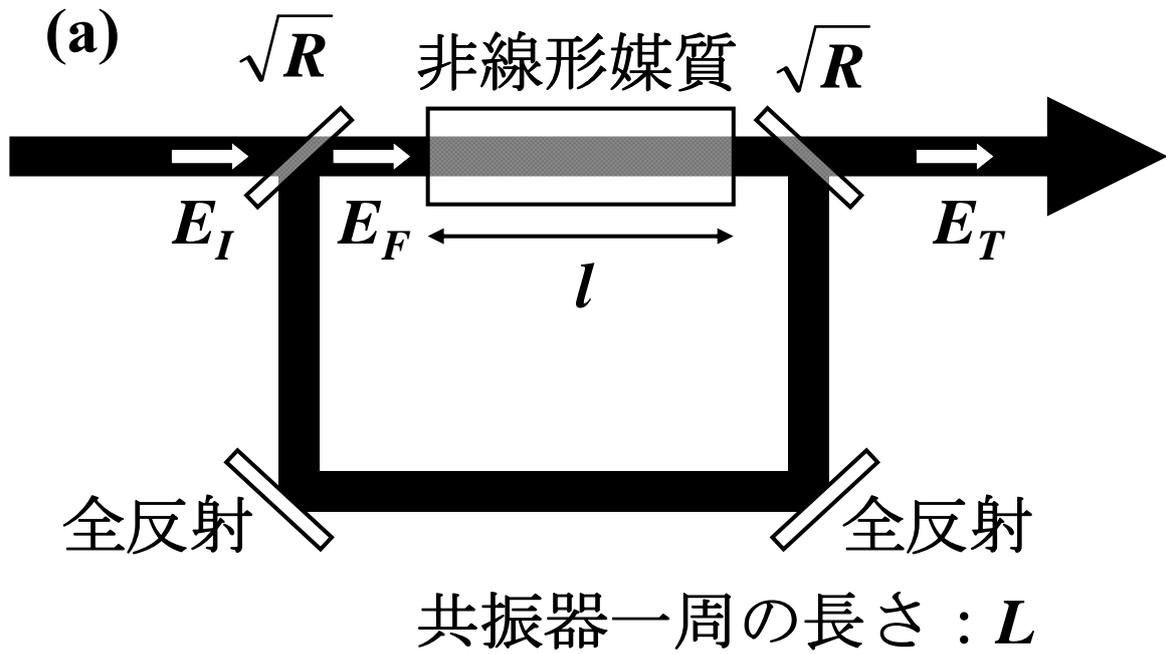


図 7. 光共振器を用いた光双安定系の構成。(a) リング型光共振器を用いた系。(b) Fabry-Perot 型光共振器を用いた系。

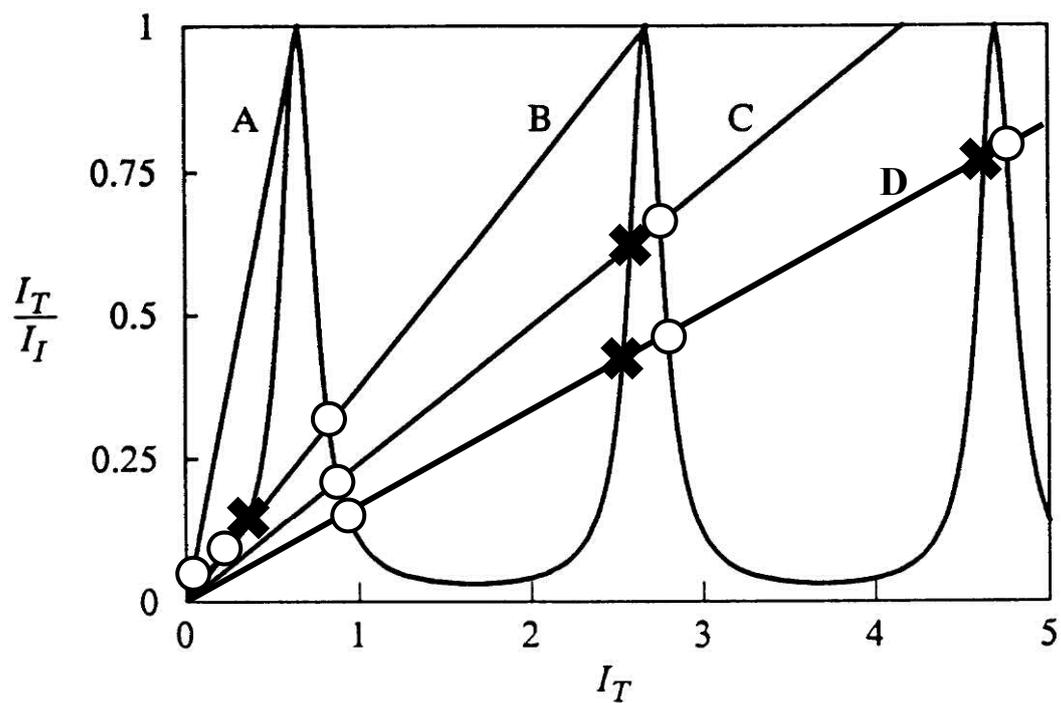


図 8. 光双安定系の安定点と不安定点。○: 安定点、×: 不安定点。直線Aは入力光強度が最も小さい場合。B, C, Dの順に大きくなる。  
(P. Meystre and M. Sargent, *Elements of Quantum Optics*, 2nd Ed. (Springer-Verlag, 1991).  
○および×、直線Dは御園が記入したもの。)

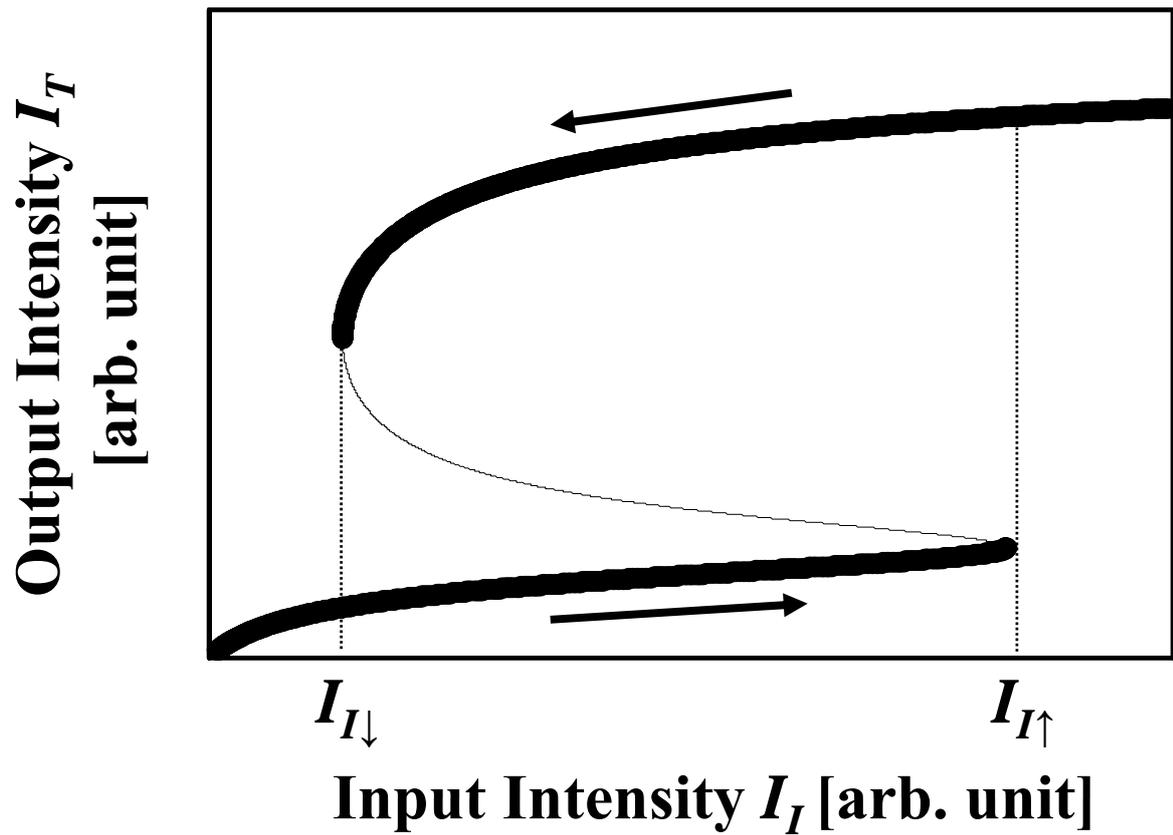


図9. 光双安定系入出力光強度の関係。入力光強度  $I_I$  が  $I_{I\downarrow}$  と  $I_{I\uparrow}$  の間の値をとるとき、2つの安定な出力光強度  $I_T$  の値が存在する。

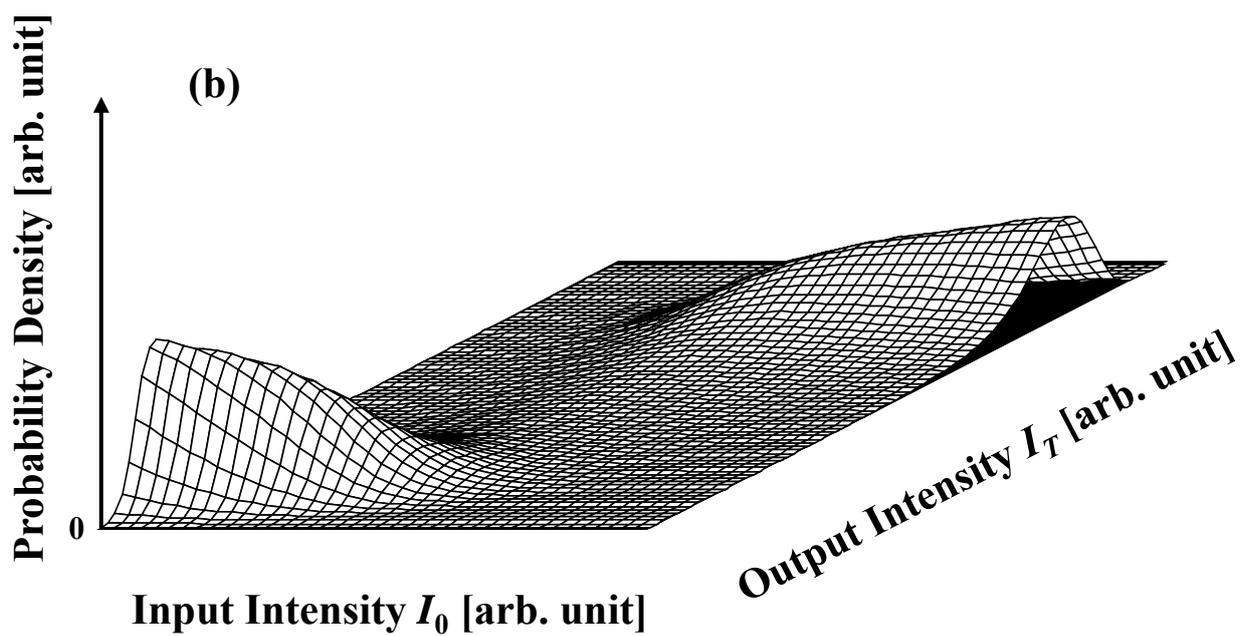
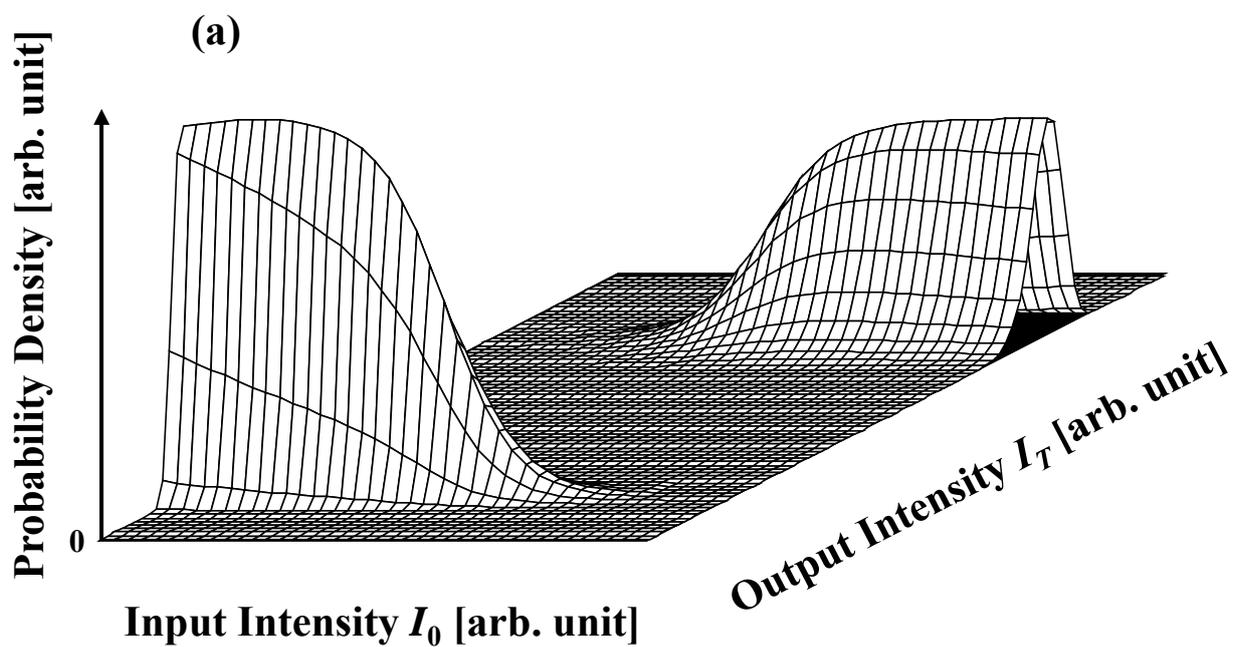


図 10. 双安定系の入出力光強度と、対応する確率密度。(a) 雑音が小さい場合。(b) 雑音が大きい場合。

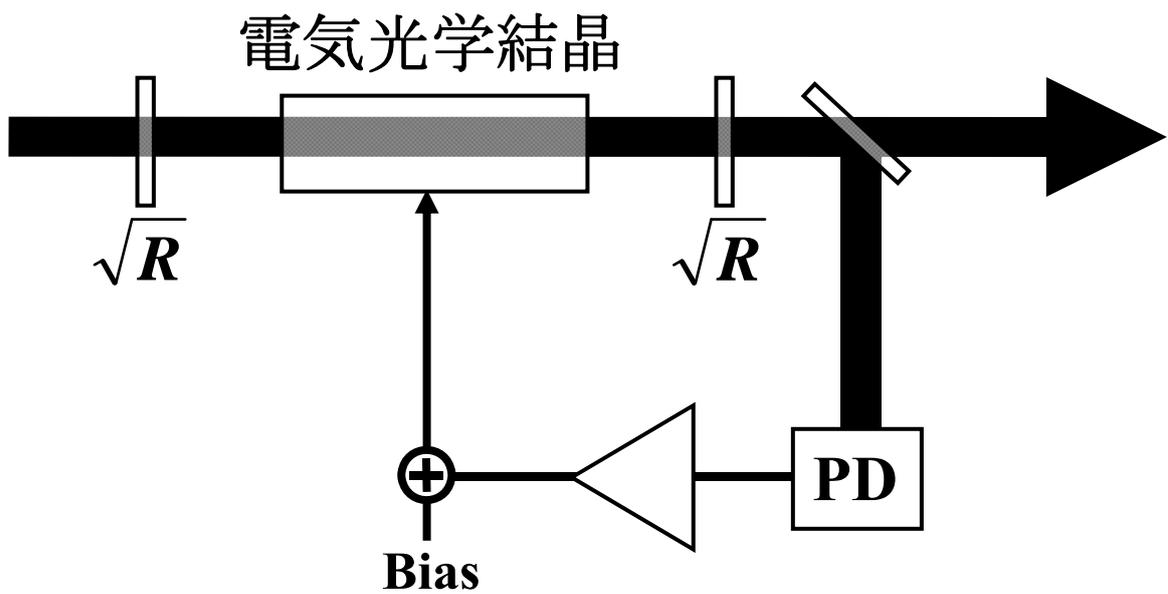


図 11. Fabry-Perot 型光共振器を用いた hybrid 型光双安定系。2 枚のミラーによって構成された Fabry-Perot 型光共振器、共振器中に置かれた電気光学結晶、帰還回路とからなる。光共振器を通過した光の一部を分岐して、その光強度をフォトダイオード (PD) などの光電変換器で電気信号に変換し、増幅してバイアス電圧を加えた後に電気光学結晶に帰還する。

## 電気光学変調器

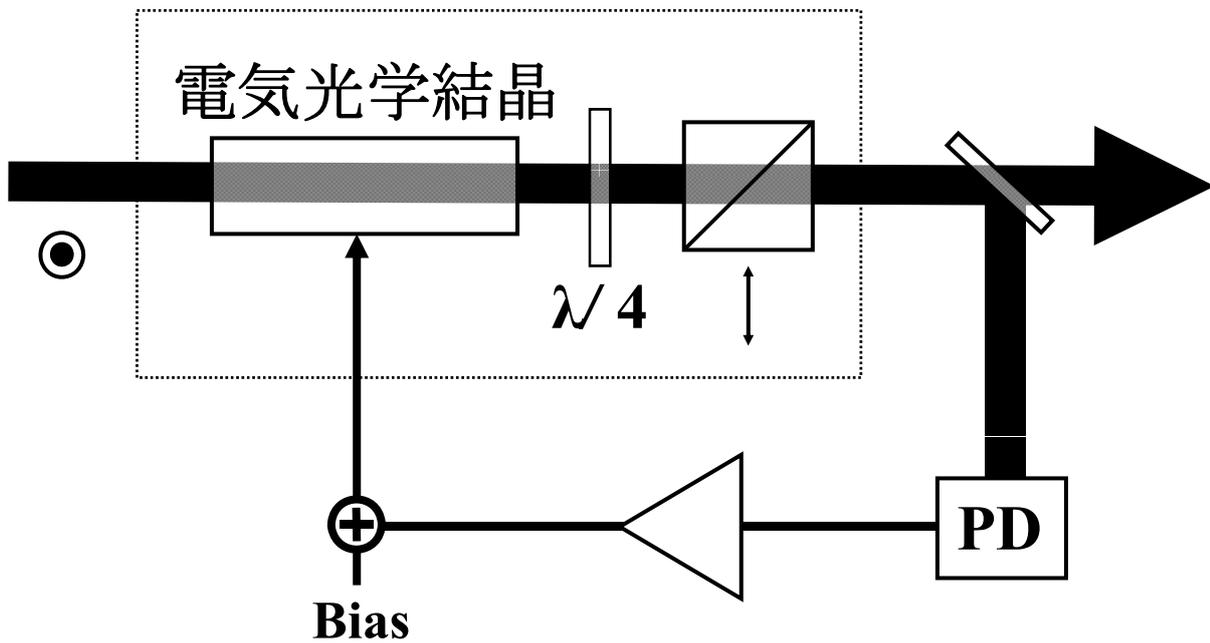


図 12. 光共振器を用いない hybrid 型光双安定系。電気光学変調器（点線で囲まれた部分）と帰還回路とからなる。強度変調器を通過した光の一部を分岐して、その光強度をフォトダイオード（PD）などの光電変換器で電気信号に変換し、増幅してバイアス電圧を加えた後に電気光学結晶に帰還する。

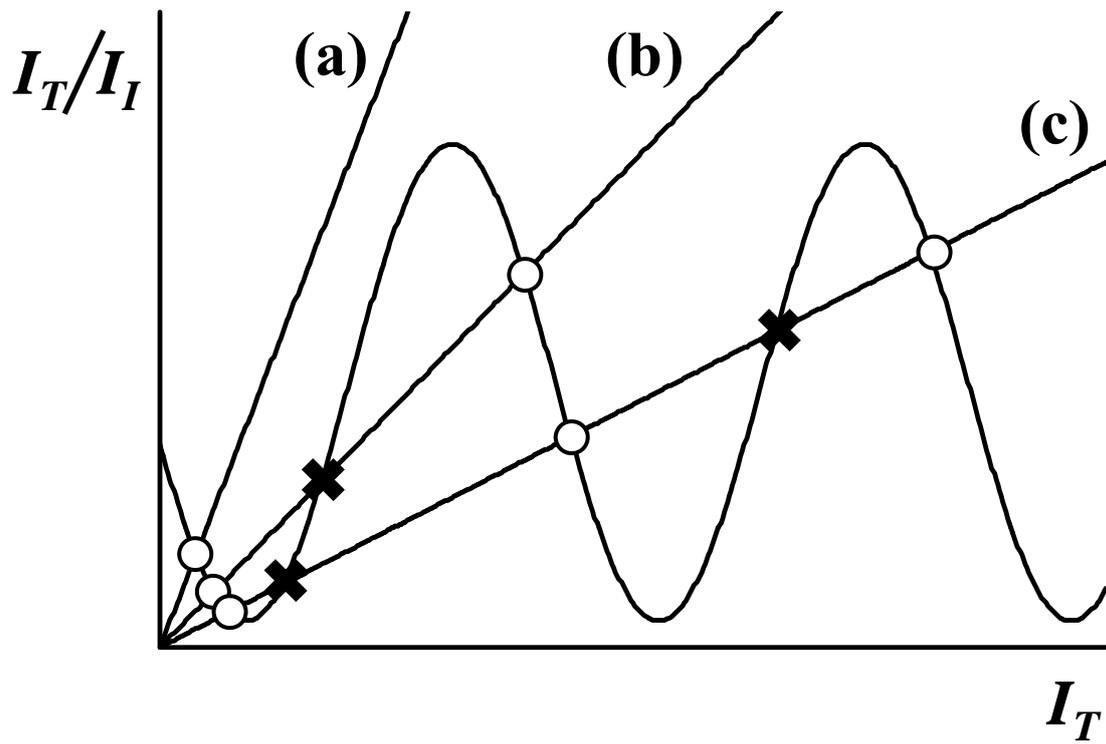


図 13. 光共振器を用いない hybrid 型光双安定系の安定点と不安定点。○: 安定点、×: 不安定点。直線(a)は入力光強度が最も小さい場合。(b), (c)の順に大きくなる。

