New multi-speed BGK thermal model in finite difference lattice Boltzmann method

Watari, Minoru

(Degree)
博士（工学）
(Date of Degree)
2003-03-31
(Date of Publication)
2017-04-28
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
甲2799
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1002799

【２８０】

氏 名 ・(本 籍)　　渡利 實　　(長野県)

博士の専攻分野の名称　博士（工学）

学 位 記 番 号　博い第297号

学位授与の 要 件　学位規則第４条第１項該当

学位授与の 日 付　平成１５年３月３１日

【 学位論文題目 】

New multi-speed BGK thermal model in finite difference lattice Boltzmann method.
(差分格子ボルツマン法における新しい多速BGK型熱流体モデル)

審 査 委 員

主 査　教 授　蔦原 道久
　　　教 授　松田 卓也
　　　教 授　竹中 信幸

Chapter 1 briefly describes the history of lattice Boltzmann method and its "sibling" methods. Lattice gas automata (LGA), lattice Boltzmann method (LBM), and finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM), which have historically evolved in this order, are currently used in simulating wide variety of fluid flows. These methods have common features; microscopic models and mesoscopic kinetic equations are used to represent macroscopic continuum flow. The basic premise for these ideas is that the macroscopic dynamics of fluid is the result of the collective behavior of many microscopic particles, and that although microscopic details, like an interaction law between particles, affect parameters such as viscosity, the form of macroscopic dynamics is less sensitive to microscopic details.

The LGA is constructed as a simplified, fictitious molecular dynamic in which space, time, and particle velocities are discretized. To describe the state of particle's condition at each node x and each time t, a set of Boolean variables $n_i(x,t)$ is assumed, where the suffix i is the direction of the velocity particle. If the particle of ith direction is present the variable $n_i(x,t)$ is set unity, whereas if absent the $n_i(x,t)$ is set zero. The evolution of the variable $n_i(x,t)$ is calculated by two steps; convection and collision. Since the velocity particle c_i is selected as to link adjacent nodes, convection calculation is performed by simple arithmetic operation. Collision operator is designed to conserve mass and momentum. Because of the variable $n_i(x,t)$'s Boolean nature, it is necessary to take ensemble averages to obtain macroscopic quantities.

The main feature of the LBM is to replace the Boolean variable $n_i(x,t)$ by distribution function $f_i(x,t)$ ($\equiv\langle n_i \rangle$: $\langle\ \rangle$ denotes an ensemble average). Same as LGA, the velocity particle c_i is selected as to link adjacent nodes. Therefore, the evolution equation for the distribution function is similar to that of LGA. However, as the distribution functions themselves are variables of the problem, the LBM is free from statistical noise. Macroscopic quantities, the density and the momentum, are defined by taking velocity moment summations. Collision operator is required to satisfy conservations of mass and momentum.

Single relaxation time scheme proposed by Bhatnagar, Gross, and Krook (BGK scheme) is assumed in my study. Although the BGK scheme fixes the

Prandtl number constant (=unity), it makes the collision operator quite simple and still has capability of wide application.

The FDLBM was proposed as an extended version of LBM in order to secure numerical stability and to apply non-uniform grids. In place of the evolution equation of LBM, differential equation is used in the FDLBM. In the LBM, the velocity particle c_i, time increment Δt, and the lattice configuration must have a close relationship; the velocity particle has to link the lattice nodes in unit time. However, in the FDLBM this requirement is no more necessary. Therefore, time increment Δt can be adjusted to satisfy CFL requirement for stable simulation, and non-uniform grids, like polar grid or variable pitch grid are available in the FDLBM.

My doctoral study is on models of LBM and FDLBM, especially focusing on FDLBM.

Chapter 2 discusses the possibility to construct a LBM BGK thermal model. There are two ways to handle thermal fluids. One is the so-called "multi-component thermal model," where heat is handled as different component from fluid. This model characterizes the flow as a Boussinesq fluid. Another is the so-called "multi-speed thermal model," where velocity particles that have different speeds are used. The LBM BGK thermal models have been proposed by several authors. While these models are intended to correctly represent heat characteristics and compressibility, none of these existing models provides satisfactory accuracy. This chapter discusses the possibility of a correct model and how to construct it. To recover correct fluid equations, up-to fourth orders of local flow velocity should be retained in the local equilibrium distribution function and the velocity particles should have up-to seventh rank isotropy. It is concluded that it is possible to construct a thermally correct two-dimensional LBM BGK multi-speed model. However, a correct three-dimensional LBM BGK multi-speed thermal model is theoretically impossible. A correct two-dimensional LBM multi-speed thermal model that has global weighting coefficients in the local equilibrium distribution function was proposed. Being applied to a Couette flow, this model showed exact agreement with analytical solution.

