Temporal Linear Logic and Its Applications

Hirai, Takaharu

(Degree)
博士（理学）
(Date of Degree)
2000-09-30
(Date of Publication)
2014-11-25
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
甲2193
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1002193

【220】

氏　名・(本　籍)　平井　崇晴 (和歌山県)

博士の専攻分野の名称　博　士　(理　学)

学　位　記　番　号　博い第１４６号

学位授与の　要　件　学位規則第条第１項該当

学位授与の　日　付　平成１２年９月３０日

【学位論文題目】

Temporal Linear Logic and Its Applications

(時相線形論理とその応用)

審　査　委　員

主査　教授　角田　譲　　教授　林　晋

　　　教授　瀧　和男　　助教授　田村　直之

システムの動的な状態変化を表現したいとする．そのためには，どのような資源を消費してどんな資源を発生させるのかを記述することが有効である．1987年に J.-Y. Girard によって提案された線形論理は「資源」を意識した論理と呼ばれ，動的な環境変化を表現するのに優れている．計算機科学においても，ペトリネットやカウンタ機械，チューリング機械など計算モデルへの応用が数多く研究されている．線形論理には無限の資源を表す「!」という様相が含まれている．これを用いることで，消費される資源と繰り返し使用可能な資源の扱いを区別できるのである．例えば，ペトリネットのトークンは消費される資源として扱われ，トランジションは！様相を用いて表現される．ペトリネットの到達可能性問題と対応する線形論理のシーケントの証明可能性は，同値であることが報告されている．

しかしながら，線形論理には「時間」を表す様相が陽には含まれていない．そのため，実行時間や待機時間など「時間経過を伴う動的な環境変化」を取り扱うには不自由を感じる．線形論理ではペトリネットを自然に表現できるが，これを時間概念について拡張した時間ペトリネットを表現しようとすると，労力の負担は大きい．何故なら，時間ペトリネットは通常のペトリネットに書き直せるが，その際，多くのプレースやトランジションを追加する必要があり，その結果とても複雑な表現を線形論理に強いることになるからである．

そこで線形論理を時間概念について拡張することを考えた．本研究の目的は，「時間経過とともに動的に変化する環境」を自然に扱える論理，時相線形論理を構築し，その計算機科学への応用を与えることである．

時相線形論理と呼ばれる論理は既にいくつか存在した [3, 2]．しかし，いずれも「時間経過とともに動的に変化する環境」を自然に扱えるとは言い難かった．何故なら，無限の資源を表す様相が欠如していたからである．そのため通常のペトリネットさえ自然に記述できなくなってしまっていた．論文 [3] の体系では非論理的公理を用いてトランジションを表現していた．このため，論理体系と (時間) ペトリネットとの対応が十分ではなかった．すなわち，シーケントの証明可能性と (時間) ペトリネットの到達可能性について，健全性のみが成立し完全性が成り立たなかった．

また，論文 [2] の体系は推論規則に無限のシーケント列の適用を許していた．そのため線形論理で成り立つ基本定理，カット除去定理は意味論を用いて証明された．すなわち，証明可能なシーケントを証明するカット無しの証明図を構成的に与えることはできなかった．このことは，論理型言語を設計する場合には，ユニフォーム証明の手法が使えないことを意味している．

「時間経過とともに動的に変化する環境」を表現できるためには，資源を意識した線形論理の特徴を，時相線形論理は継承している必要があると考えられる．資源と時間の両概念を含み，通常のペトリネットと同様に時間ペトリネットは記述されるべきである．カット無し証明図は構成的に与えられ，意味論についても線形論理のそれは，包含されて欲しい．

では，線形論理をどのように拡張すべきか，「時間」を「線形離散時間」に限定し，必要な様相から考察する．プレース時間ペトリネットを例にとると，「次の時間まで使用できないトークン」といった表現が可能でなければならない．そこで，「次」を表す様相として「$\bigcirc$」を導入した．また，一度活性化したトークンは何時でも使用可能であるから，「いつでも」を意味する様相「$\Box$」を導入した．こうして，例えばプレース p に発生した「次の時刻以降いつでも使用可能なトークン」は「$\bigcirc\Box p$」と表すことができた．