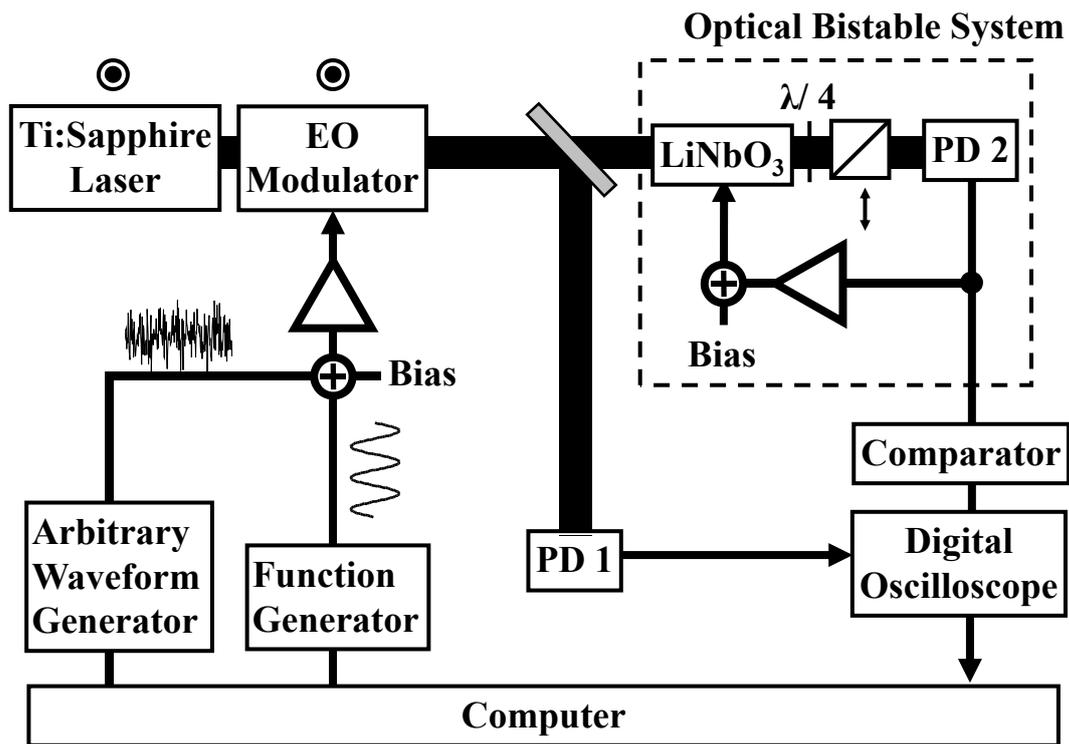


図 14. 実験系。入力信号である正弦波は function generator で、入力雑音は任意波形発生器で発生させた。これらの和に適当なバイアスを加えて、電気光学変調器によって Ti:Sapphire レーザー光の強度を変調した。双安定系の入力と出力の光強度をフォトダイオード（それぞれ PD1, PD2）で測定し、デジタルオシロスコープに取り込んだ。これらのデータはコンピュータに転送されて処理される。

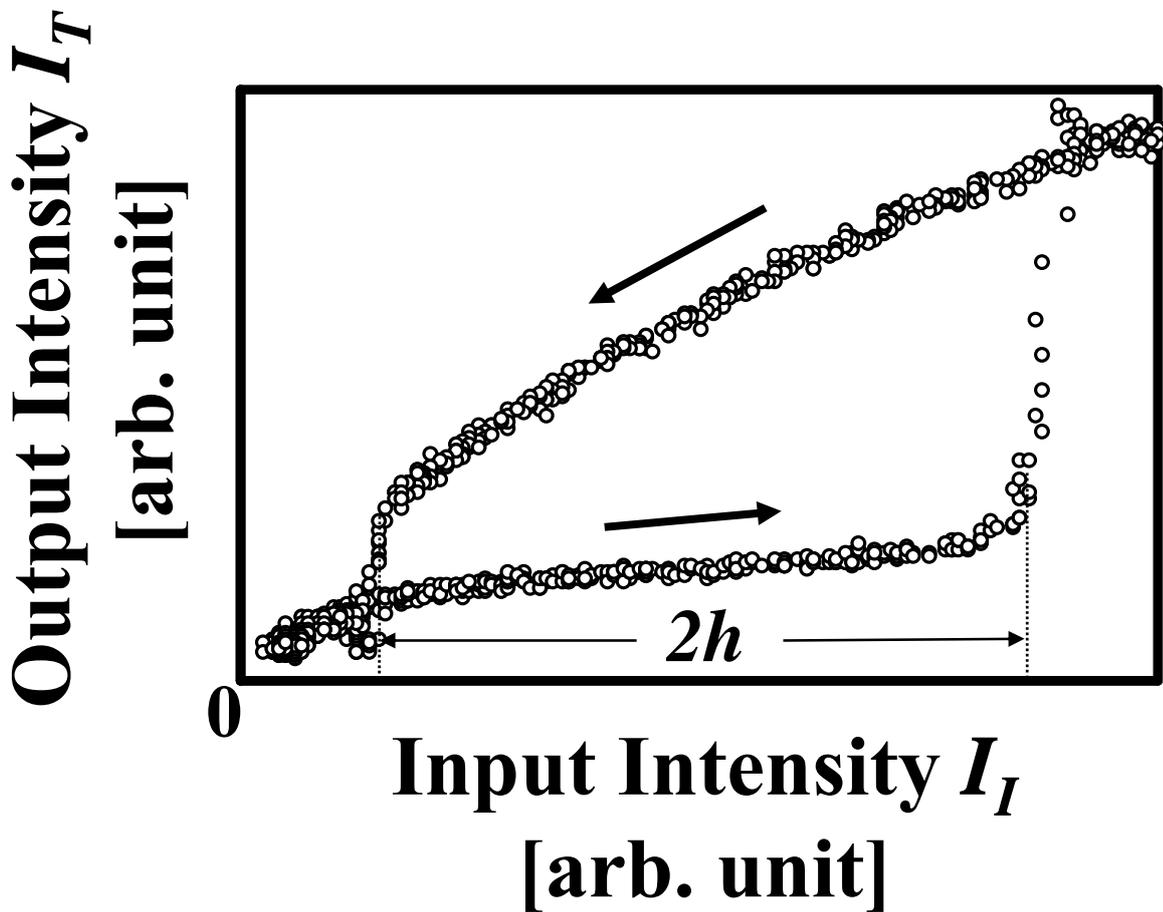
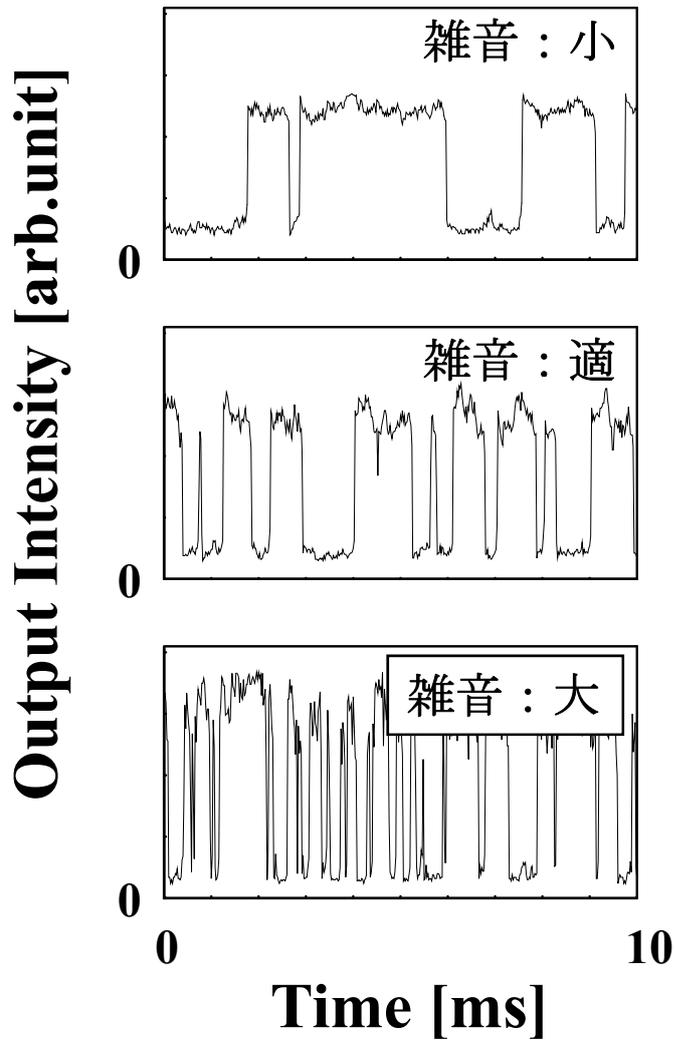


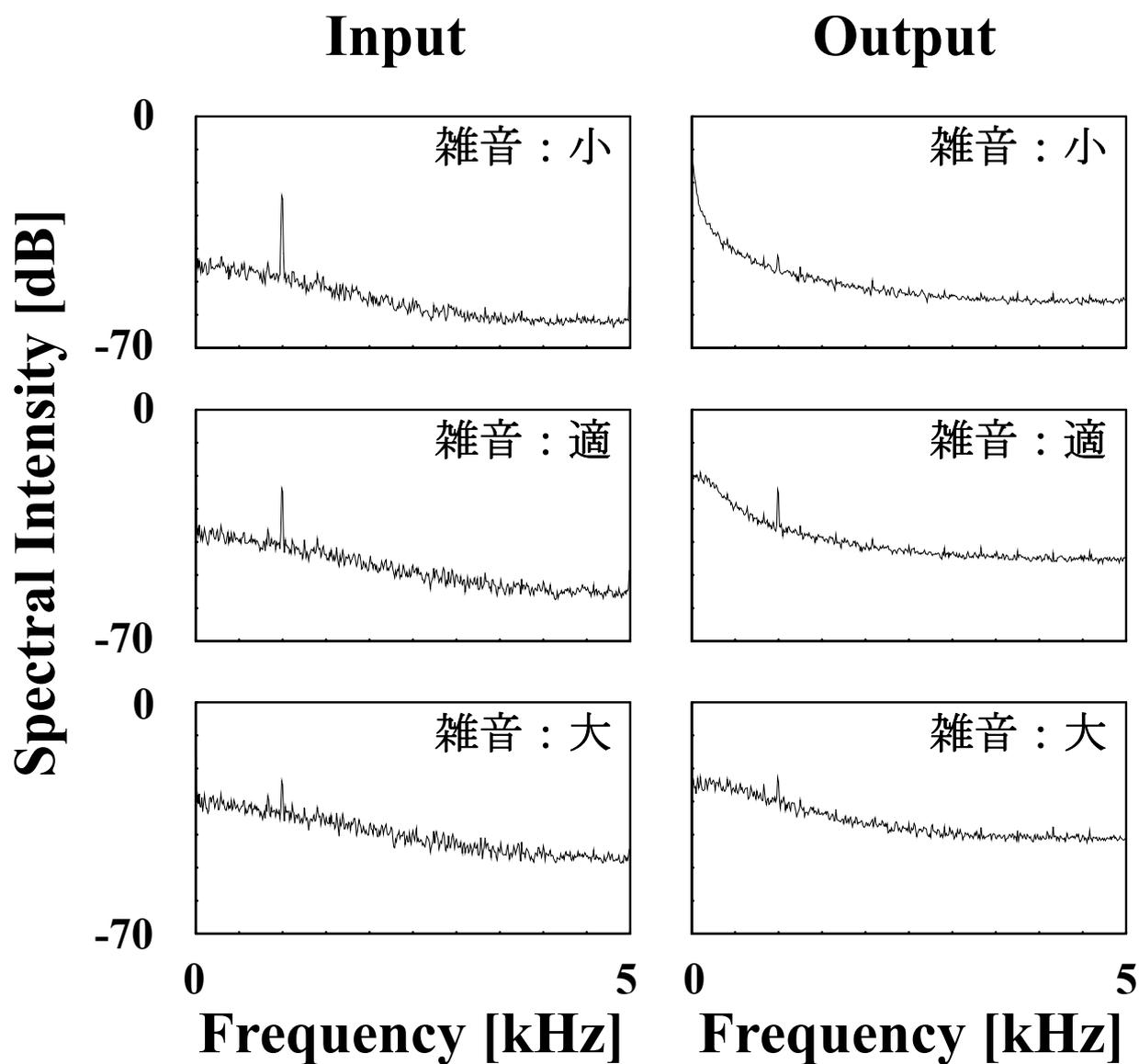
図 15. 光双安定系入出力の関係。入力光強度を変化させたとき、出力光強度は図中の矢印の方向に変化し、ヒステリシスループが得られる。1つの入力光強度に対し、安定な出力光強度が2つ存在する領域があることがわかる。この領域の幅を $2h$ とし、この $2h$ を用いて信号と雑音の振幅を規格化する。

# Output



$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

図 16. 光双安定系出力の時間変化（実験）。光双安定系出力後、コンパレータに通す前の波形。正弦波信号の周波数は 1 kHz、雑音のカットオフ周波数  $f_c$  は 1 kHz のときのもので、上から順に雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のもの。いずれも、信号 10 周期分を示してある。



$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

図 17. 光双安定系入出力のパワースペクトル（実験）。信号周波数が 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 1 kHz のときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示したもの。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のものである。

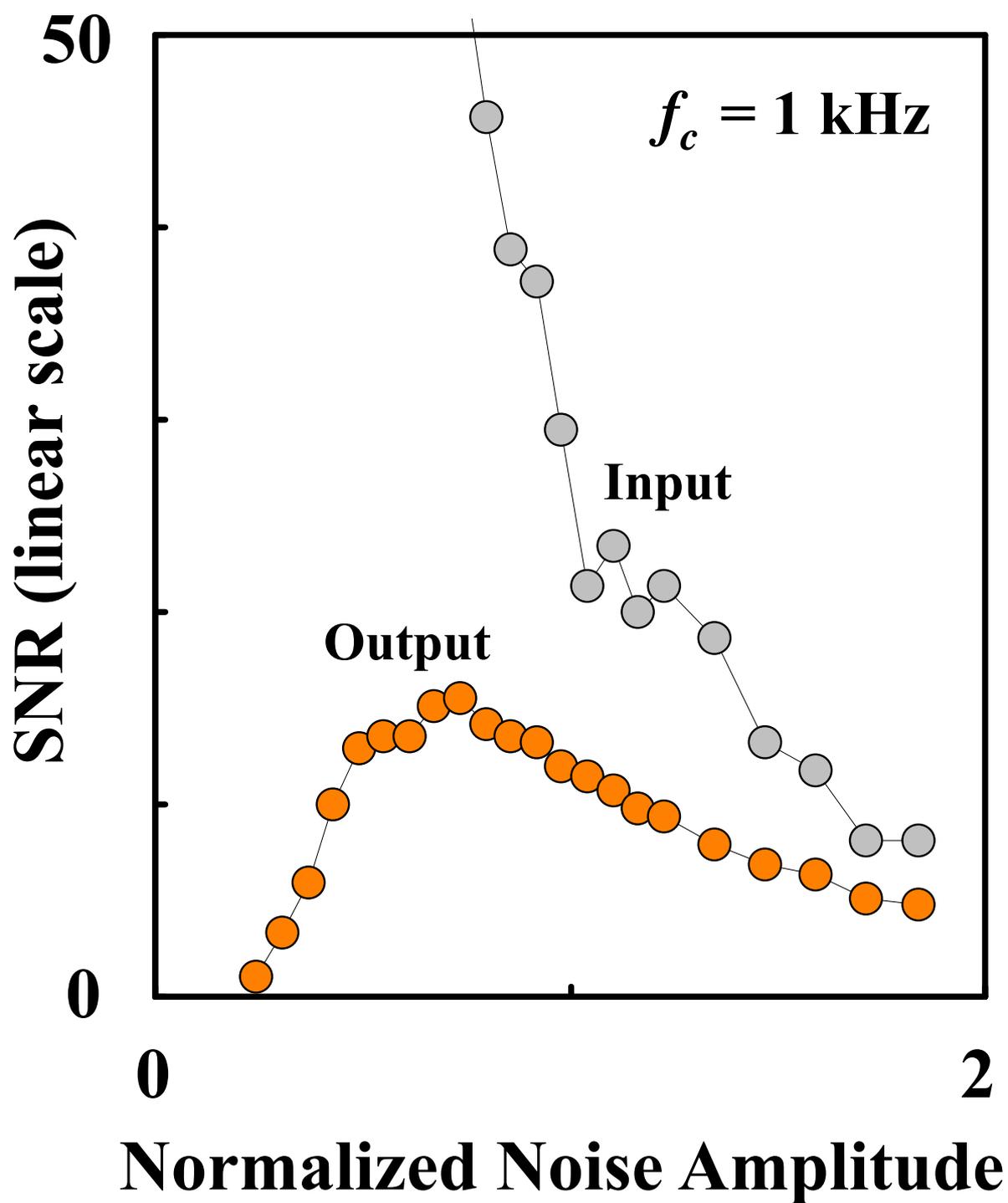
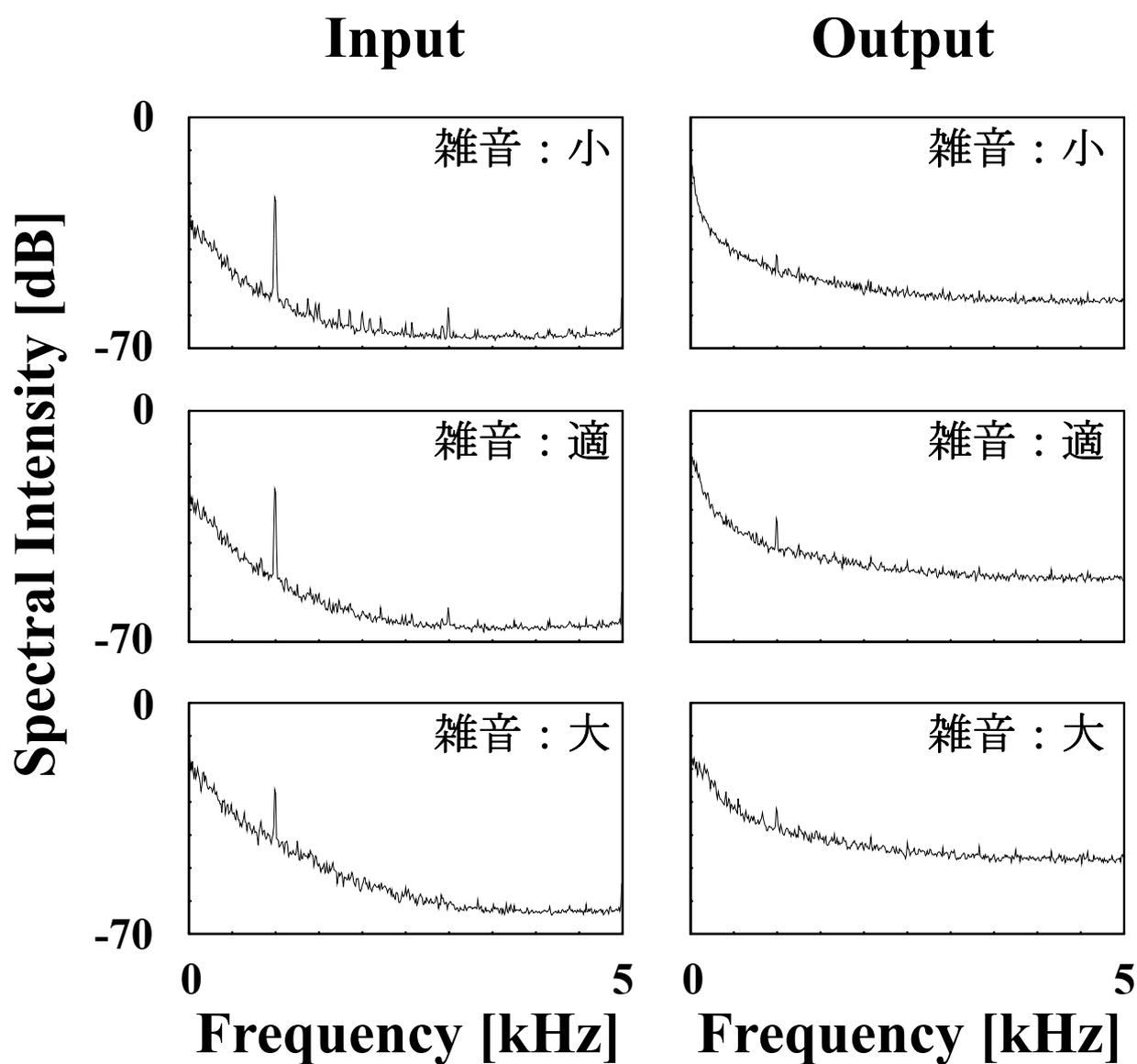


図 18. 光双安定系入出力SN比と雑音振幅の関係（実験）。雑音カットオフ周波数  $f_c$  は1 kHz、信号周波数は1 kHzである。縦軸はlinear scale。横軸の雑音振幅は双安定領域の幅で規格化した。



$$f_c = 160 \text{ Hz}$$

図 19. 光双安定系入出力のパワースペクトル（実験）。信号周波数が 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 160 Hz のときの、光双安定系入出力のパワースペクトルを示した。左の列が入力、右の列が出力のスペクトルであり、上から、雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合のものである。

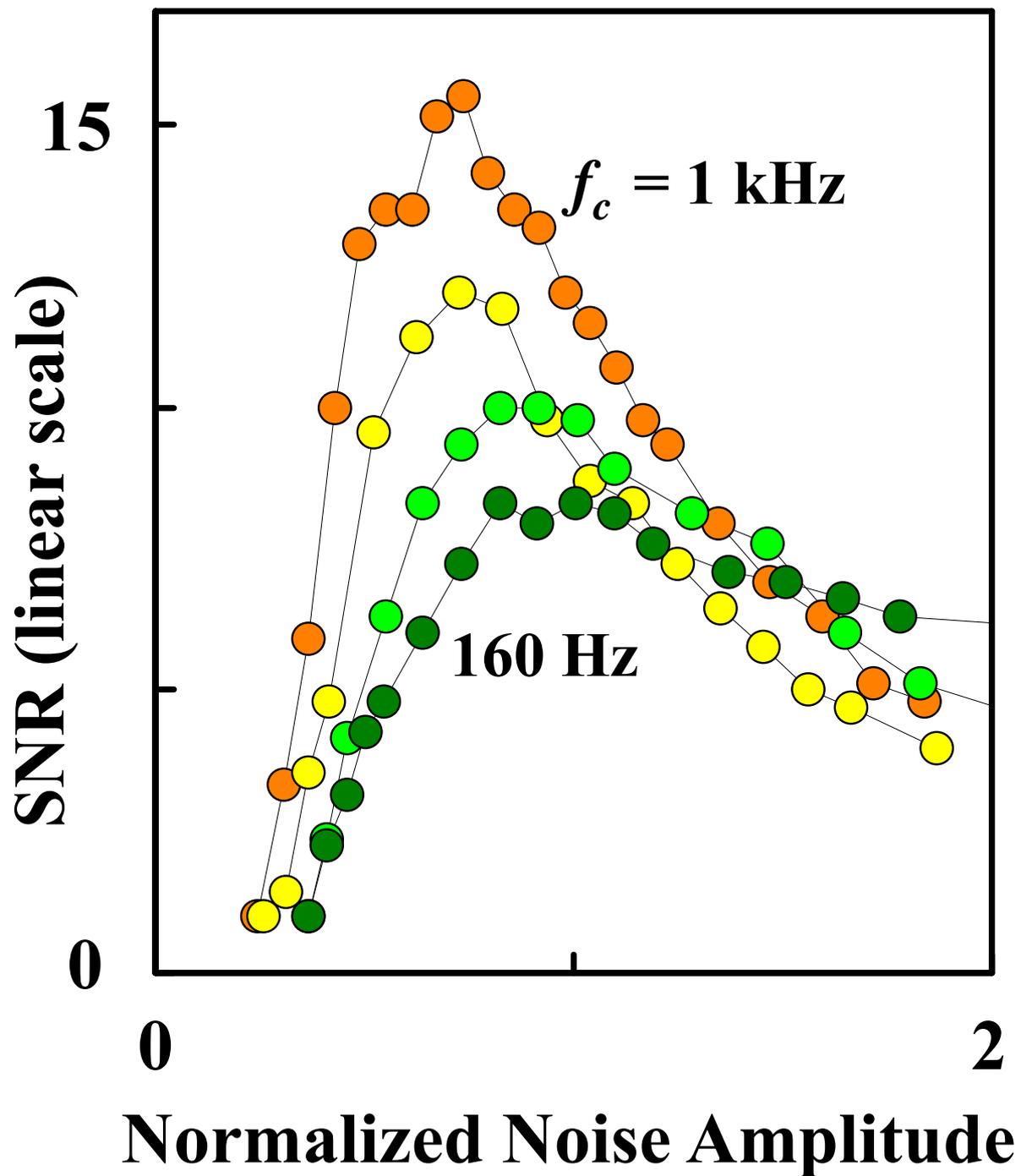


図 20. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性（実験）。極大値の大きい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 1 kHz, 640 Hz, 320 Hz, 160 Hz のときの曲線。信号周波数は 1 kHz。