Chapter 3 proposes a new two-dimensional multi-speed thermal model for the FDLBM. In the FDLBM velocity particles can be selected independently from the lattice configuration. Therefore, velocity particles of octagonal directions, which have up-to seventh rank isotropic tensors, are adopted. Furthermore, as the local equilibrium distribution function is determined such that it retains as much Maxwellian characteristic as possible, the proposed model has excellent numerical stability in addition to strict accuracy. The model was verified being applied to three flow simulations. All results showed exact agreement with analytical solutions.

Chapter 4 proposes a new three-dimensional multi-speed thermal model for the FDLBM. It has been shown in Chapter 2 that a three-dimensional LBM BGK multi-speed thermal model is theoretically impossible. Contrary to the LBM, as the FDLBM can select velocity particles independently from the lattice configuration, in the proposed model, a group of thirty-two velocity particles is selected as a basic group of moving particles, which are derived from vectors that point to vertexes of the dodecahedron and the icosahedron from the center. As the group of thirty-two velocity particles has a quasi-isotropic sixth rank tensor, the model made up of a rest particle and four speeds of the basic groups showed good agreement with the analytical solutions when applied to two flow simulations.

Chapter 5 discusses methods of boundary condition. A lot of studies have been done to make clear the boundary conditions for the LBM. Most of them are about boundary conditions for non-thermal models that have a limited number of velocity particles. Few studies are found that describe a clear receipt of boundary conditions for the FDLBM, especially for thermal models that have a large number of velocity particles. In this chapter two methods of boundary conditions for thermal FDLBM are presented. Their performances were compared, being applied to benchmark tests. First method, called "control node method," can handle a wide variety of boundary conditions and showed an excellent performance on the tests. Control node method should be applied if accurate simulation is intended. Second method, called "extrapolation method," is simple and easy to make computing software. Although the performance of extrapolation method is

not so high as the first method, it is a viable method if it is not required strict accuracy.

Chapter 6 presents an example of application simulated by proposed model and proposed method of boundary condition. In the past, numerical simulations have been extensively performed on natural convection in a square cavity with differently heated walls. Most of these studies are for Boussinesq fluids. Although some studies treat the flows as compressible fluids, they do not clearly state how much the compressibility affects the flows and how far the Boussinesq approximation is considered valid. Using the two-dimensional model in Chapter 3 and the control node method in Chapter 5, thermal cavity flow for compressible fluids was studied in a systematic manner and whole features thoroughly revealed.

（別紙１）　　　　　　　　　　論文審査の結果の要旨

氏名	渡利　實		
論文題目	New multi-speed BGK thermal model in finite difference lattice Boltzmann method （差分格子ボルツマン法における新しい多速ＢＧＫ型熱流体モデル）		
審査委員	区　分	職　名	氏　　　名
	主　査	教授	蔦原　道久
	副　査	教授	松田　卓也
	副　査	教授	竹中　信幸
	副　査		
	副　査		印

要　　旨

格子ボルツマン法（Lattice Boltzmann method, LBM）は、新しい数値流体力学の手法として発展しており、応用分野は多岐にわたっている。しかし流れの基本的な圧縮性を考慮したモデルに対しては、あまり有効なものが見られない。その大きな理由は数値的な不安定さであり、それを解消する手段として、離散的なモデルを安定な差分スキームを用いて計算する、差分格子ボルツマン法（Finite difference lattice Boltzmann method, FDLBM）が用いられている。

本論文は、格子ボルツマン法における圧縮性熱流体モデルに関し、２次元および３次元モデルの構築に関する研究をまとめたものである。

第１章は緒言であり、格子ボルツマン法および差分格子ボルツマン法に関する概説を行うとともに、熱流体に対する２つのタイプのモデルについて述べている。１つは２個の分布関数を用いるもので、このうちの一つが温度の分布を表すモデルである。他は気体論と同じく、粒子の分布関数から温度を定義するものであり、本論文では多速モデルと呼んでいる。研究の主題はこの多速モデルに関するものである。またこの章で論文の構成について述べている。