さて，線形論理の特徴を壊さないようにこれらの時間様相に関する推論規則を導入した．そのために「現在以降いつでも」を意味する様相を持つ様相論理 **S4** を時相論理として着目し，これを参考に新しい推論規則を線形論理に追加することを考えた．すなわち，時相線形論理は部分体系として線形論理を含み，時相論理 **S4** を埋め込むことができるような体系になるよう構成した．ところで，**S4** をはじめ，時相論理には資源の概念を様相として持たないことを注意しておく．

ここで問題になるのは，時相線形論理における「!」の解釈であった．これを「その時刻にお

いてのみ」何度も使用可能な資源を意味するように構文を構成すると, 実はカット除去定理が成り立たなくなった [1]. そこで時相線形論理における様相は以下のように解釈した:

- $\bigcirc A$「A は次の時刻に一度だけ使用可能. 使用後 A は消失する.」
- $\Box A$「A は現在以降の任意の時刻に一度だけ使用可能. 使用後 A は消失する.」
- $!A$「A は現在以降の任意の時刻に任意の回数使用可能.」

その他の論理結合子等については線形論理と同様に解釈した. ここまでの内容は第 3 章で述べた. また, 第 3 章の終わりに時相線形論理の決定可能性についてまとめた.

このように時相線形論理を構成すると, 線形論理の標準的な意味論, フェーズ意味論が時間概念に関して拡張した形で展開された. 線形論理のときと同様に M, M' をフェーズ空間とする. M から M' へのフェーズ準同形と呼ばれる写像 h を導入し, $A \subseteq M$ について, 「$\bigcirc A$」が「次の時刻における資源 A」を意味するために用いた. このフェーズ準同形 h に「いつでも」を意味するための条件をいくつか付加した写像 f によって「$\Box A$」の意味づけを行った. 「$!A$」は線形論理での意味づけに f の性質を追加することによって, 「いつでも任意の回数使用可能な資源 A」を表すようにできた. こうしてフェーズ意味論は時相フェーズ意味論に拡張された. 時相フェーズ意味論について, 時相線形論理は健全性および完全性定理が成立した. フェーズ意味論については第 4 章で述べた.

時相線形論理の特徴をまとめると以下の通りである:

- **線形論理の自然な拡張である.**
  - 線形論理は時相線形論理の部分体系である.
  - 線形論理と同様な形でカット除去定理が成り立った. これは論理プログラミングやユニフォーム証明, 証明探索などにおいて重要な役割を果たす定理である.
  - フェーズ意味論を拡張した時相フェーズ意味論について, 健全性および完全性定理が成り立った.

- **時相論理の自然な拡張である.**
  時相論理 S4 を時相線形論理に埋め込むことができた.

以上の特徴から, 計算機科学への応用を次のように与えられた:

- **時間ペトリネットの自然な記述が可能である.**
  ペトリネットではマーキングに関する到達可能性が考えられたのに対して, 時間ペトリネットでは将来活性化するトークンも含めた状態遷移に関する到達可能性を考えた. 現時刻から何単位時間後に可達であるかを時相線形論理のシーケントによって表現でき, 証明可能性との同値性を示すことができた.

- **同期通信並行計算モデルの自然な記述が可能である.**
  まず, 我々独自のモデルを考えた. そのモデルにおいて, 線形論理では区別できなかった同期通信と非同期通信の区別が可能になった. 例えば「繰り返してメッセージ m を送るプロセス」 p を考える. このプロセスは非同期通信では $!(p \multimap (m \otimes p))$, 同期通信では $!(p \multimap (m \otimes \bigcirc\Box p))$ と表される. このプロセスを含む並行実行プロセスの時相線形論理シーケント表現について, 考え得る証明図を下から上へ読むと, 前者は m が受信されるのを待たずに新しいメッセージを送信するような証明図が存在するのに対し, 後者はそのような証明図が存在しない. すなわち, m が受信されるまで新しいメッセージは送信できないことを意味する.

- **論理型言語の設計が可能である.**
  ユニフォーム証明の手法を適用して論理型言語を設計することが可能であり, 効率的な計算モデルを与えられた.

計算機科学への応用については第 5 章で述べた.