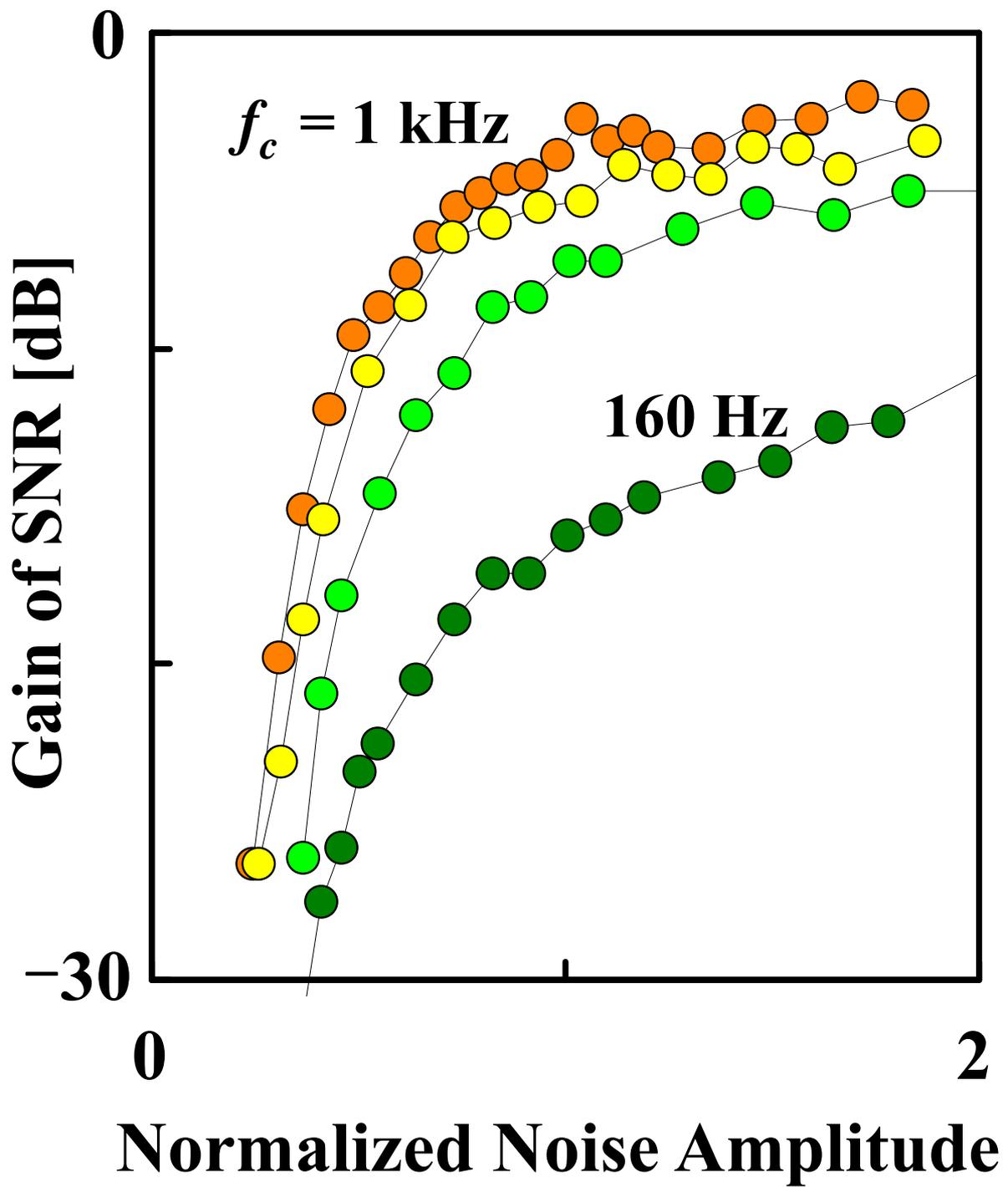


図 21. SN比の利得 (実験)。SN比の利得、すなわち (出力SN比) - (入力SN比) を、雑音カットオフ周波数  $f_c = 1 \text{ kHz}$ , 640 Hz, 320 Hz, 160 Hz について示した。

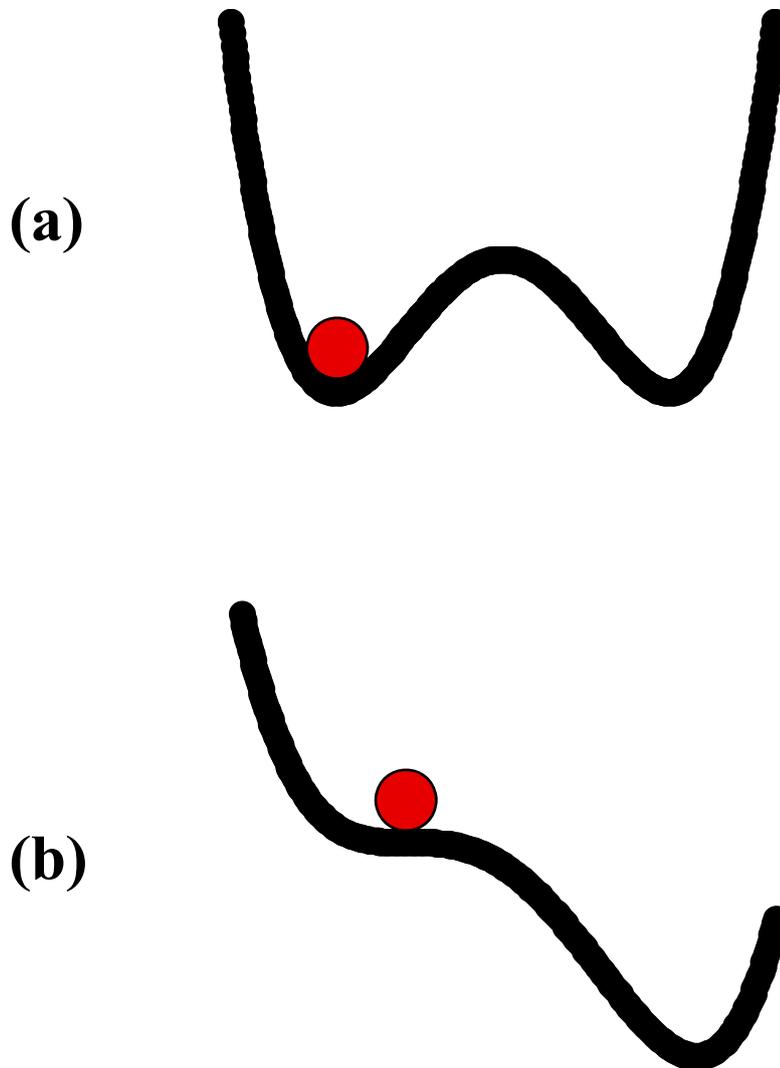
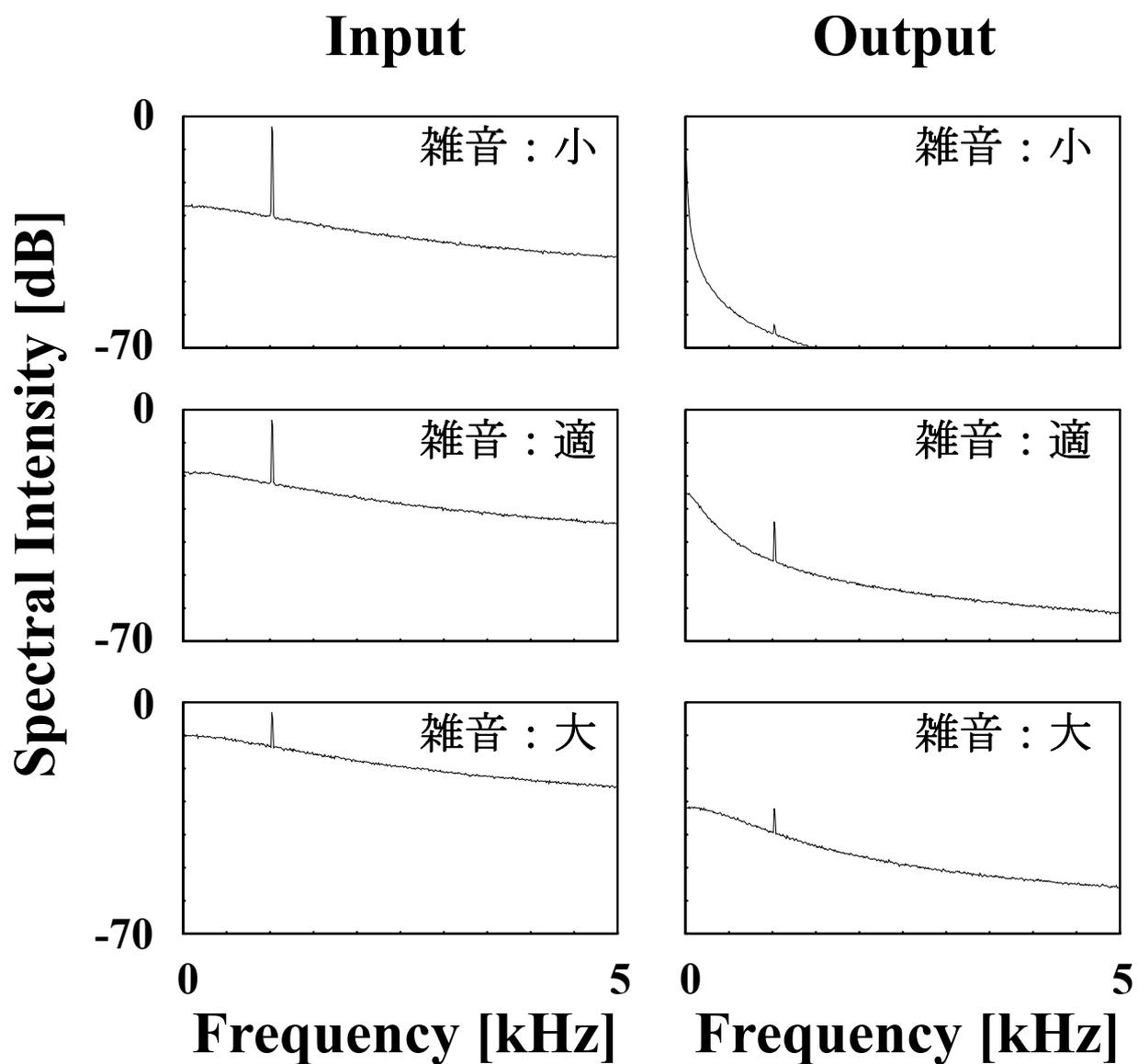
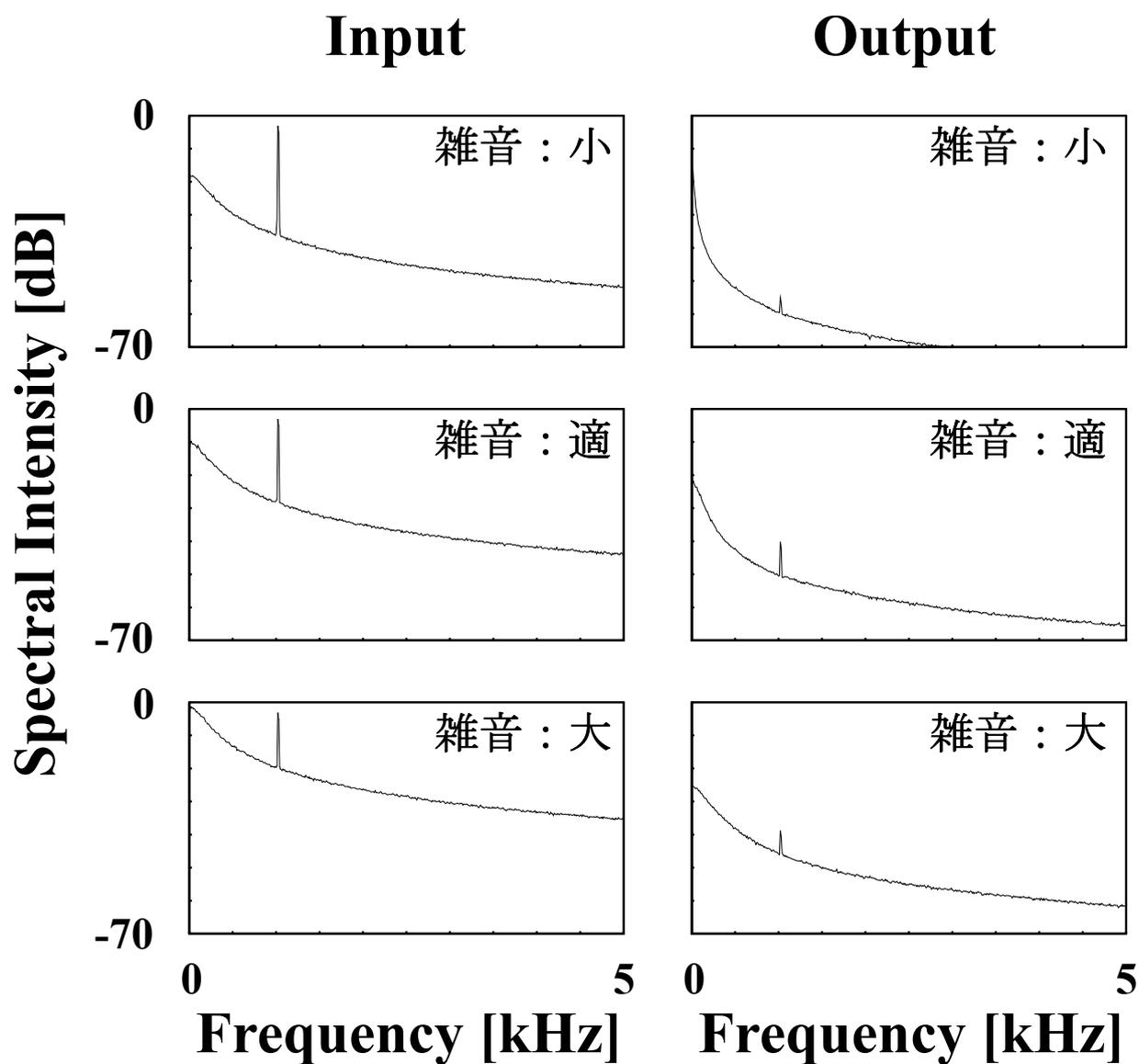


図 22. 信号及び雑音振幅の規格化因子 $h$ 。(a) 入力の無いときの双安定ポテンシャル。(b) 臨界的なひずみを持つ双安定ポテンシャル。 $h = (4a^3/27b)^{1/2}$ とすると、歪んだ双安定ポテンシャル $-(a/2)x^2 + (b/4)x^4 + hx$ の極大と、二つの極小のうちのひとつが一致する。ポテンシャルの歪みがこれ以上大きくなると、系はもう一方の状態に変化する。この $h$ の定義は、実験で得られたヒステリシスループにおいて、双安定となる入力光強度の範囲を $2h$ としたことに相当する。



$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

図 23. 光双安定系入出力のパワースペクトル（計算）。信号周波数 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c = 1 \text{ kHz}$ 。左の列が入力、右の列が出力のスペクトル。上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合。



$$f_c = 160 \text{ Hz}$$

図 24. 光双安定系入出力のパワースペクトル（計算）。信号周波数 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c = 160 \text{ Hz}$ 。左の列が入力、右の列が出力のスペクトル。上から、雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合。

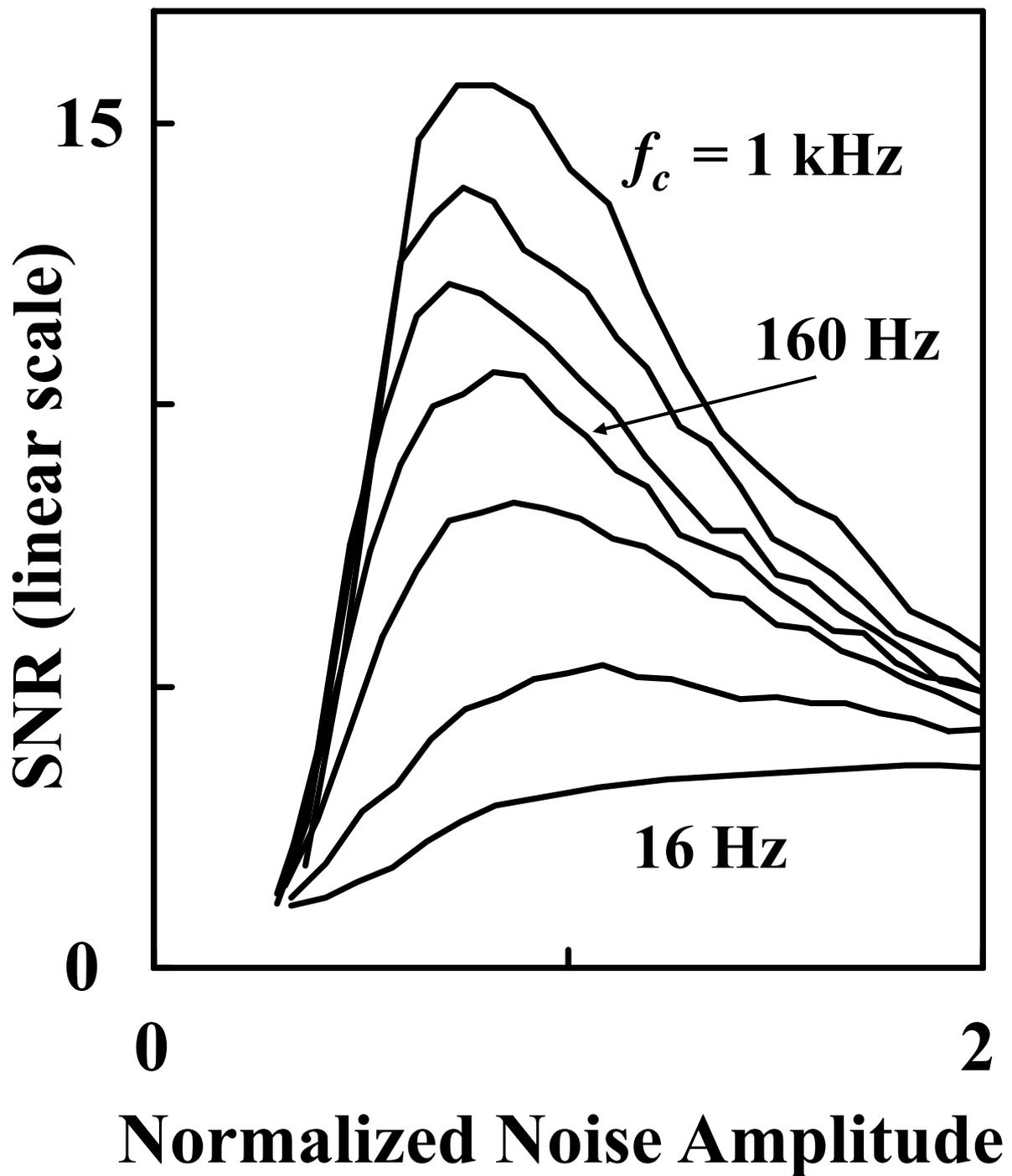


図 25. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性（計算）。極大値の大きい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 1 kHz, 640 Hz, 320 Hz, 160 Hz, 80 Hz, 32 Hz, 16 Hz のときの曲線。信号周波数は 1 kHz。

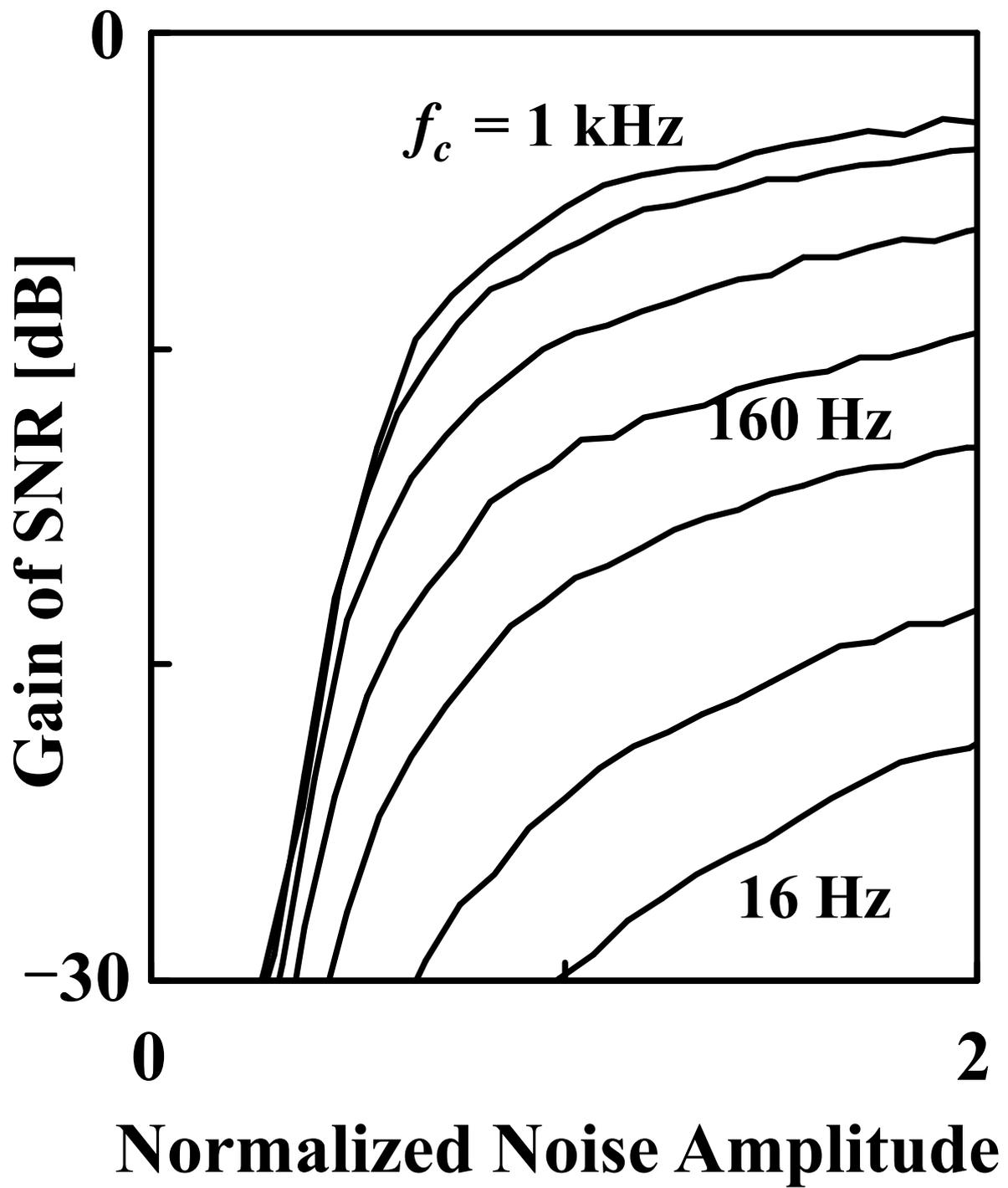


図 26. SN比の利得（計算）。SN比の利得、すなわち（出力SN比）－（入力SN比）を、雑音カットオフ周波数  $f_c = 1 \text{ kHz}$ , 640 Hz, 320 Hz, 160 Hz, 80 Hz, 32 Hz, 16 Hz について示した。