第２章は、そもそも格子ボルツマン法のモデルが、厳密に圧縮性ナヴィエ・ストークス方程式を導き出しうるかという問題に考察を与えている。これまで提案されている熱流体に対する格子ＢＧＫモデルは少ないが、２種類に分類している。一つは、局所平衡分布関数における流速のべきにかかる係数を、独立に与えるものであり、他はそれらの係数に関係を持たせるものである。それらの代表的なモデルについて考察し、局所平衡分布関数を速度の多項式で表す場合、少なくとも４次まで考慮する必要があり、ナヴィエ・ストークス方程式からのズレの項を消すには、粒子速度の積で表されるテンソルが６階まで等方的であることが必要であることを明らかにするとともに、３次元においては厳密にナヴィエ・ストークス方程式を導く格子ＢＧＫモデルは存在しないことを示した。そして後者のタイプの２次元モデルを新たに提案し、クエット流れにおける温度分布に対して Chen らのモデルとの比較を行い、その優位性を示している。

第３章は、差分格子ＢＧＫモデルの新しい２次元モデルに関する研究について詳述している。まず計算を差分化することにより、粒子の種類は格子に依存することなく選択できることから、より等方性の高いモデルを構成することが可能となる。具体的には速度の方向が８方向のモデルを提案した。また速度の大きさを４種類取り、速度の大きさの決定に、もっとも計算が安定になるような組み合わせを選択している。このモデルでの音速は理論値とよく一致し、またクエット流れでの温度分布も理論解と一致する。特に、格子ＢＧＫモデルではプラントル数が１となり、粘性係数および熱伝導係数が１つのパラメータ、緩和時間係数で与えられることから、温度分布はこのパラメータによらないはずであるが、他のモデルはこのパラメータの値により微妙に変化するのに対し、提案したモデルは一定の分布を示した。

氏名	渡利　實

また重力を考慮したサーマルキャビティ流れでは、ブシネスク近似が成り立つ範囲で他の計算結果との一致がよいことも示し、今回提案したモデルの有効性を確認している。

第４章は、３次元の差分格子ＢＧＫモデルの新しいモデルに関する部分で、速度方向に正１２面体、および正２０面体の頂点に向かう３２方向を考慮している。こういった正多面体を用いるモデルは、これらにより空間を隙間無く埋めることが無理なことから、従来の格子ボルツマン法では構成が不可能であったものであり、差分格子ボルツマン法においてのみ可能となるモデルである。速度の大きさは４種類で、０速度粒子を加えて１２９種類の粒子を使うが、正１２面体と正２０面体を組み合わせることにより、完全ではないがかなり良い近似で６階のテンソルが等方的になることを、実際にテンソルの成分を数値的求めることにより明らかにした。したがってこのモデルがほぼ厳密にナヴィエ・ストークス方程式を導くことを理論的に明らかにし、数値計算例においてナヴィエ・ストークス方程式の厳密解との比較により、このモデルがほぼナヴィエ・ストークス方程式を厳密に計算することができるモデルであることを明らかにしている。

第５章は差分格子ボルツマン法に対する境界条件について考察している。これまで従来の格子ボルツマン法に対する境界条件の設定について、種々の手法が提案されているが、差分格子ボルツマン法に対してはほとんど考察されていなかった。差分の離散化に２次精度の風上差分方を用いる場合、境界内部に２点格子を導入することにより、境界でのマクロ量の流束を境界で精度よく設定できること、そして境界面で局所平衡分布関数を与えるだけでなく、非平衡部分をも連続的に変化するように外挿することを提案している。この条件を用いることで、粒子分布関数が境界付近で非平衡になりナヴィエ・ストークス方程式で支配される流れからずれることにより、連続体として不都合な流れが生じることを防ぐとともに、精度の良い計算が可能となる。静止壁、移動壁および低温、断熱の条件について具体的な計算例で検証し、厳密解との良い一致を見いだしている。また実際の計算においてより簡単なモデルの提案も行っており、これも従来用いられているモデルに比べ精度が上がっていることを示した。

第６章は新しいモデルと重力の効果を考慮した、サーマルキャビティー流れの数値シミュレーションに関する研究である。モデルへの重力を含む体積力の導入はいくつか試みられているが、気体論からの類推による新しい重力による加速度を考慮する分布関数を導入している。非常に広い範囲のパラメータについて計算例を示し、流れの変化を明らかにするとともに、ブシネスク近似の適用範囲についても考察している。また提案した計算モデルの精度についても検証している。本研究では、分布関数の計算に２次精度の風上差分を用いているが、マクロな流れの変数、例えば流速などは格子に対して３次以上の精度でもとめられることを示している。

本研究は，差分格子ボルツマン法の熱流体モデルの特性を明らかにし、より精度の高いかつ安定なモデルの提案を行った研究であり、格子ＢＧＫモデルにおける重要な知見を得たものとして価値ある集積であると認める。よって、学位申請者の　渡利實　は、博士（工学）の学位を得る資格があると認める。