こうして, 時相線形論理は資源意識的かつ時間依存的な論理であり, 「時間経過とともに動的に変化する環境」の表現が可能であると言え, 計算機科学への応用例もいくつか与えることができた. しかし, 通信計算モデルにおいて我々が考えたモデルは, 独自のものであり現存するモデルを特に意識したものではない. ステートチャートや π 計算など現存するモデルとの関連を明らかにすることが我々の今後の課題である.

参考文献

[1] Takaharu Hirai. On cut-elimination of temporal linear logic and the equivalence to other systems. *Memoirs of the Graduate School of Science and Technology, Kobe Univ.*, 16-A:165 – 174, 1998.

[2] Max Kanovich and Takayasu Ito. Temporal linear logic specifications for concurrent processes (extended abstract). In *Twelfth Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science*, pages 48–57, Warsaw, Poland, 29 June–2 July 1997. IEEE Computer Society Press.

[3] Makoto Tanabe. Timed Petri nets and temporal linear logic. *Lecture Notes in Computer Science*, 1248:156–174, June 1997. 18th International Conference on Application and Theory of Petri Nets, Toulouse, France, June 1997.

（別紙１）

論文審査の結果の要旨

氏名	平井宗晴
論文題目	Temporal Lienar Logic and Its Applications （時相線形論理とその応用）

審査委員 区分	職名	氏名
主査	教授	角田 譲
副査	教授	林 晋
副査	教授	瀧 和男
副査	助教授	田村 直之
副査		

印

要旨

本論文では，資源を意識した論理と呼ばれる線形論理と，時間を意識した論理と言える時相論理の双方の特徴を兼ね備えた新しい論理体系である時相線形論理を提案している．また，時相線形論理の応用として，時間ペトリネットおよび並行計算モデルについて議論している．

線形論理と時相論理を融合した時相線形論理体系を構築する試みは，すでに Kanovich と伊藤 (1997)，田辺 (1997) らによって行われているが，以下に述べる観点からは不十分なものであった．

本論文で提案されている時相線形論理の体系 TLL は，上記の研究と異なり，以下の特徴を持つという点で大きく評価できる．

注：1000-2000 字でまとめること。

- 線形論理の自然な拡張になっている．

  線形論理は TLL の部分体系になっている．したがって，線形論理で証明可能なシーケントは，そのまま同じ証明図で TLL で証明可能である．

- 時相論理の自然な拡張になっている．

  時相論理の一種である S4 は TLL に埋め込むことができる．したがって，S4 で証明可能なシーケントは，それと同等なシーケントが TLL で証明可能である．

- カット除去定理が成立する．

  TLL のカット規則を含んだ証明図から，カット規則を含まない証明図を構成することができる．これは，TLL の自動証明系を考える場合や，TLL に基づいた論理型プログラミング言語を設計する場合に重要な性質である．

- フェーズ意味論を展開できる．

  線形論理の標準的な意味論であるフェーズ意味論に，時間の概念を付け加え，拡張したものに対し，健全性および完全性定理が成り立つ．

また，以下のような応用が可能である点も優れている．

- 時間ペトリネットへの応用

  線形論理とペトリネットの対応と同様に，時相線形論理 TLL は時間ペトリネットと対応しており，時間ペトリネットの解析に利用できると考えられる．

- 同期通信並行計算モデルへの応用

  線形論理と非同期通信並行計算モデルの対応は知られていたが，

時相線形論理 TLL は非同期通信，同期通信の双方を表現できる．

- 論理型プログラミング言語への応用

カット除去定理が成り立つことから，Miller のユニフォーム証明のアイデアを利用し，時相線形論理 TLL に基づいた論理型プログラミング言語を設計できる．特に，この言語は，既存の論理型言語 Prolog や，線形論理型言語の拡張になっており，資源と時間の双方を自然に表現できるプログラミング言語として興味深い．

以上のように本研究は，線形論理と時相論理の双方の特徴を兼ね備えた新しい論理体系を提案し，その具体例への応用について論じたものであり，論理の計算機科学への応用について重要な知見を得たものとして価値ある集積であると認める．よって，学位申請者 平井崇晴は，博士 (理学) の学位を得る資格があると認める．