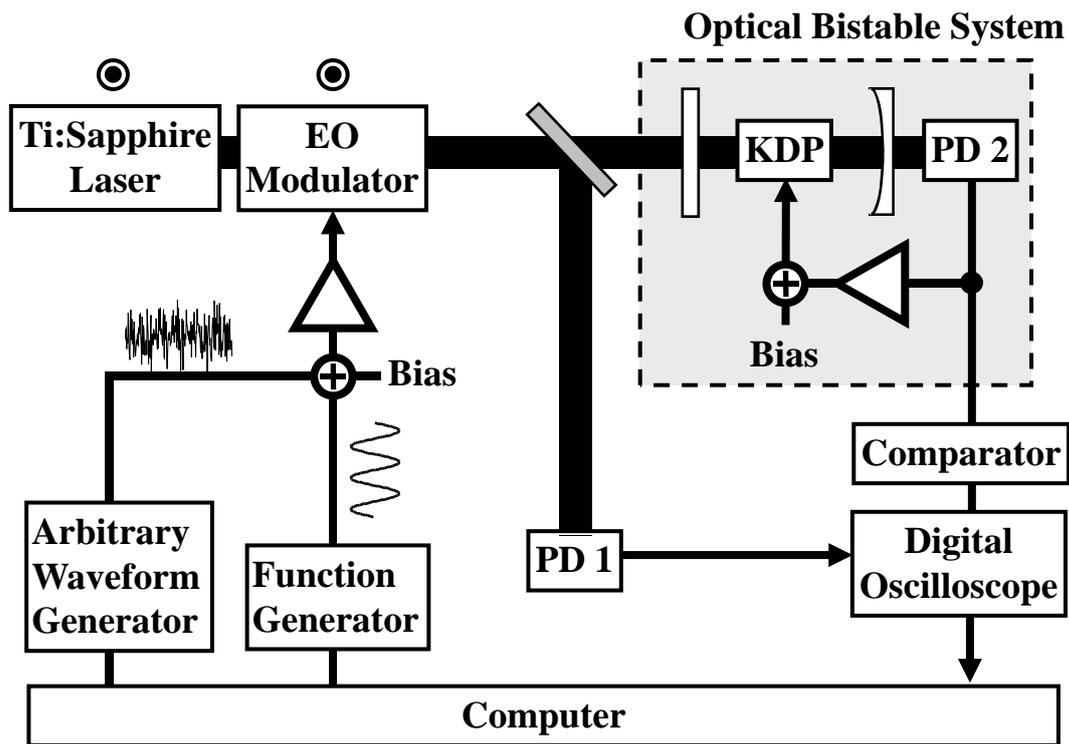


図 27. 実験系。入力信号である正弦波は function generator で、入力雑音は任意波形発生器で発生させた。これらの和に適当なバイアスを加えて、電気光学変調器によってTi:Sapphireレーザー光の強度を変調した。双安定系の入力と出力の光強度をフォトダイオード（それぞれPD1, PD2）で測定し、デジタルオシロスコープに取り込んだ。これらのデータはコンピュータに転送されて処理される。

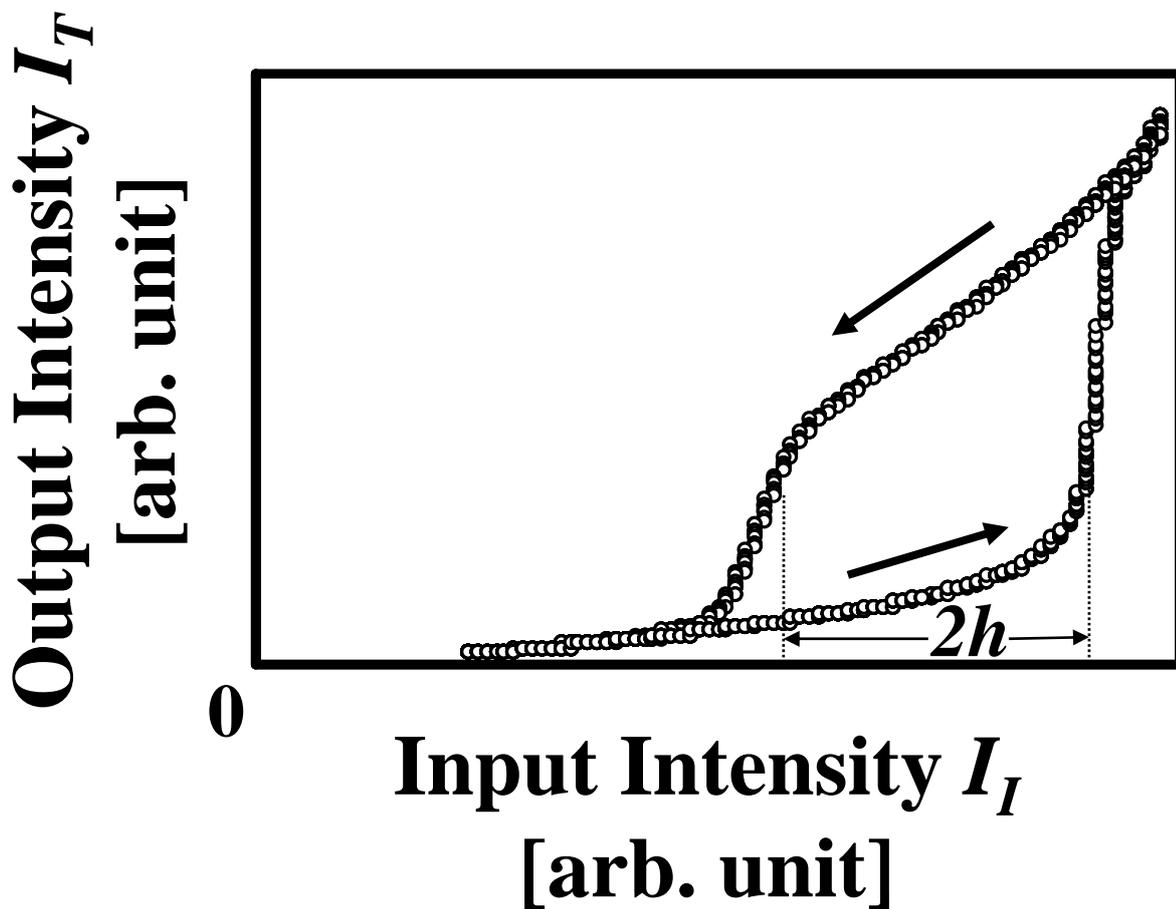


図 28. 光双安定系入出力の関係。入力光強度を変化させたとき、出力光強度は図中の矢印の方向に変化し、ヒステリシスループが得られる。1つの入力光強度に対し、安定な出力光強度が2つ存在する領域があることがわかる。この領域の幅を $2h$ とし、この $2h$ を用いて信号と雑音の振幅を規格化する。

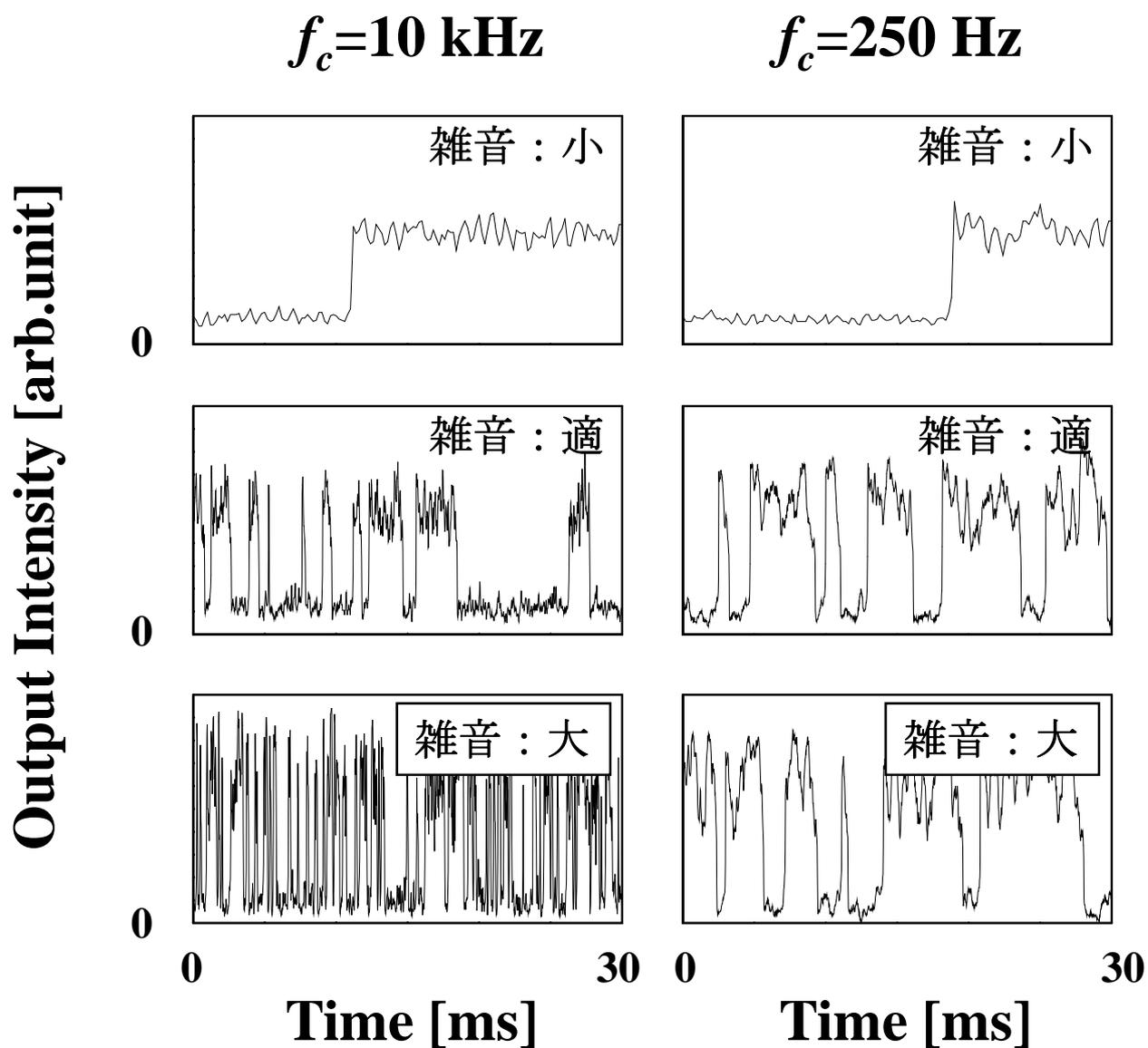
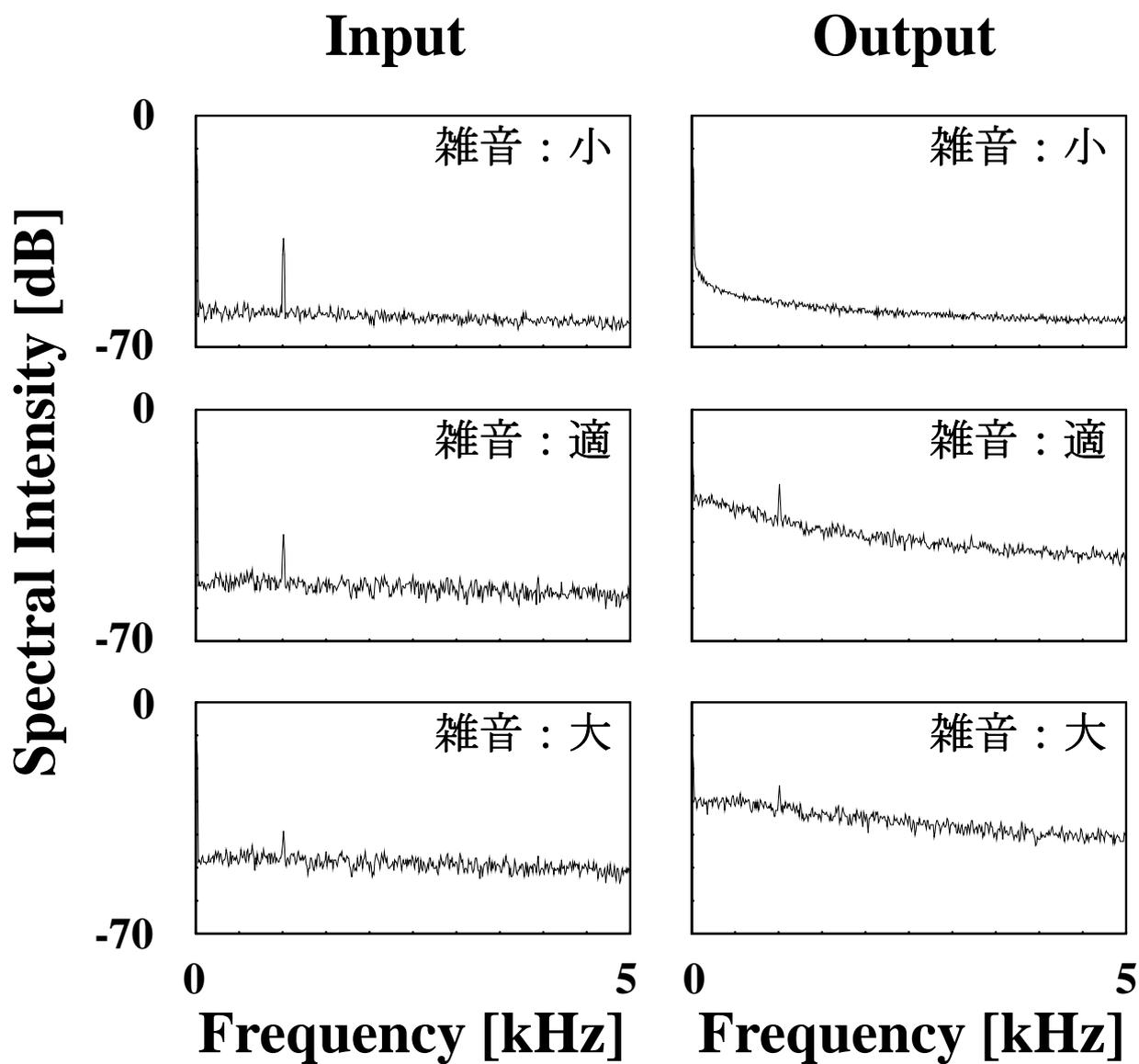


図 29. 光双安定系出力の時間変化（実験）。光双安定系出力後、コンパレータに通す前の波形。正弦波信号の周波数は 1 kHz、雑音のカットオフ周波数  $f_c$  は左の列が 10 kHz のとき、右の列が 250 Hz のときのもので、上から順に雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合のもの。いずれも、信号 30 周期分を示してある。雑音が小さいときの図で、雑音の相関時間が長く見えるのは、デジタルオシロスコープのサンプリングレートを、1/10 としたため。



$$f_c = 10 \text{ kHz}$$

図 30. 光双安定系入出力のパワースペクトル（実験）。信号周波数が 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 10 kHz のときの光双安定系入出力のパワースペクトル。左の列が入力、右の列が出力のスペクトル。上から、雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合。

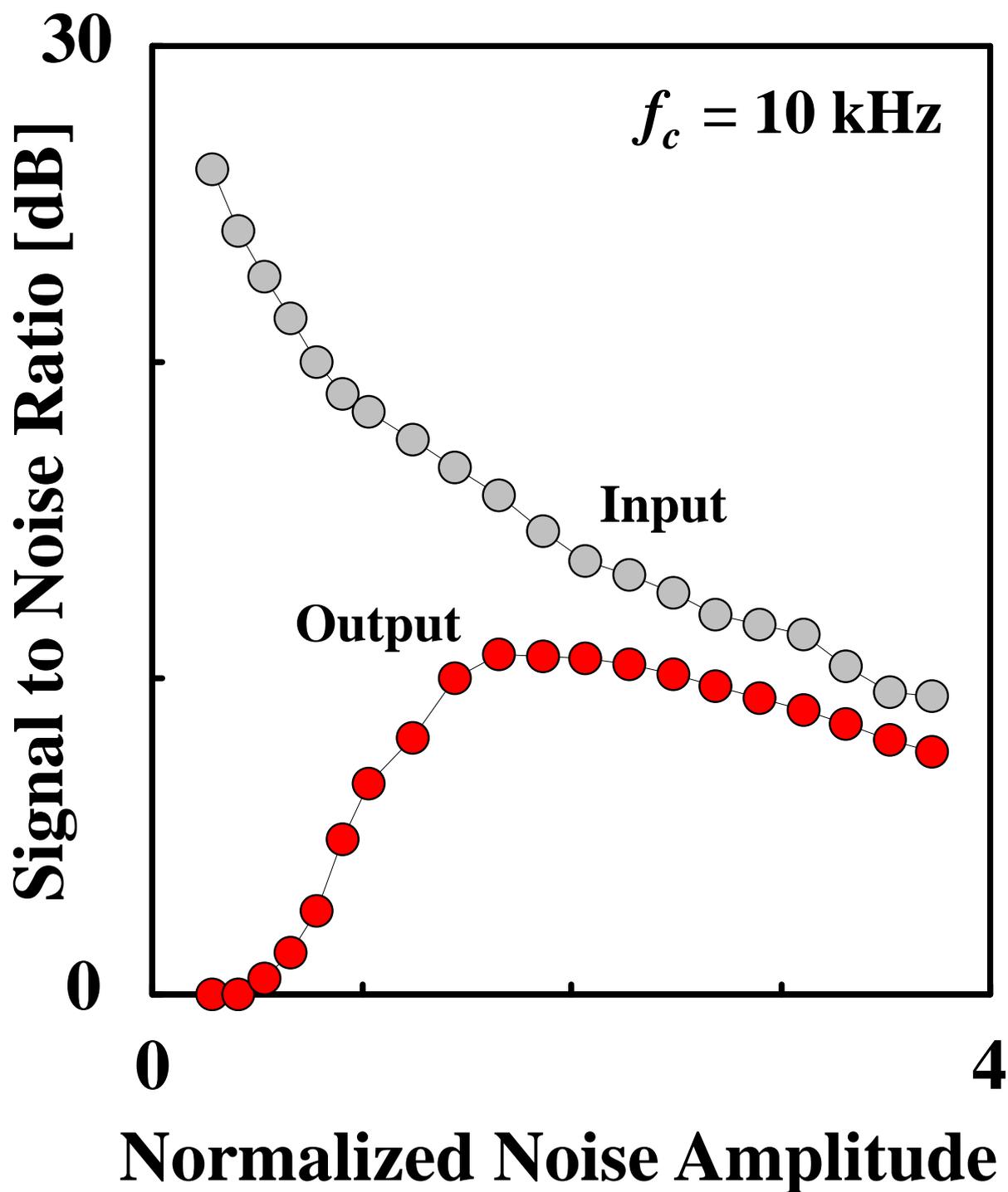
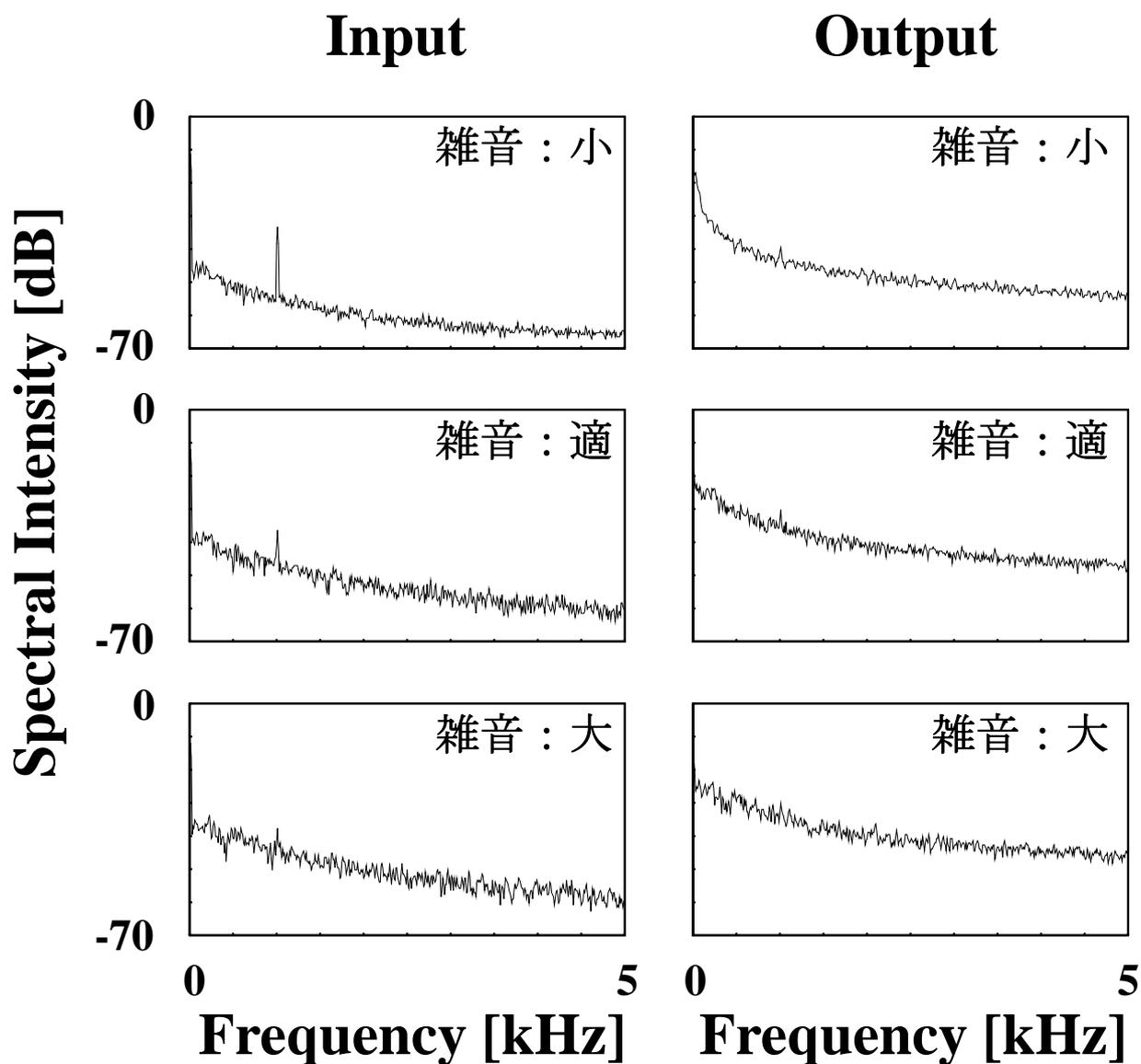


図 31. 光双安定系入出力SN比と雑音振幅の関係（実験）。雑音カットオフ周波数 $f_c$ は10 kHz、信号周波数は1 kHzである。縦軸はlog scale。横軸の雑音振幅は双安定領域の幅で規格化した。



$$f_c = 250 \text{ Hz}$$

図 32. 光双安定系入出力のパワースペクトル（実験）。信号周波数が 1 kHz、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 250 Hz のときの光双安定系入出力のパワースペクトル。左の列が入力、右の列が出力のスペクトル。上から、雑音振幅が小さい場合、適当な場合、大きい場合。

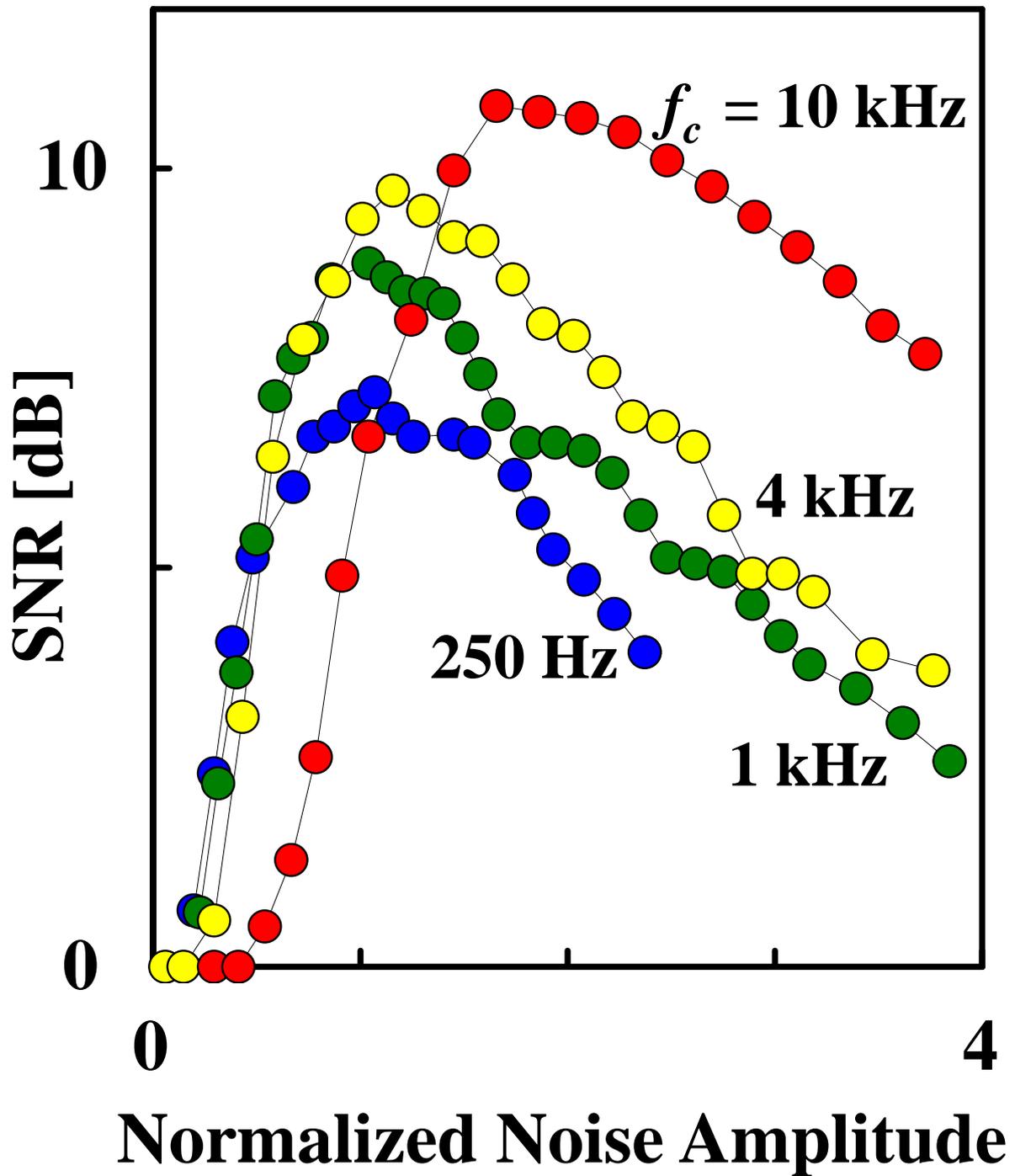


図 33. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性 (実験)。極大値の大きい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が 10 kHz, 4 kHz, 1 kHz, 250 Hz のときの曲線。信号周波数は 1 kHz。

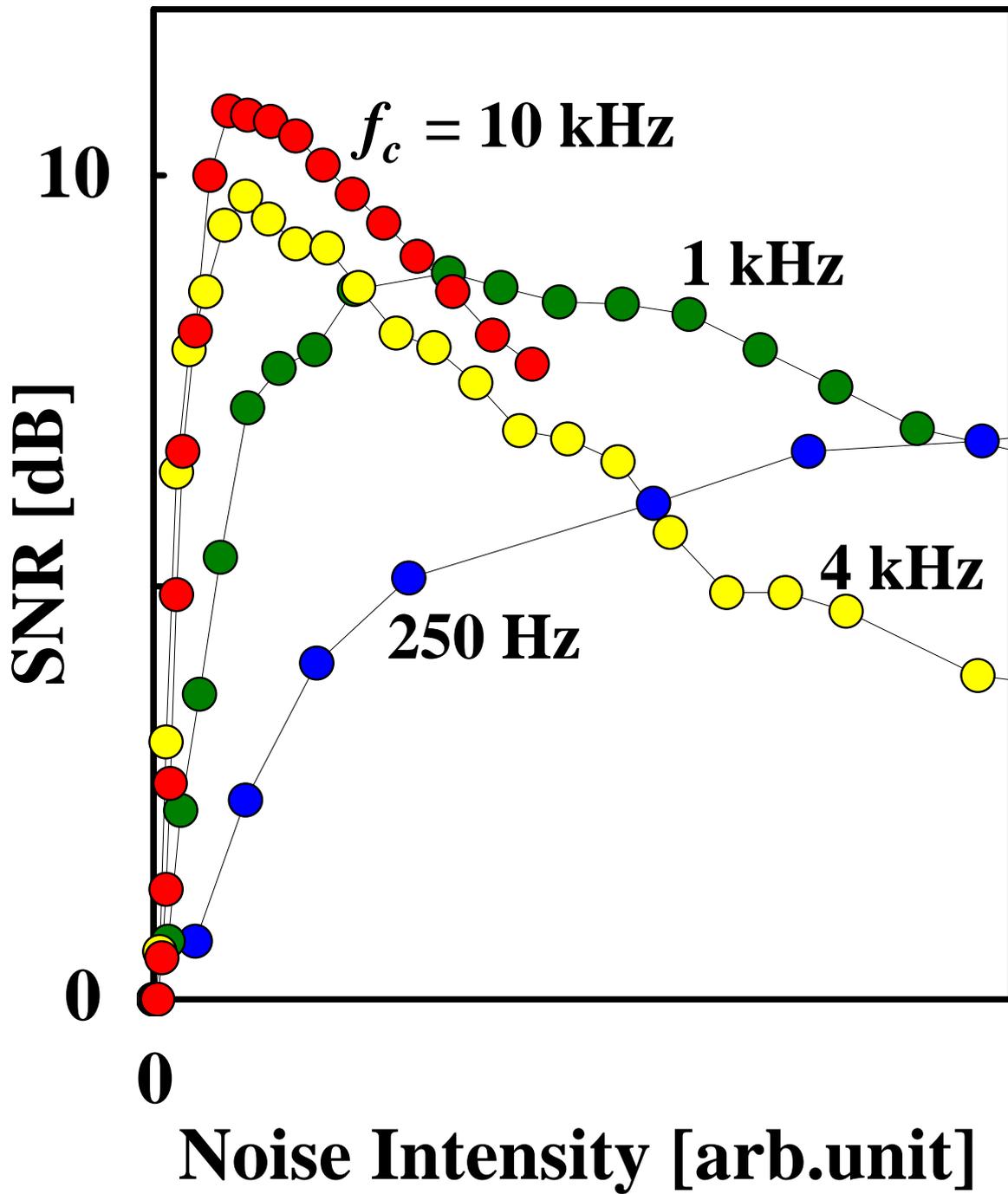


図 34. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性（横軸を雑音強度としたもの）。雑音カットオフ周波数  $f_c$  が大きいほど、極大を与える雑音強度は小さくなっている。

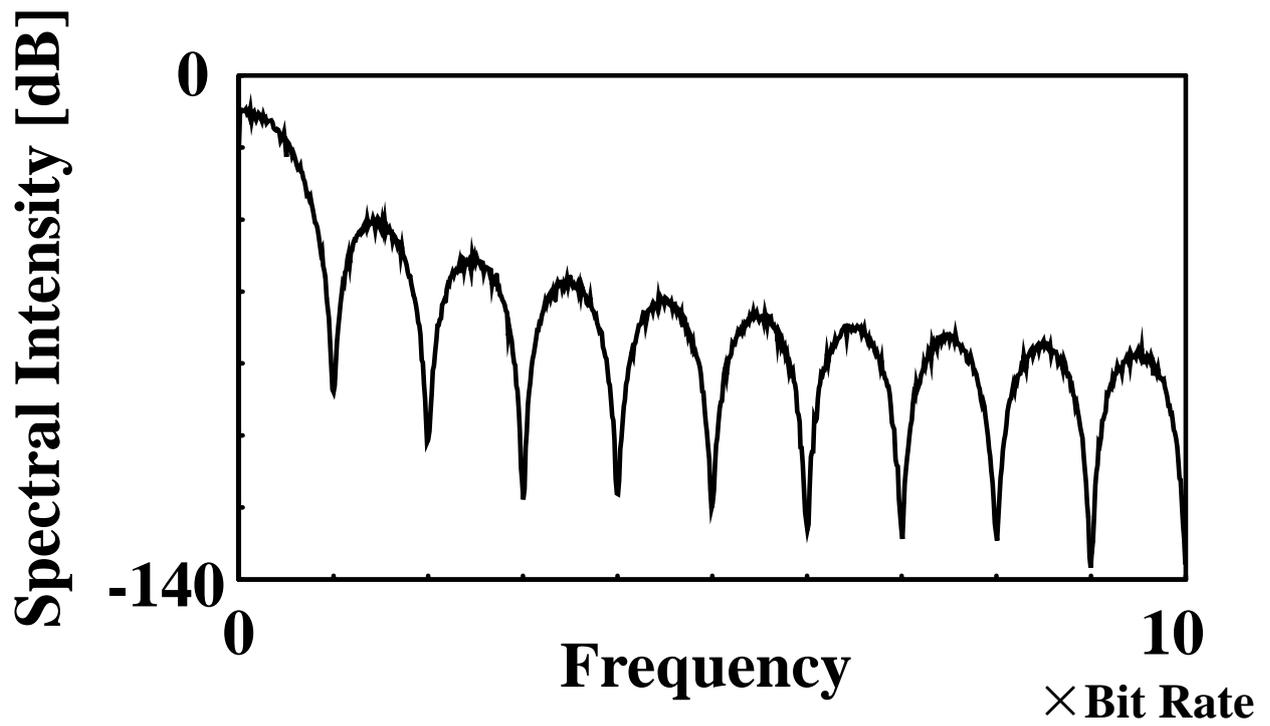


図 35. 15段の最大長系列（M系列）（PRBS  $2^{15}-1$ ）のスペクトル。正弦波とは大きく異なった形をしており、信号速度に等しい周波数にゼロ点がある。

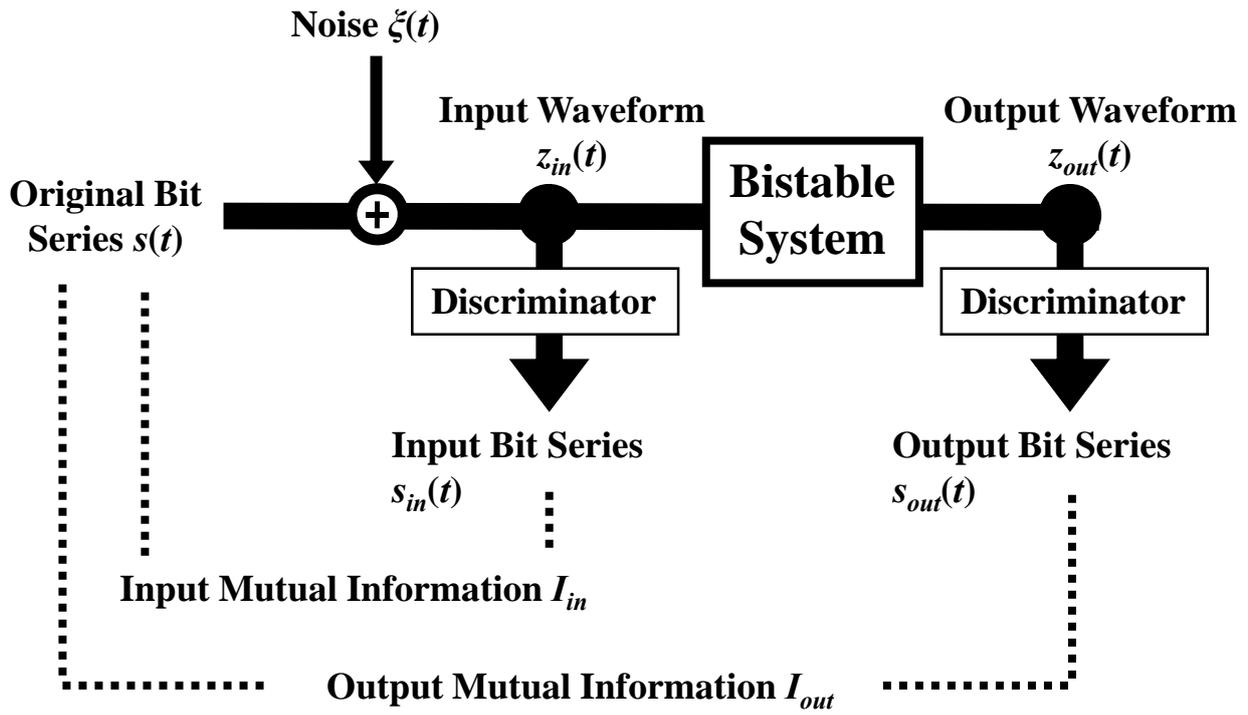


図 36. ビット列入力の計算機シミュレーションの概念図。

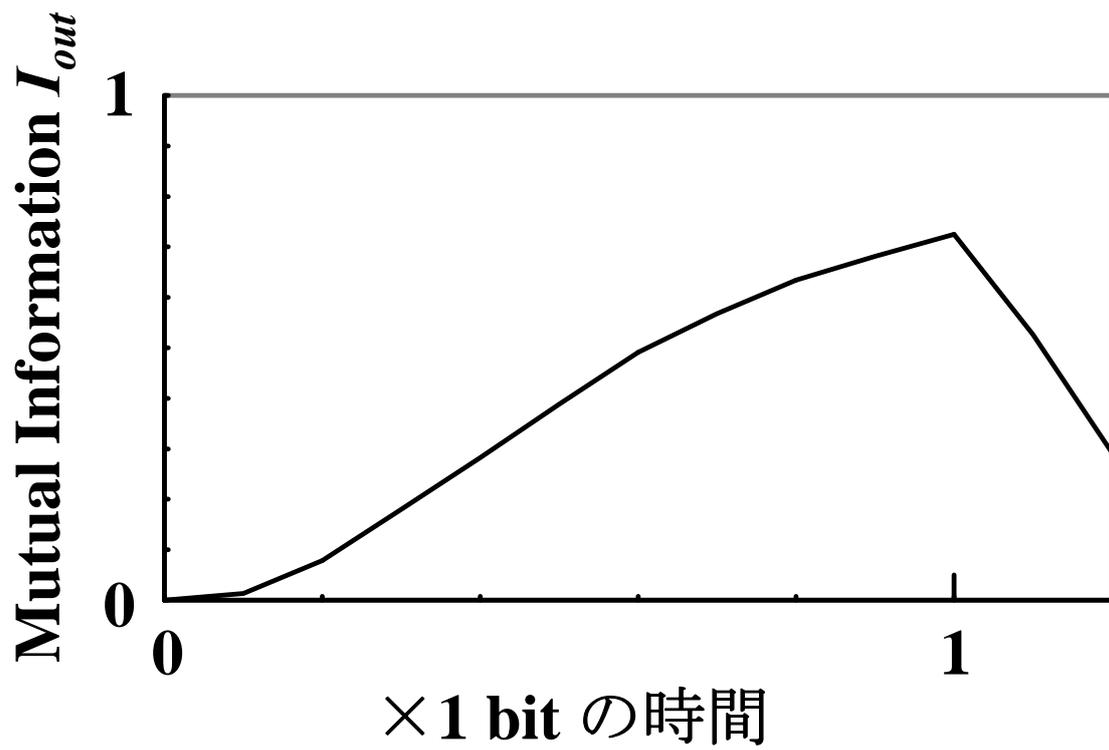


図 37.1 ビットの時間内での双安定系出力の mutual information (MI) の時間変化 (計算)。時間の経過に従って MI が増加する。

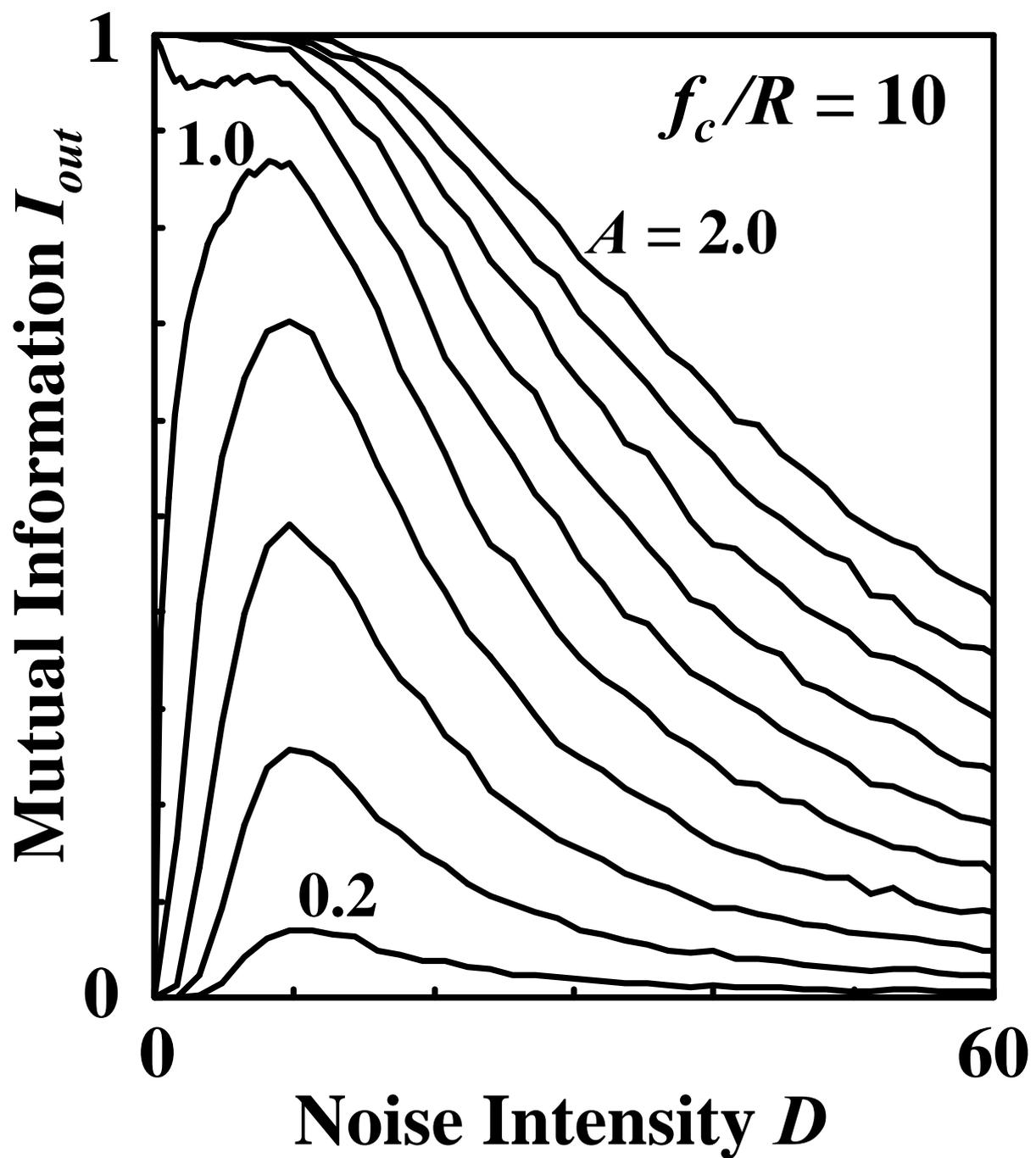


図 38. 双安定系出力 mutual information の信号振幅依存性 (計算)。  
 極大値の小さい方から順に、信号振幅  $A$  が 0.2 の曲線から 2.0 の曲線まで 0.2 刻みに示した。雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 10 とした。

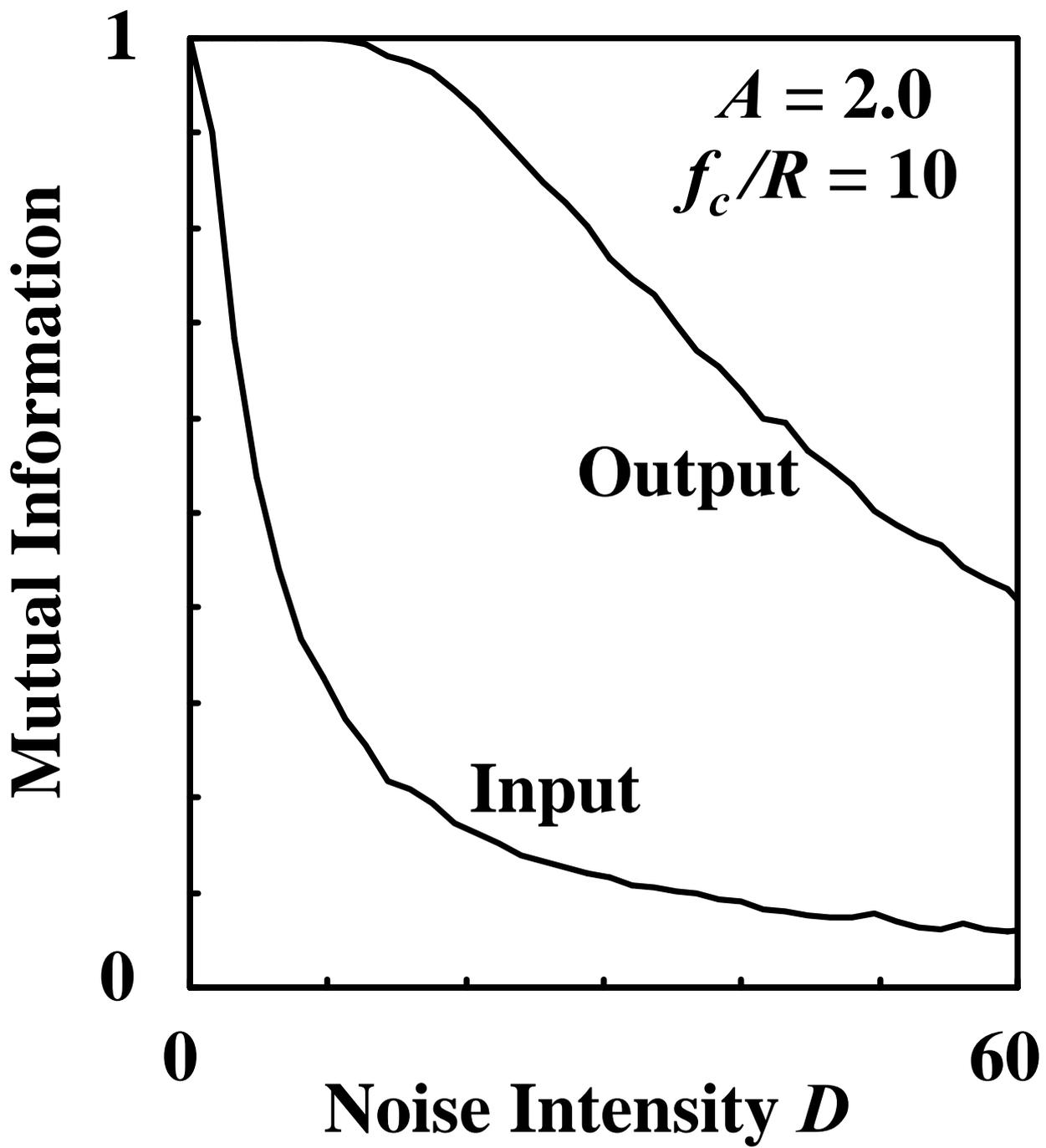


図 39. 入出力 mutual information と雑音強度の関係（計算）。信号振幅  $A$  は 2.0、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 10 とした。

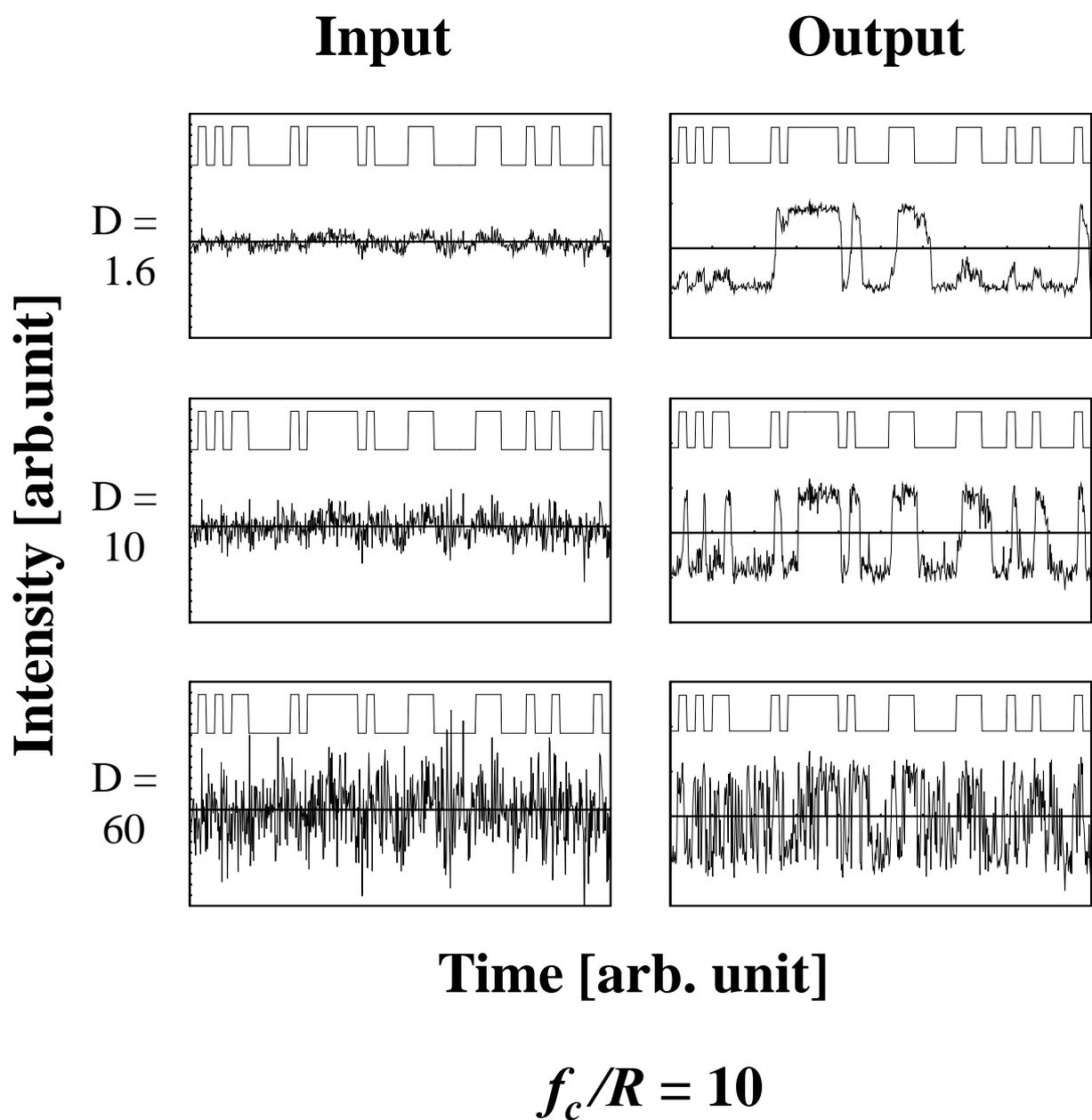


図 40. 光双安定系入出力の時間変化（計算）。信号振幅  $A$  は 0.8、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 10。左の列が双安定系入力の波形、右の列が出力波形。上から順に雑音強度が小さい場合 ( $D=1.6$ )、最適な場合 ( $D=10$ )、大きい場合 ( $D=60$ ) のもの。各図中の上部に元のビット列を示した。いずれも、信号 50 ビット分を示してある。図中の水平な直線が識別レベルを示す。

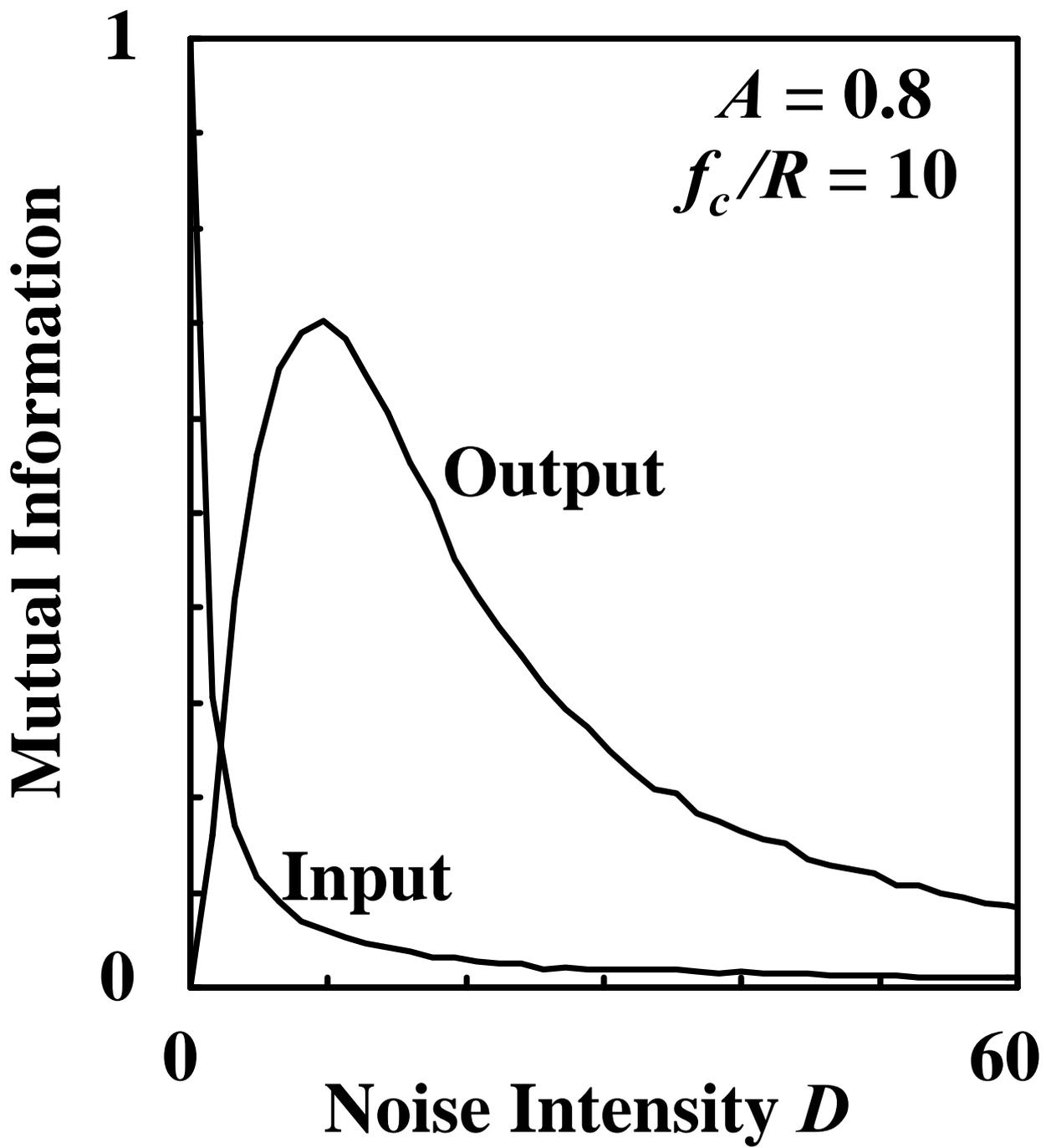
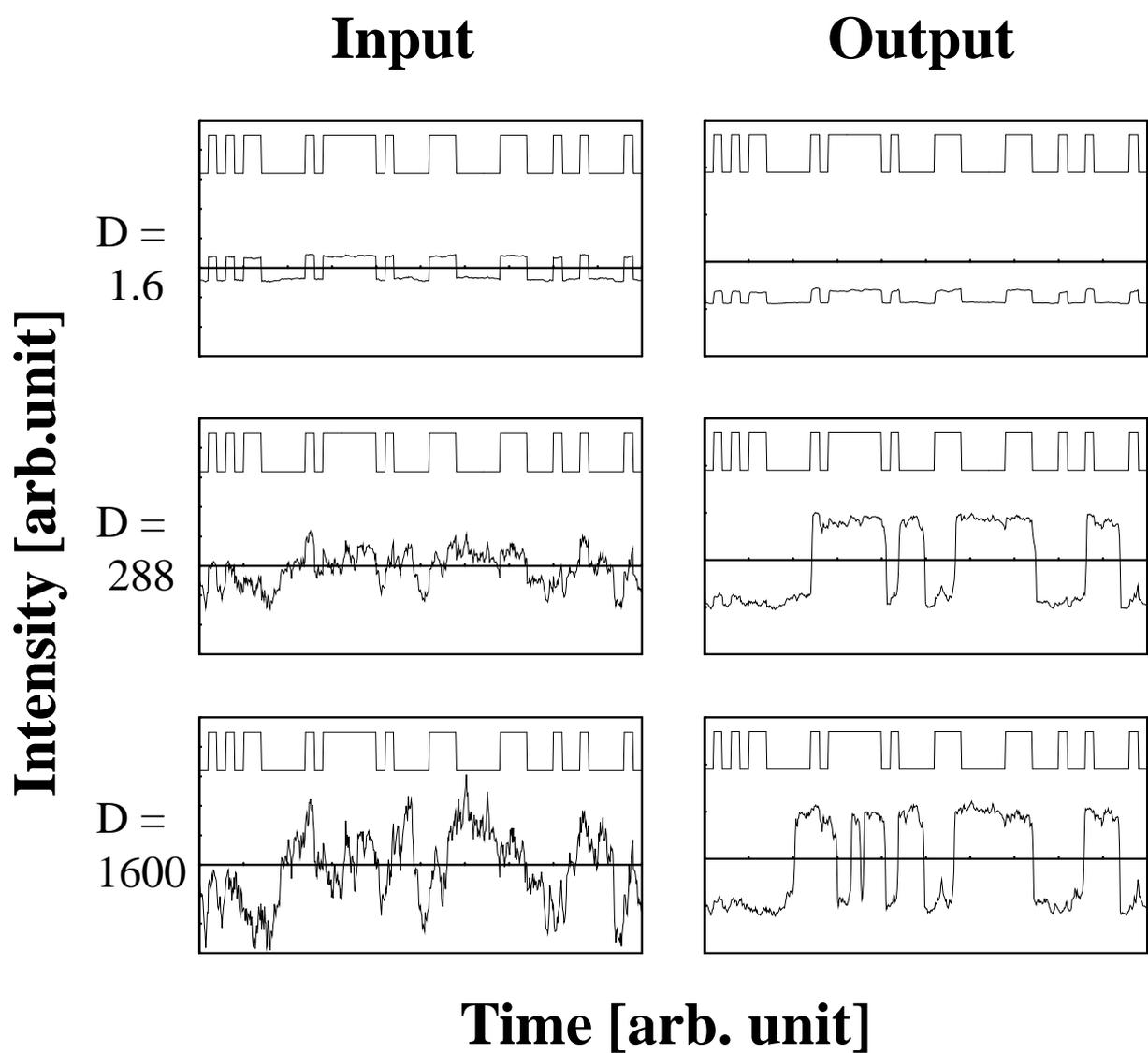


図 41. 入出力 mutual information と雑音強度の関係（計算）。信号振幅  $A$  は 0.8、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 10 とした。



$$f_c/R = 0.1$$

図 42. 光双安定系入出力の時間変化（計算）。信号振幅  $A$  は 0.8、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 0.1。左の列が双安定系入力の波形、右の列が出力波形。上から順に雑音強度が小さい場合 ( $D = 1.6$ )、比較的適当な場合 ( $D = 288$ )、大きい場合 ( $D = 1600$ ) のもの。各図中の上部に元のビット列を示した。いずれも、信号 50 ビット分を示してある。図中の水平な直線が識別レベルを示す。

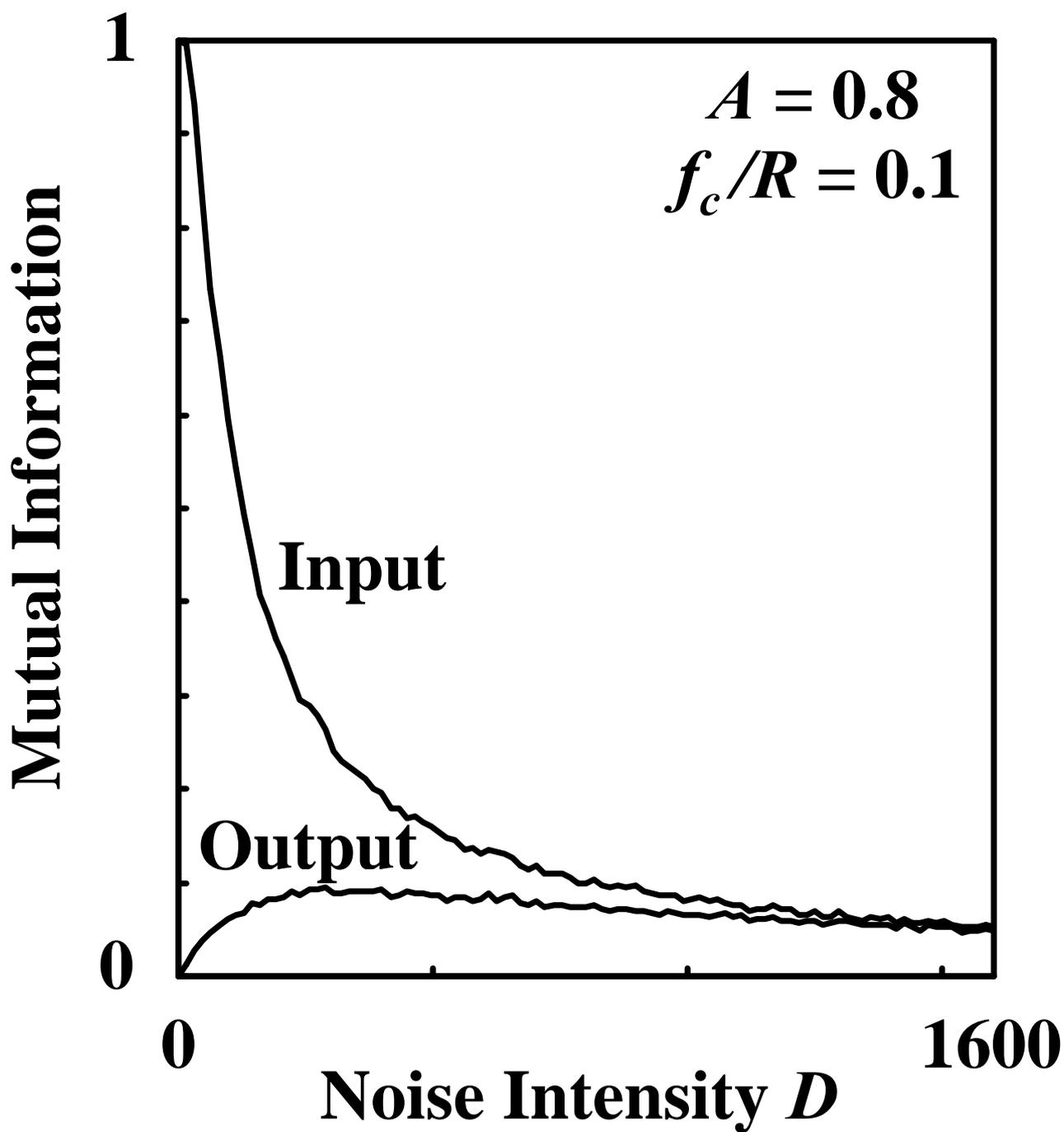


図 43. 入出力 mutual information と雑音強度の関係（計算）。信号振幅  $A$  は 0.8、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 0.1 とした。

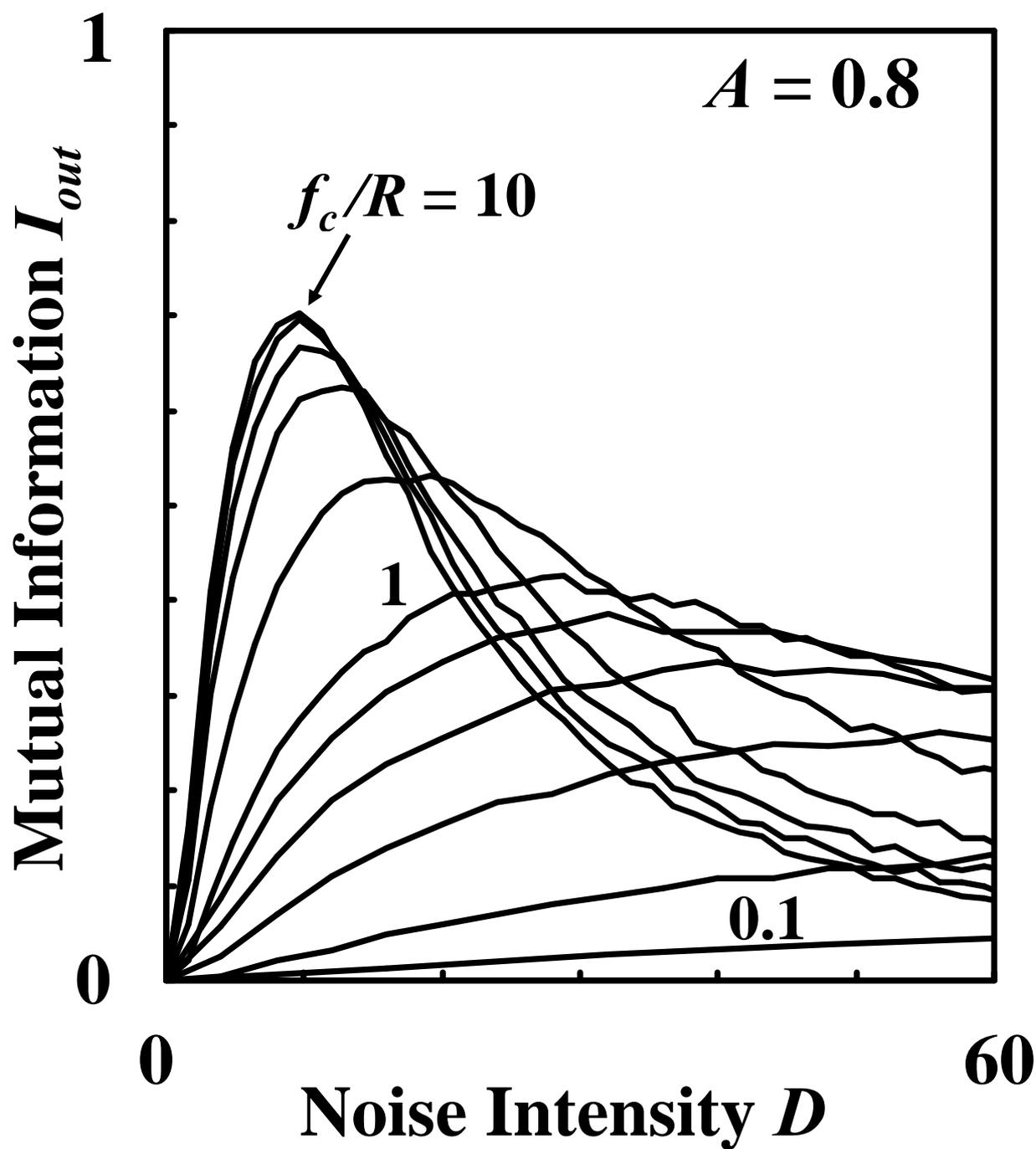


図 44. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性 (計算)。極大値の小さい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比、 $f_c/R$ 、が、0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0, 10.0 のときの曲線である。信号振幅  $A$  は 0.8 とした。

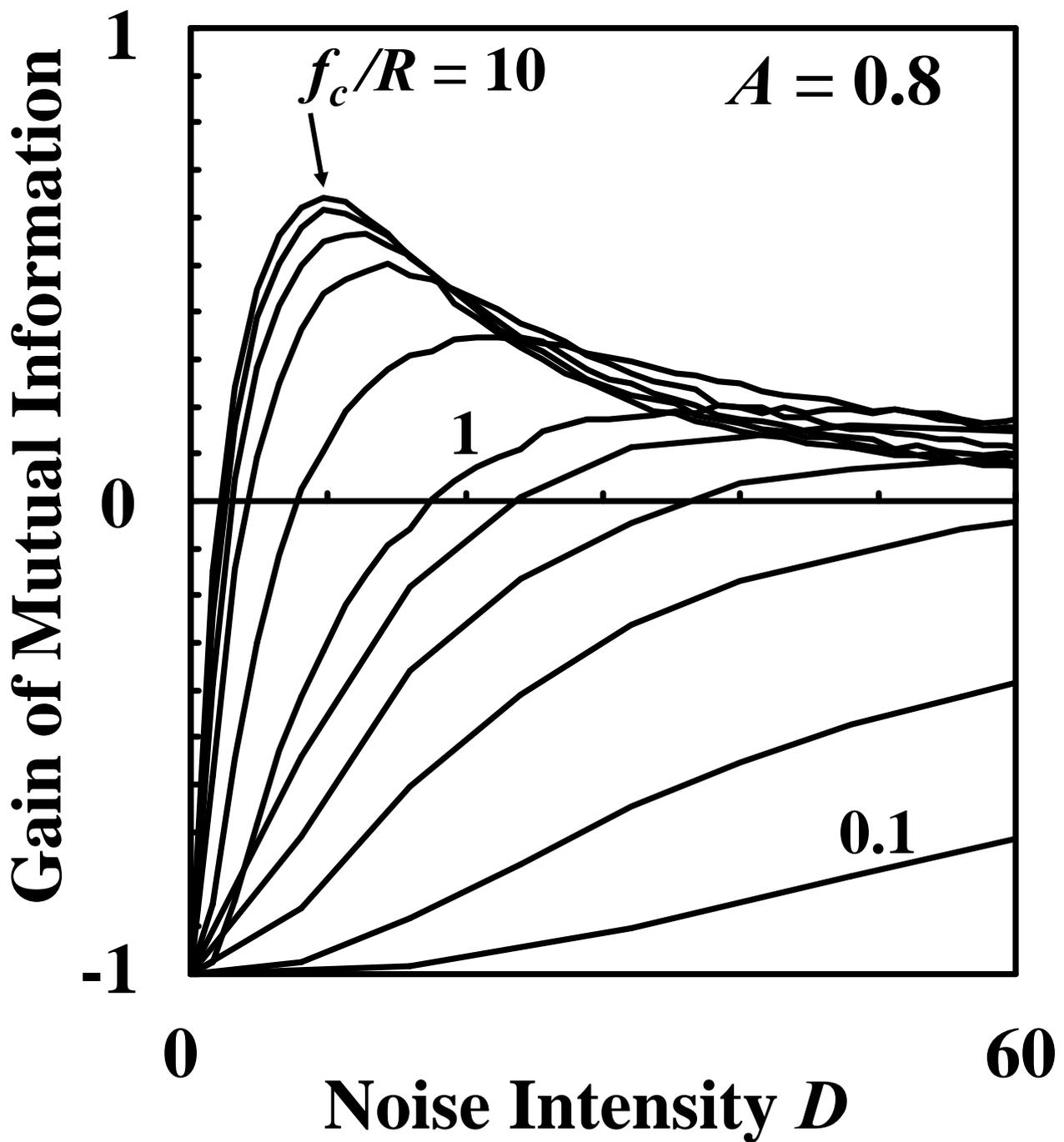


図 45. Mutual information の利得 (GMI)、 $I_{out} - I_{in} = H(s_{in}(t)|s(t)) - H(s_{out}(t)|s(t))$ , の雑音カットオフ周波数依存性 (計算)。極大値の小さい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比、 $f_c/R$ 、が、0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0, 10.0 のときの曲線である。信号振幅  $A$  は 0.8 とした。GMI の値が正であるとき、双安定系の出力からは入力からよりも多くの情報を得ることができる。

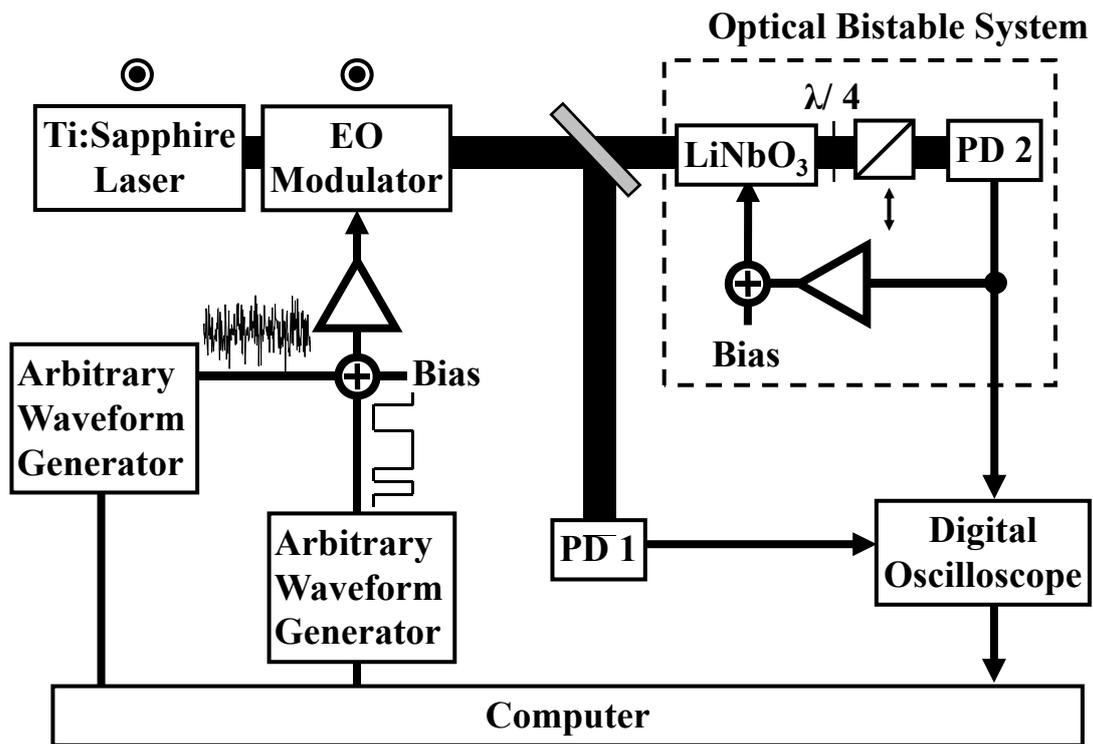
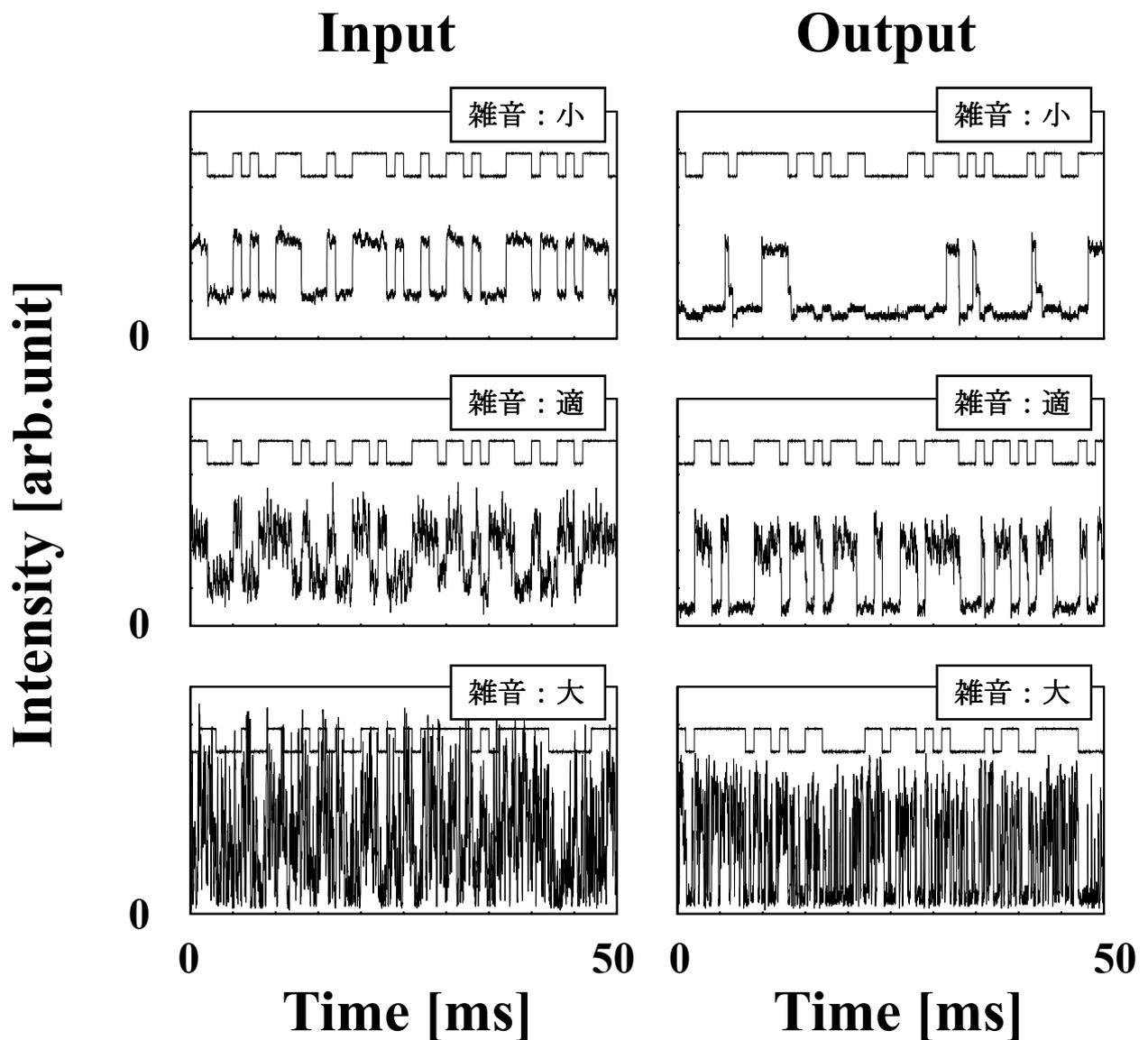


図 46. 実験系。ビット列、入力雑音とも任意波形発生器で発生させた。これらの和に適切なバイアスを加えて、電気光学変調器によって Ti:Sapphire レーザー光の強度を変調した。双安定系の入力と出力の光強度をフォトダイオード（それぞれ PD1, PD2）で測定し、デジタルオシロスコープに取り込んだ。これらのデータはコンピュータに転送されて処理される。



$$f_c/R = 10$$

図 47. 光双安定系入出力の時間変化（実験）。雑音カットオフ周波数  $f_c$  は 10 kHz、信号のビットレート  $R$  は 1 kb/s、すなわち、 $f_c/R = 10$  である。信号振幅  $A$  は 0.8。左の列が双安定系入力波形、右の列が出力波形。上から順に雑音振幅が小さい場合、最適な場合、大きい場合のもの。各図中の上部に元のビット列を示した。いずれも、信号 50 ビット分を示してある。

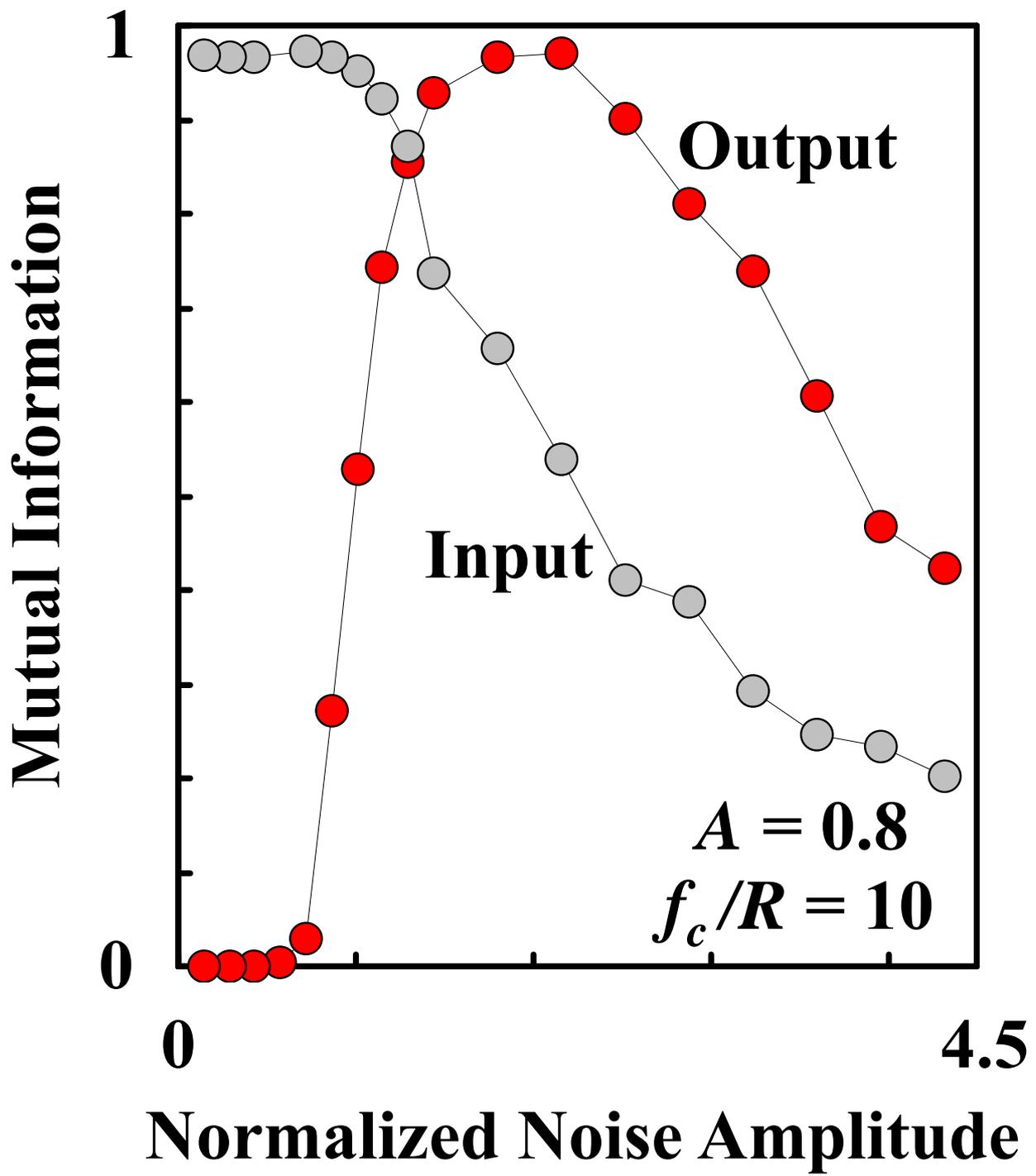
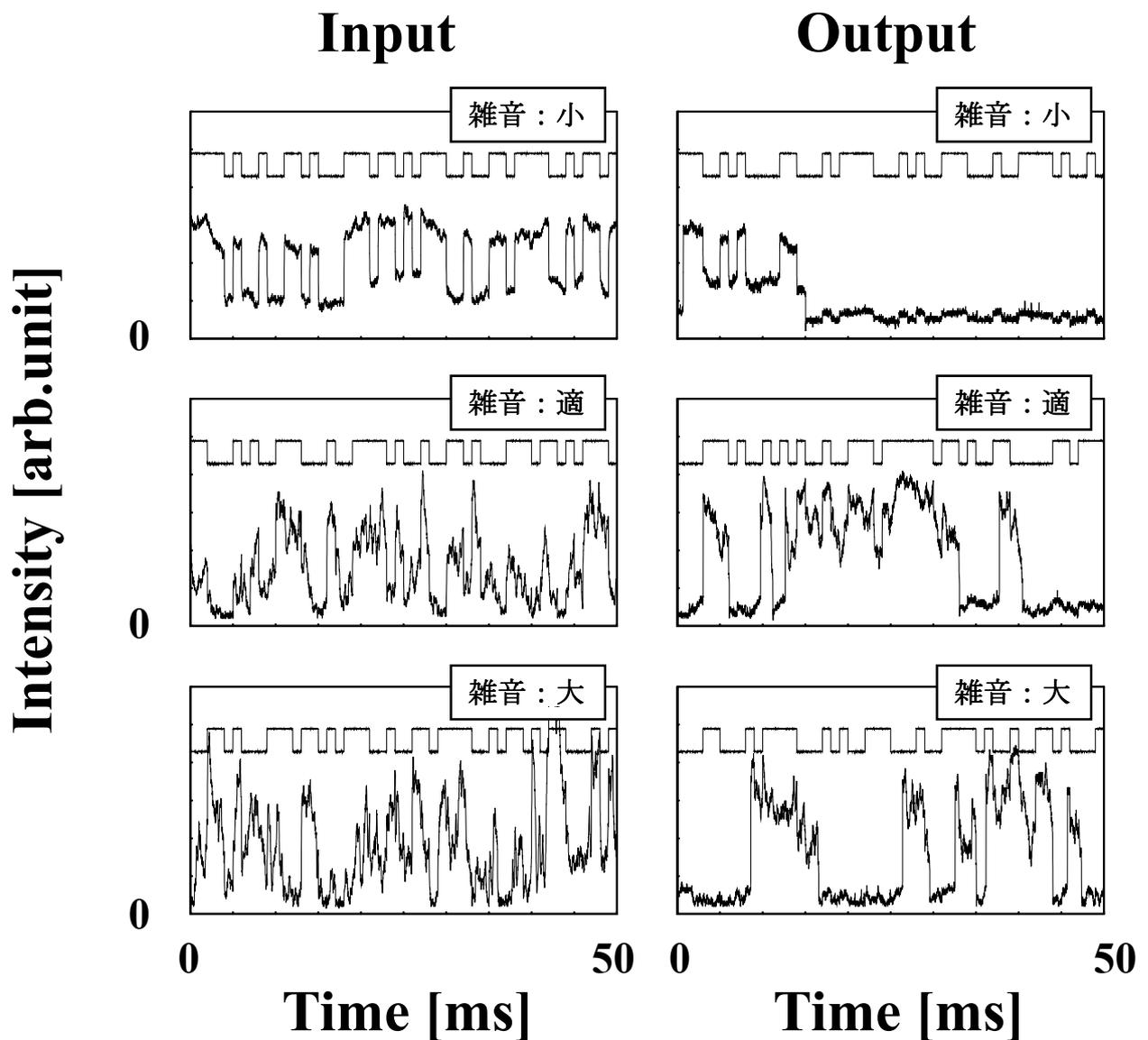


図 48. 入出力mutual informationと雑音振幅の関係（実験）。雑音カットオフ周波数 $f_c$ は10 kHz、信号のビットレート $R$ は1 kb/s、すなわち、 $f_c/R=10$ である。信号振幅 $A$ は0.8。



$$f_c/R = 0.1$$

図 49. 光双安定系入出力の時間変化（実験）。雑音カットオフ周波数  $f_c$  は 100 Hz、信号のビットレート  $R$  は 1 kb/s、すなわち、 $f_c/R = 0.1$  である。信号振幅  $A$  は 0.8。左の列が双安定系入力の波形、右の列が出力波形。上から順に雑音振幅が小さい場合、比較的適当な場合、大きい場合のもの。各図中の上部に元のビット列を示した。いずれも、信号 50 ビット分を示してある。

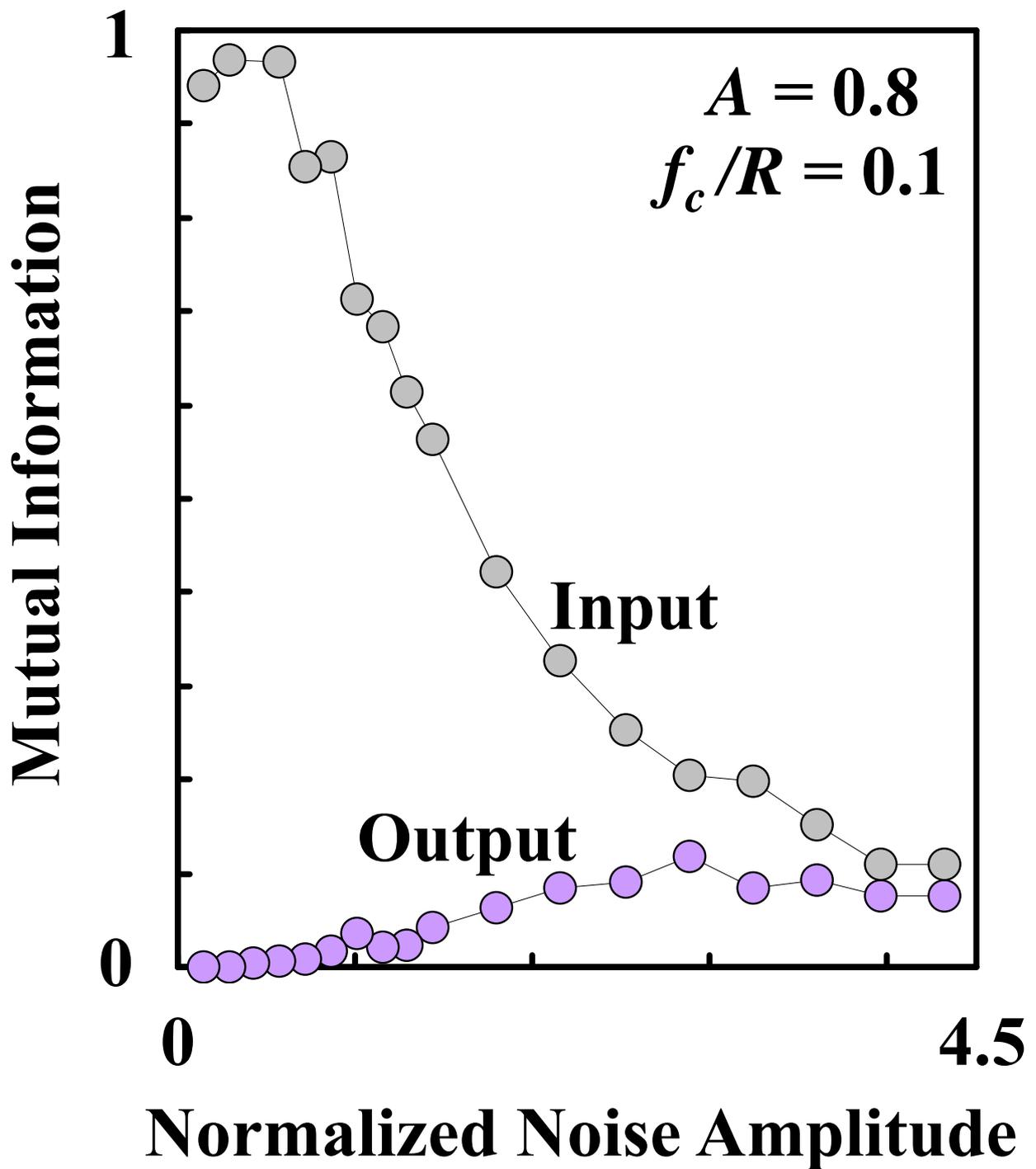


図 50. 入出力 mutual information と雑音振幅の関係 (実験)。雑音カットオフ周波数  $f_c$  は 100 Hz、信号のビットレート  $R$  は 1 kb/s、すなわち、 $f_c/R = 0.1$  である。信号振幅  $A$  は 0.8。

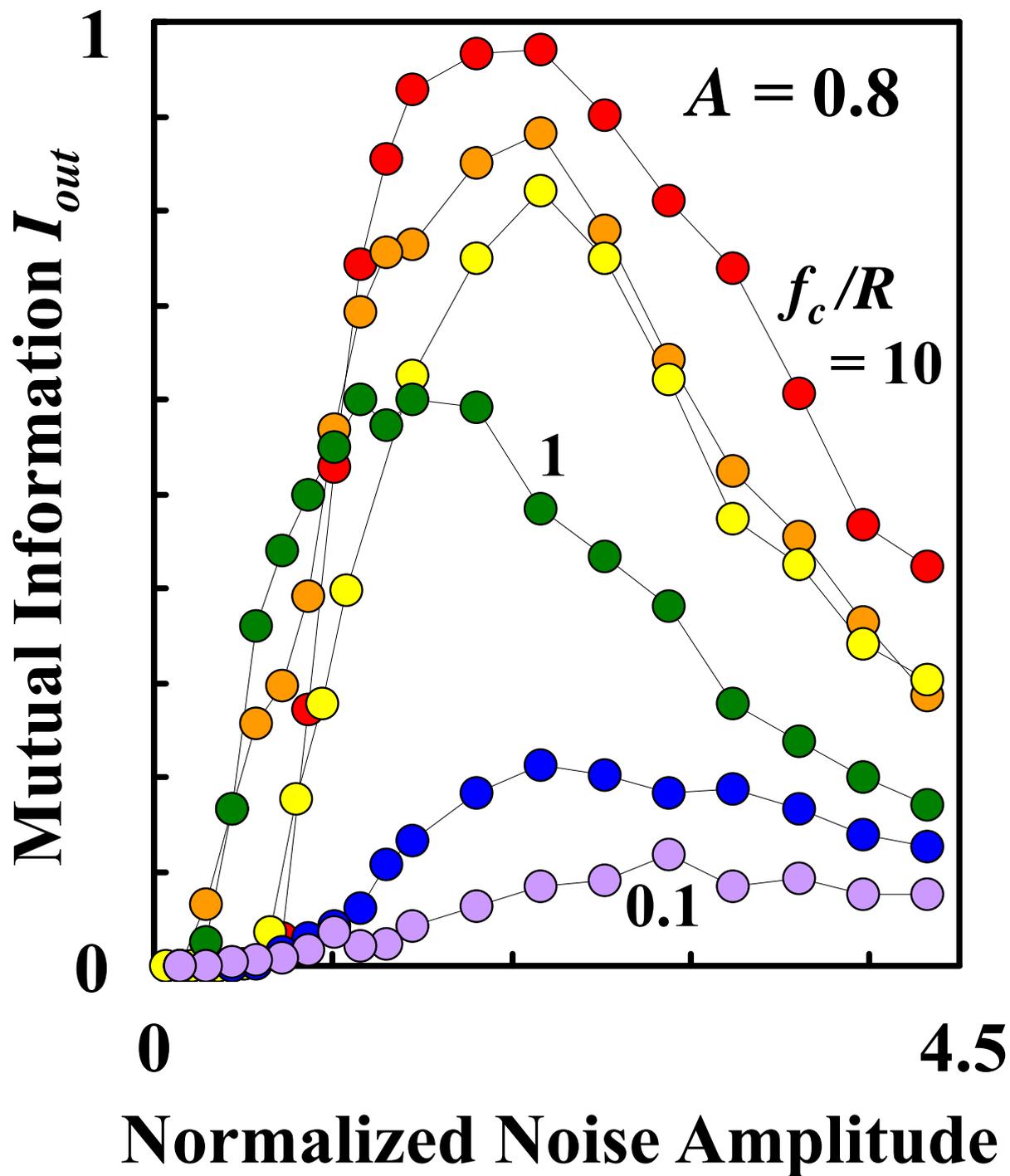


図 51. 共鳴曲線の雑音カットオフ周波数依存性（実験）。極大値の小さい方から順に、雑音カットオフ周波数  $f_c$  が、100 Hz, 400 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz, 10 kHz のとき、すなわち、 $f_c$  と信号速度  $R = 1$  kb/s の比、 $f_c/R$  が、0.1, 0.4, 1.0, 2.0, 4.0, 10.0 のときの曲線である。信号振幅  $A$  は 0.8 とした。

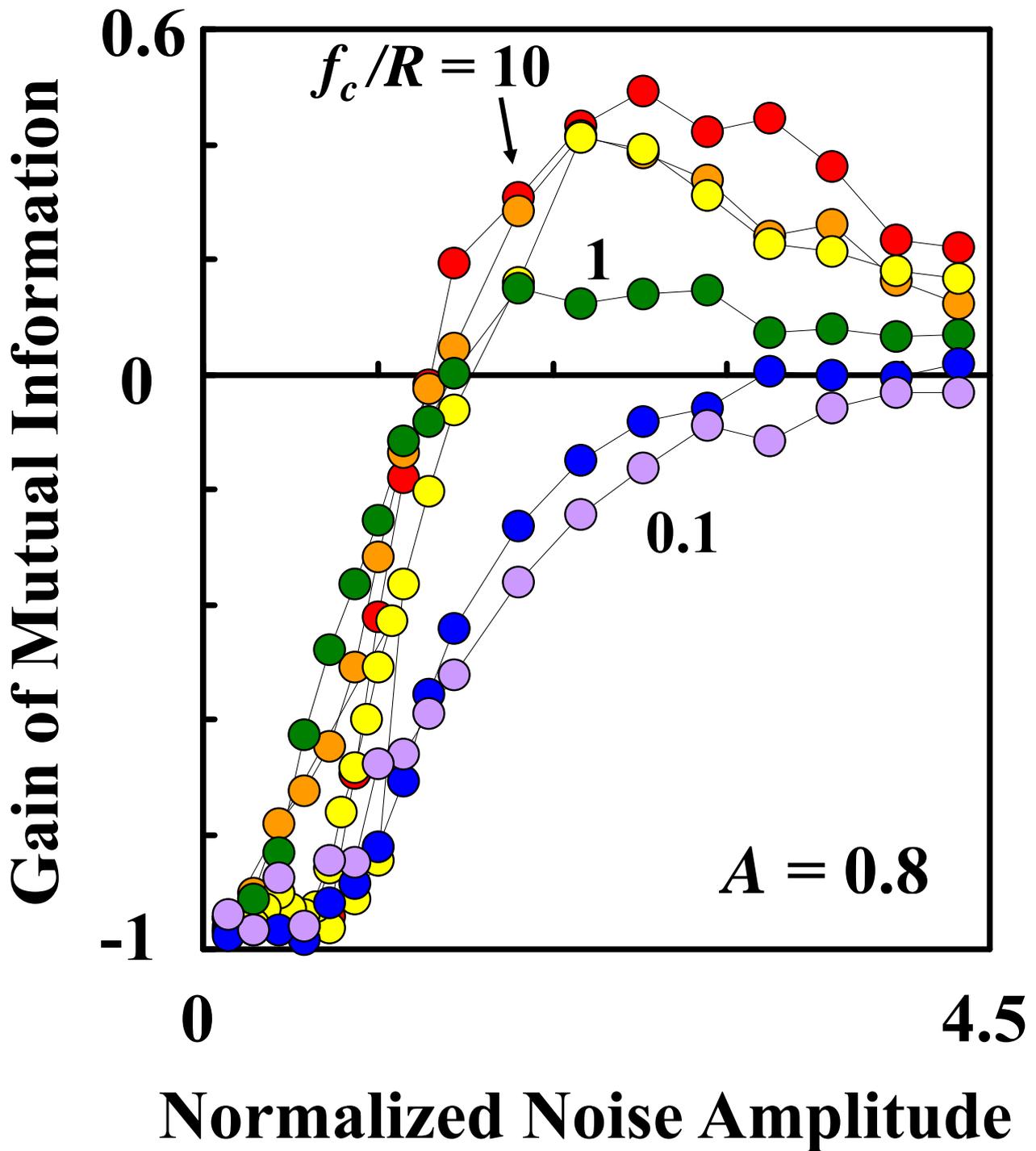


図 52. Mutual informationの利得 (GMI) 、 $I_{out} - I_{in} = H(s_{in}(t)|s(t)) - H(s_{out}(t)|s(t))$ 、の雑音カットオフ周波数依存性 (実験)。極大値の小さい方から順に、雑音カットオフ周波数 $f_c$ が、100 Hz, 400 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz, 10 kHz のとき、すなわち、 $f_c$ と信号速度 $R = 1$  kb/s の比、 $f_c/R$ 、が、0.1, 0.4, 1.0, 2.0, 4.0, 10.0 のときの曲線である。信号振幅 $A$ は0.8とした。GMIの値が正であるとき、双安定系の出力からは入力からよりも多くの情報を得ることができる。

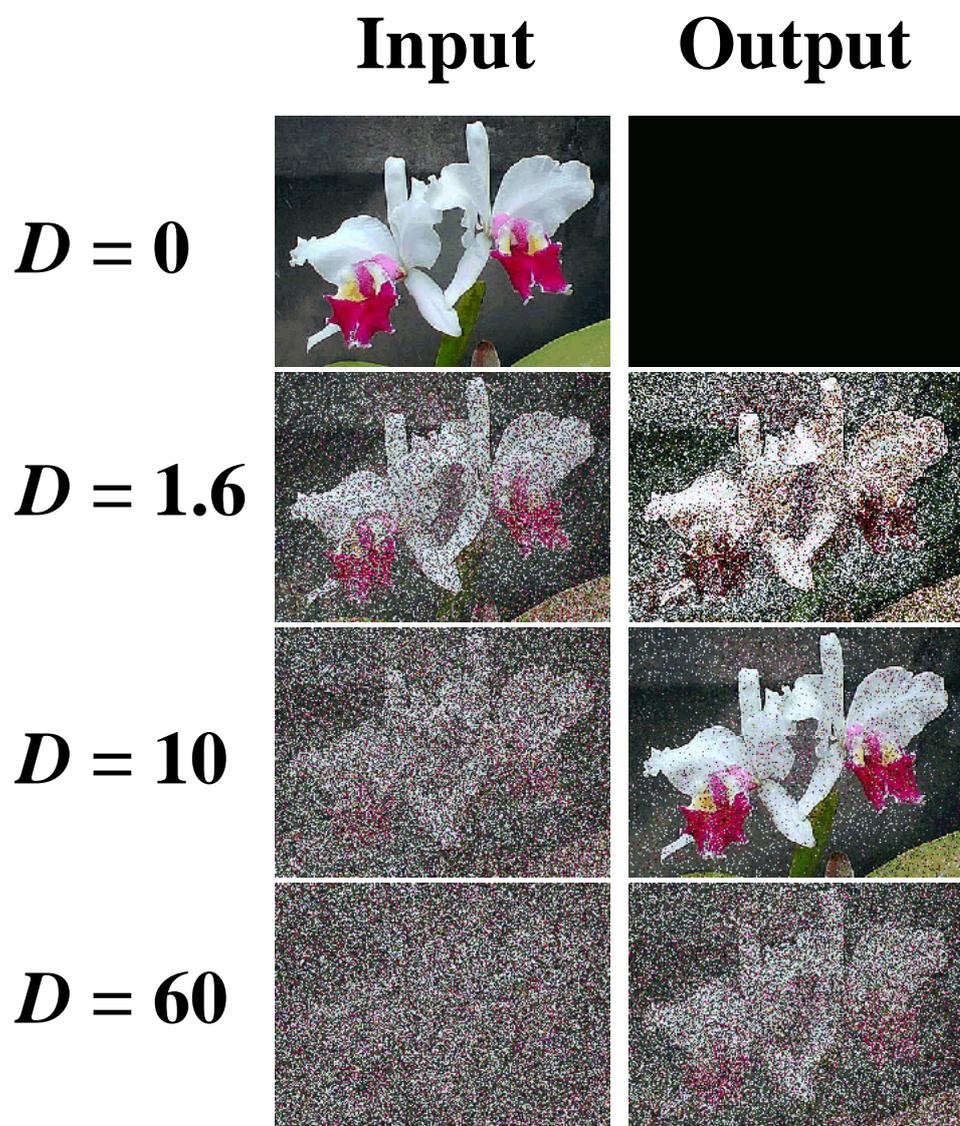


図 53. (Color) 双安定系入出力波形から再現された画像 (計算)。左列は入力波形から得られた画像、右列は出力波形から得られた画像である。雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 10 で、上から順に雑音がない場合 ( $D=0$ )、雑音振幅が小さい場合 ( $D=1.6$ )、適当な場合 ( $D=10$ )、大きい場合 ( $D=60$ ) のもの。信号振幅  $A$  は 0.8。  $D=0$  のときに入力波形から得られた画像は元の画像と同じものである。

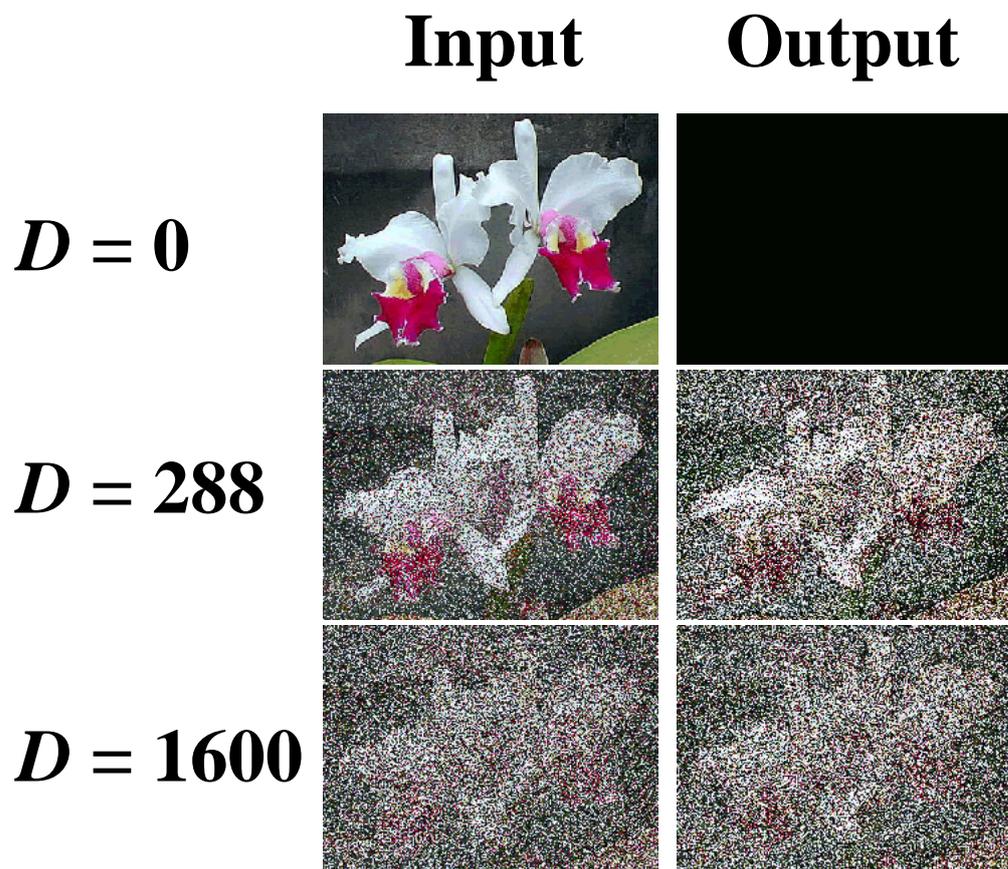


図 54. (Color) 双安定系入出力波形から再現された画像 (計算)。左列は入力波形から得られた画像、右列は出力波形から得られた画像である。雑音カットオフ周波数  $f_c$  と信号速度  $R$  の比は 0.1 で、上から順に雑音がない場合 ( $D = 0$ )、雑音振幅が比較的適当な場合 ( $D = 288$ )、大きい場合 ( $D = 1600$ ) のもの。信号振幅  $A$  は 0.8。  $D = 0$  のときに入力波形から得られた画像は元の画像と同じものである。

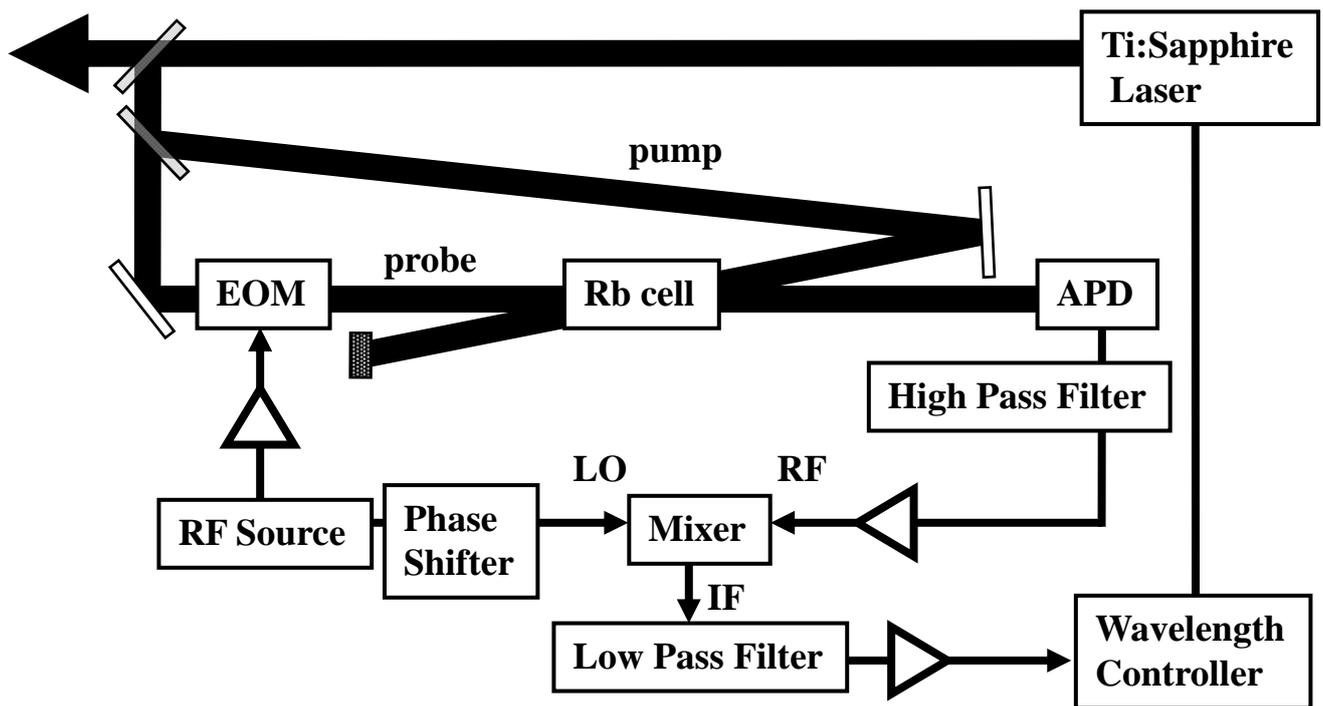


図 55. Ti:Sapphire レーザー波長安定化系。飽和吸収分光を行うことによって自然幅を持つホールを得る。このホールに対して FM 分光を行うと分散型の信号が得られる。この信号を誤差信号として Ti:Sapphire レーザーに帰還すれば、その波長を Rb 原子の吸収線にロックすることができる。

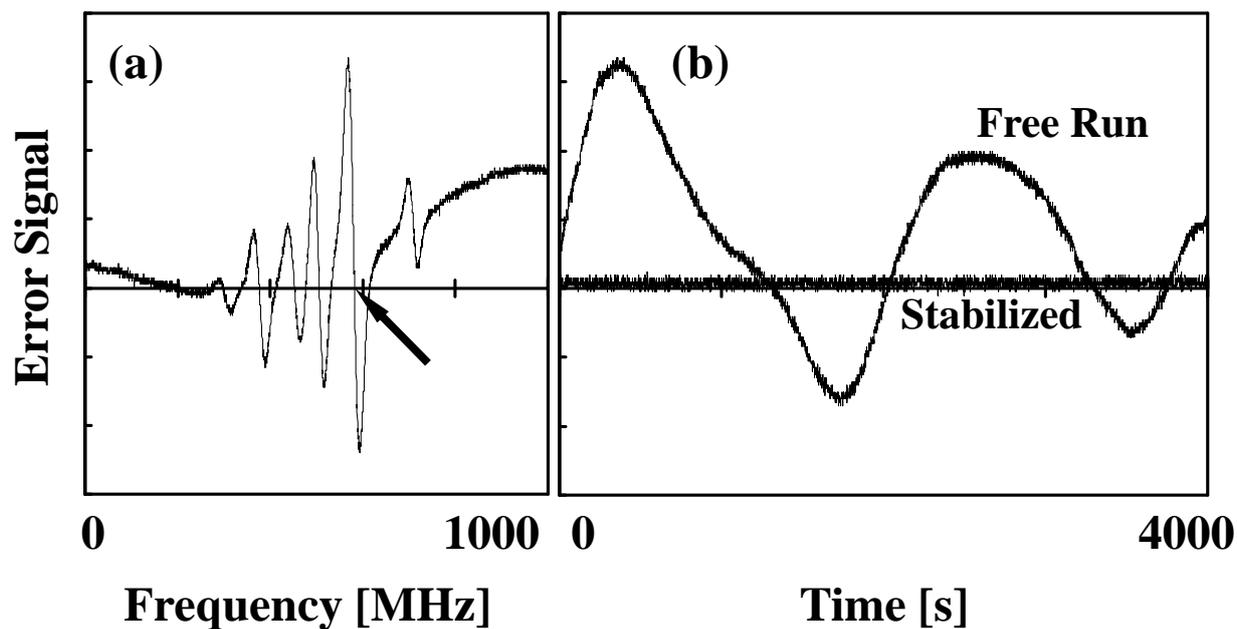


図 56. Ti:Sapphire レーザー波長安定化系の誤差信号。(a) Rb原子  $D_2$  線の基底状態の  $F=2$  の準位から、励起状態の  $F=1, 2, 3$  の準位への遷移を測定したもの。この信号を波長安定化のための誤差信号として用いる。(b) 誤差信号の時間変化。"Free Run" は帰還ループを閉じていない場合、"Stabilized" は帰還ループを閉じた場合のもの。時刻  $t=0$  において、Ti:Sapphire レーザーの周波数を(a) の矢印で示した値とした。(a) と(b) の縦軸のスケールは等しい。